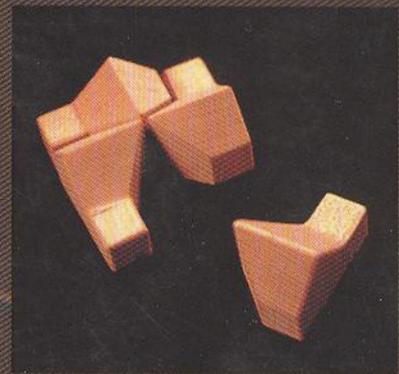
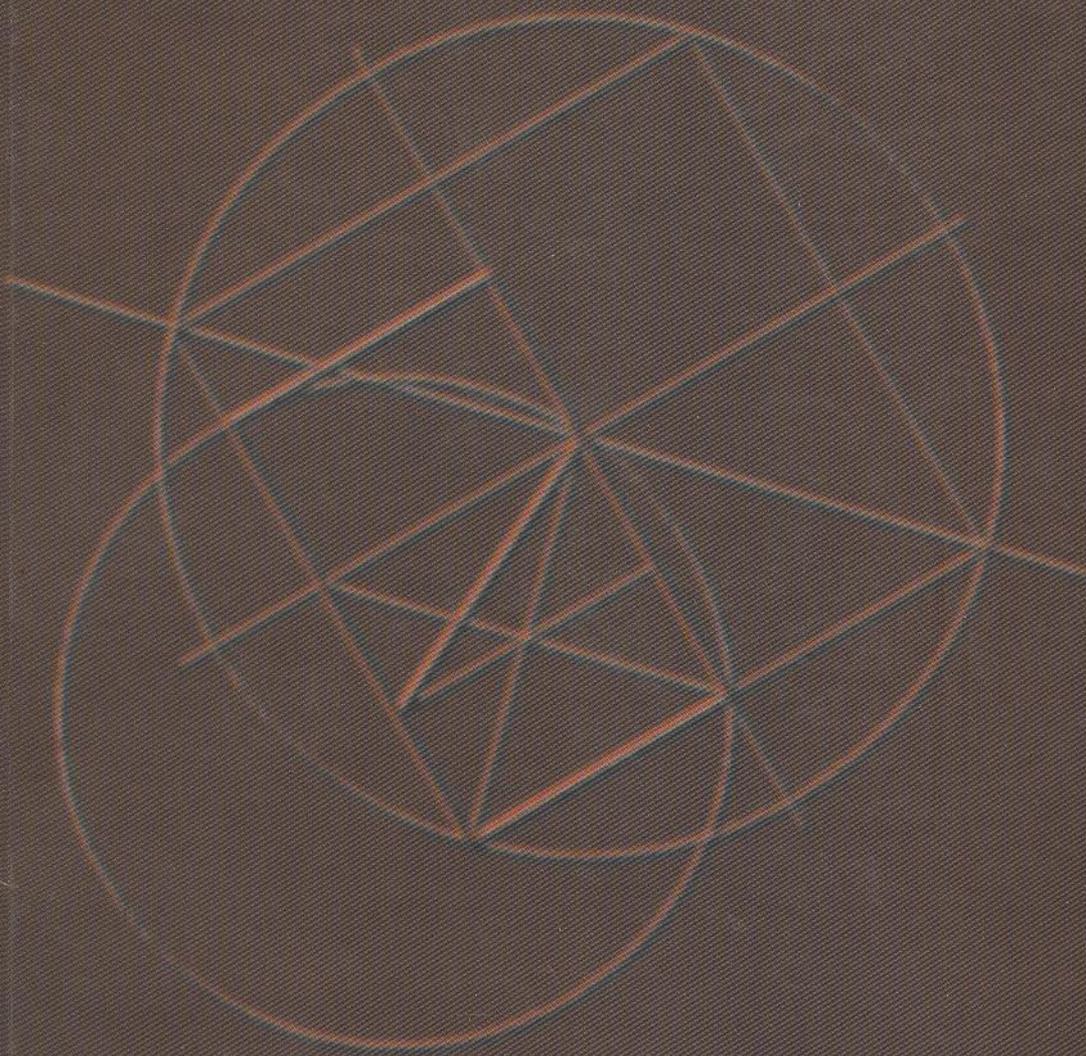


L-400  
Ej: 2



**Fundamentos del  
Diseño Tridimensional**  
Franklin Hernández Castro



FUNDAMENTOS DEL  
DISEÑO  
TRIDIMENSIONAL

FUNDAMENTOS DEL  
DISEÑO  
TRIDIMENSIONAL  
M.Sc. Franklin  
Hernández Castro



EDITORIAL TECNOLÓGICA DE COSTA RICA

*Don't buy 1997*



Primera edición, 1995  
Editorial Tecnológica de Costa Rica

*L-0400*

*Cj: 2*

*cn \$ 5.00*

*11/03/96*

*RA-0440*

514.224

Hernández Castro, Franklin

Fundamentos del diseño tridimensional

ISBN 9977-66-083-2

1. Espacio tridimensional

© EDITORIAL TECNOLÓGICA DE COSTA RICA

**Instituto Tecnológico de Costa Rica**

Apdo 159-7050, Cartago, Costa Rica

Tel (506)551-5333 Fax (506)552-5354

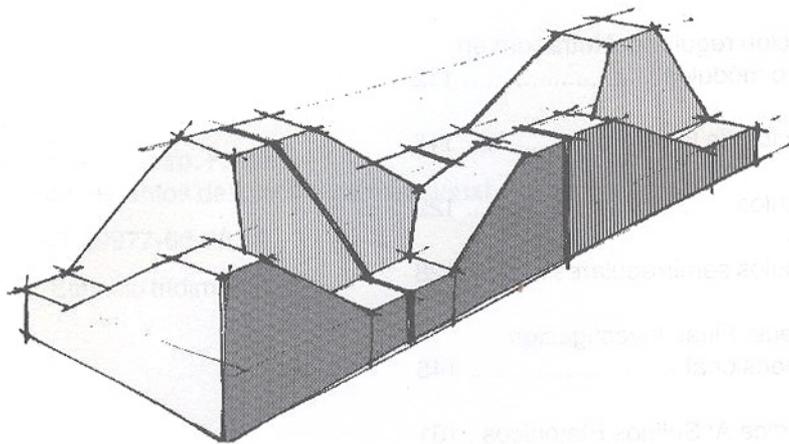
ISBN 9977-66-083-2

Hecho el depósito de ley

Impreso en Costa Rica

## Contenido

Introducción .....	6	Partición regular del tetraedro en cuatro módulos .....	112
Operaciones de simetría .....	8	Partición de la esfera .....	118
Operaciones .....	10	Retículos .....	122
Operaciones de simetría combinadas .....	12	Retículos semirregulares .....	128
Redes regulares .....	16	Proyecto Final: Investigación tridimensional .....	145
Redes con coordenadas combinadas .....	19	Apéndice A: Sólidos Platónicos .	151
Redes con coordenadas polares y base cuadrada .....	20	Apéndice B: Sólidos de Arquímedes .....	153
Redes como programa .....	22	Apéndice C: Altura del Tetraedro .....	159
Combinatoria .....	32	Apéndice D: Proporciones internas del Hexaedro .....	165
Investigación de las caracterís- ticas de redes bidimensionales ....	38	Literatura .....	169
Proporción en el sistema cúbico ..	70		
Partición regular del cubo .....	76		
Partición en tres módulos .....	81		
Proporción del sistema tetraedro .....	98		
Partición regular del sistema tetraedro .....	102		



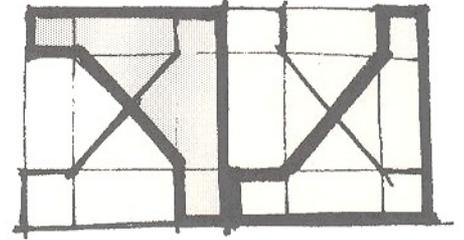
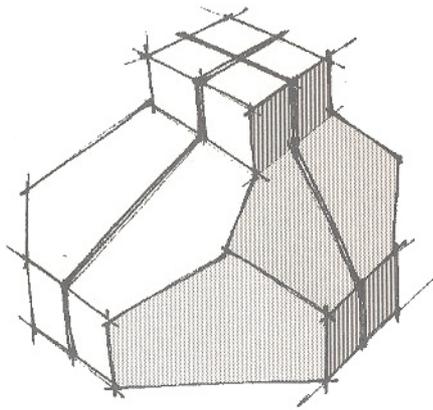
## INTRODUCCION

El siguiente es el resultado de una investigación y síntesis en el campo de la teoría del diseño. Está pensado como base teórica y práctica de un curso de fundamentos tridimensionales de diseño que pretende dar al estudiante el manejo del espacio tridimensional.

El curso ejercita específicamente la capacidad de entender en forma analógica la estructura del espacio tridimensional. Esto representa una destreza para analizar, segmentar teóricamente y reorganizar formas tridimensionales complejas. Desde este punto de vista presenta aplicaciones directas en campos como Diseño Industrial, Arquitectura e Ingeniería.

El análisis de formas como arcos góticos, nudos conectores o concavidades en moldes industriales requiere de capacidades y destrezas para las cuales se direccionan los ejercicios de este libro.

La teoría de diseño (Basic Design, Grundlage Gestaltung, Vorkurz) es una herramienta que genera un



particular modo de ver un problema, una especie de mezcla entre el pensamiento analógico y el algorítmico. Las especializaciones del mundo contemporáneo nos han llevado a separar esta teoría según la disciplina que se seguirá después, ya sea Arquitectura, Diseño Gráfico, Diseño Industrial, etc.

Es un concepto más que probado por la historia que la base del conocimiento en diseño es común a todas estas disciplinas. Esta es la posición de esta investigación que genera en el estudiante un modo de pensamiento útil lo mismo para una que para otra disciplina.

El manejo y entendimiento profundo del espacio tridimensional requiere de un entrenamiento especial de la mente; el análisis de la teoría mediante la realización de los ejemplos que se describen, es fundamental para la conclusión con éxito de este curso, lo mismo que para la realización de las dos investigaciones propuestas.

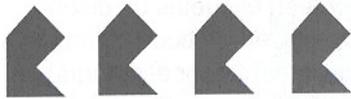
El curso se divide en dos etapas

principales. La primera, parte del manejo bidimensional del espacio con el fin de dar al estudiante un ambiente con herramientas que le permitan orientarse desde un punto de partida más simple, pues la mayoría de estos estudiantes se enfrentan por primera vez al manejo de las características estructurales del espacio. Esta etapa no pretende ser un curso de fundamentos bidimensionales de diseño (para lo cual resultaría incompleta), sus contenidos están orientados únicamente a generar los conocimientos y destrezas necesarias para enfrentar la segunda etapa del curso.

Esta segunda etapa forma el contenido principal del curso y su extensión es mayor que la anterior. Partiendo del análisis de estructuras tridimensionales se llega a comprender las características involucradas en la mecánica del espacio tridimensional, con el fin de proyectar en este ambiente con propiedad.

El curso recoge temas y ejercicios discutidos por variados autores a través de la historia del diseño académico. Muchos de los ejercicios propuestos han sido puestos en marcha en escuelas de diseño europeas, en particular alemanas, especialmente por el catedrático Franz Schleissner Beer en su cátedra de "Elementares Gestalten" en la Fachhochschule für Gestaltung en Schwäbisch Gmünd con quien tuve el honor de trabajar por varios años.

## Operaciones de simetría

*Figuras isométricas**Figuras homométricas*

Las características elementales de los ordenamientos modulares, lo mismo que algunos efectos visuales de la dialéctica de las redes y los retículos, se hacen más fáciles de reconocer y reconstruir a partir del estudio de las operaciones de simetría. Estos conceptos ayudan al estudio analítico y constructivo de esquemas estructurales que definen combinaciones modulares las cuales son más tarde irreconocibles de no ser por estas operaciones. Los siguientes son definiciones y conceptos básicos de este tipo de estudios.

## Grados de semejanza y simetría

### *Figuras isométricas*

Figuras isométricas son todas aquellas figuras o configuraciones que no son diferenciables en forma, tamaño u orientación.

### *Figuras homométricas*

Figuras semejantes que difieren entre sí solamente en tamaño sin variar en nada su forma y su orientación

### *Figuras katamétricas*

Figuras que en su forma general son reconocibles como similares a través de una misma forma de plano, cantos, curvas o relaciones estructurales sin pertenecer a los dos grupos anteriores.

### *Figuras heterométricas*

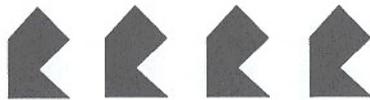
Cuando las figuras no poseen ninguna relación común y su forma individual es independiente una de otra se dice que son heterométricas.



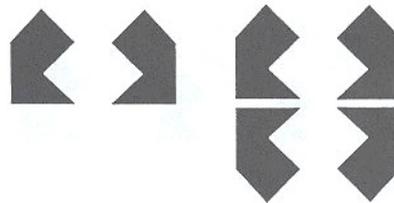
*Figuras heterométricas*



*Figuras katamétricas*



*Traslación*



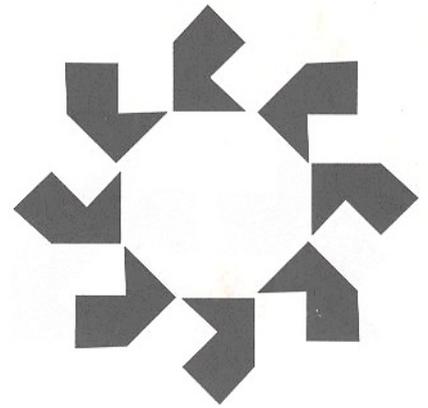
*Proyección especular*

### *Traslación*

Se llama traslación al cambio de posición en el espacio bidimensional o tridimensional de un objeto sin que este se vea alterado en su forma o tamaño. La distancia entre un punto de la figura origen y el mismo punto de la figura trasladada se llama longitud de traslación, en forma semejante, el ángulo formado por la recta entre estos puntos y el sistema cartesiano de referencia se llama ángulo de traslación. En estricto orden de conceptos, la traslación no permite el traslape de las figuras resultantes.

### *Proyección especular*

Se conoce como proyección especular la forma que define un objeto en la cara anversa de la hoja o lo que es lo mismo la forma que se refleja en un espejo, de este modo se define también un eje especular que es el eje a través del cual se da la reflexión, en nuestro ejemplo sería la línea en que el espejo toca la hoja.



*Rotación*

### *Rotación*

En el sentido de la simetría se reconoce una rotación de un objeto como un giro de un ángulo dado alrededor de un eje dado. En el espacio bidimensional el eje de rotación es normal al plano y define, más que un eje, un punto de giro, mientras que en el espacio tridimensional el eje de rotación actúa como tal. La rotación es también alcanzable a través de dos proyecciones especulares consecutivas. Nótese que mediante la rotación no es posible llegar a los mismos resultados que por la proyección especular.

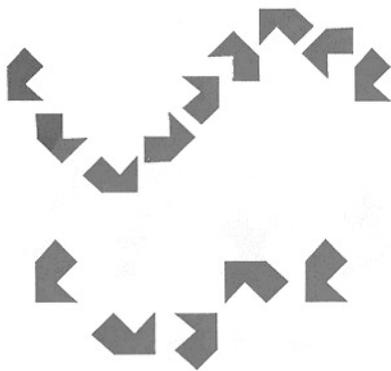


*Contracción y dilatación*

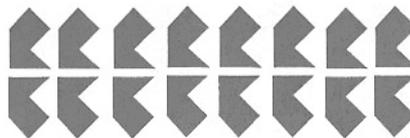
### *Contracción y dilatación*

Como sus nombres lo indican estas operaciones se refieren a un cambio dimensional, es decir, de tamaño del objeto sin que este afecte sus características similares o de forma.

## Operaciones de simetría combinadas



*Enroscar*



*Metarreflexión*

Las operaciones de simetría que hemos estudiado hasta ahora, se presentan también en forma de grupos de operaciones que se ejecutan secuencialmente y forman nuevos efectos que son conocidos como nuevas operaciones, este conjunto de efectos ha sido llamado operaciones combinadas. A continuación se lista un resumen de las más usadas.

### *Enroscar*

Enroscar, como le he llamado aquí, es una operación que consiste en la suma de la rotación y la traslación. La operación puede contar con un eje de enrosque en cuyo caso las rotaciones se realizarán en torno a él.

### *Metarreflexión*

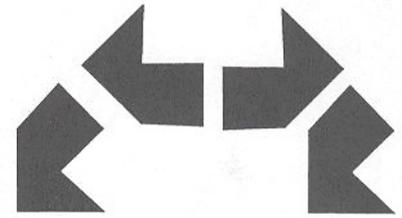
Es el efecto de operar con reflexión especular y con traslación al mismo tiempo, del mismo modo que enroscar la metarreflexión se practica a lo largo de un eje o un plano de reflexión.

### *Rotarreflexión*

Como su nombre lo indica, es la combinación de la rotación y la reflexión especular, en el caso particular de dos reflexiones especulares consecutivas se da por consecuencia un giro o rotación.

### *Contratraslación*

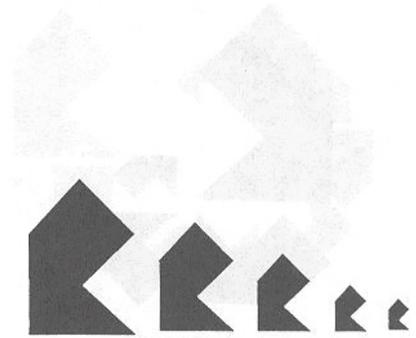
La combinación entre traslación y contracción es una de las combinaciones más usadas en este tema, diferenciable podría ser el eje de traslación y el de rotación.



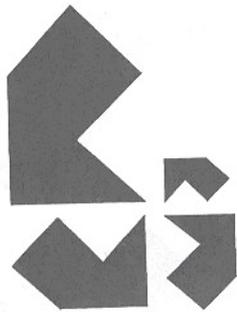
*Rotarreflexión*



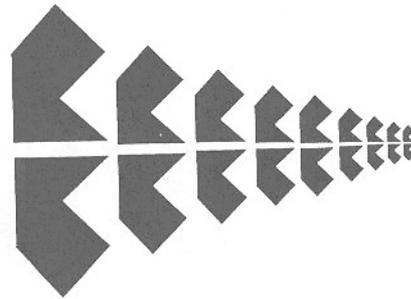
*Contratraslación*



*Contratraslación*



*Contrarrotación*



*Contrarreflexión*

### *Contrarrotación*

La combinación entre rotación y contracción se llama contrarrotación, el eje de simetría de la rotación simple continúa funcionando igual.

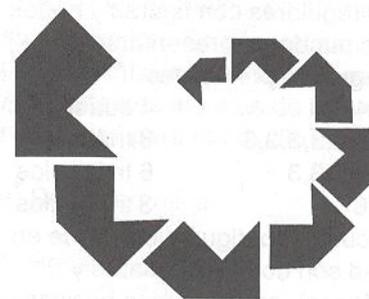
### *Contrarreflexión*

Cuando el módulo es tratado con reflexión especular y al supermódulo resultante se trata con contracción estamos en presencia de una contrarreflexión, existe un eje de reflexión que continúa siendo válido y útil para la nueva operación.

### *Contraenroscar*

En contraenroscar el motivo se enrosca y al mismo tiempo se contrae, en la operación podrían variar relaciones como ángulo de rotación, radio de rotación y longitud de traslación.

La combinación entre las operaciones básicas de simetría y entre estas y sus nuevas posibilidades es simplemente infinita. El muestrario anterior solo pretende servir como ejemplo de una cantidad de posibilidades abiertas al estudiante.



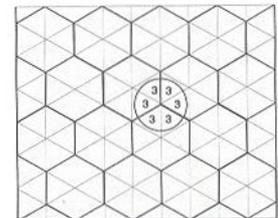
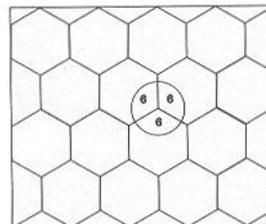
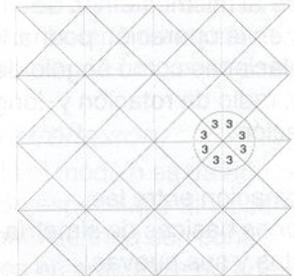
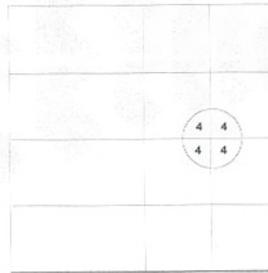
*Contraenroscar*

## Redes regulares

Redes regulares con figuras y nodos iguales pueden representarse en cuatro grupos principales

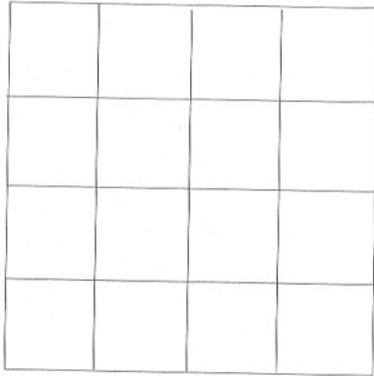
- 1) 4,4,4,4                      4 cuadrados
- 2) 3,3,3,3,3,3,3,3            8 triángulos
- 3) 3,3,3,3,3,3                6 triángulos
- 4) 6,6,6                        3 triángulos

Estas cuatro configuraciones que en realidad son dos (triangulares y cuadráticas), son las redes básicas y en realidad únicas sobre cuyas características se construyen todas las posibles combinaciones bidimensionales.

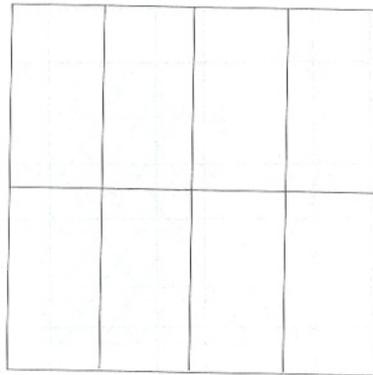


## Redes con coordenadas rectangulares

Las redes pueden ser construidas también en múltiplos, cambiando así su proporción. En general son posibles infinitas combinaciones. Aquí listamos algunas de las más relevantes para el estudio de redes.



*a*



*b*

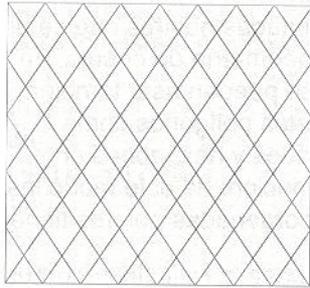
- a) Red cuadrática  
1 : 1
- b) Rectángulo vertical  
1 : 2
- c) Rectángulo horizontal  
2 : 1
- d) Red 1/3  
1;2 : 1;2
- e) Red 2/4  
1;1;2 : 1;1;2
- f) Red 2/6  
1;1;2;2 : 1;1;2;2


*c*

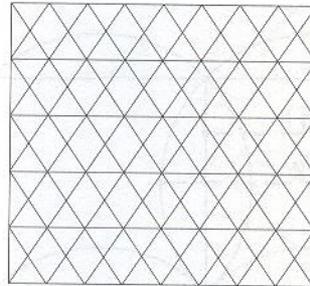

*d*


*e*

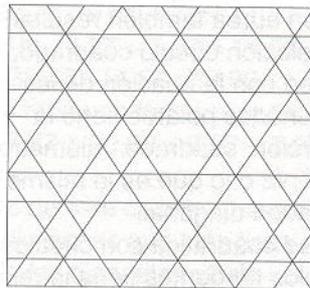
## Redes con coordenadas combinadas



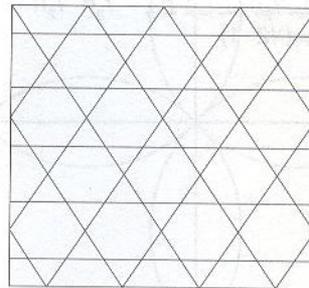
a



b



c



d

Las redes de coordenadas combinadas están formadas por triángulos de  $60^\circ$  y pueden combinarse con otros polígonos como rombos, exágonos y polígonos en general. Algunas de las posibles redes resultantes son:

- a) Redes con rombos  
 $1 : \sqrt{3}$
- b) Redes con rombos y triángulos.  
 $1 : \frac{1}{2}\sqrt{3}$
- c) Redes con rombos, triángulos y hexágonos.  
 $1 : \sqrt{3} : \frac{1}{2}\sqrt{3}$
- d) Redes con triángulos y hexágonos.  
 $1 : \frac{1}{2}\sqrt{3} : \frac{1}{2}\sqrt{3} : \sqrt{3}$

## Redes con coordenadas polares y base cuadrada

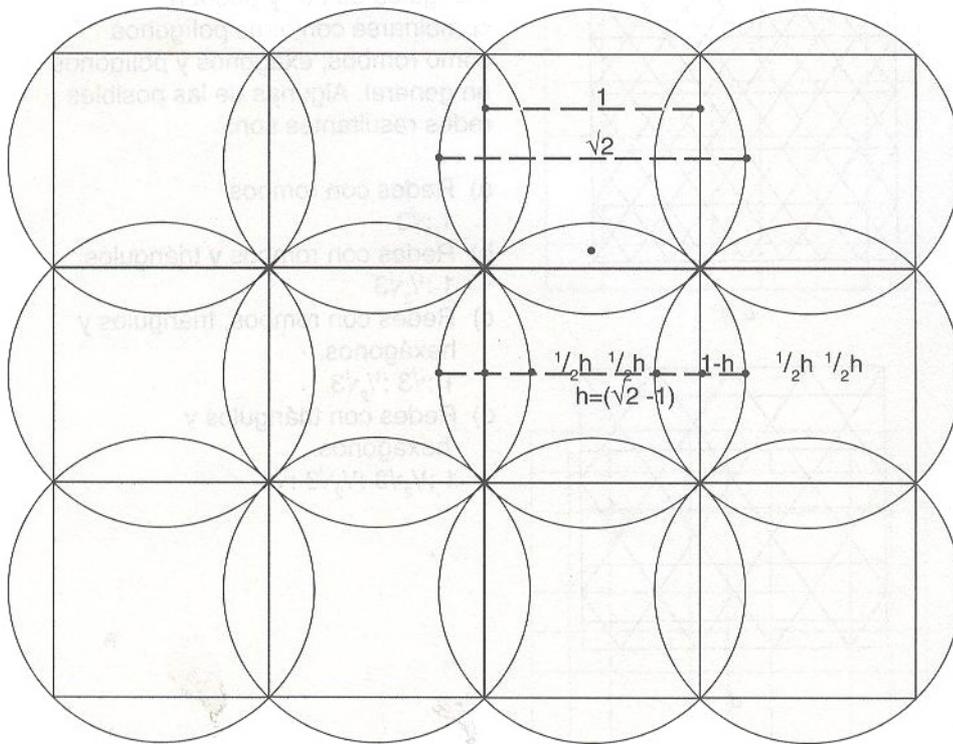
Las siguientes categorías de redes están formadas por las así llamadas coordenadas polares que se basan en la geometría de círculo. En este caso se pueden usar también diferentes polígonos como cuadrados y hexágonos en combinación; de este modo las redes con coordenadas polares tienen

como base la retícula cuadrada que ya había sido usada desde el gótico sin, olvidar que las proporciones antropométricas y con ellas la sección áurea también resultan de esta relación círculo cuadrado. Una red con la relación de las coordenadas polares tiene la proporción cuadrado : diámetro, o sea,  $1 : \sqrt{2}$  o lo que es lo mismo cuadrado : diagonal.

Una red cuadrática con círculos paralelos tangentes tiene la relación simétrica:

$$\frac{1}{2}(\sqrt{2}-1) ; 1 - (\sqrt{2}-1)$$

Esta diagramación de trabajo puede distribuirse y componerse en muchas formas, particiones de esta de dos en



dos mantienen las siguientes relaciones:

$\frac{1}{2}h$ ;  $\frac{1}{2}h$ ;  $(1-h)$ ;  $\frac{1}{2}h$ ;  $\frac{1}{2}h$ .

O lo que es lo mismo, escrito con números. Si

$1 = 35,46$  mm,

entonces

$\frac{1}{2} = (35,46) / 2 = 17,73$ .

$\sqrt{2} = 50,00$

entonces

$h = \sqrt{2} - 1 = 1,41 - 1 = 0,41$

o cuando

$\frac{1}{2}(\sqrt{2}-1) = \frac{1}{2}h = 17,73 * 0,41 = 7,27$

entonces

$\frac{1}{2}h = 17,73 * 0,41 = 7,27$

$\frac{1}{2}h + \frac{1}{2}h = 7,27 + 7,27 = 14,54$

$1 - h = 35,46 - 14,54 = 20,92$

De este modo en forma proporcional

$7,27 + 7,27 + 20,92 + 7,27 + 7,27 =$

$50,00$ mm

Además de este caso se pueden

definir divisiones aun más finas a

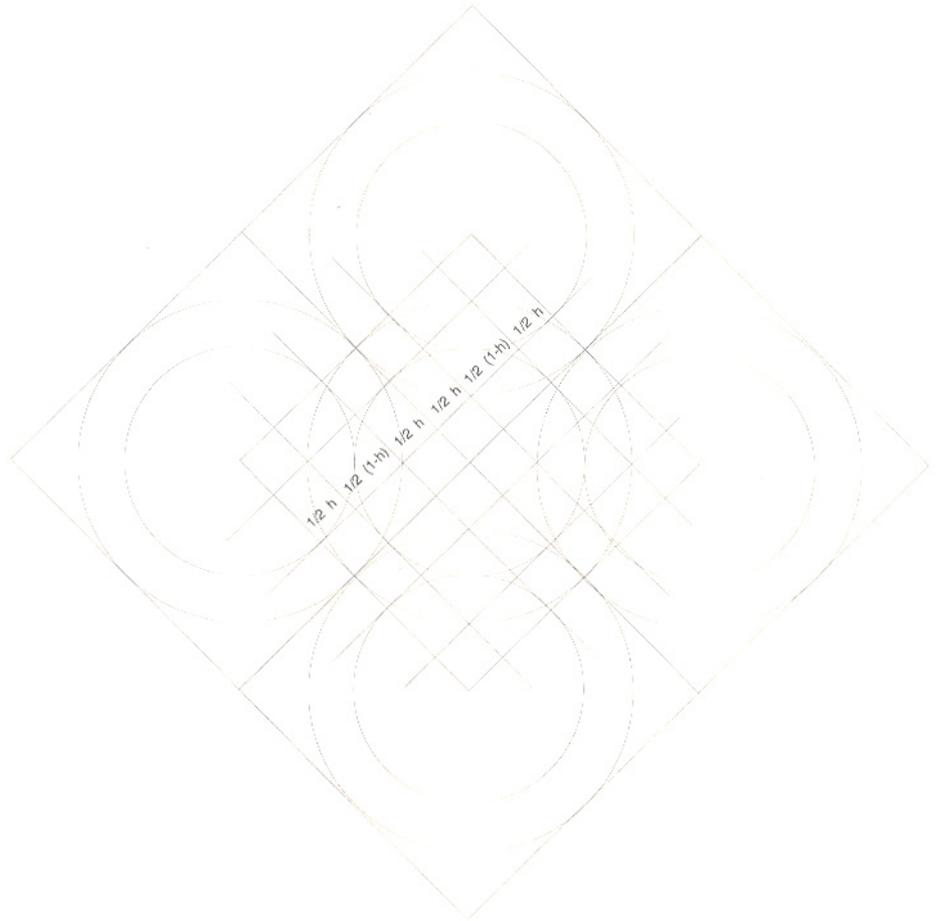
partir de las diagonales  $\sqrt{2}$  de los

cuadrados de la red tangencial. En

ese caso, las proporciones internas

de la composición son las siguientes:

$\frac{1}{2}h$ ;  $\frac{1}{2}(1-h)$ ;  $\frac{1}{2}h$ ;  $\frac{1}{2}h$ ;  $\frac{1}{2}(1-h)$ ;  $\frac{1}{2}h$





## Redes como programa

Las redes geométricas y aritméticas son el medio por el que se estudian las estructuras bidimensionales, son la lógica de orden a través de la cual se definen las relaciones en el espacio sintáctico bidimensional. Se hace la diferencia entre redes regulares, semirregulares e irregulares.

Se entienden por redes regulares las que están formadas por una sola clase de figuras; semirregulares aquellas que están formadas por varias clases de figuras pero consistentes entre ellas; e irregulares las que pueden estar formadas por una cantidad indefinida de figuras distintas.

Estas redes construyen en la mayoría de los casos la distribución programada de los elementos en el espacio de trabajo.

El principio de orden que está detrás de estas proporciones es la relación entre círculo y cuadrado, mediante la cual se determinan los números irracionales como  $\sqrt{1}$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{4}$ ,  $\sqrt{5}$ , cuya conclusión es la sección áurea.

Esta  $\sqrt{n}$ -función se tiene cuando un cuadrado es circunscrito en un círculo, la diagonal del cuadrado es  $\sqrt{2}$  conclusión lógica del teorema de Pitágoras:

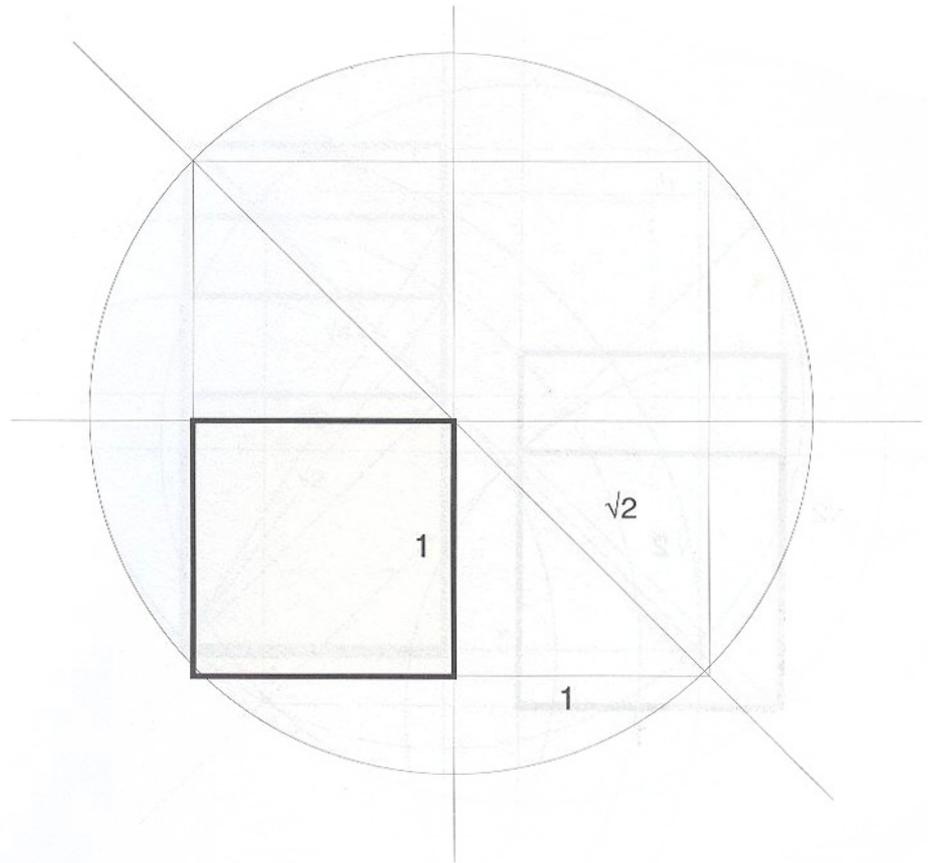
$h^2 = L^2 + L^2$  donde h es la diagonal y L son los lados del cuadrado.

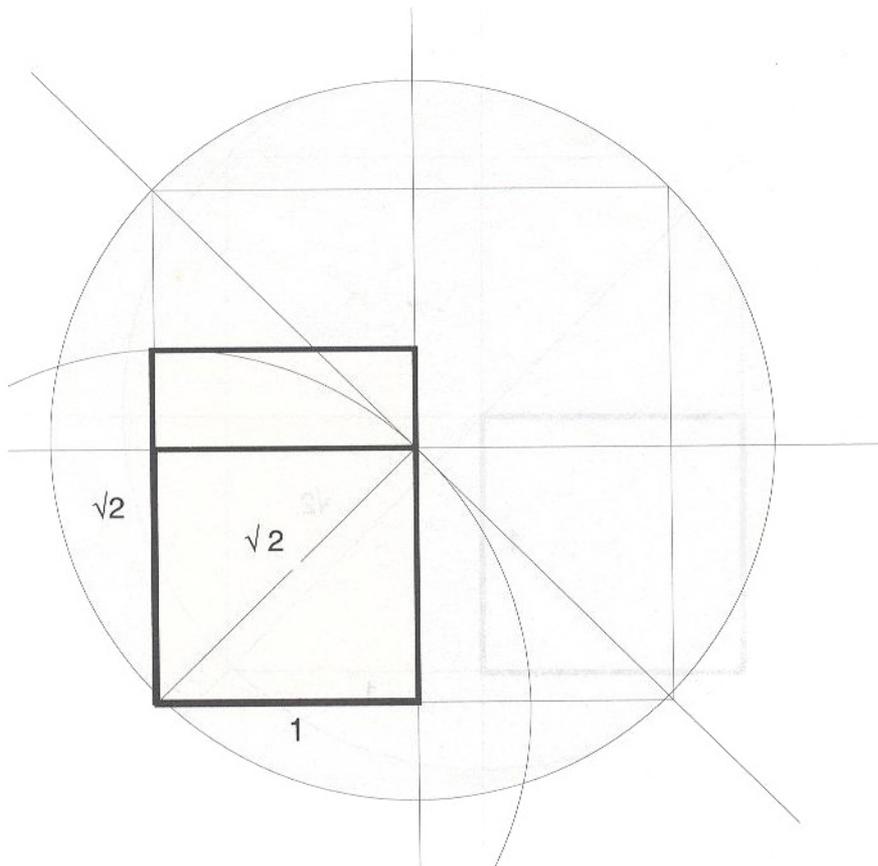
$h^2 = 2L^2$  porque ambos lados son iguales

$h = \sqrt{2L^2}$  para despejar la diagonal

$h = L\sqrt{2}$  el L cuadrado sale de la raíz

$h = \sqrt{2}$  como todo está en función del lado se obvia L





Del mismo modo, solo que trabajando con el nuevo rectángulo salido de la proyección de esta diagonal en el lado del cuadrado se obtiene la siguiente raíz, o sea,  $\sqrt{3}$ . Esto es si un lado del nuevo rectángulo es  $L$  pues continúa siendo la base del cuadrado y el otro es  $\sqrt{2}$  pues es la longitud proyectada de la diagonal encontrada en la ecuación anterior, entonces, la nueva diagonal se define igual que la anterior pero con los nuevos valores, a saber:

$h^2 = L^2 + (L\sqrt{2})^2$  donde  $h$  es la diagonal y  $L$  y  $L\sqrt{2}$  son los nuevos lados del rectángulo.

$$h^2 = L^2 + 2L^2$$

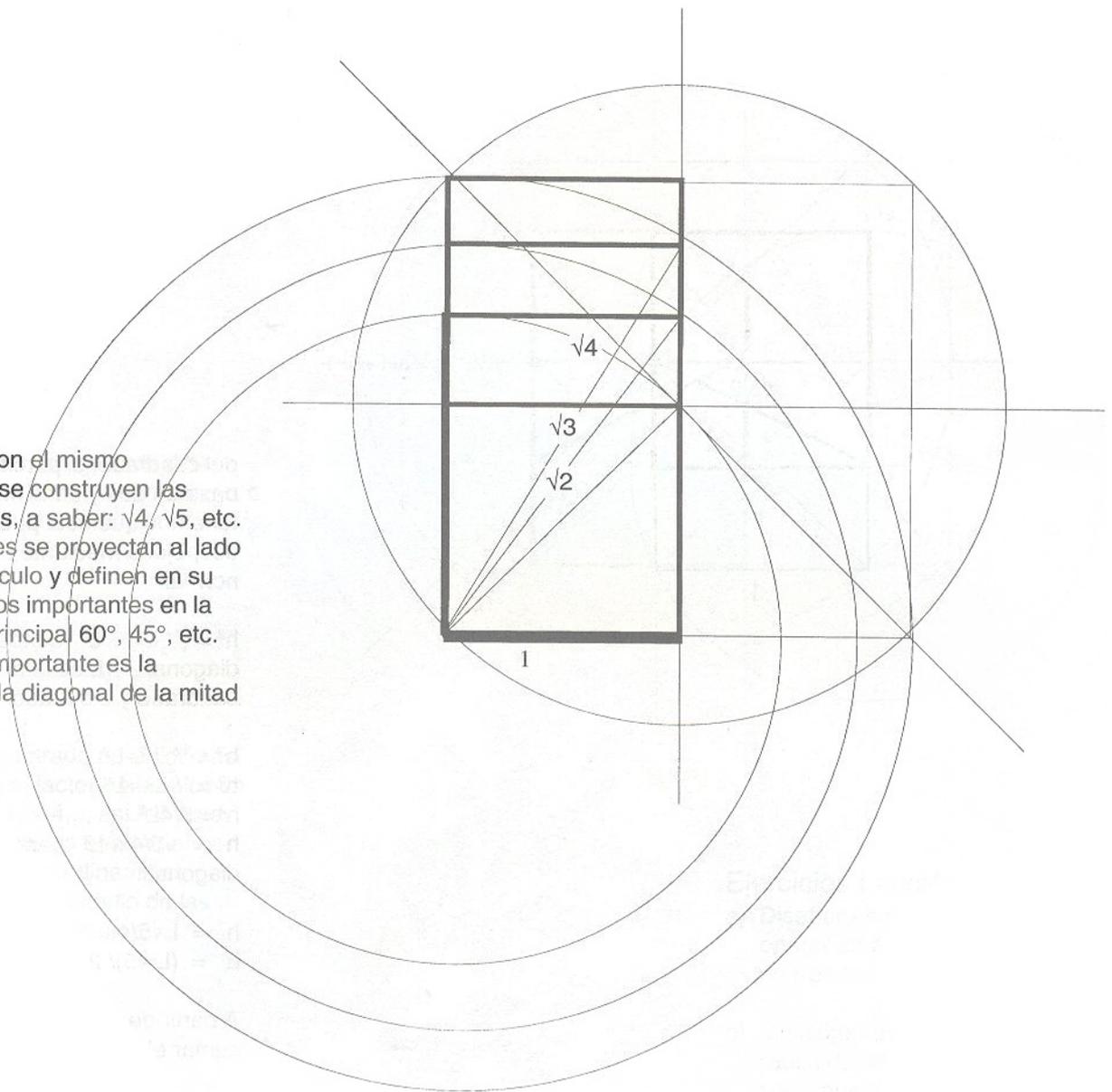
$$h^2 = 3L^2$$

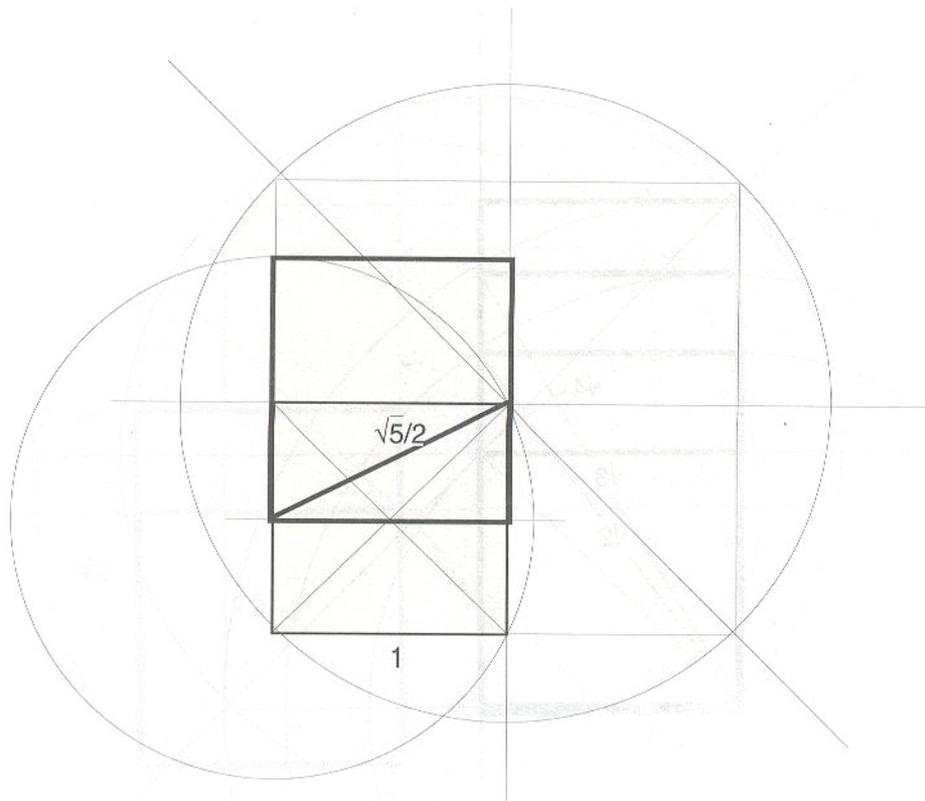
$h = \sqrt{3L^2}$  para despejar la diagonal

$h = L\sqrt{3}$  el  $L$  cuadrado sale de la raíz

$h = \sqrt{3}$  como todo está en función del lado se obvia  $L$ .

Obviamente, con el mismo procedimiento se construyen las restantes raíces, a saber:  $\sqrt{4}$ ,  $\sqrt{5}$ , etc. Estas relaciones se proyectan al lado opuesto del círculo y definen en su posición ángulos importantes en la construcción principal  $60^\circ$ ,  $45^\circ$ , etc. Otra relación importante es la proyección de la diagonal de la mitad





del cuadrado, si partimos el cuadrado base en dos y definimos su diagonal tenemos que esta puede ser despejada mediante el procedimiento normal:

$h^2 = (\frac{1}{2}L)^2 + L^2$  donde h es la diagonal,  $\frac{1}{2}L$  es la mitad del cuadrado y L su lado

$$h^2 = \frac{1}{2}L^2 + L^2$$

$$h^2 = \frac{1}{4}L^2 + L^2$$

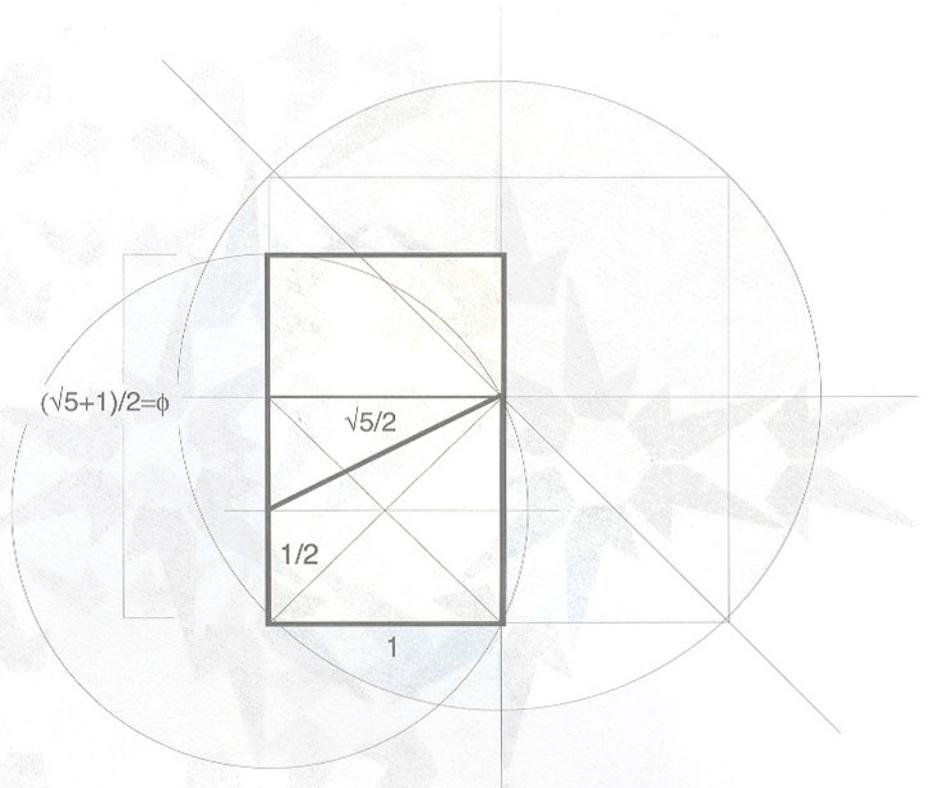
$$h^2 = \frac{5}{4}L^2$$

$h = \sqrt{\frac{5}{4}} \times L^2$  para despejar la diagonal

$$h = L\sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$h = \frac{(L\sqrt{5})}{2} \text{ o sea } h = \frac{L\sqrt{5}}{2}$$

A partir de este paso podemos sumar el otro medio cuadrado que



dejamos de lado con el fin de definir cuál es el largo del nuevo rectángulo, o sea al valor actual de  $h$  le sumamos  $1/2$ :

$$(L \sqrt{5})/2 + 1/2$$

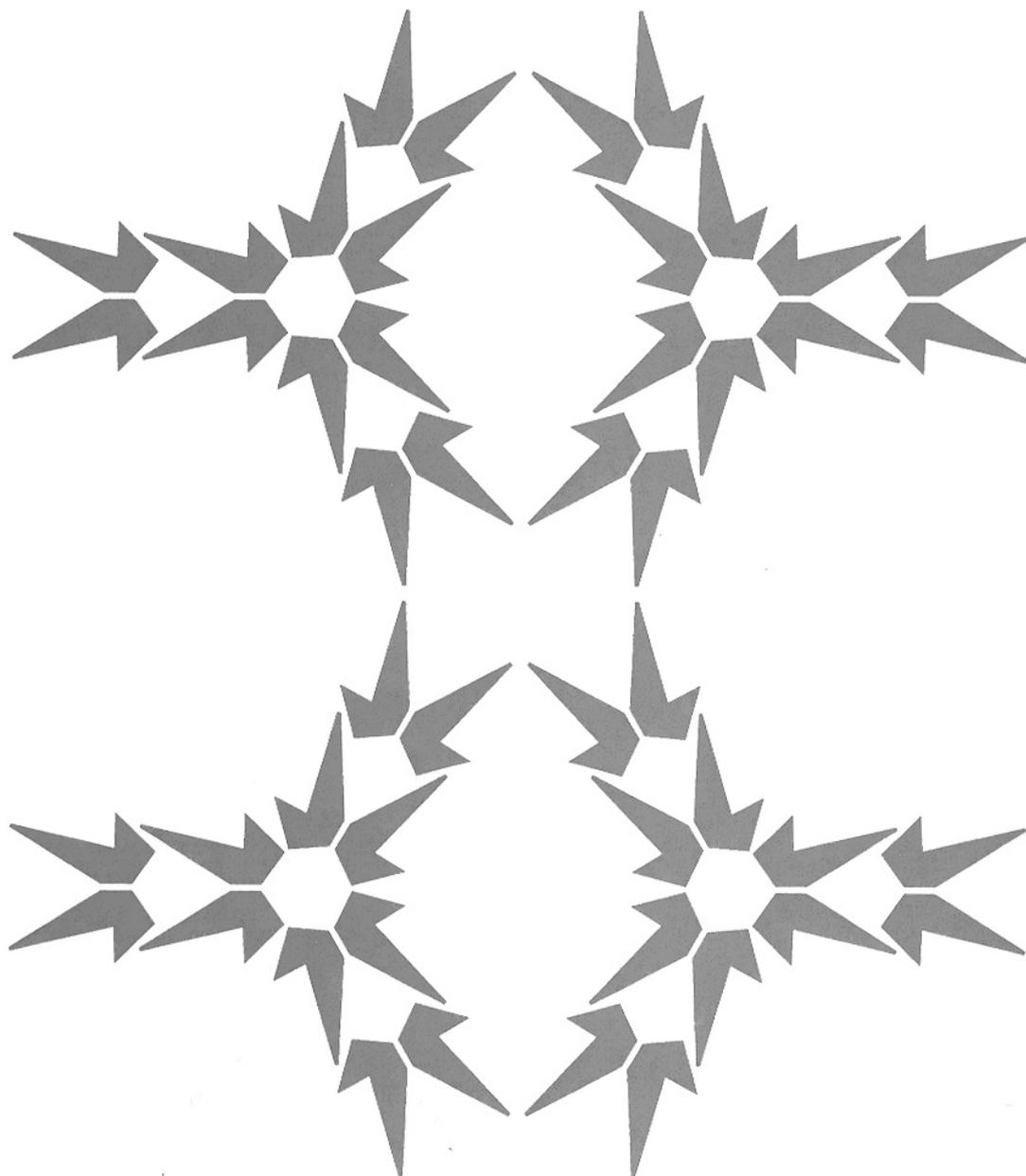
$$(2\sqrt{5} + 2) / (2 \cdot 2)$$

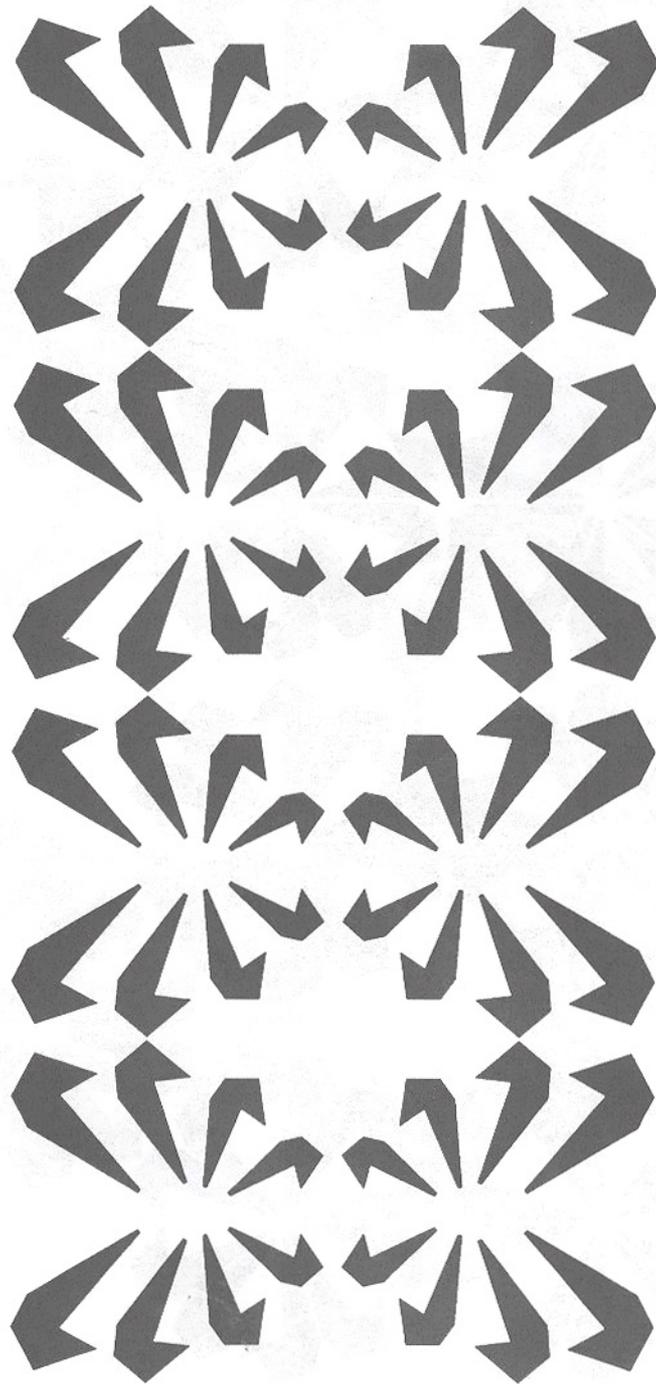
$$(\sqrt{5} + 1) / 2$$

este valor encontrado no es ni más ni menos que el factor de la sección áurea, o sea, 1,614..., así, en esta configuración básica encontramos todas las relaciones dinámicas necesarias para el estudio de las redes bi y tridimensionales.

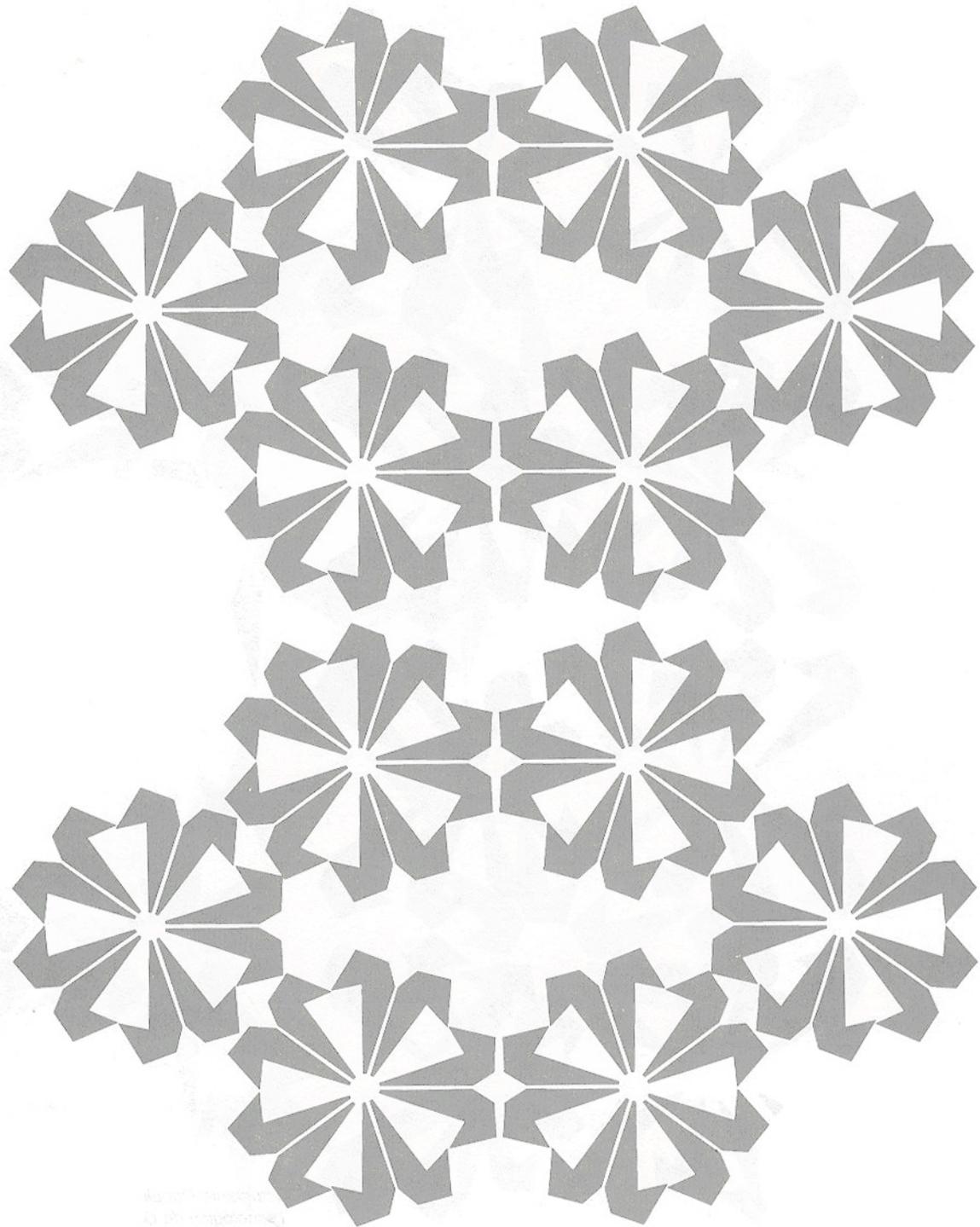
### Ejercicios Lección 1

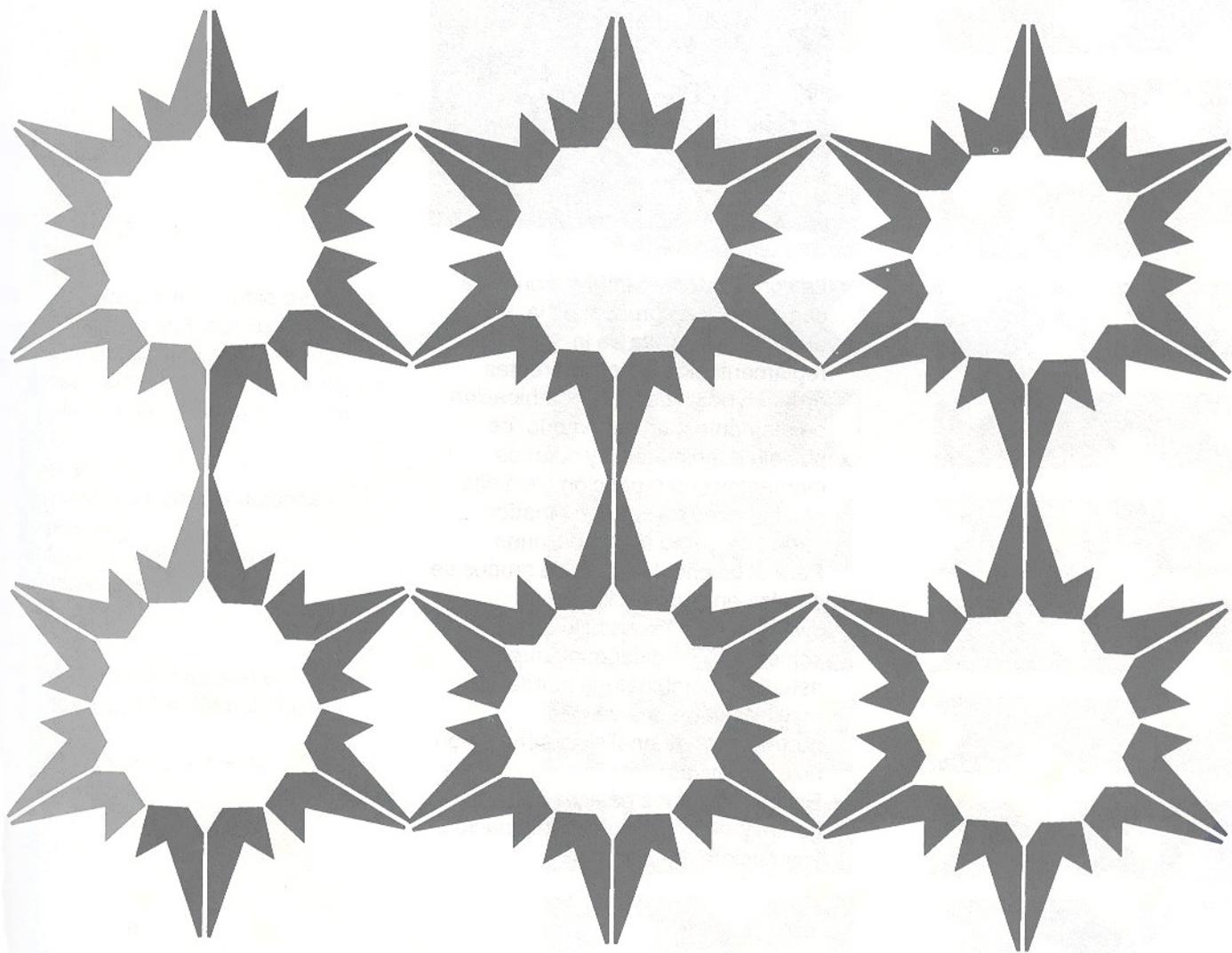
- Diseñar un módulo asimétrico y operar en él tres decooperaciones en tres secuencias consecutivas.
- Investigar de las relaciones entre redes de diferentes tipos: su sobreposición y traslape.
- Indagar sobre la geometría del arte Islámico





*Estudiante Donald Granados Gómez, Instituto  
Tecnológico de Costa Rica, II semestre 1993*





## Combinatoria

La combinatoria, también conocida como teoría de grupos, es la disciplina que trata de la reglamentación de los diferentes órdenes posibles en la combinación de elementos; de este modo, es posible definir cuáles y cuántos elementos con repetición o sin ella son capaces de ser combinados dadas un grupo de condiciones. Para el diseño, la teoría de grupos se emplea en la definición e investigación de posibilidades de solución en un diseño; en nuestro estudio la combinatoria puede convertirse en una valiosa herramienta de análisis y generación de alternativas. Existen tres tipos básicos de combinación: permuta, combinación y variación.

## Permuta

Permuta es el intercambio de todos los elementos en todos los campos a disposición cuando el número de lugares y elementos es el mismo. La fórmula de cálculo es la siguiente:

$P = n!$  donde

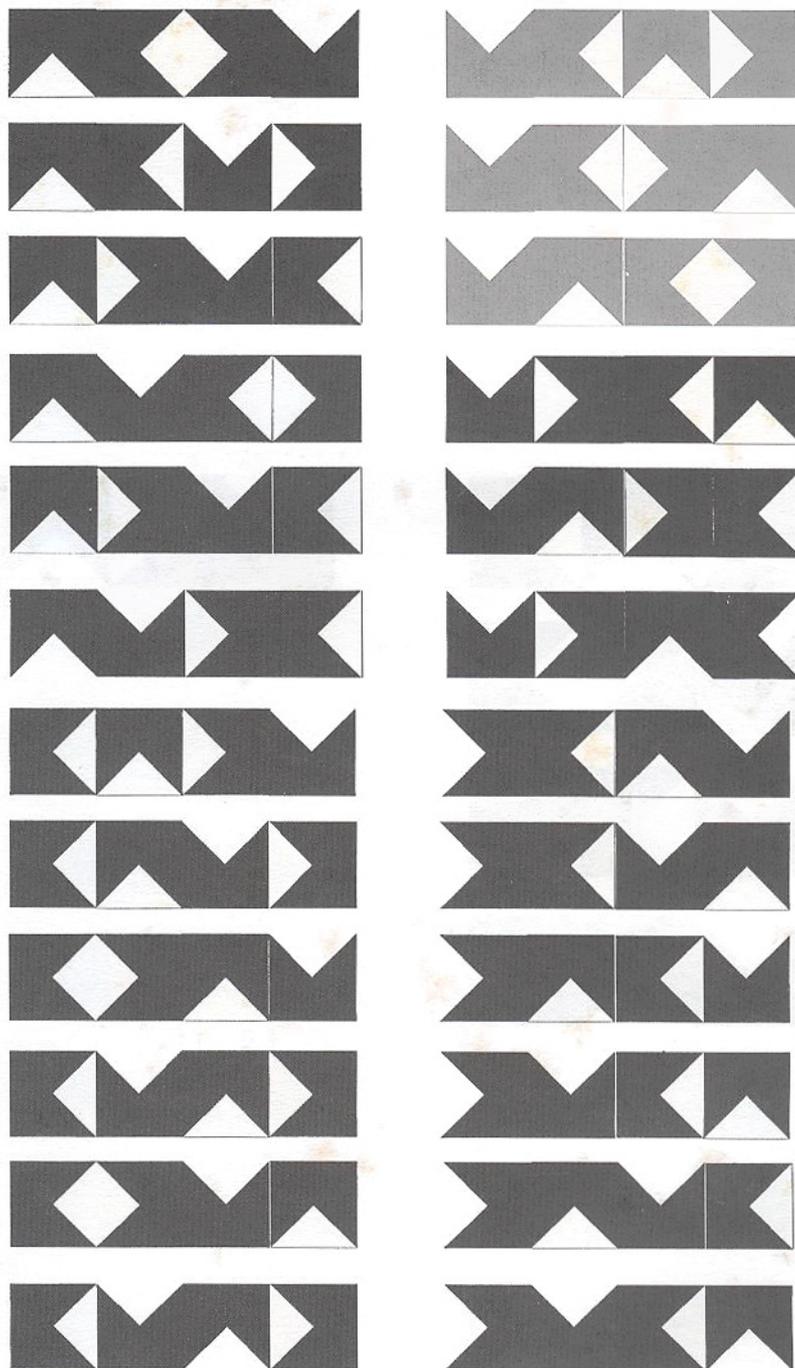
P = número de combinaciones posibles

$n!$  = factorial del número de elementos y lugares

### Ejemplo

Con 4 elementos a,b,c,d y cuatro campos 1,2,3,4 la fórmula queda

$$P = 4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$



## Combinación

Cuando la escogencia de elementos parte de un conjunto mayor a la cantidad de lugares para alojarlos, estamos en presencia de una combinación. Para el caso de las combinaciones no importa el orden de alojamiento, lo que da como conclusión que cada una de estas combinaciones están sujetas a permutas iguales que en el ejemplo anterior. El número de todas las posibles combinaciones se define como:

$$k = n! / (n-p)! * p!$$

donde:

k = número posible de combinaciones

n = número de elementos

p = número de lugares

### Ejemplo

Dado un grupo de 4 elementos de los cuales se toman 3 al azar y se posicionan, tenemos:

$$k = 4! / (4-3)! * 3!$$

$$k = 4 \times 3 \times 2 \times 1 / 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 / 6 = 4$$



## Variación

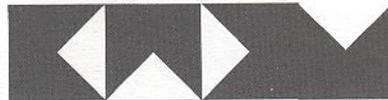
Cuando en una combinación los elementos pueden repetirse en los campos estamos en presencia de una variación. La fórmula correspondiente es la siguiente:

$n^r$      $n$  = población y  $r$  = cantidad

Usando el mismo ejemplo anterior pero con repetición, tenemos:

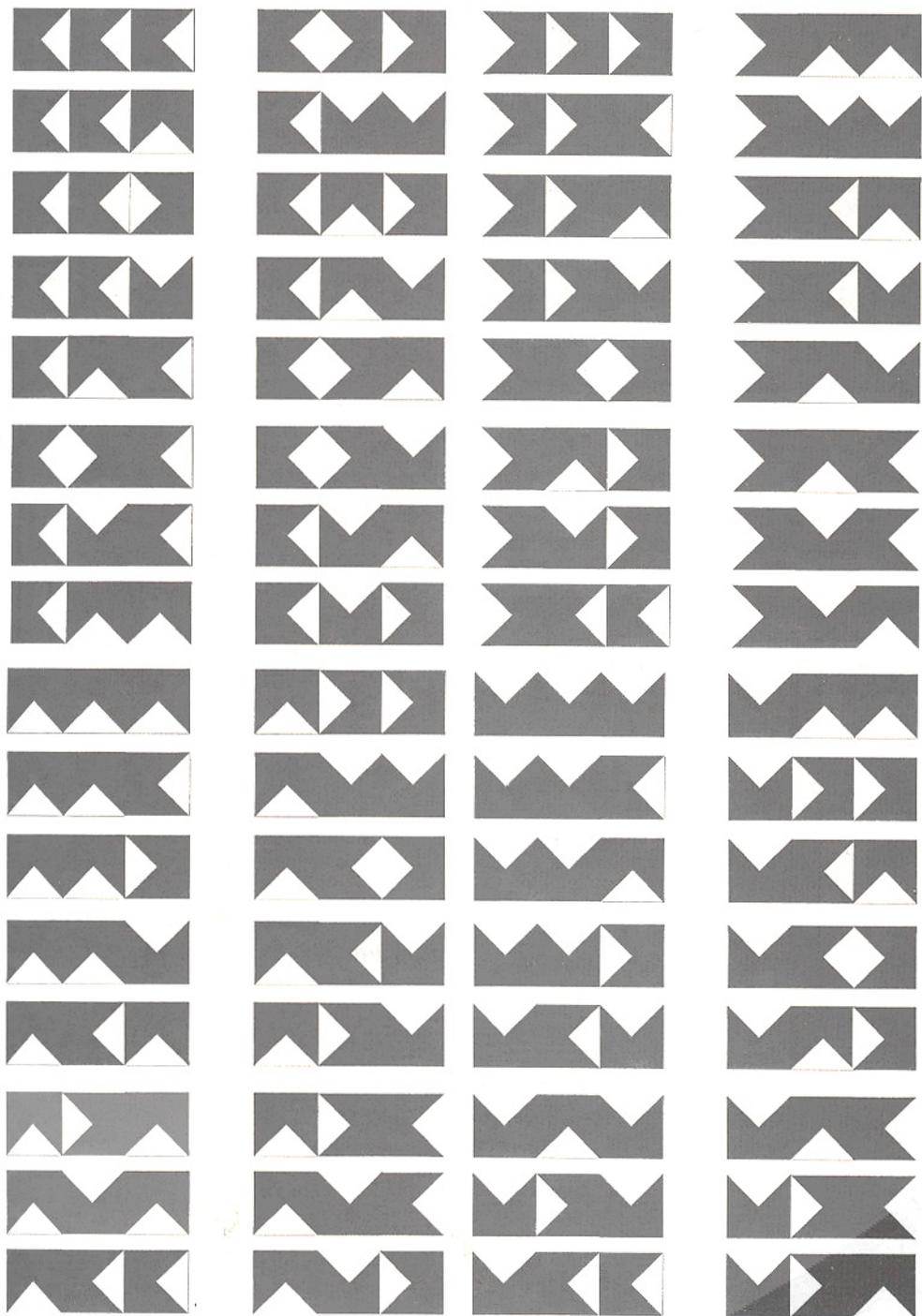
$$n^r = 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 16 \times 4 = 64$$

o sea:



## Ejercicios lección 2:

a) Generar y dibujar una variación de población 3 con una cantidad de 4 campos (total 81).



## Investigación de las características de redes bidimensionales

El objetivo principal de esta investigación es estudiar cómo se comporta el espacio bidimensional en forma estructural, la interacción de objetos en este espacio y su relación mutua.

El objetivo práctico será proyectar un conjunto de redes bidimensionales regulares y semirregulares que posean densidad espacial. En otras palabras, el ensamble entre los módulos generados debe ser tal que no existan espacios vacíos entre estos.

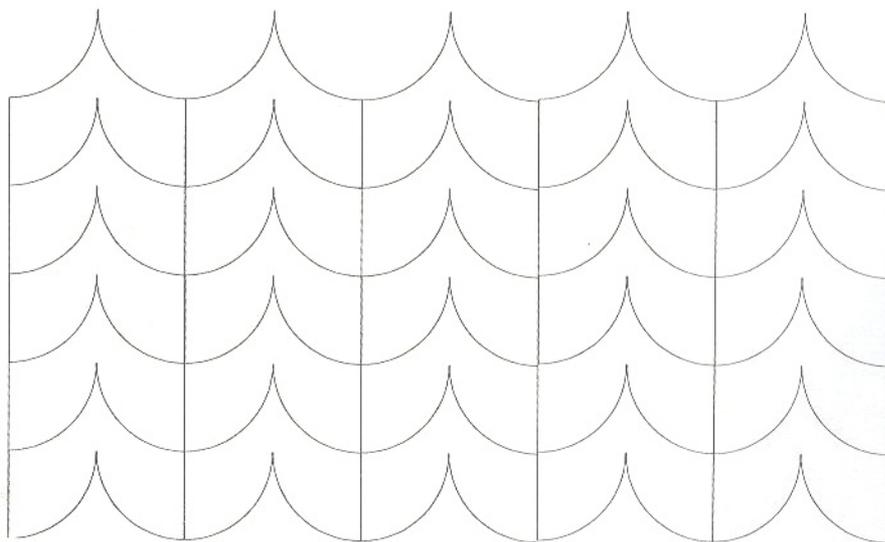
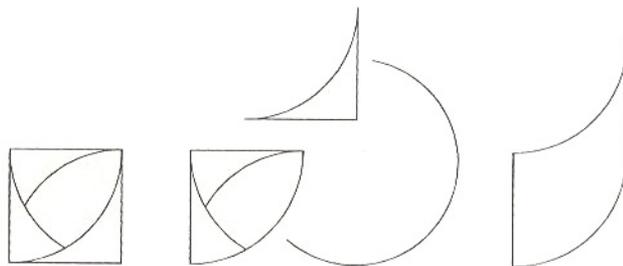
El punto de partida es una de las redes densas estudiadas en capítulos anteriores, un submódulo de estas redes (como por ejemplo el triángulo o el cuadrado), debe ser transformado según operaciones controladas en forma de sustracción y adición de las partes sustraídas sin perder el objetivo central de densidad espacial.

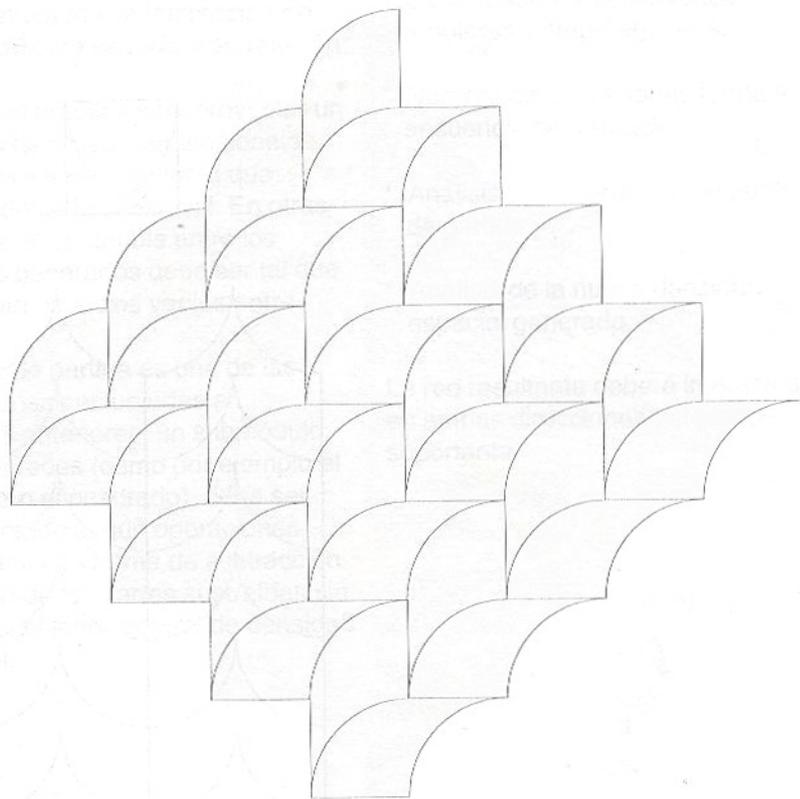
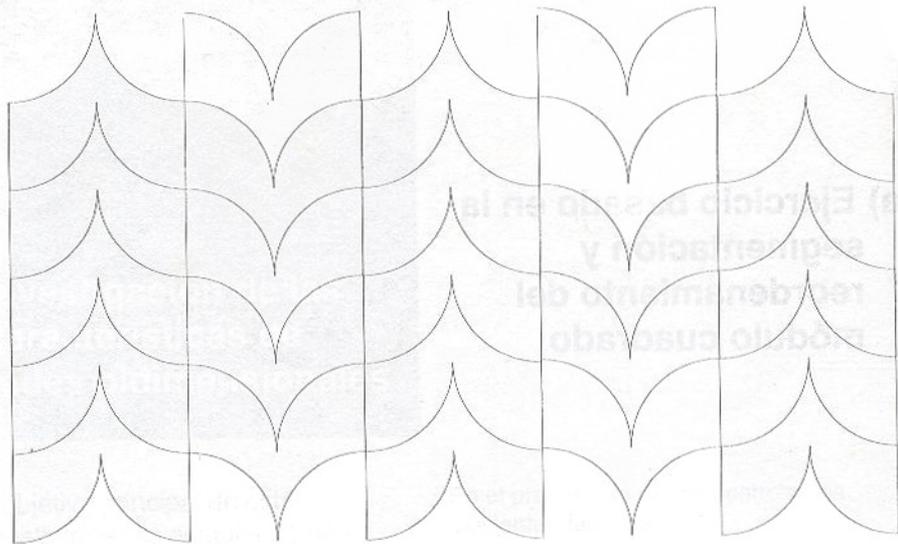
En el proceso se deben controlar los siguientes factores:

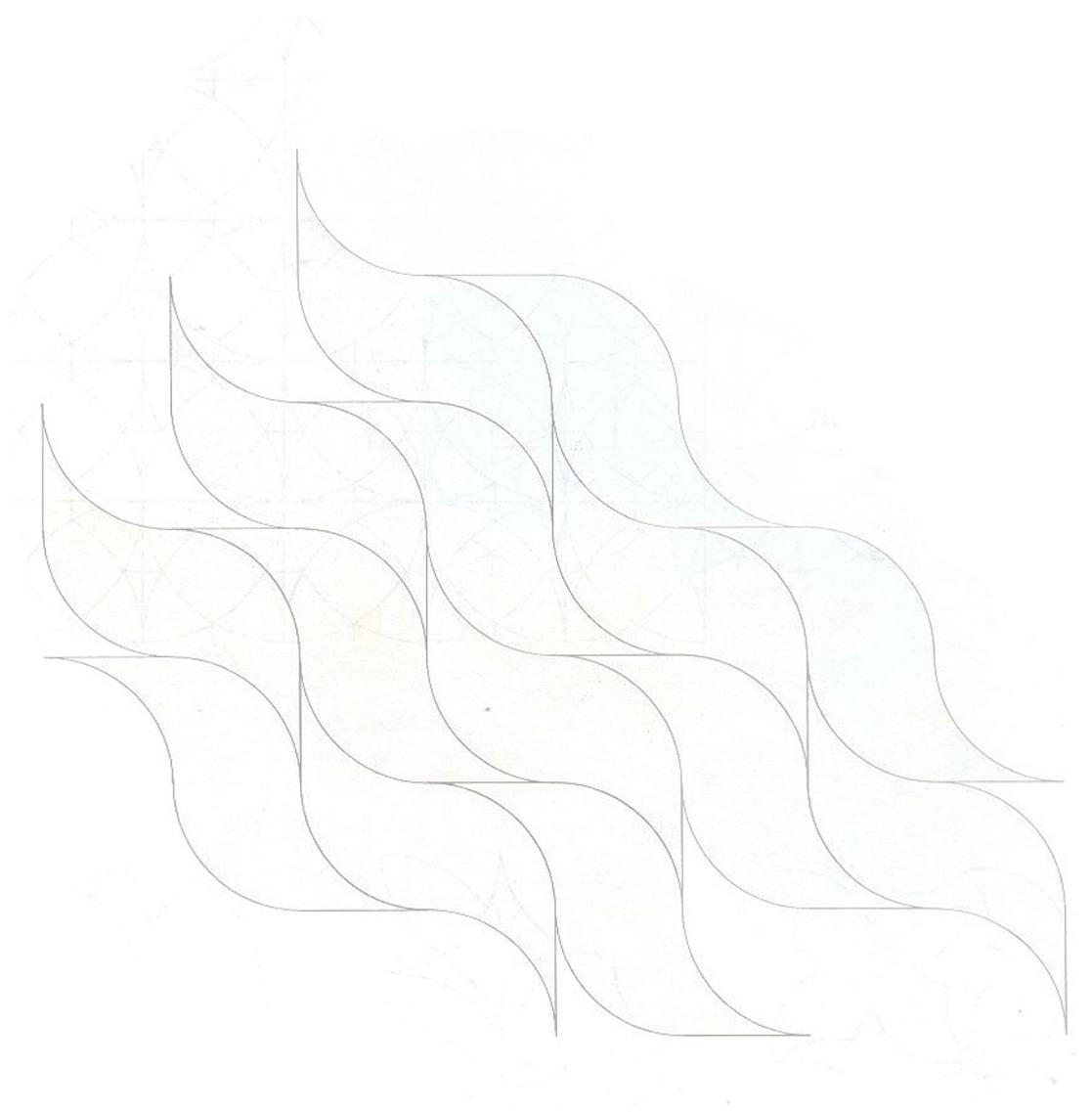
- \* Características de las redes regulares y semirregulares.
- \* Número de operaciones formales y secuencia de operación.
- \* Análisis de la densidad del punto de partida.
- \* Análisis de la nueva densidad espacial generada.

La red resultante deberá interactuar en ambas direcciones del plano soportante.

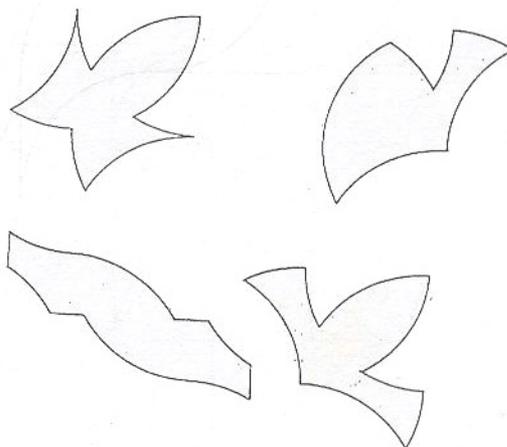
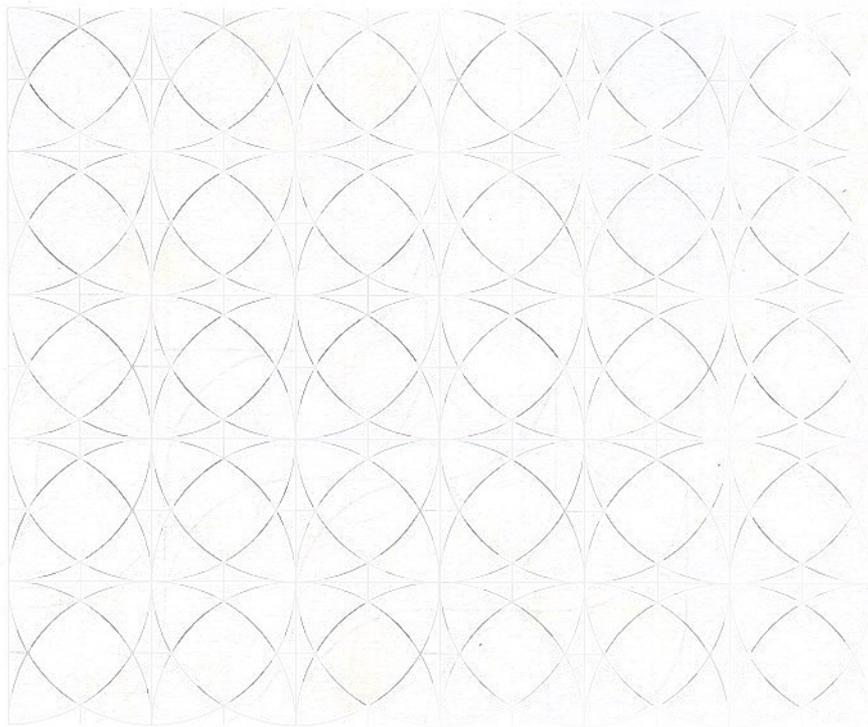
**a) Ejercicio basado en la segmentación y reordenamiento del módulo cuadrado**

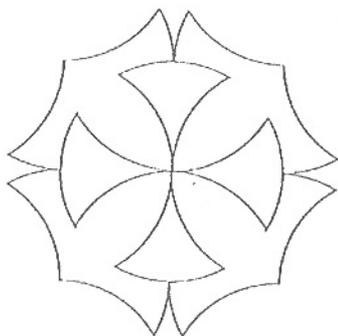
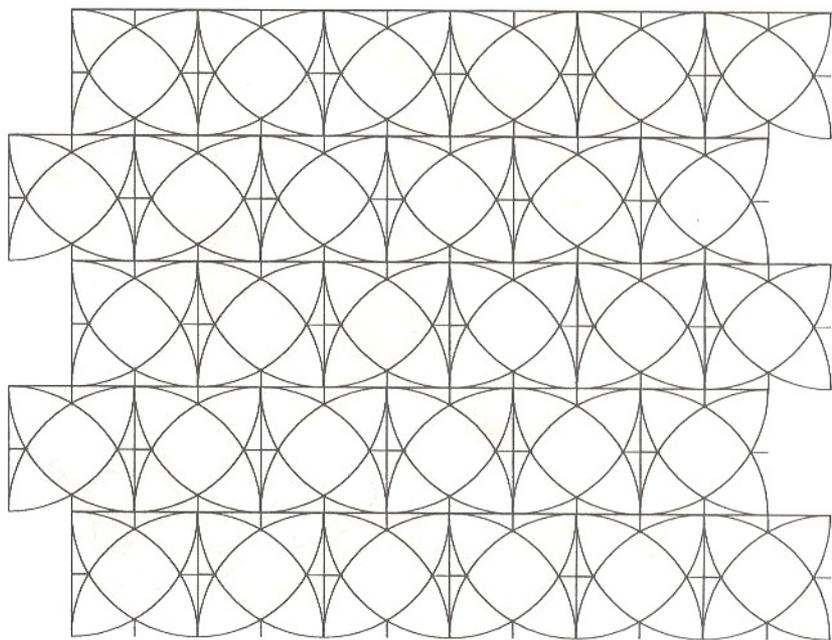


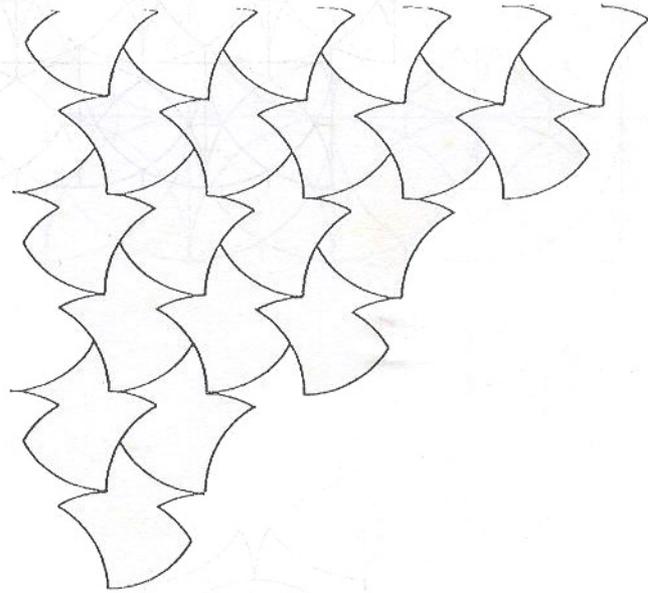


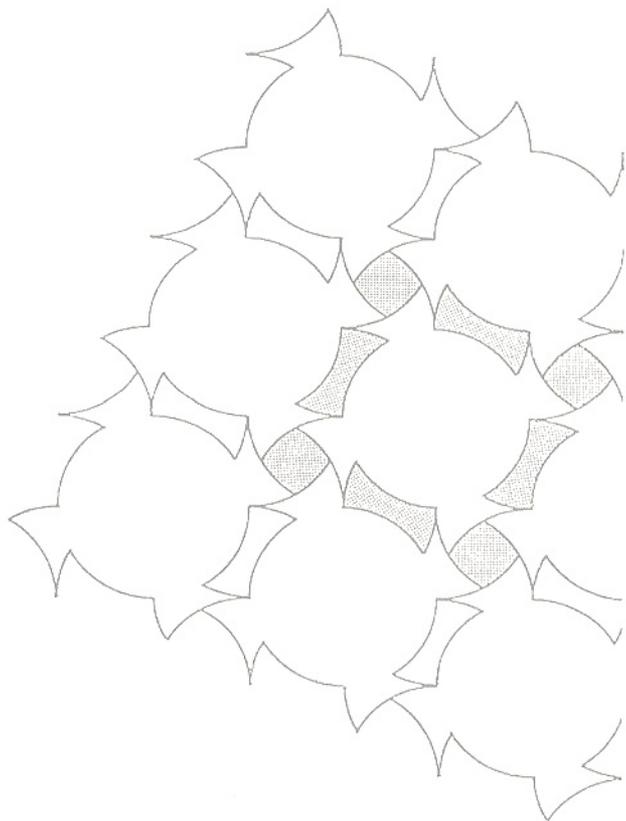
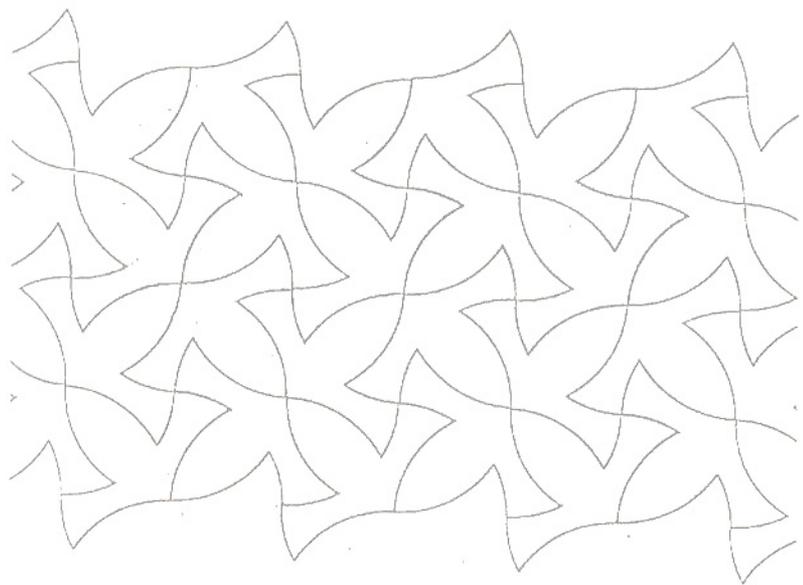


**b) Ejercicio basado en la sustracción de módulos a partir de redes regulares superpuestas**



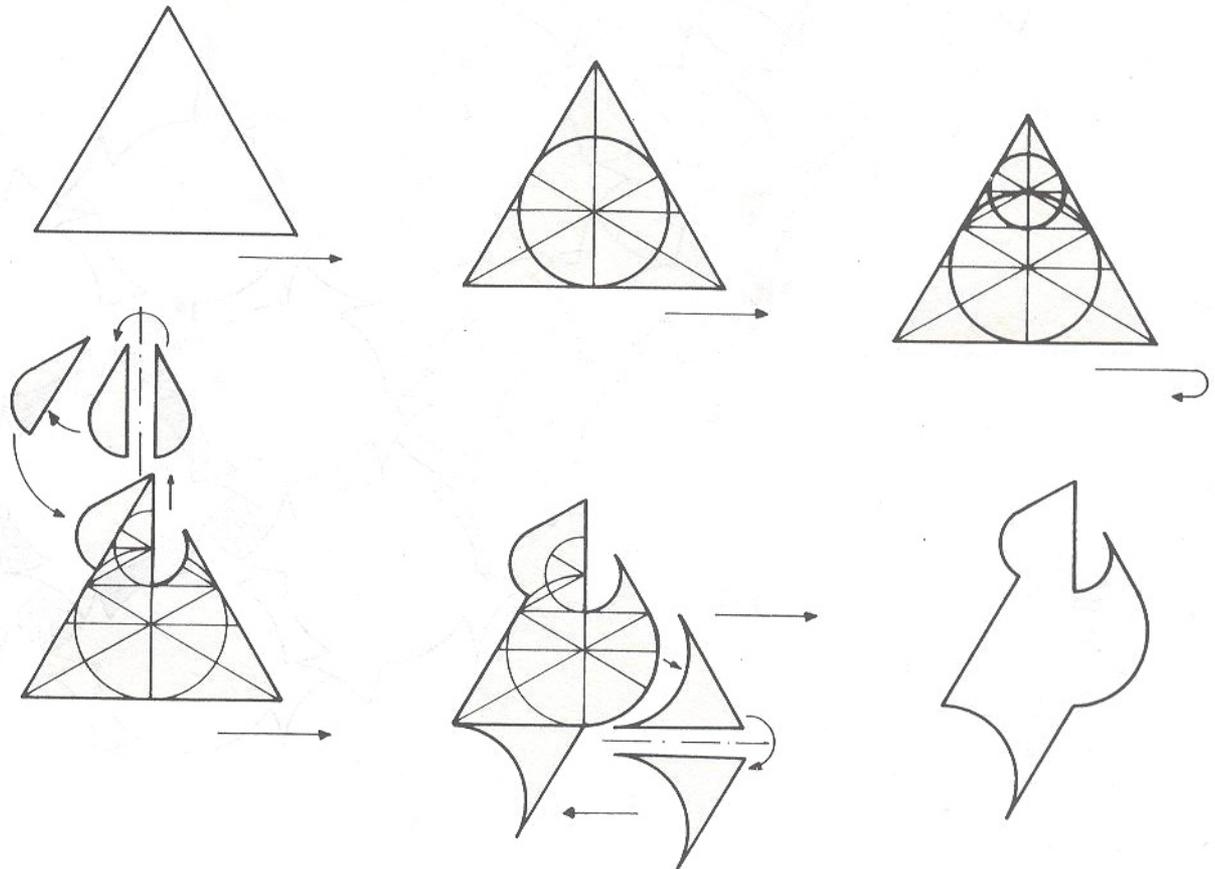


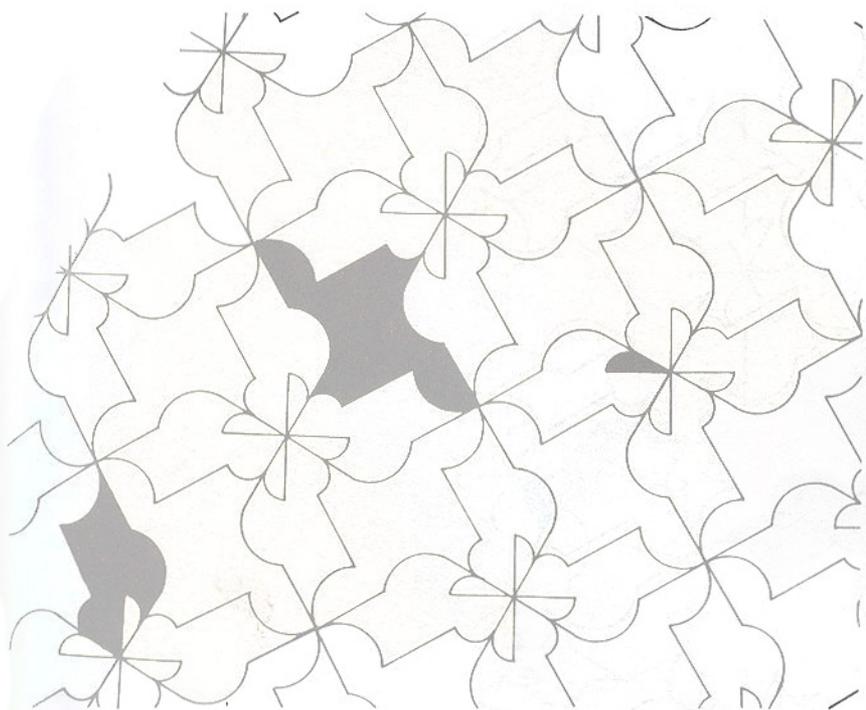
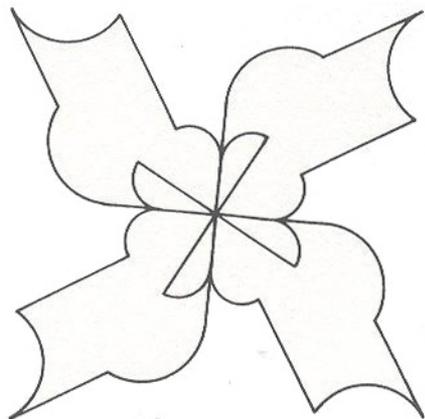


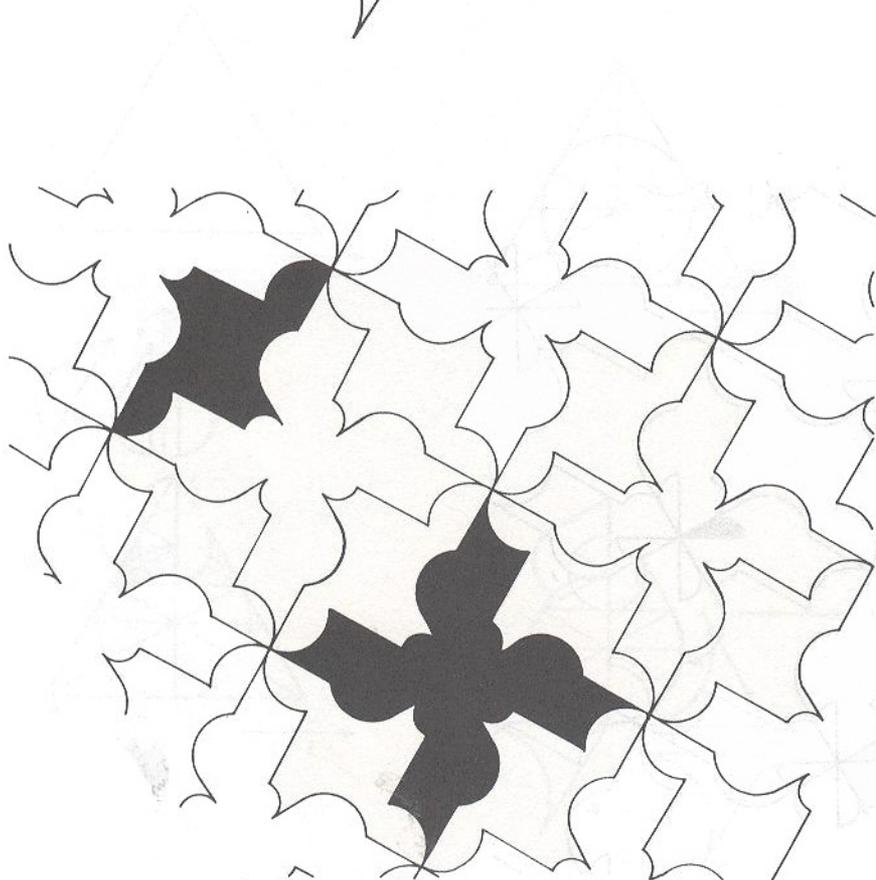
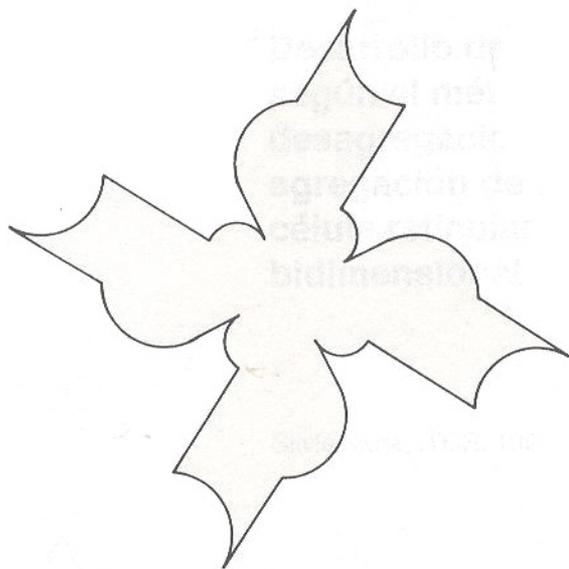


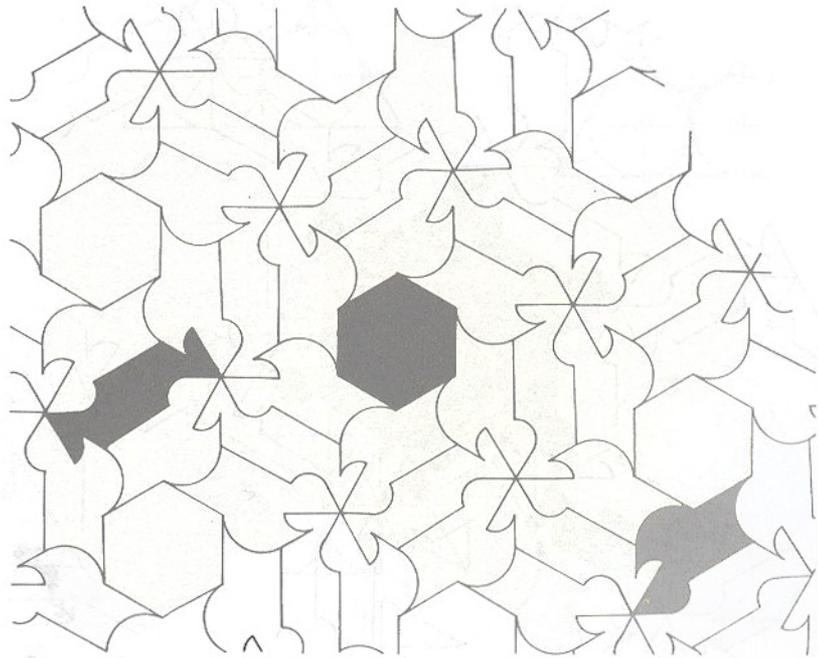
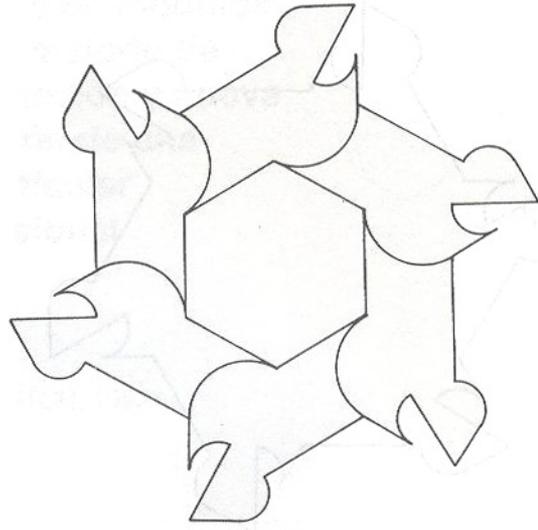
# Desarrollo de módulos según el método de desagregación y nueva agregación de una célula reticular bidimensional

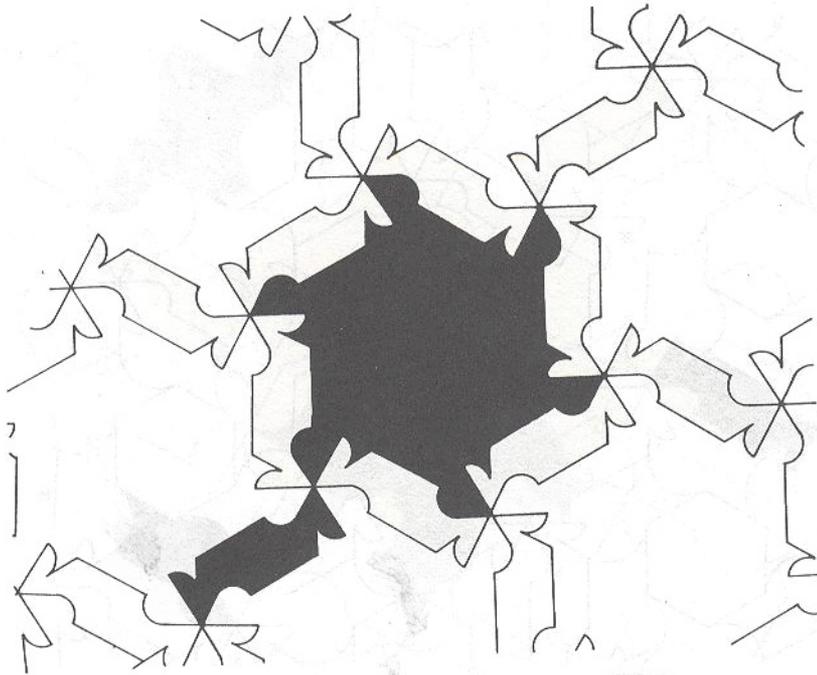
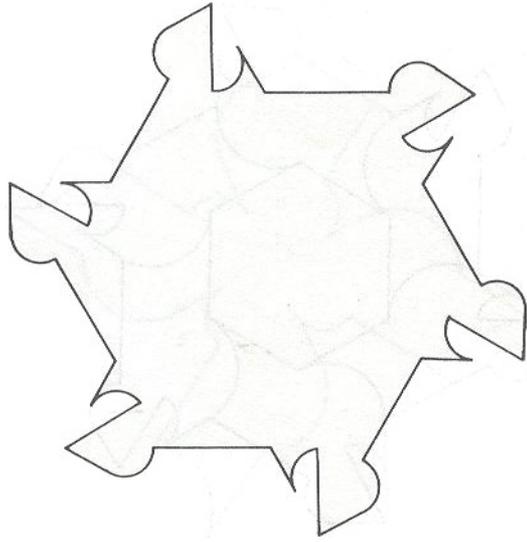
Silvia Mora, ITCR, 1992





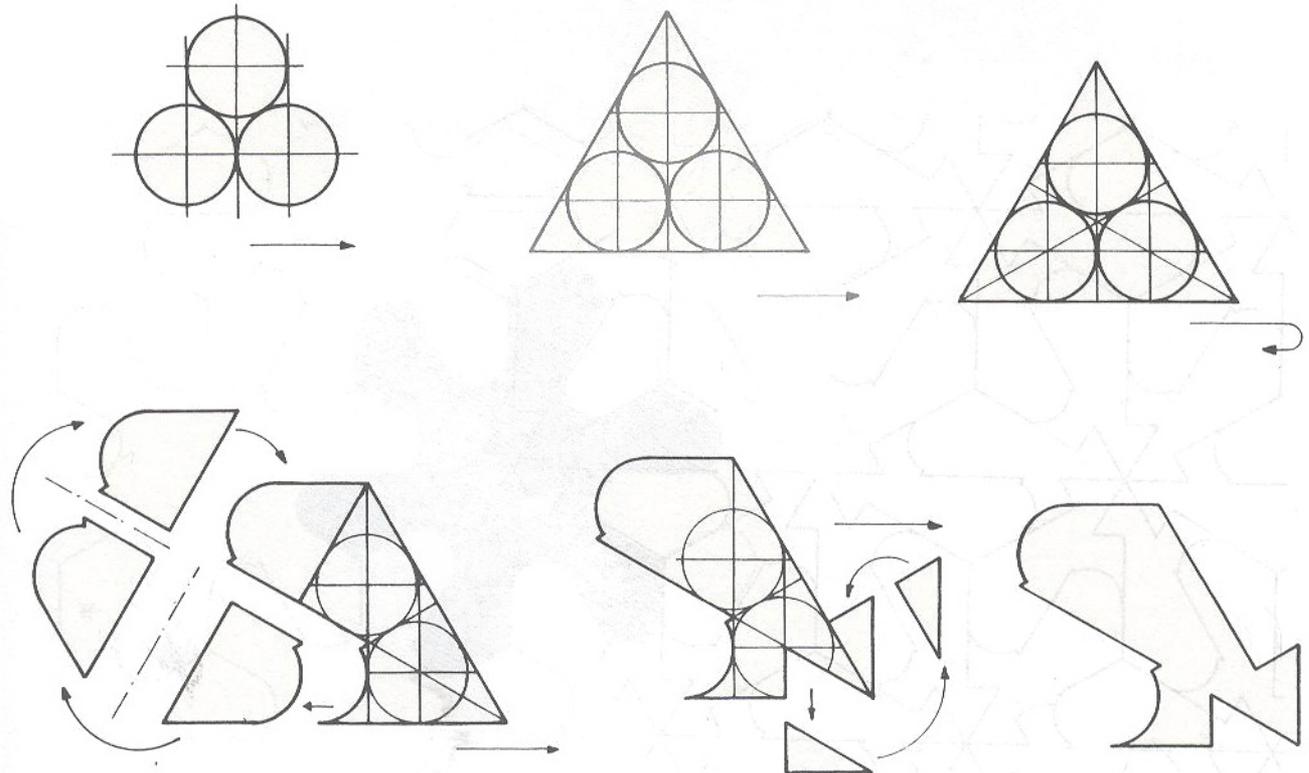


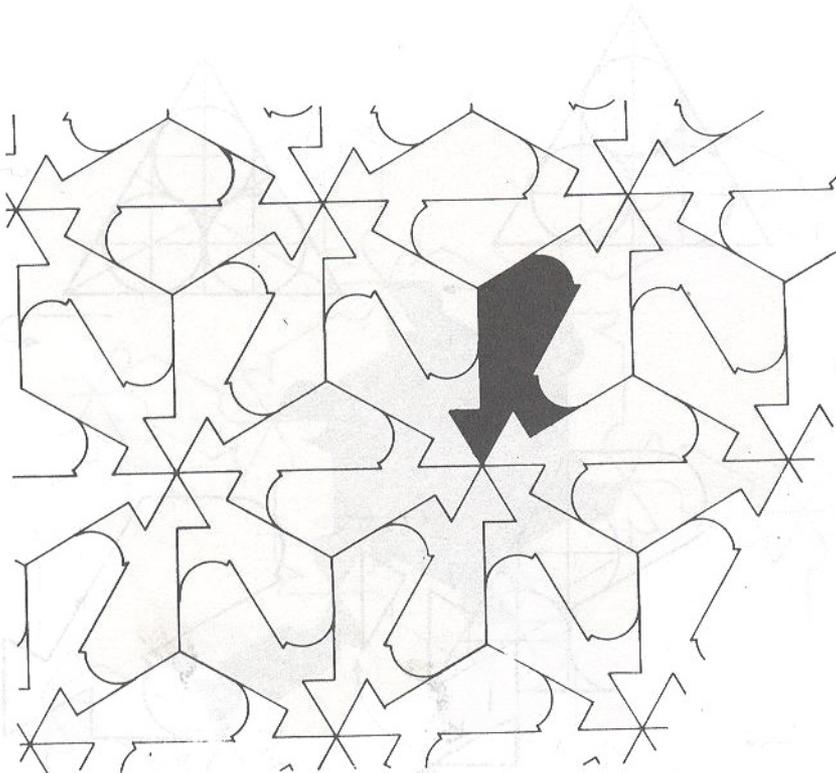
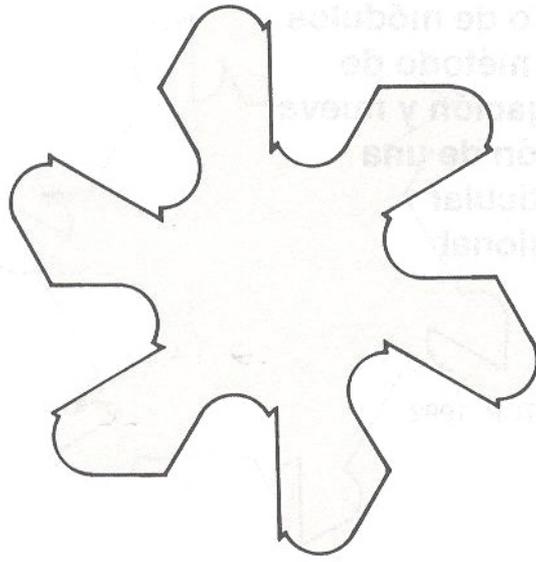


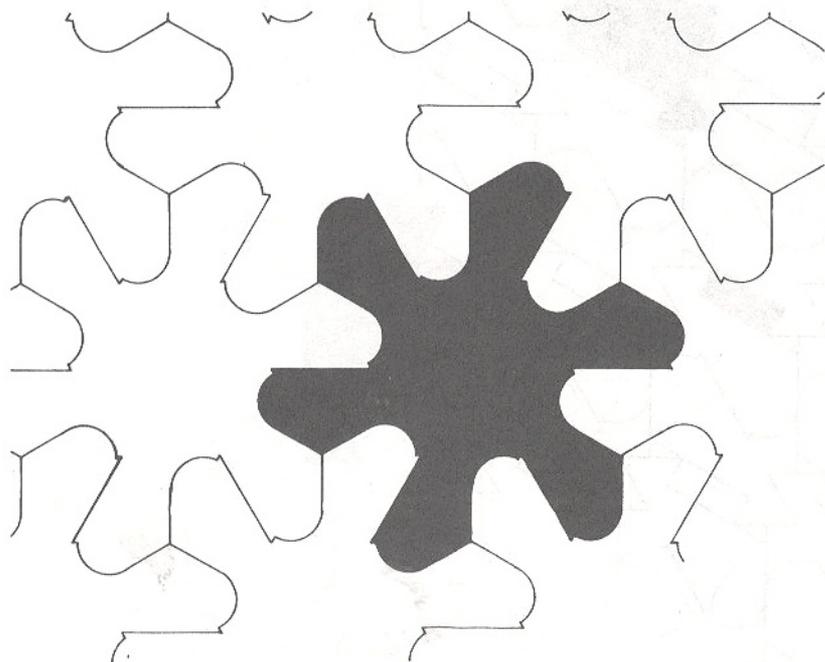
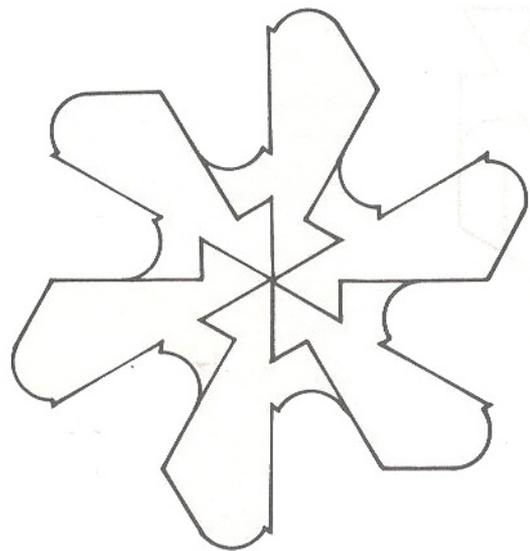


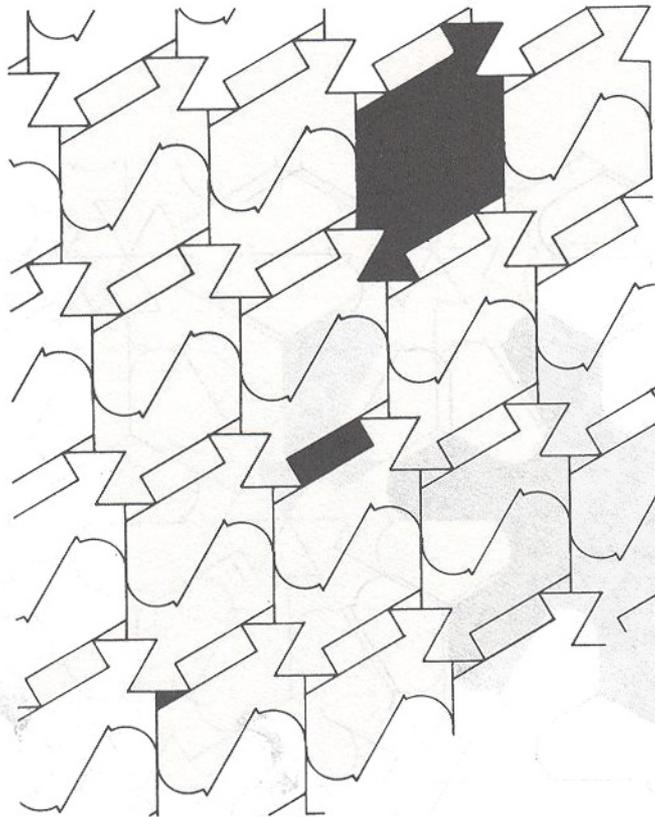
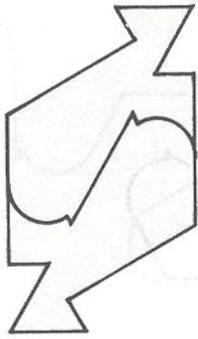
# Desarrollo de módulos según el método de desagregación y nueva agregación de una célula reticular bidimensional

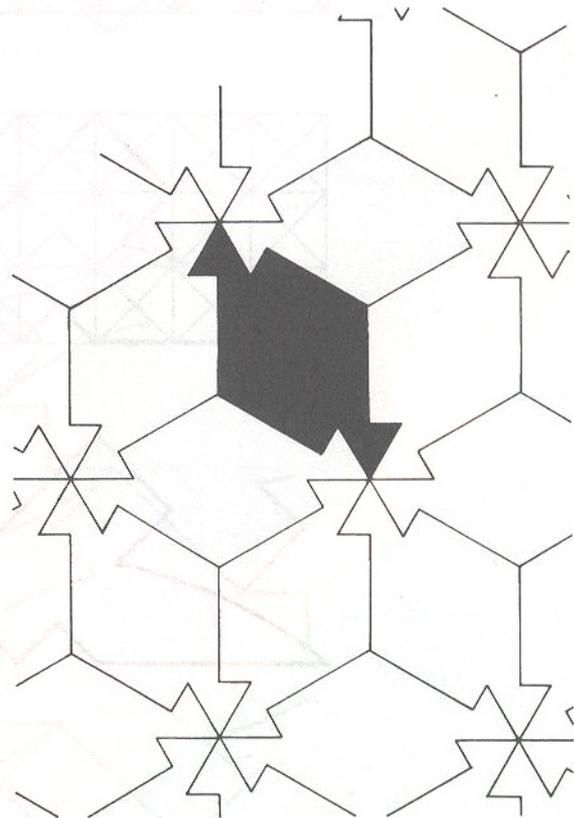
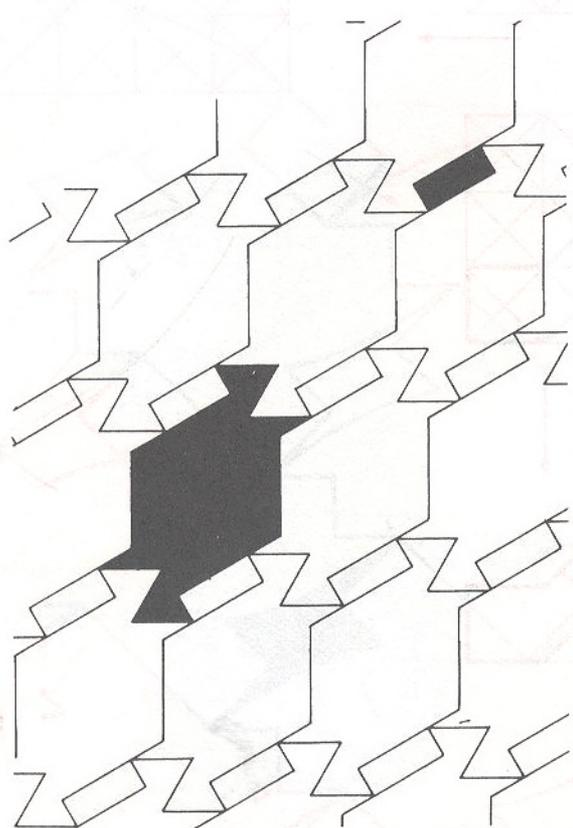
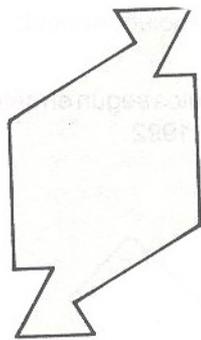
Silvia Mora, ITCR, 1992



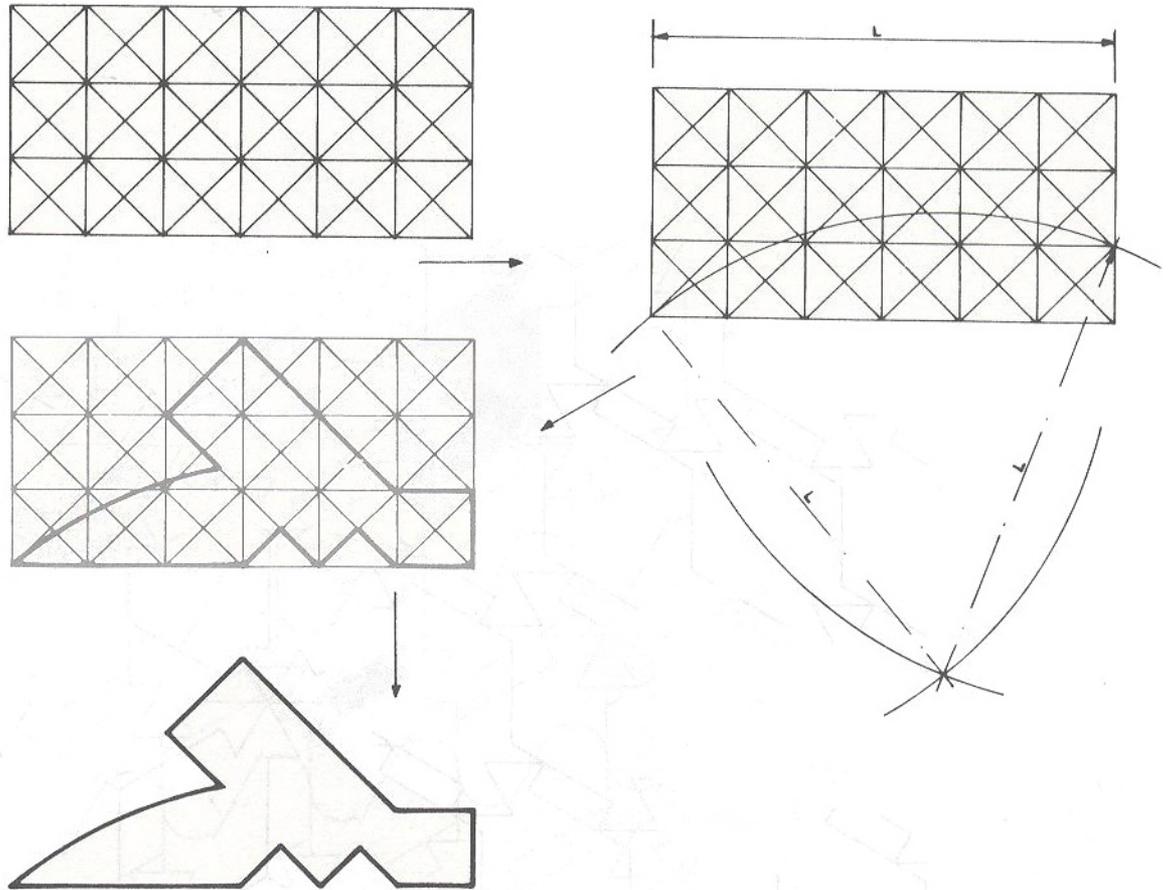


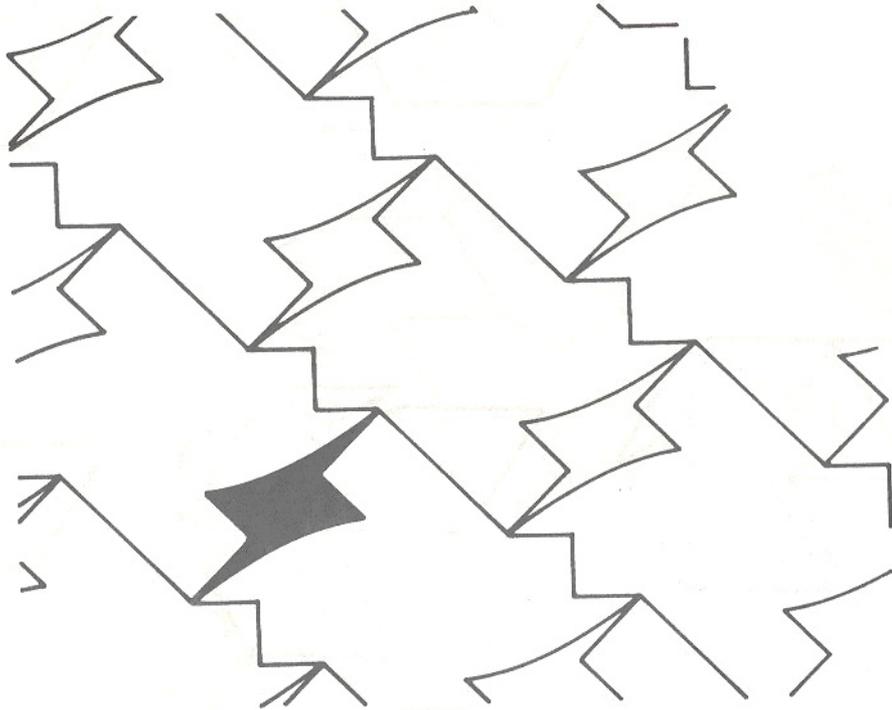
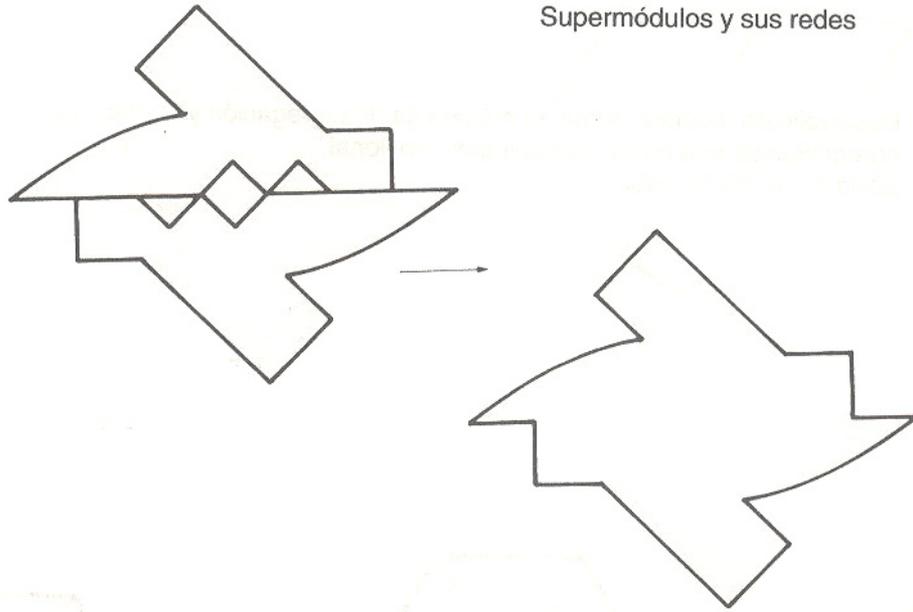




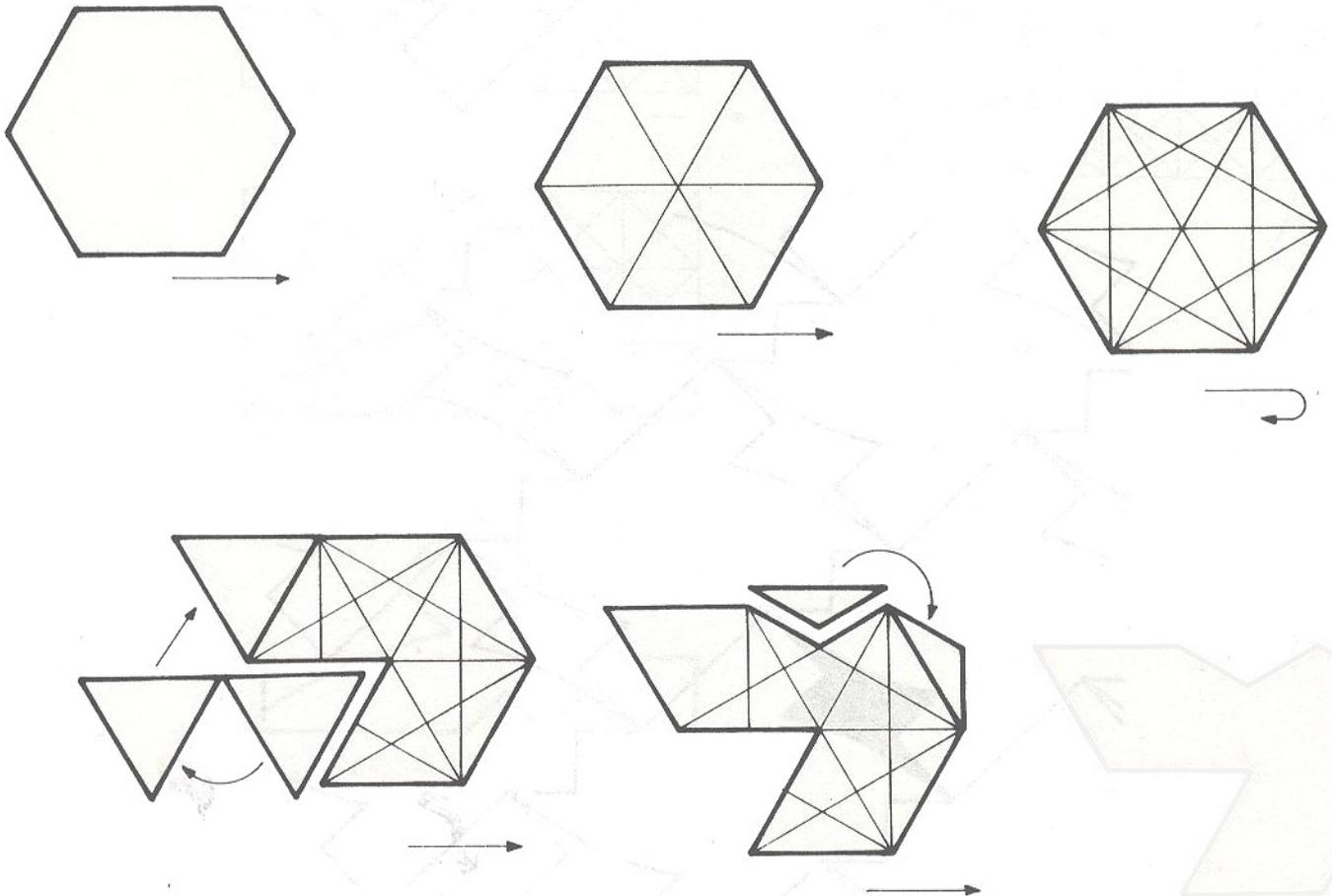


Desarrollo de módulos según el método de construcción libre.  
Silvia Mora, ITCR, 1992

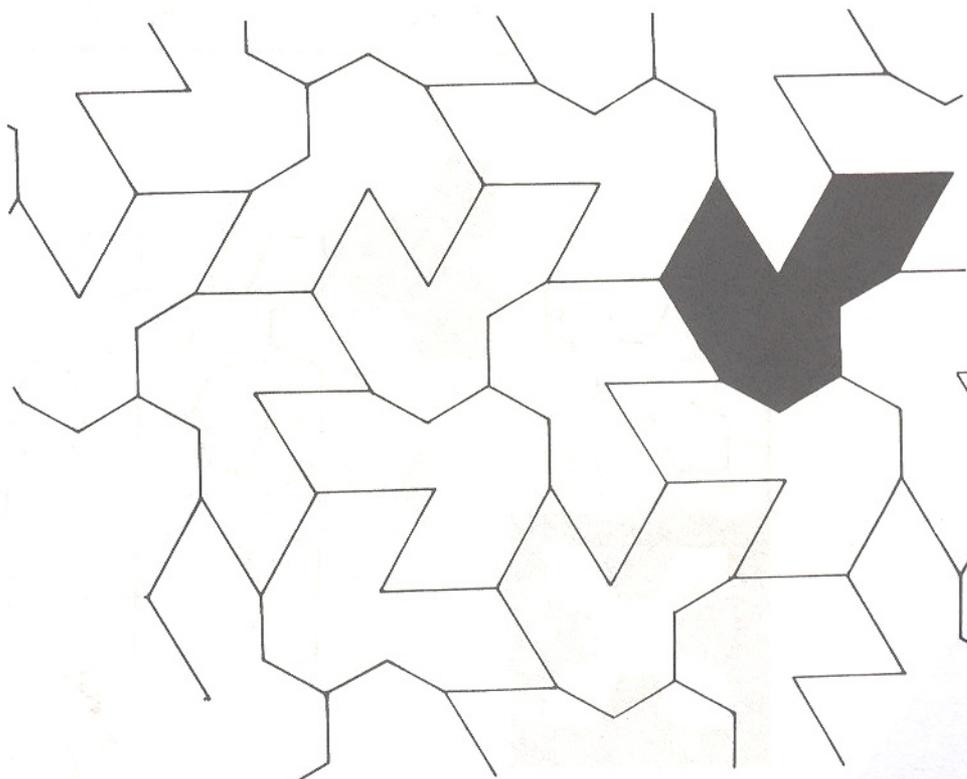
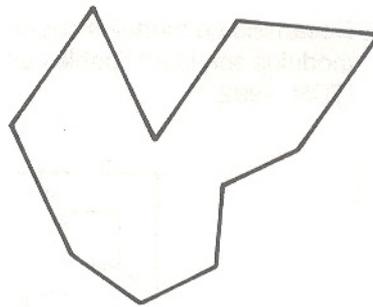




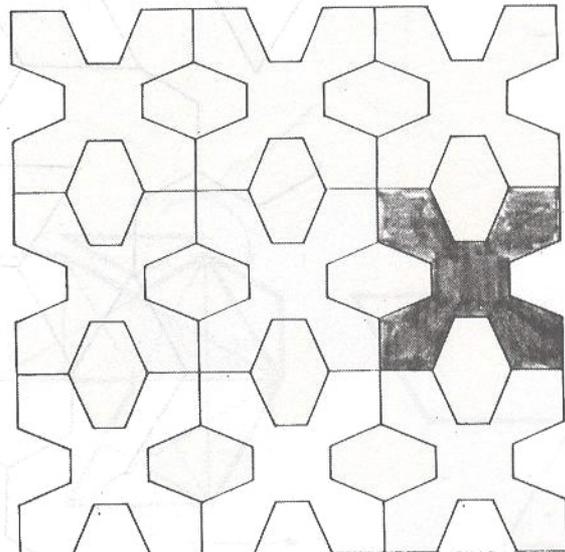
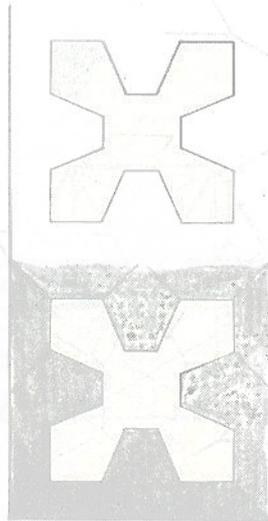
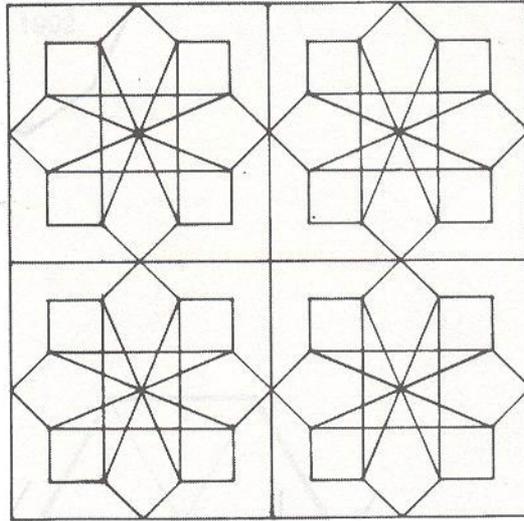
Desarrollo de módulos según el método de desagregación y nueva  
agregación de una célula reticular bidimensional.  
Silvia Mora, ITCR, 1992.

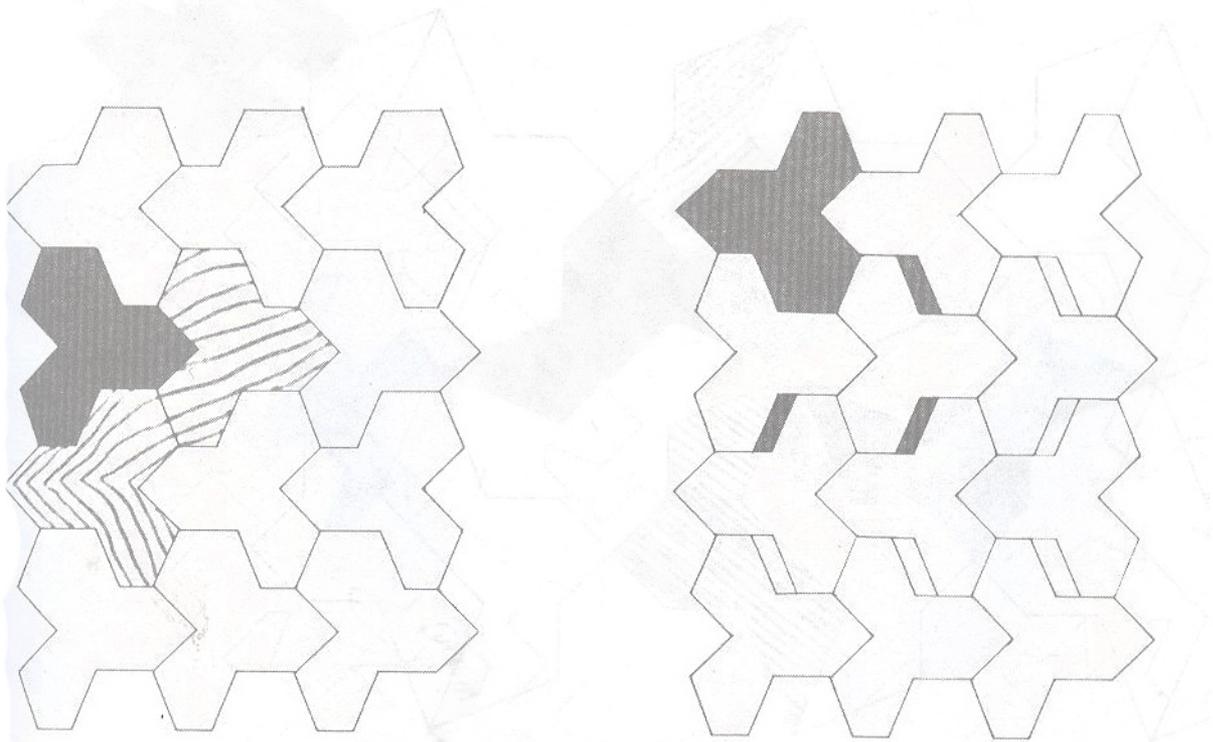
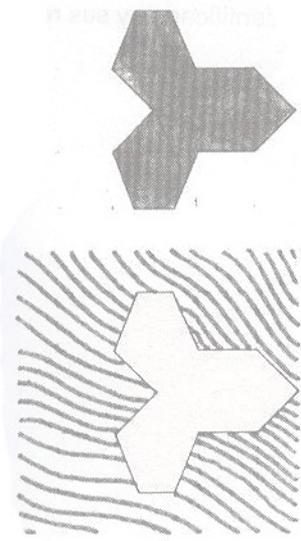


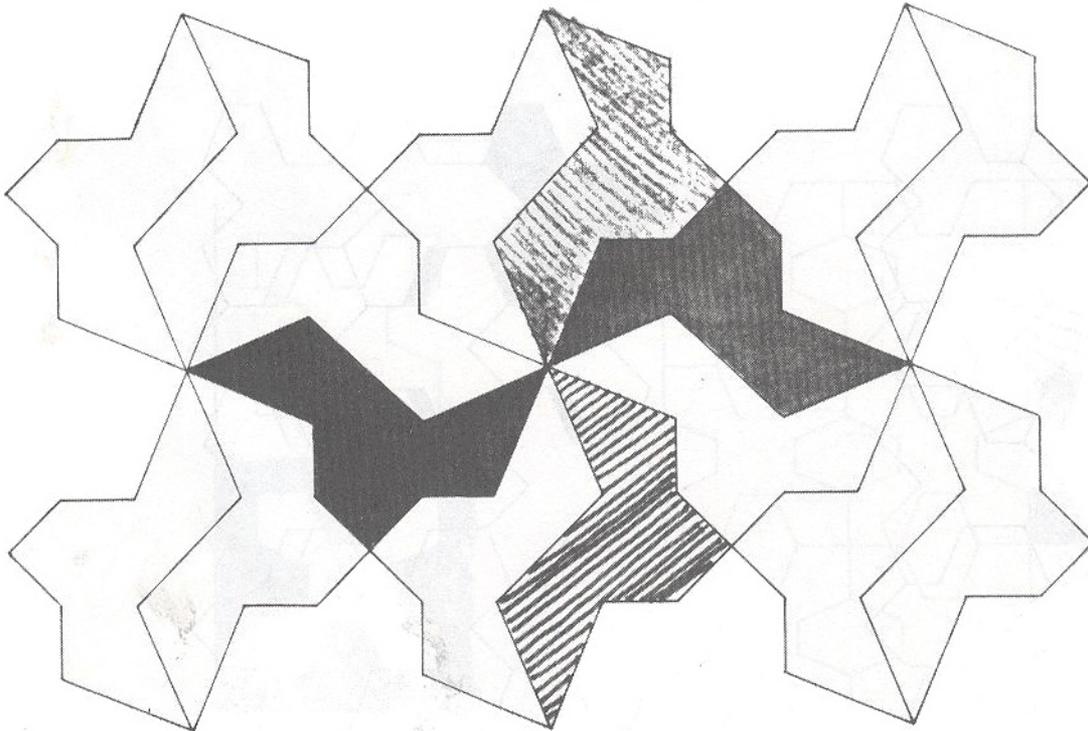
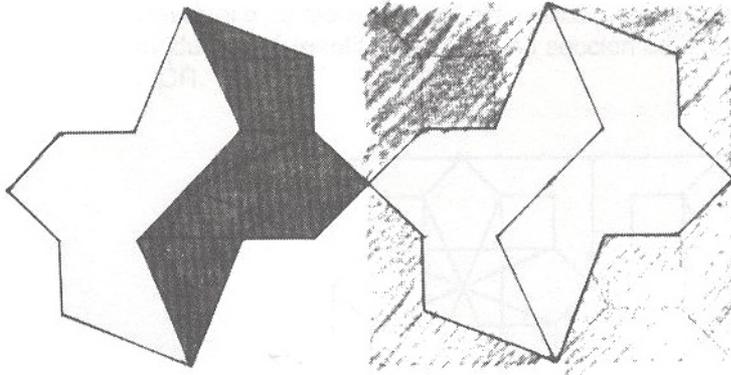
Supermódulo y su red

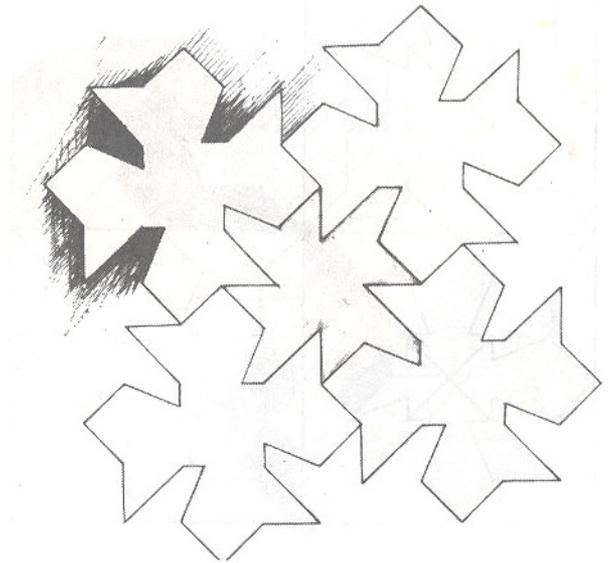
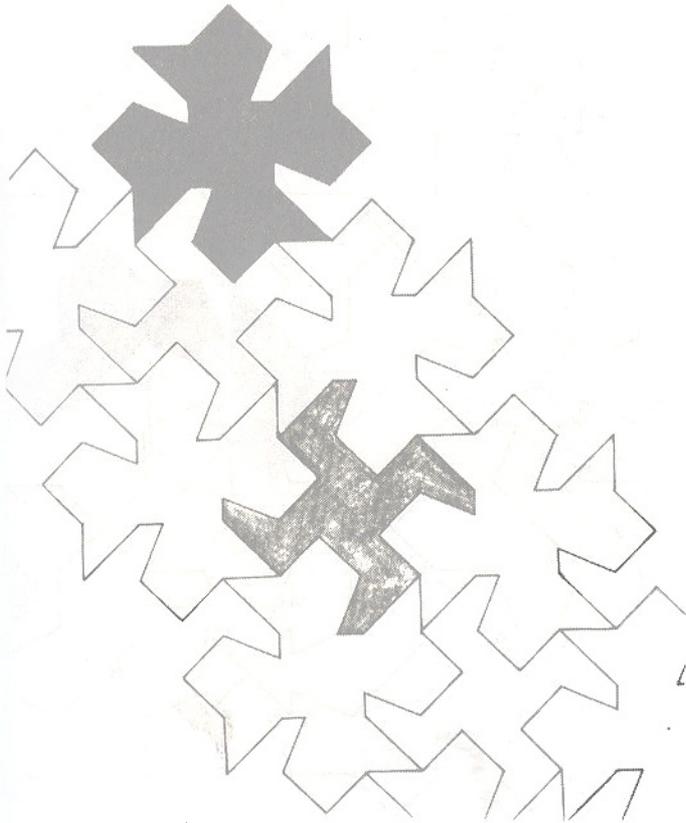
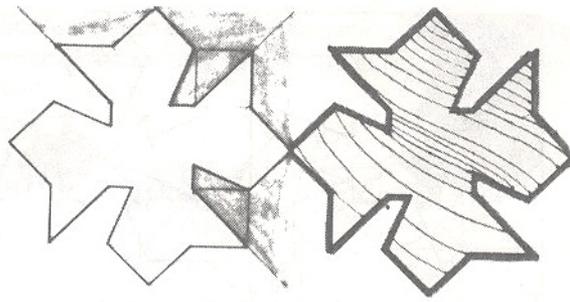


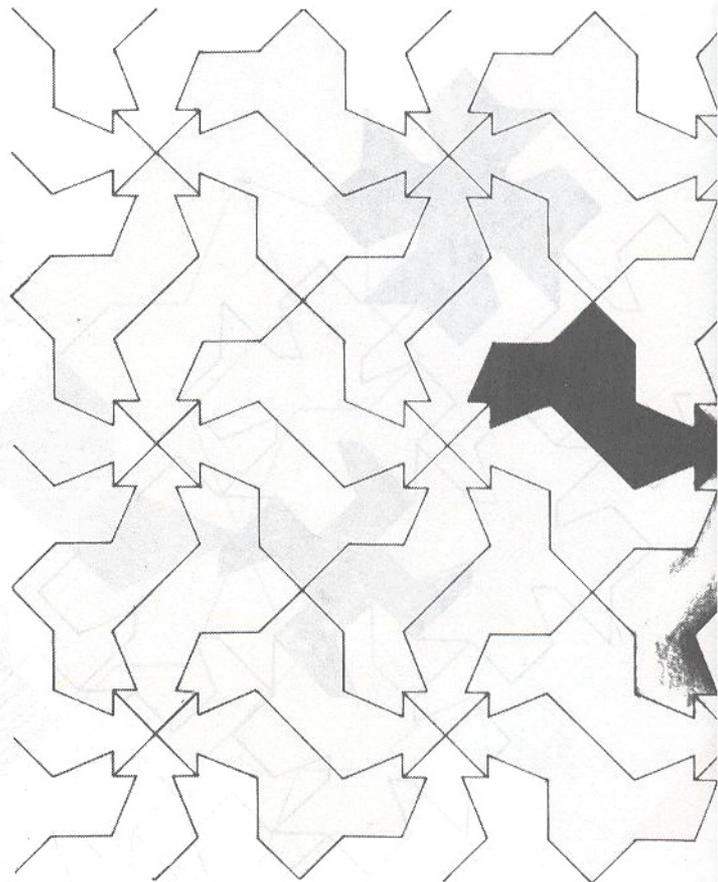
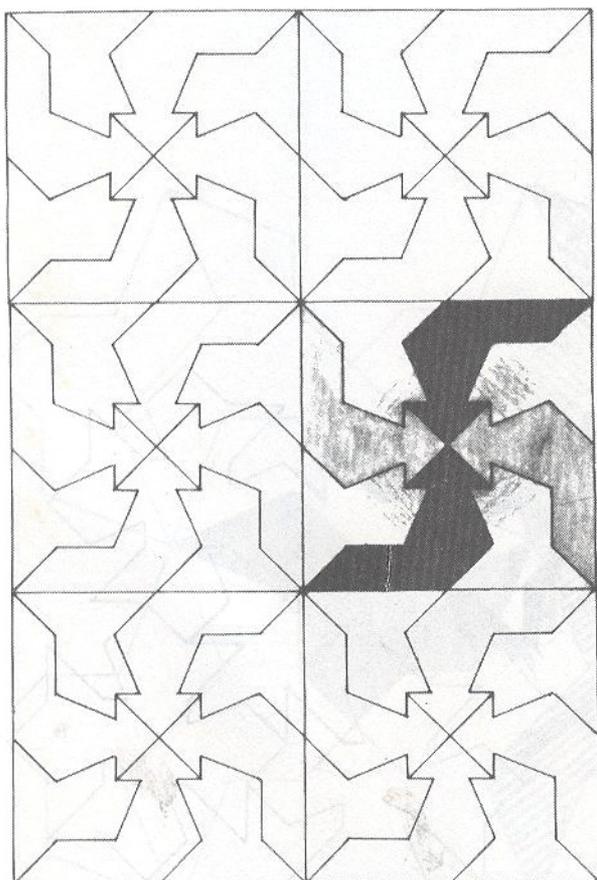
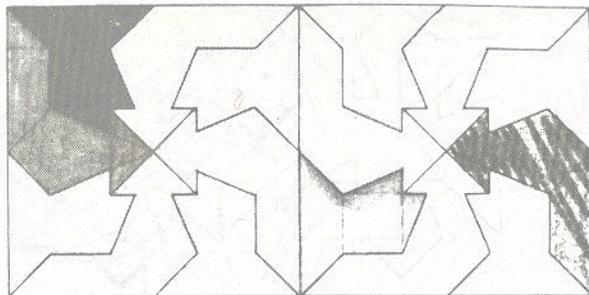
Desarrollo de módulos según el método de retícula compleja. Todos los módulos son identificables en una sección de la retícula madre. Carlos Garro, ITCR, 1992.



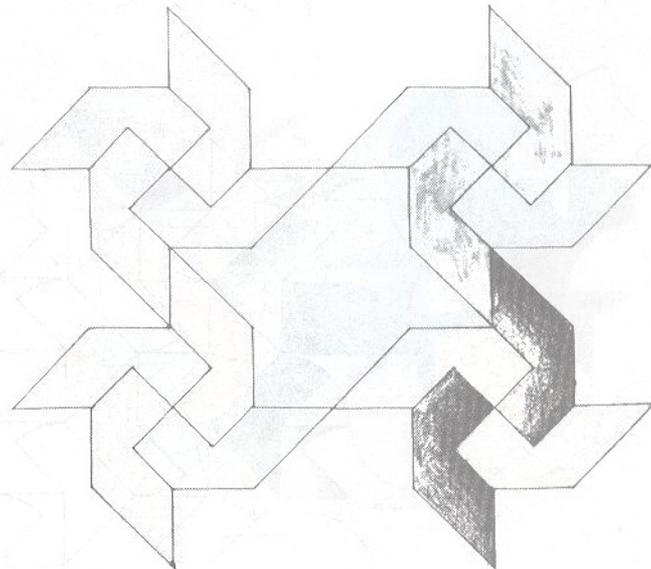
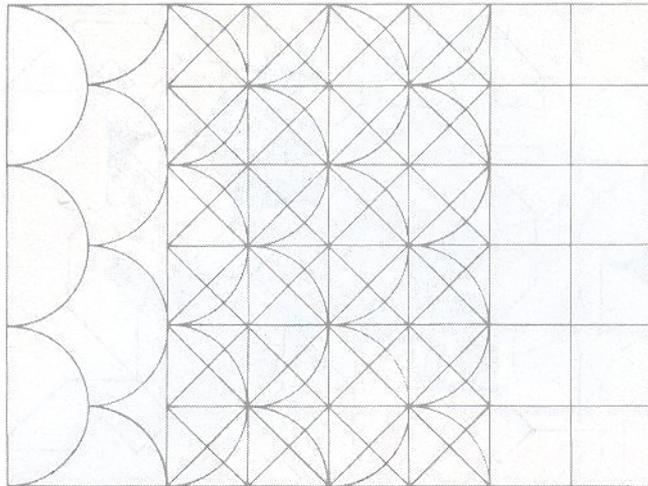


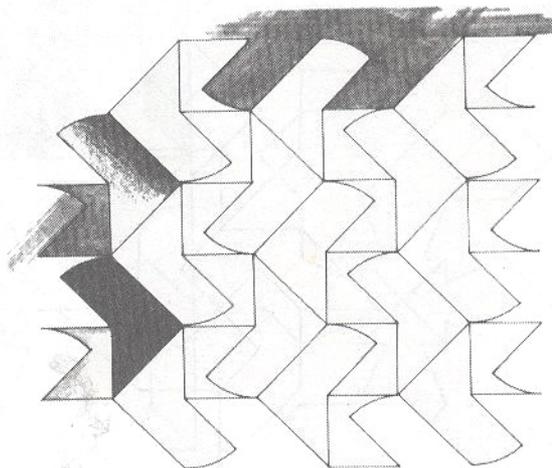
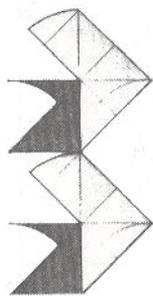
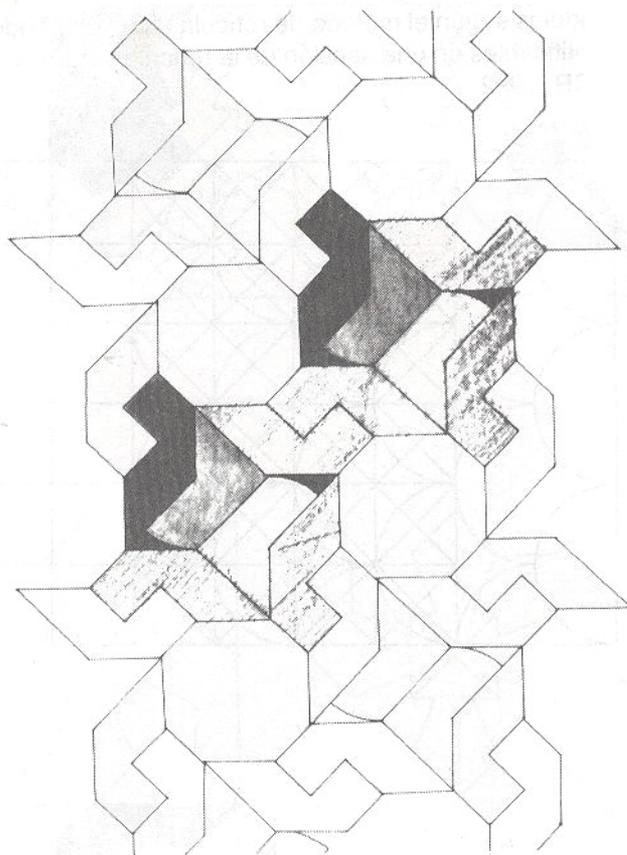
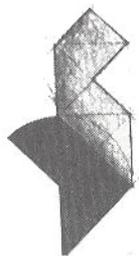


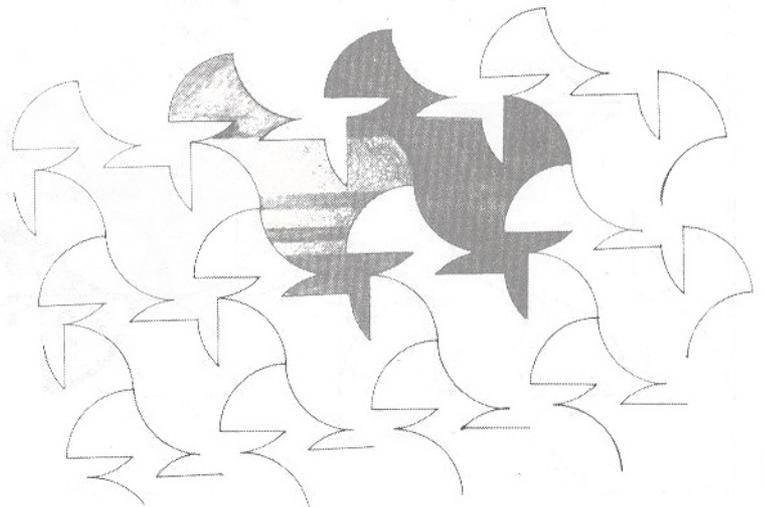
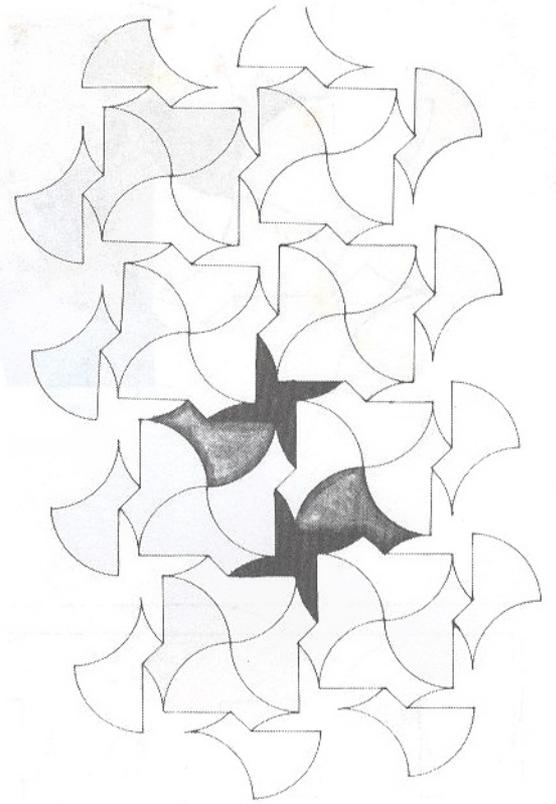


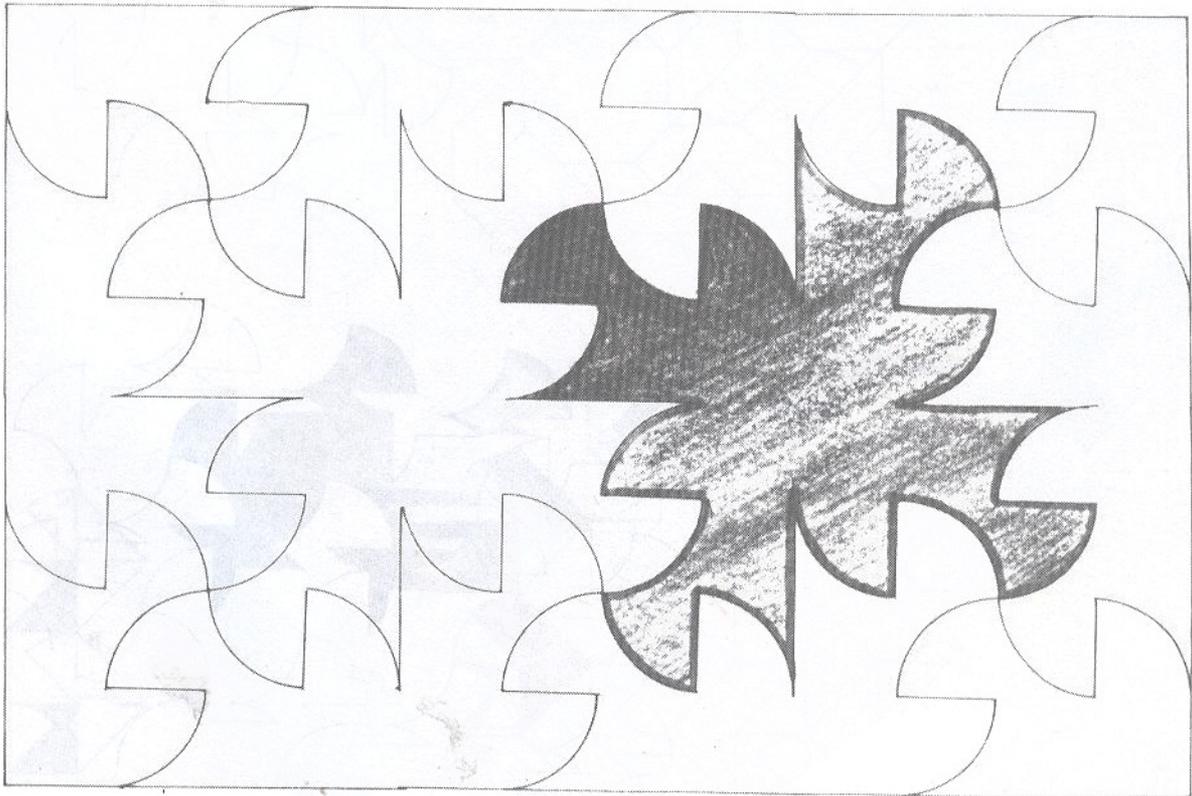
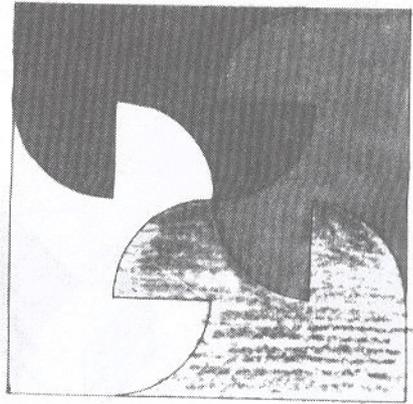
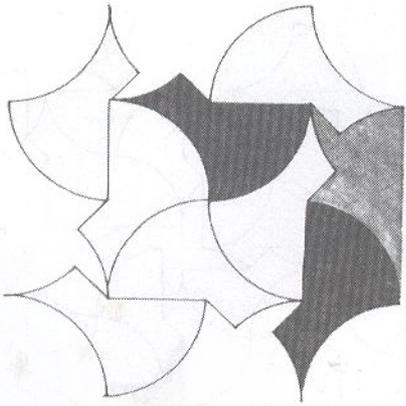


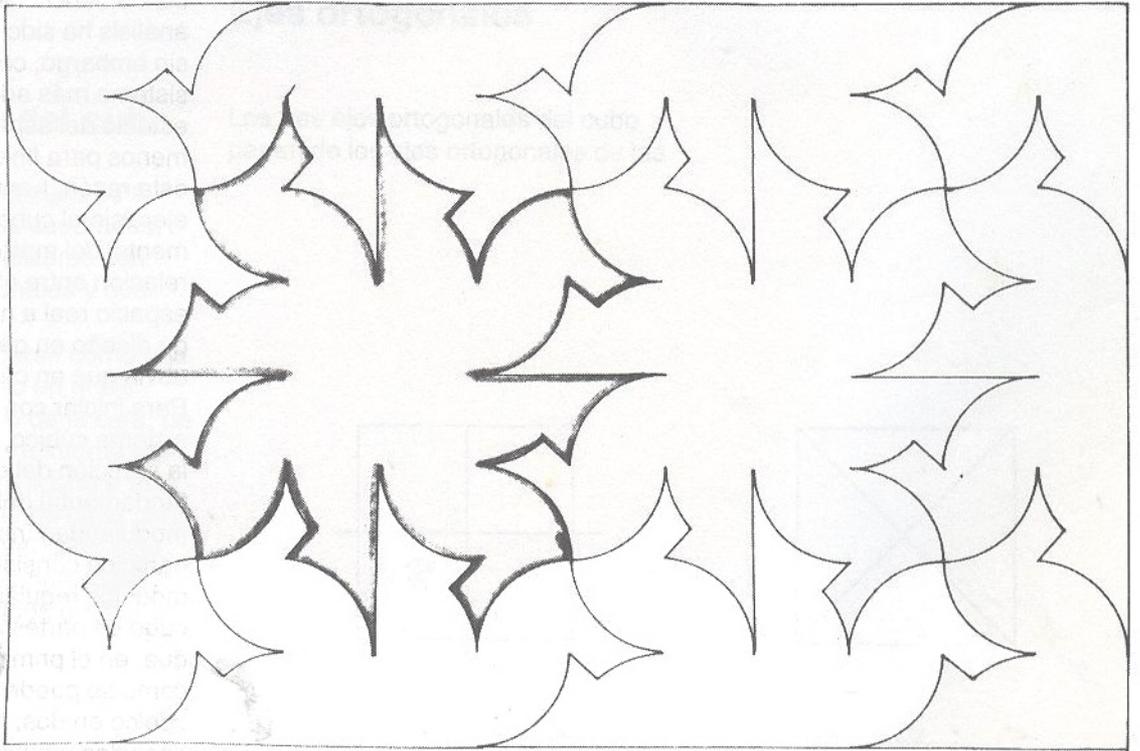
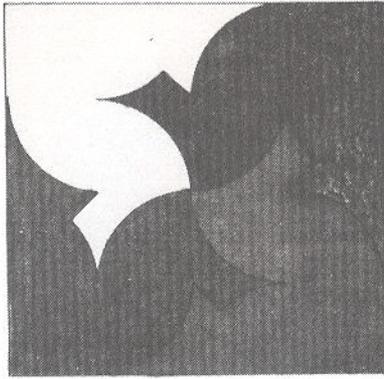
Desarrollo de módulos según el método de retícula compleja. Todos los módulos son identificables en una sección de la retícula madre.  
Carlos Garro, ITCR, 1992











## Proporción en el sistema cúbico

El espacio tridimensional ha sido tradicionalmente analizado en forma cartesiana, esto es a partir de los ejes coordenados  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . La conveniencia de este sistema de análisis ha sido largamente discutida, sin embargo, continúa siendo el sistema más adecuado para el estudio del espacio tridimensional, al menos para fines pedagógicos. Por esta razón, hemos tomado para este ejercicio el cubo como base fundamental del método de estudio. La relación entre el sistema cúbico y el espacio real a nivel arquitectónico y de diseño en general es mucho más obvia que en cualquier otro sistema. Para iniciar con el análisis del sistema cúbico, es aconsejable tomar la partición del cubo como pieza fundamental del estudio de la modularidad tridimensional. Esta partición consiste en la definición de módulos regulares que dividan al cubo en partes iguales. Esto significa que, en el primer nivel, estudiaremos cómo se puede dividir el espacio cúbico en dos, tres, cuatro, seis, etc. espacios modulares iguales.

Para entender desde el origen la lógica de estudio, es necesario comenzar con un análisis de la estructura del cubo.

## Estructura tridimensional del cubo

En primera instancia el cubo está formado por seis caras cuadradas, las cuales pueden analizarse con cuatro ejes, dos diagonales y dos centrales.

El cubo puede entenderse como una traslación del cuadrado en el eje perpendicular al centro de la cara, de este modo la estructura interna del cubo está íntimamente ligada a esta estructura plana propia de cada cara.

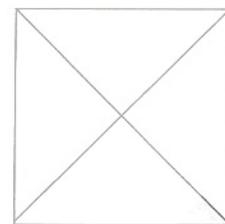
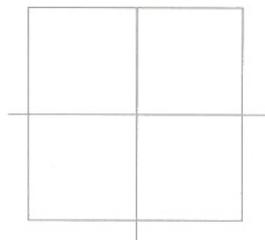
La estructura interna del cubo está compuesta por 13 ejes principales, los cuales están divididos en tres grupos, a saber:

- 1- Ejes ortogonales
- 2- Ejes diagonales

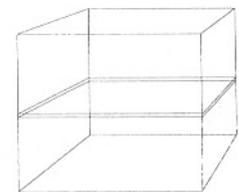
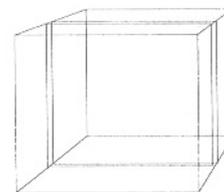
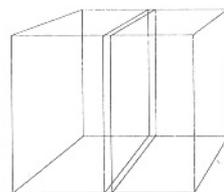
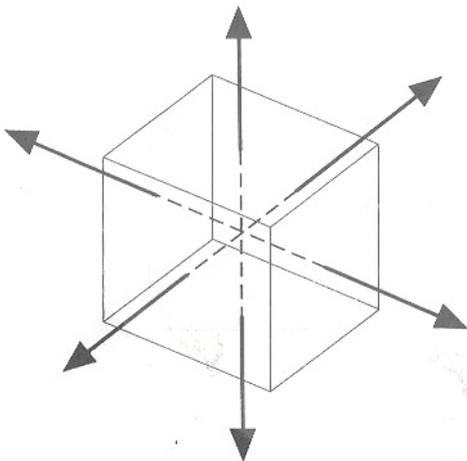
3- Ejes diagonales tridimensionales o ejes de los vértices

## Ejes ortogonales

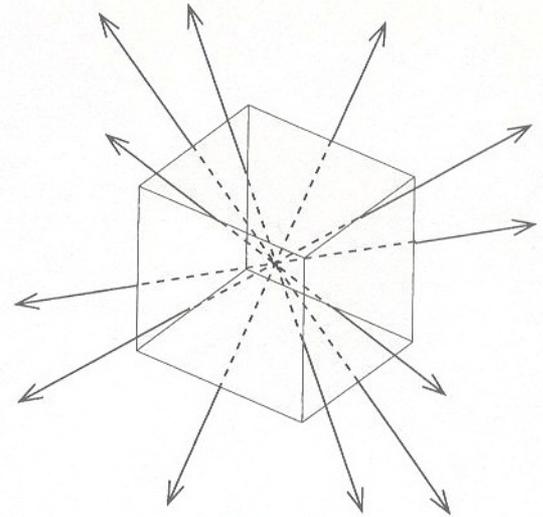
Los tres ejes ortogonales del cubo parten de los ejes ortogonales de las



caras y definen las tres dimensiones en el sistema cartesiano, esto significa que cada eje parte de los puntos centrales de las caras del cubo hacia la cara enfrente, de modo de tener tres ejes uno en cada dimensión (llamados tradicionalmente  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ). Es importante hacer notar desde ya que la proporción o longitud de cada eje es el lado del cubo  $L$ ".



*Planos que contienen los ejes ortogonales del cubo*



## Ejes diagonales

Los ejes diagonales del cubo son seis, que parten de las diagonales de las caras; se definen como los ejes que parten de los puntos medios de cada canto del cubo hacia los puntos medios de los cantos enfrente, es importante hacer notar que la relación entre los ejes diagonales y la cara del cubo es  $\sqrt{2}$  y que la deducción de esta relación es una simple aplicación del Teorema de Pitágoras:

L = lado del cuadrado

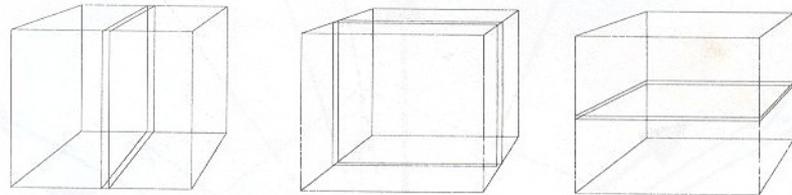
H = hipotenusa (para nuestro caso el eje)

$$H^2 = L^2 + L^2$$

$$H^2 = 2 L^2$$

$$\sqrt{H^2} = \sqrt{2L^2}$$

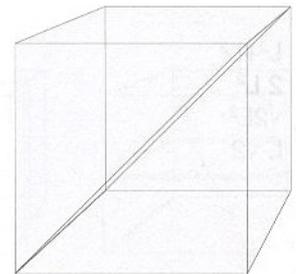
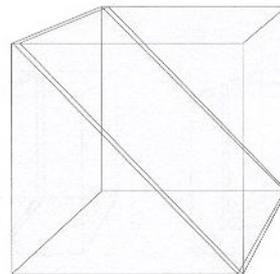
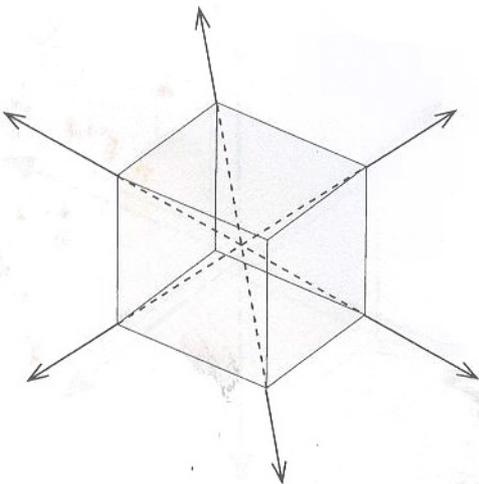
$$H = L \sqrt{2}$$



*Planos que contienen los ejes diagonales del cubo*

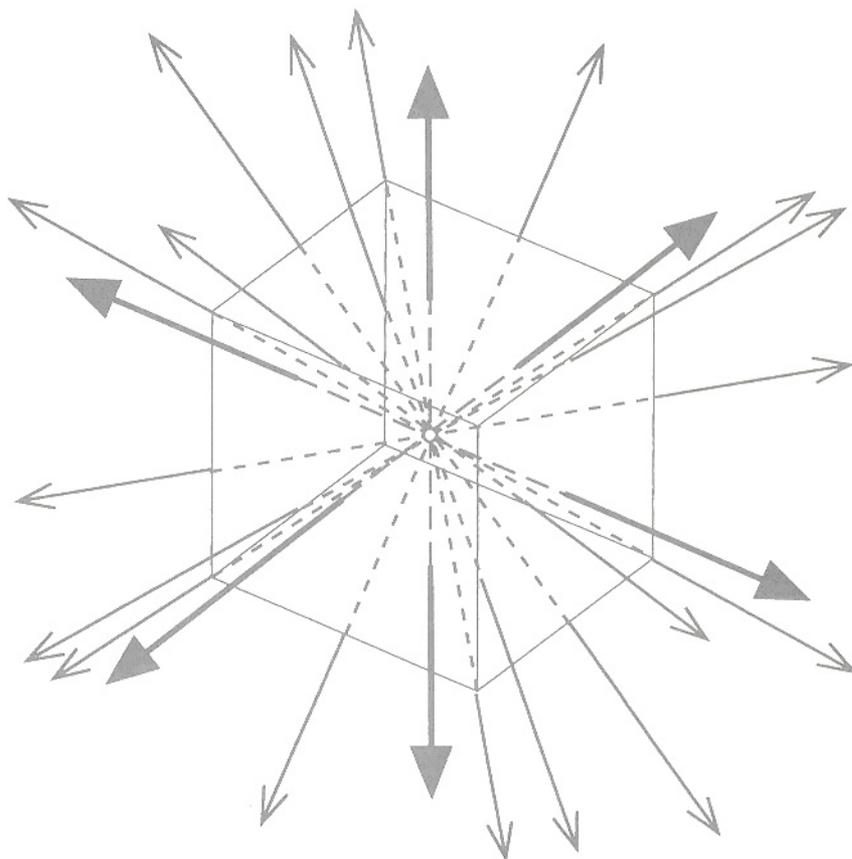
## Ejes diagonales tridimensionales

Los ejes diagonales tridimensionales o ejes de los vértices, como su nombre lo indica, son los cuatro ejes que van de un vértice del cubo al vértice enfrente de este, o sea, definen las diagonales tridimensionales del cubo; y su relación con los lados del cubo es  $\sqrt{3}$ .



*Planos que contienen los ejes tridimensionales del cubo*

De este modo, podemos definir que los 13 ejes de la estructura del cubo tienen entre sí una relación de  $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$  en congruencia con el lado, la diagonal de la cara y la diagonal del cubo (refiérase al apéndice Proporciones internas del hexaedro).



## Partición regular del cubo

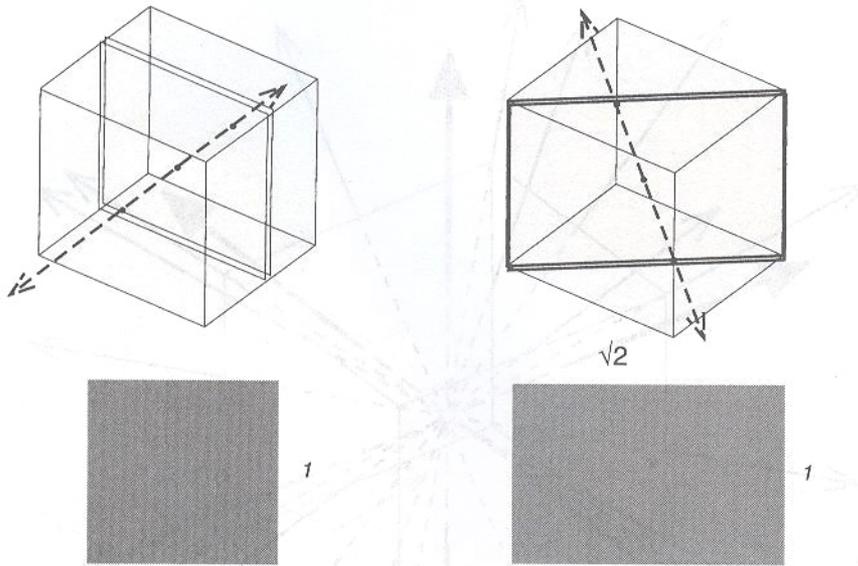
Existen cuatro particiones regulares del cubo que definen la base modular del espacio cúbico, a saber:

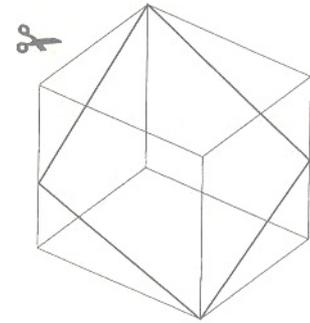
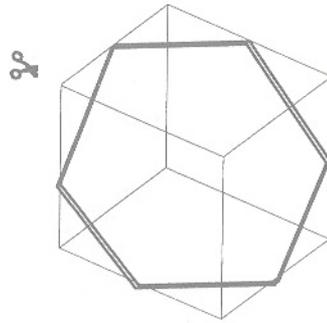
- partición en dos partes
- partición en tres partes
- partición en cuatro partes
- partición en seis partes

La partición regular del cubo define cada una de las partes como elementos de un sistema modular, de este modo, todas las partes al interior de una partición son iguales entre sí y su simetría está en estrecha relación con el punto central del mismo.

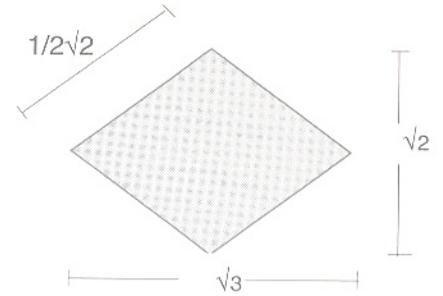
## Partición en dos módulos

En esta primera parte trataremos las particiones que se definen por planos, cada uno de los cuales pasa a través del punto central del cubo. Los tres sistemas de ejes del cubo nos permiten tres particiones regulares del cubo, cada una de





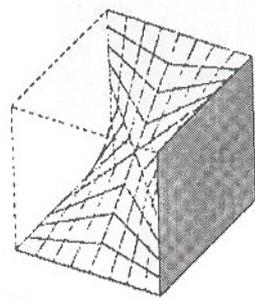
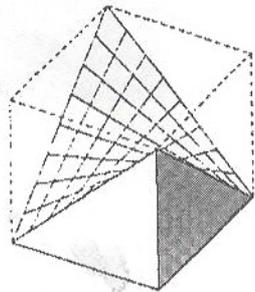
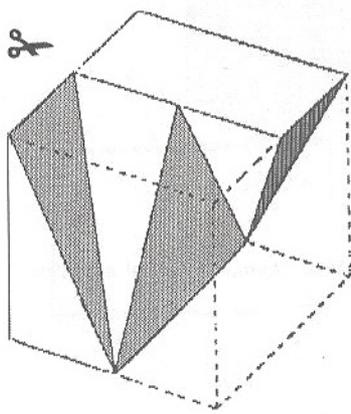
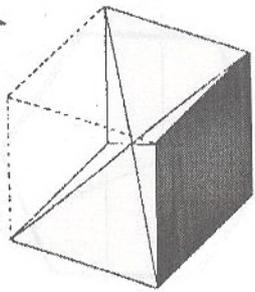
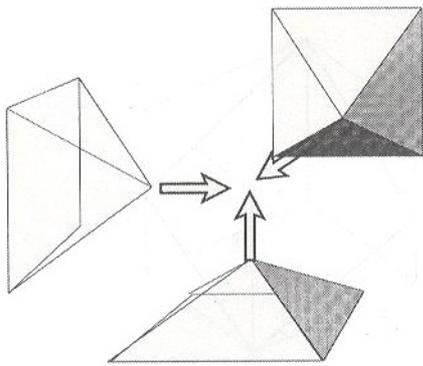
$1/2\sqrt{5}$



ellas opera a través del eje y su lógica de movimiento. Como combinaciones de estas tres particiones básicas es posible también operar muchas otras particiones semirregulares. Otra posibilidad de operar particiones regulares de dos módulos en el cubo consiste en trabajar con estructuras poliédricas dobladas de planos triangulares; las posibles variaciones de este método son ilimitadas.

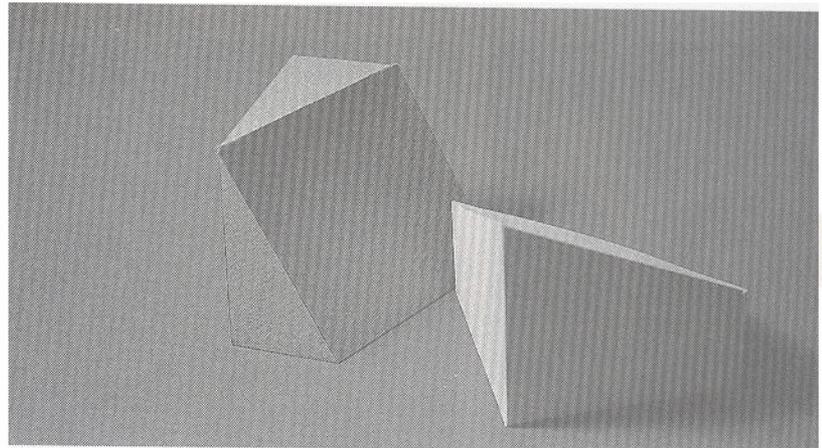
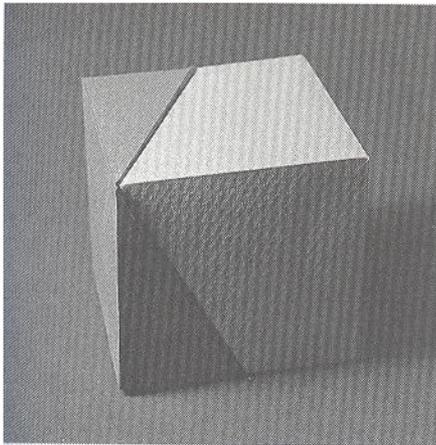
Es importante hacer notar que, en estas particiones regulares, cada módulo tiene en su cara exterior la suma de tres caras completas del cubo de modo que ambos módulos completos generen las seis caras. Cuando estos planos triangulares son traducidos en estructuras curvas, se obtiene una estructura hiperbólica que genera la misma partición mencionada de la cual se originó pero sin el uso de planos.

*(Más información en el apéndice Proporciones internas del hexaedro)*

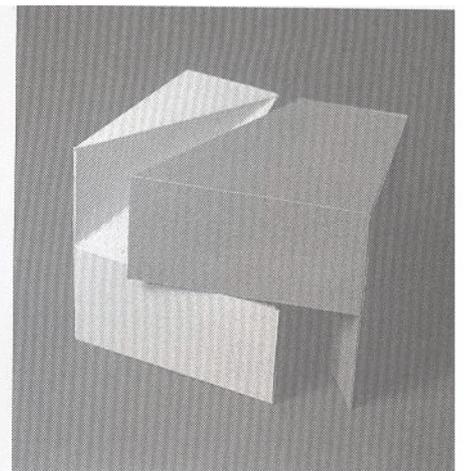
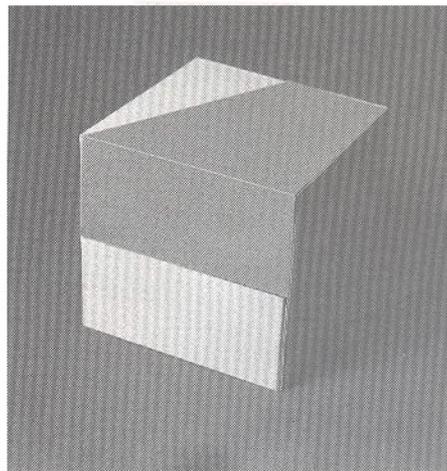
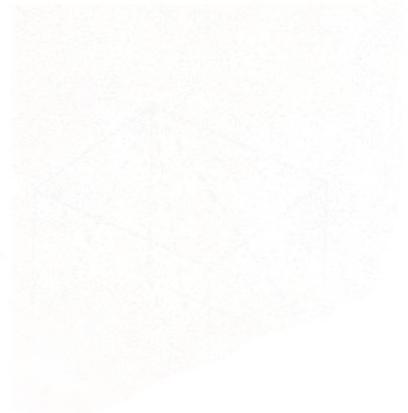


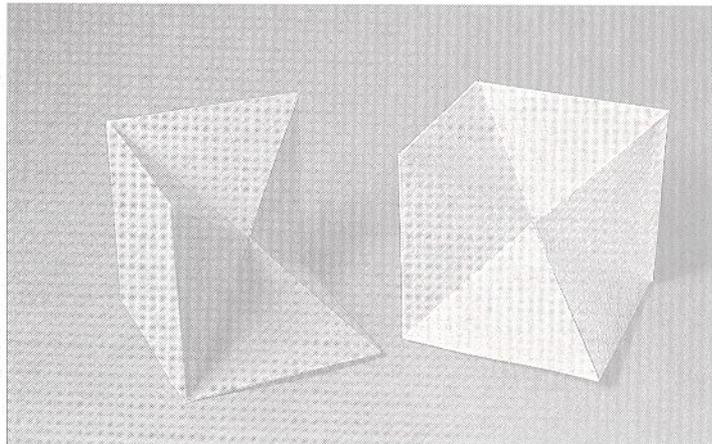
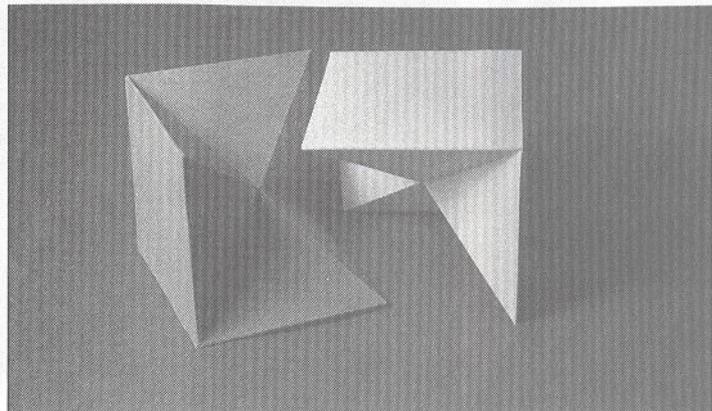
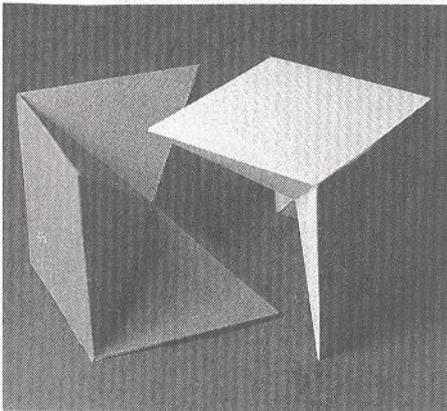
### Ejercicios Lección 4

a) Construir las particiones marcadas con el símbolo 



*Particiones regulares del cubo en dos módulos*





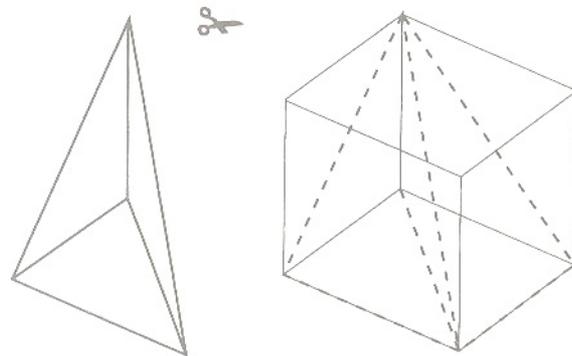
*Particiones regulares del cubo en dos módulos*

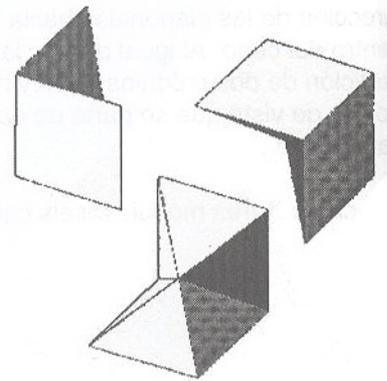
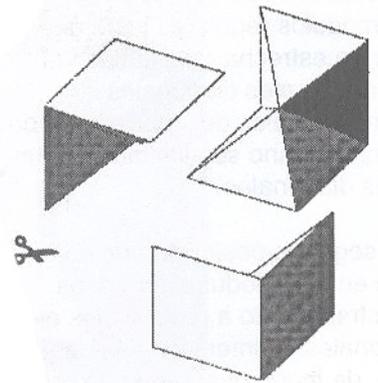
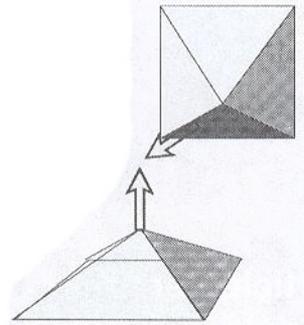
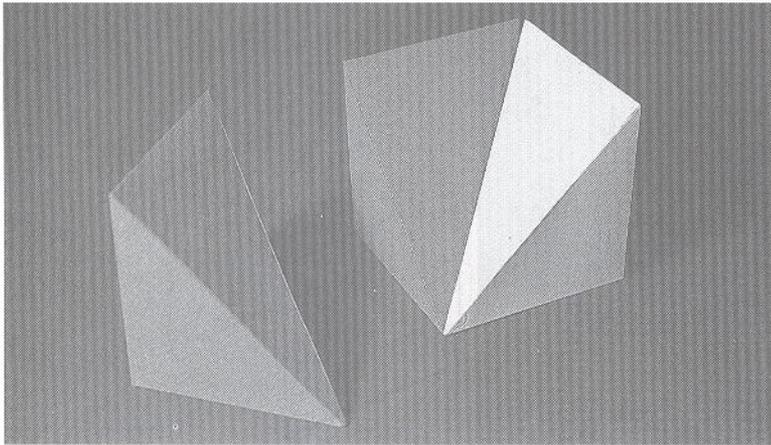
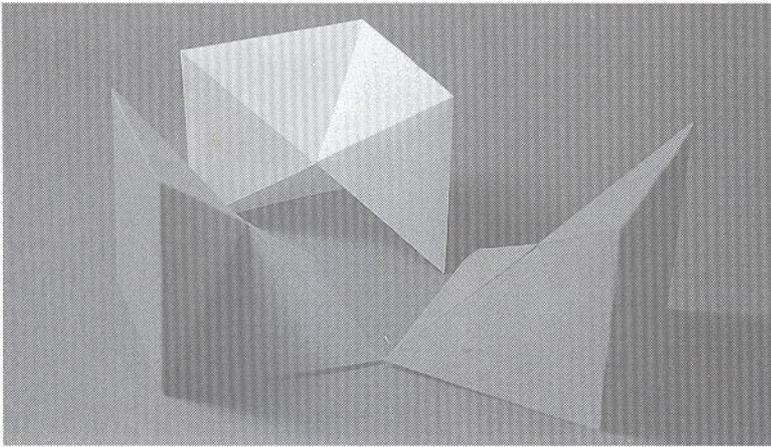
## Partición en tres módulos

La posibilidad de cortar el cubo en tres módulos regulares tiene que estar en estrecha relación con el sistema de ejes diagonales tridimensionales del cubo, de modo que cada plano sea limitado por una de las diagonales.

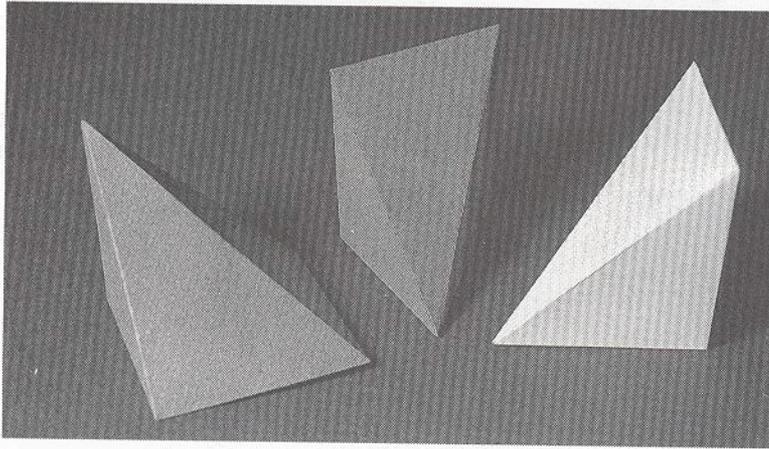
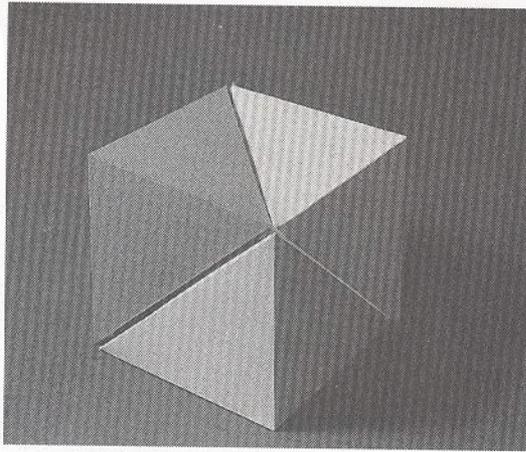
Una segunda posibilidad de cortar el cubo en tres módulos regulares, sería trabajando a partir de los ejes diagonales tridimensionales del cubo, de modo que partiendo de un módulo compuesto por dos caras completas adyacentes se corta en dirección de las diagonales hacia el centro del cubo. Al igual que en la partición de dos módulos no hay que perder de vista que se parte de dos caras pues :

dos caras X tres módulos=seis caras

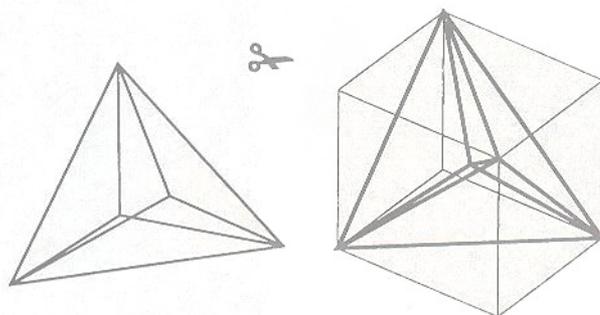




Partición regular del cubo en tres módulos

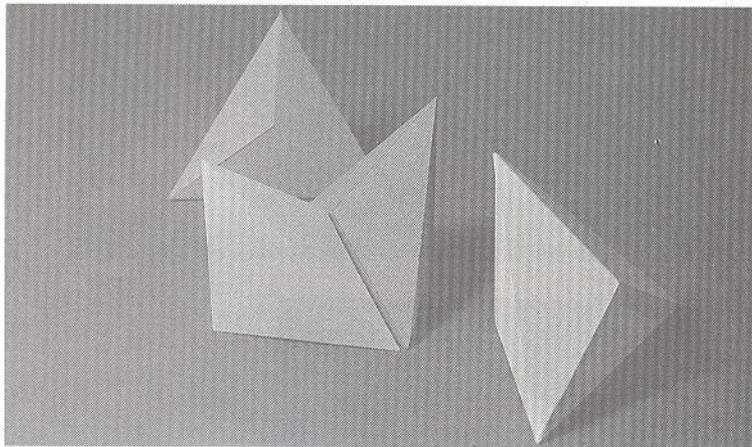
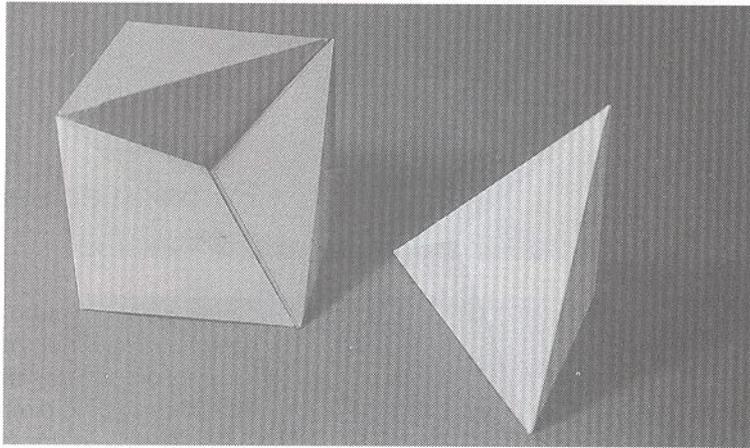


*Partición regular del cubo en tres módulos*

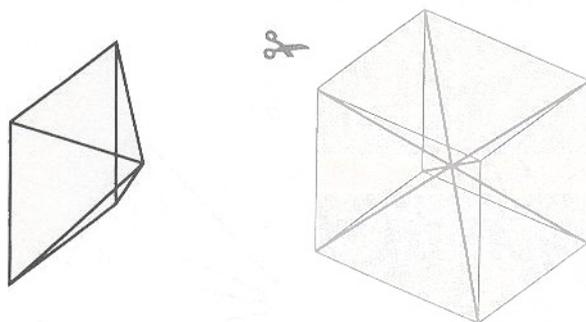


## Partición en cuatro módulos

Una partición en cuatro módulos regulares del cubo solo es posible a partir de las diagonales tridimensionales del espacio cúbico, los cuatro módulos resultantes son idénticos.

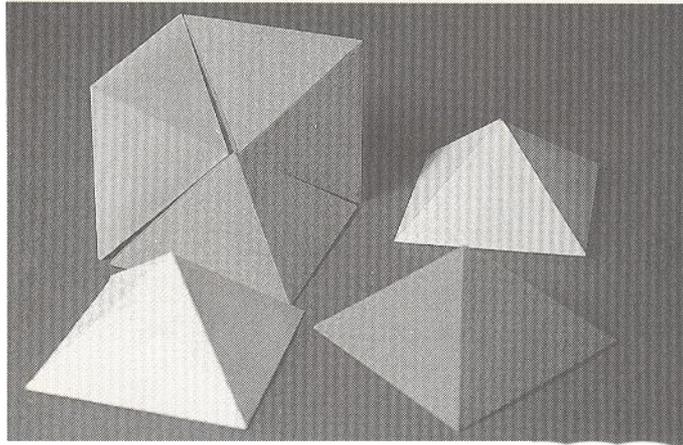
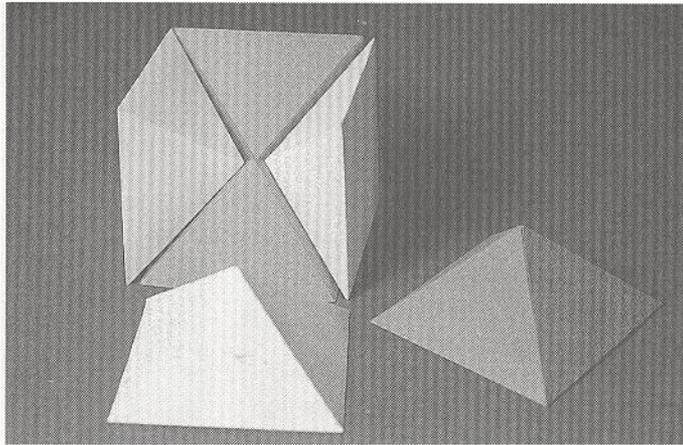


*Partición regular del cubo en cuatro  
módulos*

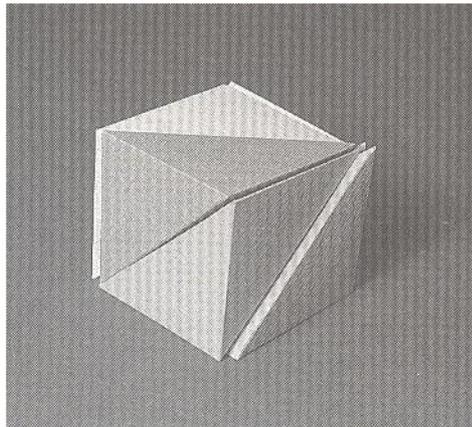


## Partición en seis módulos

La partición del cubo en seis espacios regulares parte también de los ejes diagonales complejos y está definida por seis pirámides de base cuadrada, cada una con una de las caras.

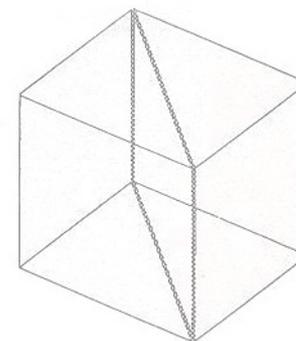
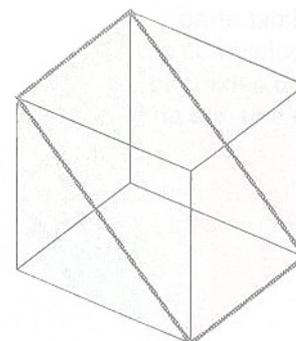
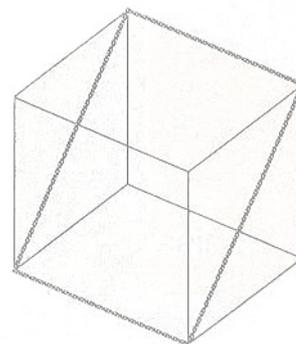
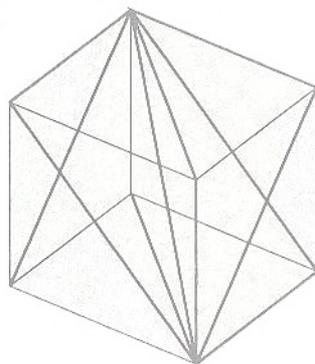
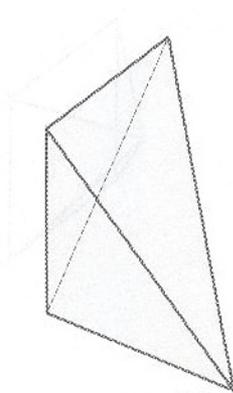


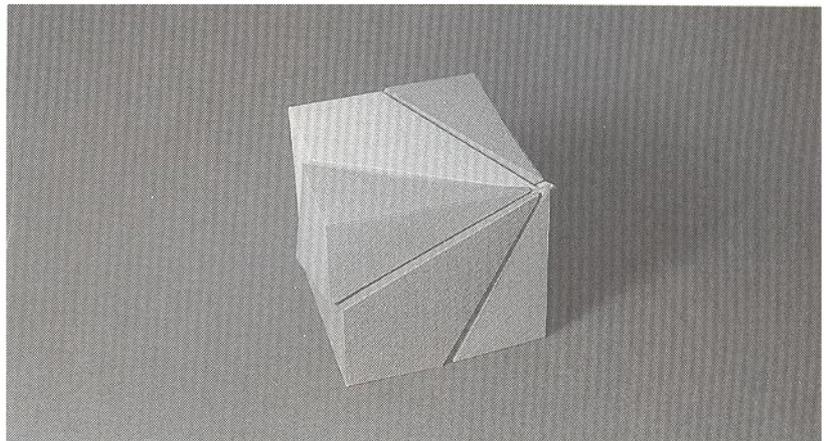
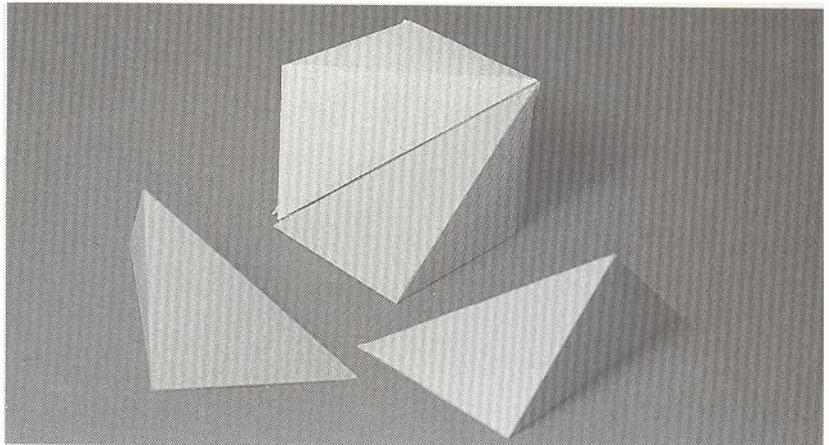
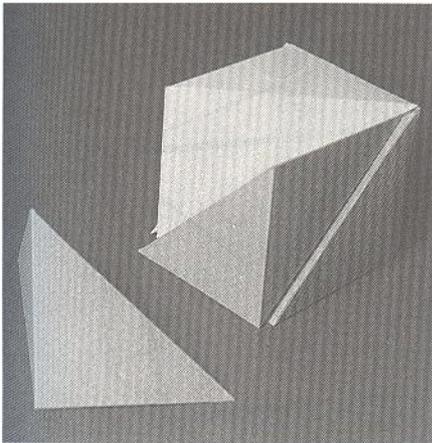
*Partición regular del cubo en seis módulos*



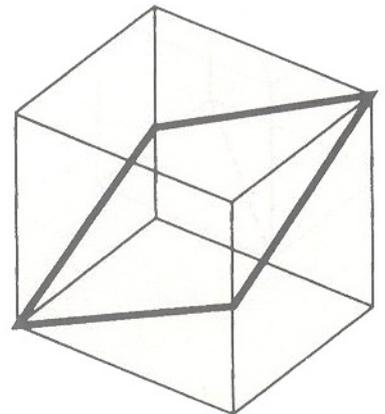
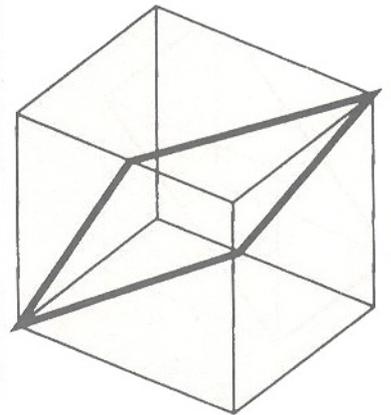
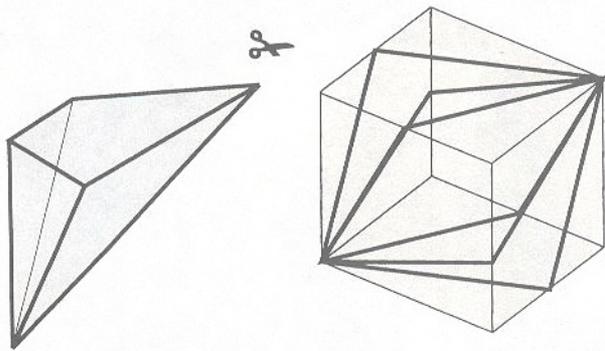
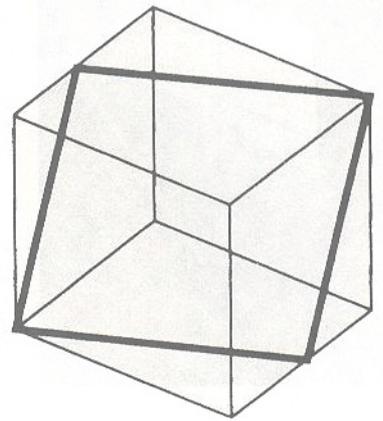
Ejercicios Lección 5  
a) Construir las particiones marcadas  
con símbolo ✂

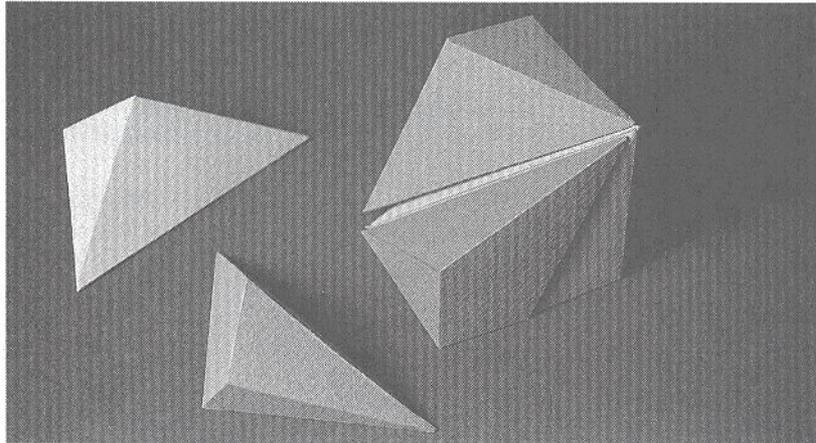
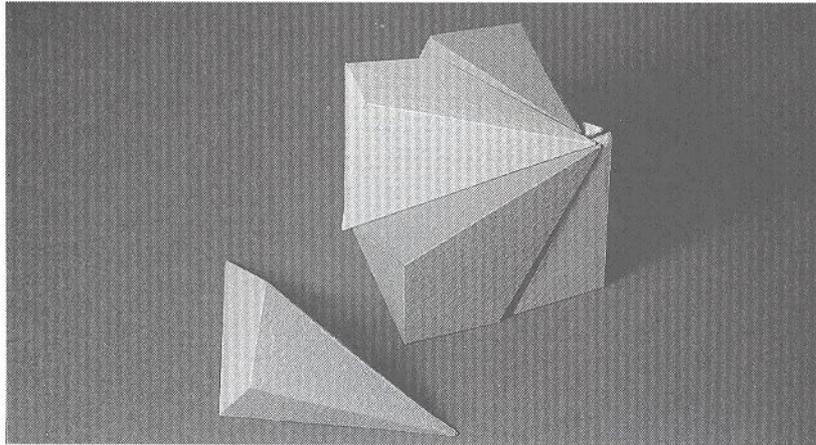
De otro modo, es también posible una partición de seis módulos del cubo a partir de las diagonales simples o diagonales de las caras y de otras particiones relacionadas con los puntos medios de estas.





*Partición regular del cubo en seis módulos*



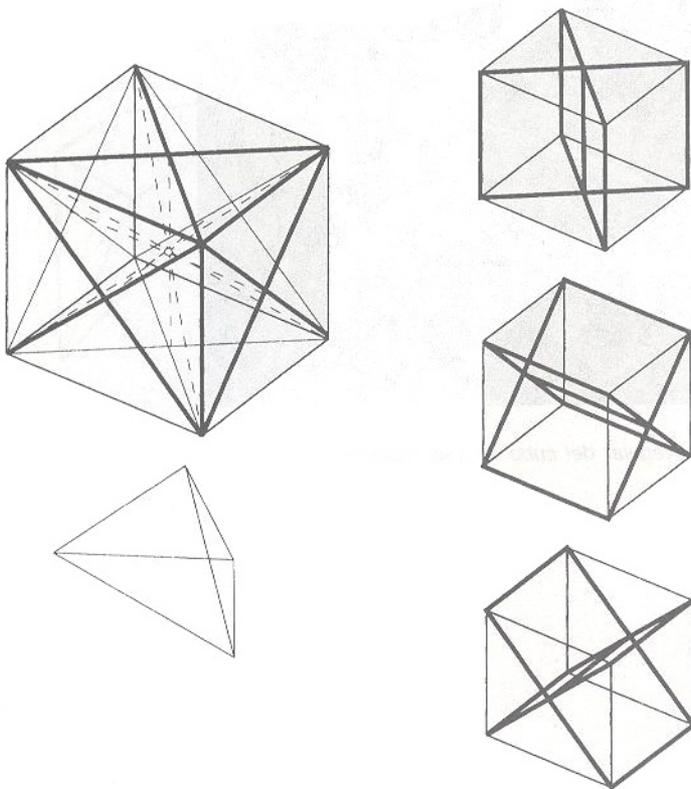


*Partición regular del cubo en seis módulos*

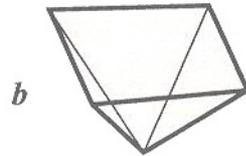
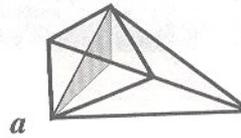
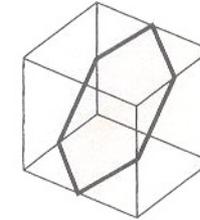
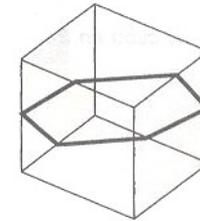
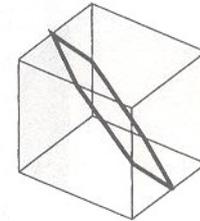
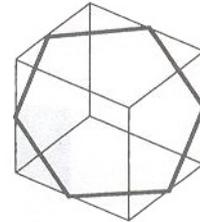
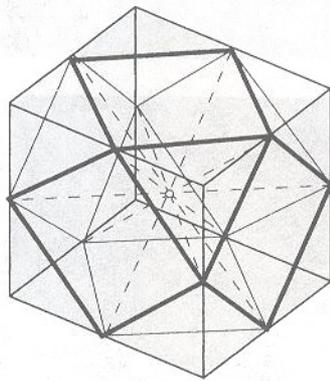
## Otras particiones

La partición típica del cubo en 24 módulos iguales parte de las caras del cubo convirtiéndolas en bases de pirámides con su vértice en el punto central del cubo.

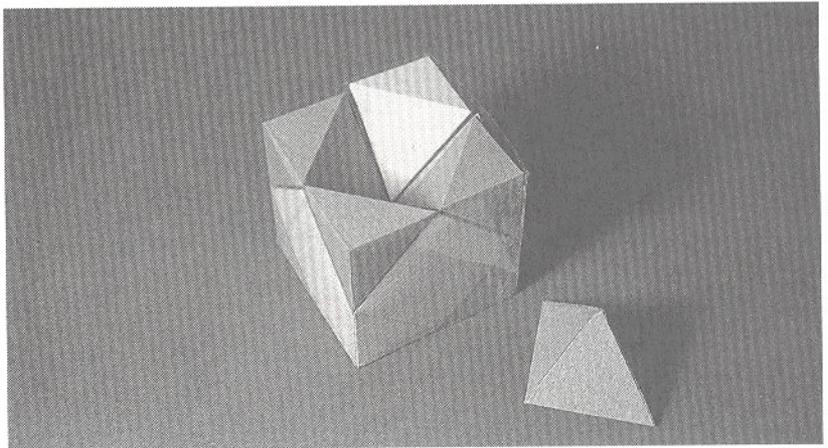
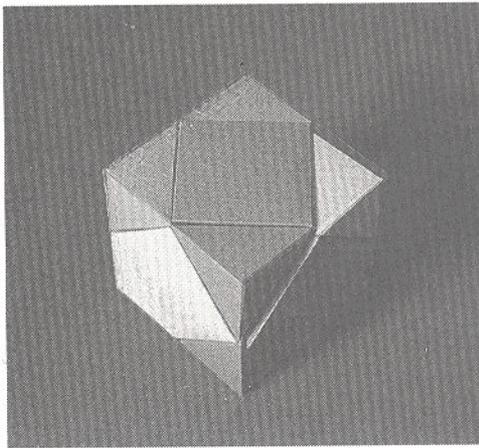
Combinaciones de los sistemas de particiones anteriores generan nuevas particiones irregulares cuya variedad y utilidad es infinita.



*Partición del cubo en 24 partes iguales*

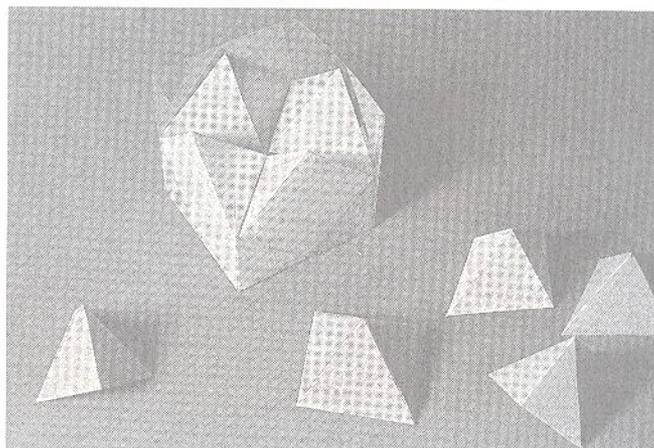


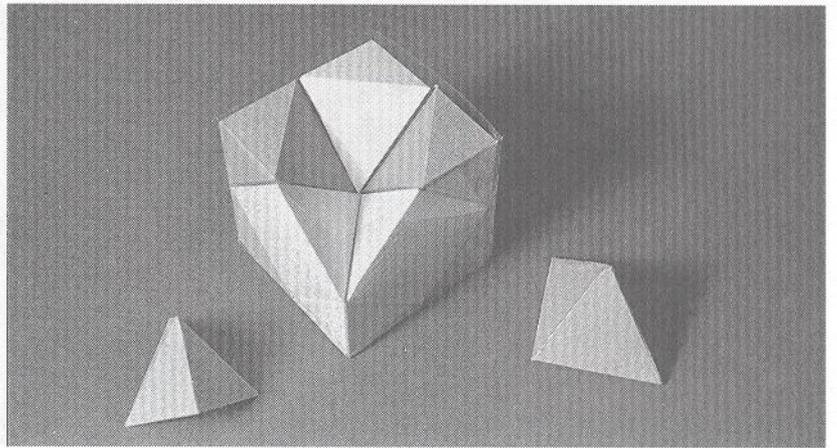
Partición del cubo en 8 partes *a* (vértices) y 6 partes *b* (caras)

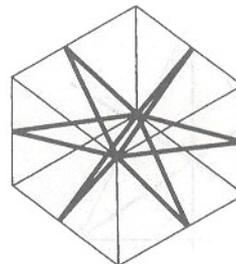
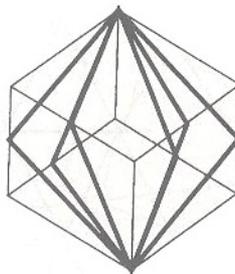
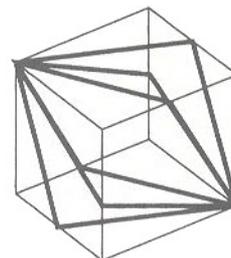
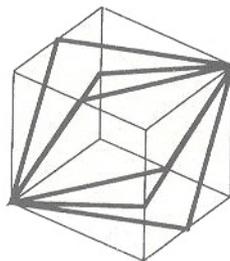
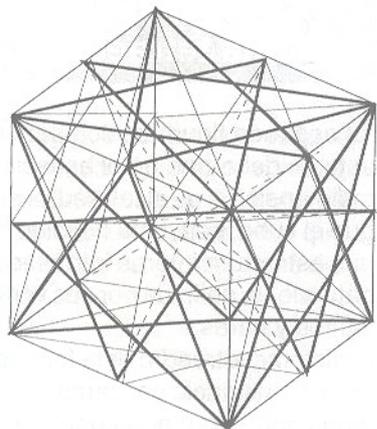


*Partición del cubo en 24 módulos*

*Partición del cubo en 24 módulos*





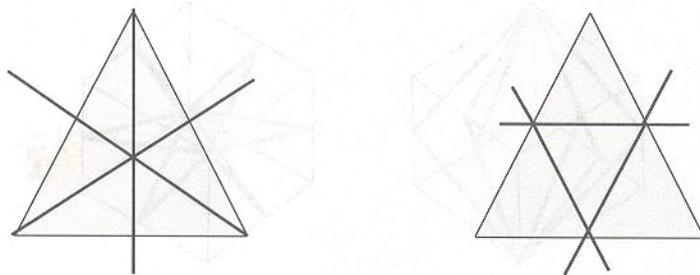


*Partición del cubo en 126 partes:  
6 partes a, 48 partes b, 24 partes c, 24 partes d y 24 partes e*

### Ejercicio Lección 6

a) Construir las particiones marcadas  
con símbolo ✂

## Proporción del sistema tetraedro



La segunda figura básica para el estudio del orden en el espacio tridimensional es el tetraedro, al igual que el cubo, este está definido por una estructura interna intrínseca a su naturaleza, definida por sus vértices, cantos y caras.

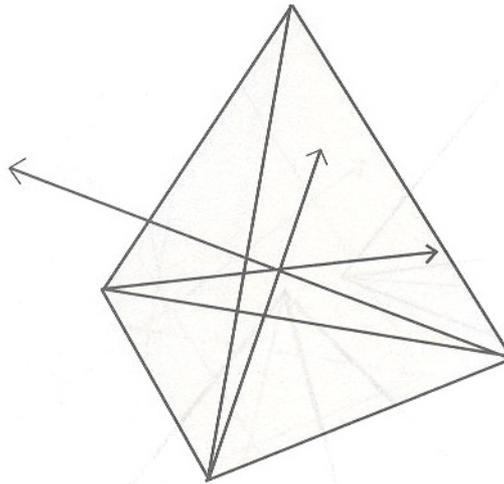
El sistema tetraedro está formado en primera instancia por caras triangulares formadas por triángulos equiláteros, cada uno de los cuales posee dos tipos de ejes estructurales, partiendo de cada vértice hasta el punto medio de la cara enfrente conforma el sistema de ejes centrales. El segundo sistema de vértices parte de los puntos medios de cada canto hasta el punto medio del canto abyacente, segmentando de este modo el triángulo en cuatro triángulos semejantes al principal.

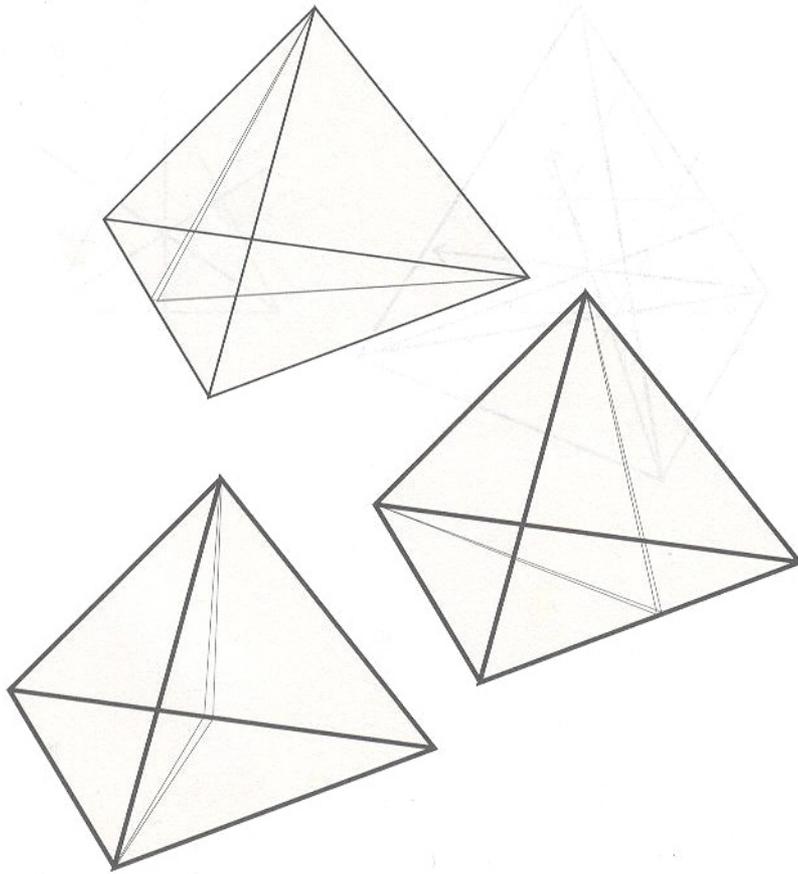
A partir de estos ejes se definen también los ejes tridimensionales del tetraedro que, en asociación con los ejes bidimensionales, se dividen en dos grupos:

- ejes de los vértices
- ejes de los cantos

## Ejes de los vértices

Los ejes de los vértices del tetraedro parten de cada vértice e intersectan el punto medio de la cara opuesta, de este modo generan un sistema que se intersecta en el punto medio del tetraedro.

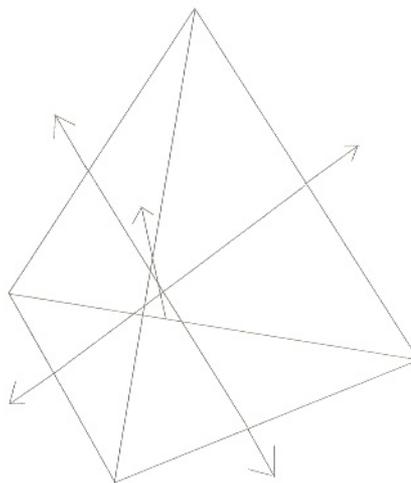




*Planos sobre los que se mueven los ejes del tetraedro.*

## Ejes de los cantos

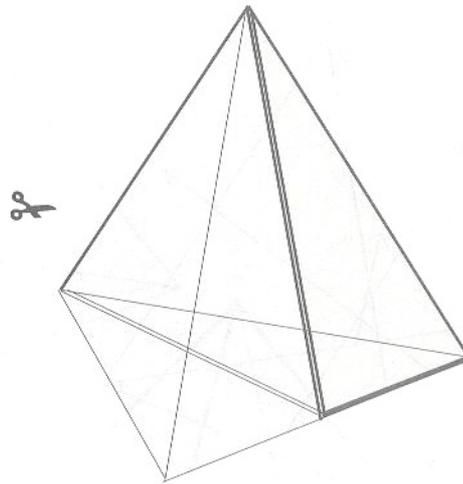
Los ejes de los cantos en el sistema tetraedro corren a través de los puntos medios de los cantos de las caras enfrente, el punto de intersección de estos ejes es el mismo de los ejes de los vértices, o sea, el punto medio del tetraedro.



## Partición regular del sistema tetraedro

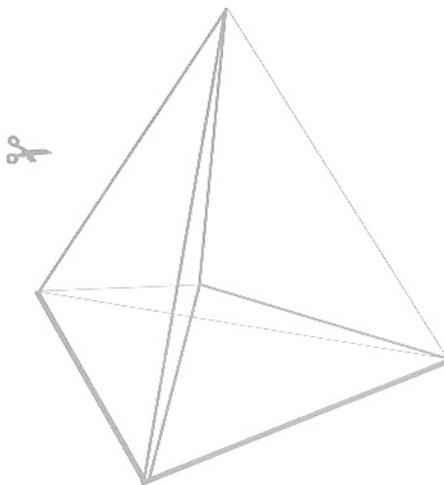
### Partición regular del sistema tetraedro en dos módulos

Partiendo de los ejes que dividen las caras del tetraedro en partes iguales se puede hacer una partición regular del cuerpo en un modo muy simple: se toman dos de estos ejes y la cara enfrente como base de corte. De esta forma se obtienen los dos módulos iguales.

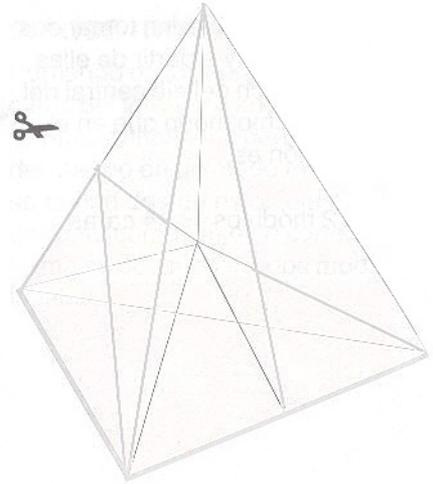


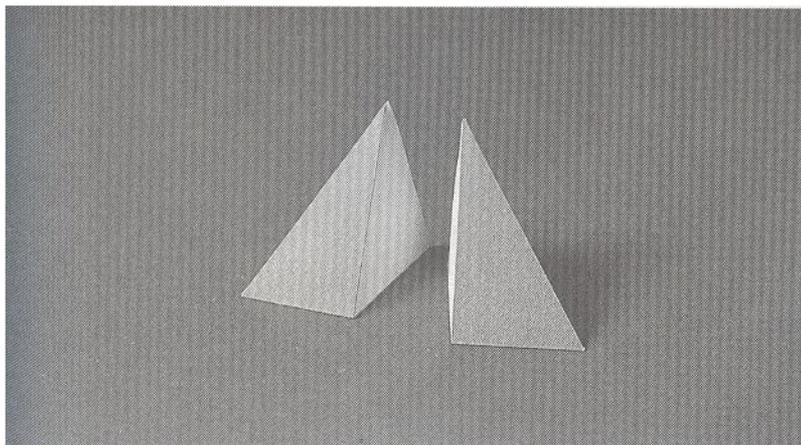
La otra partición regular del tetraedro en dos módulos parte de la lógica de que como el cuerpo tiene cuatro caras entonces se pueden tomar dos caras adyacentes y a partir de ellas cortar en dirección del eje central del cuerpo; del mismo modo que en el cubo la relación es:

$$2 \text{ caras} \times 2 \text{ módulos} = 4 \text{ caras}$$

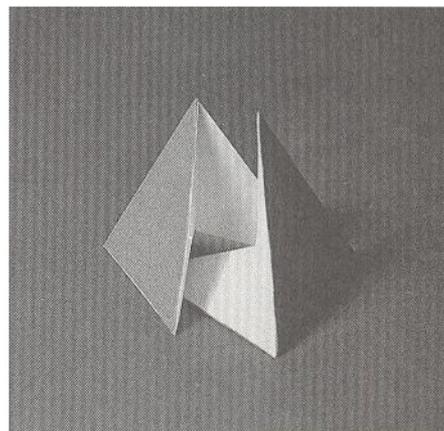


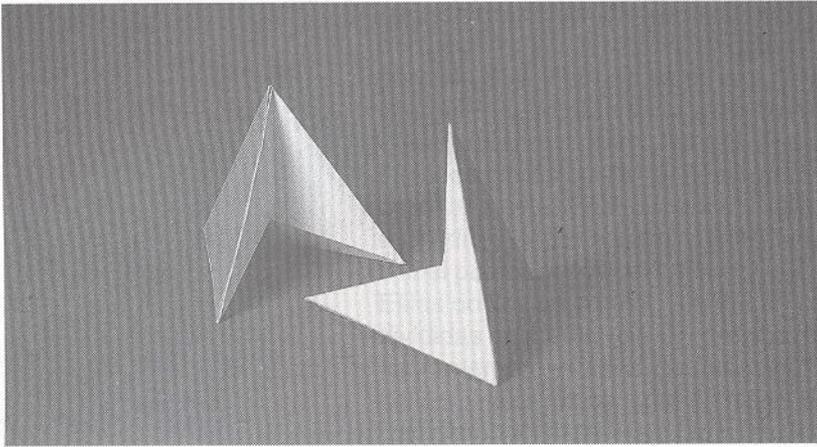
Una tercera posibilidad de la división del tetraedro en dos módulos iguales parte de la distribución de planos triangulares, manteniendo la relación de las caras exteriores. De este modo se reparten dos caras (en nuestro caso) en forma regular alrededor del tetraedro y se unen todos sus vértices con el punto central del cuerpo. Estas dos caras pueden estar divididas en medias caras o tercios de estas siempre y cuando el resultado de la suma de estos módulos sea dos y su distribución sea regular. (Refiérase al apéndice Relaciones en el tetraedro).



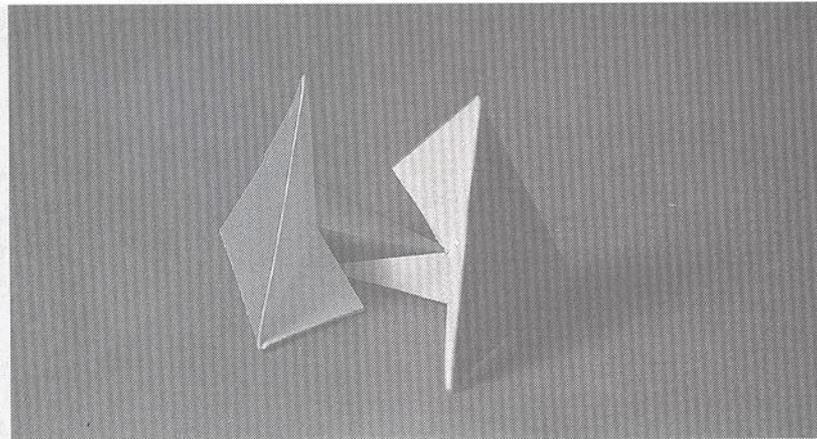
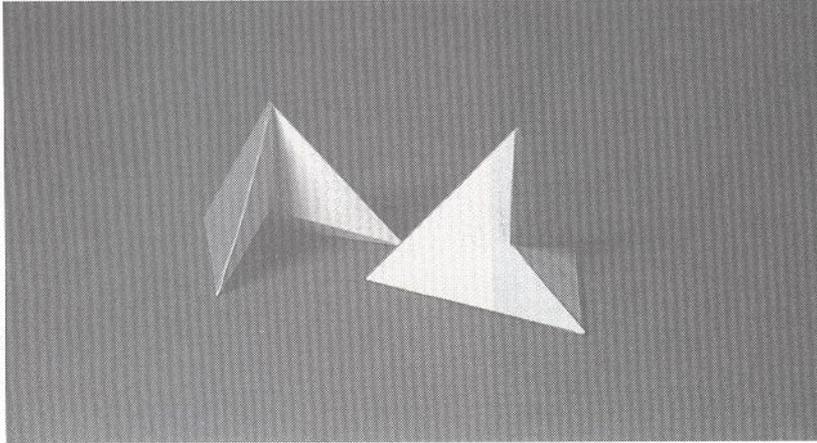


*Partición regular del tetraedro en dos módulos*

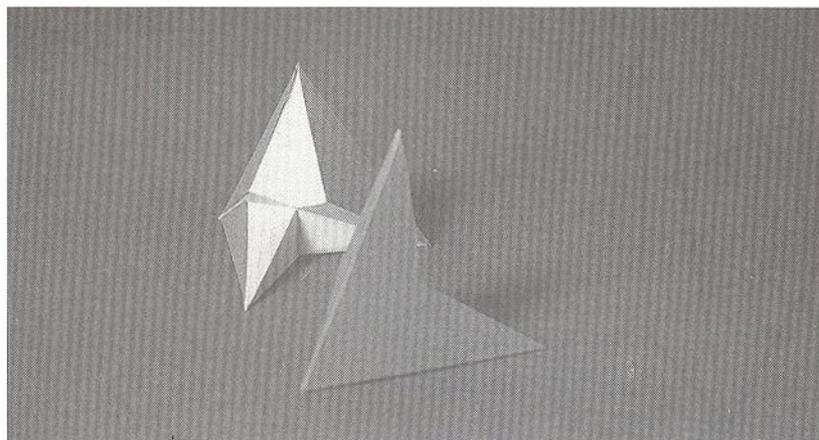
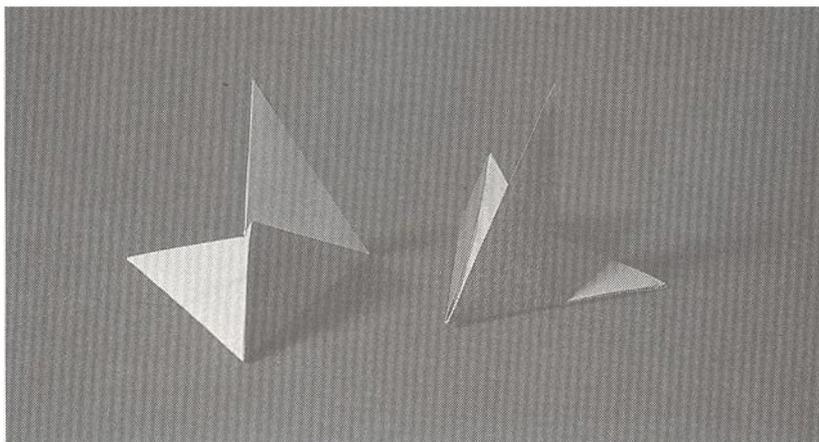
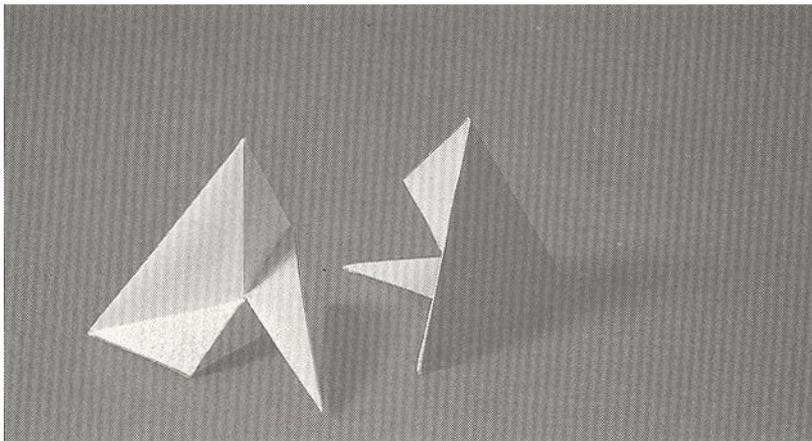




Partición regular del tetraedro en dos módulos



Partición regular del tetraedro en dos módulos



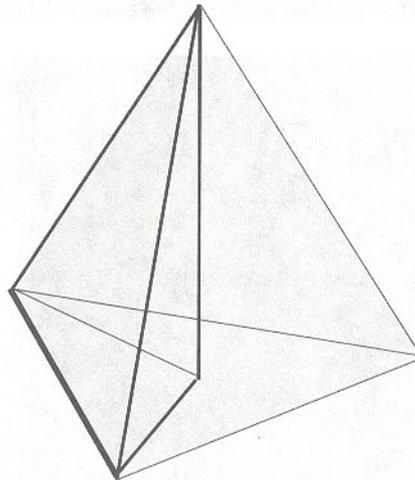
*Partición regular del tetraedro en dos módulos*

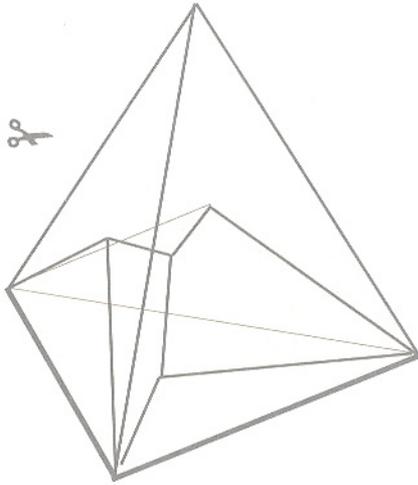
## Partición regular del tetraedro en tres módulos

Todas estas particiones tanto la de dos módulos como esta de tres módulos solo son ejemplos de las posibles y más importantes particiones regulares. Existe infinita combinación de otras posibles particiones regulares, semirregulares e irregulares.

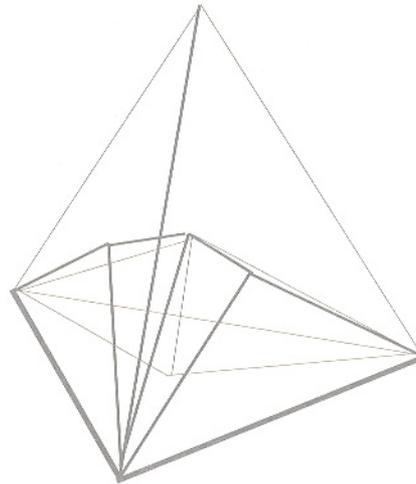
En el caso de las particiones en tres módulos citaremos dos:

La primera consiste en una simple partición de una cara en tres partes iguales, cada una de las cuales servirá de base para la pirámide que será formada por la cara adyacente a esta parte y las caras entre esta parte y el eje central del tetraedro.



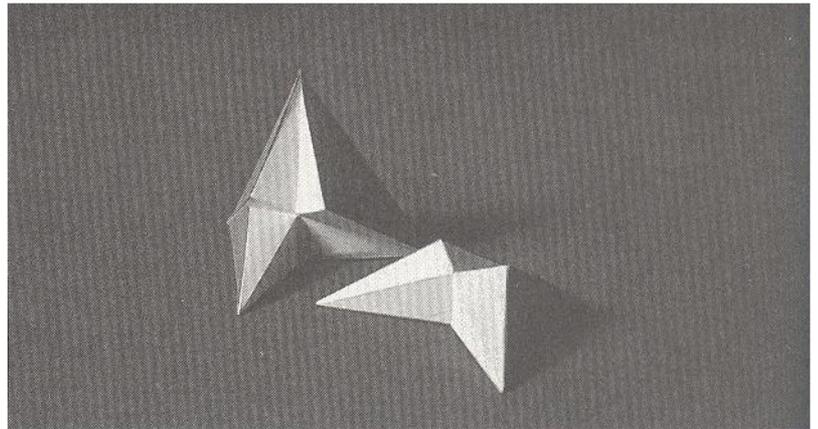


La segunda partición en tres módulos iguales consiste en la repartición de los cuatro tercios de cara necesarios para obtener la superficie externa que multiplicada por tres da la totalidad de la superficie del tetraedro, esta distribución de módulos puede hacerse de varias maneras, a continuación se presenta un ejemplo de estas.

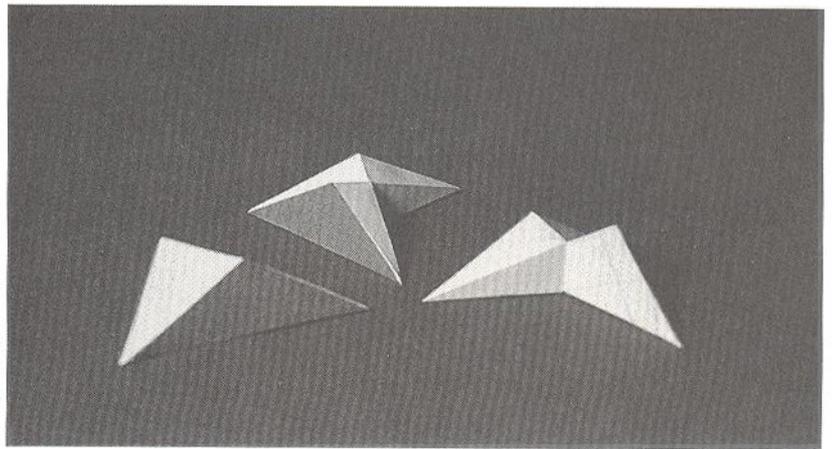


### Ejercicio Lección 7

a) Construir las particiones marcadas con el símbolo 

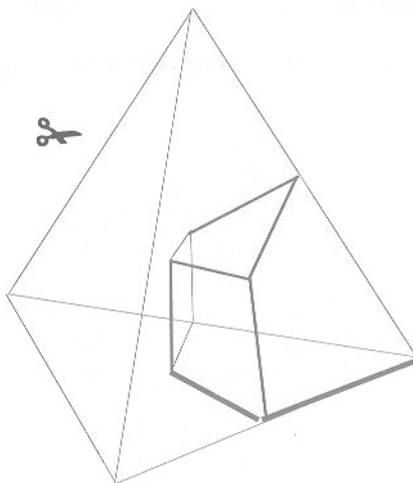
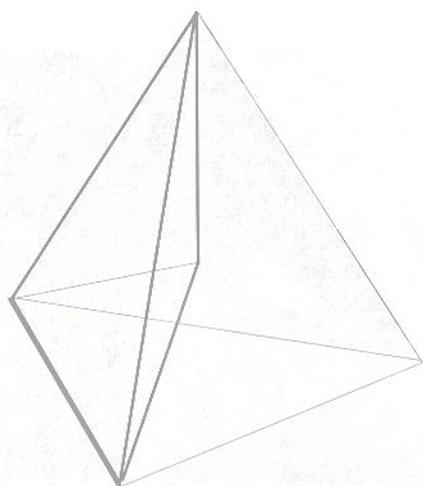


*Partición regular del tetraedro en tres módulos*



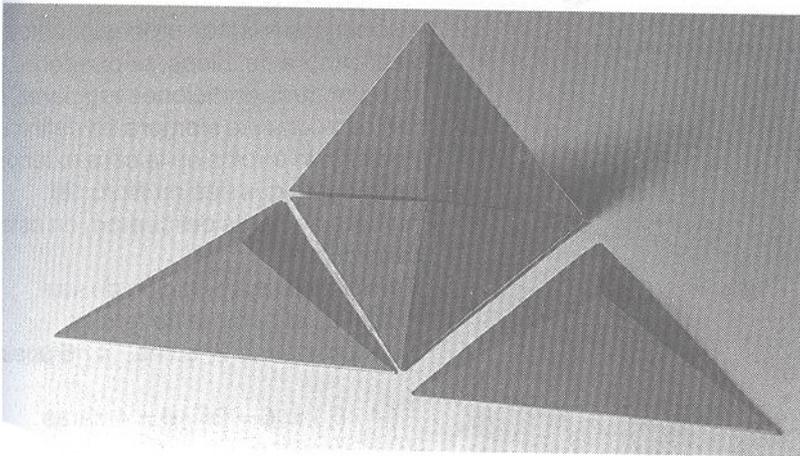
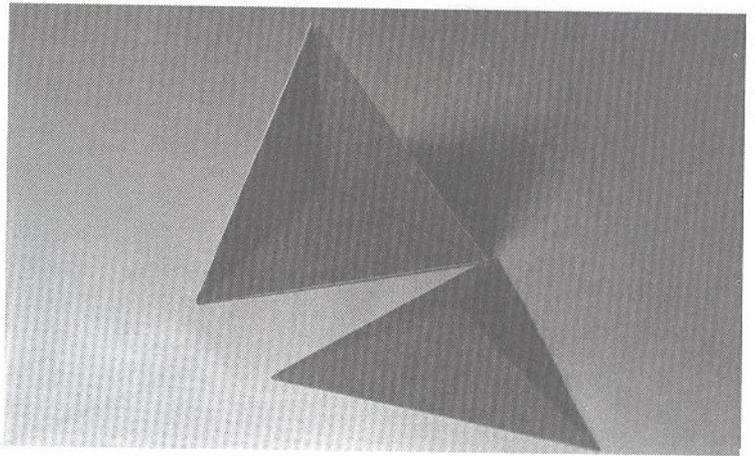
*Partición regular del tetraedro en tres módulos*

## Partición regular del tetraedro en cuatro módulos

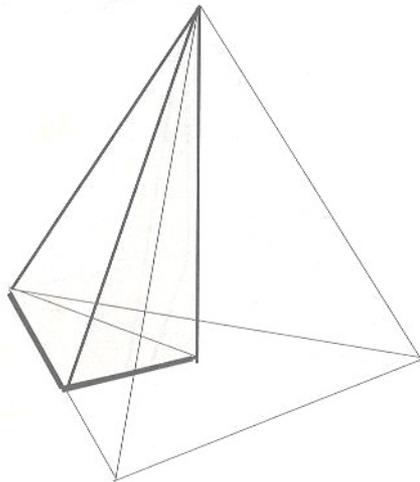


El tetraedro posee cuatro caras, de ahí que la partición en cuatro módulos iguales tenga que estar en perfecta relación con las caras del cuerpo ya sea completas o en una distribución coherente de modo que los cuatro módulos formen el tetraedro. La primera distribución lógica está en pensar un módulo por cara, de modo que cada cara se convierta en la base de una pirámide cuyo vértice es el punto medio del tetraedro. Del mismo modo y en forma similar a lo expuesto anteriormente los tres tercios de las caras externas se pueden distribuir de un manera adecuada para que formen las caras externas de los módulos regulares.

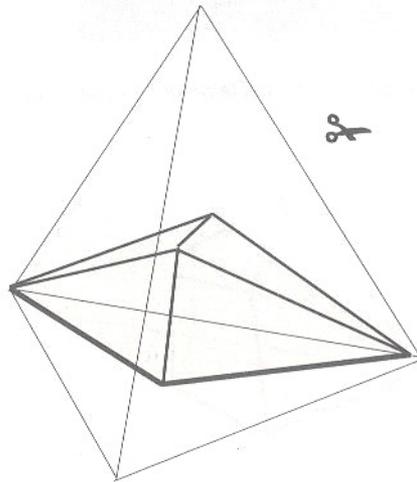
Otras particiones  
regulares  
del tetraedro



*Partición regular del tetraedro en cuatro módulos*



Partición regular del tetraedro en 6 módulos

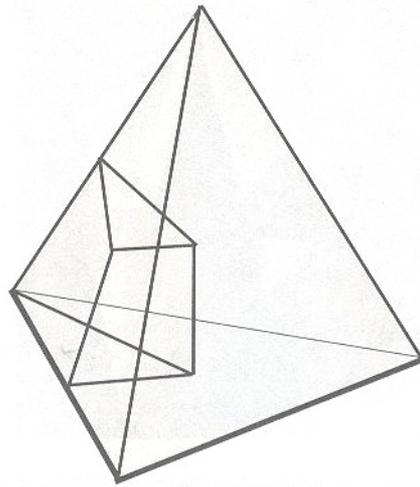


## Otras particiones regulares del tetraedro

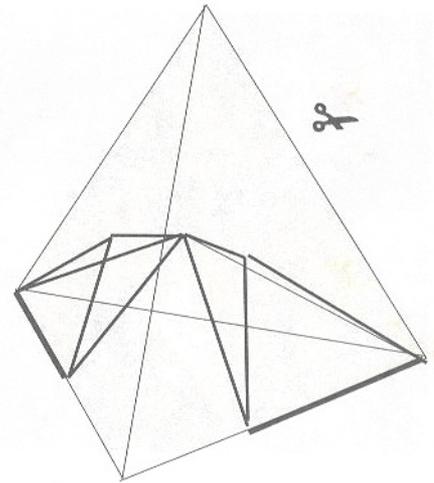
Usando los mismos procedimientos hasta ahora definidos, se pueden trabajar otras particiones regulares, el método consiste siempre en definir un número de tercios en la cara exterior del módulo que sea múltiplo del número de caras del cuerpo, en este caso cuatro.

Para definir una partición de seis módulos, el número de tercios exteriores sería 2, o sea,  $4/6$  pues:

$$(4/6) \times 6 = 24/6 = 4 \text{ caras}$$



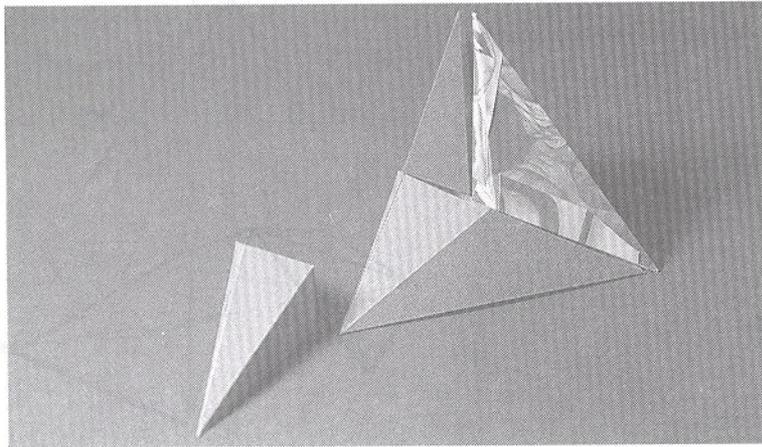
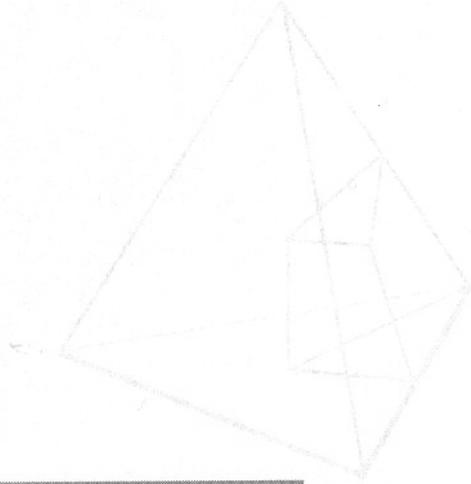
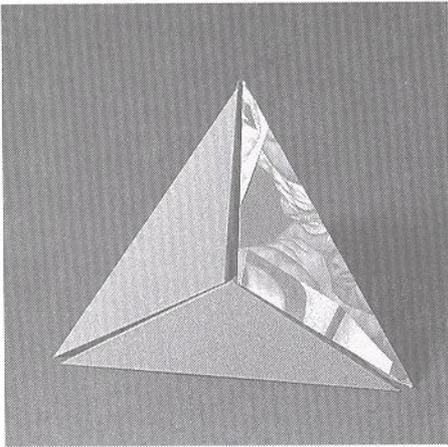
*Partición regular del tetraedro en 8 módulos*



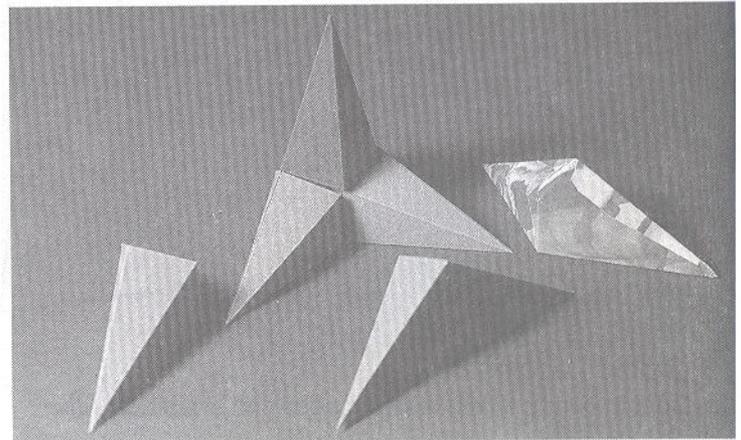
*Partición regular del tetraedro en 24 partes*

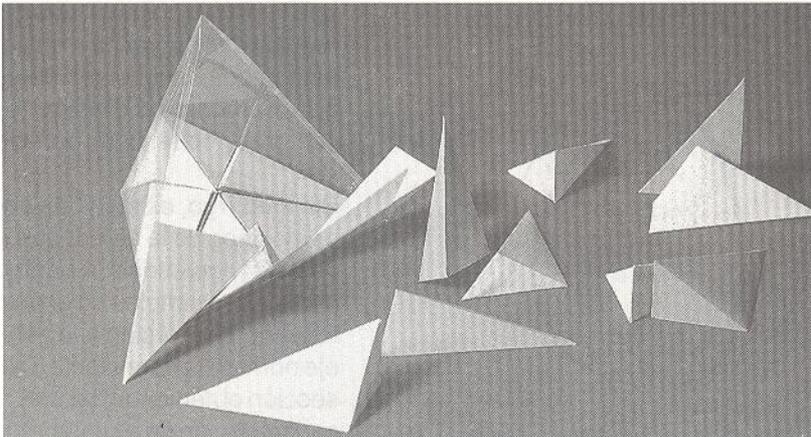
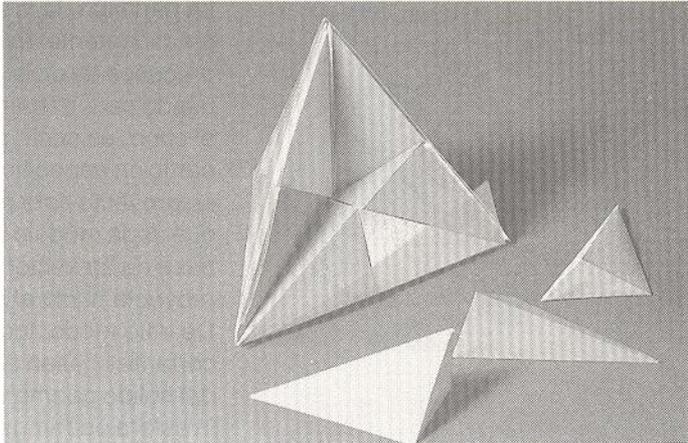
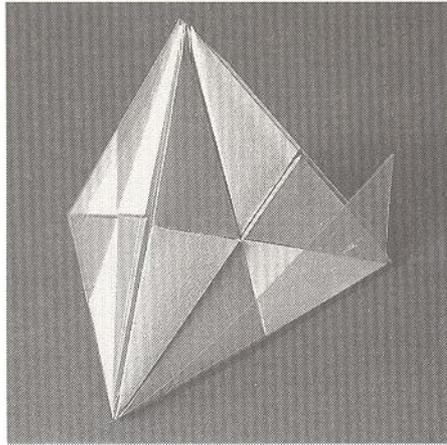
## Ejercicio Lección 8

a) Construir las particiones marcadas con el símbolo ✂



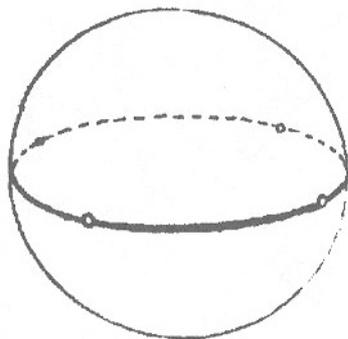
Partición regular del tetraedro en seis módulos



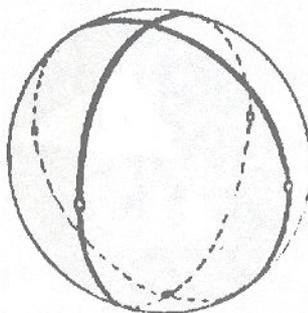


*Partición regular del tetraedro en 24 módulos*

## Partición de la esfera



*Particiones de la esfera en dos, cuatro o más módulos*



La partición de la esfera se basa prácticamente en los mismos procesos de división que se han usado para trabajar con el tetraedro y el cubo, es decir, se parte de una partición específica de la superficie y se proyecta este resultado de modo que cada módulo superficial sea la base de un sector de esfera que se proyecta hacia el centro de la misma. De este modo, todos los planos cortantes pasan por el punto central del sólido geométrico. En el caso de la esfera podemos hablar de un resultado un poco diverso debido a que la esfera posee un grado de regularidad mayor que los sólidos estudiados hasta el momento, por lo que el proceso de división genera sectores polares muy parecidos entre sí.

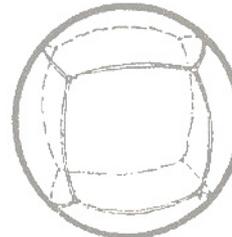
Sin embargo, existen una serie de particiones de la esfera que se alejan de esta regularidad. A partir de particiones simples se le puede imprimir una torsión a la esfera en el eje normal (perpendicular) a la sección obteniendo así una configuración de módulos muy

diferente a las obtenidas hasta ahora. La última figura de este apartado ejemplifica una de estas particiones e invita a la experimentación con otras posibilidades.

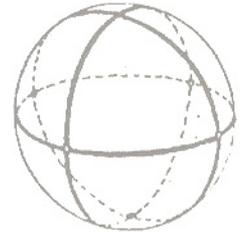
La teoría de particiones de los sólidos elementales, -cubo, tetraedro y esfera-, pretende generar una mecánica de manejo del espacio tridimensional que promueva en el estudiante una mejor comprensión de este ambiente y sus características. (Refiérase al apéndice Sólidos regulares y semirregulares).



tetraedro



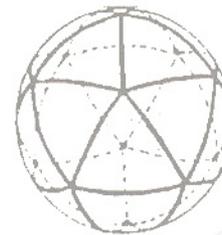
hexaedro



octaedro

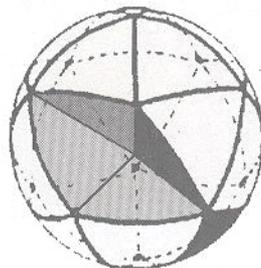
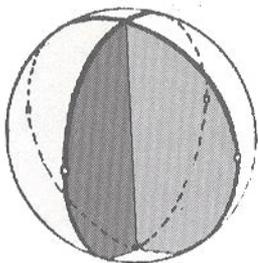


dodecaedro

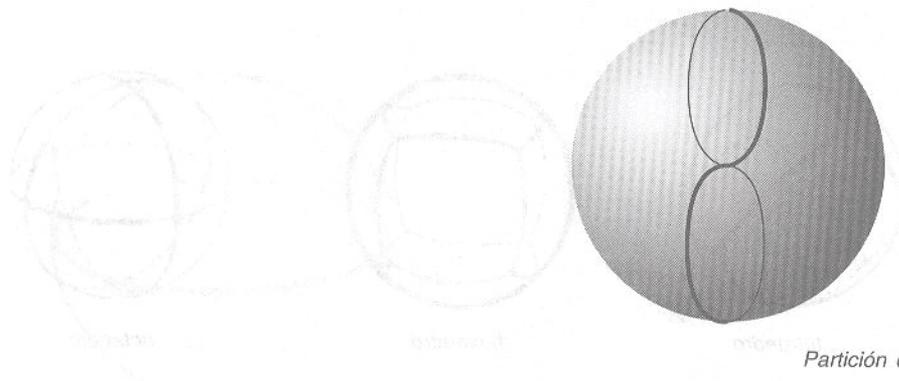


icosaedro





Vista interna de algunas particiones modulares de la esfera

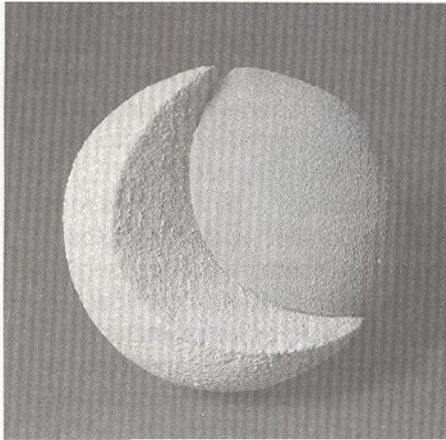
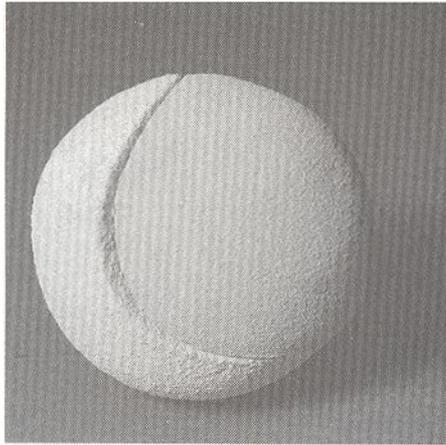


Partición de la esfera con torsión

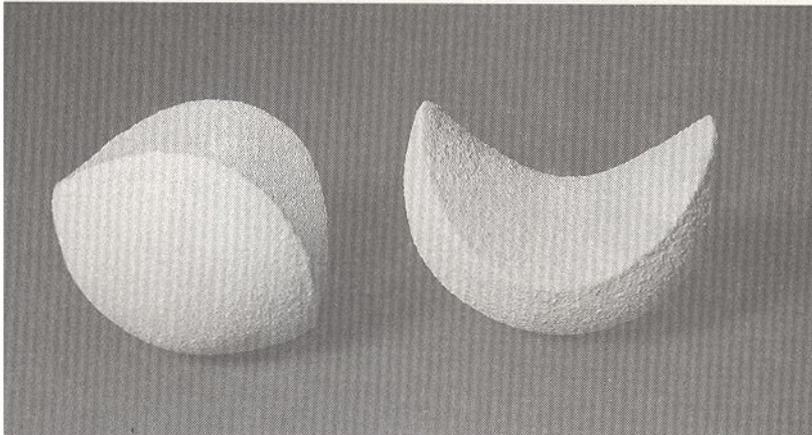
## Ejercicios Lección 9

1. Construir las particiones marcadas con el símbolo ✂
2. Dibujar en un espacio esférico las particiones superficiales marcadas con el símbolo 🖋





*Partición regular de la esfera en dos módulos*



## Retículos

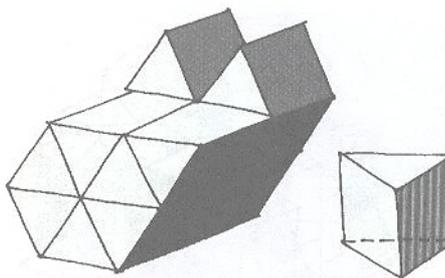
Retículos son órdenes espaciales de puntos que pertenecen a vértices de una estructura de poliedros y que son capaces de llenar el espacio tridimensional en una forma compacta, es decir, sin espacios vacíos intermedios. Así como con las redes bidimensionales existen retículos regulares y semirregulares; según la clasificación de Keith Critchlow existen seis tipos de retículos regulares. (Refiérase al apéndice Sólidos regulares y semirregulares).

## Retículos regulares

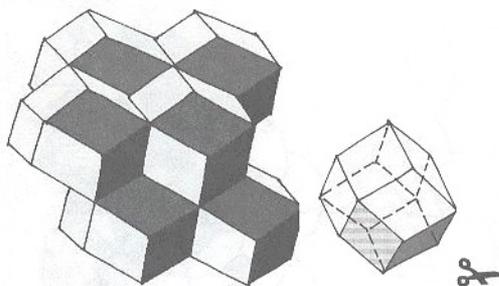
1. Prisma triangular con ocho líneas de unión
2. Dodecaedro rómbico con ocho líneas de unión
3. Cubo, seis líneas de unión
4. Prisma hexagonal, cinco líneas de unión
5. Octaedro truncado, cuatro líneas de unión
6. Tetraedro truncado, cuatro líneas de unión

Existen, además, dos clases de dodecaedros rómbicos que pueden llenar el espacio sin vacíos, los que se muestran en las figuras siguientes.

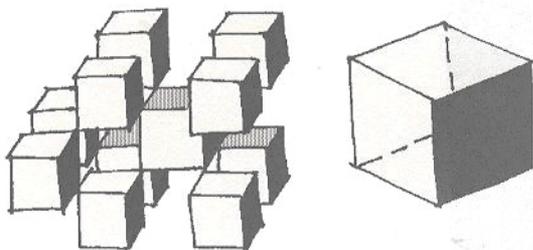
Sin embargo, la clasificación es un asunto relativo y depende especialmente del autor. Por ejemplo, para algunos autores los retículos prismáticos que aquí se clasifican dentro del grupo de regulares son definidos como extensiones tridimensionales de una red bidimensional; no obstante, la comprensión de su lógica estructural es más importante que su agrupación en una clasificación definida.



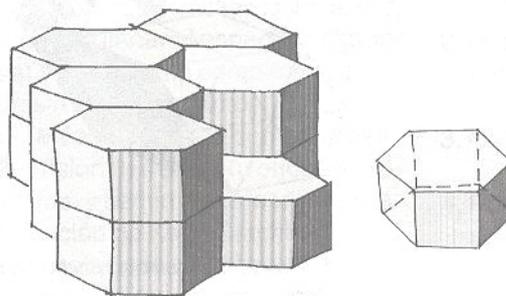
1. Prisma triangular con ocho líneas de unión



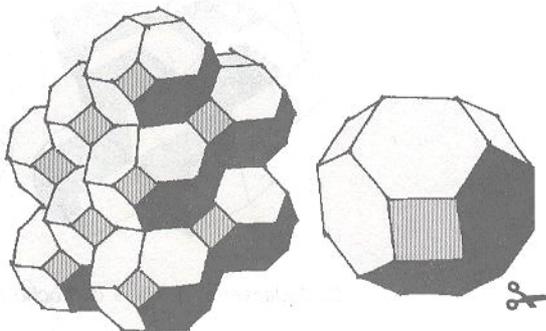
2. Dodecaedro rómbico con ocho líneas de unión



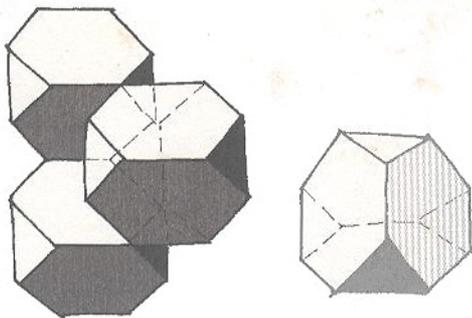
3. Cubo, seis líneas de unión



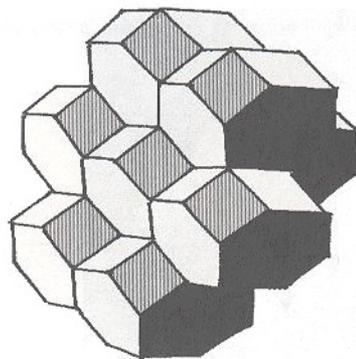
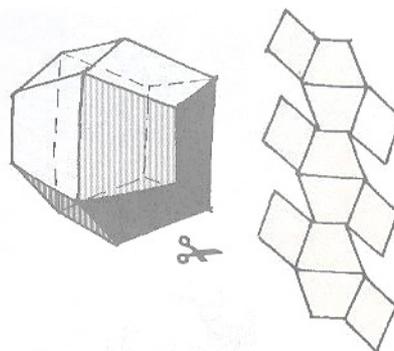
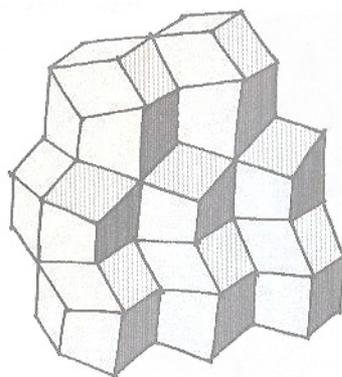
4. Prisma hexagonal, cinco líneas de unión



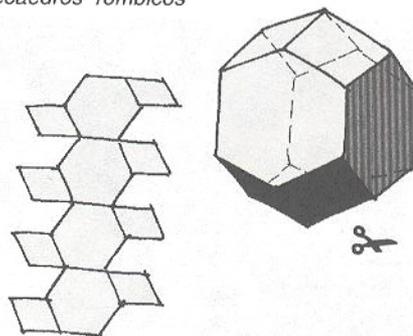
5. Octaedro truncado, cuatro líneas de unión



6. Tetraedro truncado, cuatro líneas de unión

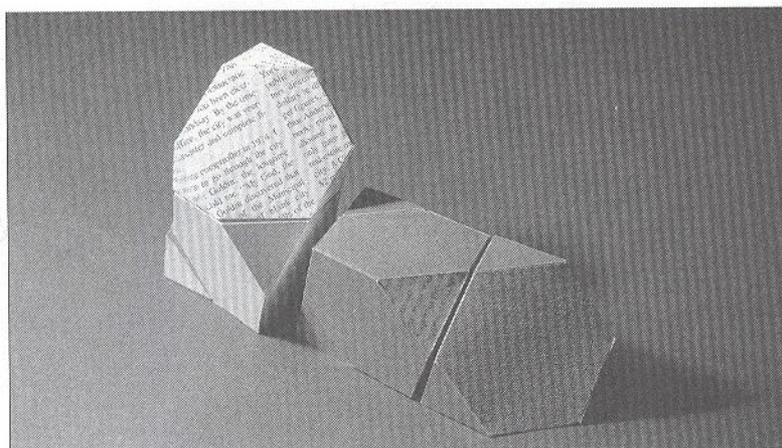
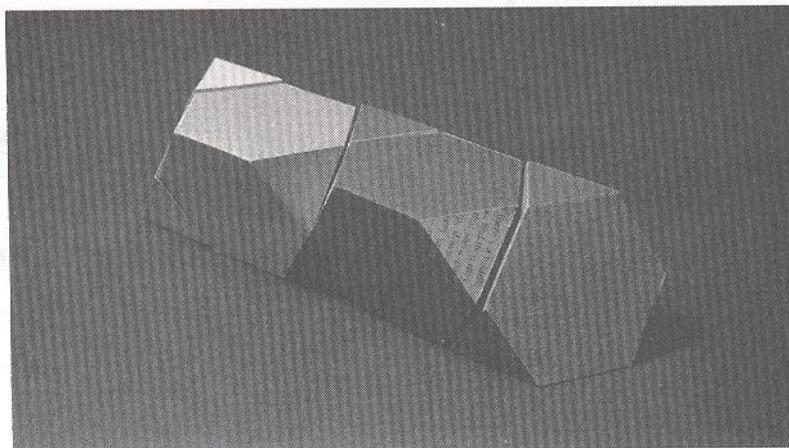


Dodecaedros rómbicos

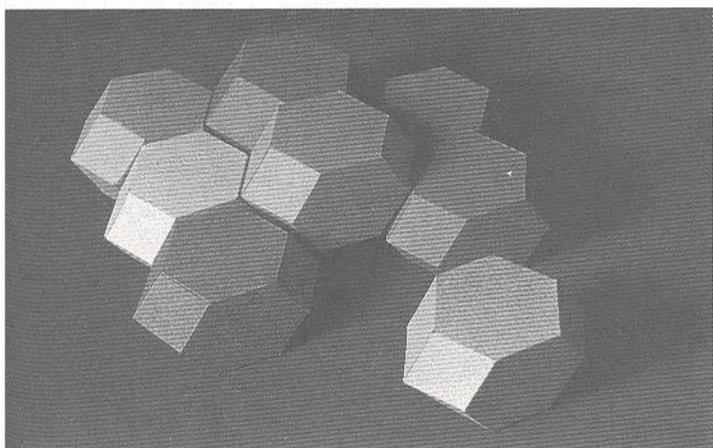


### Ejercicio Lección 10

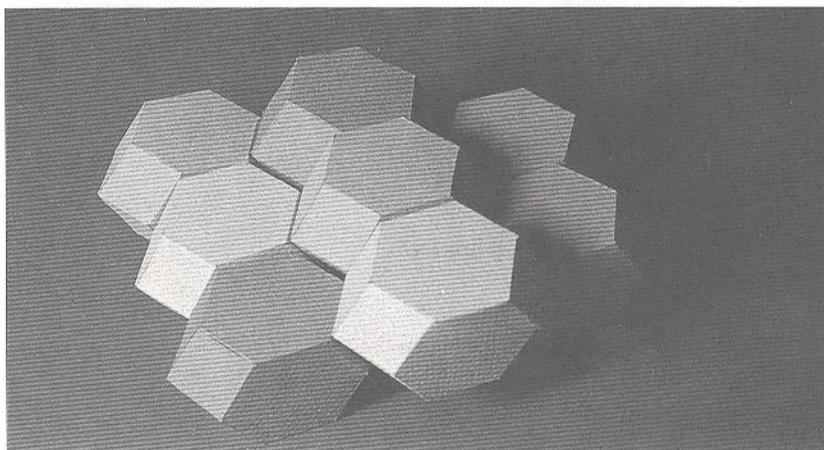
1. Escoger dos retículos de los marcados y construirlos.



*Tetraedro truncado, cuatro líneas de unión*



*Dodecaedro rómbico*

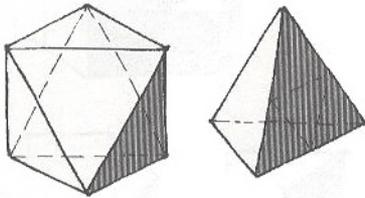
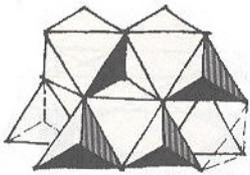


## Retículos semirregulares

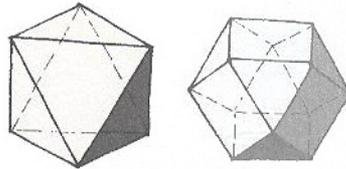
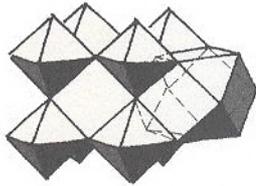
Existen diez retículos semirregulares que llenan el espacio a partir de dos poliedros, a saber:

1. Tetraedros + Octaedros, 12 líneas de unión
2. Octaedro + Cuboctaedro, 8 líneas de unión
3. Tetraedro + Tetraedro truncado, 3 líneas de unión
4. Octaedro + Cubo truncado, 5 líneas de unión
5. Cubo + Octaedro truncado, 4 líneas de unión
6. Prisma triangular + Cubo, 4 líneas de unión
7. Prisma triangular + Prisma hexagonal, 3 líneas de unión
8. Prisma triangular + Prisma dodecagonal, 4 líneas de unión
9. Cubo + Prisma octogonal, 4 líneas de unión
10. Prisma octogonal + Cubo Octaedro truncado, 4 líneas de unión.

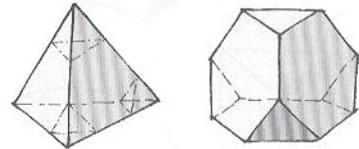
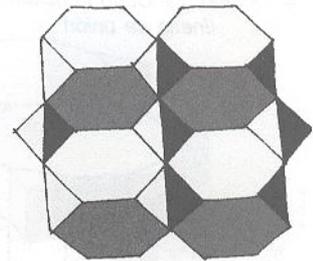
y las familias de prismas:



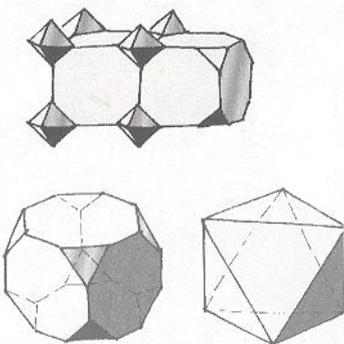
1. Tetraedro + Octaedro, 12 líneas de unión



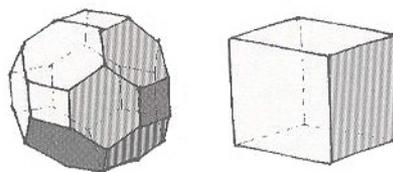
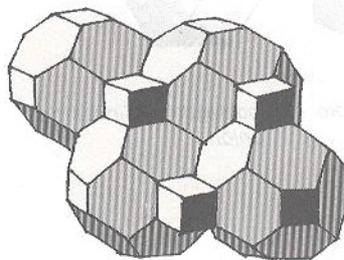
2. Octaedro + Cuboctaedro, 8 líneas de unión



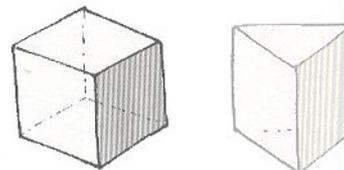
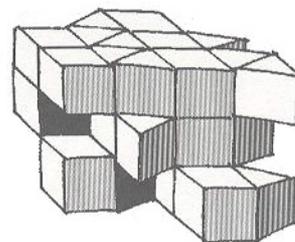
3. Tetraedro + Tetraedro truncado, 3 líneas de unión



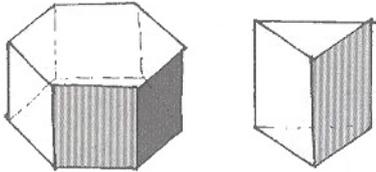
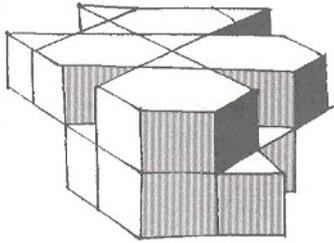
4. Octaedro + Cubo truncado, 5 líneas de unión



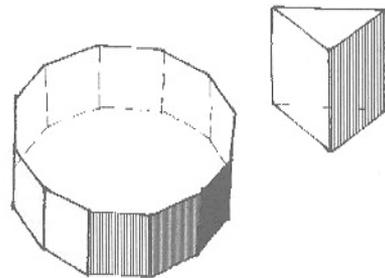
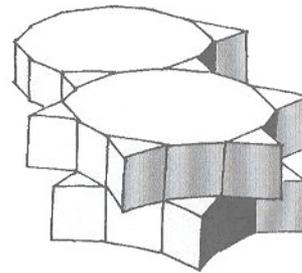
5. Cubo + Octaedro truncado, 4 líneas de unión



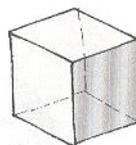
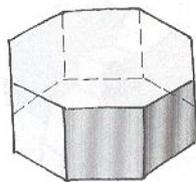
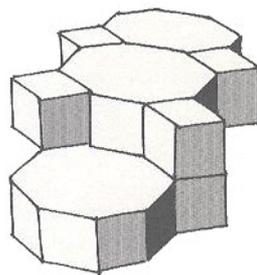
6. Prisma triangular + Cubo, 4 líneas de unión



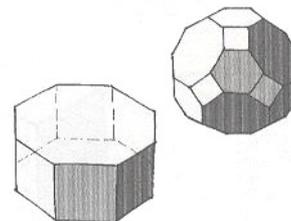
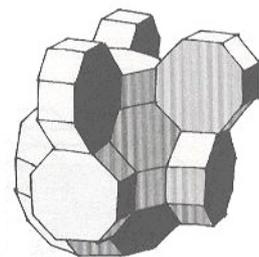
7. Prisma triangular + Prisma hexagonal,  
3 líneas de unión



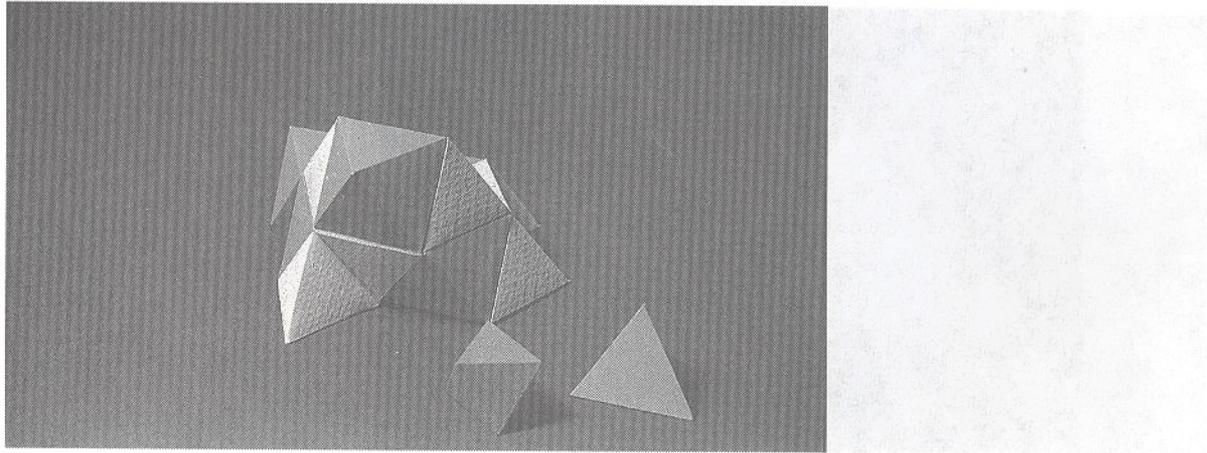
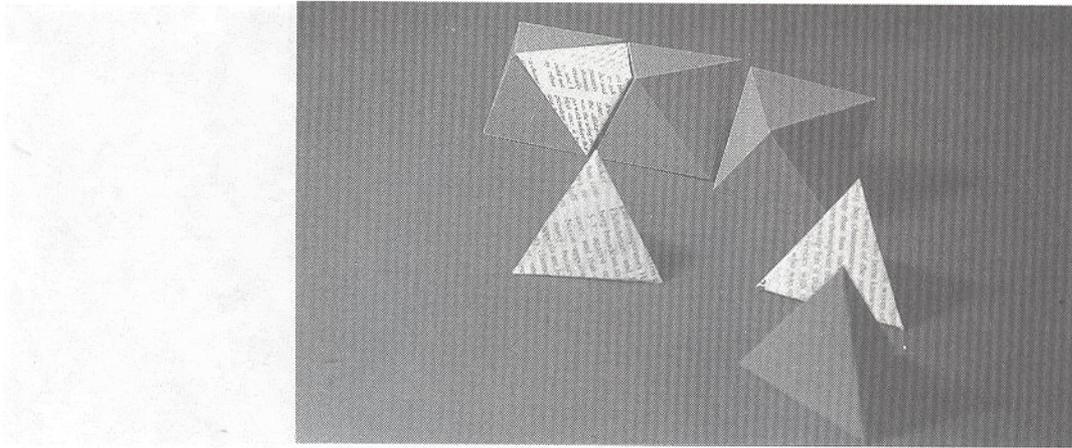
8. Prisma triangular + Prisma dodecagonal,  
4 líneas de unión



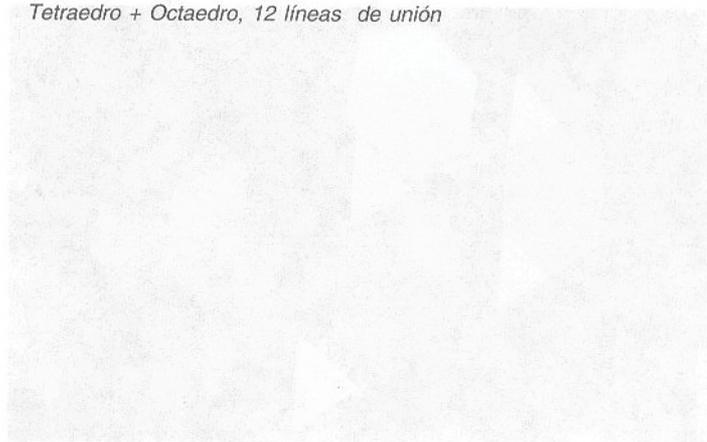
9. Cubo + Prisma octogonal, 4 líneas de unión

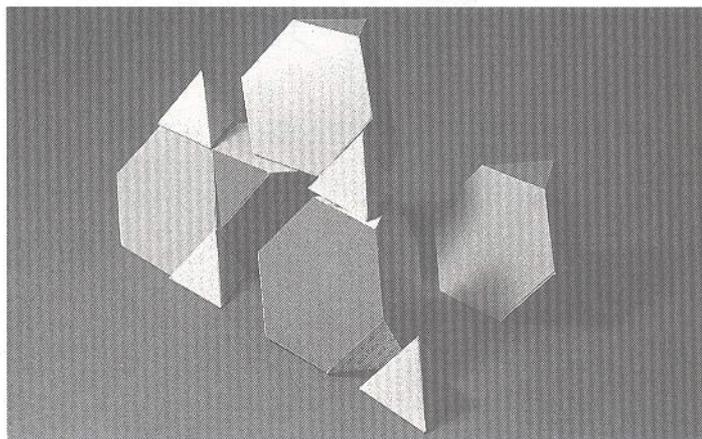
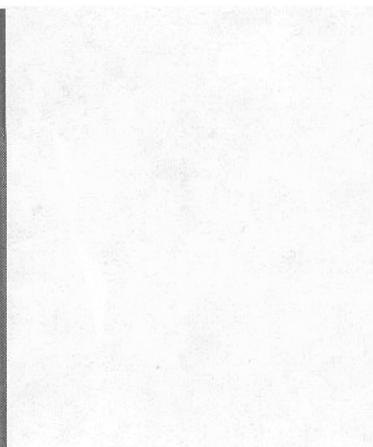
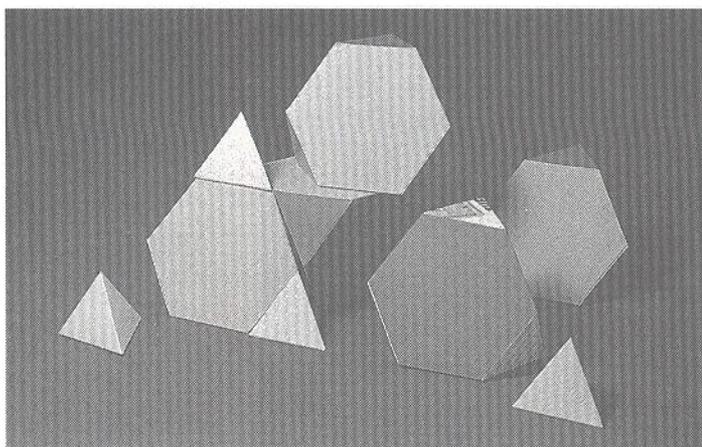


10. Prisma octogonal + Cubo Octaedro troncado, 4 líneas de unión

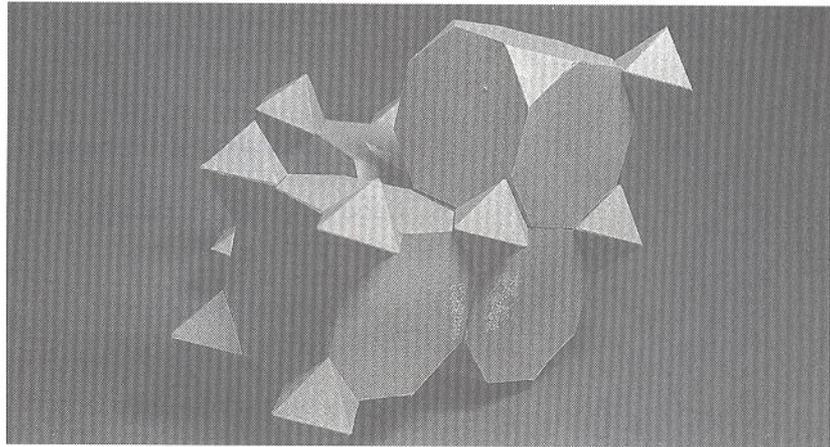
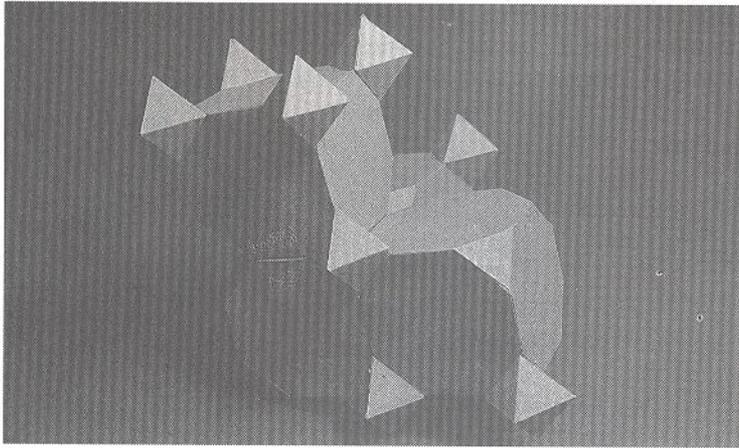


*Tetraedro + Octaedro, 12 líneas de unión*





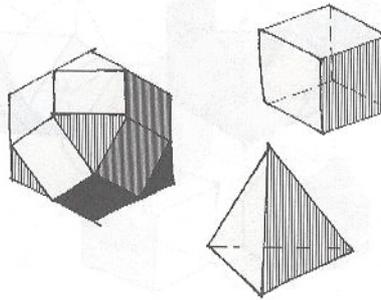
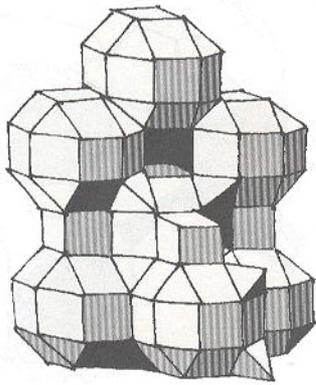
*Tetraedro + Tetraedro truncado,  
3 líneas de unión*



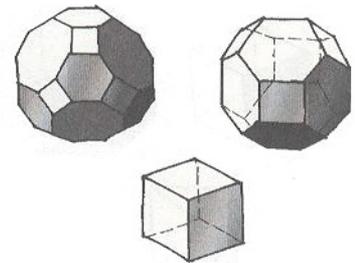
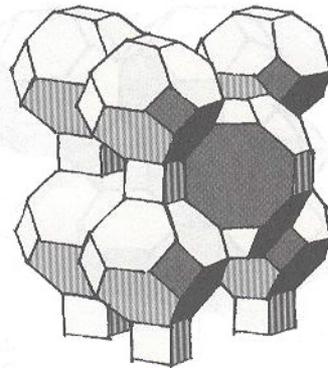
*Octaedro + Cubo truncado,  
5 líneas de unión*

Del mismo modo existen 8 retículos semirregulares que son capaces de llenar el espacio sin vacíos a partir de una combinación de tres clases de poliedros:

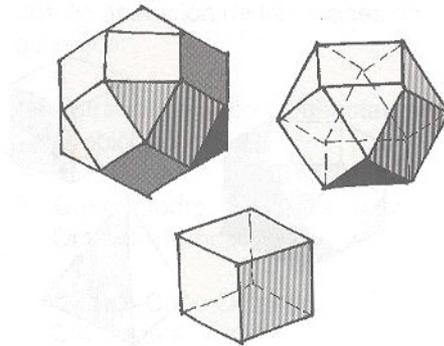
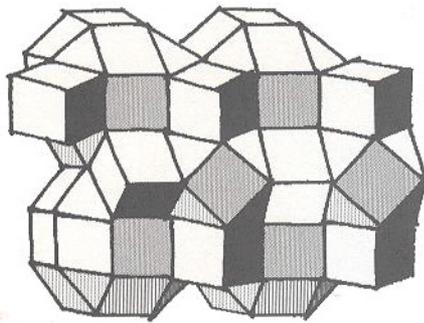
1. Tetraedro + Cubo + Cuboctaedro rómbico
2. Cuboctaedro truncado + Cubo + Octaedro truncado
3. Cubo + Cubo Octaedro + Cuboctaedro rómbico
4. Tetraedro truncado + Cubo Octaedro + Octaedro truncado
5. Tetraedro truncado + Cubo truncado + Cuboctaedro truncado
6. Cubo + Prisma triangular + Prisma hexagonal
7. Cubo + Prisma triangular + Dodecágono
8. Cubo + Hexaedro + Dodecágono



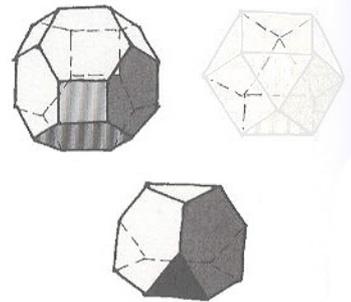
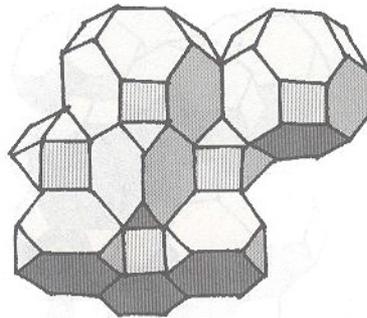
1. Tetraedro + Cubo + Cuboctaedro rómbico



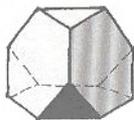
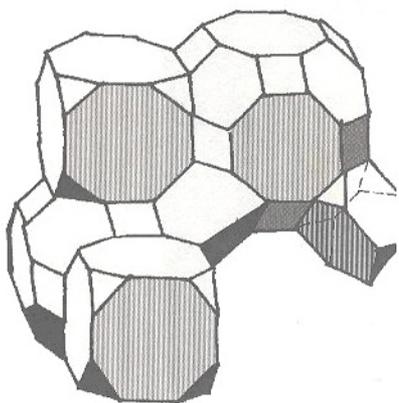
2. Cuboctaedro truncado + Cubo + Octaedro truncado



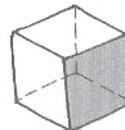
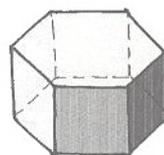
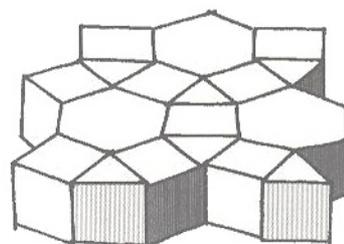
3. *Cubo + Cubo Octaedro + Cuboctaedro  
r6mbico*



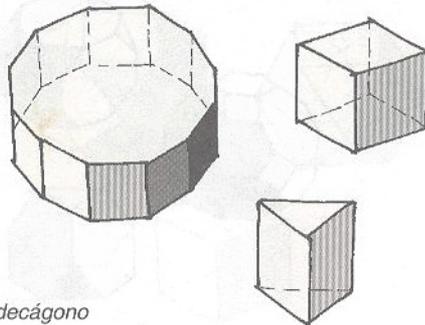
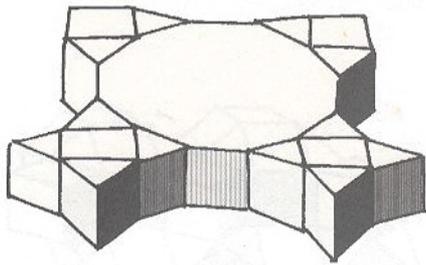
4. *Tetraedro truncado + Cubo  
Octaedro + Octaedro truncado*



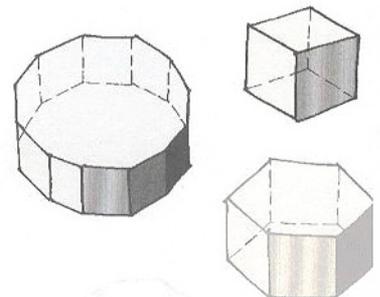
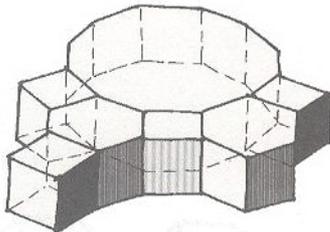
5. *Tetraedro truncado + Cubo truncado  
+ Cuboctaedro truncado*



6. *Cubo + Prisma triangular + Prisma  
hexagonal*



7. Cubo + Prisma triangular + Dodecágono

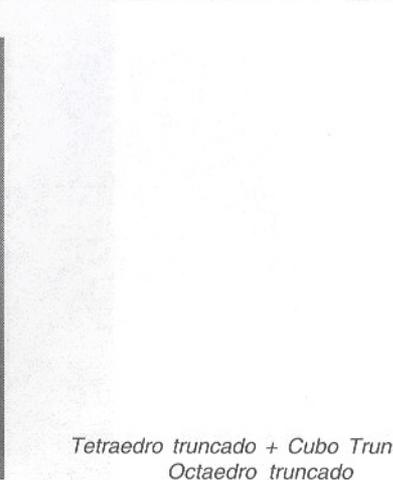
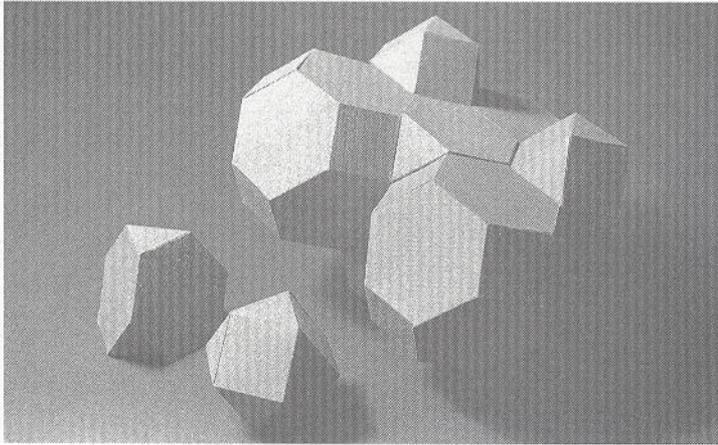
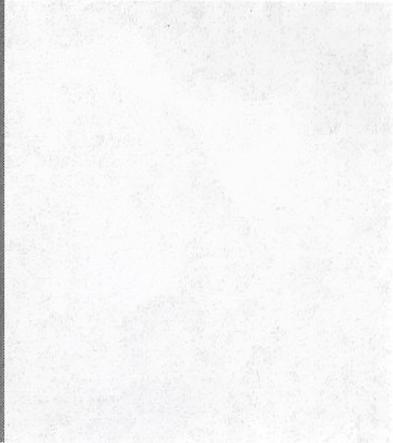
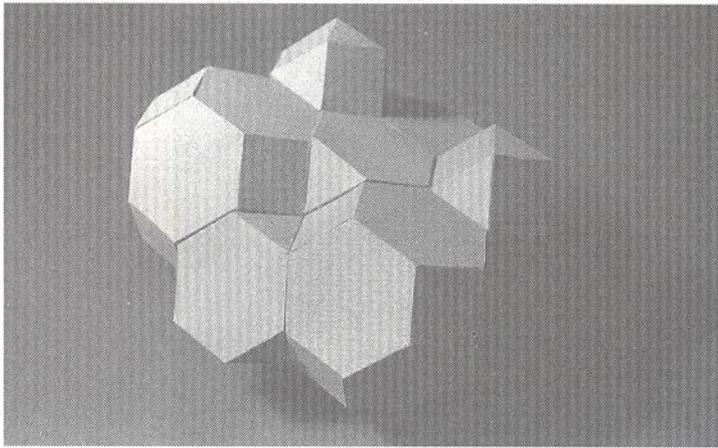


8. Cubo + Hexaedro + Dodecágono

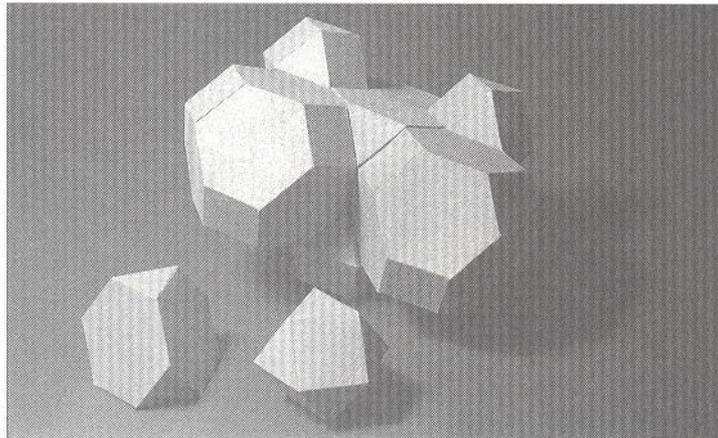


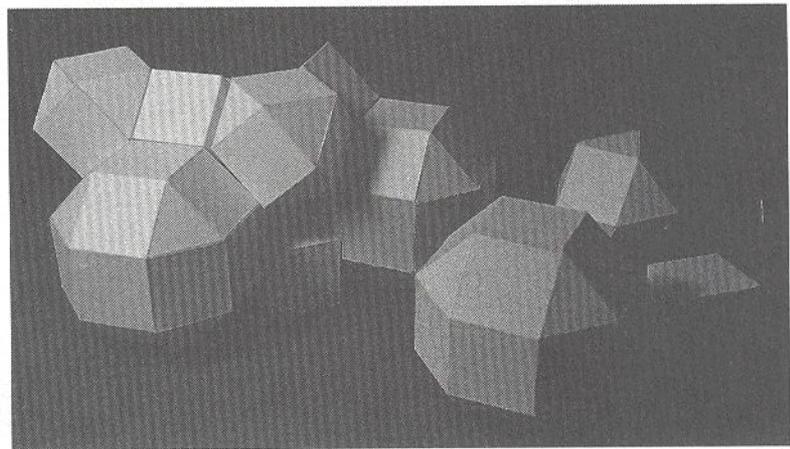
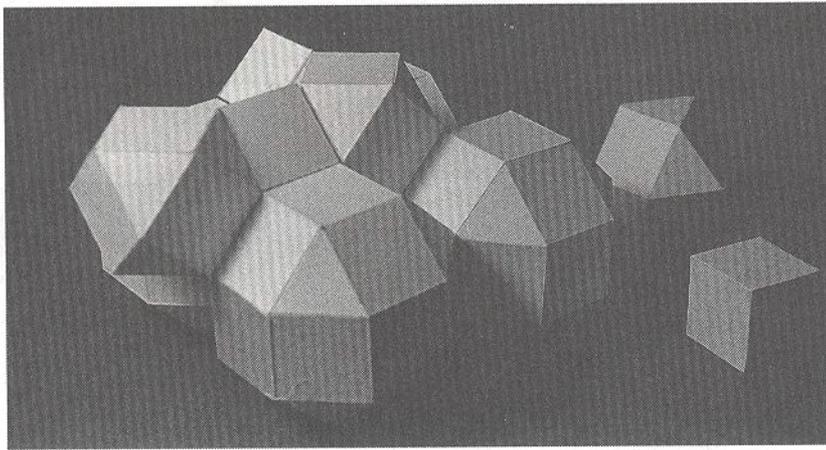
### Ejercicio Lección 11

1. Escoger un retículo semirregular de dos sólidos y uno de tres sólidos y construirlos; las familias de prismas no son escogibles.

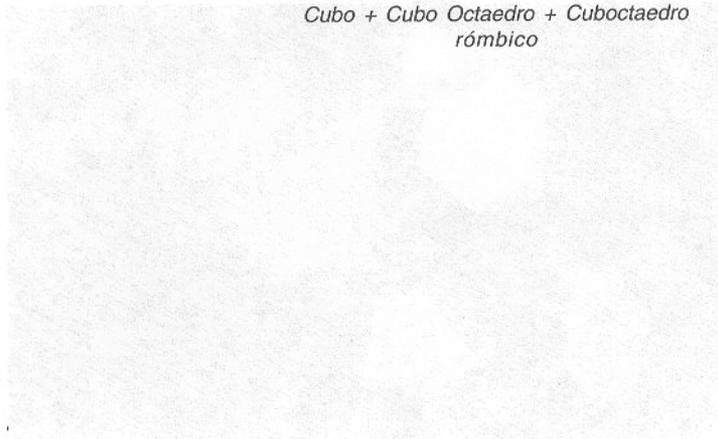


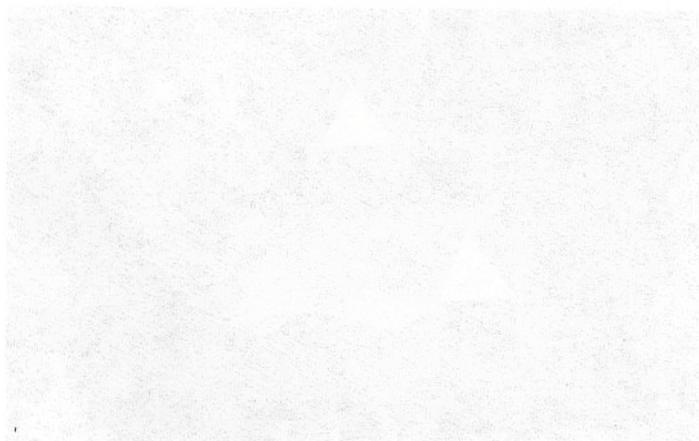
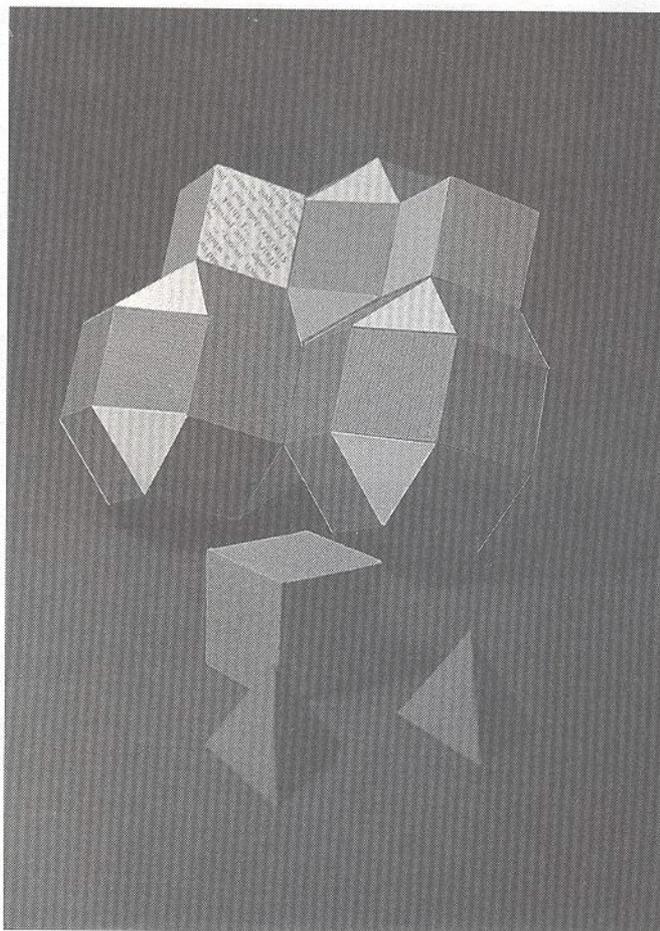
*Tetraedro truncado + Cubo Truncado+  
Octaedro truncado*

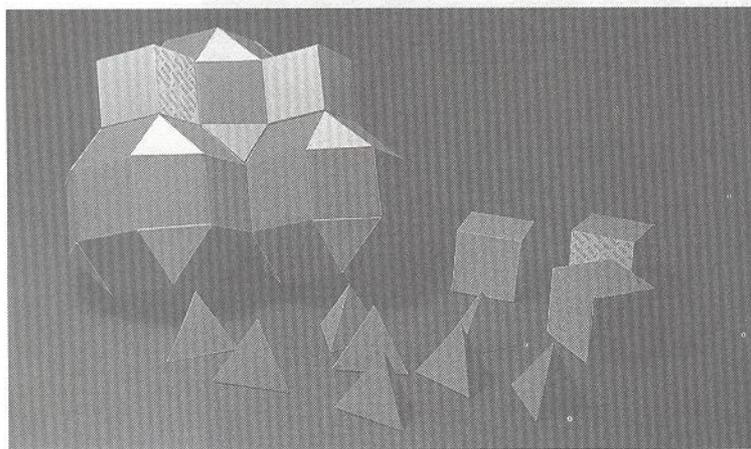




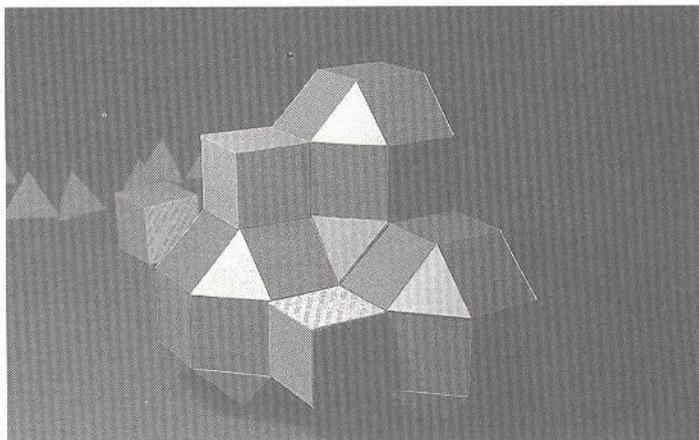
*Cubo + Cubo Octaedro + Cuboctaedro  
rómbico*







*Tetraedro + Cubo + Cuboctaedro rómbico*



## Definición del proyecto final

La tarea por realizar en el proyecto final de este curso de fundamentos tridimensionales de diseño se define como la configuración formal de un módulo tridimensional basado en los sistemas reticulares estudiados, capaces de llenar el espacio sin dejar vacíos intermedios. El nuevo módulo tridimensional que se va a definir en este proyecto tendrá como requisito principal cumplir con esta característica de densidad espacial. Partiendo de un retículo tridimensional simple se actúan transformaciones controladas capaces de generar un nuevo retículo regular denso. El problema se define como una transformación formal a través de una secuencia lógica de operaciones de simetría que se definen con base en el estudio de los retículos regulares. Con esta segmentación y nuevo orden de elementos se busca una nueva configuración modular que conserve la densidad espacial.

Factores que intervienen en el proceso:

- \* Análisis de las características de los retículos regulares
- \* Operaciones formales; en qué número y orden llevan a una transformación exitosa.
- \* Retículo que sirve de origen al nuevo módulo
- \* Resultado de un nuevo orden de los elementos tridimensionales.

El módulo resultante tiene que interactuar de forma compleja con las tres dimensiones del espacio negativo circundante y con sus módulos vecinos. En otras palabras una familia de prismas no se considera una solución válida.

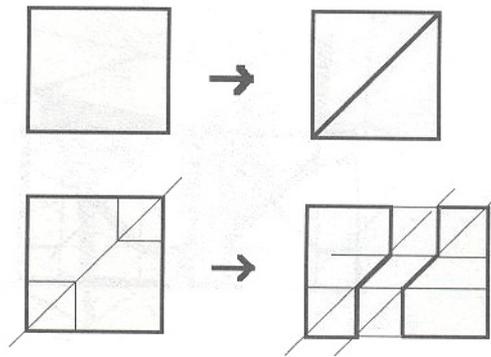
## Léxico

**Densidad espacial:** Característica de un módulo tridimensional o un retículo de llenar el espacio sin vacíos intermedios.

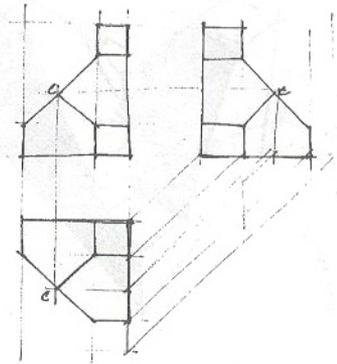
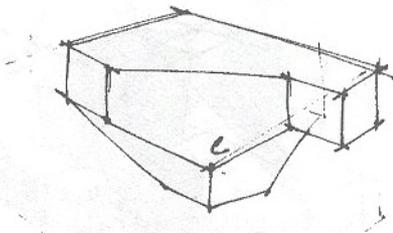
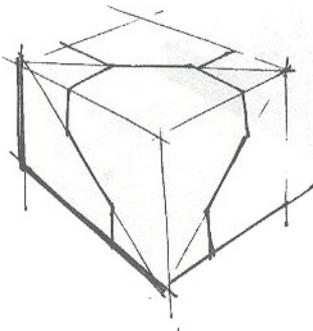
**Operaciones formales:** Conjunto de operaciones de topología discreta para la generación de la forma. Ejemplo: traslación, rotación, reducción, simetría de espejo, etc.

**Retículo regular:** Conjunto de sólidos geométricos iguales capaces de llenar el espacio sin vacíos intermedios.

## Ejemplo A Generación bidimensional

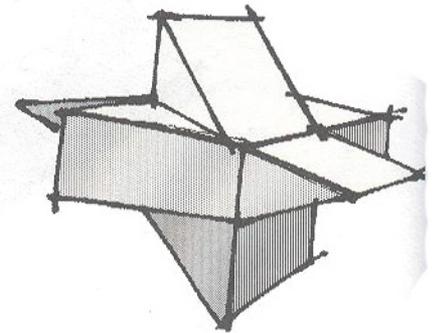
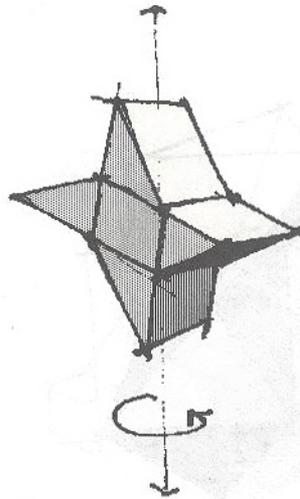
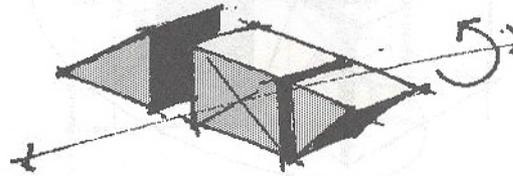
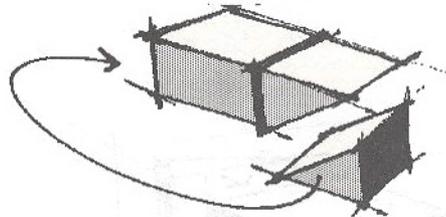
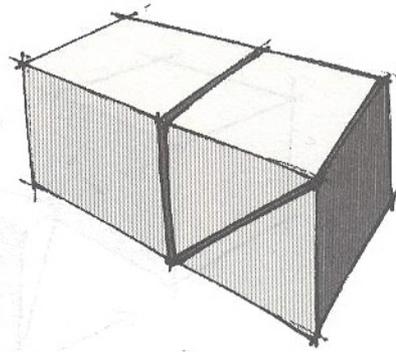


*Traducción tridimensional al cubo*

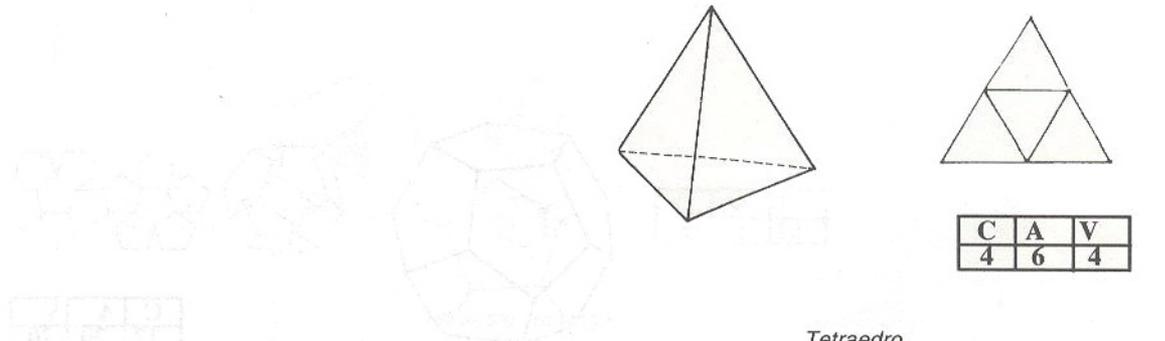


# Ejemplo C

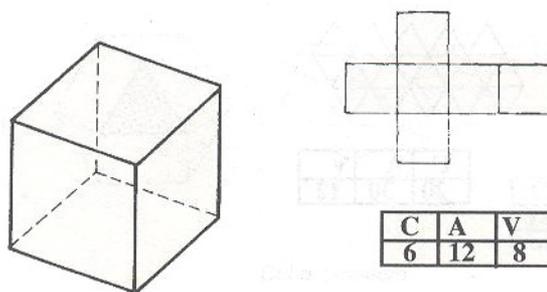
8 oto



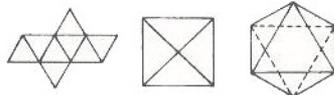
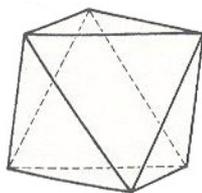
# Apéndice A: Sólidos Platónicos



*Tetraedro*



*Hexaedro*



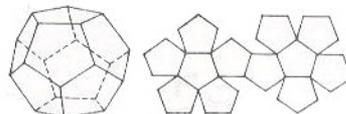
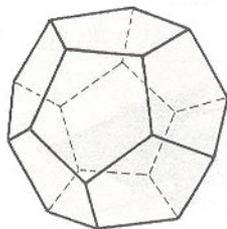
C	A	V
4	12	6

Octaedro



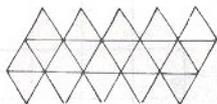
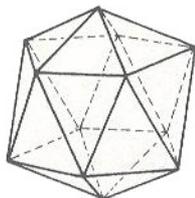
C	A	V
4	6	4

Tetraedro



C	A	V
12	30	20

Dodecaedro



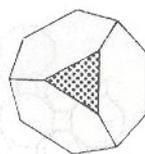
C	A	V
20	30	12

Icosaedro



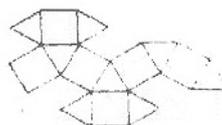
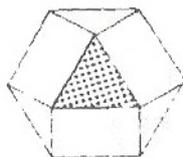
Relación de Euler: El número de caras más el de vértices es igual al número de aristas más dos

## Apéndice B: Sólidos de Arquímedes



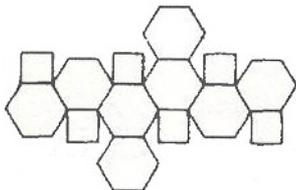
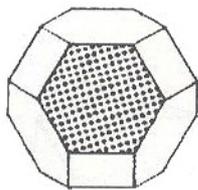
C	A	V
8	18	12

*Tetraedro truncado*



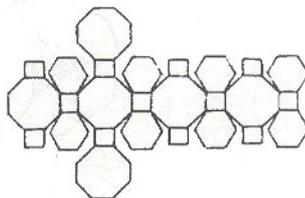
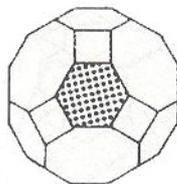
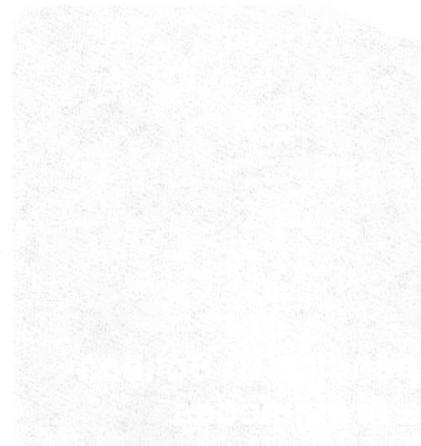
C	A	V
14	24	12

*Cubo octaedro*



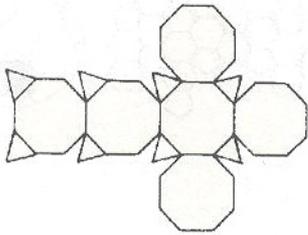
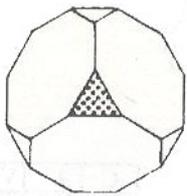
C	A	V
14	36	24

*Octaedro truncado*



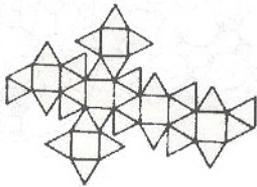
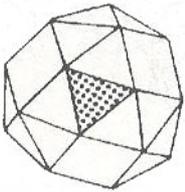
C	A	V
26	72	48

*Cubo octaedro truncado*



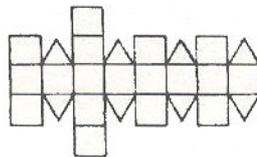
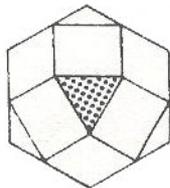
C	A	V
14	36	24

*Cubo truncado*



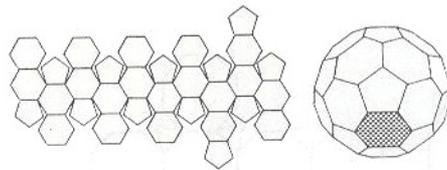
C	A	V
38	60	24

*Cubo deformado*



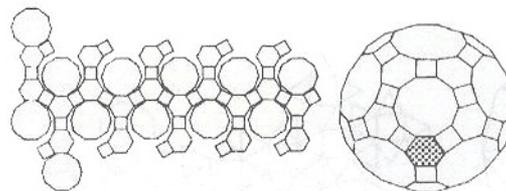
C	A	V
26	48	24

*Rombo cubo Octaedro*



C	A	V
60	92	32

*Icosaedro troncado*

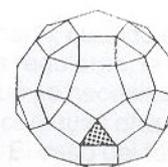
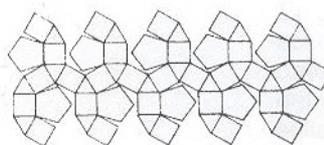
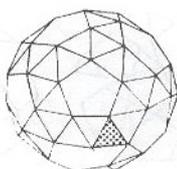
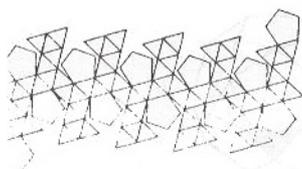


C	A	V
120	180	62

*Icosidodecaedro troncado*



C	A	V
120	180	62



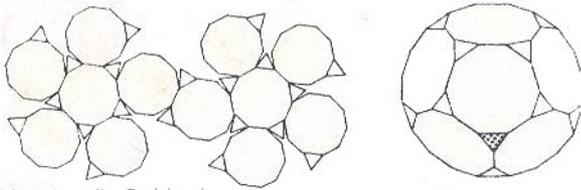
V	A	C
92	150	60

C	A	V
60	150	92

*Dodecaedro deformado*

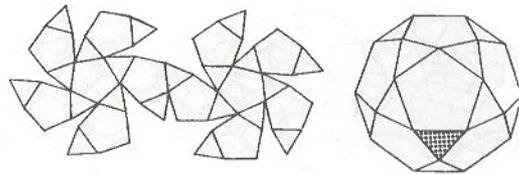
C	A	V
60	120	62

*Rombo icosidodecaedro*



C	A	V
60	90	32

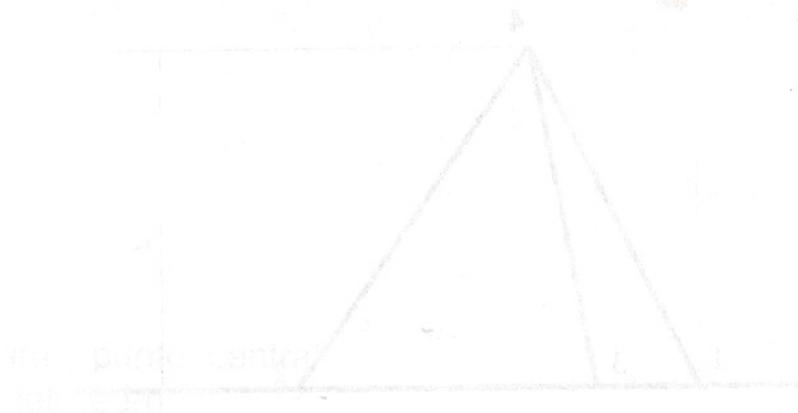
*Dodecaedro truncado*



C	A	V
30	60	32

*Icosidodecaedro*

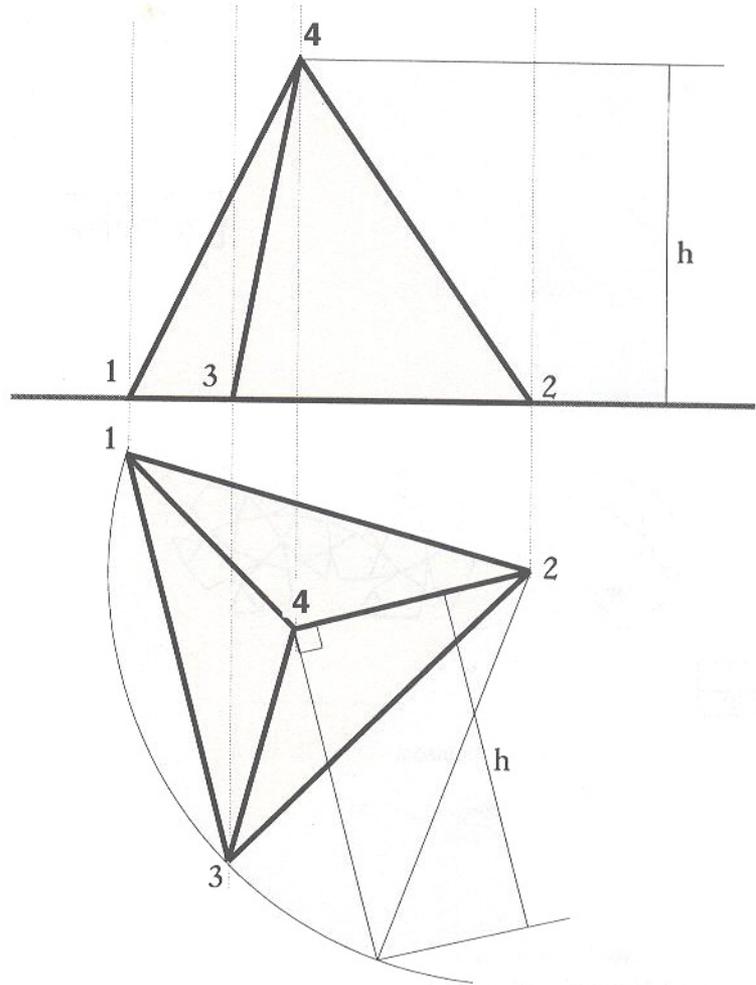
Relación de Euler:  
 El número de caras más el de  
 vértices es igual al número de aristas  
 más dos



## Apéndice C: Altura del tetraedro

En general, cuando se trata de sólidos regulares, la arista es el único dato que se necesita conocer para definir cualquier otra dimensión del sólido. El caso del tetraedro no es la excepción. La altura del mismo es un cateto de un triángulo rectángulo en el que el otro cateto es  $2/3$  de la altura de una cara y la hipotenusa es la arista. También la altura del poliedro es el cateto de un triángulo rectángulo cuyo otro cateto es  $1/3$  de la altura de una cara y la hipotenusa es la altura de la cara.

La figura muestra un tetraedro con una cara en el plano de tierra, esta cara es el triángulo equilátero  $1'2'3'-1''2''3''$  de lado la arista. El centro de la cara es el punto  $4'$ , proyección horizontal del cuarto vértice. En proyección vertical, el vértice  $4''$  tiene  $h$  de cota, la altura del cuerpo, que se obtiene sobre la misma figura en proyección horizontal. Como se ha indicado, la altura  $h = 4'-4_0$  es un cateto del triángulo rectángulo  $2'-4'-4_0'$ , siendo el otro cateto,  $2/3$  de la altura de la cara  $1'-2'-3'$  y la hipotenusa, la arista  $2'-3' = 2'-4_0$ . En esta proyección todas las aristas son visibles.



## Altura y punto central del tetraedro

Buscando una explicación más analógica al problema de encontrar la longitud real de la altura del tetraedro lo mismo, que su punto central, se desarrolla esta explicación general. Siendo ABCD un tetraedro (Figura 1).

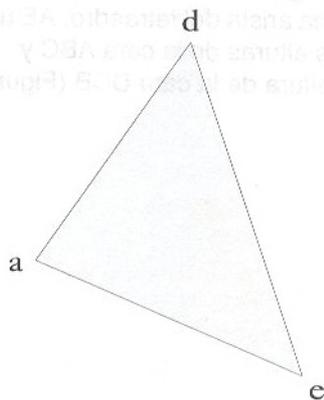
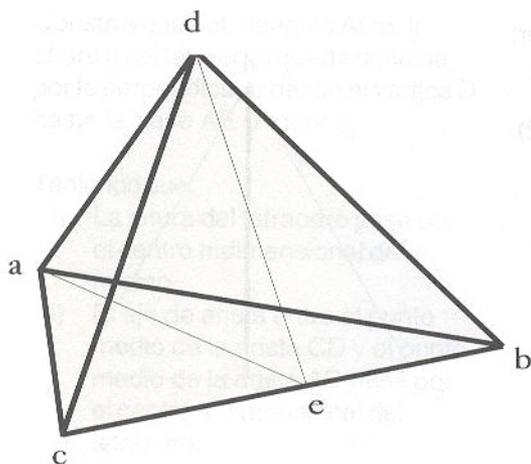


Figura 1

El triángulo ADE está compuesto por:  
AD una arista del tetraedro, AE una  
de las alturas de la cara ABC y DE  
otra altura de la cara DCB (Figura 2).

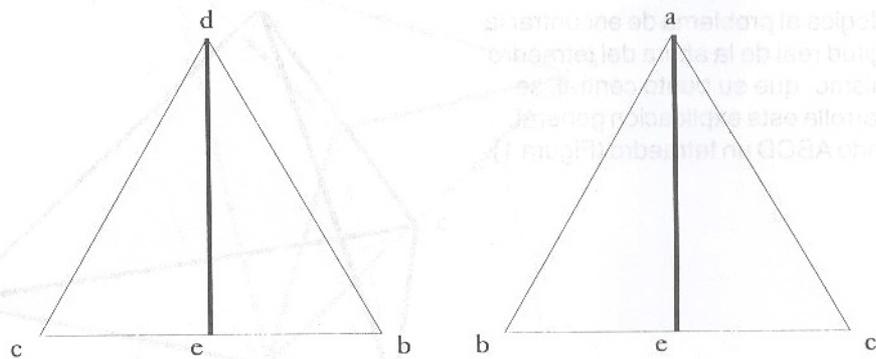


Figura 2

Construyendo el triángulo ADE, la altura  $h$  del tetraedro queda definida por la perpendicular desde el vértice D hasta la base AE (Figura 3).

Teniendo que:

- i) La altura del tetraedro pasa por el centro tridimensional del mismo.
- ii) El eje de arista entre el punto medio de la arista CD y el punto medio de la arista AD pasa por el centro tridimensional del tetraedro.
- iii) El eje de arista del punto ii pertenece al triángulo ADE

Por tanto:

podemos proyectar en el triángulo ADE el eje de arista  $E1/2$  y encontrar el punto de corte de la altura  $h$  que es el centro tridimensional del tetraedro.

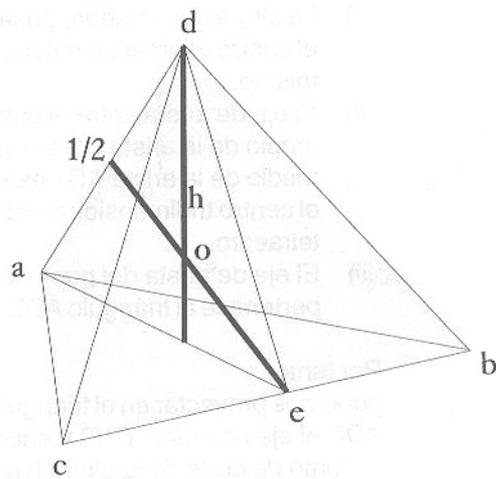
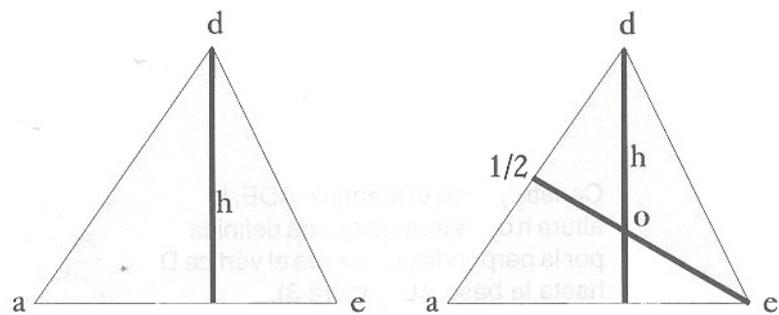
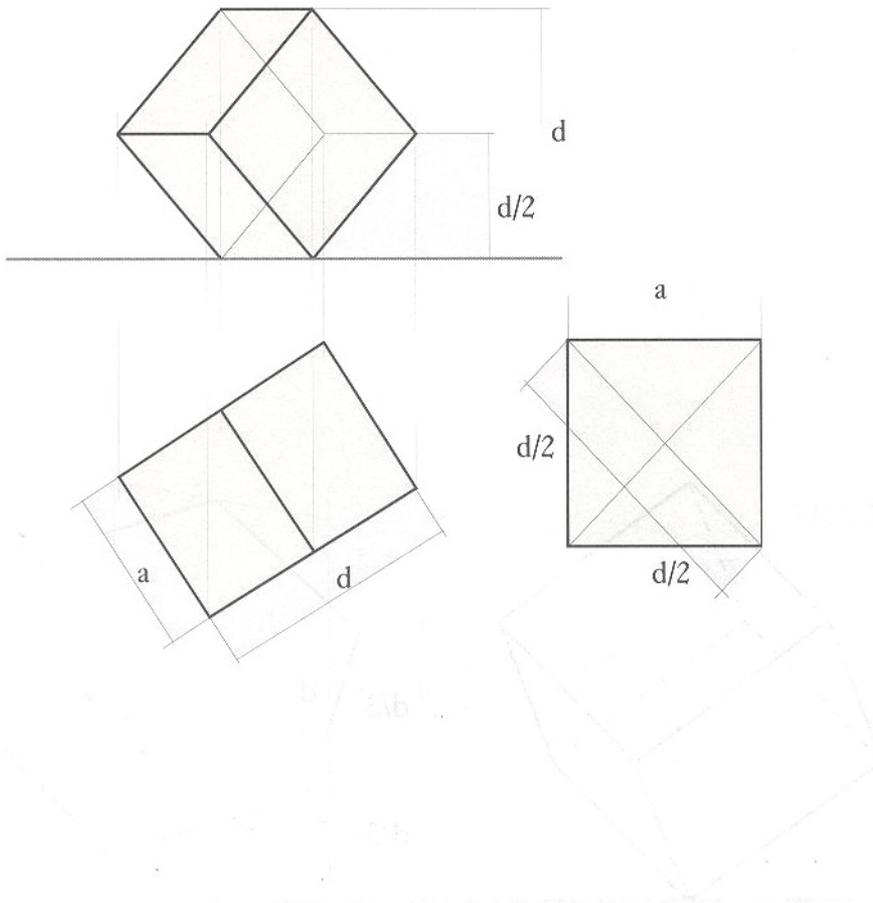


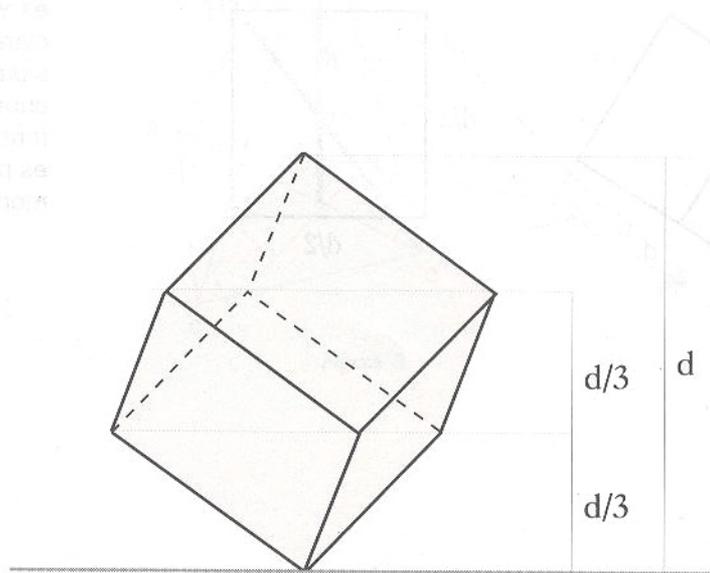
Figura 3

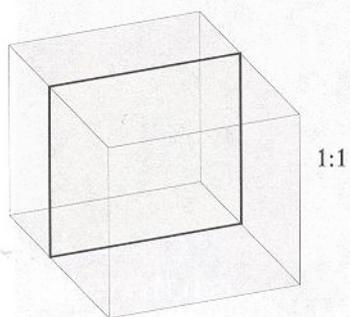
## Apéndice D: Proporciones internas del hexaedro

Las proporciones internas más relevantes del hexaedro o cubo son las que se refieren a las diagonales, tanto de las caras como las tridimensionales internas, la relación entre la diagonal de la cara y el lado del sólido se define claramente como la diagonal del cuadrado la cual sabemos por estudios anteriores (capítulo de redes como sistema) que es  $\sqrt{2}$ , esta proporción queda claramente expresada en la figura siguiente, donde la altura  $d$  de un cubo soportado sobre la arista en forma perpendicular al plano de tierra es precisamente  $\sqrt{2}$ , del mismo modo la mitad de esta es  $\sqrt{2}/2$ .

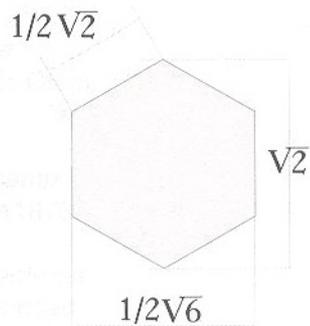
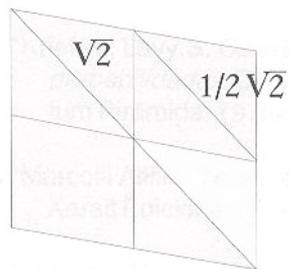
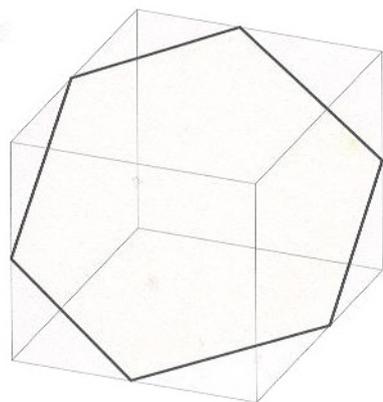
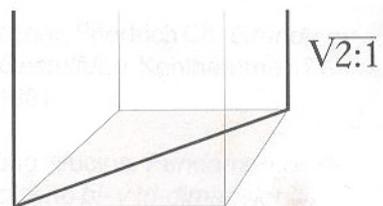


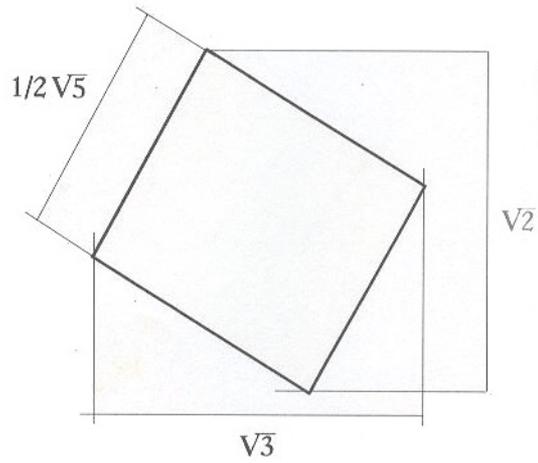
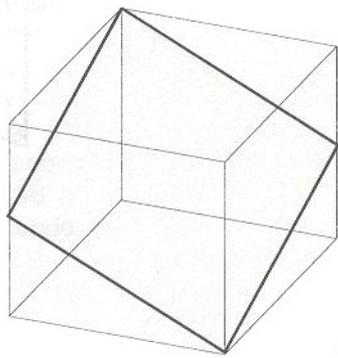
En lo que se refiere a la altura de un cubo soportado sobre su vértice en forma perpendicular al plano de tierra estamos hablando del eje tridimensional que parte de un vértice y va hasta el vértice opuesto, o sea, la diagonal de un rectángulo cuyo lado es  $L$  (el lado del sólido) y cuyo otro lado es  $\sqrt{2}$ , o sea, estamos hablando de una altura  $d$  igual a  $\sqrt{3}$ .





*Algunas relaciones internas del hexaedro*





## Literatura

- \*Critchlow, Keith. *Order in space*.  
Thamen and Hudson. Hong Kong.  
1969.
- \*Feller, William. *Introducción a la  
teoría de probabilidades y sus  
aplicaciones*. Ed. Limusa. 1978
- \*Kapitzki, Herbert W. *Programmiertes  
Gestalten*. Dieter Gitzel. Karlsruhe  
1980.
- \*Knauer, Roland. *Entwerfen und  
Darstellen*. Ernst & Sohn. Berlín  
1991.
- \*Krief, A.; Levy, S. *Cálculo de  
probabilidades*. Colección Quan-  
tum Pirámide. 1979
- \*Marcolli Atillio. *Teoría del campo*.  
Xarait Ediciones. Firenze 1978.
- \*Thomae, Reinen. *Experimente mit  
formen*. Kohlhammer. Stuttgart  
1983.
- \*Wagner, Friedrich Ch. *Grundlage der  
Gestaltung*. Kohlhammer. Stuttgart  
1981.
- \*Wong Wucius. *Fundamentos de  
diseño bi- y tri-dimensional*.  
Sansoni Ediciones. Nueva York  
1979.

*La edición de esta obra fue aprobada por el  
Consejo Editorial de la Editorial Tecnológica  
de Costa Rica en su sesión 249.  
Dirigió la edición: Mario Castillo M.  
Edición técnica: Paulina Retana A.  
Diseño de cubierta: Editorial Tecnológica de  
Costa Rica  
Impreso en Litografía e Imprenta LIL S.A.*





El diseñador industrial FRANKLIN HERNÁNDEZ CASTRO es graduado en el Instituto Tecnológico de Costa Rica y cuenta con estudios superiores de diseño llevados a cabo en Italia y en Alemania. Tiene una amplia trayectoria académica y ha sido consultor profesional de diseño para numerosas instituciones.

En esta obra, FUNDAMENTOS DEL DISEÑO TRIDIMENSIONAL el D.I. Hernández nos introduce en la teoría del diseño, con un lenguaje gráfico excelente, producto de sus vivencias académicas y su reconocido desarrollo profesional.

La EDITORIAL TECNOLÓGICA DE COSTA RICA se siente complacida de entregar esta obra a la comunidad, segura de que constituye un valioso aporte a la literatura de estos temas en español.



Editorial Tecnológica de Costa Rica

ISBN 9977-66-083-2



9 789977 660837