

Segunda edición

Introducción al cálculo de Hormigón Estructural

Basada en el CIRSOC 201/05 y CIRSOC 201/82

Referencias al ACI 318, ACI 350, AASHTO LRFD, CEB-FIP, EHE, Eurocódigos y CSA A23

Ing. Rodolfo Orler | Ing. Hugo Juan Donini

nobuko

Orler, Rodolfo

Introducción al cálculo de hormigón estructural / Rodolfo Orler y Hugo Donini. - 2a ed. -
Buenos Aires : Nobuko, 2011.

798 p. : il. ; 30x21 cm.

ISBN 978-987-584-362-2

1. Hormigón Armado. 2. Estructuras Especiales. I. Donini, Hugo II. Título
CDD 666.893

Hecho el depósito que marca la ley 11.723
Impreso en Argentina / Printed in Argentina

La reproducción total o parcial de este libro, en cualquier forma que sea, idéntica o modificada, no autorizada por los editores, viola derechos reservados; cualquier utilización debe ser previamente solicitada.

© 2011 nobuko

ISBN: 978-987-584-362-2

Diciembre de 2011

Este libro fue impreso bajo demanda, mediante tecnología digital Xerox en
bibliográfika de Voros S.A. Bucarelli 1160. Capital.
info@bibliografika.com / www.bibliografika.com

Venta en:

LIBRERIA TECNICA CP67

Florida 683 - Local 18 - C1005AAM Buenos Aires - Argentina

Tel: 54 11 4314-6303 - Fax: 4314-7135 - E-mail: cp67@cp67.com - www.cp67.com

FADU - Ciudad Universitaria

Pabellón 3 - Planta Baja - C1428EHA Buenos Aires - Argentina

Tel: 54 11 4786-7244

Introducción al Cálculo de Hormigón Estructural

Segunda Edición

Rodolfo Orler
Ingeniero en Construcciones

Profesor Adjunto de la Cátedra de Hormigón I de la Carrera de Ingeniería Civil de la U.N.P.S.J.B.
(Sede Trelew)

Profesor Adjunto de la Cátedra de Hormigón II de la Carrera de Ingeniería Civil de la U.N.P.S.J.B.
(Sede Trelew)

Jefe de Trabajos Prácticos de la Cátedra de Construcciones Metálicas y en Madera de la Carrera de
Ingeniería Civil de la U.N.P.S.J.B. (Sede Trelew)

Ex – Docente Jefe de Trabajos Prácticos Cátedras de Hormigón I y Hormigón II
Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional del Comahue – Neuquén

Miembro Plenario de la Asociación de Ingenieros Estructurales

Hugo Juan Donini
Ingeniero Civil e Hidráulico

Jefe de Trabajos Prácticos de la Cátedra de Hormigón I de la Carrera de Ingeniería Civil de la
U.N.P.S.J.B. (Sede Trelew)

Jefe de Trabajos Prácticos de la Cátedra de Hormigón II de la Carrera de Ingeniería Civil de la
U.N.P.S.J.B. (Sede Trelew)

Jefe de Trabajos Prácticos de la Cátedra de Puertos y Vías Navegables de la Carrera de Ingeniería
Civil de la U.N.P.S.J.B. (Sede Trelew)

Auxiliar de la Cátedra Programación Básica y Métodos Numéricos de la Carrera de Ingeniería Civil
de la U.N.P.S.J.B. (Sede Trelew)

Miembro Plenario de la Asociación de Ingenieros Estructurales

Índice de contenidos

Prólogo de la Primera Edición	XI
Prólogo de la Segunda Edición	XII
Capítulo 1 Introducción	1
Capítulo 2 Conceptos generales.....	2
Hormigón Estructural.....	2
Hormigón Armado	2
Fundamentos de la construcción compuesta hormigón armado.....	3
Capítulo 3 Marco de aplicación del CIRSOC 201/05.....	7
Capítulo 4 Proyecto de Estructuras de Hormigón – Conceptos Básicos	8
1º etapa: “Obtener datos del problema”	8
2º Etapa: “Anteproyecto estructural”	8
3º Etapa: “Cálculo Estructural”	9
4º Etapa: Dimensionado	9
5º Etapa: Detallado de las armaduras y confección de la documentación ejecutiva	10
Resistencia y Seguridad Estructural	11
Variación de las cargas o solicitaciones	12
Variación de Resistencias	13
Capítulo 5 Características básicas del material compuesto.....	16
Introducción	16
Resistencia del hormigón a compresión.....	16
Resistencia a la compresión del hormigón de la estructura.....	17
Resistencia a la tracción	18
Resistencia del hormigón bajo solicitaciones multiaxiales	19
Diagramas tensión- deformación del hormigón	20
Efecto de la edad del hormigón al entrar en carga	21
Módulo de Elasticidad (E_c)	21
Otros enfoques para la determinación del módulo de elasticidad (E_c).....	22
Módulo de Elasticidad Transversal (G)	23
Capacidad de deformación del hormigón a tracción	23
Características mecánicas del acero	23
Módulo de Elasticidad del Acero (E_s).....	24
Armaduras	24
Resistencia a la fatiga del acero estructural	25
Efecto de la temperatura sobre las propiedades del acero utilizado como armadura	26
Deformaciones por procesos reológicos en el hormigón	26
Clasificación de los distintos tipos de deformación	26
Evaluación de las deformaciones diferidas según AASHTO.....	29
Ejemplos de aplicación	31
Cálculo de deformaciones por contracción de fragüe y fluencia lenta según CIRSOC 201/82.....	36
Deformaciones por temperatura	39
Capítulo 6 Diseño por resistencia según CIRSOC 201/05	42
Factor de Reducción.....	42
Valores del factor de reducción.....	43
Resistencia requerida	44
Requisitos de comportamiento bajo cargas de servicio.....	45

Planos límites de deformación y su correlación con el factor de reducción ϕ según CIRSOC 201/05.....	45
Planos límites de deformación y coeficientes de seguridad según CIRSOC 201/82	47
Capítulo 7 Flexión simple	48
Aspectos generales	48
Escalón de cargas (a).....	49
Escalón de cargas (b)	50
Escalón de cargas (c).....	51
Escalón de cargas (d)	51
Escalón de cargas (e).....	51
Tipos de falla en elementos sometidos a flexión (CIRSOC 201/05).....	53
Cuantía mínima a flexión según CIRSOC 201/05	56
Flexión simple según CIRSOC 201/05	57
Cuantías límites según CIRSOC 201/05	58
Comentario sobre las hipótesis planteadas.....	59
Determinación del diagrama de tensiones equivalentes según CIRSOC 201/05	60
Resistencia característica del hormigón (CIRSOC 201/05).....	62
Planteo de las ecuaciones para una viga subarmada	62
Obtención de la cuantía máxima según CIRSOC 201/05	64
Coeficientes de cálculo de secciones rectangulares a flexión simple sin armadura de compresión para el CIRSOC 201/05	65
Coeficientes de cálculo de secciones rectangulares a flexión simple con armadura de compresión según CIRSOC 201/05	68
Cálculo a flexión simple según CIRSOC 201/82.....	72
Ejemplos de aplicación	77
Comportamiento de la viga en Estado II.....	87
Anexo A1 Breve reseña del Método de las Tensiones Admisibles.....	89
Introducción	89
Ejemplo de aplicación	90
Capítulo 8 Vigas placa.....	92
Aspectos generales	92
Dimensionado según CIRSOC 201/05.....	93
Armadura mínima en vigas placa con el ala traccionada	96
Ejemplos de aplicación	96
Cálculo de vigas placa según CIRSOC 201/82.....	99
Capítulo 9 Coeficiente de seguridad CIRSOC 201/05.....	103
Reflexiones sobre del coeficiente de seguridad en estructuras sometidas a flexión simple.....	103
Capítulo 10 Sistemas de losas	104
Generalidades.....	104
Introducción teórica	105
Ensayo a rotura de una losa maciza rectangular	106
Comportamiento a flexión de losas en dos direcciones	107
Losas macizas cruzadas – Método de Marcus.....	109
Consideraciones acerca de la torsión en losas.....	110
Modelaciones mediante softwares basados en elementos finitos.....	111
Reacciones de las losas para apoyos rígidos	113
Empotramiento por torsión de la losa en vigas de borde	114
Losas con relación de lados mayor a dos con vigas de apoyo en todo su perímetro.....	114
Losas con orificios	115
Evaluación de cargas sobre losas	116
Método de las Fajas.....	117
Definición de las áreas de cargas en el método de las fajas.....	118
Losa con orificio de dimensiones considerables	123

Ejemplo de aplicación del método de las fajas.....	124
Discretización de losas mediante el método del emparrillado	127
Ejemplo de aplicación	129
Diseño de losas según CIRSOC 201/05	131
Condiciones de continuidad en losas	135
Ejemplos de aplicación	137
Comportamiento de las losas frente al corte	148
Cuantía mínima por contracción y temperatura	149
Ejemplo de aplicación	150
Juntas en losas	150
Capítulo 11 Losas de escalera.....	152
Introducción	152
Clasificación general según los tipos de apoyo.....	152
Cálculo de solicitaciones en escaleras apoyadas longitudinalmente.....	152
Cálculo de solicitaciones en escaleras apoyadas transversalmente.....	153
Cálculo de solicitaciones en escaleras en voladizo	154
Cálculo de solicitaciones en escaleras autoportantes	154
Ejemplos de aplicación	155
Capítulo 12 Losas nervuradas.....	161
Generalidades	161
Aspectos constructivos.....	162
Losas nervuradas con armadura principal en una sola dirección	163
Losas nervuradas con armaduras cruzadas.....	163
Ejemplo de aplicación	164
Capítulo 13 Tirantes de hormigón armado.....	168
Elementos estructurales típicos	168
Introducción	168
Conclusiones del ensayo	170
Hipótesis de trabajo.....	170
Diseño según CIRSOC 201/05.....	170
Condiciones de servicio	171
Ejemplos de aplicación	174
Empalmes en elementos traccionados.....	175
Condiciones constructivas.....	175
Cálculo de tirantes sometidos a tracción céntrica según la Norma DIN 1045/78.....	176
Flexo tracción con pequeña excentricidad según CIRSOC 201/05	176
Ejemplo de aplicación	177
Capítulo 14 Durabilidad	178
Generalidades.....	178
Clase de ambiente al que estará expuesta la estructura	179
Diseño y mantenimiento de las estructuras	181
Capítulo 15 Control de la fisuración.....	191
Teoría clásica de fisuración.....	191
Importancia del estudio de la fisuración	193
Control de la fisuración en vigas y losas unidireccionales según CIRSOC 201/05	194
Expresión de Gergely-Lutz para la verificación de fisuras	197
Ejemplo de aplicación	197
Guía para anchos de fisura razonables según ACI 224R-01 "Control of cracking in concrete structures".....	198
Enfoques sobre el control de la fisuración de otros códigos y reglamentos.....	198
Criterio de la Norma Española EHE 2008	199
Ejemplo de aplicación	202
Criterio Norma AASHTO LRFD 2004 para diseño de puentes.....	204

Criterio Norma AASHTO LRFD 2007 para diseño de puentes.....	204
Criterio de Frosch.....	205
Ejemplo de aplicación.....	206
Comparación de las ecuaciones desarrolladas.....	207
Criterio del CIRSOC 201/82.....	207
Ejemplo de aplicación.....	208
Criterio del Eurocódigo EC-2 2004.....	209
Control de fisuras en vigas altas ($h > 0,9$ m).....	211
Fisuras por deformaciones impuestas.....	212
Control de las fisuras por corte en vigas.....	212
Fisuras por compresión.....	212
Control de fisuras por flexión en losas y placas armadas en dos direcciones.....	213
Ejemplos de aplicación.....	214
Capítulo 16 Diseño a corte.....	216
Generalidades.....	216
Caso a) Viga de hormigón simple.....	217
Caso b) Viga de hormigón armado sin armadura de corte.....	217
Caso c) Viga con armadura de corte.....	219
Análisis tensional en Estado I.....	221
Análisis tensional en Estado II.....	223
Formas de resistencia al corte.....	225
Tipos de falla al corte.....	227
Antecedentes históricos.....	228
Diseño al corte según CIRSOC 201/2005.....	230
Resistencia al corte del hormigón (V_c).....	231
Resistencia al corte aportada por la armadura de estribos y barras dobladas (V_s).....	232
Tensiones en las bielas comprimidas.....	233
Tensiones de corte en la unión ala-alma de vigas T.....	236
Diseño al corte en vigas de altura variable.....	238
Caso particular de cargas suspendidas.....	240
Corte según CIRSOC 201/82.....	241
Teoría del Campo de Compresiones.....	244
Teoría Modificada del Campo a Compresión.....	246
Diseño a corte según AASHTO – LRFD 2007.....	246
Procedimiento general de dimensionado según CSA A23.3-04.....	250
Comparación de los requerimientos de armaduras mínimas transversales.....	251
Ejemplos de aplicación.....	253
Capítulo 17 Corte en losas.....	271
Generalidades.....	271
Resistencia aportada por el hormigón al corte (V_c).....	273
Criterio de diseño el CIRSOC 201/05.....	275
Resistencia al corte proporcionada por barras o estribos de una o múltiples ramas.....	275
Previsiones contra una rotura en cadena.....	277
Abertura en losas.....	278
Ejemplo de aplicación.....	279
Transferencia de momentos en las uniones losa-columna.....	283
Capítulo 18 Corte por fricción.....	290
Generalidades.....	290
Método de diseño para corte por fricción.....	291
Consideraciones de diseño.....	293
Ejemplo de aplicación.....	293
Método del corte por fricción modificado.....	295

Capítulo 19 Ménsulas cortas y entalladuras en vigas.....	296
Generalidades	296
Armaduras resultantes a proveer	297
Corte por fricción (A_{vf})	298
Armadura de flexión (A_f)	298
Ejemplo de aplicación	299
Ménsulas con cargas indirectas	302
Diseño de entalladuras en vigas	303
Determinación de las armaduras requeridas.....	305
Corte por punzonado	307
Falla en apoyo localizado	308
Capítulo 20 Vigas, construcción por etapas	312
Generalidades	312
Prescripciones del CIRSOC 201/05	316
Estribos de corte horizontal.....	317
Ejemplos de aplicación	317
Criterio de las especificaciones AASHTO-LRFD/04	320
Capítulo 21 Torsión	323
Orígenes de la torsión; compatibilidad y equilibrio	323
Comportamiento en estado I	324
Tensiones en piezas macizas y huecas en Estado I	325
Comportamiento de la pieza de hormigón armado en Estado II	327
Tensiones τ en piezas de hormigón armado fisuradas	327
Analogía del reticulado espacial a torsión.....	328
Momento torsor de fisuración	332
Tensiones resultantes de esfuerzos combinados de torsión y corte.....	333
Criterio de diseño según CIRSOC 201/05	334
Torsión por compatibilidad.....	334
Verificación de bielas comprimidas y fisuración	335
Armadura requerida para torsión.....	336
Criterio de diseño según CIRSOC 201/82	338
Método alternativo de diseño a torsión	341
Ejemplos de aplicación	343
Capítulo 22 Control de las deformaciones en vigas y losas.....	354
Generalidades	354
Flechas máximas admisibles según otras especificaciones	355
Método de cálculo de flechas de larga duración (CIRSOC 201/05)	359
Momento de inercia de la sección fisurada	359
Procedimiento para el cálculo de flechas	361
Expresiones de cálculo de la flecha máxima Δ en el tramo	362
Evolución de las flechas en una estructura típica de edificios	362
Limitación de alturas mínimas en vigas y losas, según ACI 318/05 y CIRSOC 201/05	363
Cálculo de flechas según el CEB-FIP Model Code 90	364
Ejemplos de aplicación	367
Control de las deformaciones en losas	372
Ejemplo de aplicación	375
Capítulo 23 Vigas de gran altura	378
Generalidades	378
Vigas de gran altura	378
Tipos de rotura	380
Consideraciones en el cálculo de vigas de gran altura	380
Dimensionado a flexión	383

Cargas aplicadas en la cara inferior.....	386
Cargas concentradas de apeo	386
Ejemplo de aplicación	387
Observación final	389
Capítulo 24 Adherencia y anclajes.....	390
Adherencia	390
Formas de actuar de la adherencia	390
Ensayos para cuantificar la adherencia	392
Parámetros que intervienen sobre las tensiones de adherencia	392
Orígenes de las tensiones de adherencia	393
Distribución real de los esfuerzos de adherencia en flexión	394
Anclajes.....	395
Longitud de anclaje según el Reglamento CIRSOC 201/82	395
Longitud de anclaje según CIRSOC 201/05	396
Ejemplo de aplicación	398
Anclaje de barras sometidas a compresión	398
Ejemplo de aplicación	401
Capítulo 25 Empalmes	402
Empalmes indirectos a tracción por yuxtaposición.....	403
Longitudes de empalme según CIRSOC 201/05.....	404
Empalmes de barras comprimidas.....	404
Empalmes por contacto a tope	405
Empalmes por yuxtaposición según las disposiciones del CIRSOC 201/05.....	405
Empalme de barras rectas comprimidas.....	405
Ejemplo de aplicación	405
Empalmes por yuxtaposición en las columnas.....	406
Ejemplos de aplicación	408
Anclaje de la armadura de flexión.....	411
Ejemplo de aplicación	413
Observación final	417
Capítulo 26 Compresión simple – Columnas de hormigón armado	418
Generalidades.....	418
Ensayo de una columna simple	420
Límite de cuantías	424
Columnas Zunchadas	426
Disposiciones constructivas según CIRSOC 201/05.....	430
Ejemplos de aplicación	432
Compresión simple según CIRSOC 201/82.....	435
Ejemplos de aplicación	435
Capítulo 27 Columnas compuestas de acero y hormigón	437
Generalidades.....	437
Especificaciones del CIRSOC 201/05 para columnas compuestas.....	437
Ejemplo de aplicación	440
Criterio de cálculo del AISC – LRFD 1994 para columnas compuestas	441
Columnas compuestas cargadas axialmente según AISC-LRFD 1994.....	442
Ejemplos de aplicación	444
Comentarios finales.....	445
Capítulo 28 Flexión compuesta recta.....	447
Generalidades.....	447
Hipótesis de cálculo	447
Variación del factor de reducción ϕ	449
Ejemplos de aplicación	450

Capítulo 29 Flexión compuesta oblicua	456
Introducción	456
Método de las cargas recíprocas.....	458
Ejemplo de aplicación.....	459
Método del contorno de cargas	460
Flexión compuesta oblicua según CIRSOC 201/82.....	461
Ejemplo de aplicación.....	463
Capítulo 30 Pandeo en piezas de hormigón armado	465
Generalidades.....	465
Antecedentes históricos.....	467
Condiciones de borde de los elementos comprimidos	468
Columnas perfectamente elásticas con curvatura inicial.....	468
Análisis de comportamiento con presencia de momentos flectores.....	469
Resumen de las disposiciones del CIRSOC 201/82.....	471
Evaluación de los efectos de segundo orden según el CIRSOC 201/05	473
Consideración de los efectos de la esbeltez	474
Métodos aproximados de análisis	475
Definición de la desplazabilidad o indesplazabilidad de una estructura	475
Determinación de la esbeltez del elemento	477
Método de amplificación de momentos	478
Ejemplos de aplicación	480
Estructuras desplazables.....	482
Ejemplo de aplicación.....	484
Capítulo 31 Nudos de pórticos.....	490
Diseño de nudos.....	490
Diagrama del cuerpo libre de un nudo de un pórtico sometido a cargas gravitatorias.....	491
Verificación de la resistencia al corte del nudo.....	492
Ejemplo de aplicación.....	493
Capítulo 32 Tabiques de hormigón armado.....	496
Generalidades.....	496
Diseño según CIRSOC 201/05.....	498
Disposiciones constructivas	498
Método de diseño empírico.....	499
Dimensionado a corte.....	499
Ejemplo de aplicación.....	501
Capítulo 33 Entramado de vigas	504
Introducción	504
Disposiciones constructivas	504
Ejemplo de aplicación.....	506
Capítulo 34 Entrepisos sin vigas	514
Introducción	514
Determinación de las solicitaciones	515
Método directo	516
1) Determinación del momento estático total	518
2) Asignación de momentos a las secciones críticas.....	519
3) Distribución lateral de momentos	519
Momentos flectores sobre columnas de borde	521
Huecos en los sistemas de losas	521
Ejemplo de aplicación.....	522

Capítulo 35 Fundaciones directas	530
Generalidades	530
Clases de fundaciones	531
Bases aisladas	533
Intensidad de la carga actuante	535
Bases centradas	536
Verificación de la estabilidad	538
Diseño a flexión de bases rígidas	538
Corte	540
Corte en una dirección	540
Corte en dos direcciones (punzonado)	541
Resistencia al aplastamiento	542
Altura del talón de la base	543
Bases sobre juntas de dilatación	543
Bases rígidas en esquina y excéntricas	543
Base medianera vinculada a otra base interior	544
Base combinada rígida	548
Bases combinadas flexibles	549
Longitud elástica L_e	551
Base corrida o para muros	552
Asentamientos diferenciales en bases combinadas	552
Armadura de espera	553
Anclaje de las barras	554
Plateas de fundación	554
Clasificación de plateas	555
Consideraciones de diseño	556
Consideraciones sobre el coeficiente de balasto	558
Métodos de cálculo de plateas de hormigón armado	559
Métodos rígidos aproximados	559
Métodos flexibles aproximados	562
Método del entramado de vigas	565
Método de elementos finitos	566
Ejemplos de aplicación	567
Conclusiones	602
Observación final	603
Capítulo 36 Fundaciones indirectas.....	604
Generalidades	604
Aspectos generales referidos al diseño de cabezales y pilotes	604
Diseño y dimensionado de cabezales	605
Ejemplo de aplicación	606
Conceptos sobre el diseño de pilotes	609
Pilotes hormigonados in situ	609
Comentario final	612
Capítulo 37 Tanques de hormigón armado.....	615
Clasificación	615
Consideraciones generales del diseño de tanques	615
Tanques cilíndricos	620
Tanques rectangulares	631
Disposiciones del ACI 350 y de la PCA	633
Ejemplo de aplicación	635
Capítulo 38 Encofrados.....	658
Encofrados convencionales de vigas y losas	659
Encofrados convencionales de columnas	661

Encofrados industriales	666
Consideraciones del Reglamento CIRSOC 108/05.....	673
Ejemplo de aplicación.....	676
Revisión en obra.....	677
Vibrado del hormigón.....	678
Curado del hormigón.....	678
Desencofrado.....	679
Capítulo 39 Daños generados por la acción del fuego.....	681
Introducción.....	681
Resistencia al fuego de construcciones de hormigón según ACI 216-1-97.....	683
Ejemplo de aplicación.....	685
Recomendaciones para la protección adicional contra el fuego de elementos estructurales según la Norma EHE 2008.....	686
Capítulo 40 Acción del viento en edificios.....	690
Aspectos generales.....	690
Tipologías estructurales en edificios de altura.....	693
Burj Khalifa (Burj Dubai).....	698
Métodos de cálculo de la acción del viento sobre las estructuras según CIRSOC 102/05.....	702
Ejemplos de aplicación.....	703
Determinación de la velocidad básica del viento (V) y del factor de direccionalidad del viento (K_d).....	704
Selección de la categoría para el edificio y determinación del factor de importancia.....	706
Determinación del tipo de exposición.....	707
Determinación del factor topográfico (k_{zt}).....	710
Determinación del factor de efecto de ráfaga (G).....	711
Determinación de la clasificación de cerramiento.....	711
Coeficiente de presión interna (G_{cpi}).....	712
Coeficientes de presión externa (C_p).....	713
Presión dinámica (q_z).....	714
Carga de viento de diseño (p).....	714
Verificación del equilibrio global de las estructuras.....	715
Capítulo 41 Muros de contención de hormigón armado.....	718
Aspectos generales y clasificación.....	718
Cargas y empujes generados por el terreno.....	719
Verificaciones de estabilidad y de tensiones sobre el terreno.....	721
Criterio de diseño para muros de contención tipo ménsula.....	722
Criterios de diseño para muros de contención con contrafuertes.....	723
Requerimientos constructivos.....	724
Ejemplos de aplicación.....	726
Anexo A2 Integración de conceptos.....	746
Desarrollo.....	747
Capítulo 42 Hormigón simple.....	772
Cálculo de estructuras de hormigón simple según CIRSOC 201/05.....	772
Pedestales.....	773
Índice de ejemplos.....	774
Bibliografía.....	777

Prólogo de la Primera Edición

El comprometerse en la tarea de la concreción de un libro de texto, aún de carácter básico como el presente, implica la dedicación de una gran cantidad de horas durante un largo período de meses, fines de semana, a costa de tiempo no dedicado a compartir con la familia, horas robadas al descanso, etc.

Este importante esfuerzo no procura un fin económico, la motivación es tan sólo el deseo de realizar un simple aporte más para quienes comiencen sus estudios en el tema. En base a lo anterior, me permito realizar una mención especial de grandes profesores que en diferentes etapas de mis estudios y vida profesional se destacaron y destacan en mi presente y recuerdos.

Por aquellos años de estudiante en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de La Plata, recuerdo las brillantes clases del profesor Ingeniero Luis Lima, tan ricas en conceptos y contenidos, que generaron en mí y en tantos otros colegas de distintas promociones ese interés marcado por el estudio y el análisis de las estructuras de hormigón.

En mis primeros años de ejercicio de profesión recuerdo al profesor en aquel momento de las Cátedras de Hormigón I y II de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Comahue, Ingeniero Federico Ocampo, con quien pude colaborar en sus Cátedras y que con su amplia experiencia y generosidad para transmitir sus conocimientos me permitió iniciarme en esta tarea apasionante de la docencia.

Deseo mencionar al actual Profesor de la Cátedra de Hormigón II de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco y destacado docente de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Sur, Ingeniero Rodolfo Serralunga, por sus condiciones docentes y calidez humana.

Finalmente, agradecer el apoyo recibido del destacado Profesor de la Cátedra de Hormigón I de la Facultad de Ingeniería de la Sede de Comodoro Rivadavia, Ing. Roberto Aguirre.

Cualquier comentario y/o sugerencia de nuestros colegas, puede ser remitida a hormigonestructural@gmail.com.

Ing. Rodolfo Orlor
Agosto de 2009

El presente texto procura ser un humilde aporte para el estudio de las bases del comportamiento de las estructuras de hormigón. Surge a partir de las clases de la cátedra de Hormigón I dictadas por el Ing. Rodolfo Orlor, las que fueron ampliadas y revisadas, con el objeto de mejorar los conocimientos de los alumnos y futuros lectores.

El trabajo se compone de treinta y ocho capítulos, que abarcan los conceptos más destacados de las estructuras de hormigón, incluyendo algunos específicos como “Entrepisos sin vigas”, “Construcción por etapas”, “Entramado de vigas” y “Fundaciones indirectas”. Cuenta, además, con un importante número de ejemplos de aplicación y figuras que ilustran la mayoría de los conceptos. Al final de la obra, se ha incorporado un listado de textos de consulta bibliográfica que le permitirán al lector profundizar sus conocimientos sobre los temas desarrollados en cada capítulo. Quiero agradecer personalmente al profesor Ing. Rodolfo Orlor permitirme participar en la confección del presente texto, e incluso, la confianza depositada en mí para el desarrollo de algunas temáticas. También deseo valorar la formación que me ha brindado como estudiante a lo largo de mi carrera.

Es nuestro deseo que el presente texto sea una fuente de consulta para mejorar el aprendizaje y comprensión de los cambios en la metodología de cálculo estructural que se generarán en nuestro país.

Ing. Hugo Donini
Agosto de 2009

Prólogo de la Segunda Edición

En esta segunda edición procuramos incorporar nuevos conceptos y un mayor número de comparaciones con otros reglamentos y códigos, a los efectos de que los profesionales relacionados con el diseño de estructuras de hormigón estructural conozcan y puedan evaluar diferentes criterios de verificación y dimensionado de las mismas.

Se han incluido nuevos capítulos y ejemplos comparativos con el Reglamento CIRSOC 201/82, llevando al libro a 42 capítulos, con más de 100 ejemplos prácticos, 590 figuras y 100 tablas.

Se procuró mantener el número de páginas de la primera edición, reduciéndose el tamaño de las fuentes y la posición de las figuras.

He aquí una breve descripción de las novedades de esta Edición:

Capítulo 5: se anexó el criterio de evaluación de fenómenos reológicos según CIRSOC 201/82.

Capítulo 7: se realizó una revisión del mismo, ampliando conceptos y he incorporando un ejemplo de comparación de cuantías a flexión requeridas por el CIRSOC 201/82 y CIRSOC 201/05 para una viga con carga variable, y el desarrollo de las ecuaciones y las tablas para el caso de vigas sometidas a flexión simple con armadura a compresión según CIRSOC 201/05 y armadura simple según CIRSOC 201/82.

Capítulo 8: con el objeto de comparar los anteriores lineamientos para el cálculo de vigas placa, se anexó la metodología de cálculo según CIRSOC 201/82.

Capítulo 10: fue incluido el ejemplo de dimensionado de una losa armada en dos direcciones y se realizaron comparaciones de los criterios para el cálculo de espesores mínimos en losas armadas en dos direcciones. Se incorporaron conceptos respecto a la compatibilización de momentos en apoyos y la modelación de losas mediante el método de emparrillado de vigas, con un ejemplo de aplicación.

Capítulo 11: se ampliaron los conceptos de losas de escalera y se anexaron ejemplos, convirtiendo al tema en un nuevo capítulo.

Capítulo 15: se realizó una revisión integral del capítulo, se incorporó el criterio para losas armadas en dos direcciones de Nawy-Blair y el ACI 224R-01, con ejemplos de aplicación, comparaciones con el CIRSOC 201/05, y un ejemplo de cálculo sobre el cálculo de fisuras de la Norma EHE 08. También se desarrolló la verificación de fisuras según el Eurocódigo EC 2-2004.

Capítulo 16: se anexó la Teoría del Campo a Compresión y su versión modificada, detallando los lineamientos generales del diseño a corte según el AASHTO LRFD 2007 y el Código Canadiense CSA A23.3-04. Para aplicar dichos conceptos, se incluyó el ejemplo de una viga sometida a corte y se calculó a la misma mediante el CIRSOC 201/82, CIRSOC 201/05 (ACI 318/05), AASHTO LRFD 2007 y CSA A23.3-04. También se compararon las cuantías de estribos requeridas por el CIRSOC 201/82 y CIRSOC 201/05 para una viga con cargas crecientes y se analizaron los requerimientos de armaduras mínimas a corte según diversos códigos. Se incorporó un ejemplo en el que se observa la necesidad de armadura de corte adicional ante cargas suspendidas y uno de diseño de una viga de altura variable, ambos según CIRSOC 201/05.

Capítulo 26: fueron incorporados los criterios de cálculo de columnas simples a compresión según CIRSOC 201/82, con dos ejemplos de aplicación.

Capítulo 27: se incluyó el criterio de cálculo de columnas de sección compuesta por el código AISC-LRFD y ejemplos calculados a compresión simple.

Capítulo 29: fueron anexadas las ecuaciones de equilibrio para el caso de flexión compuesta oblicua, así como un ejemplo comparativo de diseño según el CIRSOC 201/82 y CIRSOC 201/05.

Capítulo 30: incluye los lineamientos generales del diseño a pandeo según CIRSOC 201/82, en forma sintetizada.

Capítulo 37: fue incluido el ejemplo de un tanque cilíndrico enterrado, calculándose los esfuerzos más relevantes y resaltando los lineamientos del cálculo de armaduras y verificaciones a desarrollar según la Portland Cement Association (PCA).

Capítulo 38: fueron anexados los encofrados industriales, con el aporte de información e imágenes de la firma **Encofrados PERI Argentina**, a los cuales estamos especialmente agradecidos.

Capítulo 39: se reordenaron tablas y contenidos, y se incluyó parte de las especificaciones de la norma EHE 2008 referidas a resistencia de elementos al fuego.

Capítulo 40: se incorporó como capítulo nuevo la temática correspondiente a la Acción del viento en edificios, conteniendo la tipología de estructuras en edificios de altura, así como la metodología de cálculo según CIRSOC 102/05, comparando a través de un ejemplo de cálculo los valores que arroja el CIRSOC 102/82. Se hace mención especial al edificio más alto del mundo a la fecha, el Burj Khalifa (Burj Dubai) gracias a la información e imágenes aportadas por el estudio a cargo del diseño arquitectónico y proyecto estructural, **Skidmore, Owings & Merrill LLP de Chicago**.

Capítulo 41: se incluyeron conceptos y el cálculo de muros de contención, con ejemplos de muros en ménsula y con contrafuertes.

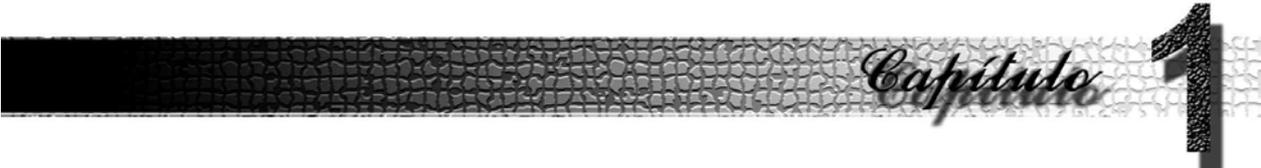
Capítulo 42: nuevo capítulo correspondiente al cálculo de estructuras de hormigón simple según CIRSOC 201/05.

Los ejemplos se desarrollan, en general, sobre la base del CIRSOC 201/05, cuando se refieren a efectos comparativos al CIRSOC 201/82 o a otro código, se lo indica expresamente en su enunciado.

El libro fue dotado de un mayor número de figuras en cada capítulo a los efectos de graficar y mejorar la comprensión de los contenidos analizados.

Nuevamente deseamos agradecer a nuestras familias por el tiempo, la paciencia y el constante apoyo, tanto para los momentos de lectura, recopilación y escritura del libro, como para los de divulgación en cursos. También queremos agradecer a nuestros lectores, sin los cuales no sería posible la continuidad de este texto.

Ing. Rodolfo Orler – Ing. Hugo Donini
Septiembre de 2011



Capítulo 1

Introducción

En un futuro próximo se prevé que entre en vigencia el nuevo marco reglamentario de Normas CIRSOC, respecto de lo concerniente a estructuras de Hormigón Armado, el cambio es importante.

El Reglamento CIRSOC 201/82 se basó en las Normas DIN 1045/78 alemanas, las mismas con el correr del tiempo fueron paulatinamente quedando desactualizadas respecto del estado del arte, esto motivó un profundo debate acerca de la necesidad de su actualización y el nuevo modelo (escuela) de Normativa a adoptar. Las dos posibles posturas fueron:

- a) La escuela europea a través de los Eurocódigos.
- b) La escuela Americana a través del Código ACI 318.

Mayoritariamente el consenso se inclinó por la escuela Americana (Código ACI 318/05), código base para nuestro futuro CIRSOC 201/05. Frente a esta situación y a que el Código ACI 318/05 sufrió importantes modificaciones respecto del Código ACI 318/99 y anteriores, y dado que la mayor parte de la bibliografía traducida disponible en la actualidad se basa en la versión del Código ACI 318/99 o anteriores, entendimos necesario como docentes, a fin de colaborar con la difusión de la nueva normativa y facilitar su comprensión por parte de los futuros usuarios, desarrollar el presente texto, que tiene el carácter de básico y cuenta con 95 ejemplos de aplicación de los distintos temas según CIRSOC 201/05. Dado su carácter de introductorio al tema de Hormigón Estructural, no se incluyen los aspectos relacionados con el Hormigón Pretensado, ni así tampoco los aspectos relacionados con el Diseño Sismorresistente (CIRSOC 103). Tampoco se trata (por motivos de extensión) el tema desarrollado en el Anexo A del CIRSOC 201/05, Dimensionado mediante Bielas y Tirantes. Al respecto, dada la potencialidad de su utilización, sugerimos al lector el texto de referencia 54) para su interiorización. Para el tratamiento de los distintos temas se realiza una introducción teórica y se desarrollan consecuentemente ejemplos de aplicación para facilitar su comprensión. Se asume para realizar una interpretación acabada del presente texto que se tienen conocimientos concernientes a Tecnología del Hormigón. Los gráficos expuestos mencionan al pie la referencia bibliográfica correspondiente. En ciertos temas se hacen referencias complementarias a otros códigos o normativas, a fin de ampliar conceptos, fundamentalmente en cuestiones relativas a verificación de estados límites de servicio. En esta segunda edición, se han incorporado dos nuevos capítulos referidos a la acción del viento sobre las estructuras y su tratamiento según el CIRSOC 102/05, y el diseño y cálculo de muros de contención, ambos con ejemplos de aplicación.

Deseo expresar mi agradecimiento y reconocimiento al Ing. Hugo Juan Donini, Jefe de Trabajos Prácticos de las Cátedras que dicto, Hormigón I y Hormigón II, por su importantísimo trabajo de recopilar los apuntes de mis clases, realizar sugerencias y una cuidadosa revisión de los mismos así como también confeccionar la mayoría de los gráficos y dibujos del texto. El presente, sin su valiosa ayuda no hubiera podido concretarse. En particular, se expresa un especial agradecimiento a la asistencia brindada por Luis Donini para la solución por métodos numéricos de las ecuaciones diferenciales del Capítulo 37. Quiero agradecer asimismo, a las autoridades del CIRSOC, por su autorización a incluir gráficos, dibujos y tablas del Proyecto de CIRSOC 201/05 y 101/05 en el presente texto. También ha sido muy valioso el permiso de reproducción de las imágenes y datos correspondientes a la construcción del Burj Khalifa (Burj Dubai) que nos ha brindado el estudio de Skidmore, Owings & Merrill LLP, y el permiso de PERI Argentina para la reproducción de la información de sus sistemas de encofrado.

No obstante que a la fecha de finalización de esta edición no se ha aprobado el futuro paquete reglamentario, entendemos que el cambio es un hecho necesario, dada la desactualización de nuestros reglamentos con 30 años de antigüedad. Con el pleno conocimiento de la escasez de bibliografía disponible, cuestión que resulta aún más crítica en el ámbito de nuestra región Patagónica, esperamos que esta publicación sea un aporte más tendiente a paliar dicha dificultad, siendo dirigido en especial a estudiantes del último curso de ingeniería, recientes graduados y profesionales de la rama de Ingeniería y Arquitectura, que deseen interiorizarse de los importantes cambios y nuevos conceptos planteados por el futuro CIRSOC 201/05.

Rawson, Agosto de 2011

Capítulo 2

Conceptos generales

Hormigón Estructural

El avance en el conocimiento durante las últimas décadas permitió una definición más general del hormigón a utilizar con propósitos estructurales, dejando así de lado la antigua diferenciación entre el hormigón armado y el hormigón pretensado. Los reglamentos y códigos modernos definen al material como “hormigón estructural”, abarcando con dicho concepto desde el hormigón no armado (simple) hasta el hormigón pretensado. Esto resulta factible debido a que las características resistentes de este material, tanto a compresión como a tracción, no se ven influenciadas mayormente por la presencia de armaduras, sean éstas activas o pasivas. Por tanto, tenemos:

Hormigón estructural	}	Hormigón simple
		Hormigón armado
		Hormigón pretensado

En el presente texto, que tiene el carácter de introductorio, sólo se tratarán los temas relacionados con el hormigón armado y sus prescripciones según el CIRSOC 201/05, CIRSOC 201/82 y otros códigos.



Figura 1: Uso de “hormigón estructural” en una presa

Hormigón Armado

El hormigón armado es un material compuesto, en donde sus elementos componentes conservan sus propiedades, realizando cada uno de ellos su aporte estructural. El hormigón por su parte aporta resistencia a la compresión, masa y durabilidad, mientras que el acero aporta resistencia a la tracción y adecuadamente ubicado en cantidad y posición, aporta ductilidad. El hormigón es una roca artificial que se obtiene de la mezcla en proporciones previamente determinadas de un ligante (cemento), agregados y agua. En diferentes casos se añaden aditivos que tienden a mejorar las características básicas de la mezcla, ya sea en estado fresco (como por ejemplo para hacerla más trabajable), o bien, en estado endurecido, mejorando su durabilidad y eventualmente su resistencia. El cemento y el agua constituyen la pasta que llena los vacíos de los agregados y genera el efecto ligante entre ellos. Dicha pasta es la que sufre el efecto combinado de la contracción de fragüe y la fluencia lenta tal como se verá en el Capítulo 5.

Respecto de las ventajas y desventajas del hormigón armado frente a otros materiales, podemos decir que el hormigón armado es:

a) Económico

El material básico componente hormigón, tiene un bajo costo relativo, se utiliza poco acero y no requiere en general de mano de obra especializada.

b) Trabajable

Se puede realizar prácticamente cualquier elemento o estructura, con diferentes formas y terminaciones, según la clase del encofrado.

c) Durable

Las obras de hormigón armado, bien diseñadas y ejecutadas, requieren de poco mantenimiento. Esto se debe a que el hormigón es resistente a los medios agresivos y protege al acero.

d) Resistente al fuego

Mucho más que una estructura de acero, a las estructuras de hormigón las podemos diseñar para ser resistentes por un dado período contra el fuego.¹

e) Energía

Se necesita menos energía para fabricar hormigón que para fabricar acero. Adicionalmente las construcciones de hormigón son más fáciles de climatizar.

Como desventajas podemos mencionar:

a) Comportamiento reológico

El hormigón cambia de volumen con el tiempo (contracción de fragüe, hinchamiento, fluencia lenta).

b) Elevada relación peso / resistencia

Dado que es una relación muy alta, en una estructura de hormigón armado, una parte importante de la capacidad resistente se utiliza para absorber solicitaciones derivadas del peso propio.



Figura 2: Hormigón estructural. Vertedero Presa Hidroeléctrica de Pichi Picún Leufú – Etapa constructiva.

Se observa las vigas gorrón soporte de las compuertas de hormigón pretensado, las vigas del puente sobre el vertedero en hormigón armado y las pilas del vertedero en hormigón simple.

Fundamentos de la construcción compuesta hormigón armado

Como ya hemos mencionado, ambos materiales, hormigón y acero, actúan conjuntamente cuando la sección está sometida a solicitaciones exteriores. El fundamento de este trabajo en conjunto esta dado en las siguientes propiedades:

- 1) La elevada resistencia a compresión del hormigón, y la elevada resistencia a tracción del acero.
- 2) La adherencia, permite la transmisión de esfuerzos entre ambos materiales.
- 3) Los coeficientes de dilatación térmica (α), aproximadamente iguales, para hormigón y acero. ($\alpha = 9 \times 10^{-6} \text{ } 1/^{\circ}\text{C}$ a $12 \times 10^{-6} \text{ } 1/^{\circ}\text{C}$; en general se admite $\alpha = 10 \times 10^{-6} \text{ } 1/^{\circ}\text{C}$)
- 4) La protección de la oxidación del acero por el hormigón.

¹ Se puede consultar al respecto la publicación del ACI 216.1-97/TMS y la referencia 110).

Sobre la estructura se ejercen un conjunto de acciones externas tales como cargas derivadas de peso propio y sobrecargas, viento, sismo, asentamientos de apoyos, variaciones de temperatura, etc., y la estructura como respuesta a las mismas presenta deformaciones, fisuración, solicitaciones internas y eventualmente, daños. La respuesta de la estructura debe mantenerse dentro de ciertos límites de tal forma que no se afecte su funcionamiento ni su seguridad frente a la falla.

Una determinada estructura, para cumplir con la finalidad para la cual ha sido proyectada, deberá verificar los “estados límites” que ocasionen la puesta fuera de servicio de la misma. Podemos clasificar los estados límites en dos grupos:

- Estados límites últimos
- Estados límites de utilización

Dentro del primer grupo se encuentran:

- La pérdida de equilibrio estático de la estructura.
- La rotura de la sección (flexión, corte, torsión, compresión, tracción, etc.)
- Inestabilidad local de algún elemento comprimido (pandeo).
- Rotura por punzonamiento.
- Fallas de adherencia en anclajes, empalmes, etc.

Como estados límites de utilización podemos mencionar a modo de ejemplo:

- Fisuración excesiva (por ejemplo en tanques de agua).
- Deformaciones excesivas (por ejemplo en una viga de puente grúa).
- Vibraciones excesivas o perceptibles para sus ocupantes (por ejemplo en un edificio de gran altura).

Al dimensionar una estructura, tal cual lo iremos viendo con el desarrollo de los distintos temas, el criterio será obtener en lo posible, fallas que “preavisen”, o sea roturas “dúctiles”, que son aquellas que vienen precedidas de una serie de fenómenos que nos alertan (fisuración, deformaciones, etc.) y conducen a la falla o puesta fuera de servicio gradual. Esto es deseable, dado que nos permite adoptar medidas correctivas antes de llegar a una situación de colapso, la que independientemente de las pérdidas económicas suele implicar seguramente la pérdida de vidas. A modo de ejemplo de fallas repentinas y catastróficas, podemos citar el colapso de un sector de la estructura de la terminal, sector 2E del Aeropuerto Charles De Gaulle, de París, el 23 de mayo de 2004, y la falla que provocó el colapso del puente que vinculaba las ciudades de Mineápolis y St. Paul en el año 2007.



Figura 3: Falla del Aeropuerto Charles De Gaulle – Año 2004



Figura 4: Colapso frágil del puente que une las ciudades de Minneapolis y St. Paul – Año 2007

Se debe destacar finalmente que no cualquier combinación de hormigón y acero define en sí un elemento de hormigón armado, a modo de ejemplo:

Dada una viga simplemente apoyada, con una armadura inferior dispuesta en cantidad adecuada, y cargas uniformes gravitatorias, si sobre la misma pieza cambia el sentido de las cargas (por ejemplo una succión neta de viento), manteniendo la armadura en idéntica posición, al originarse tracciones en la cara superior no armada, se producirá el colapso de la pieza de hormigón armado para el mismo valor que para la pieza equivalente de hormigón simple (sin armadura), la rotura entonces será frágil y repentina, el acero no cumpliría para este estado de cargas ninguna función estructural, sólo mantendría la integridad del elemento, el que quedaría fuera de servicio.

$$Q_n = Q_v - Q_g \text{ (succión neta)}$$

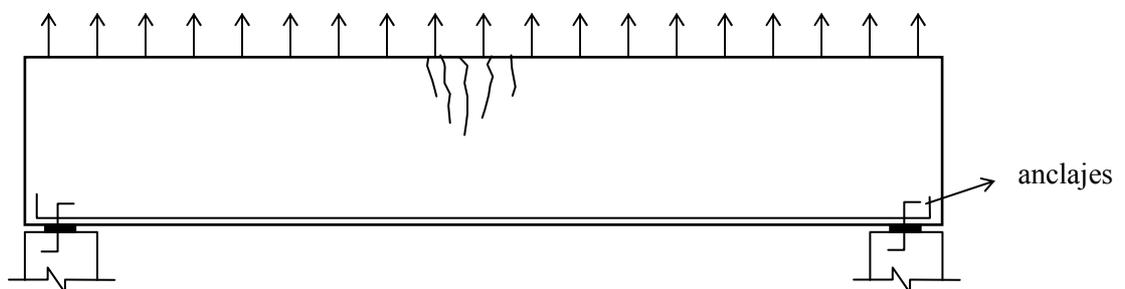


Figura 5: Rotura frágil de una viga por succión neta

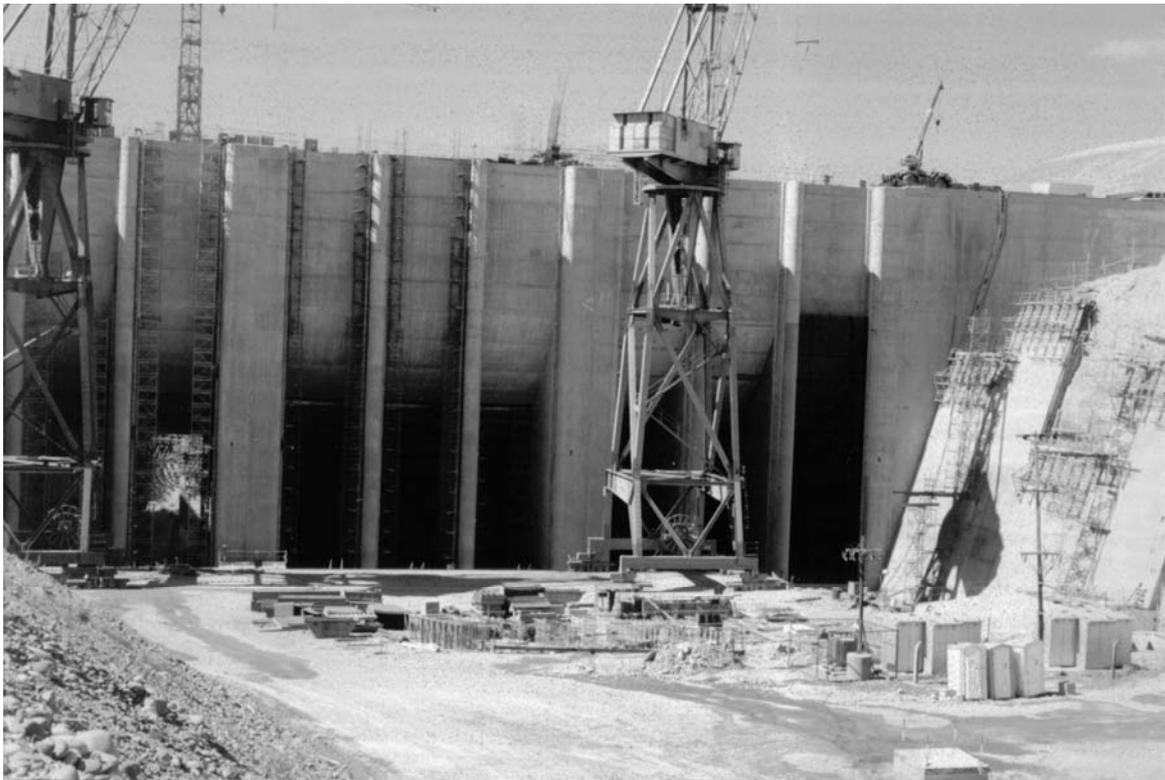


Figura 6: Compuertas de acceso a las turbinas represa Pichú Picún Leufú

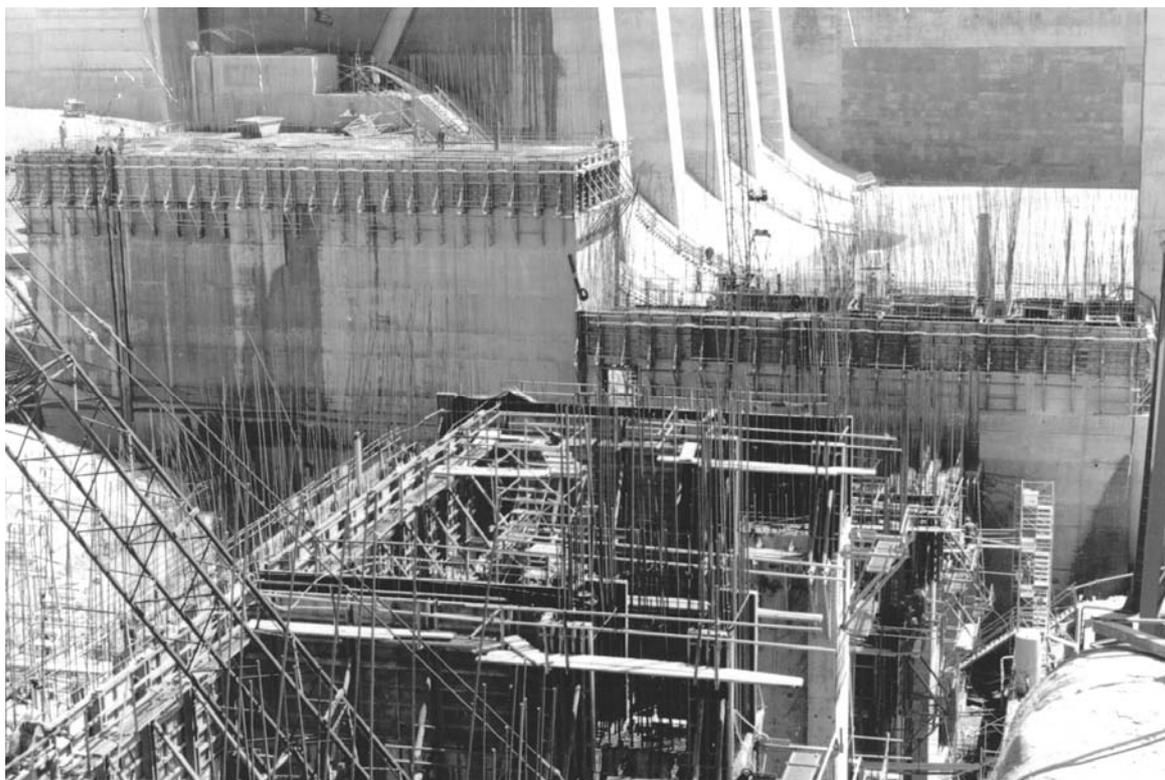
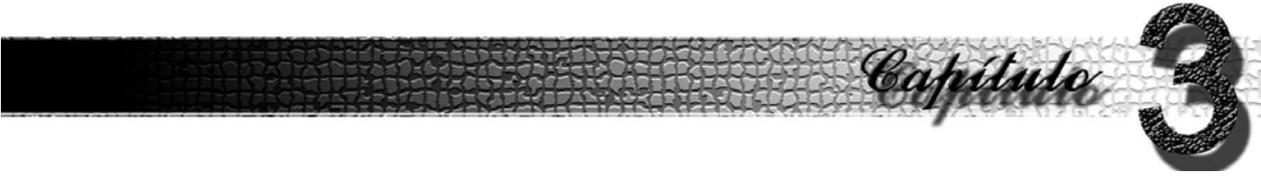


Figura 7: Construcción de la sala de máquinas en la presa de la imagen anterior

Los conceptos básicos acerca del comportamiento de los elementos estructurales de hormigón armado son independientes del enfoque reglamentario que se realice, su adecuada interpretación y comprensión, es de suma importancia para que el proyectista pueda diseñar luego una estructura bajo un determinado código o reglamento. Para ello deberá aplicarse un criterio ingenieril, conociendo las hipótesis y limitaciones de las expresiones y fórmulas que utilizará para su diseño.

Capítulo 3

Marco de aplicación del CIRSOC 201/05

El presente texto adopta como norma de referencia al CIRSOC 201/2005, el cuál a su vez se basa en el "Código de Construcción para el Hormigón Estructural ACI 318/05" que en el futuro lo denominaremos por razones de brevedad Código ACI 318/05.

Específicamente el CIRSOC 201/05, es de aplicación a las Estructuras de Hormigón sin armar, armado y pretensado, cuya masa por unidad de volumen del material seco a masa constante se encuentre comprendido entre 2000 Kg/m^3 y 2800 kg/m^3 . Asimismo se aclara que no es de aplicación para estructuras de Hormigón Liviano, Hormigón Masivo, Estructuras Mixtas de Acero- Hormigón y Estructuras que bajo condiciones de servicio se encuentren sometidas a temperaturas mayores de $70 \text{ }^\circ\text{C}$.

El Proyecto de Reglamento consta de dos cuerpos, Cuerpo I, Reglamento propiamente dicho y Cuerpo II Comentarios.

En su Capítulo I trata sobre los requisitos generales, campo de validez, normas de aplicación y documentación técnica a elaborar para el proyecto.

En sus Capítulos II a VI trata el tema de tecnología del hormigón, vale aclarar que los mismos No Responden a la línea ACI 318.

En los restantes Capítulos VII a XXII trata del diseño del hormigón estructural según el Código ACI 318/05. Finalmente el CIRSOC 201/05 posee cuatro Anexos, en donde se destaca principalmente (a juicio de los autores), el denominado ANEXO A, que trata el tema del Modelo de Bielas y Tirantes. Este método permite estudiar regiones en donde no se puede aplicar la teoría de Flexión tradicional.

Cabe mencionar que hasta la versión del Código ACI 318/99, se permitía el llamado "Método de Diseño Alternativo" (conocido como "Diseño por Tensiones Admisibles"), el mismo figuraba en el Anexo A de la citada versión del Código. Este apéndice fue eliminado del Código ACI 318/2002, y por tanto también en el CIRSOC 201/2005, ya no se permite el Diseño por Tensiones Admisibles. En este método no era posible determinar el valor de sollicitación (o carga) que conducía a la falla de la pieza (carga última), asimismo no permitía considerar la variabilidad de los diferentes tipos de carga. En líneas generales conducía a diseños más conservadores (con mayores requerimientos de armadura y/o secciones de las piezas). El concepto del método de Tensiones Admisibles era intentar lograr seguridad y un comportamiento adecuado de la estructura bajo condiciones de servicio limitando las tensiones bajo cargas de servicio a ciertos valores especificados. Ahora bien, si por ejemplo diseñamos con dicho método un puente viga en Hormigón Estructural para un dado tren de cargas y, en forma excepcional surge la necesidad de que circule por dicho puente un tren de cargas más desfavorable, al no existir una relación lineal entre sollicitaciones y tensiones, el Ingeniero se vería en un aprieto para adoptar la determinación de autorizar o no su paso. A tal efecto recordemos que el hormigón no es un material elástico ni su comportamiento es lineal, ni su módulo de elasticidad (E_c) permanece constante con la variación de cargas. El Método de Tensiones Admisibles fue el utilizado hasta la década de los años sesenta. Se realizará una breve mención del mismo en el anexo al Capítulo 7.

Capítulo 4

Proyecto de Estructuras de Hormigón – Conceptos Básicos

A continuación, vamos a plantear algunos aspectos básicos referentes al proyecto de estructuras de hormigón, en forma muy breve, dado que el presente texto trata fundamentalmente sobre el dimensionado y detallado de armaduras. En general, al encarar el proyecto y cálculo de una estructura, es necesario evaluar ciertas cuestiones fundamentales:

- ✓ La tipología estructural.
- ✓ La definición del material a utilizar.
- ✓ El sistema constructivo.
- ✓ Impacto ambiental de la obra.
- ✓ Costos asociados con el proyecto.

La tarea del ingeniero será con base a dichos aspectos, optimizar la solución. Podríamos establecer las siguientes etapas de avance en la concreción del proyecto:

1º etapa: “Obtener datos del problema”

- ✓ Medio donde se va a materializar la obra.
- ✓ Servicios que debe prestar la obra.
- ✓ Materiales disponibles, mano de obra local.
- ✓ Tecnología disponible en el marco de la obra.
- ✓ Vida útil requerida para el proyecto.
- ✓ "Restricciones" que se imponen de todo tipo: condiciones de fundación, accesos, clima, normas reglamentarias, etc.

2º Etapa: “Anteproyecto estructural”

Esta es una etapa muy importante. Es necesario tener previamente una idea clara de la forma de comportamiento de la estructura. Al respecto, citamos un párrafo del Ing. Schlaich, del texto de la referencia 93), “... El conocimiento del flujo de tensiones es la base del dimensionamiento integral y coherente... Dicho conocimiento del flujo de tensiones dará por resultados estructuras eficientes y bellas que respondan a la tecnología del material empleado”.

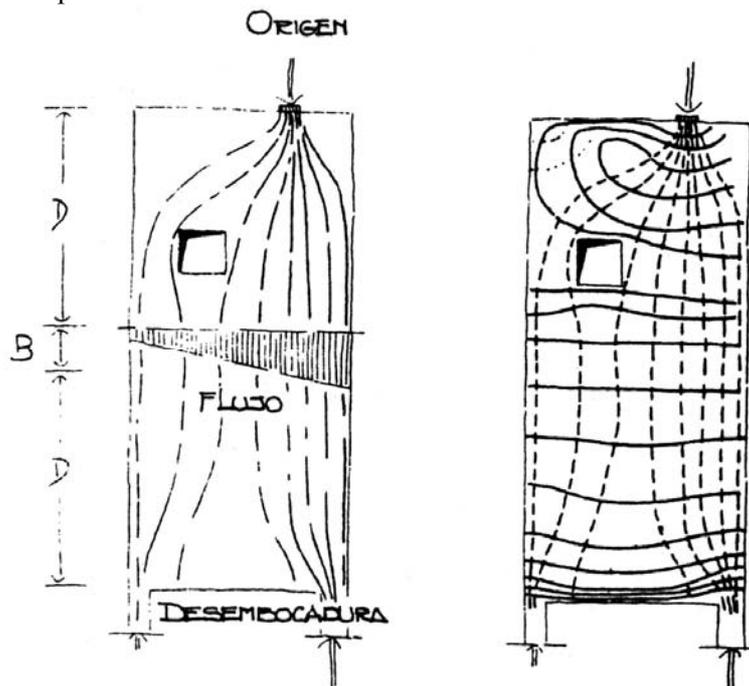


Figura 8: Diagrama de trayectorias de tensiones (referencia 93)

Si bien, no es posible establecer reglas generales. No obstante, se pueden indicar algunos conceptos básicos:

- a) Los elementos estructurales principales deben estar claramente identificados.
- b) Las trayectorias de los esfuerzos deben seguir "camino simples".
- c) Antes de iniciar el cálculo, es importante, comprobar que se verifica el equilibrio estático, que el sistema posee una rigidez adecuada, que no parezca haber esfuerzos secundarios excesivos, etc.

Según la magnitud y escala del proyecto resultará necesario evaluar si se requiere de la consulta o asesoramiento de especialistas en alguna disciplina, por ejemplo, geotecnia.

3º Etapa: “Cálculo Estructural”

Esta etapa es la que confirma o da origen a ajustes en lo previsto como anteproyecto estructural. El aspecto más importante está dado por el planteo de las hipótesis de cálculo. De la correcta definición de las mismas dependerá el grado de aproximación entre el comportamiento real y el teórico de la estructura.

El grado de aproximación de las diferentes hipótesis de cálculo debe ser compatible con:

- ✓ Conocimiento del valor de las cargas.
- ✓ Comportamiento de la fundación e idealización de la misma (no existen los empotramientos perfectos ni los apoyos simples).
- ✓ Predicción del comportamiento mecánico de los materiales (relación: tensión- deformación).
- ✓ Rigideces a considerar para los elementos de hormigón que en general en servicio trabajan en estado II. Por ejemplo al pasar al estado II, disminuye mucho más la rigidez a torsión que la de flexión (vigas- emparrillado).

En la actualidad se cuenta en forma accesible, cada vez con más frecuencia, con poderosos sistemas de cálculo que realizan el dimensionado y detallado de armaduras con base a un modelo dado, y pueden brindar una peligrosa sensación de que están resueltos todos los aspectos principales. Estos programas de cálculo, entregan una abundante información que resulta difícil de evaluar por un proyectista con reducida experiencia en diseño estructural, pudiendo pasar inadvertidos algunos problemas conceptuales. No debe olvidarse, tal como lo expresa el profesor Meli Piralla en su libro de la referencia 49), que “cualquiera sea el modelo adoptado, no es más que una idealización matemática de la estructura real, de las acciones a las que está sometida y de los materiales de los cuales está compuesta, idealización que puede representar adecuadamente o no el fenómeno físico en estudio”. El mismo profesor sugiere no utilizar un software si el usuario no sabe en qué teoría se basa y qué hipótesis tiene implícitas, y por supuesto, que limitaciones tiene para su uso. Los diferentes programas son herramientas valiosas que no reemplazan al ingeniero, sino que, evitan las tareas rutinarias del proyectista, utilizarlos de otra forma, implica perder el control del proyecto, con los riesgos que ello conlleva.

4º Etapa: Dimensionado

Se aplican los criterios establecidos por la norma de aplicación que especifique el comitente. Debe tenerse presente el no mezclar criterios de distintas normas para una estructura dada porque puede conducir a errores graves. Lo que sí es factible es el dimensionado por una norma y la contrastación por otra. Deben evaluarse los efectos de segundo orden en elementos comprimidos y tener mucho cuidado con los detalles de armado que son fundamentales para asegurar que la estructura pueda ser correctamente hormigonada y funcionar adecuadamente. En función de las condiciones del medio debe analizarse la fisuración para los elementos sometidos principalmente a flexión o tracción, particularmente en aquellas estructuras en donde prevalezca el peso propio y verificar si las deformaciones son compatibles con las condiciones de uso.

De utilizarse un programa de dimensionado debe ser adecuadamente chequeado, conocer sus limitaciones y prestaciones y analizar con juicio crítico los resultados obtenidos, asimismo considerar que en general dichos programas no evalúan efectos localizados tales como: introducción de cargas, apeos de una viga en otra, armado de nudos, zonas con huecos en losas, etc., y en ocasiones presentan esquemas detallados de armaduras que en afán de su optimización generan dificultades con las longitudes de anclaje necesarias y requeridas, las que permiten un trabajo pleno de las armaduras. Debe evaluarse con criterio si la etapa constructiva puede ocasionar solicitaciones más desfavorables que las derivadas de la situación final de servicio, en tales casos, el proyecto debe incluir las indicaciones al respecto de la forma de llevar adelante la construcción, tales errores son fuente frecuente de origen de patologías en estructuras de edificios. Un

ejemplo de ello, es el del colapso progresivo tanto vertical como horizontal del Skyline Plaza Apartments en 1973 en Estados Unidos. El hecho ocurrió durante la construcción del piso 24º y se produjo sobre el nivel 23º por punzonamiento ante una remoción prematura del encofrado.



Figura 9: Colapso progresivo vertical y horizontal del Skyline Plaza Apartments en EE.UU.

5º Etapa: Detallado de las armaduras y confección de la documentación ejecutiva

Esta etapa es de fundamental importancia, según lo expresan textualmente los profesores R. Park y T. Paulay en su obra clásica de referencia (62): ... “un análisis complejo se hace inútil si los cálculos no se pueden traducir a estructuras exitosas. Esto puede suceder cuando la estructura queda representada por un conjunto de dibujos no muy bien detallados”. A fin de lograr esto, se deben compatibilizar las secciones de acero necesarias en cada punto con el elemento integral (por ej. viga), a los efectos de definir diámetros de armaduras, cantidades, separaciones y recubrimientos.

Se verifican las zonas congestionadas a fin de evaluar si puede realizarse un correcto hormigonado, se chequean las longitudes disponibles de anclaje para verificar si son suficientes.

Se detallan adecuadamente los tipos y ubicación de los empalmes. Se elaboran los planos de encofrado, planos de armadura, planos de detalles constructivos y planilla de armadura. Se desarrollan las especificaciones técnicas correspondientes y se confecciona la memoria de cálculo. Es conveniente que las salidas de los programas que son de importante volumen se presenten como anexos a la memoria. Debe resaltarse que según los estudios realizados en Europa respecto de los orígenes de daños o patologías en obras civiles, aproximadamente el 42% del total se corresponden con deficiencias del proyecto¹. Es por ello, que en la actualidad algunas normas recomiendan el control del proyecto por técnicos distintos a aquellos que lo realizaron, al respecto, quienes supervisen el proyecto deben tener una calificación técnica al menos

¹ Consultar la referencia 100).

igual a la del personal que realizó el diseño. La memoria de cálculo debe estar desarrollada de tal forma que otro profesional que necesita verificarla, pueda interpretar sus contenidos y planteos sin inconvenientes. Lo anterior es de suma importancia, dado que es frecuente que durante el período de ejecución de la obra surjan cambios, los que deben ser correctamente evaluados por el director de obra en cuanto a su incidencia en la seguridad estructural. Es necesario remarcar que los extensos resultados de computadora de los programas de cálculo, no pueden ser considerados como “memoria de cálculo”, en el mejor de los casos son un valioso anexo de las mismas. En las oficinas de control de proyectos podemos observar cada vez con más frecuencia la confusiçn sobre este importante tema. La memoria de cálculo (que es un documento elaborado por el proyectista estructural), debe incluir como mínimo la siguiente informaciçn:

- Memoria descriptiva de la obra
- Referencia del o los reglamentos utilizados
- Tipo y calidad de los materiales a utilizar
- Detallado análisis de cargas y sus respectivas combinaciones
- Modelo estructural adoptado e hipótesis simplificativas adoptadas
- Cálculo de los esfuerzos
- Dimensionado de secciones
- Verificaciçn de las condiciones de servicio (cuando corresponda: verificaciçn de flechas y fisuraciçn), recubrimientos.
- Diseño de las fundaciones, acompañado de un estudio de suelos que justifique los parámetros utilizados para el diseño de las mismas
- Detallado y diseño de las zonas particulares tales como apeo de vigas en vigas, zonas de orificios en losas, zonas de congestiçn de armaduras en nudos
- Precauciones a adoptar durante el proceso constructivo (excavaciones, encofrado de losas, etc.)
- Las salidas de los programas de cálculo deben adjuntarse como se mencionó, como anexo a la memoria, con la informaciçn debidamente organizada.

Se puede consultar al respecto, el CIRSOC 201/05 en su Art. 1.3.

Como observaciçn final del presente tema, podemos mencionar que resulta importante para lograr un proyecto acorde con el estándar de calidad previsto, la visita periódica a obra del proyectista estructural, a fin de resolver en conjunto con la direcciçn de obra las eventuales dificultades constructivas que pudieran surgir.

Resistencia y Seguridad Estructural

El diseño de un elemento estructural debe lograr un adecuado grado de seguridad frente al colapso y asimismo tener un funcionamiento satisfactorio frente a las cargas de servicio.

Esto último requiere que las deformaciones sean lo suficientemente pequeñas para no generar daños en los elementos no estructurales, que las fisuras se mantengan con un espesor menor a un máximo determinado por las condiciones del medio ambiente, que las oscilaciones o vibraciones se minimicen y no sean perceptibles para sus ocupantes, etc.

No se puede establecer con una precisiçn absoluta las cargas actuantes sobre una estructura, ni tampoco la capacidad resistente de la misma.

En funciçn de lo expresado, debe existir un margen adecuado de seguridad entre las cargas actuantes, con las sollicitaciones que éstas generan y las resistencias de los distintos elementos que componen la estructura.

Las fuentes de incertidumbre que requieren de un determinado margen de seguridad son entre otras:

- ✓ La magnitud y distribuciçn de las cargas reales pueden diferir de las supuestas, particularmente las sobrecargas y en especial las debidas a fenómenos naturales.
- ✓ Las simplificaciones que se adoptan para el modelo estructural con el cuál se determinan las sollicitaciones.
- ✓ Las dimensiones de los distintos miembros pueden diferir de las especificadas.
- ✓ Las armaduras pueden no estar en la posiciçn correcta (en algunos casos esto es particularmente crítico, por ejemplo, en un balcçn en voladizo, la armadura superior es pisada al hormigonar y pierde altura útil d).²
- ✓ Las resistencias de los materiales pueden ser distintas de las especificadas, debido a problemas en la elaboraciçn y/o compactaciçn y/o curado del hormiçn.
- ✓ Asimismo, al establecer coeficientes de seguridad debe tenerse en cuenta las posibles consecuencias de una falla.

² Los coeficientes de seguridad no cubren errores “groseros”

Es deseable, de ser posible, una falla “gradual”, con advertencia, vale decir una falla “dúctil”, en donde el elemento estructural avise que se está agotando su capacidad de carga; esto es factible de conseguir en elementos traccionados o en elementos sometidos a flexión pura (elementos tipo viga) o a flexocompresión con gran excentricidad (en ambos casos para elementos no sobreamados). Para elementos sometidos a compresión predominante, se produce en general una falla de tipo frágil, es decir sin aviso previo, lo que obliga a aumentar los márgenes de seguridad (elementos tipo columna).

Finalmente se debe considerar el “grado de compromiso estructural” de un dado elemento en la sobrevida de la estructura; no es lo mismo la falla de una viga que el colapso de una columna (la que muy probablemente ocasione la falla de la totalidad de la estructura).

Los fenómenos a considerar para el dimensionamiento de estructuras en general y en particular para las estructuras de hormigón, son de naturaleza aleatoria, tanto en lo referente a las sollicitaciones como así también a las resistencias de los distintos elementos estructurales.

Variación de las cargas o sollicitaciones

La carga máxima que va a ocurrir en una estructura durante su vida útil no resulta posible determinarla con precisión: puede considerarse como una variable aleatoria. A pesar de ello, el ingeniero debe diseñar la estructura con un adecuado margen de seguridad. Se puede plantear por ejemplo, una curva de frecuencia para un tipo de carga particular, por ejemplo, depósitos.

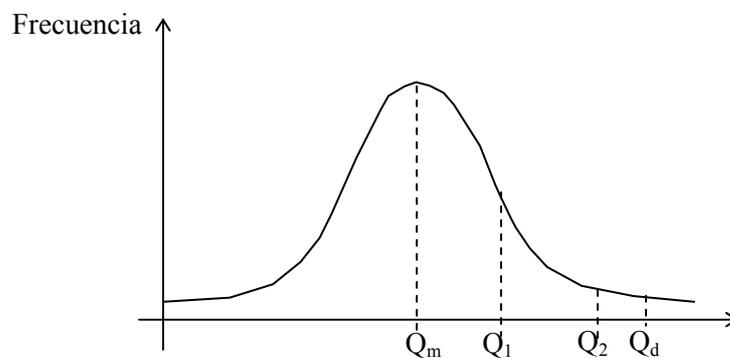


Figura 10: Curva de frecuencia de cargas

Para la curva de frecuencias dada, el área bajo la curva entre las abscisas Q_1 y Q_2 , representa la probabilidad de ocurrencia de cargas Q de magnitud: $Q_1 < Q < Q_2$. Para el diseño se selecciona en forma conservadora una carga de servicio especificada Q_d , en la zona superior de Q . Esta carga Q_d , es considerablemente mayor que la carga media Q_m que actúa sobre la estructura. Se puede realizar una clasificación de carácter muy general respecto de las cargas actuantes diferenciándolas en: cargas de naturaleza permanente (peso propio de la estructura y pesos propios de los elementos no estructurales), y cargas “vivas” o “sobrecargas” que están vinculadas con la operación y el uso de la estructura en particular, o bien, son producto de ciertos fenómenos tales como acciones de viento, acciones sísmicas, explosiones, etc.

El grado de indeterminación en el valor actuante más probable sobre el elemento en estudio es naturalmente mayor con las sobrecargas, y aún mayor con aquellas derivadas de acciones de la naturaleza (viento, sismo).

No obstante, debe mencionarse que relevamientos realizados en construcciones existentes encontraron diferencias de hasta un 20% entre las cargas “previstas” por peso propio y las “actuantes”. Resulta frecuente en proyectos de mediana envergadura, que al momento de efectuar el análisis de cargas, el proyectista estructural no cuente con el plano de arquitectura definitivo. En ocasiones, no se encuentran definidos con precisión la totalidad de los muros de cierre internos, tanto en posición como en longitud. Aún cuando ello ocurra, no es poco frecuente que los planos de arquitectura con que se trabajó para la evaluación de cargas sufran luego modificaciones en la etapa constructiva, o bien, durante la vida útil de la estructura. Suele ocurrir que las cargas reales por unidad de área derivadas del peso propio de las losas, sean algo mayores a las deducidas de los planos. Esto puede suceder producto de que las irregularidades en el nivel de terminación de la cara superior de la losa producto de las imperfecciones o leves deslizamientos de los encofrados son corregidas en obra igualando el nivel de dicha cara. Algo similar se presenta con las carpetas de terminación bajo piso. Al respecto, el Reglamento para el Distrito Federal de la ciudad de México, RDF – 76, especificaba que debía incrementarse el peso propio que resulta de las medidas de los planos para losas en 20 kg/m^2 . Frente a determinadas acciones, tales como la verificación al vuelco de una estructura o las

solicitaciones en las columnas de los pisos inferiores de un edificio aporticado con acciones horizontales, deben evaluarse con criterio, la mínima carga de peso propio asociada con la mencionada acción horizontal. En relación a las sobrecargas, poseen dos características importantes: su variación en el tiempo y su variación en el espacio. Respecto de la variación en el tiempo, se puede observar en la Figura 11 dos componentes: una componente de carácter semipermanente y otra que posee una importante variación temporal.

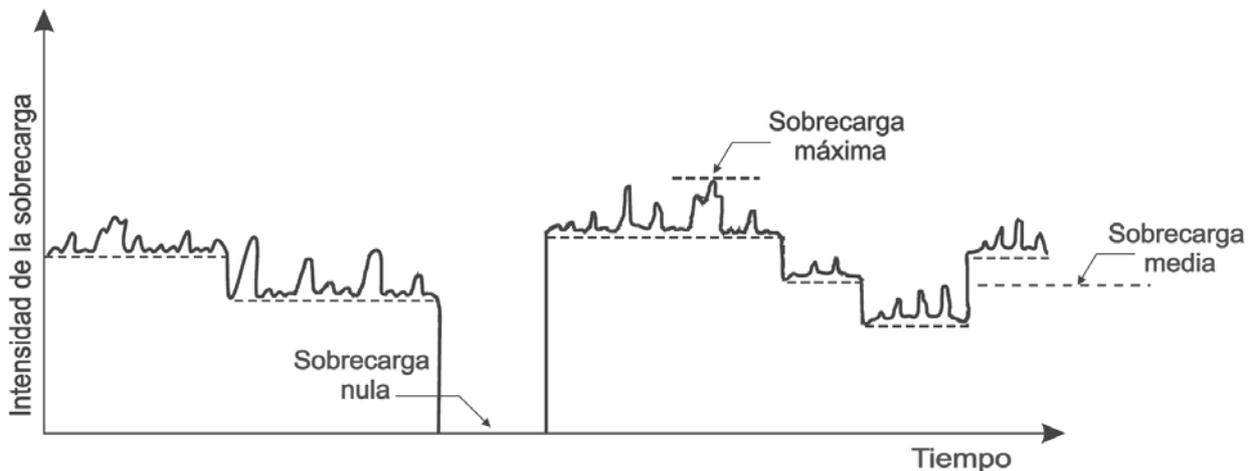
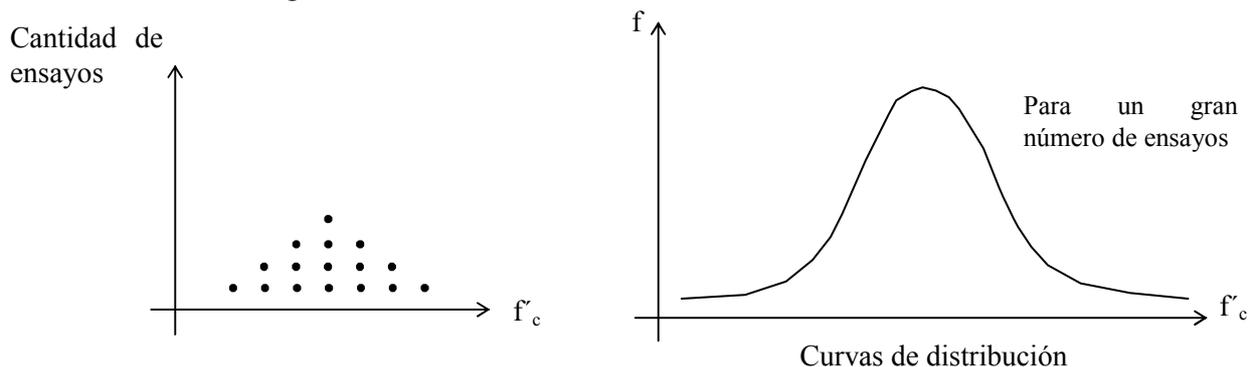


Figura 11: Variación temporal de las intensidades de las sobrecargas (referencia 25)

Según el destino de la obra, el valor de cada componente puede variar significativamente, por ejemplo, en un puente la sobrecarga semipermanente puede ser prácticamente nula, sin embargo, en un archivo dicha componente resulta ser determinante. De acuerdo a la situación que se analice, será el valor de la sobrecarga a considerar. Puede ser la máxima (para superponer con la carga permanente), la sobrecarga media (para evaluar deformaciones en vigas) o la mínima (para estudiar la estabilidad al vuelco de estructuras). Los reglamentos especifican para un determinado tipo de sobrecarga, un solo valor y modifican las restantes posibilidades con adecuados factores de carga. Para la variación en el espacio, en estructuras de edificios, a medida que el área cargada es más extensa, la posibilidad que toda la superficie esté sometida a su valor máximo se reduce. No ocurre lo mismo para destinos tales como: depósitos, estacionamientos de vehículos, estadios de fútbol, etc. La evaluación de las cargas permanentes y de las sobrecargas mínimas a considerar para estructuras de edificios, se tratan en el CIRSOC 101/05.

Variación de Resistencias

La resistencia de un elemento es función de la resistencia de los materiales que la conforman. Por tal razón al diseñar una estructura dada se especifican resistencias mínimas para el hormigón a utilizar (resistencia de diseño) y tipo de acero a utilizar. Ni las resistencias reales de dichos materiales y menos aún del elemento que componen, se puede conocer en forma precisa y también constituyen variables aleatorias. Se define así una resistencia de diseño menor a la resistencia teórica media ($R_d < R_m$). Si a modo de ejemplo quisiéramos evaluar la resistencia de un hormigón elaborado in situ a colocar en un elemento estructural (por ejemplo losa), tomaremos la cantidad de probetas que corresponda y las ensayaremos bajo las condiciones de la Norma IRAM correspondiente a la edad de diseño especificada, lo que nos permitirá graficar los distintos valores obtenidos de la siguiente forma:



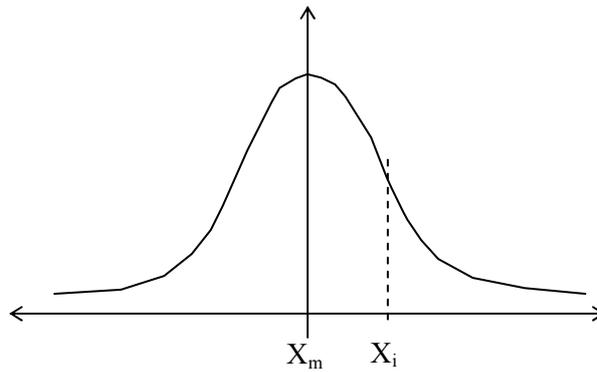


Figura 12: Curvas de distribución de resistencias

En general, por motivos de sencillez y por brindar resultados razonablemente aproximados se recurre para representar las curvas de distribución de resultados a la Campana de Gauss, o curva de Gauss, que resulta una curva simétrica respecto de un eje vertical. El valor que tomará en él la variable aleatoria se expresa de la siguiente manera:

$$(X_m \pm \Delta x)$$

pudiendo variar Δx entre un valor nulo e infinito.

Tenemos entonces para evaluar el grado de seguridad en un elemento estructural, dos variables fundamentales:

- a) Cargas o solicitaciones producidas por ellas.
- b) Resistencias de los elementos

La estructura tiene un adecuado margen de seguridad si se verifica que para todos sus elementos componentes:

$$R_d > S_d$$

Debe ser la resistencia de diseño (R_d) mayor que las solicitaciones de diseño (S_d). Dado que tanto R como S son variables aleatorias, el margen de seguridad también lo es.

Tenemos:

$$S \pm \Delta s$$

$$R \pm \Delta r$$

Se intenta reducir la probabilidad de falla a un valor suficientemente pequeño.

$$(S_m \pm \Delta s) \cdot \delta_m = S_k \cdot \delta_m = S_d$$

$$(R_m \pm \Delta r) / \delta_r = R_k / \delta_r = R_d$$

$$S_d = S_k \cdot \delta_m \leq R_k / \delta_r = R_d$$

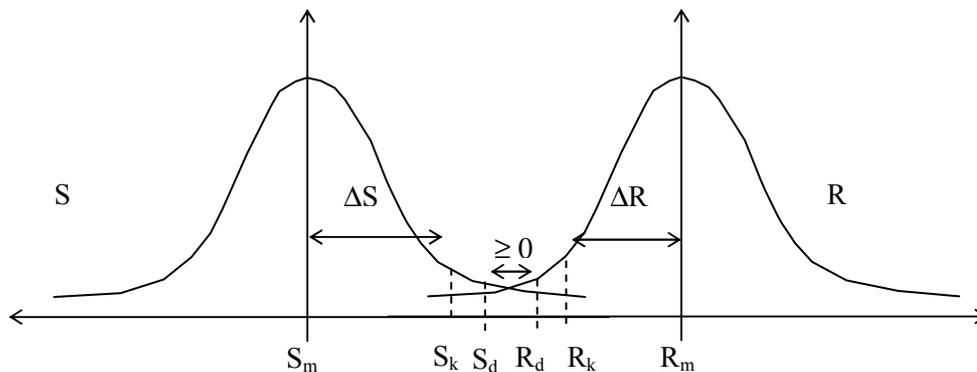


Figura 13: Curvas de variaciçn de solicitaciones y resistencias de diseño

Cumplimentando los requerimientos especificados para el diseño en el CIRSOC 201/05 se tiende a obtener probabilidades de falla del orden de 1/100.000, en los comentarios se indica textualmente: “La aplicación conjunta de los factores de reducción de resistencias y de los factores de mayoración de cargas, está dirigida a obtener en forma aproximada, probabilidades de bajas resistencias del orden de 1/100 y probabilidades de sobrecargas de 1/1.000. Esto resulta en una probabilidad de falla estructural del orden de 1/100.000”.

El Reglamento CIRSOC 201/82, basado en la norma alemana DIN 1045/78, utiliza un único coeficiente de seguridad el que depende del tipo de rotura de la pieza, para roturas dúctiles, donde el acero más traccionado llega a una deformación específica de 5/1000, el valor del coeficiente de seguridad es mínimo e igual a 1,75. Para roturas netamente frágiles, por ejemplo piezas sometidas a compresión (columnas), el valor es máximo e igual a 2,10. Para situaciones intermedias variaba en forma lineal. Es de destacar que por ejemplo, para un caso simple de diseño de viga, (la que correctamente diseñada corresponde a una rotura dúctil por flexión), el coeficiente era como vimos de 1,75, sin discriminar el tipo y/o naturaleza de las cargas actuantes. Naturalmente, la incertidumbre en la determinación del peso propio y cargas permanentes es mucho menor que la que se presenta en la determinación de sobrecargas que pudieran actuar sobre el elemento. Por ello, si como ocurre habitualmente, la carga permanente era la predominante, el coeficiente de seguridad adoptado, frente a otros reglamentos más modernos era demasiado conservador.

El planteo del CIRSOC 201/05, es conceptualmente diferente y más racional. Introduce el factor de seguridad en el diseño límite a través de dos mecanismos. Por un lado, mayor las cargas de servicio con coeficientes diferentes según sea la naturaleza y precisión en la evaluación de las mismas y plantea una serie de combinaciones de estados de carga con coeficientes de mayoración para cada tipo de carga o sollicitación, según sean las posibilidades de simultaneidad de las mismas. Por otra parte, calcula la resistencia teórica del elemento (denominada resistencia nominal) y la afecta de un coeficiente de seguridad menor que la unidad, denominado factor de reducción, el que entre otros aspectos tiene en cuenta el tipo de rotura, las posibles imperfecciones constructivas, las inexactitudes de las ecuaciones de diseño, el grado de compromiso estructural del elemento, etc.

$$\delta_1 \cdot Q_1 + \delta_2 \cdot Q_2 + \delta_3 \cdot Q_3 + \dots + \delta_n \cdot Q_n \leq \phi \cdot R_n$$

R_n = resistencia nominal o teórica del elemento

ϕ = factor de reducción de resistencia

Q_n = cargas de servicio especificadas en el CIRSOC correspondiente.

De tal manera que la expresión general es:

$$\phi \cdot R_n \geq \delta \cdot Q_n$$

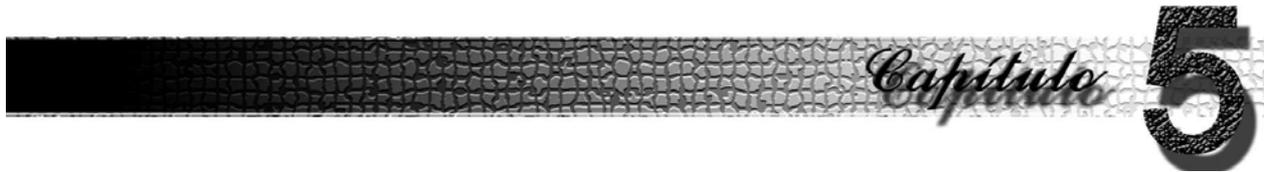
$\phi \cdot R_n$ = resistencia de diseño

$\delta \cdot Q_n$ = resistencia requerida

Naturalmente, deben verificarse las condiciones límites de servicio, esto es: deformaciones y fisuración.



Figura 14: Control del avance de fisuras sobre una estructura de hormigón



Características básicas del material compuesto

Introducción

No resulta posible establecer una única ley para fundamentar el comportamiento del hormigón frente a las diferentes solicitaciones a las cuales estará sometido en una estructura. La resistencia del mismo será función de la forma del elemento, de la naturaleza de las fuerzas o solicitaciones (dinámicas, estáticas, localizadas, distribuidas), del tiempo de acción de las cargas, de la “historia” de las cargas sobre la estructura, etc. Dada la complejidad del problema, a los fines prácticos del diseño, se recurre al estudio del hormigón frente a ciertas solicitaciones aisladas (compresión, tracción) sobre elementos tipo de dimensiones preestablecidas mediante metodologías normalizadas a fin de hacerlas comparables. Bajo las condiciones expuestas, evaluaremos el comportamiento del hormigón frente a solicitaciones de compresión, tracción y determinaremos otros parámetros tales como el módulo de elasticidad¹ del mismo. Asimismo, se estudiarán estos parámetros para el otro material componente básico, el acero.

Resistencia del hormigón a compresión

Para evaluar la resistencia del hormigón colocado en la estructura, se han desarrollado distintos tipos de probetas, (cilíndricas, prismáticas y cúbicas). La utilizada en nuestro país es la probeta cilíndrica de 15 cm de diámetro por 30 cm de altura (esbeltez $h/d = 2$). Sometida una probeta a una carga creciente de compresión, se llega a un valor que se denomina P_u (carga última), para la cuál se produce la rotura.

$$f_c = P_u / A_b$$

Ensayando una serie de probetas elaboradas con el mismo hormigón, obtendremos distintos valores de resistencia, motivados fundamentalmente en la heterogeneidad del hormigón y en menor medida del método de ensayo utilizado. Para definir la resistencia a la compresión del hormigón se utiliza su valor característico f_{ck} , el cual según el CIRSOC 201/05 es aquel cuya probabilidad de ser superado es del 90% del total de la muestra. Este será el parámetro que caracterice al hormigón de acuerdo a su resistencia. Según lo indicado en el CIRSOC 201/05, Art. 2.3.3, se define como Edad de Diseño a aquella para la cual se debe verificar la resistencia especificada. Esta Edad de Diseño deberá considerar el tipo de estructura, el momento de su puesta en servicio y el cemento a utilizar en la construcción. Cuando los documentos del Proyecto no establezcan una Edad de Diseño diferente, ella se debe adoptar igual a 28 días. Si por ejemplo proyectáramos un puente en donde se utilizara un cemento puzolánico, (el que tiene una curva de crecimiento de resistencias más lenta) y dicho puente no entrara en servicio hasta los 60 días, se podría definir como edad de diseño, por ejemplo, a una fecha de 60 días. El CIRSOC 201/05, define a los distintos tipos de hormigón en clases, Art. N° 2.3.2, Tabla 2.7, en donde se los clasifica con un subíndice H seguido de un número que indica la resistencia de diseño en MPa, a modo de ejemplo, el hormigón de menor calidad permitido es el H-15 y sólo se indica su utilización para hormigón simple. El hormigón de menor calidad permitido para estructuras de hormigón armado será el H-20 (el que equivaldría aproximadamente a un H-17 del Reglamento CIRSOC 201/82 dado que este último definía la resistencia característica con un fractil del 5%). Para estructuras más comprometidas y estructuras de hormigón pretensado, el valor mínimo de la resistencia especificada es de $f'_c = 25$ MPa, equivalente a H-25. En los capítulos N° 2 a N° 6 del CIRSOC 201/05 se especifican las condiciones relativas a la Tecnología del Hormigón, (Dosificación, Elaboración y Control), debe destacarse que los mencionados capítulos no se basan en el Código ACI 318/05. Los presentes conceptos se ampliarán en el capítulo correspondiente a Durabilidad.

La resistencia obtenida mediante un ensayo se ve afectada por el tipo de probeta, para dar una idea de variación de resultados, se indican algunas expresiones aproximadas de transformación:

$$f'_{cub} = 1,17 \cdot f'_{c\ cil} \quad (\text{equivalencia con probeta cúbica})$$

¹ La denominación más correcta sería Módulo de deformabilidad dado que el hormigón no presenta un comportamiento elástico.

$f_{c\ cil}$ = resistencia de la probeta cilíndrica normalizada

Las normas DIN 1045, especificaban la resistencia del hormigón medida en probetas cúbicas de 20 cm de arista.

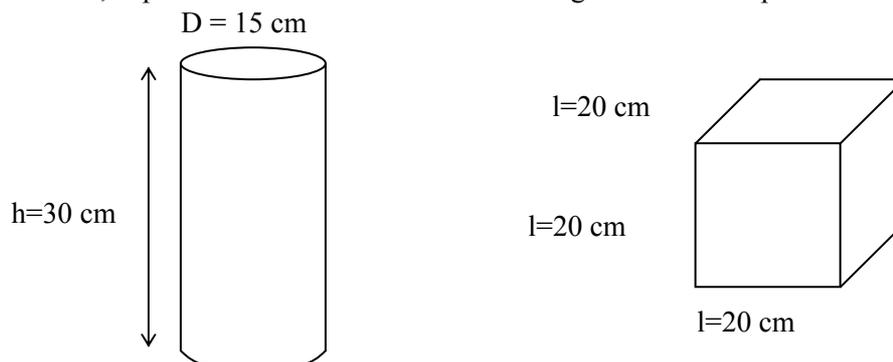


Figura 15: Probetas cilíndricas y cúbicas

El mayor valor obtenido con la probeta cúbica frente a la cilíndrica, se debe a la restricción a la deformación transversal originada por los platos de carga de la máquina de ensayo.

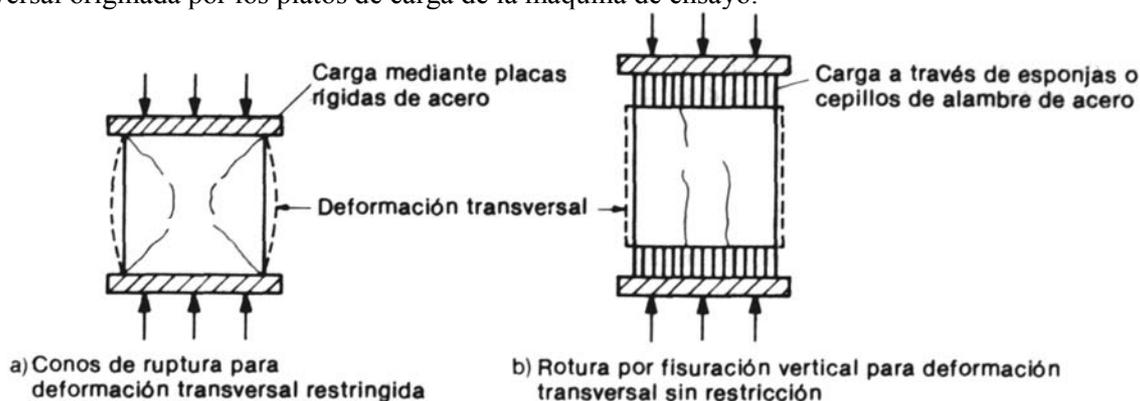


Figura 16: Aspecto de una probeta de ensayo de hormigón a compresión (referencia 63)

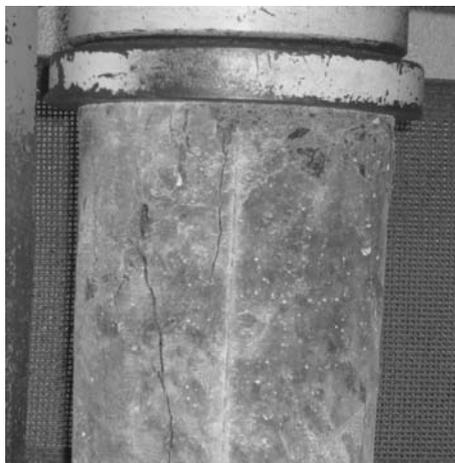


Figura 17: Ensayo a compresión de una probeta cilíndrica (ensayo en el LABIEVI de la UNPSJB)

Resistencia a la compresión del hormigón de la estructura

Resulta claro que las condiciones de curado y las condiciones de humedad y temperatura normalizadas bajo las cuales se conservan las probetas hasta la edad de ensayo, no van a coincidir con las del hormigón colocado en la estructura, ni así tampoco el cuidado en la colocación y compactación del hormigón en los distintos elementos estructurales, cuidado que difiere del tratamiento dado a las probetas. El hormigón colocado en la estructura debería tener, a igual edad, menor resistencia que el de la probeta moldeada.

La resistencia del hormigón de una estructura, puede evaluarse mediante probetas extraídas de la misma (testigos), o bien, mediante ensayos no destructivos (impacto, rebote, acústicos, etc.). Respecto de la evaluación de la resistencia de estructuras existentes, el CIRSOC 201/05, en su Parte 6 - Capítulo 20, realiza una serie de consideraciones acerca del tema (consultar referencia 76).

Resistencia a la tracción

Los resultados experimentales muestran una gran dispersión, es muy difícil evitar la presencia de tensiones debidas a cambios de temperatura, contracción de fragüe, etc. Su variación puede extenderse al intervalo de $0,7f_{ctm}$ a $1,3f_{ctm}$, con f_{ctm} valor de resistencia medio. Según el método de ensayo cabe distinguir entre:

- Resistencia axial a la tracción.
- Resistencia a la tracción por compresión diametral.
- Resistencia a la tracción por flexión.

Es posible asimismo, estimar su valor medio a partir de la resistencia a compresión, por ejemplo según EHE 2008, a través de la expresión:

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f'_c{}^{2/3} \text{ (MPa)} \quad \text{para } f'_{ck} \leq 50 \text{ MPa}^2$$

Al respecto el CIRSOC 201/05, define a f_r como el módulo de rotura del hormigón o resistencia a la tracción por flexión del hormigón, en MPa. Es una tensión teórica de tracción correspondiente a la rotura por flexión del hormigón, calculada como si la distribución de tensiones fuera lineal.

$$f_r = 0,625 \cdot \sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} \quad \text{(Capítulo IX - CIRSOC 201/05)}$$

- Resistencia axial a la tracción³

A raíz de los adhesivos a base de resinas, se pueden ensayar a tracción pura a probetas de hormigón (no es un ensayo de rutina).

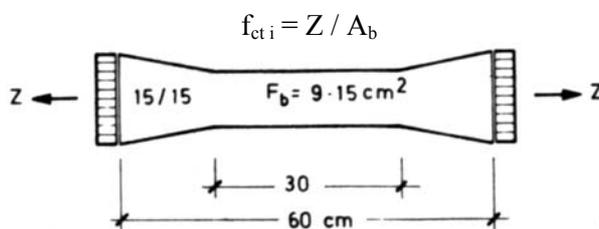


Figura 18: Representación de una probeta de hormigón para la resistencia axial a tracción (referencia 63)

Este valor puede correlacionarse según admiten el Eurocódigo EC2 y el CEB-FIP 90, con el obtenido a través del ensayo por compresión diametral como:

$$f_{cti} \cong 0,9 \cdot f_{ct}$$

- Resistencia a la tracción por compresión diametral

La resistencia a la tracción por compresión se determina sobre una probeta cilíndrica apoyada sobre una generatriz y cargada en la opuesta. En general, la resistencia a tracción obtenida por éste ensayo es algo mayor que la axial, dado que la fisuración debe comenzar en el interior de la probeta. Este es el ensayo utilizado con más frecuencia para evaluarla, dado que resulta muy simple y se utilizan las mismas probetas que se moldean para evaluar la resistencia potencial del hormigón. Se puede plantear aproximadamente, la siguiente relación:

$$f_{ct} = 0,56 \sqrt{f'_c} \text{ (MPa)}$$

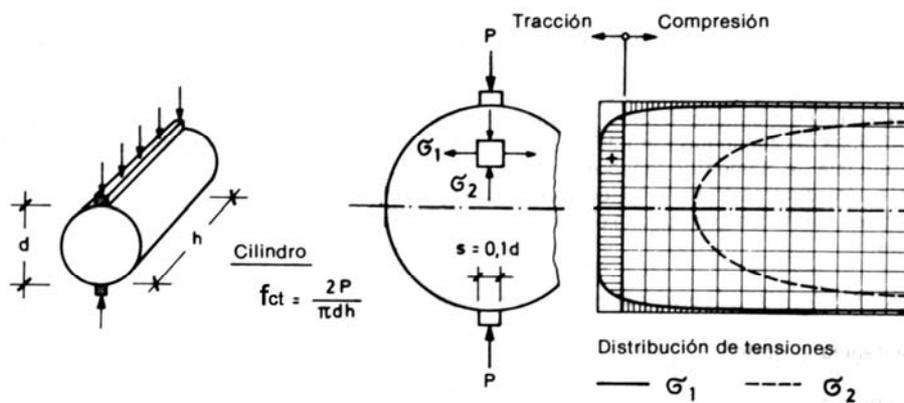


Figura 19: Determinación de la resistencia a tracción por compresión (adaptado referencia 63)

² Según la "Instrucción Española de Hormigón Estructural" EHE.

³ En el Capítulo 13 – Tirantes de hormigón armado, se plantea $f_{ct} = 0,33 \sqrt{f'_c} \text{ (MPa)}$.

c) Resistencia a la tracción por flexión.

Se determina rompiendo por flexión una probeta tipo viga, depende de las dimensiones de la probeta (viga), y de la ubicación de las cargas (se la usa principalmente para pavimentos de hormigón). En general, se ensaya una viga de 15 x 15 cm con largo 70 cm, con cargas concentradas en los tercios, la resistencia a tracción se obtiene partiendo de la hipótesis de una repartición lineal de tensiones. La máxima tensión se produce sólo en las fibras más alejadas del eje neutro, las que se descargan en las adyacentes que colaboran.

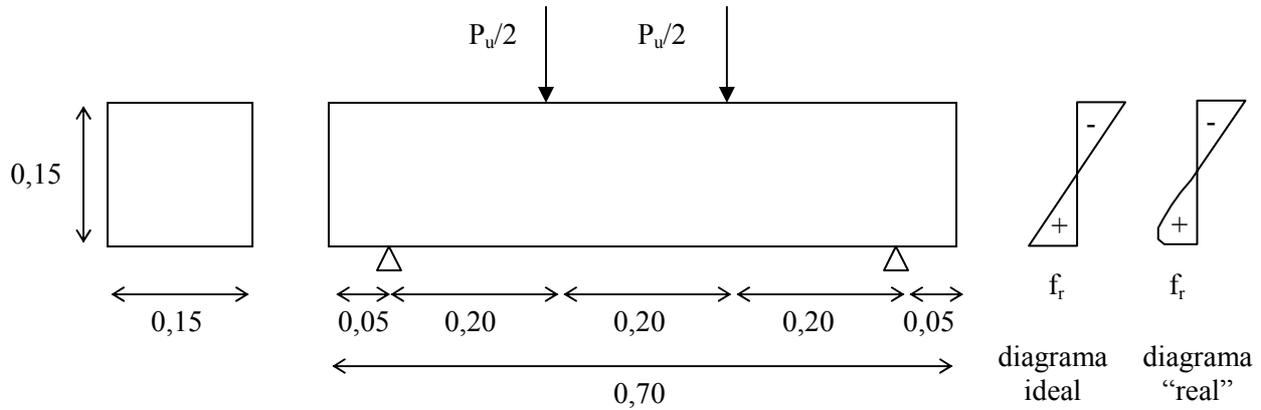


Figura 20: Probeta para determinar el ensayo de tracción por flexión

De tal forma se obtiene que: $f_{ctf} = M_r / W = M_r / (b \cdot h^2 / 6)$, con f_{ctf} resistencia a flexotracción del ensayo, M_r momento de rotura de la probeta y W módulo resistente.

Resistencia del hormigón bajo solicitaciones multiaxiales

Las resistencias evaluadas tanto a compresión como a tracción, son afectadas por la existencia de tensiones en direcciones normales a éstas. Ensayos efectuados por Kupfer y Rüsck en Alemania permitieron obtener algunas conclusiones y desarrollar el diagrama de resistencias biaxiales de la Figura 21. Del mismo se observa que la presencia de tensiones de compresión biaxiales incrementan la resistencia a compresión, por el contrario, la existencia de tracciones en una dirección reducen la resistencia a la compresión en la dirección opuesta. La situación de tensiones biaxiales de compresión se presenta, por ejemplo, en losas armadas en dos direcciones. Por su parte, la existencia de un estado triaxial de tensiones de compresión, incrementa la tensión uniaxial de falla de una probeta de hormigón en forma proporcional a la tensión aplicada de confinamiento (f'_z). Este fenómeno es utilizado, como se estudiará en el Capítulo 26, para el diseño de columnas zunchadas. Se observa en los ensayos un incremento importante en la deformación específica última (ϵ'_{cu}).

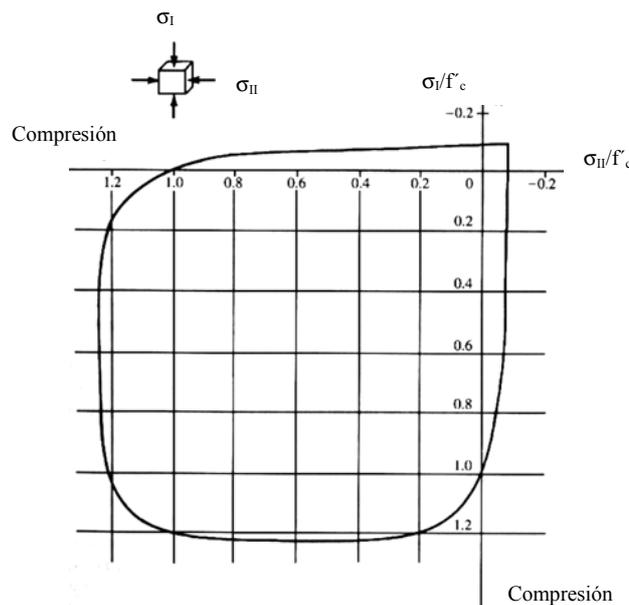


Figura 21: Resistencia del hormigón bajo solicitaciones multiaxiales

Diagramas tensión- deformación del hormigón

Si bien este aspecto se analizará con más detalle en el Capítulo 7, en el presente se realizarán algunos comentarios generales.

Ensayo de carga a compresión axial de corta duración

La primera parte de la curva (hasta prácticamente un 50% de la resistencia última), puede considerarse prácticamente lineal. Luego se produce una curvatura importante en el diagrama ($f'_c - \epsilon'_c$), el material pierde rigidez. Independientemente de la calidad del hormigón, o sea, de sus distintas resistencias, se observa que se obtienen curvas cuyos valores de máxima carga se producen para una misma deformación específica con un valor cercano al dos por mil, ($\epsilon'_c = 0,0020$), esto significa que el hormigón rompe cuando agota su capacidad de deformarse. Si realizamos los ensayos de compresión simple con una máquina que permita controlar las deformaciones, será posible recorrer la parte descendente de la curva. Se puede observar que:

a) Cuanto más baja sea la resistencia del hormigón, mayor será la deformación específica en la rotura.

b) Existe una reducción de ductilidad con el aumento de resistencia.

Otro factor a tener en cuenta para determinar la curva ($f'_c - \epsilon'_c$), es la velocidad de carga, por este motivo y para que los distintos ensayos sean comparables se establece una velocidad de carga normalizada (0,30 MPa/seg).

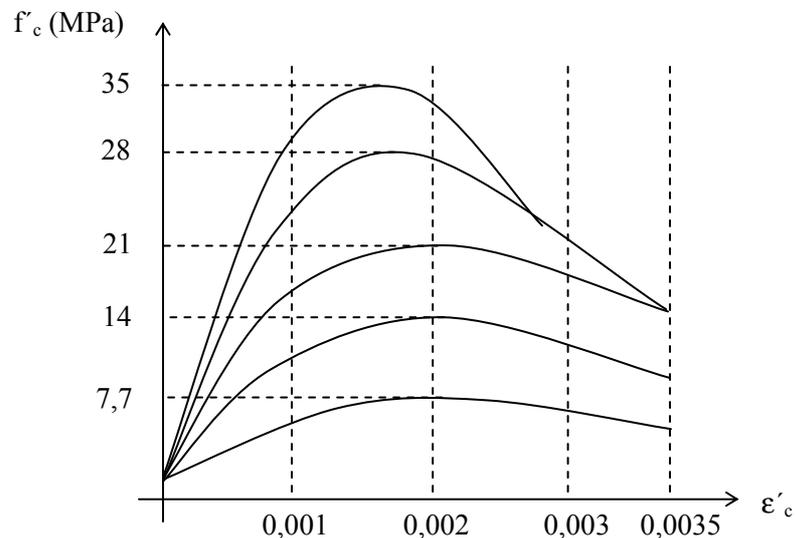


Figura 22: Curvas tensiones – deformaciones para distintos hormigones

Ensayo de carga a compresión axial para cargas de larga duración

Bajo cargas de larga duración, la carga final de rotura de la probeta es algo menor. Esto se puede visualizar a partir de las curvas tensiones-deformaciones de la Figura 23.

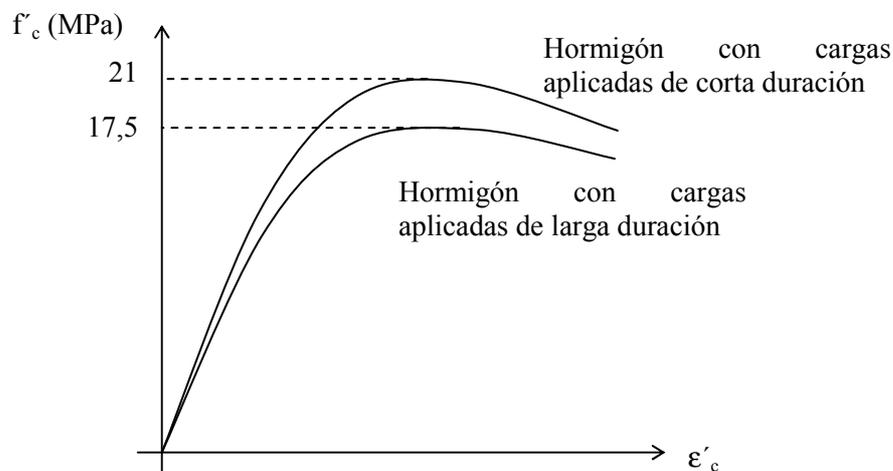


Figura 23: Curvas tensión-deformación en probetas para distintas velocidades de carga

Es importante señalar que en la gran mayoría de las estructuras, las cargas predominantes axiales son de larga duración.

Los ensayos permiten evaluar la resistencia máxima a compresión para cargas de larga duración como $0,85 \cdot f_c$ según CIRSOC 201/05.

Efecto de la edad del hormigón al entrar en carga

a) Resistencia a compresión

Debido al permanente proceso de hidratación del cemento, la resistencia del hormigón a compresión se incrementará según la edad del ensayo, dependiendo de las condiciones de curado, del tipo de cemento y de la relación agua/cemento de la mezcla. Al respecto, el Eurocódigo 2 (EC 2) plantea la siguiente expresión:

$$f_{cm} = \beta_{cc(t)} \cdot f_{cm}$$

con:

f_{cm} = resistencia media a compresión a 28 días que puede calcularse, de resultar un buen control de elaboración para el hormigón, como:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8MPa$$

$$\beta_{cc(t)} = e^{\left[s \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}} \right) \right]}$$

con:

t = edad del hormigón en días

s = coeficiente que depende del tipo de cemento, que vale 0,25 para cementos de endurecimiento normal y 0,20 para cementos de alta resistencia y endurecimiento rápido.

b) Resistencia a tracción

El crecimiento en la resistencia a tracción, se observa en general, que sigue una evolución más rápida que la de compresión en los primeros 28 días. La EHE propone la siguiente expresión para evaluarla:

$$f_{ctm(t)} = f_{ctm} \cdot e^{\left\{ \alpha \cdot s \cdot \left[1 - \sqrt{\frac{28}{t}} \right] \right\}}$$

con:

$f_{ctm(t)}$ = valor medio de la resistencia a tracción del hormigón a t días de edad.

f_{ctm} = valor medio de la resistencia del hormigón a tracción a 28 días. En caso de no conocerse la misma, se puede asumir $f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$.

α = coeficiente que depende de la edad del hormigón

$\alpha = 1$ para t < 28 días

$\alpha = 2/3$ para t \geq 28 días y $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$

$\alpha = 1/2$ para t \geq 28 días y $f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2$

Módulo de Elasticidad (E_c)

Según el CIRSOC 201/05, el módulo de elasticidad del hormigón de densidad normal se puede determinar con la siguiente expresión:

$$E_c = 4700 \cdot \sqrt{f_c} \text{ (en MPa)} \quad (\text{Art. 8.5})$$

Asimismo, el módulo de elasticidad del hormigón con un rango de densidad (w_c) comprendido entre 1500 kg/m^3 y 2500 kg/m^3 se puede determinar con la expresión:

$$E_c = w_c^{1,5} \cdot 0,0043 \cdot \sqrt{f_c} \text{ (MPa)}$$

Cabe mencionar que como podemos apreciar en el diagrama f_c - ϵ'_c , el hormigón no mantiene una relación lineal entre tensiones y deformaciones, no cumple con la ley de Hooke, y además, no se comporta como un material elástico. Debido a la curvatura del diagrama se podrían definir distintos módulos de elasticidad.

a) Módulo tangente inicial (tangente a la curva en el origen) (E_{0i})

- b) Módulo secante, se define en general como la pendiente de la recta que une la curva tensión- deformación, para un valor de aproximadamente 40% con el origen.
 c) Módulo tangente en un punto dado de la curva (E_{ci})

El CIRSOC 201/05, define el módulo de elasticidad del hormigón como la pendiente de la línea trazada desde el origen del diagrama tensión - deformación, hasta el punto correspondiente a una tensión de compresión de $0,45 f_c$.

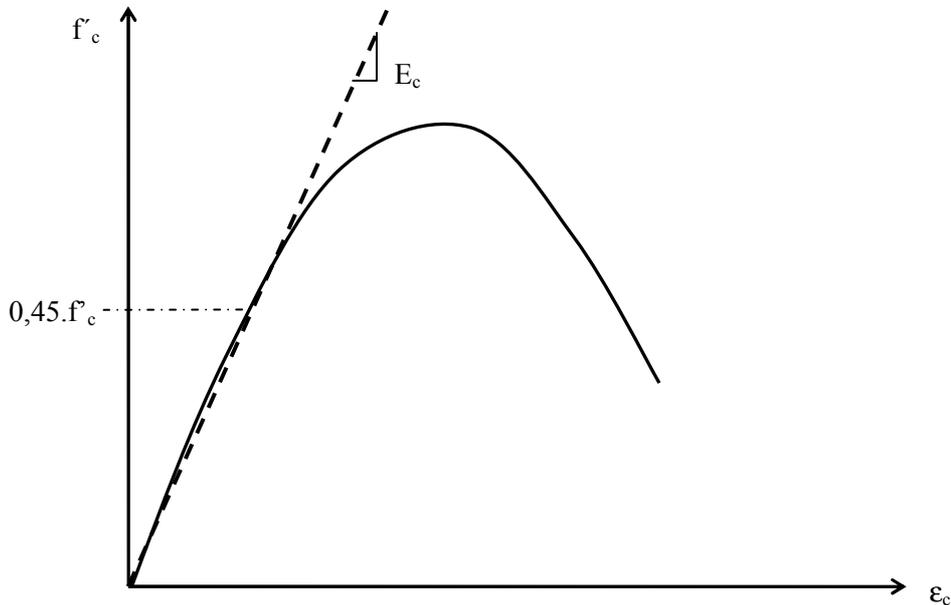


Figura 24: Módulo de elasticidad del hormigón

Otros enfoques para la determinación del módulo de elasticidad (E_c)

El Código Modelo CEB-FIP 90 plantea la evaluación de E_c según los siguientes conceptos. Para determinar los diferentes valores de E_c , parte de las resistencias medias del hormigón, que en caso de no ser un dato conocido, pueden ser estimadas como:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ (MPa)}$$

Se señala además, que el valor de E_c es muy sensible al tipo de agregado utilizado, por lo que las expresiones se plantean para hormigones elaborados con áridos cuarcíticos. Para otros tipos de áridos, los códigos incorporan coeficientes de ajuste. De tal manera, se tiene como módulo de deformación medio inicial del hormigón (pendiente de la tangente al origen) de utilización para cargas instantáneas o de rápida variación:

$$E_{ci} = 2,15 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{f'_c + 8}{10} \right)^{1/3} \text{ (MPa)}$$

Respecto del módulo secante válido para tensiones bajo cargas de servicio que no superen el 40% de la resistencia característica a la edad fijada, tenemos:

$$E_c = 0,85 \cdot E_{ci} \text{ (MPa)}$$

De no contar con datos más precisos de laboratorio, para estimar el valor de resistencia característica a j días, se puede utilizar la siguiente tabla obtenida de referencia 76).

$$f_{ckj} = \delta \cdot f_{ck}$$

Edad del hormigón en días	7	28	90	360
Cemento Pórtland normal	0,65	1	1,20	1,35
Cemento Pórtland de alta resistencia inicial	0,75	1	1,15	1,20

Tabla 1: Valores del coeficiente de corrección δ de la resistencia característica a j días (referencia 76)

Determinación de E_c según el Eurocódigo EC2

El Eurocódigo EC2 presenta una tabla de valores de referencia válidos para el módulo secante de deformación longitudinal (E_{cm}) para tensiones que no superen el 40% de f_{cm} , con f_{cm} resistencia media del hormigón, en hormigones con agregados cuarcíticos. Para hormigones elaborados con áridos calizos normales, se deben reducir los valores en un 30%, y para agregados basálticos se deben aumentar en un 20%.

f_{ck}	25	30	35	40	45
f_{cm}	33	38	43	48	53
E_{cm}	31	33	34	35	36

f_{ck} = resistencia característica del hormigón en MPa.

E_{cm} = módulo secante de deformación longitudinal en GPa. Se puede calcular con la expresión $E_{cm}=22.[f_{cm}(\text{MPa})/10]^{0.3}$.

Tabla 2: Valores de módulo secante de deformación longitudinal según Eurocódigo EC2 (referencia 69)

Módulo de Elasticidad Transversal (G)

Al deformarse un cuerpo en la dirección de la carga aplicada, sufre deformaciones en sentido transversal. La relación entre la deformación específica transversal y la longitudinal (μ), en el caso del hormigón varía en función de la resistencia a compresión del mismo y del grado de sollicitación, para tensiones de compresión menores que $0,5.f'_c$, su valor oscila entre 0,15 y 0,25, en promedio puede admitirse $\mu = 0,20$. Mediante el valor μ , según la teoría de elasticidad, puede determinarse el módulo de elasticidad transversal G, el cuál tendría validez para ser utilizado en el cálculo de deformaciones por corte, sólo para bajas tensiones y con el hormigón en estado I (sin fisuras).

$$G = E / [2 (1 + \mu)]$$

es decir:

$$G \cong 0,40 \cdot E_c$$

Para tensiones de compresión elevadas ($f'_c > 0,60 f'_c$), se observa en los ensayos que el valor de μ crece hasta 0,50, debido al proceso de microfisuración interna creciente en el hormigón.

Capacidad de deformación del hormigón a tracción

Tal como se planteó en el ensayo de compresión axial, el hormigón sollicitado a tracción rompe cuando se agota su capacidad de deformarse. Esta capacidad es limitada, dadas sus características de fragilidad, por lo que su elongabilidad o bien, su alargamiento último a tracción oscila entre el 0,01% al 0,015%, y depende en buena medida de la ductilidad del cemento. La capacidad de deformación a tracción varía con la velocidad de aplicación de las cargas, ya que existe también para el hormigón traccionado un efecto limitado de fluencia, efecto que puede incrementar las deformaciones últimas hasta el 0,03%. La elongabilidad del hormigón se incrementa para hormigones de menor resistencia.

Características mecánicas del acero

Los parámetros más importantes a evaluar para definir un determinado acero estructural son:

- Resistencia última (f_u).
- Tensión de fluencia (f_y).
- Alargamiento en rotura (ϵ_{su}).
- Aptitud al doblado y desdoblado.
- Aptitud para efectuar uniones soldadas.

Las dos primeras características permiten calificar al acero desde el aspecto resistente. La relación entre f_u/f_y evalúa la ductilidad del acero. El alargamiento en rotura está asociado con el mismo parámetro y permite cuantificar las características plásticas del acero. Respecto de la aptitud al doblado, es la propiedad que permite verificar la plasticidad que debe poseer para evitar roturas frágiles durante los trabajos de preparación de las armaduras, su transporte y colocación en los encofrados. A mayor relación f_u/f_y y mayores valores de ϵ_{su} , el acero se lo considera más dúctil. A modo de ejemplo, el código modelo CEB-FIP 90 clasifica en tres clases al acero según su ductilidad:

- Clase A: $(f_u/f_y)_k \geq 1,05$ $\epsilon_{uk} \geq 2,5\%$
- Clase B: $(f_u/f_y)_k \geq 1,08$ $\epsilon_{uk} \geq 5,0\%$
- Clase S: $(f_u/f_y)_k \geq 1,15$ $\epsilon_{uk} \geq 6,0\%$

Recomienda la utilización de aceros de clase S para estructuras ubicadas en zonas de sismicidad elevadas. Respecto de la aptitud para ejecutar uniones soldadas en las barras de acero depende fundamentalmente de la composición química del mismo; al respecto se puede consultar la referencia 76).

Módulo de Elasticidad del Acero (E_s)

Según el CIRSOC 201/05, se adopta $E_s = 200.000$ MPa. El diagrama adoptado para el acero es bilineal.

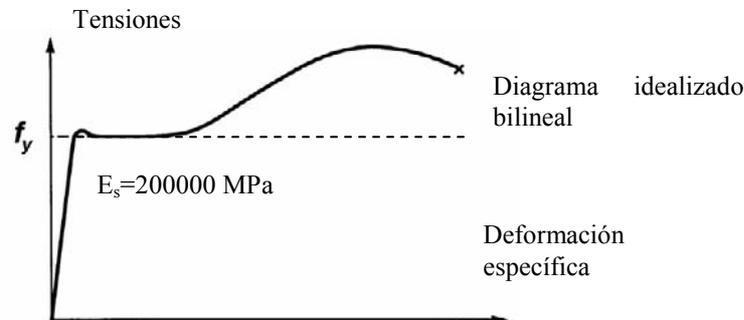


Figura 25: Diagrama tensión-deformación para el acero

Armaduras

Las armaduras, correctamente dispuestas, son los elementos que toman los esfuerzos de tracción y le dan ductilidad al hormigón. También se utilizan para tomar esfuerzos de compresión en conjunto con el hormigón y para reducir las deformaciones diferidas en vigas, tal cual se estudiará en el Capítulo 22. Se utiliza como armadura la sección circular porque es la que opone menor resistencia al doblado en cualquier dirección, a igual sección, asimismo, mejora el comportamiento frente a la adherencia, porque tiene una mayor relación perímetro/sección. Para las estructuras de dos dimensiones predominantes, tal como losas y tabiques, suelen utilizarse mallas soldadas, formando una cuadrícula ortogonal de barras circulares. Por lo común el acero utilizado es acero nervurado ADN-42 con una tensión $f_y = 420$ MPa. El CIRSOC 201/05 especifica en el Artículo 3.6 que se deben utilizar exclusivamente barras de acero conformadas y alambres conformados. Las barras de acero lisas sólo se pueden utilizar para la ejecución de espirales, estribos y zunchos. La denominación ADN significa que la mayor resistencia se logra a través de la composición química sin un procedimiento mecánico. El acero ADN 420 S es el más apropiado cuando se requieren ejecutar uniones soldadas.

		Barras de acero		
Designación de las barras de acero		AL 220 AL 220 S	ADN 420	ADN 420 S
Normas a las que responde		IRAM-IAS U 500-502	IRAM-IAS U 500-528	IRAM-IAS U 500-207
Conformación superficial		Lisa (L)	Nervurada (N)	Nervurada (N)
Diámetro nominal (d) (*)	mm	6 - 8 - 10 - 12 16 - 20 - 25	6 - 8 - 10 - 12 - 16 20 - 25 - 32 - 40	6 - 8 - 10 - 12 - 16 20 - 25 - 32 - 40
Tensión de fluencia característica (**)	MPa	220	420	420
Resistencia a la tracción, característica(**)	MPa	340	500	500
Alargamiento porcentual de rotura característico (A_{10})	%	18	12	12
Diámetro del mandril de doblado. Angulo de doblado 180°	mm	2 d	d ≤ 25 3,5 d d = 32 5,0 d d = 40 7,0 d	d ≤ 25 3,5 d d = 32 5,0 d d = 40 7,0 d
(*) Las normas IRAM-IAS designan al diámetro nominal de la barra o alambre como d mientras que en este Reglamento se designan como d_b				
(**) Según se define en el artículo 3.0. Simbología				

Tabla 3: Barras de acero para armaduras en estructuras de hormigón (referencia 109)

Resistencia a la fatiga del acero estructural

A continuación plantearemos los aspectos básicos del tema, para un estudio más pormenorizado se sugiere consultar bibliografía específica.

En general, desde un punto de vista práctico, para las estructuras de hormigón armado tienen menor importancia el comportamiento de las barras de armadura frente a sollicitaciones alternadas. La variación entre $-f_s$ y $+f_s$ (producida eventualmente por fenómenos de carácter excepcional como acciones sísmicas), es menos relevante que aquellos fenómenos que producen un incremento o variación de tensión en la armadura de un instante t_1 , f_s , a un instante t_2 , $f_s + \Delta f_s$. El valor de Δf_s que puede repetirse un gran número de veces sin fallar el material se denomina *endurancia*. Se llama *resistencia a la fatiga* al mayor valor de Δf_s que es capaz de soportar en 2 millones de ciclos sin romper.

La resistencia a la fatiga depende, entre otras variables, del valor inferior de la tensión actuante f_{si} y es menor cuanto menor sea este valor. Asimismo, se observa que en general, cuando el incremento de tensiones Δf_s no supera los 150 MPa no se suelen presentar fallas por fatiga en aceros con tensiones $f_y \leq 420$ MPa.

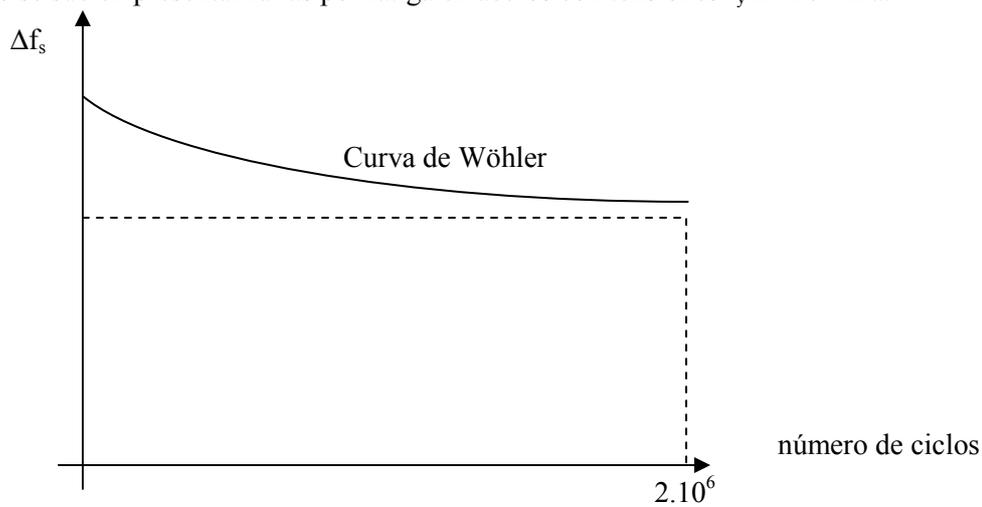


Figura 26: Endurancia o límite de fatiga del acero (referencia 76)

Al estar las barras inmersas en la masa del hormigón y recibir las tensiones por adherencia a través del mismo, hay factores que propician dicha falla como los que a continuación se mencionan:

- Variaciones bruscas en la curvatura de la barra en correspondencia con la fisura.
- Presión del hormigón sobre las nervaduras de la barra.
- Efecto friccional debido al movimiento relativo entre la armadura y el hormigón en la zona aledaña a la fisura, donde se ha perdido parcialmente la adherencia.
- En general, las fallas se producen en coincidencia con la posición de una fisura.
- El diámetro de la barra tiene su incidencia, ya que según diversos investigadores, la resistencia a la fatiga se reduce al aumentar el diámetro de la barra.
- No resulta recomendable utilizar empalmes soldados en zonas con alta variación de las tensiones.

A modo de ejemplo, las estructuras típicas que pueden ser afectadas por este fenómeno son:

- Puentes de ferrocarril.
- Fundaciones de molinos eólicos.
- Puentes grúas.
- Bases de máquinas.
- Otras.

Efecto de la temperatura sobre las propiedades del acero utilizado como armadura

El comportamiento de las armaduras de acero es afectado significativamente por las temperaturas extremas. Para temperaturas muy bajas, el acero pierde parcialmente su condición de ductilidad, tendiendo a un comportamiento frágil. Para temperaturas elevadas (mayores a 250°C), se presentan disminuciones de resistencia, fenómeno que se ampliará en el Capítulo 39 del presente texto. Es por ello, que deben adoptarse disposiciones especiales de diseño para estructuras que puedan verse afectadas por incendios.

Deformaciones por procesos reológicos en el hormigón

El volumen del hormigón varía con el tiempo, principalmente por tres motivos, contracción de fragüe, fluencia lenta y variaciones de temperatura. Estos fenómenos interactúan en forma compleja y generan tensiones internas en las estructuras de hormigón.

El valor final de las deformaciones originadas por la contracción de fragüe y la fluencia depende en buena medida de la dosificación del hormigón, esto es:

- Volumen total de agregados en la mezcla.
- Clase de agregados
- Relación agua / cemento
- Clase de cemento
- Otros

Asimismo, depende de las condiciones del medio ambiente:

- Humedad relativa
- Temperatura media
- Frecuencia e intensidad del viento

Es función también de la geometría del elemento estructural, en cuanto a la relación entre la superficie expuesta a perder humedad y el volumen de la pieza.

Estas variaciones de volumen, de resultar parcialmente restringidas son fuente frecuente de origen de fisuras en las estructuras de hormigón.

Tal como se estudió en los cursos de tecnología del hormigón, debemos recordar que el agua combinada químicamente se estima es del orden de un 25% del peso del cemento, la restante se necesita para lograr la necesaria trabajabilidad.

El hormigón tiene en su masa agua en distintos estados:

- Agua combinada químicamente.
- Agua libre.

Respecto del agua no combinada o libre, se distingue:

- Agua coloidal en los poros de gel.
- Agua en los poros capilares.

Los poros están conectados entre sí y ocupados en forma parcial o total por el agua libre. La presencia de agua en estos poros supone la existencia de fuerzas de tipo capilar. El agua no combinada adquiere viscosidad, es decir, resistencia al desplazamiento. Estas fuerzas capilares son inversamente proporcionales al diámetro de los meniscos.

$$C = f_c (1/\phi) \quad (\phi = \text{diámetro meniscos})$$

Al variar la posición del menisco, ya sea, por evaporación del agua libre, o por fuerzas exteriores, varía su diámetro ϕ y por lo tanto, varía la tensión de tracción. La presencia de agua capilar en tracción, requiere de fuerzas iguales y opuestas de compresión aplicadas al hormigón. Por tanto, el hormigón puede estar sometido (libre de cargas externas) a fuerzas de compresión. Tenemos deformaciones independientes de las fuerzas externas, que dan como resultado variaciones de volumen lentas y que tienden a estabilizarse en varios años.

Clasificación de los distintos tipos de deformación⁴

a) Independientes de las cargas:

- a.1) Contracción de fragüe.
- a.2) Hinchamiento.
- a.3) Variaciones de temperatura.

⁴ Referencias 39) y 63).

- b) Dependientes de las cargas:
 - b.1) Deformación elástica instantánea.
 - b.2) Deformación elástica diferida.
 - b.3) Fluencia lenta.

Contracción de fragüe (ϵ_{sh})

La contracción de fragüe es el acortamiento del hormigón descargado a medida que pierde humedad. El elemento activo es la pasta, una buena granulometría reduce la contracción, al tener el hormigón un menor volumen total de pasta, por el contrario, una mayor relación agua/cemento da como resultado una mayor contracción. Las partículas de mayor tamaño del árido grueso, las armaduras y las condiciones de vínculo de los elementos estructurales son elementos que se oponen a la contracción. Al perder humedad, en el elemento estructural se retraen primero las capas ubicadas más cercanas a la superficie, mientras que las capas internas, al ser un proceso lento, se mantienen con un mayor grado de humedad. Se originan deformaciones diferenciales, y se generan tensiones de tracción en la superficie. Este efecto se hace sentir más en los elementos de gran superficie expuesta, tal como losas y pavimentos. Los efectos de la contracción pueden atenuarse con un buen curado. De no resultar necesario un cálculo más preciso, como valor medio de deformación por contracción podría adoptarse 0,35 mm/m. Las condiciones climáticas influyen naturalmente, por ejemplo, en nuestra Región Patagónica, los fuertes vientos aumentan también la evaporación aumentando los valores de la contracción. El tipo de cemento influye, ya que los cementos puzolánicos tienen valores más elevados de contracción. El tipo de agregado grueso y sus propiedades elásticas, son importantes para evaluar la misma, dado que restringen la deformación; un agregado liviano (arcilla expandida), presenta una mayor contracción porque tiene un menor módulo de elasticidad. Las tensiones de tracción inducidas por la restricción a las deformaciones de contracción disminuyen con el tiempo debido al fenómeno de fluencia lenta.

La armadura presente en el elemento, tal como se indicó, restringe las deformaciones por contracción, generando tensiones de compresión en las mismas y tensiones de tracción en el hormigón. Si bien el fenómeno es complejo, tan sólo a modo de cuantificar de manera aproximada el mismo, plantearemos la situación asumiendo un comportamiento lineal y elástico del hormigón.

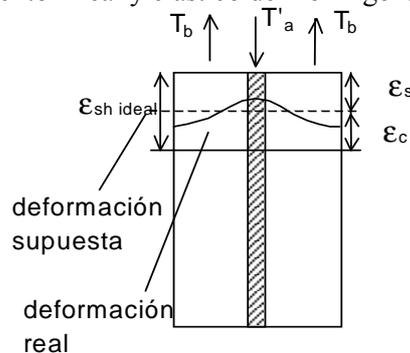


Figura 27: Deformaciones por contracción de fragüe en un elemento ideal

$$|\epsilon_{sh\ ideal}| = |\epsilon_s| + |\epsilon_c|$$

$$|\epsilon_{sh\ real}| = |\epsilon_s|$$

Al desarrollarse la contracción, el hormigón tiende a contraerse en un valor $\epsilon_{sh\ ideal}$, pero la existencia de la adherencia y la presencia de la armadura restringen el valor que puede producirse.

En la dirección de la armadura, la deformación específica por contracción real ($\epsilon_{sh\ real}$) resulta menor que $\epsilon_{sh\ ideal}$.

$$\epsilon_{sh\ real} < \epsilon_{sh\ ideal}$$

Al no existir cargas exteriores, $T'_a = T_b$ (esfuerzo de tracción en el hormigón):

$$T'_a = f'_s \cdot A'_s = \epsilon_s \cdot E_s \cdot A'_s$$

$$T_b = \epsilon_c \cdot E_c \cdot A_g$$

$$\epsilon_s \cdot E_s \cdot A'_s = \epsilon_c \cdot E_c \cdot A_g$$

Asumiendo una relación constante de módulos (situación que no ocurre en la realidad):

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

y una cuantía geométrica:

$$\rho = \frac{A_s}{A_g}$$

Por todo ello:

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_c}{n \cdot \rho}$$

La deformación específica en la pieza de H^oA^o por contracción de fragüe es:

$$\varepsilon_{shR} = \varepsilon_s$$

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{shideal}} = \frac{\varepsilon_c}{|\varepsilon_s| + |\varepsilon_c|} = \frac{\varepsilon_c}{\frac{\varepsilon_c}{n \cdot \rho} + \varepsilon_c} = \frac{n \cdot \rho}{1 + n \cdot \rho_0}$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{shideal} \cdot \frac{n \cdot \rho}{1 + n \cdot \rho} \quad (I)$$

Se observa de la expresión (I) que el incremento de la armadura aumenta el grado de restricción de la deformación por contracción ε_c del hormigón, y por tanto, genera mayores tensiones inducidas de tracción sobre el mismo.

Fluencia lenta (ε_{ck})

La fluencia es el incremento de la deformación en el tiempo por efecto de las cargas o tensiones de larga duración. Las cargas externas producen la variación del diámetro de los meniscos (tal cual se detalló anteriormente), aunque esto no explica en su totalidad el problema, por lo que habría que sumar las deformaciones plásticas de las partículas de cemento, lo que resulta en un fenómeno complejo. Con respecto a su magnitud y velocidad en el tiempo se puede decir: la deformación por fluencia crece al principio con rapidez, luego disminuye la velocidad y termina por alcanzar un valor “límite o final” al cabo de 2 a 5 años⁵. La fluencia debido a su origen se ve influenciada por similares factores que la retracción:

- Ambientes con poca humedad.
- Elevadas relaciones agua / cemento.
- Granulometría.
- Edad o grado de madurez del hormigón al ser cargado.
- Adicionalmente depende de la magnitud y duración de las cargas.

En general, a igualdad de resistencias finales, los hormigones con cemento de alta resistencia inicial, presentan menores valores de fluencia que los de cemento común, esto dado que al comienzo del fenómeno (mayor velocidad de crecimiento), existe mayor resistencia.

El valor final de la deformación por fluencia llega a magnitudes del orden de 2 a 4 veces las deformaciones elásticas iniciales. Para cargas que originen tensiones no superiores al 40% de la tensión f'_c , la deformación por fluencia puede admitirse proporcional a la deformación elástica inicial. Respecto de este tema, debe observarse que con el avance en el enfoque y ajuste de los coeficientes de seguridad, pueden darse situaciones en las que las tensiones en el hormigón bajo cargas de servicio superen en forma apreciable el límite mencionado.

Si se retira la carga, parte de la recuperación de la deformación elástica se produce en forma inmediata, no obstante, ésta es menor a la deformación original dado que el módulo de elasticidad crece con la edad del hormigón.

⁵ Referencias 20) y 39).

Efectos favorables generados por la fluencia lenta:

- Eliminación con el tiempo de los picos de tensión que se producen, por ejemplo, por descenso de apoyos.

Efectos desfavorables:

- Aumentos de deformación en vigas y losas.
- Aumento de curvatura en columnas con carga excéntrica, por tanto aumenta el riesgo de pandeo.
- Pérdidas de tensiones en los cables de pretensado.
- Aumento de deformaciones diferenciales en columnas de edificios de numerosos pisos que estén sometidas a intensidades de cargas muy diferentes.

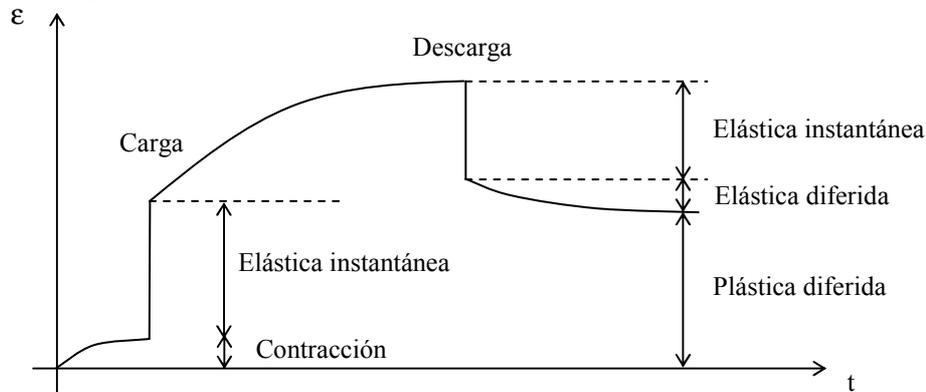


Figura 28: Incidencia de las deformaciones elásticas y plásticas en el hormigón

Evaluación de las deformaciones diferidas según AASHTO

No existen referencias específicas sobre el cálculo de las deformaciones debidas a la contracción de fragüe y la fluencia lenta en el CIRSOC 201/05. Nos referiremos a fin de establecer expresiones para estimar dichas deformaciones a lo indicado en las “Especificaciones AASHTO para el diseño de puentes”, en su Art. 5.4.2.3. Cabe señalar que en dicho Art. se menciona que los métodos empíricos sugeridos pueden tener dispersiones con errores de hasta $\pm 50\%$.

Contracción

La deformación específica debida a contracción (ϵ_{sh}) para un tiempo (t) se puede estimar como:

$$\epsilon_{sh} = -k_s \cdot k_h \cdot \left[\frac{t}{35+t} \right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} \quad (I)$$

donde:

t = tiempo expuesto al fenómeno (días)

k_s = factor de tamaño indicado en la Figura 29

k_h = factor de humedad indicado en la Tabla 4

Si el hormigón curado en húmedo se expone a secado antes de transcurridos cinco días de curado, la contracción determinada mediante la ecuación I se debería incrementar un 20 por ciento.

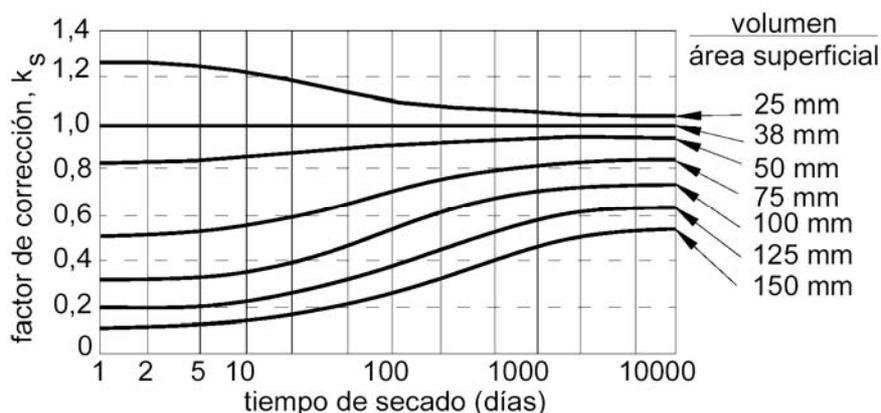


Figura 29: Factor de tamaño k_s (referencia 61)

Para evaluar el factor k_s se considera la relación volumen – área superficial del elemento expuesta al desecamiento (V/S), es decir, la relación del área de la sección transversal al perímetro expuesto al secado. Si dicha relación supera los 150 mm, se puede utilizar este último valor para la relación V/S.

Humedad relativa ambiente media %	k_h
40	1,43
50	1,29
60	1,14
70	1,00
80	0,86
90	0,43
100	0,00

Tabla 4: Factor de humedad k_h (referencia 61)

Los valores de la Tabla 4 se pueden calcular con las siguientes expresiones simplificadas.

Para $H < 80\%$

$$k_h = \frac{140 - H}{70}$$

Para $H \geq 80\%$

$$k_h = \frac{3 \cdot (100 - H)}{70}$$

Del análisis de los valores de la Tabla 4, se puede observar que cuando $H = 100\%$, el método propuesto por AASHTO no puede predecir esponjamientos.

Para el hormigón curado al vapor libre de agregados con tendencia a la contracción, la ecuación posee la forma:

$$\varepsilon_{sh} = -k_s \cdot k_h \cdot \left[\frac{t}{55 + t} \right] \cdot 0,56 \cdot 10^{-3} \quad (\text{II})$$

Tanto en la ecuación (I) como en la (II), se puede observar la importancia del tiempo, y cómo esta relación disminuye con el aumento de este factor, ya que es de esperar que los hormigones de mayor edad sean más resistentes a los esfuerzos impuestos y por tanto, registren menores contracciones.

Fluencia lenta (ε'_{ck})

En el Art. 5.4.2.3.2 de la referencia 61), se indica que las deformaciones por fluencia lenta bajo cargas de larga duración pueden ser del orden de 1,50 a 4 veces las deformaciones elásticas iniciales, con una fuerte incidencia del grado de resistencia (madurez) alcanzado por el hormigón al momento de aplicar las cargas. El coeficiente de fluencia lenta puede calcularse a partir de la expresión:

$$\varepsilon'_{ck} = \psi_{(t,t_i)} \cdot \varepsilon'_{ci} \quad (\text{III})$$

con:

ψ = coeficiente de fluencia lenta

$$\psi_{(t,t_i)} = 3,5 \cdot k_c \cdot k_f \cdot \left(1,58 - \frac{H}{120} \right) \cdot t_i^{-0,118} \cdot \frac{(t - t_i)^{0,60}}{10 + (t - t_i)^{0,60}} \quad (\text{IV})$$

donde:

$$k_f = \frac{62}{42 + f'_c} \quad (\text{V})$$

H = humedad relativa (%)

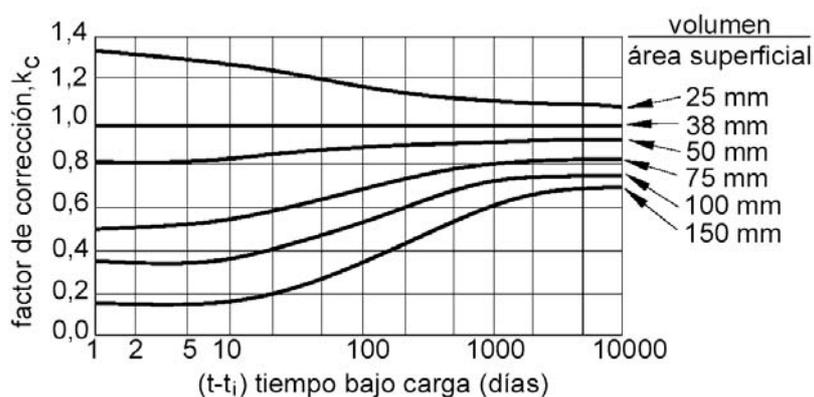
k_c = factor que evalúa la relación volumen – superficie expuesta al desecamiento (Figura 30)

k_f = factor que evalúa el efecto de la resistencia del hormigón

t = grado de madurez del hormigón (días)

t_i = edad del hormigón al aplicar las cargas permanentes (días)

f'_c = resistencia del hormigón a compresión a 28 días (MPa)

Figura 30: Factor de corrección k_c (referencia 61)

En la ecuación V se vuelve a comprobar la menor deformación por fluencia para el caso de hormigones de resistencia elevadas, y que este factor adopta el valor 1 para un hormigón de resistencia 20 MPa, es decir, que para resistencias menores el factor es mayor a 1.

Evaluación aproximada del coeficiente ψ según el Código Modelo CEB-FIP 90.

Para situaciones en que no se requiera una gran precisión, el CEB-FIP 90, permite estimar el valor final del coeficiente de fluencia lenta ψ para un tiempo infinito (70 años de carga sostenida), considerando como variable de ingreso el “espesor ficticio” $e = 2 \cdot A_c / u$ (mm), con u el perímetro de la sección transversal en contacto con la atmósfera y A_c el área de la sección transversal del elemento, y la edad de puesta en carga. La tabla es válida para hormigones de $f_{ck} \leq 50$ MPa. Los datos son para una temperatura entre 10°C y 20°C.

Edad del hormigón para su puesta en carga en t (días)	Condiciones atmosféricas secas (interior) $H_R = 50\%$			Condiciones atmosféricas húmedas (exterior) $H_R = 80\%$		
	$e = 2 \cdot A_c / u$ (mm)			$e = 2 \cdot A_c / u$ (mm)		
	50	150	600	50	150	600
1	5,8	4,8	3,9	3,8	3,4	3,0
7	4,1	3,3	2,7	2,7	2,4	2,1
28	3,1	2,6	2,1	2,0	1,8	1,6
90	2,5	2,1	1,7	1,6	1,5	1,3
365	1,9	1,6	1,3	1,2	1,1	1,0

Tabla 5: Coeficiente ψ de fluencia lenta para estructuras de hormigón después de 70 años de carga (ref. 30)

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 1) Calcular las deformaciones en un elemento tipo columna premoldeada de hormigón armado debidas a contracción, a los 100 días de fabricada, encontrándose la misma en un ambiente ideal con humedad del 90%, a 20°C.

$$E_c = 4700 \cdot \sqrt{f_c} \text{ (en MPa)} = 21.019 \text{ MPa}$$

$$E_c = 200.000 \text{ MPa}$$

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$d = 30 \text{ cm}$$

$$h = 3 \text{ m}$$

Hormigón H-20

Acero ADN 420

$$A_s = 8,04 \text{ cm}^2 (4\phi 16)$$

$$A_g = 600 \text{ cm}^2$$

$$\varepsilon_{sh} = -k_s \cdot k_h \cdot \left[\frac{t}{35+t} \right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3}$$

Considerando que la relación $V/S = (30 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm}) / (2 \cdot 60 \text{ cm}) = 75 \text{ mm}$ y que la humedad es del 90%, se obtiene:

$k_s = 0,7$ (Figura 29)

$$k_h = \frac{3 \cdot (100 - H)}{70} = \frac{3 \cdot (100 - 90)}{70} = 0,428$$

$t = 100$ días

$$\varepsilon_{sh} = -k_s \cdot k_h \cdot \left[\frac{t}{35 + t} \right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} = -0,7 \cdot 0,428 \cdot \left[\frac{100 \text{ días}}{35 + 100 \text{ días}} \right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} = -1,13 \cdot 10^{-4}$$

Cuantía geométrica:

$$\rho = \frac{A}{A_g} = \frac{8,04 \text{ cm}^2 \cdot 100}{600 \text{ cm}^2} = 1,34\%$$

Relación de módulos:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000 \text{ MPa}}{21019 \text{ MPa}} = 9,51$$

La deformación debida a la contracción al fragüe en el elemento resulta:

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{sh}}{(1 + \rho \cdot n)} = \frac{1,13 \cdot 10^{-4}}{(1 + 0,0134 \cdot 9,51)} = -1 \cdot 10^{-4}$$

La deformación de la pieza por contracción de fragüe es:

$$\Delta l_{ii} = \varepsilon_s \cdot l = -1 \cdot 10^{-4} \cdot 300 \text{ cm} = 0,04 \text{ cm}$$

Y las tensiones valen:

$$f_s = E_s \cdot \varepsilon_s = -200000 \text{ MPa} \cdot 1 \cdot 10^{-4} = -20 \text{ MPa} = -200 \text{ kg / cm}^2$$

$$\varepsilon_c = \frac{0,0134 \cdot 9,51 \cdot 1,13 \cdot 10^{-4}}{(1 + 0,0134 \cdot 9,51)} = 1,28 \cdot 10^{-5}$$

$$f_c^I = E_c \cdot \varepsilon_c = 21019 \text{ MPa} \cdot 1,28 \cdot 10^{-5} = 0,27 \text{ MPa} = 2,7 \text{ kg / cm}^2$$

f_c^I = tensión de tracción en el hormigón en estado I.

Ejemplo 2) Calcular el ejercicio anterior pero para un ambiente más seco, con una humedad del 50%, para tiempos de 1 día, 100 días, 365 días, 3 años y a una edad infinita.

a) $t = 1$ día

$H = 50 \%$

$k_s = 0,5$ (Figura 29)

$$k_h = \frac{140 - H}{70} = 1,286$$

$$\varepsilon_{sh} = -k_s \cdot k_h \cdot \left[\frac{t}{35 + t} \right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} = -0,5 \cdot 1,286 \cdot \left[\frac{1 \text{ día}}{35 + 1 \text{ día}} \right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} = -9,1 \cdot 10^{-6}$$

Cuantía geométrica:

$$\rho = \frac{A}{A_g} = \frac{8,04 \text{ cm}^2 \cdot 100}{600 \text{ cm}^2} = 1,34\%$$

Relación de módulos:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000 \text{ MPa}}{21019 \text{ MPa}} = 9,51$$

Las tensiones generadas en cada elemento de la pieza de hormigón armado se pueden estimar como:

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{sh}}{(1 + \rho \cdot n)} = \frac{9,1 \cdot 10^{-6}}{(1 + 0,0134 \cdot 9,51)} = -8,08 \cdot 10^{-6}$$

$$\Delta l_{ii} = \varepsilon_s \cdot l = -8,08 \cdot 10^{-6} \cdot 300 \text{ cm} = 0,002 \text{ cm}$$

$$f_s = E_s \cdot \varepsilon_a = -200000 \text{ MPa} \cdot 8,08 \cdot 10^{-6} = -1,62 \text{ MPa} = -16,2 \text{ kg / cm}^2$$

$$\varepsilon_c = \frac{0,0134 \cdot 9,51 \cdot 9,1 \cdot 10^{-6}}{(1 + 0,0134 \cdot 9,51)} = 1,03 \cdot 10^{-6}$$

$$f_c^I = E_c \cdot \varepsilon_c = 21019 \text{ MPa} \cdot 1,03 \cdot 10^{-6} = 0,02 \text{ MPa} = 0,2 \text{ kg / cm}^2$$

b) t = 100 días

H = 50 %

k_s = 0,7 (Figura 29)

$$k_h = \frac{140 - H}{70} = 1,286$$

$$\varepsilon_{sh} = -k_s \cdot k_h \cdot \left[\frac{t}{35 + t} \right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} = -0,7 \cdot 1,286 \cdot \left[\frac{100 \text{ días}}{35 + 100 \text{ días}} \right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} = -3,4 \cdot 10^{-4}$$

Cuantía geométrica:

$$\rho = \frac{A}{A_g} = \frac{8,04 \text{ cm}^2 \cdot 100}{600 \text{ cm}^2} = 1,34\%$$

Relación de módulos:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000 \text{ MPa}}{21019 \text{ MPa}} = 9,51$$

Las tensiones generadas en cada elemento de la pieza de hormigón armado se pueden estimar como:

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{sh}}{(1 + \rho \cdot n)} = \frac{3,4 \cdot 10^{-4}}{(1 + 0,0134 \cdot 9,51)} = -3 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta l_{ii} = \varepsilon_s \cdot l = -3 \cdot 10^{-4} \cdot 300 \text{ cm} = 0,09 \text{ cm}$$

$$f_s = E_s \cdot \varepsilon_a = -200000 \text{ MPa} \cdot 3 \cdot 10^{-4} = -60,3 \text{ MPa} = -603 \text{ kg / cm}^2$$

$$\varepsilon_c = \frac{0,0134 \cdot 9,51 \cdot 3,4 \cdot 10^{-4}}{(1 + 0,0134 \cdot 9,51)} = 3,84 \cdot 10^{-5}$$

$$f_c^I = E_c \cdot \varepsilon_c = 21019 \text{ MPa} \cdot 3,84 \cdot 10^{-5} = 0,81 \text{ MPa} = 8,1 \text{ kg / cm}^2$$

Se observa la clara influencia del desecamiento generado por la baja humedad comparado con el ejercicio anterior.

c) t = 365 días

H = 50 %

k_s = 0,75 (Figura 29)

$$k_h = \frac{140 - H}{70} = 1,286$$

$$\varepsilon_{sh} = -k_s \cdot k_h \cdot \left[\frac{t}{35 + t} \right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} = -0,75 \cdot 1,286 \cdot \left[\frac{365 \text{ días}}{35 + 365 \text{ días}} \right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} = -4,5 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{sh}}{(1 + \rho \cdot n)} = \frac{4,5 \cdot 10^{-4}}{(1 + 0,0134 \cdot 9,51)} = -4 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta l_{ii} = \varepsilon_s \cdot l = -4 \cdot 10^{-4} \cdot 300 \text{ cm} = 0,12 \text{ cm}$$

d) $t = 3 \text{ años} = 1095 \text{ días}$

$k_s = 0,8$ (Figura 29)

$$\epsilon_{sh} = -k_s \cdot k_h \cdot \left[\frac{t}{35+t} \right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} = -0,8 \cdot 1,286 \cdot \left[\frac{1095 \text{ días}}{35+1095 \text{ días}} \right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} = -5,08 \cdot 10^{-4}$$

$$\epsilon_s = \frac{\epsilon_{sh}}{(1 + \rho \cdot n)} = \frac{5,08 \cdot 10^{-4}}{(1 + 0,0134 \cdot 9,51)} = -4,5 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta l_{ti} = \epsilon_s \cdot l = -4,5 \cdot 10^{-4} \cdot 300 \text{ cm} = 0,135 \text{ cm}$$

e) $t = \infty$

H = 50 %

$k_s = 0,83$ (Figura 29)

$$\epsilon_{sh} = -k_s \cdot k_h \cdot \left[\frac{t}{35+t} \right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} = -5,44 \cdot 10^{-4}$$

$$\epsilon_s = \frac{\epsilon_{sh}}{(1 + \rho \cdot n)} = \frac{5,44 \cdot 10^{-4}}{(1 + 0,0134 \cdot 9,51)} = -4,83 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta l_{ti} = \epsilon_s \cdot l = -4,83 \cdot 10^{-4} \cdot 300 \text{ cm} = 0,145 \text{ cm}$$

Procediendo de igual manera pero para una humedad del 70%, se obtiene la siguiente tabla resumen de variaciones de longitud estimadas por contracción:

Tiempo (días)	H = 50%	H = 70%	H = 90%
1	0,002 cm	0,0019 cm	0,00081 cm
100	0,09 cm	0,07 cm	0,03 cm
365	0,12 cm	0,09 cm	0,04 cm
1095	0,14 cm	0,11 cm	0,05 cm
10000	0,15 cm	0,11 cm	0,05 cm

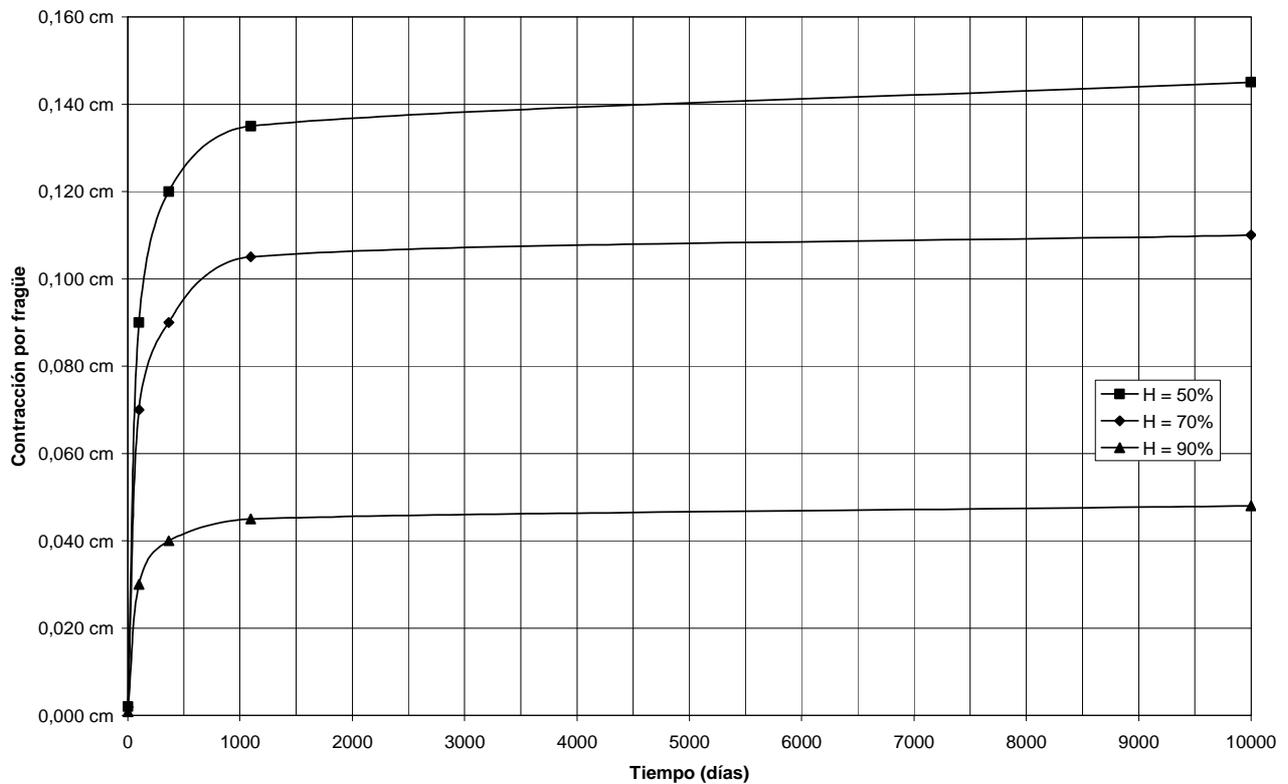


Figura 31: Relación de la contracción por fraguado y el tiempo para distintas humedades

De esta manera podemos concluir que de los resultados obtenidos, se destaca el prolongado crecimiento en el tiempo de las deformaciones debidas a contracción y el erróneo concepto que en ocasiones se aplica al considerar que el fenómeno se desarrolla sólo unos días luego del hormigonado.

Ejemplo 3) Calcular al año de cargada, el acortamiento total de un elemento de sección 0,20x0,50m con una longitud de 3 m.

El hormigón utilizado es H-20, y las cargas son aplicadas a los 14 días de fabricada la pieza, con un valor de 36 tn, a una humedad del 70%.

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} = 4700 \sqrt{20} = 21000 \text{ MPa}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000 \text{ MPa}}{21000 \text{ MPa}} = 9,52$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_g} = 0,012$$

Fluencia:

$$\psi_{(365,14)} = 3,5 \cdot k_c \cdot k_f \cdot \left(1,58 - \frac{H}{120}\right) t_i^{-0,118} \cdot \frac{(t-t_i)^{0,60}}{10 + (t-t_i)^{0,60}}$$

$$k_f = \frac{62}{42 + f'_c} = \frac{62}{42 + 20} = 1$$

H = 70%

V/S = 71,4 mm

t = 365 días

t_i = 14 días

k_c = 0,7 (Figura 30)

$$\psi_{(365,14)} = 3,5 \cdot k_c \cdot k_f \cdot \left(1,58 - \frac{H}{120}\right) t_i^{-0,118} \cdot \frac{(t-t_i)^{0,60}}{10 + (t-t_i)^{0,60}} = 3,5 \cdot 0,7 \cdot 1 \cdot \left(1,58 - \frac{70}{120}\right) \cdot 14^{-0,118} \cdot \frac{(365-14)^{0,60}}{10 + (365-14)^{0,60}} = 1,76$$

$$f'_{ci} = \frac{N}{A_g(1 + \rho \cdot n)} = \frac{36000 \text{ kg}}{1000 \text{ cm}^2 \cdot (1 + 0,012 \cdot 9,52)} = 32,3 \text{ kg/cm}^2 = 3,23 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{ck} = \psi_{(365,14)} \cdot \frac{f'_{ci}}{E_c} = 1,76 \cdot \frac{3,23 \text{ MPa}}{21000 \text{ MPa}} = 2,70 \cdot 10^{-4}$$

Retracción:

k_s = 0,7 (Figura 29)

$$k_h = \frac{140 - H}{70} = 1$$

t = 365 días

$$\epsilon_{sh} = -k_s \cdot k_h \cdot \left[\frac{t}{35 + t}\right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} = -0,7 \cdot 1 \cdot \left[\frac{365 \text{ días}}{35 + 365 \text{ días}}\right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} = -3,26 \cdot 10^{-4}$$

$$\epsilon_{c \text{ instantánea}} = f'_c / E_c = 3,23 \text{ MPa} / 21000 \text{ MPa} = -1,54 \cdot 10^{-4}$$

$$\epsilon_{\text{total}} = \epsilon_{c \text{ instantánea}} + \epsilon_{sh} + \epsilon_{ck} = 7,5 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta l = \epsilon_{\text{total}} \cdot l = 0,225 \text{ cm}$$

Debe destacarse que para la resolución del presente ejemplo se asumió un comportamiento elástico del hormigón, asimismo se suman linealmente los términos de las deformaciones específicas de contracción y fluencia, cuando en realidad, tal cuál se desarrolló en los ejemplos de contracción, por efecto de la misma hay transferencia de tensiones entre el hormigón y el acero.

Por lo anterior, los ejemplos desarrollados sólo sirven como una referencia, ya que el problema real es más complejo.

Cálculo de deformaciones por contracción de fragüe y fluencia lenta según CIRSOC 201/82

Dada la semejanza de origen y comportamiento de ambas deformaciones, su cálculo según CIRSOC 201/82 se realiza en forma similar. El Reglamento clasifica a los hormigones según su consistencia en tres tipos:

Consistencia A1: hormigón seco

Aspecto y condición del hormigón fresco al colocarlo: todavía suelto y sin cohesión.

Gama de asentamiento: 1 a 4,5 cm.

Método de compactación: vibradores potentes o apisonado energético en capas delgadas.

Consistencia A2: hormigón plástico

Aspecto y condición del hormigón fresco al colocarlo: levemente cohesivo

Gama de asentamiento: 5 a 9,5 cm.

Método de compactación: vibración y/o varillado y apisonado

Consistencia A3: hormigón blando

Aspecto y condición del hormigón fresco al colocarlo: levemente fluido

Gama de asentamiento: 10 a 15 cm.

Método de compactación: varillado o vibración leve

Para el cálculo de los efectos reológicos se parte, en términos generales, de valores básicos de contracción y fluencia lenta:

- Retracción básica ϵ_{s0} (Tabla 6).
- Coeficiente de fluencia lenta básico φ_0 (Tabla 6).

	1	2	3	4	5
	Ambiente	Humedad relativa media del aire en % (aproximado)	Coeficiente de fluencia lenta básico φ_0	Retracción básica ϵ_{s0}	Coeficiente K_{ef} según el artículo 26.8.5.
1	En agua		0,8	$+ 10 \cdot 10^{-5}$	30
2	En aire muy húmedo (por ejemplo, directamente sobre el agua)	90	1,3	$- 13 \cdot 10^{-5}$	5,0
3	En general al aire libre	70	2,0	$- 32 \cdot 10^{-5}$	1,5
4	En aire seco (por ejemplo, en ambientes interiores secos)	50	2,7	$- 46 \cdot 10^{-5}$	1,0

Tabla 6: Coeficiente básico de fluencia lenta y retracción básica en función del ambiente (ref. 28)

En ambos cálculos se debe considerar el “espesor activo” del elemento estructural (según CIRSOC 201/82, espesor ficticio, Art. 26.8.5) de la forma:

$$d_{ef} = K_{ef} \cdot 2 \cdot \frac{A_c}{u}$$

K_{ef} = coeficiente de la Tabla 6 en función de la humedad.

A_c = área de la sección total de hormigón

u = perímetro de la sección expuesto al desecamiento.

Asimismo, debe tenerse en cuenta la temperatura a la que se endurece el hormigón, es decir, la “edad efectiva” del mismo (CIRSOC 201/82 - Cap. 26 – Art. 28.8.6). Los gráficos que se utilizan están realizados

para una temperatura normalizada de 20°C, pero para una temperatura distinta, la edad se corrige según la expresión:

$$t = \frac{\sum(T_i + 10^\circ C)}{30^\circ C} \cdot (\Delta t_i)$$

t = edad efectiva del hormigón.

T_i = temperatura diaria media del hormigón en °C.

Δt_i = número de días con la temperatura media diaria T_i del hormigón.

Contracción de fragüe

En caso de querer calcular la retracción desde el momento en que se hace efectiva hasta un tiempo t mucho mayor (t = ∞), es posible utilizar la Tabla 45 del CIRSOC 201/82 (Tabla 7 del presente texto). La misma está elaborada para hormigones de consistencia A2. Las curvas son función de la humedad porcentual y del espesor medio d_m. Con ello se obtiene la retracción final ε_{s∞} (con t₀ edad final de curado).

Valores guía

Curva	Ambiente	Espesor medio d _m = 2 $\frac{A}{u}$ 1)	Coefficiente de fluencia lenta final φ _∞	Retracción final ε _{s∞}
1	húmedo, al aire libre (humedad relativa del aire ≈ 70%)	pequeño (<= 10cm)		
2		grande (>= 80cm)		
3	seco, en ambientes interiores (humedad relativa del aire ≈ 50%)	pequeño (<= 10cm)		
4		grande (>= 80cm)		

Edad t₀ del hormigón al aplicar la carga, en días

Edad t₀ del hormigón según artículo 26.8.4., en días

Condiciones de utilización:
 Los valores de la Tabla 48 son válidos para hormigón de consistencia A₂. Para consistencias A₁ y A₃ se deben reducir o elevar respectivamente los valores en un 25%. Si se utilizan fluidificantes puede utilizarse la consistencia inicial.
 La Tabla es válida para hormigón que endurece bajo temperatura normal, preparado con cementos de resistencia a compresión de 30 MN/m² (300 kgf/cm²) y 40 MN/m² (400 kgf/cm²). La influencia sobre la fluencia lenta de cementos de endurecimiento más lento o de endurecimiento más rápido puede contemplarse tomando para la edad del hormigón al aplicar la carga, los valores de esta Tabla multiplicados por 0,5 o por 1,5, respectivamente.

1) A = área de la sección transversal de hormigón.
 u = perímetro del elemento estructural expuesto a la atmósfera.

Tabla 7: Coeficiente de fluencia lenta y retracción final en función de la edad efectiva del hormigón y del espesor medio del elemento estructural (referencia 28)

Si deseamos considerar el valor de la retracción para un tiempo t ≠ ∞, es necesario calcular ε_{st}, cuya expresión es:

$$\epsilon_{st} = \epsilon_{s0} [K_{st} - K_{st0}]$$

con:

ε_{s0} = valor de retracción básica (Tabla 6)

K_s = coeficiente función del tiempo y del espesor efectivo (Figura 32)

t = edad efectiva del hormigón al tiempo “t” de estudiada.

t₀ = la edad efectiva del hormigón en el momento a partir del cual se debe considerar la influencia de la retracción.

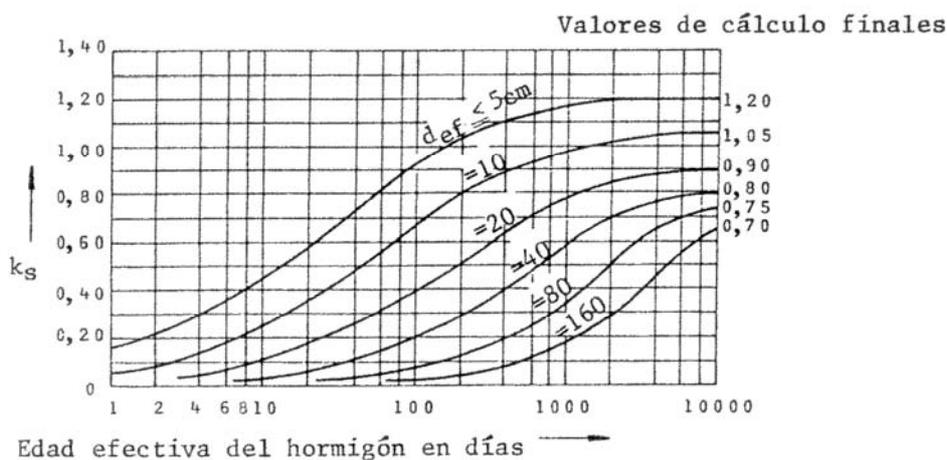


Figura 32: Coeficiente k_s (referencia 28)

Como puede observarse, a medida que desciende el espesor efectivo, aumenta el coeficiente K_s y por ende la deformación del elemento estructural.

Fluencia lenta

La deformación específica generada por fluencia lenta puede evaluarse como:

$$\epsilon_k = \varphi_t \cdot \epsilon_{bi} = \varphi_t \cdot \frac{\sigma_0}{E_b}$$

donde φ_t es el factor de fluencia; σ_0 es la tensión aplicada o valor promedio de los valores iniciales y finales en caso de una variación lenta, siempre que el valor final no difiera en más del 30% del valor inicial; y E_b el módulo elástico del hormigón.

	1	2	3
	Resistencia característica σ'_{bk} MN/m ² *	E_b MN/m ² *	G_b MN/m ² *
1	21	30 000	13 000
2	30	34 000	14 000
3	38	37 000	15 000
4	47	39 000	16 000

Tabla 8: Módulos de elasticidad longitudinal y transversal del hormigón. Valores indicativos (referencia 28)

Para obtener la deformación específica de fluencia lenta para un tiempo t lo suficientemente prolongado, se debe tener en cuenta el coeficiente de fluencia lenta final $\varphi_{t\infty}$ (Tabla 7).

$$\epsilon_k = \varphi_{t\infty} \cdot \frac{\sigma_0}{E_b}$$

Si en cambio es necesario determinar la deformación específica exactamente o para un tiempo $t \neq \infty$, hallamos φ_t en base a la fluencia propiamente dicha y al acortamiento elástico diferido:

$$\varphi_t = \varphi_{f0} \cdot [K_{ft} - K_{ft_0}] + 0,4 \cdot K_{v(t-t_0)}$$

con:

φ_{f0} = coeficiente de fluencia básico (Tabla 6)

k_f = coeficiente según Figura 33

t = edad efectiva del hormigón para el tiempo buscado

t_0 = edad efectiva del hormigón al aplicar la tensión

k_v = coeficiente según la Figura 34 que contempla la variación del acortamiento elástico diferido en función del tiempo.

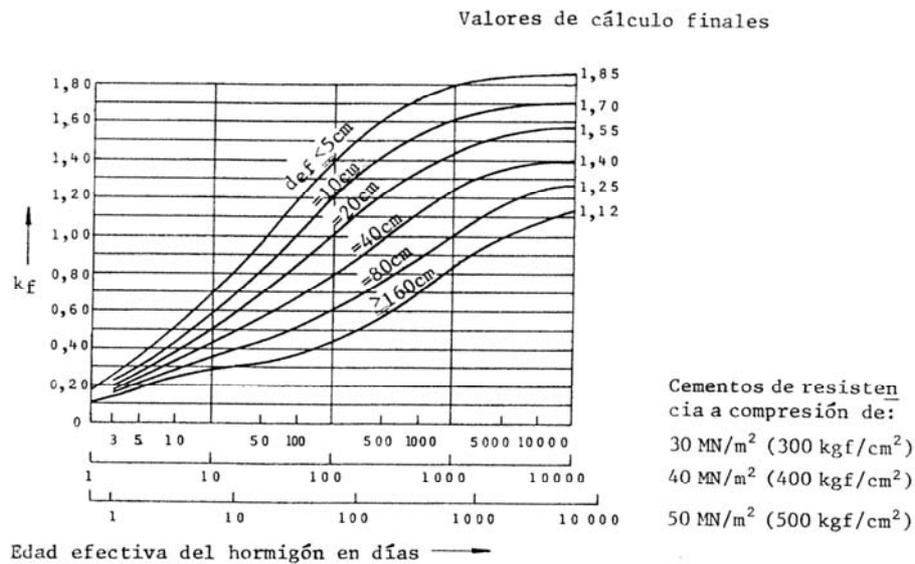


Figura 33: Coeficiente k_f (referencia 28)

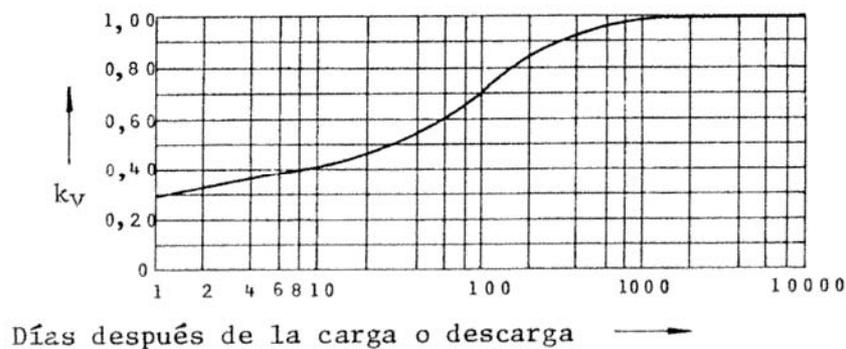


Figura 34: Coeficiente k_v (referencia 28)

Cuando el tiempo de fluencia lenta se estudia en un plazo $t > 3$ meses, entonces $K_{v(t-t_0)} = 1$.

Deformaciones por temperatura

El hormigón sufre variaciones de volumen debidas a cambios de temperatura, el valor del coeficiente de dilatación lineal a los fines del cálculo estructural se lo suele adoptar: $\alpha = 10 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$, valor que coincide con el del acero para el rango usual de temperaturas bajo condiciones de servicio. La deformación específica por temperatura se expresa como:

$$\epsilon_{th} = \alpha \cdot \Delta t$$

Cabe mencionar que el coeficiente de dilatación térmica del hormigón depende del tipo de agregado utilizado en la mezcla, no obstante se acepta a los fines prácticos y para el rango de temperaturas entre -15°C y 60°C el valor medio antes indicado. Para temperaturas cercanas a los 500°C el valor de α puede incrementarse hasta un 50% del anterior. Asimismo, se observa para temperaturas superiores a 400°C una fuerte disminución del módulo de elasticidad del hormigón, cercano a un 30% del valor original. En estructuras de importantes volúmenes de hormigón (hormigón masivo), las diferencias de temperatura pueden originarse en el calor de hidratación y las variaciones entre zonas de la velocidad de disipación del mismo. El hormigón del elemento cercano a la superficie tiene la posibilidad de disipar calor con mayor facilidad que el hormigón interior de la masa, y en poco tiempo alcanza la temperatura del aire. Por su parte, la zona interior del hormigón tarda varios días en uniformar su temperatura con el medio ambiente, en general, y en función de la clase y contenido de cemento, en un plazo de 4 a 6 días. Se realizan en estos casos, programas de hormigonado que especifican entre otras cosas, las alturas máximas de “tongadas” (o capas de hormigón colocadas en una etapa) y los tiempos mínimos de llenado de las tongadas. Esto puede presentarse por ejemplo en el hormigonado de grandes plateas de fundación o en el hormigonado de presas. En ocasiones se dejan serpentinas en el interior de la masa y por ellas se hace circular agua para regular la elevación de la

temperatura. También pueden presentarse problemas por condiciones climáticas, ya que el sol puede elevar la temperatura de determinada zona o superficie de la estructura, ocasionando cambios diferenciales de volumen. A modo de ejemplo, en un edificio apertado de oficinas de varios niveles, en donde la configuración estructural está planteada mediante un sistema de columnas perimetrales y un núcleo interior (tabique), el sistema de aire acondicionado hace que la temperatura interior se mantenga en los 20°C, en tanto que la temperatura sobre las columnas perimetrales expuestas al sol pueden llegar a los 40°C, produciendo deformaciones diferenciales. Para el proyecto de las estructuras de hormigón deben evaluarse las deformaciones por temperatura fijando juntas de dilatación a distancias adecuadas, del orden de los 30 metros, o preferentemente, evaluando los esfuerzos generados en la estructura si dichas deformaciones se restringen total o parcialmente.⁶ Se anexa a continuación una tabla de valores sugeridos de separaciones máximas de juntas según la referencia 49) con base en los reglamentos de la exURSS de la década del setenta.

Clase de estructura	Distancia máxima sugerida entre juntas para estructuras expuestas (m)
Pórticos de hormigón armado	30 m
Estructuras prefabricadas	40 m
Estructuras de hormigón liviano	25 m

Tabla 9: Distancias máximas sugeridas entre juntas para efectos térmicos (referencia 49)

De acuerdo a la referencia 100), para estructuras protegidas del medio, las distancias máximas sugeridas se incrementan, llegando a 50 metros para edificios apertados. Debe destacarse que a los efectos del análisis estructural, las diferencias de temperatura Δt a utilizar no son, en general, las mismas que las del medioambiente. Esto se debe a que el hormigón transmite en forma lenta dicha variación, por lo que requiere de cierto tiempo para que se uniforme la temperatura interior. Por ello, las variaciones de temperatura extremas diarias del medio no afectan el interior del elemento. Existen casos particulares que requieren un análisis especial tal como, por ejemplo, el de un tubo de acero ubicado en el exterior, empotrado en el hormigón. Debido a la diferente capacidad de ambos materiales de reflejar los rayos solares, hormigón y acero, este último puede alcanzar temperaturas sensiblemente mayores a las del medioambiente. El acero tiende a sufrir expansiones en la zona de vinculación con el hormigón que generan tracciones radiales sobre el mismo, y consecuentemente, cuadros de fisuración asociados que deberán ser controlados con armaduras dispuestas especialmente. Los efectos más importantes por la temperatura pueden estar vinculados con la función del elemento estructural, tal como: chimeneas que expulsan gases calientes o depósitos elevados, etc. En tales situaciones, deberá recabarse información específica para el diseño.

Consideremos un elemento estructural cuyos movimientos se encuentran restringidos en ambos extremos, como es el caso de una viga biempotrada, que sufre un cambio de temperatura Δt y un gradiente de temperatura $\Delta \gamma$ entre sus caras inferior y superior. Asumiendo un comportamiento tal que se acepte un módulo de elasticidad E constante, en la viga se generarán un esfuerzo axil y un momento flector calculables de la forma:

$$P = A_g \cdot E \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$M = E \cdot I_g \cdot \phi = E \cdot I_g \cdot \alpha \cdot \Delta \gamma$$

con:

$$\Delta \gamma = \frac{\Delta t_{ext} - \Delta t_{int}}{h} = \text{gradiente de temperatura}$$

h = altura total de la viga

$$\Delta t' = t_{ext} - t_{int}$$

$$\phi = \alpha \cdot \frac{\Delta t'}{h} = \text{curvatura de la viga}$$

$$A_g = b_w \cdot h$$

$$I_g = \frac{b_w \cdot h^3}{12}$$

⁶ Consultar referencia 76) y 110).

En los casos cotidianos, la viga estará vinculada en sus extremos a columnas que restringirán sólo parcialmente, tanto las deformaciones longitudinales como el giro debido al gradiente de temperatura, por lo que las solicitaciones inducidas serán menores en realidad. Asimismo, dado que los saltos térmicos se corresponden por lo general con variaciones estacionales de la temperatura, los mismos se producen en un período de tiempo relativamente importante. Es así que el efecto de la fluencia lenta y la fisuración local, reducen las fuerzas internas a lo largo del tiempo. Para establecer un criterio para evaluar el Δt sobre la estructura en estudio, debería rigurosamente partirse de la temperatura ambiente media esperable que se presente cuando se vaya a ejecutar la misma y a las máximas y mínimas temperaturas medias que se estiman estadísticamente durante la vida útil de la estructura. Dada la multiplicidad de variables que intervienen y a la complejidad del análisis, se suele recurrir a procedimientos simplificados que sólo pueden brindar una idea de magnitud del mismo. A tal fin, se puede consultar la referencia 49) que plantea un método desarrollado en el código de construcción de México que permite obtener para una localidad los Δt esperables en función del espesor del elemento estructural en estudio.



Figura 35: Muro divisorio canal de descarga vertedero presa Pichi Picún Leufú – Ejemplo de una estructura de hormigón masivo



Figura 36: Hormigonado de elementos premoldeados de hormigón simple para escolleras en la Obra de Remodelación de Puerto Rawson

Diseño por resistencia según CIRSOC 201/05

El CIRSOC 201/05 adopta para el diseño de elementos de hormigón estructural el denominado “diseño por resistencia”, conocido en nuestro medio como método de rotura.

Por una parte se determinan las combinaciones de cargas más críticas de las posibles acciones sobre el elemento, lo que se define como resistencia requerida.

$$\text{Resistencia requerida} = \text{factor de cargas} \times \text{solicitaciones de servicio}$$

Por otra parte, en base al estado actual del conocimiento, se determina con la mayor precisión posible, la resistencia última del elemento para una sollicitación dada, por ejemplo: momento flector. Dado que este valor de resistencia de falla se obtiene a partir del planteo de ciertas hipótesis y simplificaciones, el reglamento no lo denomina último, sino Resistencia Nominal.

Esta Resistencia Nominal, es afectada por un coeficiente menor que la unidad que se denomina Factor de Reducción “ ϕ ”, el que tiene en cuenta como veremos, diversos factores, entre ellos, el tipo y naturaleza de la probable falla del elemento estructural.

Se define entonces como Resistencia de Diseño al producto de la Resistencia Nominal y el Factor de Reducción.

Para que el diseño sea adecuado debe cumplirse que en cualquier sección del elemento, la Resistencia de Diseño sea mayor o igual a la Resistencia Requerida calculada mediante las combinaciones de carga mayoradas especificadas en la norma.

$$\text{Resistencia de Diseño } (\phi \cdot S_n) \geq \text{Resistencia Requerida } (U)$$

Es decir:

$$\text{Resistencia Nominal} \cdot \text{Factor de Reducción} \geq \text{Factor de Carga} \cdot \text{Solicitaciones de Servicio}$$

Esto para todas las posibles acciones tales como: Flexión, Esfuerzos Axiales, Corte, Torsión y combinaciones de ellas.

$$\phi \cdot M_n \geq M_u$$

$$\phi \cdot V_n \geq V_u$$

$$\phi \cdot T_n \geq T_u$$

$$\phi \cdot P_n \geq P_u$$

Las cargas de servicio son las especificadas por la Norma correspondiente: CIRSOC 101, CIRSOC 102, CIRSOC 104 y CIRSOC 103.

Factor de Reducción

El factor de reducción considera entre otras cosas las imprecisiones del método de diseño e hipótesis de cálculo con el cual se determinan las resistencias nominales.

Adopta valores diferentes para los distintos tipos de sollicitaciones, en función del estado de compromiso estructural del elemento, por tanto es naturalmente menor para columnas que para vigas. Asimismo contempla las variaciones razonables e imperfecciones de los materiales (acero y hormigón).

Para elementos sometidos a flexión compuesta (o flexión simple), el valor del factor de reducción depende del tipo de rotura que se presente, evaluada la misma a través de la Deformación Específica neta de tracción en el acero más traccionado (ϵ_t)

$$\phi = f(\epsilon_t)$$

Valores del factor de reducción

El valor del factor de reducción (ϕ), para secciones que presenten una rotura dúctil (deformación específica neta de tracción en el acero más traccionado $\epsilon_t \geq 5\text{‰}$), es $\phi = 0,9$. En general:

- Secciones controladas por tracción $\phi = 0,90$.
- Secciones controladas por compresión:
 - a) elementos armados con zunchos $\phi = 0,70$.
 - b) elementos armados con otro tipo de armadura $\phi = 0,65$.
- Corte y torsión $\phi = 0,75$.
- Aplastamiento en el hormigón excepto para zonas de anclaje de postesado y modelos de bielas $\phi = 0,65$.
- Zonas de anclaje de postesado $\phi = 0,85$.
- Modelos de bielas, puntales, tensores, zonas nodales y de apoyo de estos modelos $\phi = 0,75$.

Se observa que para las secciones controladas por compresión se utiliza un factor de reducción menor que para aquellas secciones controladas por tracción, esto se debe a que las columnas poseen menor ductilidad y son más sensibles a las variaciones de resistencia del hormigón. Las columnas zunchadas que poseen por el efecto del zuncho mayor ductilidad tienen un factor de ϕ mayor que aquellas con estribos simples.

Para elementos flexo comprimidos (columnas), generalmente ocurre que los valores de ϵ_t adoptan un rango intermedio entre 2‰ y 5‰, en ésta zona denominada de transición, el reglamento permite incrementar linealmente el valor de ϕ desde el valor mínimo 0,65 para columnas simples hasta 0,90 para vigas con rotura dúctil.

En estos casos (flexión y carga axial) las resistencias se determinan multiplicando tanto P_n como M_n por el único valor apropiado de ϕ .

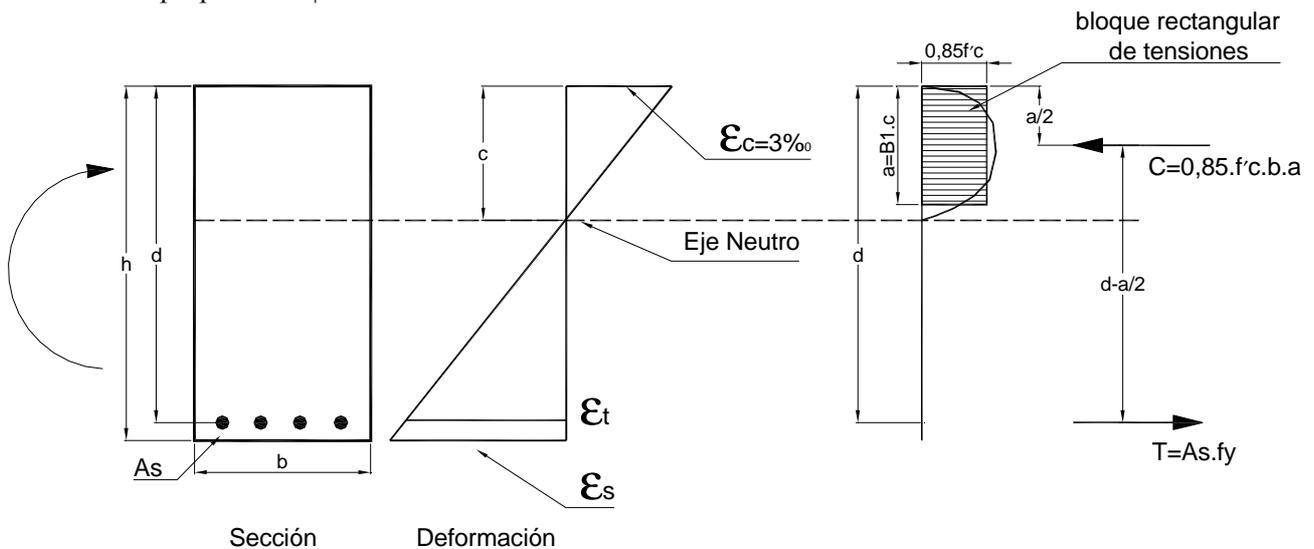


Figura 37: Diagrama de deformaciones y tensiones según CIRSOC 201/05

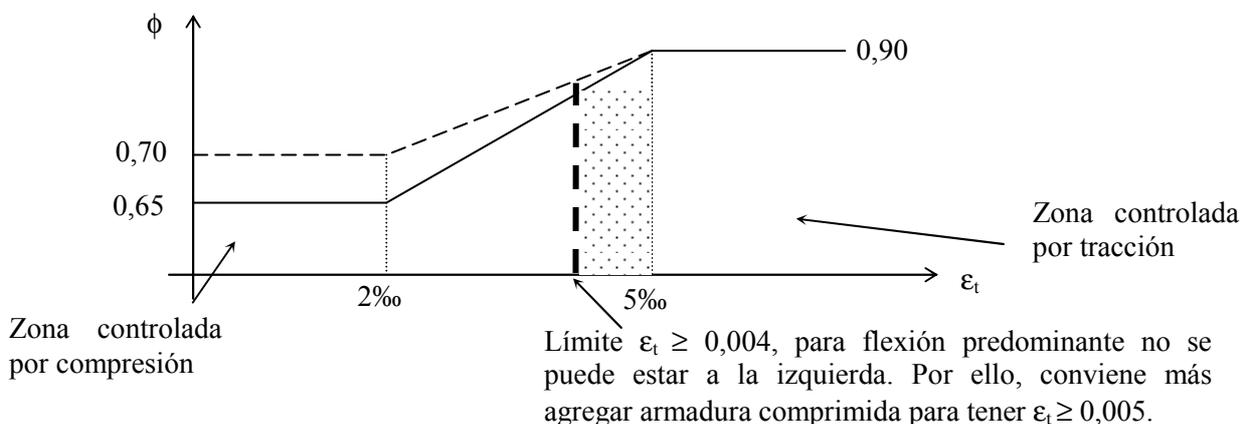


Figura 38: Variación del coeficiente de reducción (ϕ) (adaptado referencia 109)

Resistencia requerida

La resistencia requerida la expresamos en términos de cargas mayoradas, o de los momentos y fuerzas internas correspondientes. Recordemos que las cargas mayoradas son las obtenidas a nivel de servicio multiplicadas por los factores de carga que correspondan.

En la sección 9.2 del CIRSOC 201/05 se prescriben factores de carga para una determinada cantidad de combinaciones de cargas específicas, debemos destacar que si bien las citadas combinaciones cubren las situaciones más habituales, para casos particulares se debe evaluar la posibilidad de agregar otras que eventualmente condicionen el diseño.

Los correspondientes factores de carga asignados a cada tipo de carga para cada combinación evaluada, consideran la variabilidad de las cargas y la probabilidad de ocurrencia simultánea de los distintos tipos de carga.

Puede ocurrir, a modo de ejemplo, que para el diseño de una columna de una estructura aporticada sometida a cargas horizontales de viento, la combinación que incluya a estas cargas sea más desfavorable que la combinación que incluya a las debidas a peso propio, dado que originarán mayores excentricidades motivadas por los momentos flectores en las columnas asociadas con un menor esfuerzo axial de compresión.

$$\bullet U = 1,4 (D + F) \quad (9-1)$$

$$\bullet U = 1,2 (D + F + T) + 1,6 (L + H) + 0,5 (L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) \quad (9-2)$$

$$\bullet U = 1,2 D + 1,6 (L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) + (1,0 L \text{ ó } 0,8 W) \quad (9-3)$$

$$\bullet U = 1,2 D + 1,6 W + 0,5 L + 1,0 (L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) \quad (9-4)$$

$$\bullet U = 0,9 D + 1,6 W + 1,6 H \quad (9-5)$$

donde:

L: sobrecargas o las solicitaciones correspondientes.

L_r : sobrecargas en las cubiertas.

D: cargas permanentes o las solicitaciones correspondientes.

F: cargas debidas al peso y presión de fluidos con presiones bien definidas y alturas máximas controlables

H: cargas debidas al peso y presión lateral del suelo, del agua en el suelo u otros materiales, o las solicitaciones correspondientes.

R: cargas provenientes de las lluvias o las solicitaciones correspondientes.

S: cargas de nieve o las solicitaciones correspondientes.

T: solicitaciones de coacción y efectos provenientes de la contracción o expansión resultante de las variaciones de temperatura, fluencia lenta de los materiales componentes, contracción, cambios de humedad y asentamientos diferenciales o sus combinaciones.

W: carga de viento o las solicitaciones correspondientes.

Para las combinaciones 9.6 y 9.7 que incluyen acciones sísmicas remitirse al CIRSOC 103/05.

Nota: si el diseño contempla la acción de cargas móviles (impacto), dicho efecto se deberá incluir con la sobrecarga (9.2).

La estimación de los asentamientos diferenciales, la fluencia lenta, la contracción y los cambios de temperatura, se deberán basar en una evaluación realista de dichos efectos mientras la estructura esté en servicio.

Para las estructuras ubicadas en zonas inundables, se deberá usar la carga de inundación y las correspondientes combinaciones de carga.

Cuando la carga de viento W no ha sido reducida por un factor de direccionalidad (ver CIRSOC 102/01), se permite utilizar $1,3 \cdot W$ en lugar de $1,6 \cdot W$ en las combinaciones 9.4 y 9.5.

Para ciertas situaciones, las cargas en muchos elementos a considerar son el peso propio, la sobrecarga y las cargas por viento.

Una simplificación de carácter conservador en dichos casos consiste en incluir la sobrecarga en cubiertas L_r , junto con la sobrecarga L, y aplicar en las ecuaciones el factor de carga más elevado entre L y L_r .

En tal situación las combinaciones se simplifican quedando:

Carga permanente y sobrecarga

$$U = 1,4 \cdot D \quad (9.1)$$

$$U = 1,2 D + 1,6 L \quad (9.2)$$

Carga permanente, sobrecarga y viento

$$U = 1,2 D + 1,6 L + 0,8 W \quad (9.3)$$

$$U = 1,2 D + 1,0 L + 1,6 W \quad (9.4)$$

$$U = 0,9 D + 1,6 W \quad (9.5)$$

Debe destacarse que el Método de Diseño por Resistencia para las estructuras de hormigón armado, diferencia entre las cargas actuantes sobre la estructura considerada en su totalidad y las solicitaciones de diseño en las distintas secciones transversales de los elementos individuales.

Al respecto, se utilizan métodos de Análisis Elásticos para calcular las solicitaciones de servicio en los elementos individuales debidas a las acciones de las cargas de servicio sobre la totalidad de la estructura. Luego de ello, se aplican los factores de carga a las solicitaciones de servicio que actúan en las secciones transversales individuales.

A modo de ejemplo, para una viga bajo cargas de peso propio y sobrecarga, tenemos:

$$M_u = 1,2 M_D + 1,6 \cdot M_L$$

$$V_u = 1,2 V_D + 1,6 V_L$$

Requisitos de comportamiento bajo cargas de servicio

El lograr una resistencia adecuada no garantiza un comportamiento satisfactorio bajo cargas de servicio. Debe verificarse para ello, a modo de ejemplo para un elemento tipo viga, las condiciones de fisuración y las deformaciones de la pieza.

Como veremos al tratar el Capítulo 7, los menores coeficientes de seguridad adoptados en caso de fallas dúctiles, vuelven aún más importantes dichas verificaciones.

Planos límites de deformación y su correlación con el factor de reducción ϕ según CIRSOC 201/05

Introducción

Todos los planos de deformación que giran sobre los puntos A o B de acuerdo a la Figura 39, constituyen planos límites de deformación. En todos los casos se agota la capacidad de deformación del hormigón comprimido o el acero traccionado, o bien de ambos materiales, para el caso de la recta que une los puntos A y B. Cabe señalar que el punto A en realidad se correspondería con una deformación específica $\epsilon_t \geq 0,005$, el CIRSOC 201/05 no limita su valor máximo.

Dominios o zonas

Según las deformaciones límites que experimente una sección de hormigón estructural, se definen distintas zonas o dominios:

Dominio 1

Corresponde a las solicitaciones de tracción simple ($\epsilon_t \geq 0,005$) o tracción compuesta donde toda la sección está solicitada a tracción. Las ecuaciones de diseño de este dominio serán desarrolladas en el Capítulo 13. A fin de plantear el punto A se adopta $\epsilon_t = 0,005$ en la Figura 39.

Dominio 2

Flexión simple o compuesta, en donde la fibra más traccionada posee un valor de $\epsilon_t \geq 0,005$ y la fibra extrema comprimida de hormigón no agota su capacidad de deformación ($\epsilon'_c \leq 0,003$).

Dominio 3

Corresponde a los casos de flexión simple o compuesta en donde se agota la capacidad de deformación del hormigón comprimido ($\epsilon'_c = 0,003$) y el acero más elongado tiene una deformación específica mayor o igual a 0,002 ($\epsilon_t \geq 0,002$). En este dominio se encuentra comprendida la zona 3a que corresponde a los distintos

planos de deformación límite aceptables de diseño para una sección solicitada a flexión simple. Esta situación de diseño se tratará en el Capítulo 7.

Dominio 4

Las rectas correspondiente a los distintos planos límites deformados pivotean sobre el punto $\epsilon'_c=0,003$, en tanto que la elongación de la armadura más traccionada es cada vez menor, oscilando entre $0 \leq \epsilon_t \leq 0,002$, con situaciones de flexión compuesta en donde predomina la compresión sobre la flexión (Capítulo 28).

Dominio 5

Se corresponde con la zona de planos límites de compresión simple o compuesta, como caso extremo el de compresión simple. Las ecuaciones correspondientes a la recta límite de este dominio se desarrollarán en el Capítulo 26, y las situaciones intermedias en el Capítulo 28. El CIRSOC 201/05, según el criterio planteado por el ACI 318/05 considera aún para el caso de compresión simple una valor de $\epsilon'_c = 0,003$, diferenciándose en este aspecto del CEB-FIP y de las normas españolas de hormigón estructural.

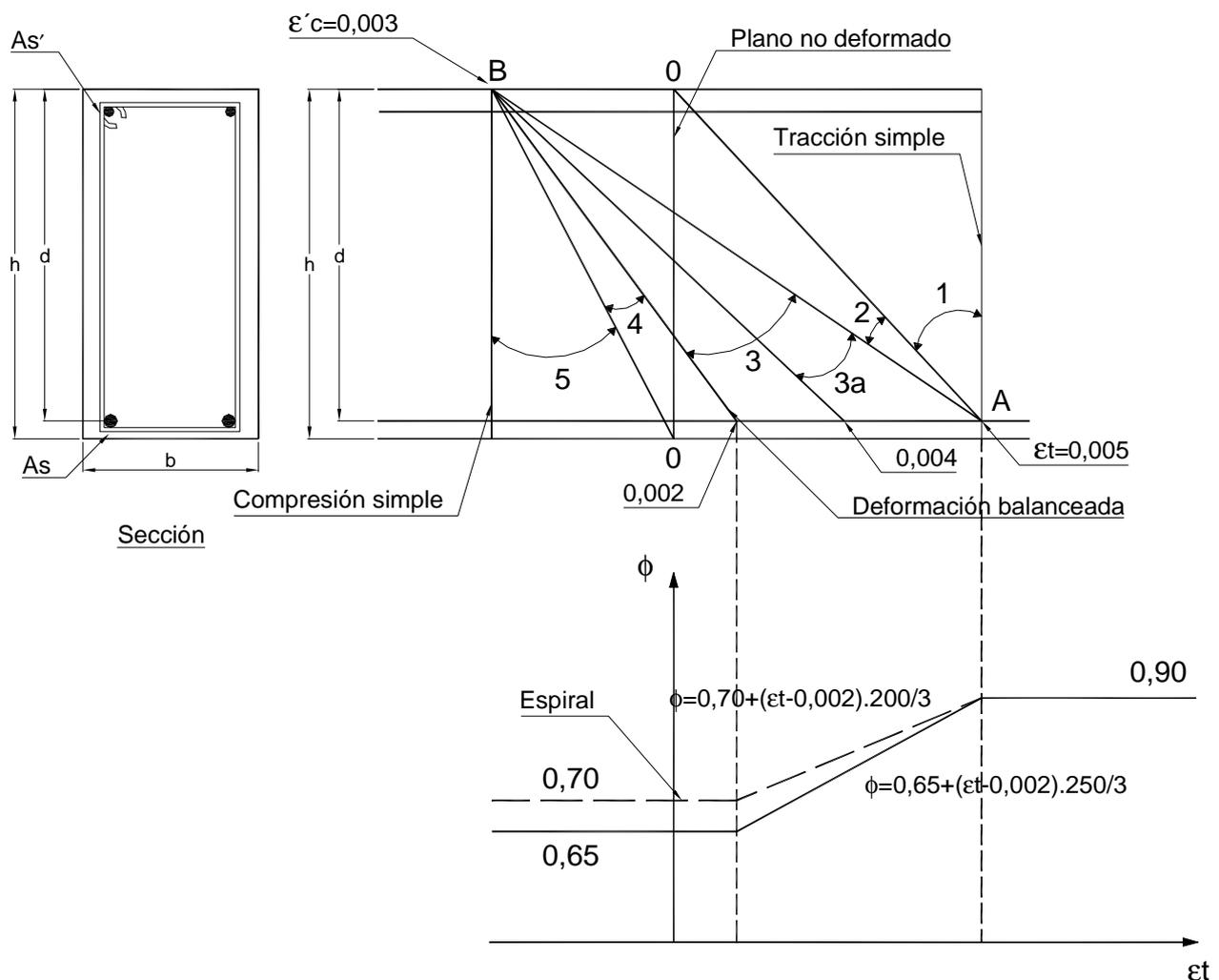


Figura 39: Planos límites de deformación y su correlación con ϕ (CIRSOC 201/05)

El código CEB-FIP y las Normas Españolas de hormigón estructural adoptan convencionalmente $\epsilon_t \leq 0,01$ y $\epsilon'_c \leq 0,0035$ para piezas solicitadas a flexión compuesta, en tanto que para piezas solicitadas a compresión simple adoptan $\epsilon'_c = 0,002$ ¹.

¹ Referencia 30) y 75).

Planos límites de deformación y coeficientes de seguridad según CIRSOC 201/82

Según el CIRSOC 201/82, el agotamiento de la resistencia del hormigón se produce con una deformación específica $\epsilon'_c = 0,0035$. En ese caso, se aplica un único coeficiente de seguridad que varía según la zona en función del tipo de rotura, según se anexa en la Figura 40.

Dominio 1: tracción céntrica y con pequeña excentricidad.

Dominio 2: flexión simple o compuesta hasta el agotamiento de la resistencia del hormigón ($\epsilon'_b \leq 0,0035$) y con el aprovechamiento de la tensión de fluencia en el acero.

Dominio 3: flexión simple o compuesta con el aprovechamiento de la resistencia del hormigón y de la tensión de fluencia en el acero.

Dominio 4: flexión compuesta sin llegar al límite de fluencia del acero y con agotamiento de la resistencia del hormigón.

Dominio 5: compresión céntrica y flexocompresión con pequeña excentricidad.

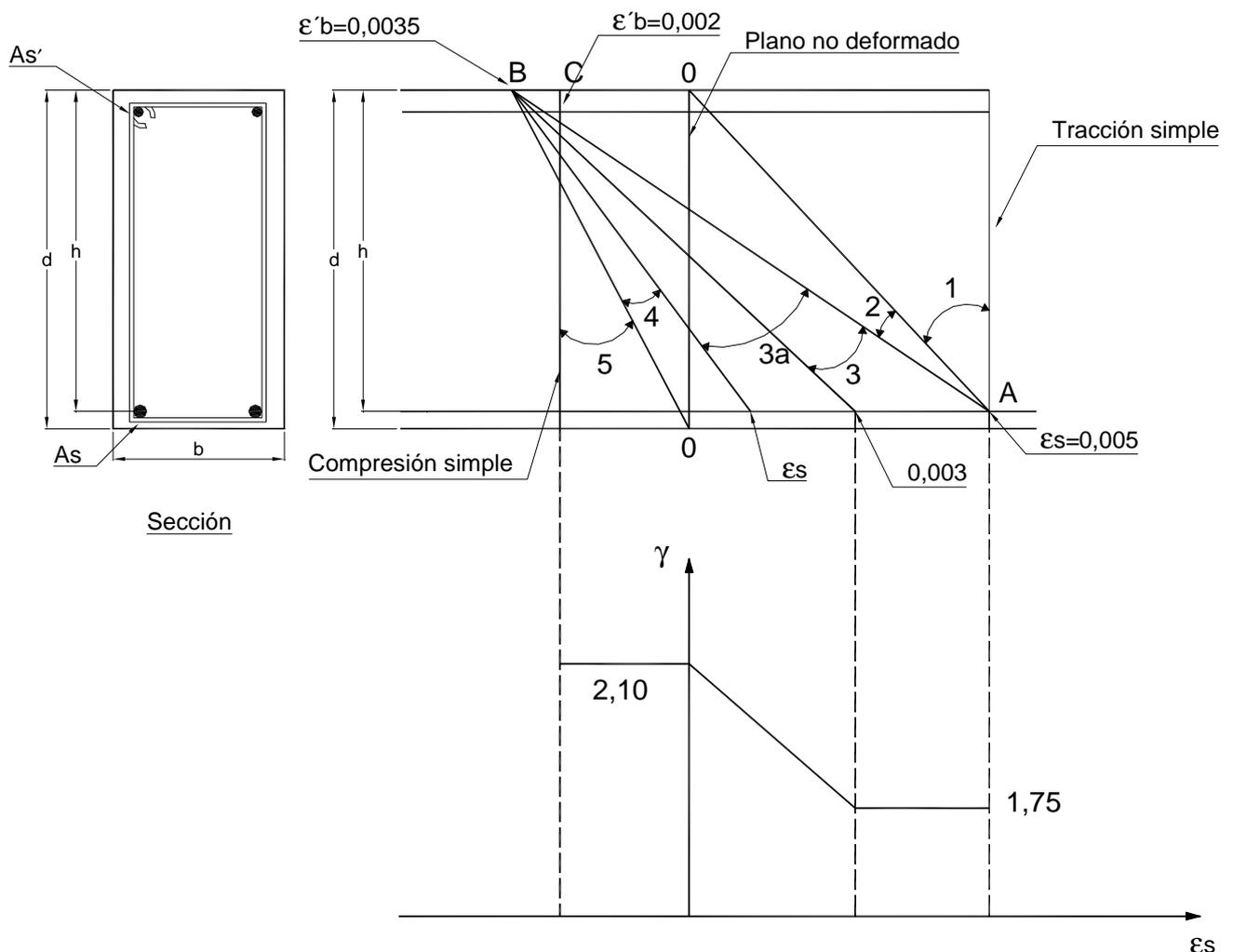


Figura 40: Planos límites de deformación y su correlación con el coeficiente de seguridad (CIRSOC 201/82)

Capítulo 7

Flexión simple

Aspectos generales

A fin de interpretar el comportamiento de una viga sometida a flexión simple, vamos a realizar un ensayo, y en base a los resultados del mismo, intentaremos establecer las hipótesis de diseño. La viga a ensayar, será simplemente apoyada, de sección rectangular, con una armadura inferior (A_s) definida de tal forma de obtener una rotura “con aviso”, es decir, dúctil. Se coloca un sistema de cargas concentradas en los tercios de la luz de la viga, de forma de tener un valor de momento flector máximo constante sobre la zona interior a ambas cargas. La viga será esbelta, es decir, para este sistema de cargas debe verificar una relación $l/h > 8$. De esa forma, la sección en estudio cumplirá con la hipótesis de Bernoulli, que plantea que una sección plana antes de la deformación, continúa siendo plana luego de la deformación.¹

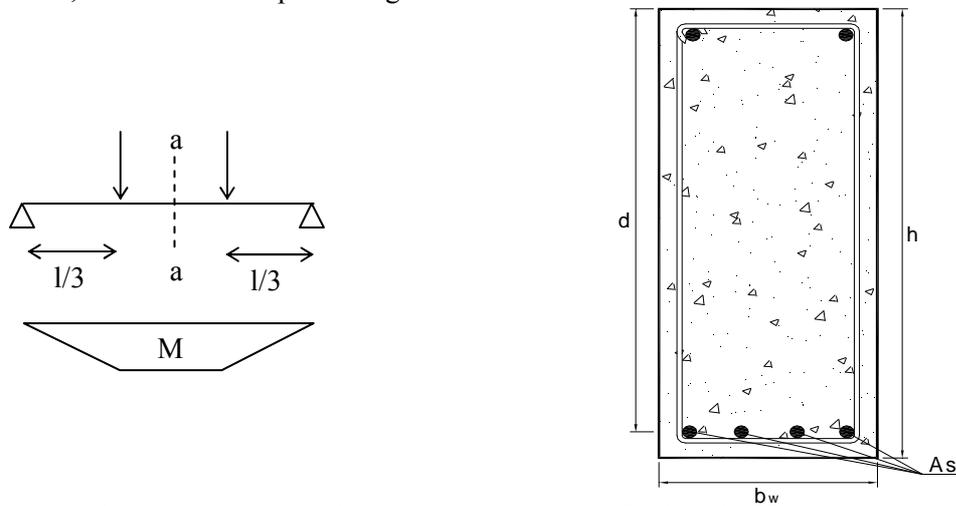


Figura 41: Esquema de ensayo de una viga a flexión simple

Referencias:

- d = altura útil
- h = altura total de la pieza
- b_w = ancho de la sección
- ρ = cuantía geométrica de armadura
- f_r = tensión de rotura a tracción del hormigón sometido a flexión

$$\rho = \frac{A_s}{b_w \cdot d}$$

Las cargas se irán incrementando paulatinamente desde un valor nulo hasta obtener la falla por flexión de la pieza. Llamaremos cuantía (ρ) a la relación existente entre la sección de armadura dividida por el ancho de la sección (b_w) y por la altura útil (d).

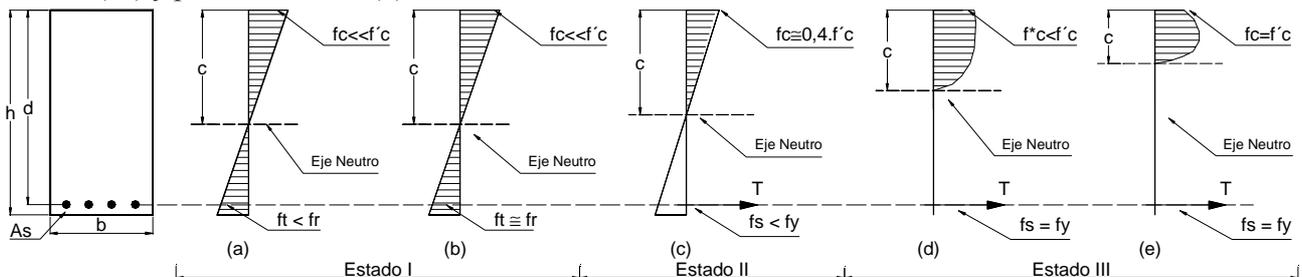


Figura 42: Escalones de carga para una viga sometida a flexión simple

¹ Consultar Capítulo 23.

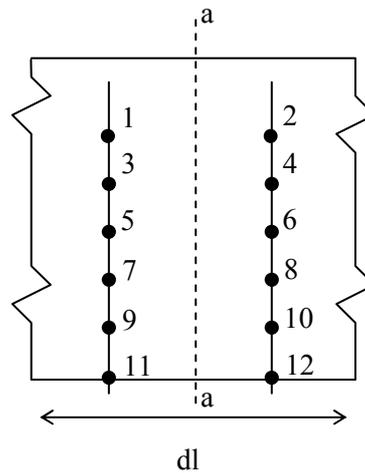
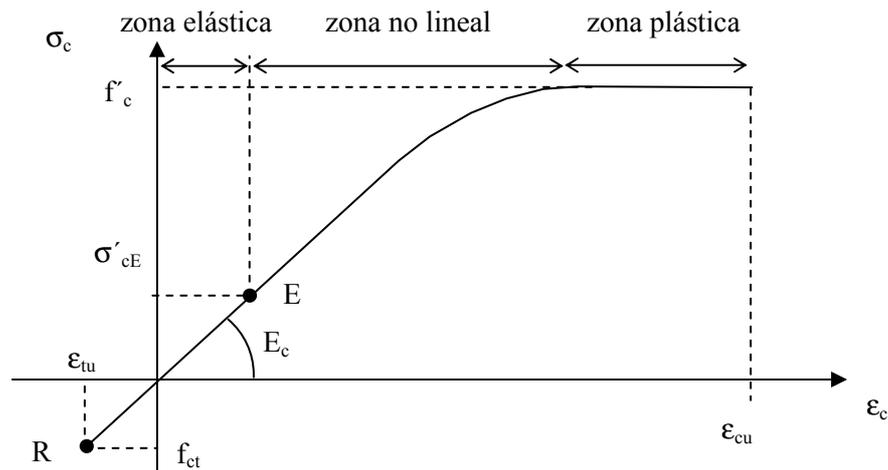


Figura 43: Segmento diferencial de la viga en estudio

A medida que las cargas se incrementen, estudiaremos la zona central (sección a-a), colocando puntos fijos a ambos lados y midiendo las distancias entre los mismos antes después de aplicar cada escalón de cargas. Plantearemos la hipótesis de compatibilidad de deformaciones, es decir, asumimos que a igual profundidad del eje neutro, las deformaciones específicas en acero y hormigón circundante son iguales ($\epsilon_c = \epsilon_s$). A fin de evaluar para cada escalón de cargas el estado tensional en la sección se deberá plantear previamente la hipótesis tensión-deformación del acero y hormigón. Para el hormigón utilizaremos la siguiente relación σ - ϵ :

Figura 44: Relación σ - ϵ para el hormigón

Donde ϵ_{tu} es la deformación específica de rotura a tracción del hormigón, f_{ct} es la resistencia a tracción del hormigón y σ'_{cE} es igual a $0,40 \cdot f'_c$ (valor límite aproximado para el esfuerzo de compresión con comportamiento elástico). Para el acero utilizaremos el diagrama bilineal tanto para tracción como para compresión. Para ambos materiales, los diagramas son simplificados o idealizados, básicamente la ecuación constitutiva del hormigón en estado III es compleja de tratar matemáticamente dado el estado de plastificación del material para este nivel. Por tanto, para cada escalón de cargas, mediremos las deformaciones específicas de las distintas fibras en la sección a-a y con dichos valores determinaremos los diagramas tensionales. Hasta el punto E el comportamiento del hormigón a compresión es sensiblemente lineal.

Escalón de cargas (a)

Para valores reducidos de carga, los esfuerzos de compresión y tracción no superan la resistencia del hormigón. La pieza se mantiene sin fisuras (Estado I), la distribución de tensiones en la sección es la indicada en la figura (a). Para este nivel de tensiones, toda la sección es efectiva a fin de evaluar el momento de inercia, por lo que se trabaja con la sección homogeneizada total, de la forma:

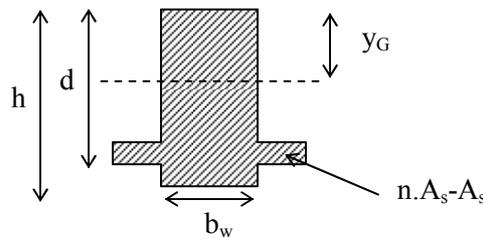


Figura 45: Sección homogeneizada

Expresando a la relación de módulos de elasticidad del acero y del hormigón como se planteó en el Capítulo 5, ($n = E_s/E_c$) y considerando dicha relación sólo como una aproximación constante, se obtiene:

$$A_H = A_g + A_s (n - 1)$$

$$A_g = b_w \cdot h$$

$$A_c = A_g - A_s$$

$$A_H = b_w \cdot h + A_s (n - 1)$$

Con A_H la sección homogeneizada.

Tomando momentos estáticos respecto a un eje coincidente con el borde superior de la sección, se obtiene:

$$y_g = \frac{b_w \cdot h \cdot \frac{h}{2} + A_s \cdot (n - 1) \cdot d}{A_H}$$

Tomando ahora momentos de inercia con respecto al eje baricéntrico:

$$I_H = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(y_g - \frac{h}{2} \right)^2 + A_s \cdot (n - 1) \cdot (d - y_g)^2$$

Con I_H = momento de inercia de la sección homogeneizada.

Podemos obtener las tensiones para cargas de corta duración en forma aproximada en la pieza bajo la hipótesis de comportamiento elástico y lineal.

$$f_c = -\frac{M}{I_H} \cdot y_g$$

$$f_{ct} = +\frac{M}{I_H} \cdot (h - y_g)$$

Escalón de cargas (b)

Se incrementan levemente las cargas, el esfuerzo de tracción en la zona inferior de la pieza, prácticamente agota la capacidad de absorber tracciones en el hormigón ($f_t \cong 1/10 f'_c$). Antes de que se produzca la primera fisura, aún toda la sección de hormigón se mantiene efectiva. La armadura (A_s) toma el esfuerzo de tracción que surge de la compatibilidad de deformaciones. Dado que existe adherencia, y el rango de tensiones de compresión en el hormigón es reducido, los esfuerzos en ambos materiales pueden relacionarse a través del parámetro n (relación de módulos) $n = E_s/E_c$, de manera tal que la tensión en el acero será $f_s = n \cdot f_t$.

La distribución de tensiones será la indicada en la figura (b). Hasta aquí la viga presenta un comportamiento aproximadamente elástico.

En las cercanías a la carga que agota la capacidad de absorber tracciones en el hormigón, el diagrama de la zona traccionada en forma más precisa, se torna curvilíneo.

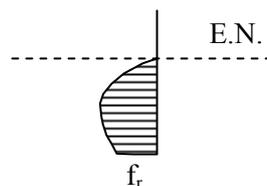


Figura 46: Diagrama de la zona traccionada del hormigón por debajo del eje neutro

Escalón de cargas (c)

Se llega al denominado Momento Crítico (M_{cr}) que es aquel para el cual se produce la primera fisura en la pieza. Al pasar del estado no fisurado (Estado I), al estado fisurado (Estado II), cambia el mecanismo resistente y en la sección correspondiente a la fisura, toda la tracción tomada por el hormigón se transfiere al acero. Esto motiva que el eje neutro, ascienda conforme la carga aumenta, la sección pierde paulatinamente rigidez, dado que su momento de inercia disminuye. Para este rango de cargas, $f_c \leq 0,40 f'_c$, la distribución de tensiones en el hormigón es casi lineal. El esfuerzo de tracción en el acero (T), será $T = M/z$, donde z es el brazo elástico, distancia entre la resultante de tensiones de compresión en el hormigón (C) y la resultante de tracción en la armadura (T). La magnitud de las cargas de esta etapa se corresponde con las condiciones de servicio de la viga. El estado tensional idealizado se representa en la figura (c). Podemos ubicar ahora el centro de gravedad, tomando nuevamente momentos estáticos respecto de la fibra superior, por lo que tenemos $c = (b \cdot c \cdot c/2 + n \cdot A_s \cdot d) / (b \cdot c + n \cdot A_s)$. Esta ecuación de segundo grado, permite ubicar la posición de c (distancia al eje neutro). Estos conceptos se amplían al final del presente capítulo.

El salto tensional en la armadura en correspondencia con la fisura al pasar del estado I al estado II, será función de la cuantía geométrica existente en la pieza. Dicho salto se incrementa para cuantías de armadura menores, de allí tal cual se verá, surge la necesidad de fijar cuantías mínimas para evitar que se produzcan fallas frágiles.

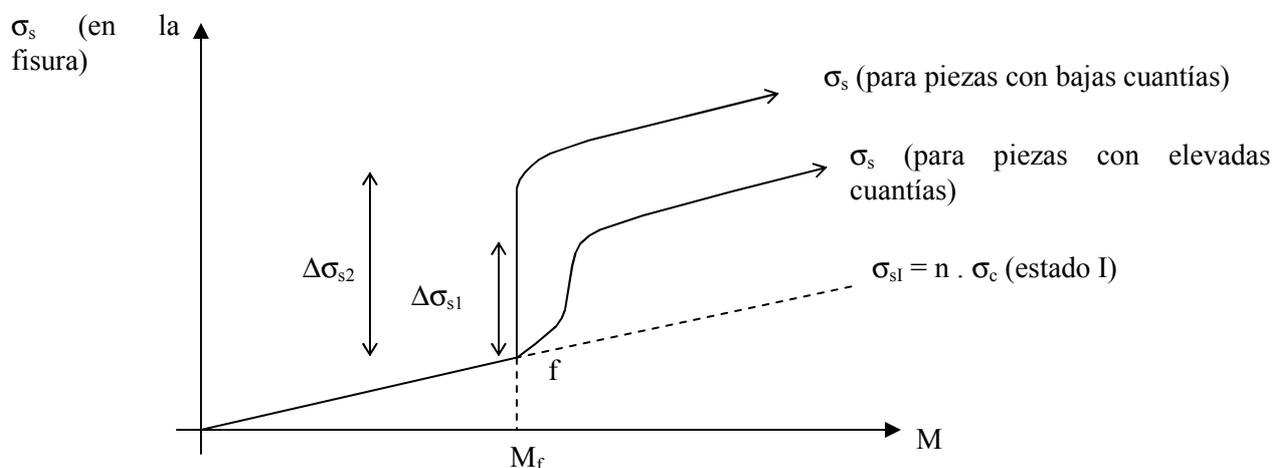


Figura 47: Salto tensional en la armadura en correspondencia con la fisura

Escalón de cargas (d)

Dado que la viga está subarmada, la tensión en la armadura llega al valor de fluencia $T = A_s \cdot f_y$, el hormigón comprimido no agota aún su capacidad de deformación (ϵ'_c). Las flechas aumentan rápidamente y las fisuras crecen y se ensanchan [esquema (d)]. El diagrama de tensiones en el hormigón es francamente curvilíneo (Estado III).

Escalón de cargas (e)

Si las cargas se continúan incrementando, para cualquier aumento de momento, el equilibrio se conseguirá a costa de un aumento en el brazo de palanca (z), dado que:

$$\begin{aligned} T &= \text{constante} = A_s \cdot f_y \\ M &= C \cdot z = T \cdot z \\ dM &= dT \cdot z + dz \cdot T = 0 + dz \cdot T = dz \cdot T \end{aligned}$$

Al aumentar el brazo de palanca (z), con un valor de esfuerzo de tracción en la armadura constante (T), la zona comprimida se reduce paulatinamente. Finalmente la pieza rompe al agotar su capacidad de deformación en dicha zona, esto si la cuantía de armadura colocada no supera un cierto valor máximo. Tenemos entonces una rotura dúctil con deformaciones en el acero $\epsilon_s \geq 5\%$, con agotamiento del hormigón comprimido ($\epsilon'_c > 3\%$).

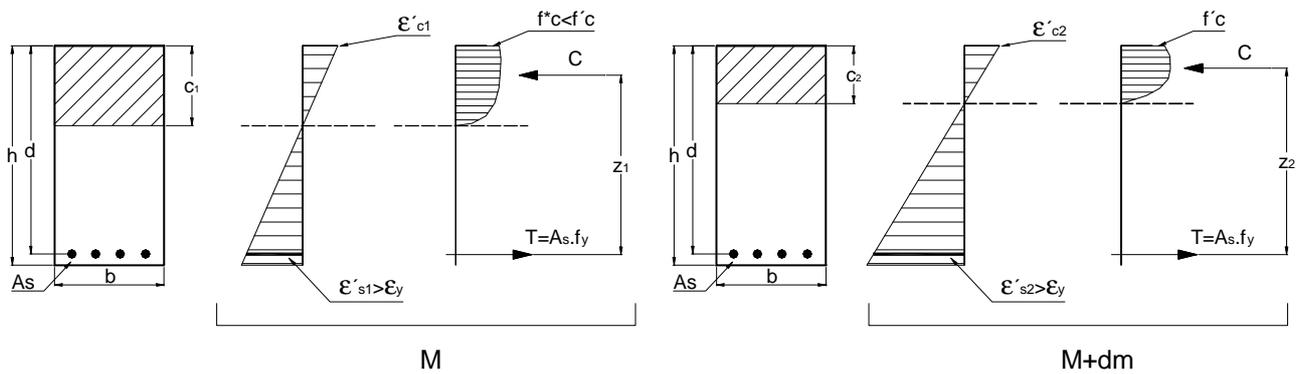


Figura 48: Estado final de la viga sometida a flexión simple

$$\epsilon'_{c2} > \epsilon'_{c1}$$

$$C = T = \text{constante} = A_s \cdot f_y$$

$$z_2 > z_1$$

$c_2 < c_1$ (profundidad del eje neutro)

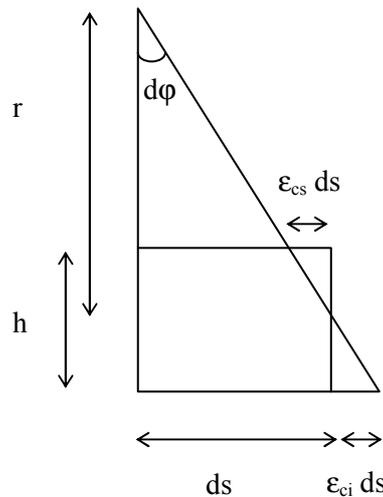
Las etapas de carga descriptas son diferenciadas en el diagrama de momento resistente versus curvatura. Definimos a la curvatura como:

$$\phi = \frac{1}{r} = \frac{M}{E.I}$$

donde:

r = radio de curvatura.

ds = segmento de la viga.



La expresión de la curvatura en función de los valores de las deformaciones absolutas de las fibras extremas de la sección resulta:

$$\phi = \frac{1}{r} = \frac{\epsilon_{cs} + \epsilon_{ci}}{h}$$

Adicionalmente, podemos trabajar con la ecuación:

$$d\phi = \frac{ds}{r} = ds \cdot \left(\frac{\epsilon_{cs} + \epsilon_{ci}}{h} \right)$$

Es posible establecer relaciones M-φ para vigas de hormigón armado tanto en estado I (no fisurado), como así también para el estado II en función de las deformaciones ϵ_{cs} y ϵ_{ci} de las fibras extremas.

Al producirse la fisuración, la curvatura aumenta repentinamente en un $\Delta(1/r)$ para un mismo valor de M.

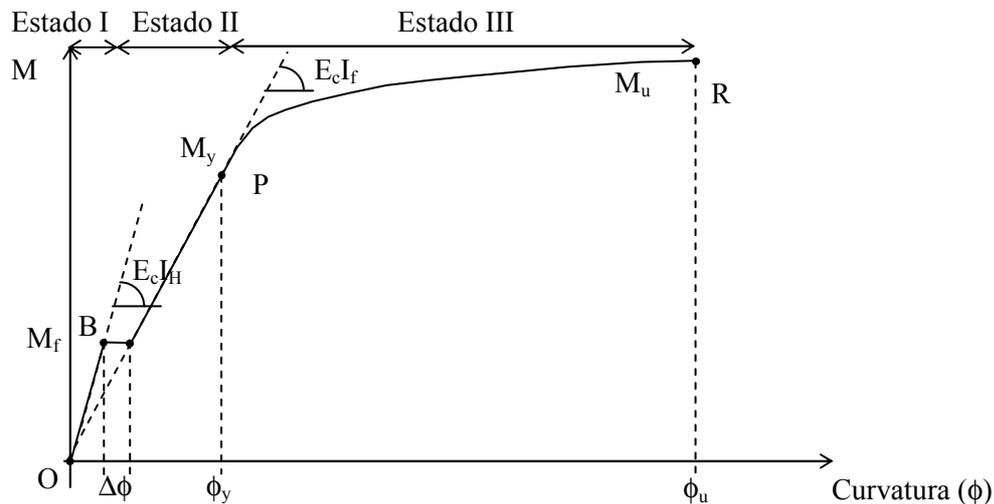


Figura 49: Diagrama momento resistente – curvatura de una viga con carga uniformemente distribuida

El primer tramo (OB) muestra una mayor pendiente, la pieza no está fisurada y posee una mayor rigidez. En el tramo (PR) se puede apreciar que el acero ha entrado en fluencia, y la pendiente de la curva $M_n-\phi$ es mínima, la falla es inminente.

Tipos de falla en elementos sometidos a flexión (CIRSOC 201/05)

La naturaleza de la falla está definida en función de la cuantía (ρ) de la pieza. Así podemos definir tres clases de rotura para elementos sometidos a flexión simple.

Secciones subarmadas

Son aquellas donde se alcanza antes la fluencia de la armadura que el agotamiento del bloque de tensiones del hormigón, la llegada a rotura de la pieza viene precedida de importantes deformaciones y un cuadro marcado de fisuración.

Tenemos entonces una **rotura dúctil**, con una deformación específica en el **acero traccionado $\epsilon_s \geq 5\%$** . La viga del ensayo presentó una rotura de este tipo.

Secciones sobreamadas

En piezas con **cuantías elevadas de acero**, la rotura se produce por **agotamiento del hormigón comprimido antes que el acero llegue a fluencia ($\epsilon_s < \epsilon_y$)**. Son roturas eminentemente frágiles con escasa o nula fisuración previa, por lo que no está permitido el diseño de piezas a flexión con cuantías que conduzcan a esto (**$\rho < \rho_{máx.}$**). Adicionalmente, una viga sobreamada estará sometida, bajo cargas de servicio, a tensiones elevadas de compresión en la cabeza comprimida de hormigón y por tanto a un proceso de importantes deformaciones por fluencia lenta.

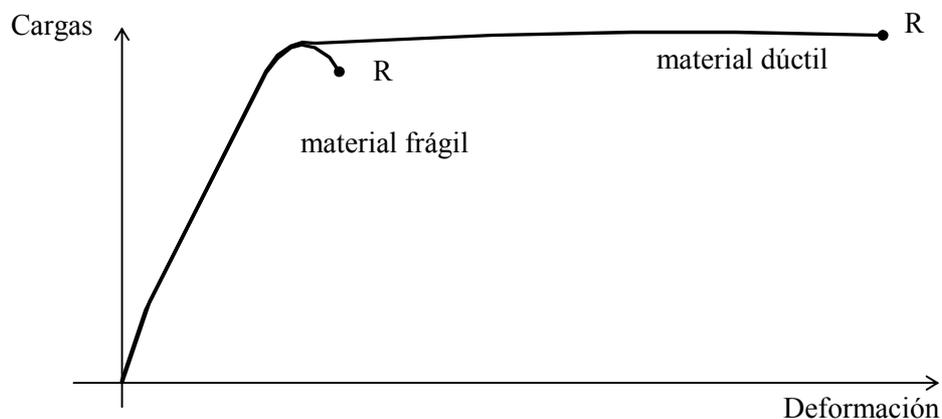


Figura 50: Comportamiento de los materiales ante la acción de cargas

Secciones balanceadas

Son aquellas en donde en forma simultánea el hormigón llega a una deformación límite (ϵ'_c) y el acero llega a fluencia ($\epsilon_s = \epsilon_y$). La falla es sin aviso, frágil, no deseable. La cuantía asociada con este tipo de falla se denomina en la bibliografía, cuantía balanceada (ρ_b).

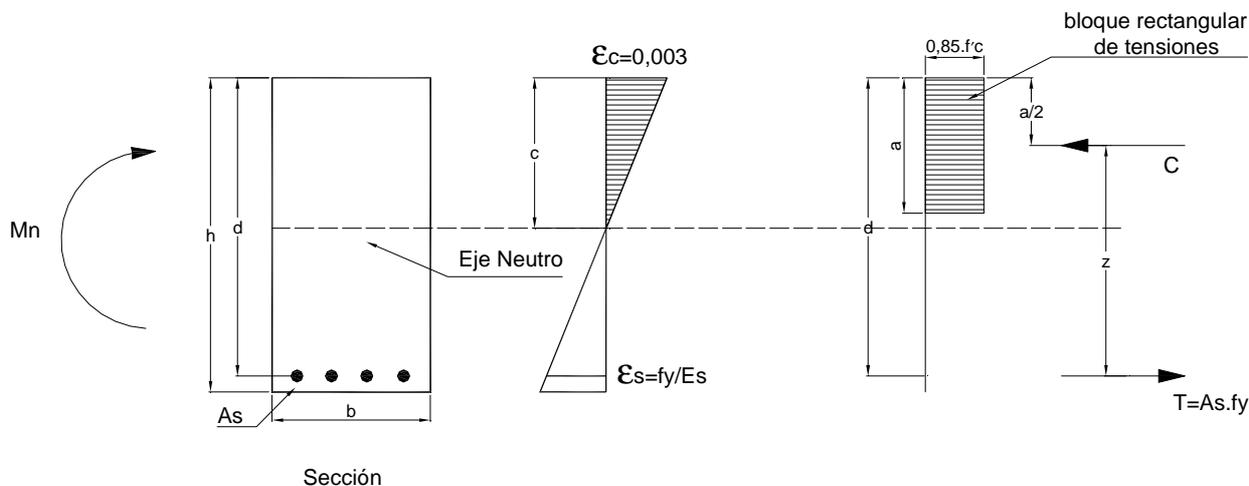


Figura 51: Diagramas de tensiones y deformaciones para una falla balanceada

De adoptarse un diagrama equivalente rectangular de tensiones y plantear la ecuación de equilibrio de fuerzas según el eje de la viga, se obtiene:

$$C = T$$

Equilibrio de fuerzas:
$$0,85 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot c \cdot b_w = \rho_b \cdot b_w \cdot d \cdot f_y$$

De la semejanza de triángulos:
$$c = \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_y} \right) \cdot d$$

Por lo tanto:

$$\rho_b = 0,85 \cdot \beta_1 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_y} \right) \quad (I)$$

Reemplazando en (I):

$$\epsilon_s = f_y / E_s = f_y / 200000 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_c = 0,003$$

Obtenemos la cuantía balanceada en función de la resistencia del hormigón y del acero:

$$\rho_b = 0,85 \cdot \beta_1 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot \left(\frac{600}{600 + f_y} \right)$$

Al respecto, el CIRSOC 201/05 establece que para piezas solicitadas a flexión simple o flexión predominante (definida así cuando la carga última asociada $N_u \leq 0,10 \cdot f'_c \cdot A_g$), la deformación neta de tracción (ϵ_t) para la resistencia nominal debe ser mayor o igual a 0,004. Esta condición establecida para asegurar una rotura con preaviso, en ediciones anteriores del Código ACI 318, se planteaba fijando un tope a la cuantía máxima en base a la cuantía que surge de las condiciones de deformación balanceada (ρ_b):

$$\rho \leq 0,75 \cdot \rho_b$$

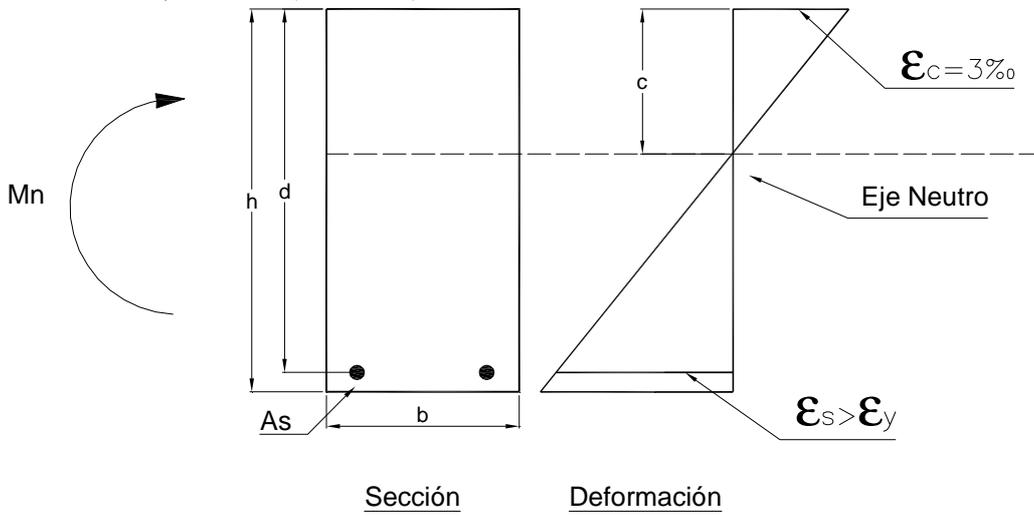
La misma se corresponde con un valor asociado de $\epsilon_t \geq 0,0038$, adoptándose $\epsilon_t = 0,004$ en la edición del Código ACI 318/05. Las razones de fijar un valor mínimo de ϵ_t por encima de ϵ_y , pretenden asegurar que la falla será de tipo dúctil. Si planteáramos valores mínimos de ϵ_t cercanos a ϵ_y , puede ocurrir que frente a una sobre resistencia del acero para entrar en fluencia, o ante el hecho de que la armadura colocada resulte superior a la requerida por cálculo, la rotura se produciría prácticamente en simultáneo cuando el hormigón agote su capacidad de deformarse (ϵ'_c) y el acero entre en fluencia (ϵ_y), resultando la falla frágil y repentina. En el presente texto, al plantear las hipótesis de diseño a flexión, se fijará como mínima elongación del acero más traccionado un valor superior al mínimo permitido igual a $\epsilon_t \geq 0,005$, dado que por debajo de dicho valor

de elongación de la armadura, el factor ϕ se reduce considerablemente, castigando el diseño y no resultando conveniente desde un punto de vista económico.

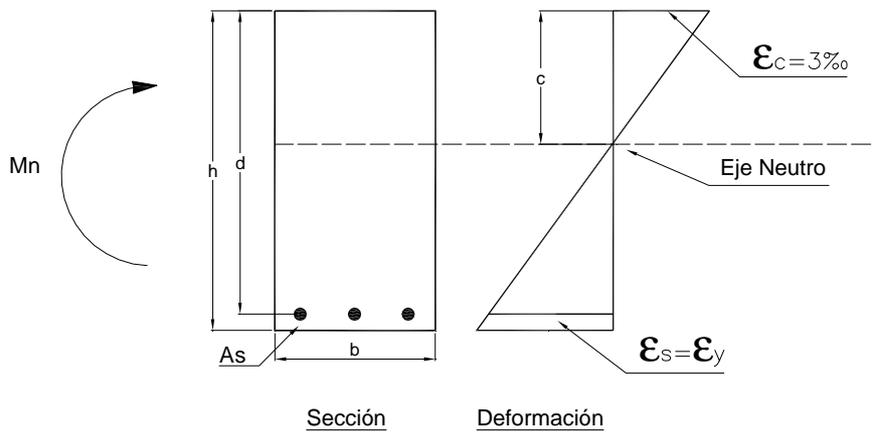
Por tanto:

Para $\epsilon_t \geq 0,005 \Rightarrow \phi = 0,90$

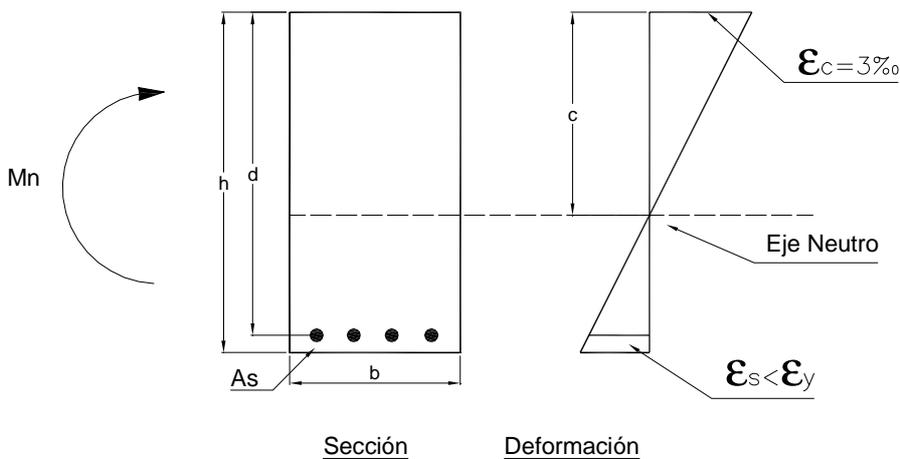
Para $\epsilon_t \geq 0,004 \Rightarrow \phi = 0,65 + (\epsilon_t - 0,002) 250/3 \leq 0,90$



Sección Deformación
Figura 52: Falla sección subarmada



Sección Deformación
Figura 53: Falla balanceada



Sección Deformación
Figura 54: Falla sección sobreamada ($\rho > \rho_{m\acute{a}x}$)

Podemos expresar el concepto de ductilidad en función de la relación entre curvatura última y de fluencia.

$$\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

con:

ϕ : ductilidad de curvaturas

ϕ_u = curvatura última

ϕ_y = curvatura de fluencia

A modo de ejemplo, para el estado que definimos como “falla balanceada”, el valor de ϕ es uno ($\phi = 1$), situación que no resulta admisible para el diseño. Para vigas sobreamadas, la ductilidad es menor a uno. Naturalmente, para fallas dúctiles (sección subarmada) la ductilidad es varias veces mayor que la unidad.

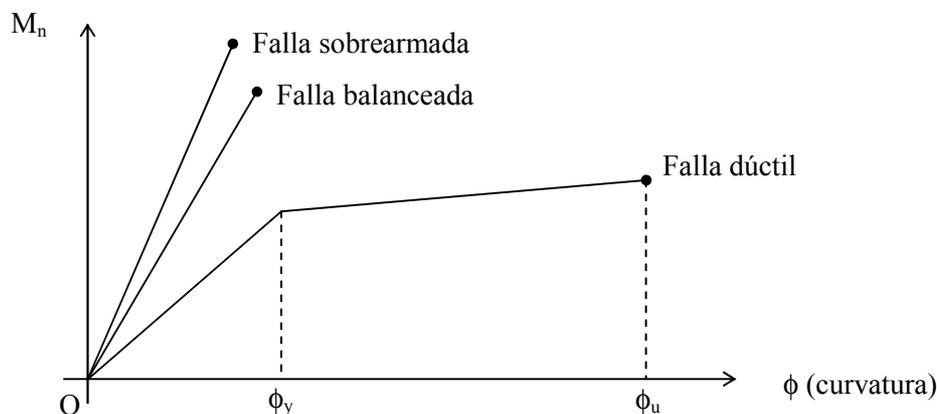


Figura 55: Diagrama esfuerzo-deformación para cada clase de falla



Figura 56: Falla frágil (izq.) y dúctil (der.) de una viga ensayada a flexión con una carga céntrica (LABIEVI de la UNPSJB)

Cuantía mínima a flexión según CIRSOC 201/05

Adicionalmente a las clases de falla de una viga sometida a flexión mencionadas anteriormente, existen circunstancias en las cuales la sección de la pieza no se elige en función de la intensidad de las cargas actuantes, sino de cuestiones arquitectónicas o funcionales. Vale decir, puede ocurrir que los esfuerzos no sean de importancia y por tanto, las cuantías de armaduras resultantes sean reducidas.

En estos casos, se debe evaluar que la armadura colocada en la pieza (que estaría trabajando en estado I, sin fisuras), al sufrir un incremento de cargas y fisurarse, sea capaz de absorber los esfuerzos de tracción que anteriormente tomaba el hormigón. Caso contrario, se produciría una falla frágil, inadmisibles para el código.

Para evaluar la cantidad mínima de acero requerida para evitar este tipo de falla, se debe analizar la sección en estudio antes y después de producirse la fisura a flexión.

En la etapa previa a la fisuración de la viga, como una aproximación, se asume un diagrama de tensiones triangular en el hormigón. La tensión teórica de rotura a tracción se adopta:

$$f_r = 0,625 \cdot \sqrt{f'_c}$$

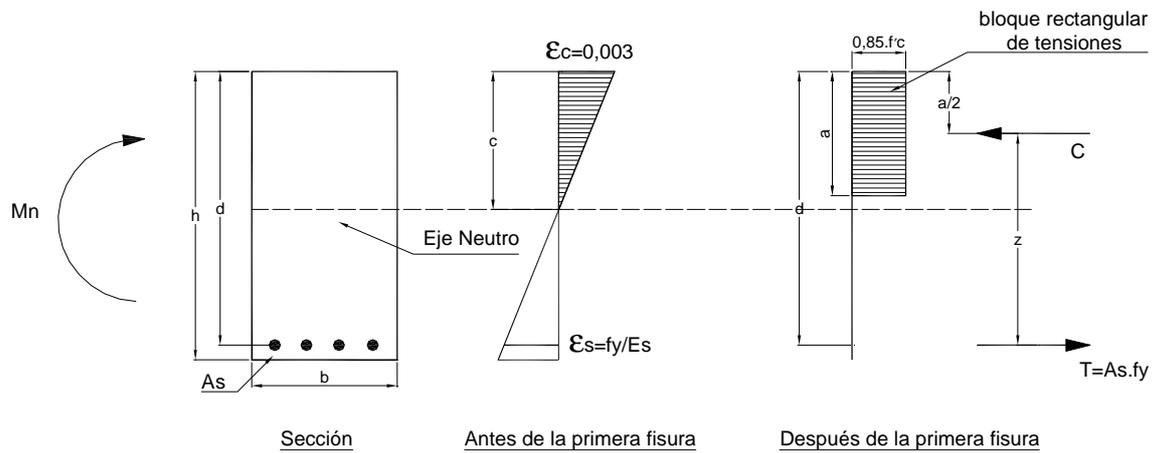


Figura 57: Diagramas de esfuerzos de la pieza antes y después de la primera fisura

$$M_{cr} = \frac{2}{3} \cdot T_{cr} \cdot h = \frac{2}{3} \cdot f_r \cdot \frac{b \cdot h}{4} \cdot h \cong \frac{2}{3} \cdot f_r \cdot \frac{b \cdot d}{4} \cdot d$$

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

Dado que la cuantía de armadura es muy reducida, el área de hormigón comprimido también lo es, por ello se puede asumir que a es muy pequeño y por lo tanto:

$$M_n \cong A_s \cdot f_y \cdot d$$

Igualando M_{cr} y M_n :

$$\frac{2}{3} \cdot f_r \cdot \frac{b \cdot d}{4} \cdot d = A_s \cdot f_y \cdot d$$

$$f_r = 0,625 \cdot \sqrt{f'_c}$$

$$\frac{2}{3} \cdot 0,625 \cdot \frac{\sqrt{f'_c}}{4} \cdot (b \cdot d) \cdot d = A_s \cdot f_y \cdot d$$

$$A_s \geq 0,1042 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b \cdot d}{f_y}$$

El CIRSOC 201/05 especifica:

$$A_s \geq \frac{\sqrt{f'_c}}{4} \cdot \frac{b \cdot d}{f_y} = 0,25 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b \cdot d}{f_y}$$

Flexión simple según CIRSOC 201/05

En la Figura 58 se han planteado los diagramas y la notación que se utilizan en el CIRSOC 201/05. Debe verificarse que:

$$M_u \leq \phi M_n$$

M_u = resistencia requerida calculada para cargas mayoradas

M_n = resistencia nominal ("real") de la sección

ϕ = Coeficiente de reducción de resistencia en función del tipo de rotura

Las hipótesis de cálculo en las que se basará el diseño son:

1) **Las secciones inicialmente planas se mantienen planas luego de deformarse.** Esta hipótesis permite determinar las deformaciones específicas en distintos puntos de una determinada sección en estudio en función de su distancia al eje neutro (**Hipótesis de Bernoulli**).

- 2) Existe adherencia entre el acero y el hormigón, por lo tanto ambos materiales experimentan iguales deformaciones específicas si se encuentran a igual distancia del eje neutro.
- 3) El hormigón no resiste tracciones (se desprecia la capacidad de tomar dichos esfuerzos)
- 4) La deformación específica del acero más traccionado debe ser $\epsilon_t \geq 0,005$
- 5) La deformación específica de rotura del hormigón es siempre de 0,003.
- 6) Las tensiones de compresión en el hormigón pueden representarse mediante un bloque de tensiones uniformes de valor $f_c^* = 0,85 f_c$ siendo “ f_c ” la resistencia especificada de compresión del hormigón.

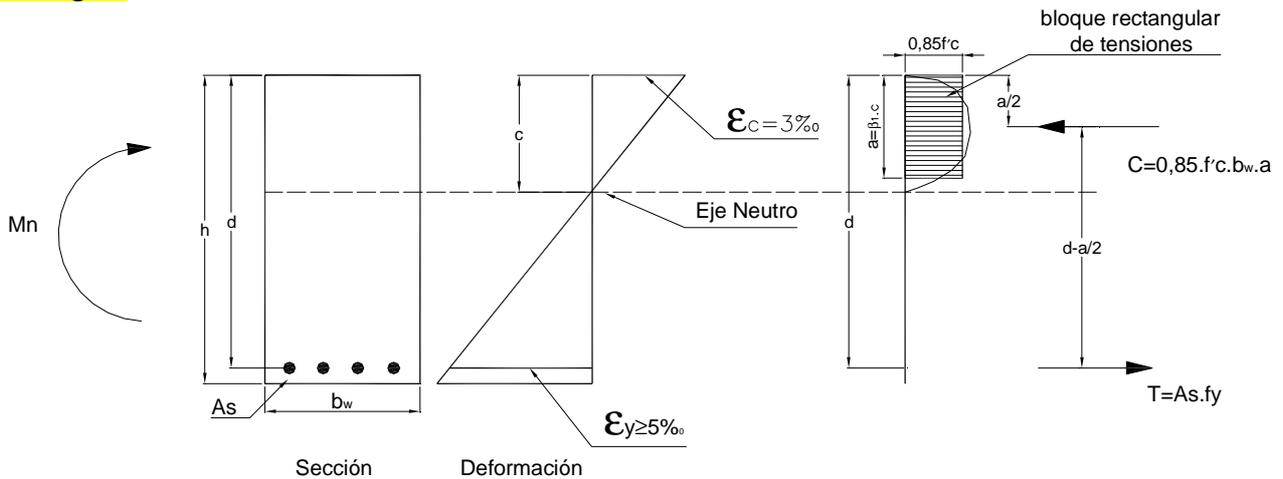


Figura 58: Bloque de tensiones del hormigón y deformaciones

El eje neutro de tensiones es paralelo al eje neutro de deformaciones y la profundidad “a” del bloque de tensiones en el hormigón está relacionada con la profundidad “c” del eje neutro de deformaciones mediante la expresión $a = \beta_1 \cdot c$ donde:

Si $f_c = 30$ MPa, entonces $\beta_1 = 0,85$ y

Si $f_c > 30$ MPa, entonces $\beta_1 = 0,85 - 0,05 (f_c - 30\text{MPa}) / 7 \geq 0,65$

β_1 en función de f'_c (MPa)						
≤ 30	35	40	45	50	55	60
0,85	0,814	0,779	0,743	0,707	0,671	0,650

Tabla 10: Valor de los coeficientes β_1 en función de f'_c (referencia 109)

7) El acero tiene un comportamiento perfectamente elastoplástico. Para deformaciones menores a las de fluencia su tensión se calcula como el producto de su deformación específica por el módulo de elasticidad ($E_s = 200000$ MPa) a partir de allí su tensión es igual a la tensión de fluencia especificada “ f_y ”.

Cuantías límites según CIRSOC 201/05

Se asegurará una cuantía mínima calculada mediante:

$$\rho_{\min} \geq \frac{\sqrt{f'_c \text{ (Mpa)}}}{4f_y} \text{ y } \rho_{\min} \geq \frac{1,4}{f_y}$$

Asimismo se especificará un valor máximo de cuantía geométrica para evitar el tipo de rotura de la sección sobreamada.

Comentario sobre las hipótesis planteadas

a) Mantenimiento de las secciones planas

La primera hipótesis plantea la aplicación de la teoría de Bernoulli a las vigas de hormigón armado para todo el ámbito de cargas, desde el valor nulo hasta la rotura. Debe existir una buena adherencia entre los materiales componentes acero-hormigón (2ª hipótesis), pues la aparición de fisuras en la zona traccionada implica que en correspondencia con la misma, existirá algún deslizamiento relativo entre la barra y el hormigón que la rodea. No obstante, si tomamos para el análisis un segmento que comprenda a varias fisuras, el principio enunciado es aplicable a la deformación de tracción promedio.

b) El hormigón no resiste tracciones

La exactitud de esta hipótesis es razonable dado que las tensiones de tracción que puedan existir bajo el eje neutro son reducidas y poseen adicionalmente un brazo elástico pequeño, por lo que su aporte en la resistencia a flexión es despreciable.

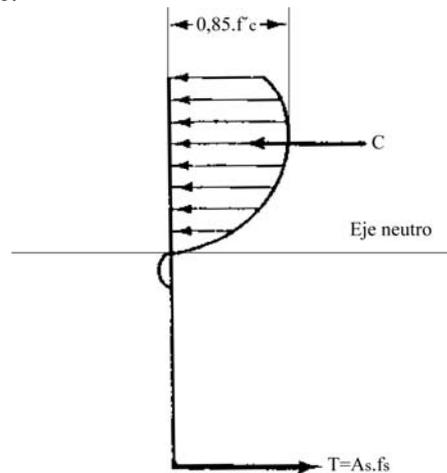


Figura 59: Distribución de los bloques de compresión y tracción

c) Deformación última (ϵ_c) del hormigón

La máxima deformación específica de compresión para llegar al agotamiento del hormigón se ha medido en numerosos ensayos realizados tanto en elementos de hormigón simple como en elementos de hormigón armado. Los resultados realizados sobre modelos de vigas y columnas indican que la máxima deformación específica del hormigón varía entre $\epsilon_c = 0,003$ y $\epsilon_c = 0,008$, sin embargo, para la mayoría de los casos prácticos la máxima deformación específica es de 0,003 a 0,004.

Si bien la máxima deformación ϵ_c disminuye a medida que aumenta la resistencia a compresión del hormigón, el valor de 0,003 asumido para el diseño es razonablemente conservador.

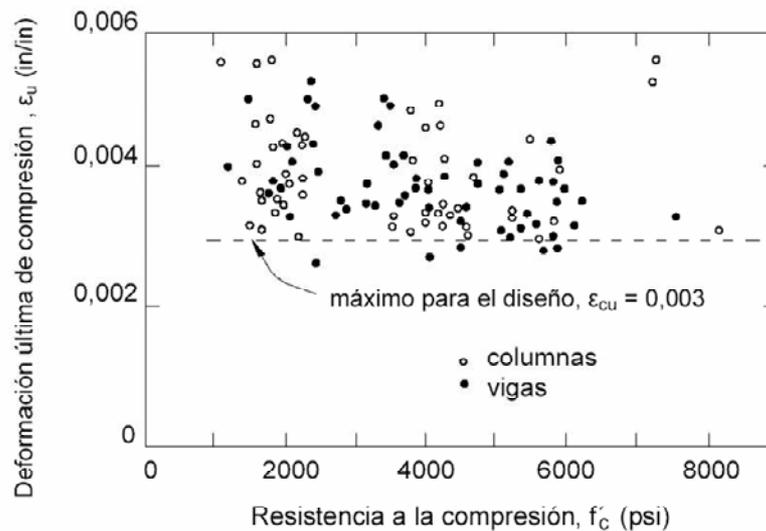


Figura 60: Ensayos y valor límite de la deformación última del hormigón (referencia 97)

d) Relación tensión - deformación en el hormigón

Los ensayos muestran que la relación tensión deformación para el hormigón se vuelve considerablemente no lineal para valores mayores a 0,50 f_c.

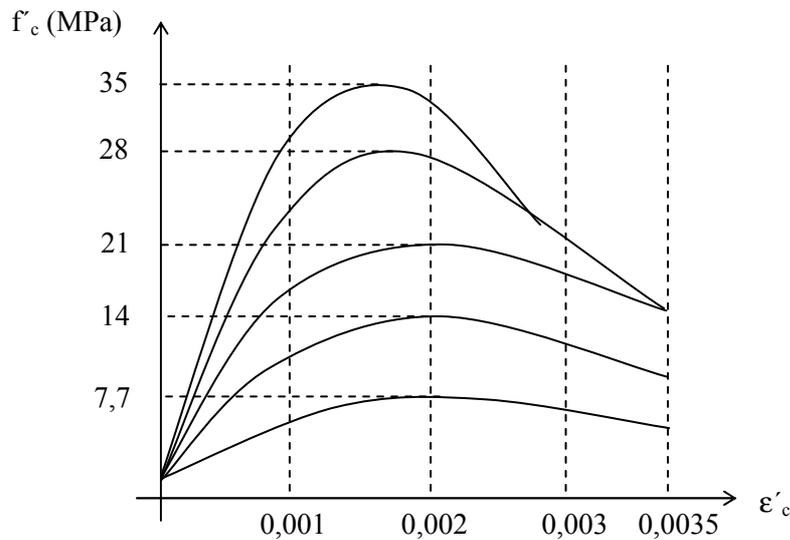


Figura 61: Relación tensión deformación del hormigón

La curva crece hasta un máximo correspondiente a una deformación específica de compresión de entre ε_c=0,0015 y ε_c=0,0020 y luego continúa una curva descendente. Los hormigones de resistencia más elevada presentan una geometría más lineal, con menos comportamiento anelástico.

La adopción de un diagrama rectangular de tensiones permite obtener resultados razonables que concuerdan sensiblemente con los ensayos (ver Figura 64). Es necesario tener en cuenta que la distribución real de las tensiones en el hormigón es compleja y por lo general desconocida.

Determinación del diagrama de tensiones equivalentes según CIRSOC 201/05

Ecuación de equilibrio de fuerzas

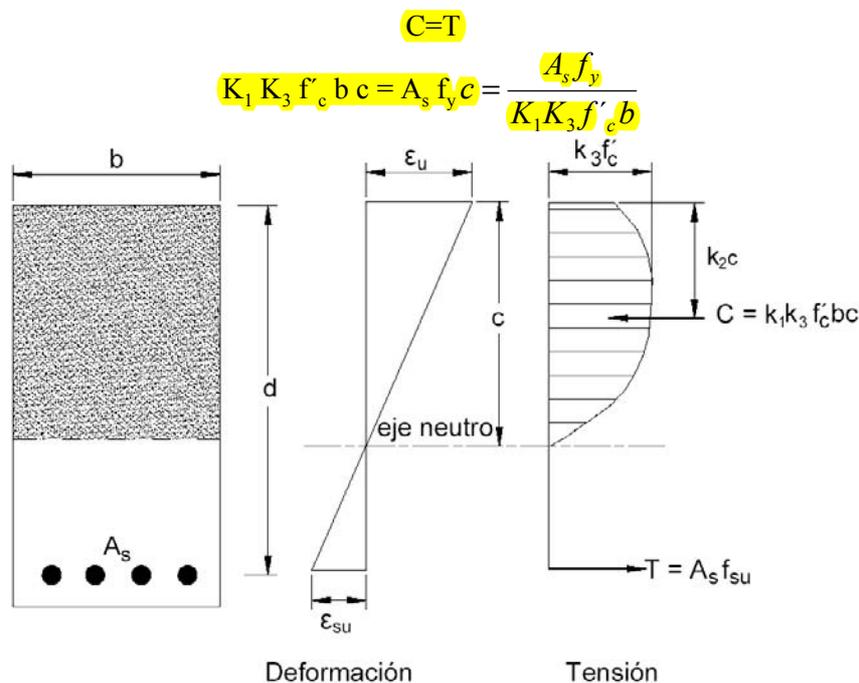


Figura 62: Diagrama de coeficientes del bloque de tensiones

Ecuación de equilibrio de momentos:

$$M_n = C \cdot (d - K_2 c) = T \cdot (d - K_2 c)$$

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{K_2 \cdot A_s \cdot f_y}{K_1 \cdot K_3 \cdot f'_c \cdot b} \right)$$

Adoptando el bloque rectangular de tensiones, definimos K_1 , K_2 y K_3 :

- $K_1 = 0,85$
- $K_2 = 0,425$
- $K_3 = 0,85$

$$\frac{K_2}{K_1 K_3} = 0,588 \cong 0,59$$

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{0,59 \cdot A_s \cdot f_y}{f'_c \cdot b} \right)$$

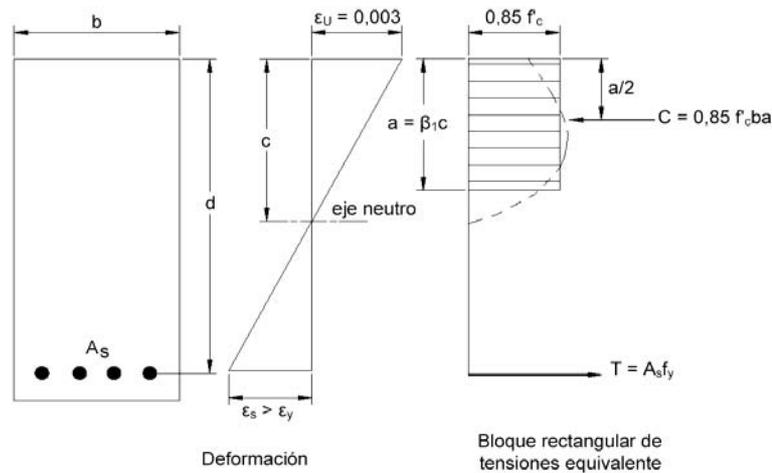


Figura 63: Resultado final del diagrama de coeficientes del bloque de tensiones

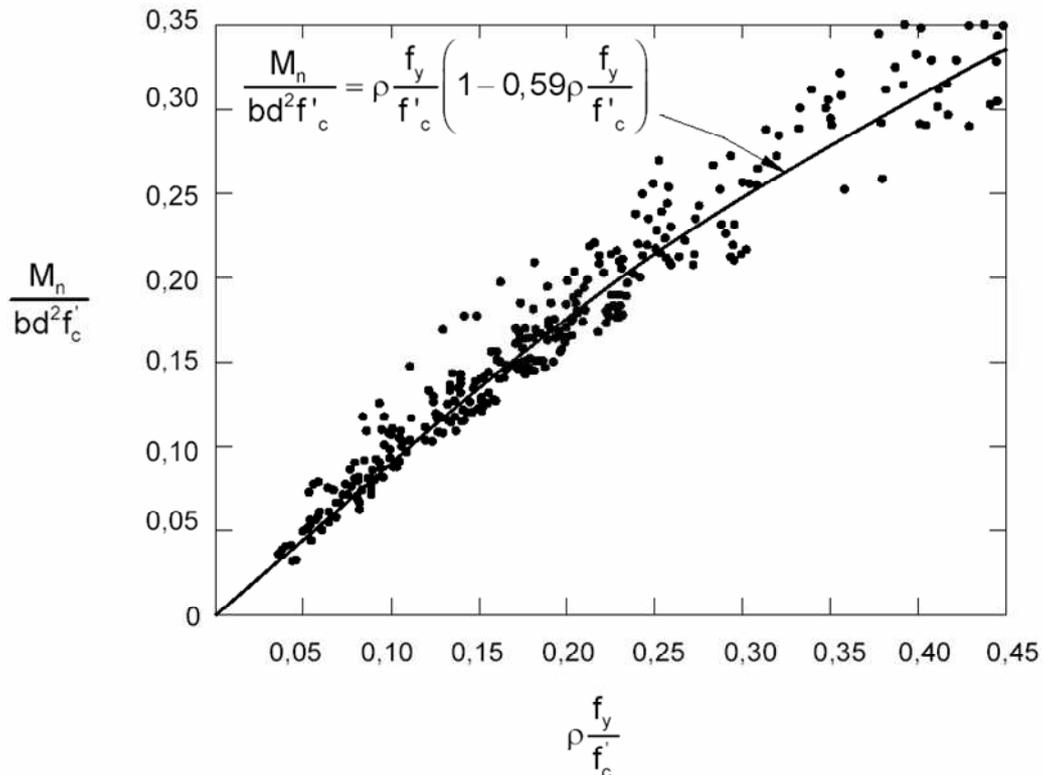


Figura 64: Ensayo de 364 vigas controladas por tracción ($\epsilon_s > \epsilon_y$) (referencia 97)

Resistencia característica del hormigón (CIRSOC 201/05)

Las resistencias especificadas por el CIRSOC 201/05 (f'_c) se corresponden con las resistencias características de rotura a compresión, pero con un cuantil del 10% (90% de probabilidad de ser superado por los resultados de todos los ensayos).

Clase de hormigón	Resistencia especificada a compresión f'_c (MPa)	A utilizar en hormigones
H – 15	15	simple
H – 20	20	simple y armados
H – 25	25	Simple, armados y pretensados
H – 30	30	
H – 35	35	
H – 40	40	
H – 45	45	
H – 50	50	
H – 60	60	

Tabla 11: Clases de hormigón y sus resistencias (referencia 109)

Planteo de las ecuaciones para una viga subarmada

En caso de no existir armadura comprimida:

Ecuación de equilibrio de fuerzas:

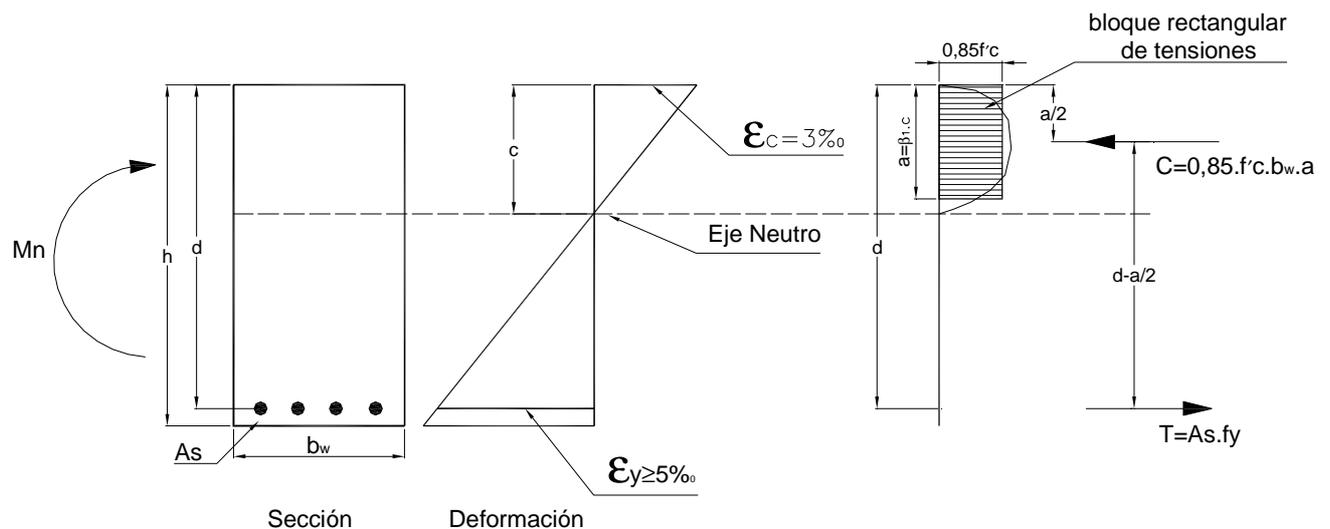


Figura 65: Bloque de tensiones equivalente y esfuerzos internos

$$C = T$$

$$0,85 f'_c \cdot b_w \cdot a = A_s \cdot f_y$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b_w}$$

$$z = d - a/2$$

Ecuación de equilibrio de momentos:

$$M_n = C \cdot (d - a/2) = T \cdot (d - a/2) \text{ con } f'_c = 0,85 f'_c$$

$$M_n = 0,85 f'_c b_w a (d - a/2)$$

Llamando $a = \beta_1 c = k_a d$

$$M_n = 0,85 f'_c \cdot b_w \cdot (k_a d) \cdot (d - k_a d / 2)$$

$$M_n = 0,85 f'_c \cdot b_w \cdot d^2 \cdot k_a \cdot (1 - k_a / 2)$$

$$m_n = M_n / (0,85 f'_c \cdot b_w \cdot d^2) = k_a (1 - k_a / 2)$$

Combinando las ecuaciones se obtiene:

$$m_n = M_n / (0,85 f'_c \cdot b_w \cdot d^2)$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot m_n}$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b_w} \quad (I)$$

$$a = k_a \cdot d \quad (II)$$

Reemplazando (I) con (II), se obtiene:

$$k_a = \frac{A_s \cdot f_y}{0,85 f'_c \cdot b_w \cdot d}$$

Se verifica la cuantía mínima:

$$k_a \geq k_{amin} = \frac{A_{smin} \cdot f_y}{0,85 f'_c \cdot b_w \cdot d}$$

$$A_{smin} \geq \frac{1,40 \cdot b_w \cdot d}{f_y} \geq \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d}{4 \cdot f_y}$$

$$k_{amin} = \frac{1,40}{0,85 \cdot f'_c}$$

Por lo tanto:

a) Si $k_a > k_{amin}$

$$A_s = 0,85 f'_c \cdot b_w \cdot k_a \cdot d / f_y$$

b) Si $K_a < K_{amin}$

$$A_s = A_{smin} = 0,85 f'_c \cdot b_w \cdot k_{amin} \cdot d / f_y$$

ϵ_t = deformación específica neta de tracción en el acero traccionado extremo para la resistencia nominal. En el diseño se desea obtener $\epsilon_t \geq 5\text{‰}$ ($\phi=0,90$).

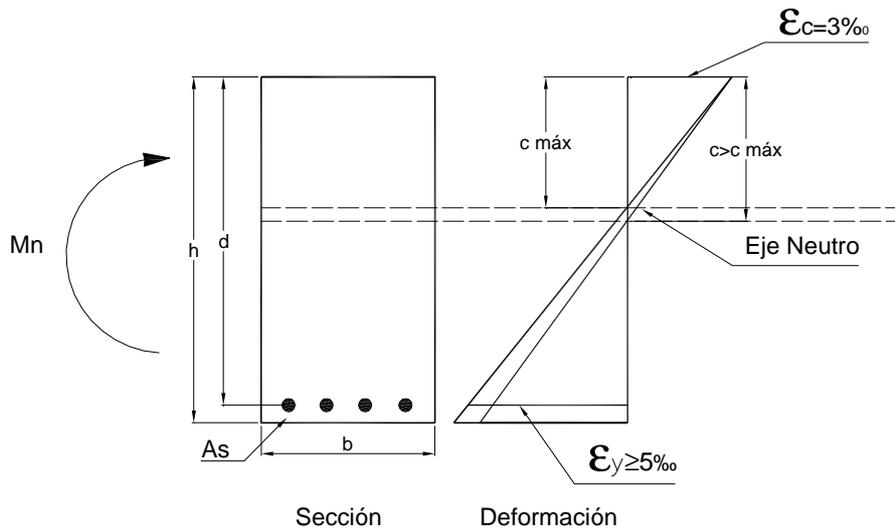


Figura 66: Diagrama de deformaciones típico de un elemento a flexión simple

$$a = k_a \cdot d = \beta_1 \cdot c$$

Obtención de la cuantía máxima según CIRSOC 201/05

Una sección requerirá armadura de compresión cuando la sección de hormigón comprimido sea insuficiente como para equilibrar el momento externo. El momento máximo que puede equilibrar el hormigón se da cuando se alcanza la máxima deformación de compresión en el hormigón (0,003) y la mínima deformación de tracción en el acero (0,005 para obtener un rotura dúctil). De la relación de triángulos:

$$c = \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \right) \cdot d$$

c = profundidad del eje neutro. Llamando $c = K_c \cdot d$:

$$k_{cmáx} = \left(\frac{0,003}{0,003 + 0,005} \right) = 0,375$$

$$k_c = \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \right)$$

Como $k_a = \beta_1 \cdot k_c$:

$$k_{amáx} = \beta_1 \cdot k_{cmáx} = 0,85 \cdot 0,375 = 0,318$$

En resumen, debe cumplirse:

$$k_{amin} \leq k_a \leq k_{amáx}$$

El máximo momento que podrá tomar la sección comprimida es:

$$M_c = f_c^* \cdot b_w \cdot d^2 \cdot K_{amáx} \cdot (1 - K_{amáx}/2)$$

Si el momento nominal requerido $M_n = M_u/\phi$ es mayor que M_c , se adiciona armadura de compresión. Considerando ahora la existencia de armadura de compresión:

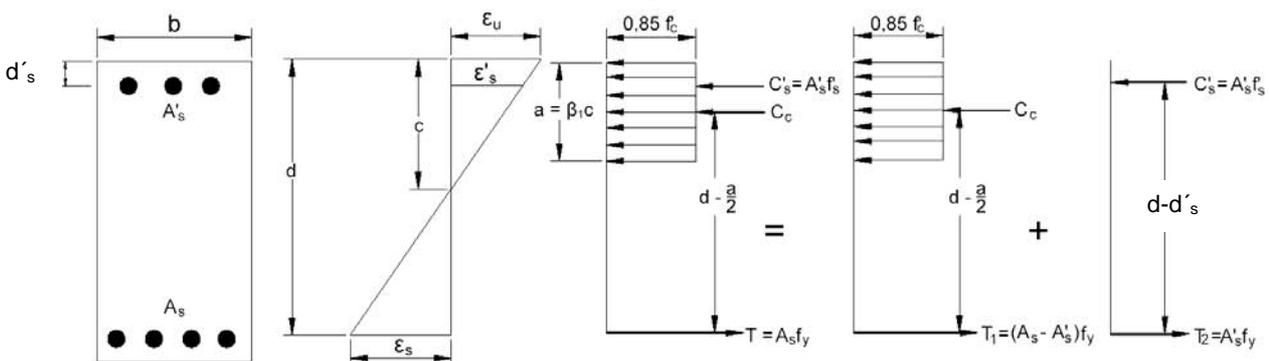


Figura 67: Diagramas de equilibrio combinados para casos de armadura de compresión

$$M_n = M_c + \Delta M_n$$

$$M_n = M_c + M'_s$$

$$\Delta M_n = M'_s = M_n - M_c = A'_s \cdot f'_s \cdot (d - d'_s)$$

$$A'_s = \frac{\Delta M_n}{f'_s \cdot (d - d'_s)}$$

donde f'_s se obtiene de:

$$\epsilon'_s = 0,003 \cdot (c - d'_s)/c$$

Si $\epsilon'_s < \epsilon_y$, entonces:

$$f'_s = E_s \cdot \epsilon'_s$$

Si $\epsilon'_s > \epsilon_y$, entonces:

$$f'_s = f_y$$

Se obtiene así la armadura requerida:

$$A_s = f^*_c \cdot b_w \cdot K_{am\acute{a}x} \cdot d / f_y + A'_s \cdot f'_s / f_y$$

Coefficientes de cálculo de secciones rectangulares a flexión simple sin armadura de compresión para el CIRSOC 201/05

Es habitual que los cálculos a flexión de piezas rectangulares se efectúen a través de coeficientes dimensionales que se encuentran tabulados. El CIRSOC 201/05, al igual que su predecesor, el CIRSOC 201/82, permite la obtención de secciones de armadura a través de este método de acuerdo a los lineamientos y tablas de la referencia 112). A continuación exponemos el planteo de los coeficientes mencionados, y a partir de las expresiones halladas, anexamos la tabla de los mismos a los efectos de su posible utilización para los ejemplos de piezas sometidas a flexión simple de sección rectangular sin armadura de compresión.

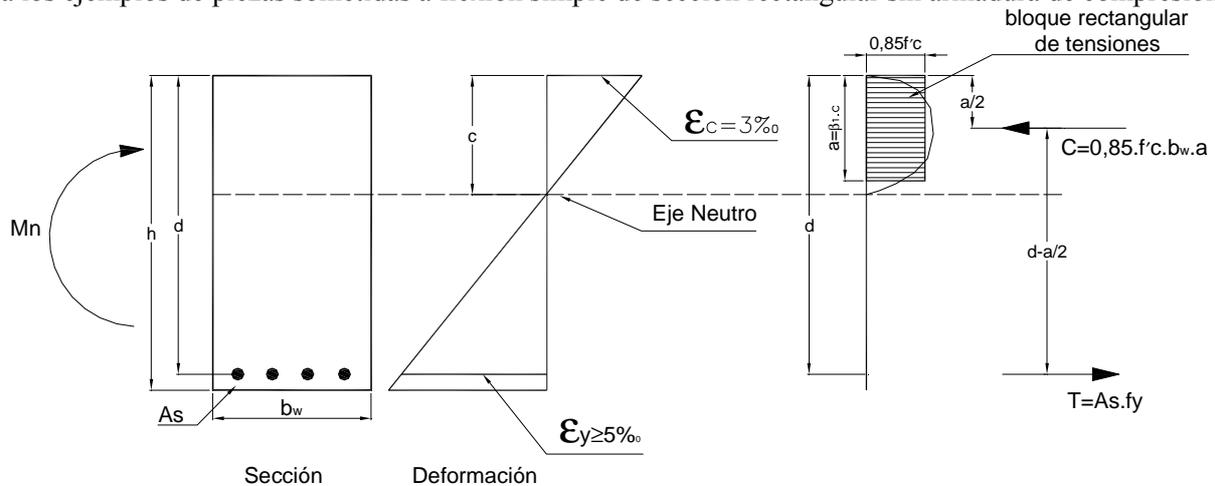


Figura 68: Bloque de tensiones equivalente y esfuerzos internos de una sección rectangular. Del diagrama de deformaciones de la Figura 68, se puede plantear:

$$\frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{d} = \frac{\epsilon_c}{c}$$

$$c = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \cdot d$$

Llamando k_c a la expresión:

$$k_c = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \quad (1)$$

Nos queda:

$$c = k_c \cdot d \quad (2)$$

Por su parte:

$$z = d - a/2 \quad a = \beta_1 \cdot c \quad (3)$$

Considerando las ecuaciones (2) y (3):

$$z = d - \frac{\beta_1 \cdot c}{2} = d - \frac{\beta_1 \cdot k_c \cdot d}{2} = d \cdot \left(1 - \frac{\beta_1 \cdot k_c}{2}\right)$$

Si consideramos $z = k_z \cdot d$, entonces:

$$k_z = \left(1 - \frac{\beta_1 \cdot k_c}{2}\right) \quad (4)$$

Planteando la ecuación de equilibrio de momentos para la sección rectangular de la Figura 68, nos queda:

$$M_n = C \cdot z = C \cdot (d - a/2) \quad (5)$$

con:

$$C = 0,85 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot a$$

Realizando los reemplazos de c y a en la ecuación (5), tenemos:

$$M_n = 0,85 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot \beta_1 \cdot c \cdot (d - \beta_1 \cdot c/2)$$

Si ahora consideramos la ecuación (2) y reemplazamos:

$$M_n = 0,85 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot \beta_1 \cdot k_c \cdot d \cdot \left(d - \frac{\beta_1 \cdot k_c \cdot d}{2}\right)$$

$$M_n = 0,85 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot \beta_1 \cdot k_c \cdot d^2 \cdot \left(1 - \frac{\beta_1 \cdot k_c}{2}\right)$$

De la ecuación (4):

$$M_n = 0,85 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot \beta_1 \cdot k_c \cdot d^2 \cdot k_z$$

Despejando la altura útil d de la expresión anterior:

$$d = \sqrt{\frac{M_n}{0,85 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot \beta_1 \cdot k_c \cdot k_z}}$$

Como en general f'_c , z y k_c se pueden obtener fácilmente, podemos agrupar y expresar a la altura útil d de la forma:

$$d = \sqrt{\frac{M_n}{b_w}} \cdot \sqrt{\frac{1}{0,85 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot k_c \cdot k_z}} = \sqrt{\frac{M_n}{b_w}} \cdot k_d \quad (6)$$

Entonces:

$$k_d = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_n}{b_w}}} \quad (7)$$

Si ahora efectuamos el equilibrio de fuerzas para la Figura 68, se obtiene de la ecuación (5):

$$C = T$$

$$\frac{M_n}{z} = A_s \cdot f_y$$

Como f_y y k_z pueden obtenerse de acuerdo a lo desarrollado, entonces podemos reagrupar la expresión anterior como:

$$A_s = \frac{M_n}{f_y \cdot k_z \cdot d}$$

Con:

$$k_e = \frac{1}{f_y \cdot k_z} \quad (8)$$

El cálculo de la armadura queda de la forma:

$$A_s = k_e \cdot \frac{M_n}{d} \quad (9)$$

A partir de las ecuaciones (1), (4), (7), (8) y (9) es posible tabular los coeficientes dimensionales de las mismas de forma de generar la Tabla 12, la cual se elaboró para hormigones de resistencias de 20 MPa, 25 MPa y 30 MPa, considerando acero ADN 42/50 y las unidades detalladas.

f _c	20 MPa	25 MPa	30 MPa	E _s = 200000 MPa				
β ₁	0.85	0.85	0.85	f _y = 420 Mpa				
	k _d			k _e	ε _c	ε _s	k _c	k _z
	1.218	1.089	0.994	24.301	0.25	5.00	0.048	0.980
	1.119	1.001	0.914	24.396	0.30	5.00	0.057	0.976
	1.043	0.933	0.852	24.490	0.35	5.00	0.065	0.972
	0.982	0.878	0.802	24.583	0.40	5.00	0.074	0.969
	0.932	0.834	0.761	24.675	0.45	5.00	0.083	0.965
	0.890	0.796	0.727	24.766	0.50	5.00	0.091	0.961
	0.854	0.764	0.697	24.856	0.55	5.00	0.099	0.958
	0.823	0.736	0.672	24.945	0.60	5.00	0.107	0.954
	0.795	0.711	0.649	25.034	0.65	5.00	0.115	0.951
	0.771	0.690	0.630	25.121	0.70	5.00	0.123	0.948
	0.749	0.670	0.612	25.207	0.75	5.00	0.130	0.945
	0.730	0.653	0.596	25.292	0.80	5.00	0.138	0.941
	0.712	0.637	0.582	25.377	0.85	5.00	0.145	0.938
	0.697	0.623	0.569	25.460	0.90	5.00	0.153	0.935
	0.682	0.610	0.557	25.543	0.95	5.00	0.160	0.932
	0.668	0.598	0.546	25.625	1.00	5.00	0.167	0.929
	0.656	0.587	0.536	25.706	1.05	5.00	0.174	0.926
	0.645	0.577	0.526	25.786	1.10	5.00	0.180	0.923
	0.634	0.567	0.518	25.865	1.15	5.00	0.187	0.921
	0.624	0.558	0.510	25.944	1.20	5.00	0.194	0.918
	0.615	0.550	0.502	26.021	1.25	5.00	0.200	0.915
	0.606	0.542	0.495	26.098	1.30	5.00	0.206	0.912
	0.598	0.535	0.488	26.175	1.35	5.00	0.213	0.910
	0.591	0.528	0.482	26.250	1.40	5.00	0.219	0.907
	0.583	0.522	0.476	26.325	1.45	5.00	0.225	0.904
	0.577	0.516	0.471	26.399	1.50	5.00	0.231	0.902
	0.570	0.510	0.466	26.472	1.55	5.00	0.237	0.899
	0.564	0.505	0.461	26.544	1.60	5.00	0.242	0.897
	0.558	0.499	0.456	26.616	1.65	5.00	0.248	0.895
	0.553	0.495	0.451	26.687	1.70	5.00	0.254	0.892
	0.548	0.490	0.447	26.758	1.75	5.00	0.259	0.890
	0.543	0.485	0.443	26.828	1.80	5.00	0.265	0.888
	0.538	0.481	0.439	26.897	1.85	5.00	0.270	0.885
	0.534	0.477	0.436	26.965	1.90	5.00	0.275	0.883
	0.529	0.473	0.432	27.033	1.95	5.00	0.281	0.881
	0.525	0.470	0.429	27.100	2.00	5.00	0.286	0.879
	0.521	0.466	0.425	27.167	2.05	5.00	0.291	0.876
	0.517	0.463	0.422	27.233	2.10	5.00	0.296	0.874
	0.514	0.459	0.419	27.298	2.15	5.00	0.301	0.872
	0.510	0.456	0.417	27.363	2.20	5.00	0.306	0.870
	0.507	0.453	0.414	27.427	2.25	5.00	0.310	0.868
	0.504	0.450	0.411	27.491	2.30	5.00	0.315	0.866
	0.500	0.448	0.409	27.554	2.35	5.00	0.320	0.864
	0.497	0.445	0.406	27.616	2.40	5.00	0.324	0.862
	0.495	0.442	0.404	27.678	2.45	5.00	0.329	0.860
	0.492	0.440	0.402	27.739	2.50	5.00	0.333	0.858
	0.489	0.437	0.399	27.800	2.55	5.00	0.338	0.856
	0.487	0.435	0.397	27.860	2.60	5.00	0.342	0.855
	0.484	0.433	0.395	27.920	2.65	5.00	0.346	0.853
	0.482	0.431	0.393	27.979	2.70	5.00	0.351	0.851
	0.479	0.429	0.391	28.038	2.75	5.00	0.355	0.849
	0.477	0.427	0.389	28.096	2.80	5.00	0.359	0.847
	0.475	0.425	0.388	28.154	2.85	5.00	0.363	0.846
	0.473	0.423	0.386	28.211	2.90	5.00	0.367	0.844
	0.471	0.421	0.384	28.267	2.95	5.00	0.371	0.842
k _d *	0.469	0.419	0.383	28.324	3.00	5.00	0.375	0.841

$$k_d [m / \sqrt{MN}] = \frac{d [m]}{\sqrt{\frac{M_n [MNm]}{b_w [m]}}} \qquad A_s [cm^2] = k_e [cm^2 / MN] \cdot \frac{M_n [MNm]}{d [m]}$$

Tabla 12: Coeficientes dimensionales para el cálculo de armaduras de secciones rectangulares sometidas a flexión simple sin armadura de compresión según CIRSOC 201/05

Coefficientes de cálculo de secciones rectangulares a flexión simple con armadura de compresión según CIRSOC 201/05

De igual manera que se han determinado los coeficientes para secciones sin armadura de compresión, es posible realizar los cálculos necesarios para coeficientes dimensionales que nos permitan calcular las secciones de armadura para vigas sometidas a flexión simple con armadura de compresión. Para ello se utilizan los lineamientos de la referencia 112).

A continuación exponemos el planteo de los coeficientes mencionados, y a partir de las expresiones halladas, anexamos la tabla de los mismos a los efectos de su posible utilización para los ejemplos de piezas sometidas a flexión simple de sección rectangular con armadura de compresión.

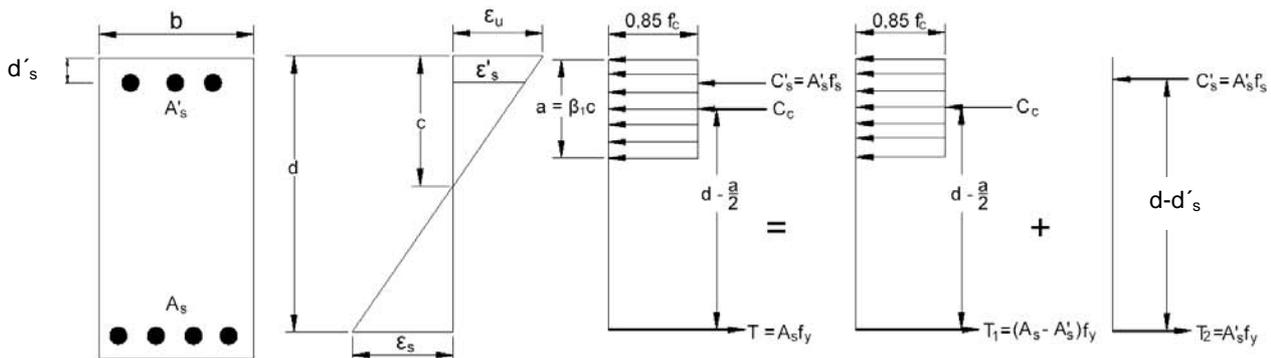


Figura 69: Diagramas de equilibrio combinados para casos de armadura de compresión

Planteando una relación de triángulos para la deformación de la pieza de la Figura 69:

$$\frac{(\epsilon_c - \epsilon'_s)}{d'_s} = \frac{\epsilon_c}{c}$$

$$\frac{(\epsilon_c - \epsilon'_s)}{d'_s} = \frac{\epsilon_c}{k_c \cdot d}$$

$$\epsilon_c - \epsilon'_s = \frac{\epsilon_c \cdot d'_s}{k_c \cdot d}$$

$$\epsilon'_s = \epsilon_c - \frac{\epsilon_c \cdot d'_s}{k_c \cdot d}$$

$$\epsilon'_s = \epsilon_c \cdot \left(1 - \frac{d'_s}{k_c \cdot d}\right)$$

Llamando $\xi = d'_s / d$, la expresión anterior se convierte en:

$$\epsilon'_s = \epsilon_c \cdot \left(1 - \frac{\xi}{k_c}\right) \quad (10)$$

El brazo de palanca generado por la fuerza de compresión del acero superior y la componente traccionada de la armadura inferior se puede escribir de la forma:

$$z'_s = d - d'_s$$

Reemplazando por el coeficiente ξ :

$$z'_s = d - \xi \cdot d$$

$$z'_s = d \cdot (1 - \xi) \quad (11)$$

De la expresión (4):

$$k_z = 1 - \beta_1 \cdot k_c / 2$$

y

$$z = k_z \cdot d$$

podemos realizar las correspondientes ecuaciones de equilibrio tanto para las fuerzas como para los momentos intervinientes:

$$\Sigma F = 0$$

$$N_n = 0,85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b + A'_s \cdot f'_s - A_s \cdot f_y$$

$$N_n = 0,85 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot k_c \cdot d \cdot b + A'_s \cdot f'_s - A_s \cdot f_y$$

$$\Sigma M = 0 \text{ (respecto de la sección de armadura } A_s)$$

$$M_n = C \cdot z + A'_s \cdot f'_s \cdot z'_s$$

$$M_n = 0,85 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot k_c \cdot k_z \cdot d^2 \cdot b + A'_s \cdot f'_s \cdot d \cdot (1 - \xi)$$

De la Figura 69 podemos inferir que el momento nominal actuante puede descomponerse, por un lado, en el momento nominal M_n^* que produce una deformación específica del hormigón de 0,003 y una deformación máxima en el acero del 0,005, y por el otro, en el incremento de momento nominal que excede dichas características.

$$M_n = M_n^* + \Delta M_n$$

Entonces:

$$\Delta M_n = M_n - M_n^* \quad (12)$$

Por ello, las armaduras comprimidas y traccionadas de la viga sometida a flexión sin esfuerzo normal, pueden obtenerse de la siguiente manera:

$$A_{s \text{ comprimida}} = \frac{\Delta M_n}{(d - d'_s) \cdot f'_s}$$

$$A_{s \text{ traccionada}} = \frac{M_n^*}{z \cdot f_y} + \frac{\Delta M_n}{(d - d'_s) \cdot f_y}$$

$$A_{s \text{ traccionada}} = \frac{M_n^*}{k_z \cdot d \cdot f_y} + \frac{\Delta M_n}{d \cdot (1 - \xi) \cdot f_y}$$

$$A_{s \text{ traccionada}} = \frac{1}{d} \left[\frac{M_n^*}{k_z \cdot f_y} + \frac{\Delta M_n}{(1 - \xi) \cdot f_y} \right] \quad (13)$$

Como:

$$k_d = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_n}{b_w}}} \quad (14)$$

Se puede obtener la expresión de k_d^* de igual forma:

$$k_d^* = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_n^*}{b_w}}}$$

Si se divide miembro a miembro:

$$M_n^* = \frac{k_d^2}{k_d^{*2}} \cdot M_n \quad (15)$$

De acuerdo a las ecuaciones (12) y (15), se puede reescribir la ecuación (13) de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} A_{s \text{ traccionada}} &= \frac{1}{d} \left[\frac{M_n}{k_z^* \cdot f_y} \cdot \frac{k_d^2}{k_d^{*2}} + \frac{1}{(1-\xi) \cdot f_y} \left(M_n - \frac{k_d^2}{k_d^{*2}} \cdot M_n \right) \right] = \\ &= \frac{M_n}{d} \left[\frac{1}{k_z^* \cdot f_y} \cdot \frac{k_d^2}{k_d^{*2}} + \frac{1}{(1-\xi) \cdot f_y} - \frac{1}{(1-\xi) \cdot f_y} \cdot \frac{k_d^2}{k_d^{*2}} \right] = \\ &= \frac{M_n}{d} \left[\frac{1}{k_z^* \cdot f_y} \cdot \frac{k_d^2}{k_d^{*2}} + \frac{1}{(1-\xi) \cdot f_y} \left(1 - \frac{k_d^2}{k_d^{*2}} \right) \right] \quad (16) \end{aligned}$$

El término entre corchetes se suele denominar k_e , y se puede tabular puesto que se encuentra dado en función de coeficientes y variables fácilmente calculables.

$$A_{s \text{ traccionada}} = \frac{M_n}{d} \cdot k_e \quad (17)$$

Si se procede de similar manera para la armadura comprimida, encontramos:

$$\begin{aligned} A_{s \text{ comprimida}} &= \frac{\Delta M_n}{(d-d'_s) \cdot f'_s} = \frac{1}{(d-d'_s) \cdot f'_s} \cdot (M_n - M_n^*) = \\ &= \frac{1}{(d-d'_s) \cdot f'_s} \left(M_n - \frac{k_d^2}{k_d^{*2}} \cdot M_n \right) = \frac{M_n}{d \cdot (1-\xi) \cdot f'_s} \left(1 - \frac{k_d^2}{k_d^{*2}} \right) \\ A_{s \text{ comprimida}} &= \frac{M_n}{d} \left(\frac{1 - \frac{k_d^2}{k_d^{*2}}}{(1-\xi) \cdot f'_s} \right) \quad (18) \end{aligned}$$

$$A_{s \text{ comprimida}} = \frac{M_n}{d} \cdot k'_e \quad (19)$$

Para el acero comprimido, se deben cumplir las siguientes condiciones:

Si $f'_s \geq f_y$, entonces $f'_s = f_y$

Si $f'_s < f_y$, entonces $f'_s = \epsilon'_s \cdot E_s$

De la expresión (10) podemos establecer que:

$$\epsilon'_s = \epsilon_c^* \left(1 - \frac{\xi}{k_c^*} \right) \quad (20)$$

$$k_c^* = \frac{\epsilon_c^*}{\epsilon_c^* + \epsilon_s^*}$$

Entonces:

$$\epsilon_c^* = \frac{\epsilon_s^* \cdot k_c^*}{1 - k_c^*} \quad (21)$$

De (20) y (21):

$$\epsilon'_s = \left(\frac{\epsilon_s^* \cdot k_c^*}{1 - k_c^*} \right) \left(1 - \frac{\xi}{k_c^*} \right)$$

Por lo que f'_s queda de la forma:

$$f'_s = \epsilon'_s \cdot E_s = \left(\frac{\epsilon_s^* \cdot k_c^*}{1 - k_c^*} \right) \left(1 - \frac{\xi}{k_c^*} \right) \cdot E_s \quad (22)$$

Con las ecuaciones (14), (15), (17) y (22), se pueden tabular los valores de k_e , k'_e y f'_s para vigas sometidas a flexión simple con armadura de compresión.

Hormigones H20 - H25 - H30
 $f_y = 420 \text{ MPa}$

k_d/k^*_d	$\xi = d'/d$															
	0,07		0,08		0,09		0,10		0,11		0,12		0,13		0,14	
	k'_e	k_e														
	cm ² /MN															
1,000	0,000	28,324	0,000	28,324	0,000	28,324	0,000	28,324	0,000	28,324	0,000	28,324	0,000	28,324	0,000	28,324
0,975	1,264	28,189	1,278	28,203	1,292	28,217	1,306	28,231	1,321	28,246	1,375	28,261	1,448	28,276	1,527	28,292
0,950	2,496	28,058	2,523	28,085	2,551	28,113	2,579	28,141	2,608	28,170	2,716	28,200	2,859	28,230	3,015	28,261
0,925	3,696	27,931	3,736	27,971	3,777	28,012	3,819	28,054	3,862	28,097	4,021	28,141	4,233	28,186	4,465	28,231
0,900	4,864	27,806	4,917	27,859	4,971	27,913	5,026	27,969	5,083	28,025	5,292	28,083	5,571	28,142	5,876	28,202
0,875	6,000	27,686	6,066	27,751	6,132	27,818	6,200	27,886	6,270	27,955	6,528	28,027	6,872	28,099	7,248	28,174
0,850	7,104	27,568	7,182	27,645	7,261	27,724	7,341	27,805	7,424	27,888	7,729	27,972	8,137	28,058	8,582	28,147
0,825	8,177	27,454	8,265	27,543	8,356	27,634	8,449	27,727	8,544	27,822	8,895	27,919	9,365	28,018	9,877	28,120
0,800	9,217	27,344	9,317	27,444	9,419	27,546	9,524	27,651	9,631	27,758	10,027	27,867	10,556	27,979	11,133	28,094
0,775	10,225	27,237	10,336	27,348	10,449	27,461	10,565	27,577	10,684	27,696	11,123	27,817	11,711	27,942	12,351	28,069
0,750	11,201	27,133	11,322	27,254	11,447	27,379	11,574	27,506	11,704	27,636	12,185	27,769	12,828	27,905	13,530	28,044
0,725	12,145	27,032	12,277	27,164	12,412	27,299	12,550	27,437	12,691	27,578	13,212	27,722	13,910	27,870	14,670	28,021
0,700	13,057	26,935	13,199	27,077	13,344	27,222	13,492	27,371	13,644	27,522	14,205	27,677	14,954	27,836	15,772	27,998
f'_s	420 MPa		408 MPa		392 MPa		376 MPa									

Hormigones H20 - H25 - H30
 $f_y = 420 \text{ MPa}$

k_d/k^*_d	$\xi = d'/d$															
	0,15		0,16		0,17		0,18		0,19		0,20		0,21		0,22	
	k'_e	k_e														
	cm ² /MN															
1,000	0,000	28,324	0,000	28,324	0,000	28,324	0,000	28,324	0,000	28,324	0,000	28,324	0,000	28,324	0,000	28,324
0,975	1,614	28,308	1,709	28,325	1,814	28,341	1,930	28,359	2,059	28,376	2,204	28,395	2,367	28,413	2,552	28,432
0,950	3,186	28,293	3,374	28,326	3,581	28,359	3,811	28,393	4,067	28,428	4,353	28,464	4,675	28,501	5,040	28,538
0,925	4,718	28,278	4,996	28,327	5,303	28,376	5,643	28,426	6,022	28,478	6,445	28,531	6,922	28,586	7,464	28,641
0,900	6,209	28,264	6,575	28,328	6,979	28,392	7,427	28,459	7,925	28,527	8,482	28,597	9,110	28,668	9,822	28,742
0,875	7,659	28,250	8,111	28,329	8,609	28,409	9,161	28,491	9,775	28,575	10,463	28,661	11,238	28,749	12,116	28,840
0,850	9,069	28,237	9,603	28,329	10,193	28,424	10,847	28,521	11,574	28,621	12,388	28,723	13,306	28,827	14,346	28,934
0,825	10,437	28,224	11,053	28,330	11,731	28,439	12,483	28,551	13,321	28,666	14,258	28,783	15,313	28,903	16,510	29,027
0,800	11,765	28,211	12,458	28,331	13,224	28,454	14,071	28,580	15,015	28,709	16,071	28,841	17,261	28,977	18,610	29,116
0,775	13,051	28,199	13,821	28,332	14,670	28,468	15,610	28,608	16,657	28,751	17,829	28,898	19,149	29,048	20,646	29,203
0,750	14,297	28,187	15,141	28,333	16,070	28,482	17,101	28,635	18,247	28,792	19,531	28,953	20,977	29,118	22,617	29,287
0,725	15,502	28,175	16,417	28,334	17,425	28,496	18,542	28,662	19,785	28,832	21,177	29,006	22,745	29,185	24,523	29,368
0,700	16,667	28,164	17,650	28,334	18,733	28,509	19,934	28,687	21,271	28,870	22,768	29,057	24,453	29,249	26,365	29,446
f'_s	360 MPa		344 MPa		328 MPa		312 MPa		296 MPa		280 MPa		264 MPa		248 MPa	

Tabla 13: Coeficientes dimensionales para el cálculo de armaduras de secciones rectangulares sometidas a flexión simple con armadura de compresión según CIRSOC 201/05

Cálculo a flexión simple según CIRSOC 201/82

A los efectos de obtener las ecuaciones de cálculo a flexión simple según el CIRSOC 201/82, adoptaremos un diagrama rectangular de tensiones para poder hallar una solución más sencilla al planteo generado por el diagrama parábola – rectángulo del mismo (ver Anexo Capítulo 17 17.2.1 CIRSOC 201/82). Se respetará la nomenclatura de dicho Reglamento y se obtendrán las ecuaciones para una sección con armadura simple. Nótese que entre otros cambios, se modifica el concepto de altura útil (h) y altura total de la sección (d), invirtiéndose la nomenclatura en el CIRSOC 201/05.

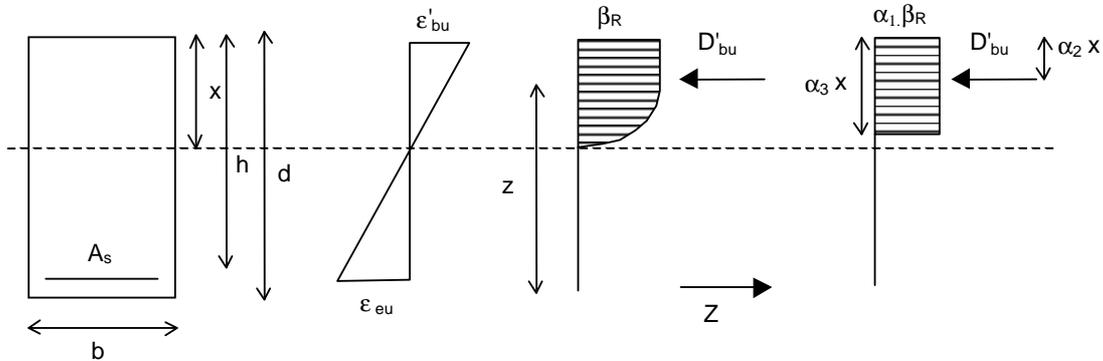


Figura 70: Diagrama de tensiones y deformaciones simplificado según CIRSOC 201/82 para armadura simple (adaptado de la referencia 28)

Planteando el equilibrio de fuerzas y momento:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow D'_{bu} = Z_u \quad (1)$$

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow M_u = D'_{bu} \cdot z \quad (2)$$

La cuantía mecánica está dada por:

$$\omega = \mu_0 \cdot \frac{\beta_s}{\beta_R}$$

con:

$$\mu_0 = \frac{A_s}{b \cdot h} = \text{cuantía geométrica}$$

β_s = tensión de fluencia del acero

β_R = resistencia de cálculo a compresión del hormigón (ver Tabla 14)

Resistencia característica del hormigón σ'_{bk} (MN/m ²)	4	8	13	17	21	30	38	47
Valores de cálculo β_R (MN/m ²)	3,5	7	10,5	14	17,5	23	27	30

Tabla 14: Resistencias de cálculo para el hormigón según CIRSOC 201/82 (referencia 28)

A partir del diagrama adoptado y de la ecuación (1):

$$D'_{bu} = b \cdot (x \cdot \alpha_3) \cdot (\alpha_1 \cdot \beta_R) \quad (3)$$

$$b \cdot (x \cdot \alpha_3) \cdot (\alpha_1 \cdot \beta_R) = A_s \cdot \beta_s$$

$$x = \left(\frac{A_s}{b \cdot h} \right) \cdot \left(\frac{\beta_s}{\beta_R} \right) \cdot \frac{h}{\alpha_1 \cdot \alpha_3}$$

$$z = h - \alpha_2 \cdot x$$

Reemplazando en la ecuación (2):

$$M_u = D'_{bu} \cdot (h - \alpha_2 \cdot x)$$

$$M_u = D'_{bu} \cdot \left[h - \alpha_2 \cdot \left(\frac{A_s}{b \cdot h} \right) \cdot \left(\frac{\beta_s}{\beta_R} \right) \cdot \frac{h}{\alpha_1 \cdot \alpha_3} \right]$$

Llamando ω (cuantía mecánica) a:

$$\omega = \mu_0 \cdot \frac{\beta_s}{\beta_R}$$

$$M_u = D'_{bu} \cdot \left[h - \alpha_2 \cdot \omega \cdot \frac{h}{\alpha_1 \cdot \alpha_3} \right]$$

Reemplazando D'_{bu} por su equivalencia, según ecuación (3):

$$M_u = b \cdot x \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_1 \cdot \beta_R \cdot \left(h - \alpha_2 \cdot \omega \cdot \frac{h}{\alpha_1 \cdot \alpha_3} \right)$$

Reemplazando x por su equivalente, se obtiene:

$$M_u = b \cdot \omega \cdot \frac{h}{\alpha_1 \cdot \alpha_3} \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_1 \cdot \beta_R \cdot \left(h - \alpha_2 \cdot \omega \cdot \frac{h}{\alpha_1 \cdot \alpha_3} \right)$$

$$M_u = b \cdot h^2 \cdot \beta_R \cdot \omega \cdot \left(1 - \omega \cdot \frac{\alpha_2}{\alpha_1 \cdot \alpha_3} \right)$$

Donde α_1 , α_2 , α_3 , son función del diagrama adoptado de compresión del hormigón. Según el CIRSOC 201, Anexo Art. 17.2.1, los coeficientes tienen un valor:

$$\alpha_1 = 0,95$$

$$\alpha_2 = 0,40$$

$$\alpha_3 = 0,80$$

De los coeficientes anteriores, y llamando momento reducido último a la expresión:

$$m_u = \frac{M_u}{b \cdot h^2 \cdot \beta_R}$$

Resulta:

$$m_u = \frac{M_u}{b \cdot h^2 \cdot \beta_R} = \omega \cdot \left(1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1 \cdot \alpha_3} \cdot \omega \right) = \omega \cdot (1 - 0,526 \cdot \omega)$$

De la ecuación anterior, resulta la siguiente expresión de segundo grado:

$$0,526 \cdot \omega^2 - \omega + m_u = 0$$

La solución es:

$$\omega = \frac{1 - \sqrt{1 - 2,10 \cdot m_u}}{1,05}$$

$$\mu_0 = \omega \cdot \frac{\beta_R}{\beta_s}$$

$$A_s = \mu_0 \cdot b \cdot h$$

Es importante aclarar, que el momento reducido es un coeficiente adimensional que resulta también aplicable para esfuerzos de servicio, puesto que las tablas incluyen el coeficiente de seguridad γ , tabulados en la referencia 38).

Obtención del coeficiente dimensional k_h para flexión con armadura simple según CIRSOC 201/82

Existen los coeficientes dimensionales de cálculo para el caso de flexión con armadura simple, los cuales se deducen a partir del bloque de compresión planteado según el CIRSOC 201/82.

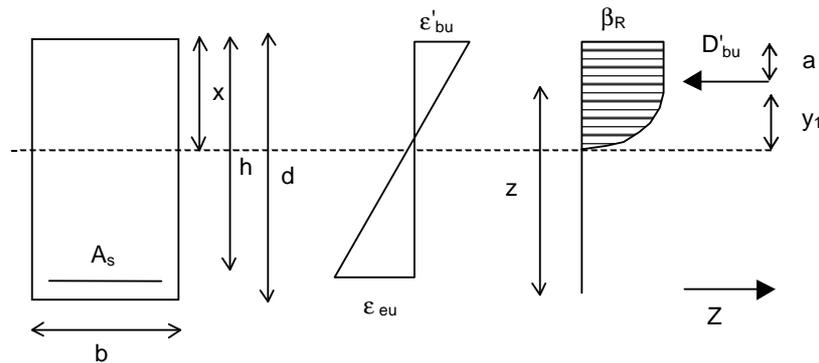


Figura 71: Bloque de compresión del hormigón según CIRSOC 201/82

donde:

x = posición del eje neutro de la pieza.

y_1 = altura de la porción parabólica del bloque de compresión respecto del eje neutro.

a = posición de la fuerza de compresión del bloque medida desde la cara superior de la sección.

Retomando el concepto de las ecuaciones de equilibrio planteadas anteriormente como (1) y (2):

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow D'_{bu} = Z_u \quad (1)$$

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow M_u = D'_{bu} \cdot z = Z_u \cdot z \quad (2)$$

Para encontrar la posición del eje neutro x , se establece la relación de triángulos según el diagrama de deformaciones:

$$\frac{x}{\epsilon'_b} = \frac{h-x}{\epsilon_e}$$

de donde:

$$x = \left(\frac{\epsilon'_b}{\epsilon_e + \epsilon_b} \right) \cdot h$$

El término entre paréntesis se designa como el coeficiente k_x :

$$k_x = \left(\frac{\epsilon'_b}{\epsilon_e + \epsilon_b} \right)$$

Según el CIRSOC 201/82, tal cual hemos desarrollado en el Capítulo 6, se plantea una deformación específica límite para el hormigón del 3,5‰ y para Dominio 3, una deformación del 3‰ para el acero, lo que al reemplazar hace que $k_x = 0,538$.

Si a su vez tenemos en cuenta que:

$$z = h - a$$

$$a = k_a \cdot x$$

$$x = k_x \cdot h$$

Nos queda:

$$z = h - k_a \cdot x$$

$$z = h - k_a \cdot k_x \cdot h$$

Haciendo $k_z = (1 - k_a \cdot k_x)$, entonces:

$$z = h \cdot (1 - k_a \cdot k_x) = h \cdot k_z$$

A la fuerza de compresión es posible escribirla de la forma:

$$D'_{bu} = b \cdot x \cdot \alpha \cdot \beta_R = b \cdot \int_0^x \sigma_b dy$$

donde:

α = coeficiente de proporcionalidad para asimilar el diagrama parabólico rectangular a uno rectangular.

La integral debe dividirse en dos, por un lado la curva parabólica, y por otro, el rectángulo.

$$\int_0^x \sigma_b dy = \int_0^{y_1} \beta_R \cdot \epsilon_{by} \cdot \left(1 + \frac{\epsilon_{by}}{4}\right) dy + \int_{y_1}^x \beta_R dy$$

Considerando que el caso analizado corresponde a flexión con armadura simple, el valor de α resulta de la solución de la ecuación anterior, sea para valores de $\epsilon_b \leq 2\text{‰}$ o $\epsilon_b > 2\text{‰}$, respectivamente:

$$\alpha = \frac{\epsilon_b \cdot (6 - \epsilon_b)}{12} \quad \epsilon_b \leq 2\text{‰}$$

$$\alpha = \frac{3 \cdot \epsilon_b - 2}{3 \cdot \epsilon_b} \quad \epsilon_b > 2\text{‰}$$

Si tomamos momentos respecto del eje neutro de la sección:

$$D_b \cdot (x - a) = b \cdot \int_0^x \sigma_b \cdot y dy$$

Reemplazando:

$$b \cdot x \cdot \alpha \cdot \beta_R \cdot (x - k_a \cdot x) = b \cdot \int_0^{y_1} \beta_R \cdot \epsilon_{by} \cdot \left(1 + \frac{\epsilon_{by}}{4}\right) \cdot y dy + \int_{y_1}^x \beta_R \cdot y dy$$

Se encuentran las expresiones para k_a sea para valores de $\epsilon_b \leq 2\text{‰}$ o $\epsilon_b > 2\text{‰}$, respectivamente:

$$k_a = \frac{8 - \epsilon_b}{4 \cdot (6 - \epsilon_b)} \quad \epsilon_b \leq 2\text{‰}$$

$$k_a = \frac{2 + \epsilon_b \cdot (3 \cdot \epsilon_b - 4)}{2 \cdot \epsilon_b \cdot (3 \cdot \epsilon_b - 2)} \quad \epsilon_b > 2\text{‰}$$

De la ecuación de equilibrio (2):

$$M_u = D'_{bu} \cdot z$$

$$\gamma \cdot M_s = b \cdot h^2 \cdot \alpha \cdot \beta_R \cdot k_x \cdot (1 - k_a \cdot k_x)$$

$$M_s = b \cdot h^2 \cdot \alpha \cdot \beta_R \cdot k_x \cdot (1 - k_a \cdot k_x) / \gamma$$

Si de la expresión anterior, despejamos h:

$$h = \sqrt{\frac{M_s}{b}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha \cdot k_x \cdot (1 - k_a \cdot k_x) \cdot \beta_R}}$$

o bien:

$$k_h = \frac{h}{\sqrt{\frac{M_s}{b}}}$$

Estos coeficientes se hallan tabulados en la referencia 38), y mediante el valor de k_s , se puede calcular la armadura como:

$$M_u = Z_u \cdot z = \beta_s \cdot A_s \cdot z$$

$$\gamma \cdot M_s = \beta_s \cdot A_s \cdot k_z \cdot h$$

$$\gamma \cdot M_s = \beta_s \cdot A_s \cdot (1 - k_a \cdot k_x) \cdot h$$

$$A_s = \frac{M_s}{h} \left[\frac{\gamma}{\beta_s \cdot (1 - k_a \cdot k_x)} \right]$$

O bien:

$$A_s = K_s \cdot \frac{M_s}{h}$$

Las tablas resultantes se adjuntan a continuación.

H-17								
170 (kg/cm ²)		β_s (tn/cm ²)						4.2
β_R	140 (kg/cm ²)	E_s (kg/cm ²)						2100000
	K_h	k_s	ϵ_{bu}	ϵ_e	k_x	k_a	k_z	γ
	cm / $\sqrt{(tnm/m)}$	cm ² /(tnm/m)	‰	‰	adimens.	adimens.	adimens.	
	66.343	0.421	0.175	5.000	0.034	0.336	0.989	1.75
	34.434	0.426	0.350	5.000	0.065	0.338	0.978	1.75
	23.824	0.431	0.525	5.000	0.095	0.341	0.968	1.75
	18.541	0.435	0.700	5.000	0.123	0.344	0.958	1.75
	15.390	0.439	0.875	5.000	0.149	0.348	0.948	1.75
	13.307	0.444	1.050	5.000	0.174	0.351	0.939	1.75
	11.836	0.448	1.225	5.000	0.197	0.355	0.930	1.75
	10.749	0.452	1.400	5.000	0.219	0.359	0.922	1.75
	9.920	0.456	1.575	5.000	0.240	0.363	0.913	1.75
	9.273	0.461	1.750	5.000	0.259	0.368	0.905	1.75
	8.760	0.465	1.925	5.000	0.278	0.373	0.896	1.75
	8.573	0.467	2.000	5.000	0.286	0.375	0.893	1.75
	8.350	0.469	2.100	5.000	0.296	0.378	0.888	1.75
	8.016	0.474	2.275	5.000	0.313	0.384	0.880	1.75
	7.739	0.478	2.450	5.000	0.329	0.389	0.872	1.75
	7.505	0.482	2.625	5.000	0.344	0.395	0.864	1.75
	7.305	0.486	2.800	5.000	0.359	0.400	0.857	1.75
	7.131	0.491	2.975	5.000	0.373	0.404	0.849	1.75
	6.979	0.495	3.150	5.000	0.387	0.408	0.842	1.75
	6.846	0.499	3.325	5.000	0.399	0.412	0.835	1.75
	6.727	0.503	3.500	5.000	0.412	0.416	0.829	1.75
	6.664	0.505	3.500	4.800	0.422	0.416	0.825	1.75
	6.600	0.508	3.500	4.600	0.432	0.416	0.820	1.75
	6.537	0.511	3.500	4.400	0.443	0.416	0.816	1.75
	6.472	0.514	3.500	4.200	0.455	0.416	0.811	1.75
	6.408	0.517	3.500	4.000	0.467	0.416	0.806	1.75
	6.343	0.520	3.500	3.800	0.479	0.416	0.801	1.75
	6.277	0.524	3.500	3.600	0.493	0.416	0.795	1.75
	6.211	0.528	3.500	3.400	0.507	0.416	0.789	1.75
	6.145	0.532	3.500	3.200	0.522	0.416	0.783	1.75
k_h^*	6.079	0.537	3.500	3.000	0.538	0.416	0.776	1.75

$$k_h \left[\frac{cm}{\sqrt{tnm/m}} \right] = \frac{h[cm]}{\sqrt{\frac{M_s[tnm]}{b_0[m]}}} \qquad A_s [cm^2] = k_s [cm^2 / (tnm/m)] \cdot \frac{M_s [tnm]}{h[m]}$$

Tabla 15: Tabla de coeficientes dimensionales k_h para secciones rectangulares sometidas a flexión con armadura simple para hormigón H-17 según CIRSOC 201/82

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 4) Dimensionado a flexión de una viga rectangular

Dimensionar la viga con las siguientes características:

Materiales

Hormigón H-25 $f'_c = 25 \text{ MPa}$

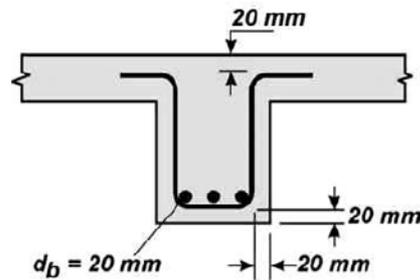
Acero ADN 42/50 $f_y = 420 \text{ MPa}$

Sección transversal

$b_w = 0,20 \text{ m}$

$h = 0,50 \text{ m}$

Se estima un diámetro $d_{br} = 6 \text{ mm}$ y un recubrimiento $c_c = 0,02 \text{ m}$.



(c) Vigas con $d_b = 20 \text{ mm}$

Figura 72: Recubrimientos mínimos en vigas según CIRSOC 201/05 (referencia 109)

Armadura longitudinal

Se estima un diámetro $d_b = 16 \text{ mm}$

Solicitaciones de servicio

$l = 5 \text{ m}$

$D = 800 \text{ kg/m}^2$

$L = 400 \text{ kg/m}^2$

$s = 2 \text{ m}$ (ancho de influencia)

$D = 1600 \text{ kg/m}$

$L = 800 \text{ kg/m}$

$D_{\text{viga}} = 0,20 \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot 2400 \text{ kg/m}^3 = 240 \text{ kg/m}$

$U = 1,20 \cdot D + 1,60 \cdot L = 3488 \text{ kg/m} = 34,88 \text{ KN/m}$

$M_u = q_u \cdot l^2 / 8 = 10900 \text{ kgm} = 109 \text{ KNm}$

$1 \text{ KN} = 100 \text{ kg}$

$1 \text{ KNm} = 100 \text{ kgm}$

Cálculo analítico

$$M_n = M_u / 0,90 = 121,10 \text{ KNm}$$

$$d = h - c_c - d_{bc} - d_b/2 = 0,466 \text{ m}$$

$$d = 0,46 \text{ m}$$

$$m_n = M_n / (f'_c \cdot b_w \cdot d^2) = 121,1 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 25000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,20 \text{ m} \cdot (0,46 \text{ m})^2] = 0,13466$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,1452$$

Verificación de K_a :

a) Cuantía mínima

$$k_{a\text{min}} = \frac{1,40}{0,85 \cdot f'_c} = 0,0658 \quad \text{verifica } K_a > K_{a\text{min}}$$

b) Cuantía máxima

$$k_{a\text{máx}} = 0,375 \beta_1 = 0,375 \cdot 0,85 = 0,3187 \quad \text{verifica } K_a < K_{a\text{máx}}$$

Cálculo de la armadura

$$A_s = f'_c \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 25 \text{ MPa} \cdot 20 \text{ cm} \cdot 0,1452 \cdot 46 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 6,758 \text{ cm}^2$$

Es posible adoptar $2\phi 16 + 3\phi 12$ ($7,41 \text{ cm}^2$).

Cálculo por tablas

$$M_n = M_u / \phi = 0,121 \text{ MNm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(\text{MNm})}{b(m)}}} = \frac{0,46m}{\sqrt{\frac{0,121\text{MNm}}{0,20m}}} = 0,5913m / \sqrt{MN}$$

$$K_e = 25,706 \text{ cm}^2/\text{MN} \text{ (ver Tabla 12)}$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 25,706 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,121 \text{ MNm} / 0,46 \text{ m} = 6,76 \text{ cm}^2$$

Valor que se aproxima al analítico.

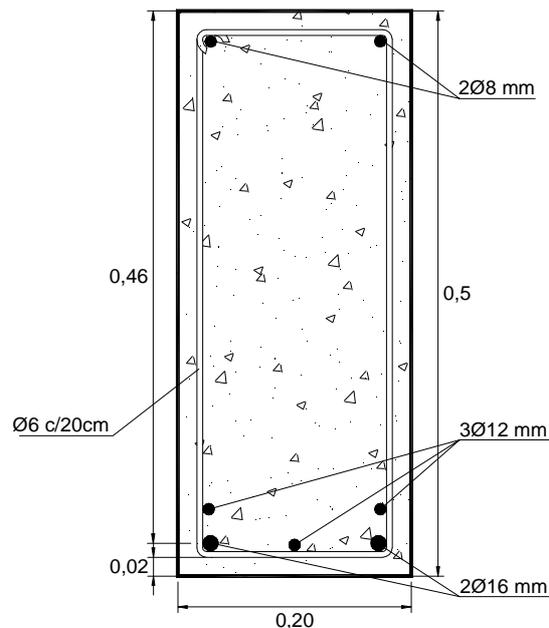


Figura 73: Armado de la viga del Ejemplo 4

Ejemplo 5) Cálculo del ejercicio anterior mediante el CIRSOC 201/82

A modo de comparación, desarrollaremos el ejercicio anterior mediante el CIRSOC 201/82. Para ello, utilizaremos la nomenclatura y tablas correspondientes.

Materiales

Hormigón H-21 $\sigma'_{bk} = 21 \text{ MPa}$

Acero ADN 42/50 $\beta_s = 420 \text{ MPa}$

Sección transversal

$b = 0,20 \text{ m}$

$d = 0,50 \text{ m}$

Estribos

Se estima un diámetro $d_{s\text{est}} = 6 \text{ mm}$ y un recubrimiento $r = 0,02 \text{ m}$.

Armadura longitudinal

Se estima un diámetro $d_s = 16 \text{ mm}$

Solicitaciones de servicio

$l = 5 \text{ m}$

$g = 800 \text{ kg/m}^2$

$p = 400 \text{ kg/m}^2$

$s = 2 \text{ m}$ (ancho de influencia)

$g = 1600 \text{ kg/m}$

$p = 800 \text{ kg/m}$

$g_{\text{viga}} = 0,20 \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot 2400 \text{ kg/m}^3 = 240 \text{ kg/m}$

$q = g + p = 26,40 \text{ KN/m}$

$M_s = q_s \cdot l^2 / 8 = 8,25 \text{ tnm} = 82,50 \text{ KNm}$

Cálculo analítico

Según las expresiones desarrolladas en los párrafos precedentes, la armadura vale:

$$M_u = 1,75 \cdot 82,50 \text{ KNm} = 144,38 \text{ KNm}$$

$$h = 0,46 \text{ m}$$

$$m_u = \frac{M_u}{b \cdot h^2 \cdot \beta_R} = \frac{144,38 \text{ KNm}}{0,20 \text{ m} \cdot (0,46 \text{ m})^2 \cdot 17500 \text{ KN/m}^2} = 0,1949$$

$$\omega = \frac{1 - \sqrt{1 - 2,10 \cdot m_u}}{1,05} = 0,2204$$

$$\mu_0 = \omega \cdot \frac{\beta_R}{\beta_S} = 0,0092$$

$$A_s = \mu_0 \cdot b \cdot h = 8,45 \text{ cm}^2$$

Cálculo por tablas

$$k_h = \frac{h}{\sqrt{\frac{M_s}{b}}} = \frac{46 \text{ cm}}{\sqrt{\frac{8,25 \text{ tnm}}{0,20 \text{ m}}}} = 7,16$$

$$k_s \cong 0,491 \text{ cm}^2 / (\text{tnm/m}) \text{ (Tabla 15)}$$

$$A_s = K_s \cdot \frac{M_s}{h} = 0,491 \text{ cm}^2 / \text{tn} \cdot \frac{8,25 \text{ tnm}}{0,46 \text{ m}} = 8,8 \text{ cm}^2$$

Se observa que los valores analíticos y por tablas son prácticamente coincidentes. Por otra parte, y para este caso en particular, la armadura requerida por el CIRSOC 201/82 supera en un 25% a la del CIRSOC 201/05.

Ejemplo 6) Verificación a flexión de una viga rectangular

Verificar la viga anterior si $L = 800 \text{ kg/m}^2$ (por cambio de destino), y se adiciona un tabique divisorio de altura $h' = 3 \text{ m}$, y espesor $e = 0,15 \text{ m}$.

$$D = 3 \text{ m} \cdot 0,15 \text{ m} \cdot 1600 \text{ kg/m}^3 = 720 \text{ kg/m}$$

$$U = (1600 \text{ kg/m} + 720 \text{ kg/m} + 240 \text{ kg/m}) \cdot 1,20 + 1600 \text{ kg/m} \cdot 1,60 = 5632 \text{ kg/m} = 56,32 \text{ KN/m}$$

$$M_u = \frac{q_u \cdot l^2}{8} = 176 \text{ KNm}$$

$$M_n = 195,55 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 195,55 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 25000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,20 \text{ m} \cdot (0,46 \text{ m})^2] = 0,2174$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,2482$$

Verifica $K_a < K_{a \text{ máx}}$

Cálculo de la armadura

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 25 \text{ MPa} \cdot 20 \text{ cm} \cdot 0,2482 \cdot 46 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 11,55 \text{ cm}^2$$

Es posible adoptar $6\phi 16 \text{ mm} = 12,06 \text{ cm}^2$.

En realidad debería recalcular con una altura útil menor, debido a que se colocaría la armadura en dos capas.

$$d = h - c_c - d_{be} - d_b - s/2$$

con s separación libre entre capas.

Ejemplo 7) Dimensionado a flexión de una viga rectangular, cálculo analítico y por tablas

Materiales

Hormigón H-25 $f'_c = 25 \text{ MPa}$ Acero ADN 42/50 $f_y = 420 \text{ MPa}$

Sección transversal

 $b_w = 0,20 \text{ m}$ $h = 0,40 \text{ m}$

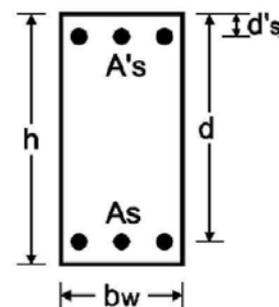
Estribos

Se estima un diámetro $d_{br} = 6 \text{ mm}$ y un recubrimiento $c_c = 0,02 \text{ m}$.

Armadura longitudinal

Se estima un diámetro $d_b = 16 \text{ mm}$ $l = 5 \text{ m}$

Solicitaciones de servicio

 $D = 500 \text{ kg/m}^2$ $L = 300 \text{ kg/m}^2$ $s = 5 \text{ m}$ (superficie de influencia)

$$d = h - c_c - d_{be} - d_b/2 = 0,366 \text{ m}$$

$$D_{\text{viga}} = 0,20 \cdot 0,40 \cdot 2400 \text{ kg/m}^3 = 192 \text{ kg/m}$$

$$U = (500 \text{ kg/m}^2 \cdot 5 \text{ m} + 192 \text{ kg/m}) \cdot 1,20 + 300 \text{ kg/m}^2 \cdot 5 \text{ m} \cdot 1,60 = 5630,4 \text{ kgm} = 56,30 \text{ KN/m}$$

Cálculo analítico

$$M_u = U \cdot l^2 / 10 = 14076 \text{ kgm} = 140,76 \text{ KNm}$$

$$M_n = M_u / 0,90 = 156,40 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f'_c \cdot b_w \cdot d^2) = 156,40 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 25000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,20 \text{ m} \cdot (0,366 \text{ m})^2] = 0,2747$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,3287$$

$$K_a = 0,3287 > K_{a \text{ máx}} = 0,375 \beta_1 = 0,375 \cdot 0,85 = 0,3187$$

(Se requiere doble armadura)

$$M_n = M_c + \Delta M_n$$

$$M_c = f'_c \cdot b_w \cdot K_{a \text{ máx}} \cdot d^2 \cdot (1 - K_{a \text{ máx}}/2)$$

$$M_c = 0,85 \cdot 25000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 0,3187 \cdot (0,366 \text{ m})^2 \cdot (1 - 0,3187/2) = 152,52 \text{ KNm}$$

$$\Delta M_n = M_n - M_c = 156,40 \text{ KNm} - 152,52 \text{ KNm} = 4,2 \text{ KNm}$$

$$c = K_c \cdot d = 0,375 \cdot 0,366 \text{ m} = 0,1373 \text{ m}$$

$$\epsilon'_s = 0,003 (c - d'_s)/c = 0,003 \cdot (0,1373 - 0,04)/0,1373 = 0,002 \cong f_y / E_s = 0,0021$$

Se adopta $f'_s = f_y$

$$A'_s = \frac{\Delta M_n}{f'_s \cdot (d - d'_s)} = \frac{4,20 \text{ KNm}}{420000 \text{ KN/m}^2 \cdot (0,366 \text{ m} - 0,04 \text{ m})} \cdot 10000 = 0,3067 \text{ cm}^2$$

$$A_s = f'_c \cdot b_w \cdot K_{a \text{ máx}} \cdot d / f_y + A'_s \cdot f'_s / f_y = 0,85 \cdot 25 \text{ MPa} \cdot 20 \text{ cm} \cdot 0,3187 \cdot 36 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} + 0,3067 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 11,91 \text{ cm}^2$$

Es posible adoptar $6\phi 16 \text{ mm} = 12,06 \text{ cm}^2$ inferiores y $2\phi 6 \text{ mm}$ superiores = $0,56 \text{ cm}^2$. Se debería recalculer el mismo ejercicio con una altura útil menor debido a la colocación en dos capas de la armadura inferior.

Cálculo por tablas

Primeramente, sin considerar la armadura comprimida, obtendremos el valor de K_d cuya expresión es:

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(MNm)}{b(m)}}} = \frac{0,366m}{\sqrt{\frac{0,15640MNm}{0,20m}}} = 0,4138m/\sqrt{MN}$$

Con este valor, se ingresa a tablas y para $f'_c = 25 \text{ MPa}$ y $f_y = 420 \text{ MPa}$, se obtiene que el valor de K_d es menor que 0,419 (ver Tabla 12), por lo que se deberá incorporar armadura comprimida si deseamos mantener las condiciones geométricas de la viga.

$$\xi = \frac{d'}{d} = \frac{0,04}{0,366} = 0,11$$

$$\frac{K_d}{K_d^*} = \frac{0,4138}{0,419} = 0,9875$$

donde K_d^* es el último valor de la tabla.

Continuación de Tabla FLEXION 3.

Tablas de cálculo para secciones con zona comprimida rectangular con armadura comprimida.

Hormigón:	$f'_c = 20 \text{ MPa}$ $f'_c = 25 \text{ MPa}$ $f'_c = 30 \text{ MPa}$
Acero:	$f_y = 420 \text{ MPa}$

$M_n = M_{nw} + M_{nr}$ (En viga rectangular M_{nr} es igual a cero)

$$k_d = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_n}{b}}} \quad [k_d] = \frac{m}{\sqrt{\frac{MNm}{m}}}$$

$$A_s = k_e \cdot \frac{M_{nw}}{d} + \frac{M_{nr}}{f_y \cdot \left(d - \frac{h_r}{2}\right)} \cdot 10\,000 \quad A'_s = k'_e \cdot \frac{M_{nw}}{d}$$

$$\text{cm}^2 = \frac{\text{cm}^2}{\text{MN}} \cdot \frac{\text{MNm}}{\text{m}} + \frac{\text{MNm}}{\text{MPa} \cdot \text{m}} \cdot 10\,000 \quad \text{cm}^2 = \frac{\text{cm}^2}{\text{MN}} \cdot \frac{\text{MNm}}{\text{m}}$$

		H20 - H25 - H30				$f_y = 420 \text{ MPa}$				$\xi = d'/d$									
		0.07		0.08		0.10		0.12		0.14		0.16		0.18		0.20		0.22	
k_e/k'_e	k'_e	k_e																	
	cm^2/MN																		
1.00	0.000	28.324	0.000	28.324	0.000	28.324	0.000	28.324	0.000	28.324	0.000	28.324	0.000	28.324	0.000	28.324	0.000	28.324	
0.95	2.496	28.058	2.523	28.085	2.579	28.141	2.716	28.200	3.015	28.261	3.374	28.328	3.811	28.393	4.353	28.464	5.040	28.538	
0.90	4.864	27.806	4.917	27.859	5.026	27.969	5.292	28.083	5.876	28.202	6.575	28.328	7.427	28.459	8.482	28.597	9.822	28.742	
0.85	7.104	27.568	7.182	27.645	7.341	27.805	7.729	27.972	8.582	28.147	9.603	28.329	10.847	28.521	12.388	28.723	14.346	28.934	
0.80	9.217	27.344	9.317	27.444	9.524	27.651	10.027	27.867	11.133	28.094	12.458	28.331	14.071	28.580	16.071	28.841	18.610	29.116	
0.75	11.201	27.133	11.322	27.254	11.574	27.506	12.185	27.769	13.530	28.044	15.141	28.333	17.101	28.635	19.531	28.953	22.617	29.287	
0.70	13.057	26.935	13.199	27.077	13.492	27.371	14.205	27.677	15.772	27.998	17.650	28.334	19.934	28.687	22.768	29.057	26.365	29.446	
f'_c [MPa]	420.00		420.00		420.00		408.00		376.00		344.00		312.00		280.00		248.00		

Tabla 16: Tabla de coeficientes para armadura comprimida (referencia 112)

Ingresamos con las relaciones a las tablas e interpolamos los valores de K_e y K'_e .

$$K_e = 28,246 \text{ cm}^2/\text{MN}$$

$$K'_e = 1,321 \text{ cm}^2/\text{MN}$$

$$A_{sneq} = \frac{M_n \cdot K_e}{d} = \frac{0,15640MNm}{0,366m} \cdot 28,246\text{cm}^2/\text{MN} = 12,07\text{cm}^2$$

$$A'_{sneq} = \frac{M_n \cdot K'_e}{d} = \frac{0,15640Mnm}{0,366m} \cdot 1,321\text{cm}^2/\text{MN} = 0,45\text{cm}^2$$

Ejemplo 8) Verificación de la capacidad de carga de una viga rectangular a flexión

Materiales

Hormigón H-25 $f'_c = 25 \text{ MPa}$
 Acero ADN 42/50 $f_y = 420 \text{ MPa}$

Sección transversal

$b_w = 0,20 \text{ m}$
 $h = 0,60 \text{ m}$

Estribos

Se estima $d_{br} = 6 \text{ mm}$ y $c_c = 0,025 \text{ m}$.

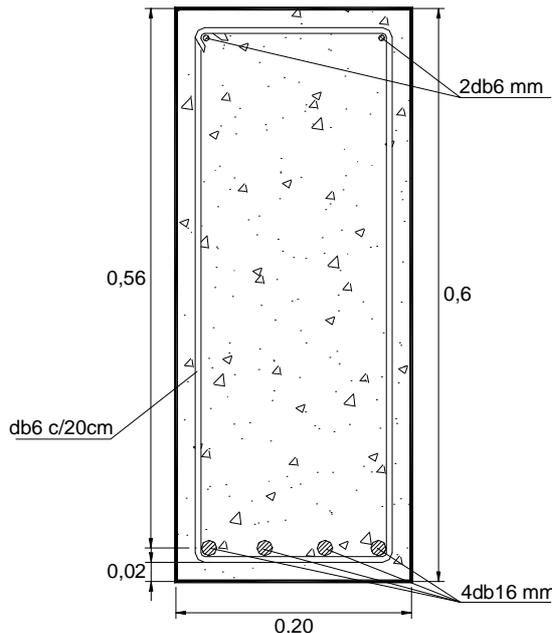
Armadura longitudinal

$A_s = 4\phi 16 \text{ mm}$ ($8,04 \text{ cm}^2$)
 $A'_s = 2\phi 6 \text{ mm}$ ($0,56 \text{ cm}^2$)

$f^*_c = 0,85 \cdot f'_c = 0,85 \cdot 25 \text{ MPa} = 21,25 \text{ MPa} = 21250 \text{ KN/m}^2$
 $\beta_1 = 0,85$

$$k_{a\text{min}} = \frac{1,40}{0,85 \cdot f'_c} = 0,06588$$

$$d = h - c_c - d_{be} - d_b/2 = 0,56 \text{ m}$$



Si despreciamos el aporte de la armadura comprimida (A'_s)

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{b_w \cdot f^*_c} = \frac{8,04 \text{ cm}^2 / 10000 \cdot 420 \text{ MPa}}{0,20 \text{ m} \cdot 21,25 \text{ MPa}} = 0,07945 \text{ m}$$

$$K_a = a/d = 0,141875 > k_{a\text{min}} = \frac{1,40}{0,85 \cdot f'_c} = 0,0658$$

$$K_c = K_a / \beta_1 = 0,166911 < K_{c\text{máx}} = 0,375$$

Entonces:

$$\epsilon_s \geq 0,005 \ (\epsilon_s \geq 5\text{‰}) \Rightarrow \phi = 0,90$$

$$M_n = f^*_c \cdot b_w \cdot k_a \cdot d^2 \cdot (1 - k_a/2)$$

$$M_n = 0,85 \cdot 25000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 0,141875 \cdot (0,56 \text{ m})^2 \cdot (1 - 0,141875/2) = 175,67 \text{ KNm}$$

$$M_u = M_n \cdot 0,90 = 158,11 \text{ KNm}$$

Ejemplo 9) Verificación de la capacidad de carga de una viga rectangular con armadura a compresión

Materiales

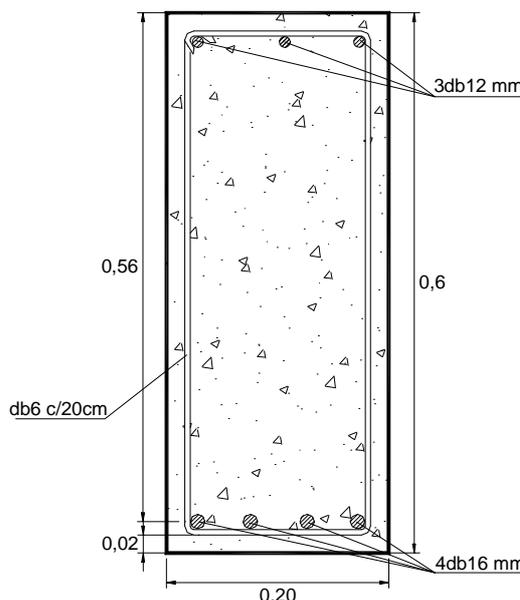
Hormigón H-25 $f'_c = 25 \text{ MPa}$
 Acero ADN 42/50 $f_y = 420 \text{ MPa}$

Sección transversal

$b_w = 0,20 \text{ m}$
 $h = 0,60 \text{ m}$
 $d = 0,56 \text{ m}$

Armadura longitudinal

$A_s = 4\phi 16 \text{ mm}$ ($8,04 \text{ cm}^2$)
 $A'_s = 3\phi 12 \text{ mm}$ ($3,39 \text{ cm}^2$)



En este caso debe considerarse la existencia de A'_s , por lo que el problema debe resolverse por iteraciones asumiendo una profundidad del eje neutro c y verificando que para dicha profundidad se cumpla:

$$T = C + C'_s \quad (\Sigma F = 0)$$

Primera iteración

$$c = 0,08 \text{ m}$$

$$a = \beta_1 \cdot c = 0,85 \cdot 0,08 \text{ m} = 0,068 \text{ m}$$

$$C = 0,85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b_w = 0,85 \cdot 25000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,068 \text{ m} \cdot 0,20 \text{ m} = 289 \text{ KN}$$

$$\epsilon'_s = 0,003 \cdot (c - d'_s)/c = 0,003 \cdot (0,08 - 0,04)/0,08 = 0,0015$$

$$f'_s = \epsilon'_s \cdot E_s = 0,0015 \cdot 2100000 \text{ kg/cm}^2 = 3150 \text{ kg/cm}^2$$

$$C'_s = f'_s \cdot A'_s = 3150 \text{ kg/cm}^2 \cdot 3,39 \text{ cm}^2 = 106,78 \text{ KN}$$

$$T = f_y \cdot A_s = 4200 \text{ kg/cm}^2 \cdot 8,04 \text{ cm}^2 = 337,68 \text{ KN}$$

$$C + C'_s = 395,78 \text{ KN} \neq T = 337,68 \text{ KN}$$

Segunda iteración

$$c = 0,070 \text{ m}$$

$$a = \beta_1 \cdot c = 0,85 \cdot 0,070 \text{ m} = 0,0595 \text{ m}$$

$$C = 0,85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b_w = 0,85 \cdot 25000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,0595 \text{ m} \cdot 0,20 \text{ m} = 252,87 \text{ KN}$$

$$\epsilon'_s = 0,003 \cdot (c - d'_s)/c = 0,003 \cdot (0,070 - 0,04)/0,070 = 0,0013$$

$$f'_s = \epsilon'_s \cdot E_s = 0,0013 \cdot 2100000 \text{ kg/cm}^2 = 2730 \text{ kg/cm}^2$$

$$C'_s = f'_s \cdot A'_s = 2730 \text{ kg/cm}^2 \cdot 3,39 \text{ cm}^2 = 92,54 \text{ KN}$$

$$T = f_y \cdot A_s = 4200 \text{ kg/cm}^2 \cdot 8,04 \text{ cm}^2 = 337,68 \text{ KN}$$

$$C + C'_s = 345,4 \text{ KN} \neq T = 337,68 \text{ KN}$$

Tercera iteración

$$c = 0,068 \text{ m}$$

$$a = \beta_1 \cdot c = 0,85 \cdot 0,068 \text{ m} = 0,0578 \text{ m}$$

$$C = 0,85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b_w = 0,85 \cdot 25000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,0578 \text{ m} \cdot 0,20 \text{ m} = 245,65 \text{ KN}$$

$$\epsilon'_s = 0,003 \cdot (c - d'_s)/c = 0,003 \cdot (0,068 \text{ m} - 0,04 \text{ m})/0,068 \text{ m} = 0,0012$$

$$f'_s = \epsilon'_s \cdot E_s = 0,0012 \cdot 2100000 \text{ kg/cm}^2 = 2520 \text{ kg/cm}^2$$

$$C'_s = f'_s \cdot A'_s = 2520 \text{ kg/cm}^2 \cdot 3,39 \text{ cm}^2 = 85,4 \text{ KN}$$

$$T = f_y \cdot A_s = 4200 \text{ kg/cm}^2 \cdot 8,04 \text{ cm}^2 = 337,68 \text{ KN}$$

$$C + C'_s = 331,05 \text{ KN} \cong T = 337,68 \text{ KN}$$

A partir de lo obtenido:

$$M_n = C \cdot (d-a/2) + C'_s \cdot (d - d'_s)$$

$$M_n = 245,65 \text{ KN} \cdot (0,56 \text{ m} - 0,068 \text{ m}/2) + 85,4 \text{ KN} \cdot (0,56 - 0,04)$$

$$M_n = 173,62 \text{ KNm}$$

$$M_u = 0,90 \cdot M_n = 156,26 \text{ KNm}$$

Ejemplo 10) Determinación del momento último de una viga rectangular a los fines de evaluar un posible cambio de destino.

Materiales

Hormigón H-20 $f'_c = 20 \text{ MPa}$ Acero ADN 42/50 $f_y = 420 \text{ MPa}$

Sección transversal

 $b_w = 0,20 \text{ m}$ $h = 0,50 \text{ m}$ $c_c = 25 \text{ mm}$

Armadura longitudinal

 $A_s = 5\phi 20 \text{ mm} (15,70 \text{ cm}^2)$ $A'_s = 2\phi 6 \text{ mm} (0,56 \text{ cm}^2)$ Estribos: $\phi 6 \text{ c}/20 \text{ cm}$

$$d = h - c_c - d_{be} - d_b/2 = 0,43 \text{ m}$$

Despreciamos el aporte de la armadura comprimida:

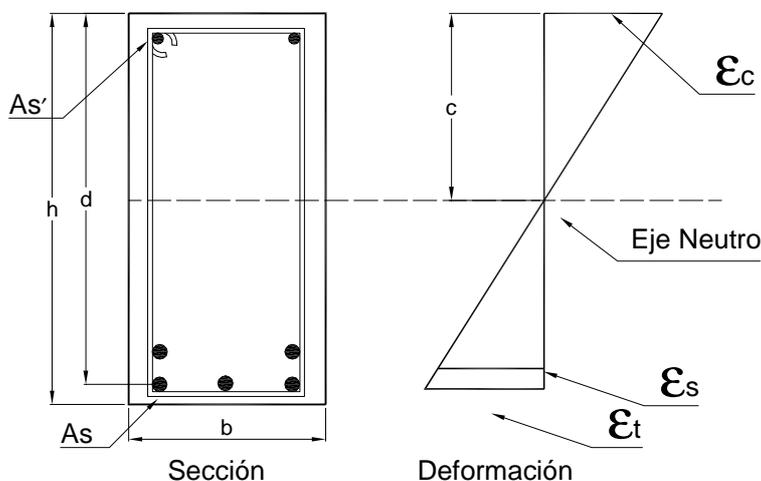


Figura 74: Diagrama de deformaciones para una viga

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{b_w \cdot f'_c} = \frac{5,314/10000 \cdot 420}{0,20 \cdot 17} = 0,1939 \text{ m}$$

$$K_a = a/d = 0,451 > K_{a \text{ máx}} = 0,375 \beta_1 = 0,375 \cdot 0,85 = 0,3187$$

Entonces:

$$\epsilon_t < 5\text{‰}$$

$$K_c = K_a / \beta_1 = 0,451 / 0,85 = 0,5305$$

$$k_c = \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \right)$$

$$\epsilon_s = \frac{\epsilon_c}{k_c} (1 - k_c) = 0,002655$$

 ϵ_t = deformación específica a tracción en el acero más traccionado

$$\epsilon_s = 2,655\text{‰}$$

De la relación de triángulos se obtiene:

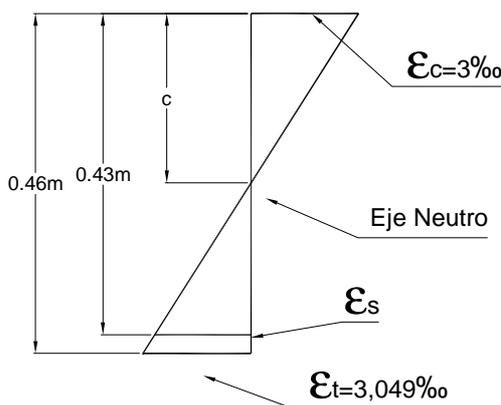


Figura 75: Deformaciones específicas para la viga del ejemplo

$$\varepsilon_t = 3,049\text{‰} < 5\text{‰}, \text{ por lo que } \phi < 0,90$$

Pieza sobreamada, rotura menos dúctil

$$\phi = 0,65 + (\varepsilon_t - 0,002) 250/3 = 0,7374 (*)$$

$$M_n = 0,85 f'_c b_w a (d - a/2) = 219,57 \text{ KNm}$$

$$M_u = \phi \cdot M_n = 0,7374 \cdot 219,57 \text{ KNm} = 161,91 \text{ KNm}$$

$$M_u = (1,20 \cdot M_D + 1,60 \cdot M_L) > 1,40 M_D$$

Nota: se supone no contar con datos ciertos sobre la calidad del hormigón colocado en obra.

Ejemplo 11) Comparar las cuantías de armadura longitudinal según los requerimientos del CIRSOC 201/82 y el CIRSOC 201/05.

Efectuar los cálculos de cuantía de armadura longitudinal para una viga simplemente apoyada, de sección y materiales constantes. Para obtener los distintos momentos flectores se variarán progresivamente las cargas transmitidas a la viga, analizando las mismas según el Reglamento CIRSOC 201/82 y proyecto de reglamento CIRSOC 201/05, manteniendo una relación $L/D = 0,4$. El valor inicial de las cargas corresponderá al peso propio de la viga individual, con incrementos sucesivos de 250 kg/m.

Materiales:

Hormigón H-20 (según CIRSOC 201/05)

Hormigón H-17 (según CIRSOC 201/82)

Acero ADN 42/50

Sección:

$b = 20 \text{ cm}$

h (según CIRSOC 201/05) = d (según CIRSOC 201/82) = 40 cm

Desarrollando el procedimiento correspondiente a cada versión del CIRSOC, a los efectos de obtener un parámetro común de comparación, se graficaron los resultados de las cuantías en relación con las cargas $D + L$ según se observa en la figura adjunta.

La curva de cuantías según CIRSOC 201/05 ha sido interrumpida cuando se alcanzan las cargas para las cuales se llega a armadura de compresión. Se ha incorporado con el mismo grafismo la cuantía mínima de armadura longitudinal requerida por el CIRSOC 201/05.

La curva según CIRSOC 201/82 se interrumpe en las mismas condiciones. También se ha incorporado la cuantía mínima a flexión.

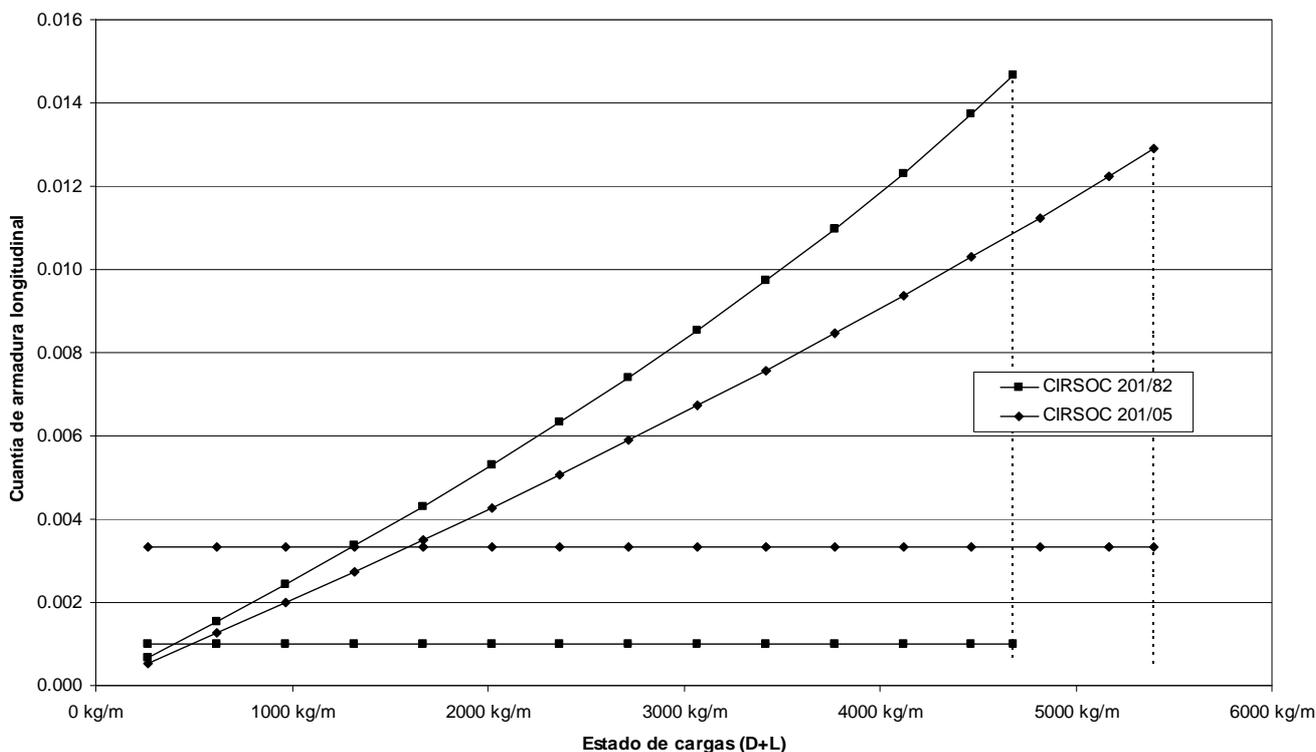


Figura 76: Variación de la armadura según CIRSOC 201/05 y CIRSOC 201/82 para distintas cargas.

Se puede concluir que con el incremento de cargas, resulta creciente la diferencia de armaduras requeridas del CIRSOC 201/82 respecto del CIRSOC 201/05 para el caso analizado.

Ejemplo 12) Cálculo de momentos nominales resistentes de una viga sometida a flexión simple y su relación con la cuantía de armadura

A continuación se procederá a variar la cuantía de armadura simple en una viga de sección rectangular, para determinar su relación con el momento nominal, el coeficiente de reducción ϕ y el momento último que resiste. Para el desarrollo del ejemplo, se utilizaron las ecuaciones del presente capítulo. No se consideró el cálculo de la armadura a compresión.

Materiales:

Hormigón H-20

Acero ADN 42/50

Sección:

b = 20 cm

h = 40 cm

ρ	A_s calculado	a	c	ϵ_s	ϕ	M_n	$M_u = \phi M_n$
0.005	4.00 cm ²	4.94 cm	5.81 cm	0.0150	0.900	54.48 KNm	49.03 KNm
0.006	4.80 cm ²	5.93 cm	6.98 cm	0.0120	0.900	64.38 KNm	57.94 KNm
0.007	5.60 cm ²	6.92 cm	8.14 cm	0.0099	0.900	73.95 KNm	66.55 KNm
0.008	6.40 cm ²	7.91 cm	9.30 cm	0.0083	0.900	83.19 KNm	74.87 KNm
0.009	7.20 cm ²	8.89 cm	10.46 cm	0.0070	0.900	92.09 KNm	82.88 KNm
0.010	8.00 cm ²	9.88 cm	11.63 cm	0.0060	0.900	100.66 KNm	90.60 KNm
0.011	8.96 cm ²	11.07 cm	13.02 cm	0.0050	0.900	110.51 KNm	99.46 KNm
0.012	9.76 cm ²	12.06 cm	14.18 cm	0.0044	0.848	118.35 KNm	100.42 KNm
0.013	10.24 cm ²	12.65 cm	14.88 cm	0.0040	0.820	122.90 KNm	100.73 KNm
0.014	11.04 cm ²	13.64 cm	16.04 cm	0.0035	0.777	130.21 KNm	101.19 KNm
0.015	11.84 cm ²	14.63 cm	17.21 cm	0.0031	0.740	137.18 KNm	101.57 KNm
0.016	12.64 cm ²	15.61 cm	18.37 cm	0.0027	0.708	143.83 KNm	101.88 KNm
0.017	13.44 cm ²	16.60 cm	19.53 cm	0.0024	0.680	150.15 KNm	102.10 KNm
0.018	14.24 cm ²	17.59 cm	20.69 cm	0.0021	0.655	156.13 KNm	102.25 KNm
0.018	14.42 cm ²	17.81 cm	20.95 cm	0.0020	0.650	157.40 KNm	102.31 KNm

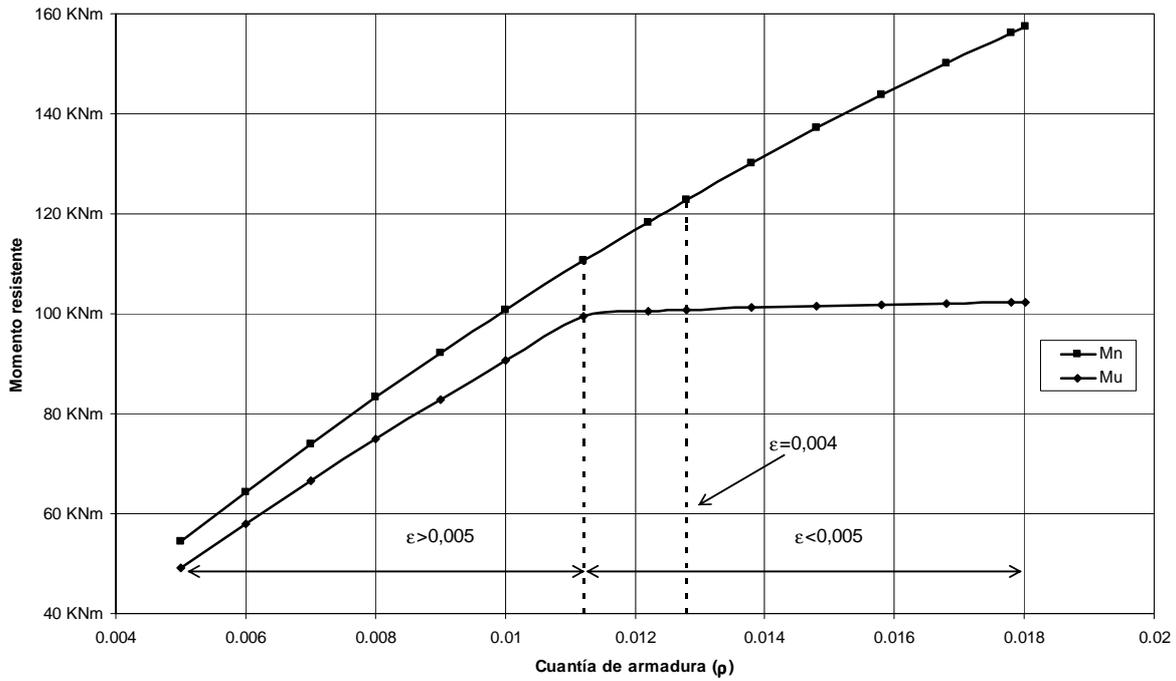


Figura 77: Variación del momento M_n y $\phi \cdot M_n$ según la cuantía de armadura para una viga

Como conclusión se puede establecer que para valores mayores a los de la cuantía que fija una deformación específica para el acero de 0,005, el momento último que resiste la pieza no registra la misma inclinación en su incremento que el de las secciones controladas por tracción ($\phi = 0,90$). Bajo este aspecto, no tiene sentido, desde el punto de vista económico, incrementar la armadura de la viga más allá de las condiciones controladas por tracción. Por otro lado, el gráfico remarca la necesidad de verificar la deformación del acero en los cálculos a flexión para la utilización de un coeficiente ϕ adecuado.

Comportamiento de la viga en Estado II

Como se observó del ensayo sobre la viga simplemente apoyada al inicio del presente capítulo, para cargas de servicio, la pieza se encontraba fisurada en la zona de momentos máximos (Estado II). En ocasiones, puede resultar necesario el análisis tensional en Estado II para evaluar el comportamiento en servicio (fisuración, deformaciones). Por ello, estudiaremos la mencionada situación sobre la base de ciertas hipótesis simplificadoras:

- 1) Para cargas del orden de las de servicio ($f_c \leq 0,40 f'_c$), se asume que existe proporcionalidad entre tensiones y deformaciones para ambos materiales (acero y hormigón).
- 2) Las secciones planas antes de la deformación permanecen planas luego de la deformación.
- 3) Se considera la existencia de la adherencia y por tanto, las deformaciones de las armaduras son iguales a las del hormigón que se encuentra en contacto con ellas.
- 4) Se desprecia el aporte de la resistencia a tracción del hormigón.

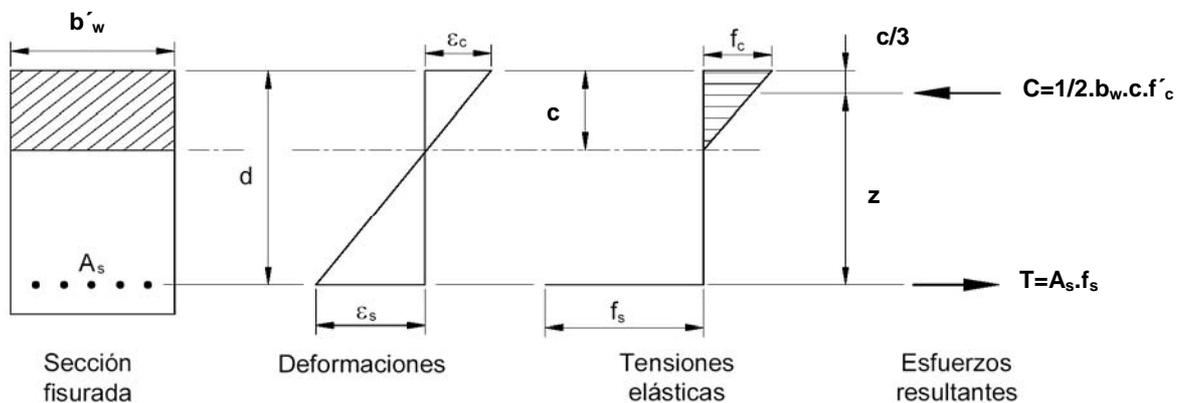


Figura 78: Comportamiento en Estado II

Ecuación de equilibrio de fuerzas:

$$A_s \cdot f_s = b_w \cdot c \cdot \frac{f_c}{2} \quad (I)$$

En base a la primera hipótesis, podemos asumir un comportamiento lineal y aplicar la ley de Hooke:

$$f_s = E_s \cdot \varepsilon_s$$

$$f_c = E_c \cdot \varepsilon_c$$

Por lo que podemos escribir la ecuación (I) como:

$$A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_s = b_w \cdot c \cdot \frac{E_c \cdot \varepsilon_c}{2} \quad (II)$$

De la semejanza de triángulos:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d-c}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c \cdot \left(\frac{d}{c} - 1 \right)$$

Reemplazada en (II):

$$A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_c \cdot \left(\frac{d}{c} - 1 \right) = b_w \cdot c \cdot \frac{E_c \cdot \varepsilon_c}{2}$$

$$\frac{A_s \cdot E_s}{E_c} \left(\frac{d}{c} - 1 \right) = \frac{b_w \cdot c}{2} \quad (III)$$

Llamando n a la relación de módulos de elasticidad entre el acero y el hormigón, relación que como aproximación se asume como constante:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \text{cte}$$

Se puede escribir a la ecuación (III) de la siguiente manera:

$$\frac{b_w \cdot c^2}{2} + n \cdot A_s \cdot c - n \cdot A_s \cdot d = 0$$

Ecuación cuadrática que resuelta nos permite obtener el valor de la profundidad del eje neutro c , y con ello:

$$z = \left(d - \frac{1}{3}c \right) \quad (\text{brazo de palanca interno})$$

$$M_s = c \cdot z = \left(\frac{1}{2} \cdot b_w \cdot c \cdot f_c \right) \cdot \left(d - \frac{1}{3}c \right)$$

M_s = Momento actuante para cargas de servicio, que se corresponde con la profundidad del eje neutro c .



Breve reseña del Método de las Tensiones Admisibles

Introducción

Tal como se mencionó en el Capítulo 3, en la actualidad el Método de Tensiones Admisibles que predominó exclusivamente hasta la década del '60, ha sido eliminado del CIRSOC 201/05. No obstante, y dada la importancia que en su momento tuvo, se realizarán algunos comentarios sobre el mismo y se resolverá a modo comparativo la viga del Ejemplo 4 del mencionado capítulo con dicho método. Para quienes deseen profundizar sobre el tema se sugiere la consulta del Método de Tensiones Admisibles en la referencia 39). Las hipótesis del método de las Tensiones Admisibles son las ya planteadas en el punto anterior como comportamiento de la viga en Estado II, dado que la pieza se analiza para el nivel de cargas de servicio, y para tal situación se presume que la misma se encuentra trabajando en estado II, es decir, fisurada. Las tensiones en ambos materiales se limitan con el fin de que la aproximación del comportamiento elástico se verifique razonablemente. Por lo tanto:

-La tensión en el hormigón por flexión en la fibra más comprimida extrema es:

$$f_c \leq 0,45 f'_c \quad (\text{variable según el reglamento consultado})$$

- La tensión en la armadura más traccionada es:

$$f_s \leq 0,45 f_y \quad (\text{variable según el reglamento consultado})$$

Para el caso más simple de la viga rectangular sin armadura de compresión, se puede plantear:

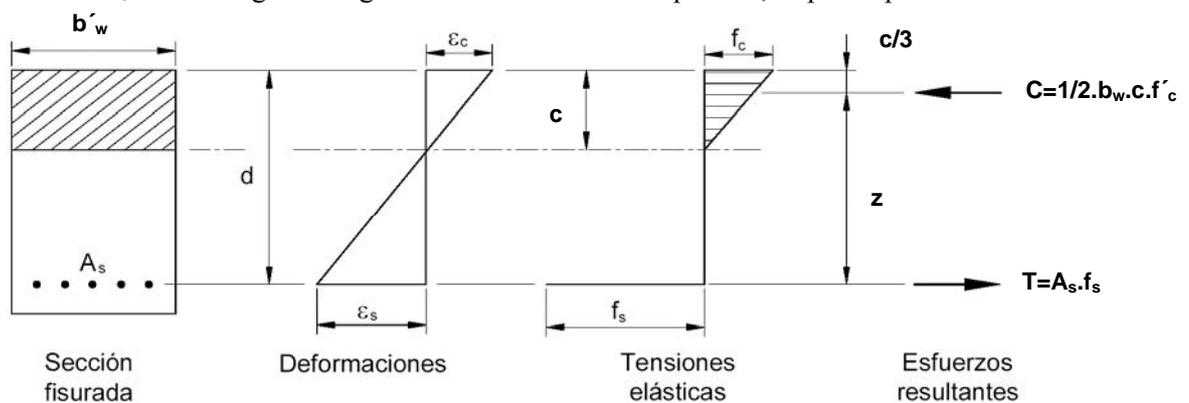


Figura 79: Deformaciones, tensiones elásticas y esfuerzos para tensiones admisibles

Llamando:

$$c = k.d$$

De acuerdo a la Figura 79, se puede establecer la igualdad de fuerzas de la forma:

$$C = T$$

$$k.d.b.\frac{f_c}{2} = A_s.f_s \quad (I)$$

Como:

$$f_s = E_s.\varepsilon_s$$

$$f_c = E_c.\varepsilon_c$$

Reemplazando en (I):

$$k.d.b.\frac{E_c.\varepsilon_c}{2} = A_s.E_s.\varepsilon_s \quad (II)$$

De acuerdo al diagrama de deformaciones, se puede plantear la siguiente relación de triángulos:

$$\frac{\varepsilon_c}{k.d} = \frac{\varepsilon_s}{d - k.d}$$

Reemplazando en (II), se encuentra la expresión:

$$kd.b.E_c \cdot \frac{kd}{2(d-kd)} \cdot \epsilon_s = A_s \cdot E_s \cdot \epsilon_s$$

$$kd.b \cdot \frac{kd}{2} = A_s \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot (d-kd) \quad (\text{III})$$

Como $n = E_s / E_c$, (III) nos queda de la forma:

$$kd.b \cdot \frac{kd}{2} = A_s \cdot n \cdot (d-kd)$$

Dividiendo por b.d:

$$kd.b \cdot \frac{kd}{2.b.d} = \frac{A_s \cdot n}{b.d} \cdot (d-kd)$$

Y teniendo en cuenta que la cuantía de armadura se puede expresar como $\rho = A_s / (b.d)$:

$$\frac{k^2}{2} = n \cdot \rho \cdot (1-k) \quad (\text{IV})$$

Igualando a cero la expresión (IV):

$$k^2 + 2.n.\rho.k - 2.n.\rho = 0$$

$$k_{1-2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a} = \frac{-2n\rho \pm \sqrt{(2n\rho)^2 - 4.(-2n\rho)}}{2} = \frac{-2n\rho \pm \sqrt{4n^2\rho^2 + 8n\rho}}{2} = -n\rho \pm \sqrt{n^2\rho^2 + 2n\rho}$$

Es posible resolver la ecuación de segundo grado de la manera:

$$k = \sqrt{2.\rho.n + (\rho.n)^2} - \rho.n$$

Llamando:

$$z = j.d$$

$$j = 1 - k/3$$

$$f_s = \frac{M_s}{A_s \cdot z}$$

$$f_c = \frac{2.M_s}{k.j.b_w.d^2}$$

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 13) Resolución de una viga por el Método de las Tensiones Admisibles

Resolución a modo de comparación de la viga del Ejemplo 4 por el Método de las Tensiones Admisibles.

Los datos de la viga eran:

Materiales

Hormigón H-25

$$f'_c = 25 \text{ MPa}$$

Acero ADN 42/50

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

Sección transversal

$$b_w = 0,20 \text{ m}$$

$$h = 0,50 \text{ m}$$

$$d = 0,46 \text{ m}$$

Estribos

Se estima un diámetro $d_{br} = 6 \text{ mm}$ y un recubrimiento $c_c = 0,02 \text{ m}$.

Armadura longitudinal

Se estima un diámetro $d_b = 16 \text{ mm}$

Solicitaciones de servicio

$$l = 5 \text{ m}$$

$$g = 800 \text{ kg/m}^2$$

$$p = 400 \text{ kg/m}^2$$

$$s = 2 \text{ m (superficie de influencia)}$$

$$g = 1600 \text{ kg/m}$$

$$p = 800 \text{ kg/m}$$

$$g_{\text{viga}} = 0,20 \cdot 0,50 \cdot 2400 \text{ kg/m}^3 = 240 \text{ kg/m}$$

Por lo tanto, la carga total de servicio será:

$$q = 2640 \text{ kg/m} = 26,40 \text{ KN/m}$$

$$M_s = q \cdot l^2 / 8 = 8250 \text{ kgm} = 82,50 \text{ KNm}$$

Estimando el área necesaria en $A_s = 12 \text{ cm}^2$, se verificarán las tensiones del hormigón y el acero:

$$\rho = \frac{A_s}{b_w \cdot d} = \frac{12 \text{ cm}^2}{20 \text{ cm} \cdot 46 \text{ cm}} = 0,01304$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = 8$$

$$k = \sqrt{2 \cdot \rho \cdot n + (\rho \cdot n)^2} - \rho \cdot n = 0,3642$$

$$j = 1 - k/3 = 0,8786$$

$$f_c = -121,8 \text{ kg/cm}^2 > 0,45 \cdot f'_c = -113 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_s = 1701 \text{ kg/cm}^2 < 0,45 f_y = 1800 \text{ kg/cm}^2$$

Si bien la tensión máxima en el hormigón sería levemente superior a la admisible, a los fines del ejemplo comparativo resulta aceptable. Se verá cuál es el momento último de la viga con el área de acero que surgió del Método de las Tensiones Admisibles.

$$a = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b_w} = 11,85 \text{ cm}$$

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot (d - a/2) = 20195,7 \text{ kgm} = 201,96 \text{ KNm}$$

$$\phi = 0,90$$

$$\phi \cdot M_n = 18176,2 \text{ kgm} = 181,76 \text{ KNm}$$

El factor de seguridad en este caso sería:

$$\gamma = \frac{\phi \cdot M_n}{M_s} = 2,20$$

Se observa que el coeficiente de seguridad con el Método de Tensiones Admisibles es sensiblemente mayor al utilizado en el Método de Rotura.

Capítulo 8

Vigas placa

Aspectos generales

En estructuras de edificios, en donde los entrepisos están constituidos por losas que apoyan sobre vigas, y debido al monolitismo de las estructuras de hormigón, surge la sección más habitual denominada viga placa. En general, aún ejecutando el nervio en una primera etapa y la losa en una etapa posterior, dado que los estribos de corte se introducen en la losa y a la rugosidad natural de la superficie de interfase de hormigón, se puede asumir un comportamiento en conjunto de ambos elementos. En el Capítulo 20 correspondiente a vigas compuestas, se ampliarán estas consideraciones.

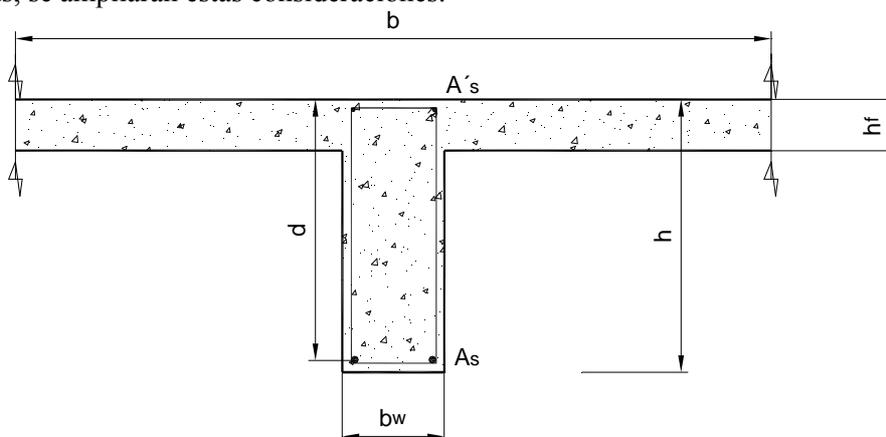


Figura 80: Esquema general de una viga placa

Analizaremos un elemento tal como el de la figura. Sobre este elemento, por efecto del esfuerzo de corte, aparecen tensiones tangenciales que tienden a distorsionarlo, y como consecuencia, las secciones transversales planas de la viga antes de aplicar las cargas, dejan de serlo.

El ala (losa comprimida), se deforma como se indica en la siguiente figura:

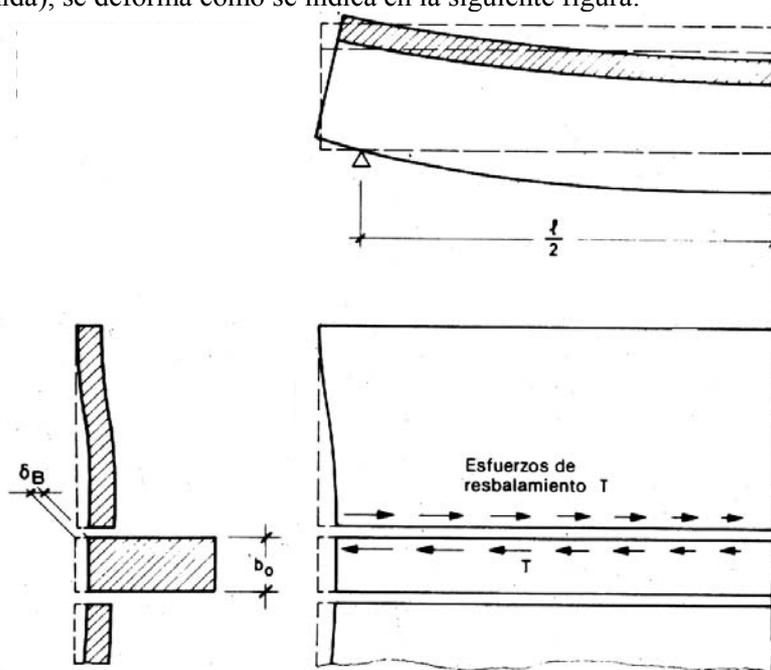


Figura 81: Colaboración de la losa en vigas T (referencia 63)

Al no cumplirse la hipótesis de Bernoulli - Navier (secciones transversales planas permanecen planas luego de la deformación de las cargas), la distribución de tensiones normales ya no es uniforme para las fibras

ubicadas a igual distancia del eje neutro. La distribución de tensiones normales se puede obtener utilizando la teoría de la elasticidad, y se representa en la siguiente figura:¹

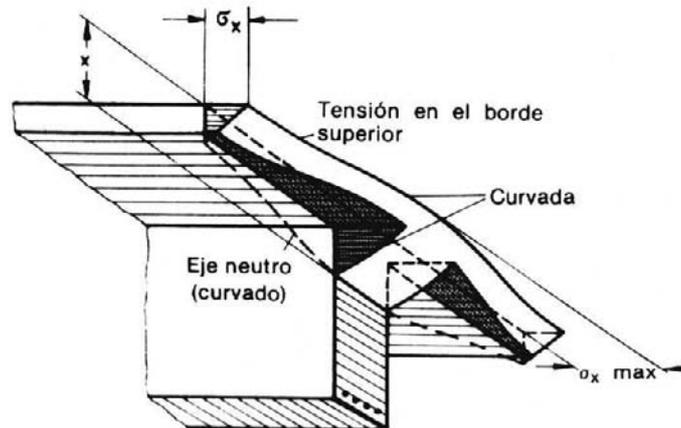


Figura 82: Diagrama real de tensiones (referencia 63)

Se observa que en la zona próxima a la viga, la colaboración de la losa es máxima, haciéndolo como cabeza comprimida. Alejándose de la viga, las tensiones disminuyen hasta descender a valores prácticamente nulos a distancias suficientemente importantes. Para el diseño, se busca poder resolver el problema con una exactitud suficiente y en forma simple. Por este motivo, los distintos reglamentos adoptan una distribución de tensiones idealizada, sobre un ancho equivalente, llamado ancho activo. Las tensiones que quedan fuera del ancho activo se desprecian, dentro de este ancho se adopta una tensión constante. De tal forma, la resultante del volumen de tensiones de la distribución idealizada, coincide prácticamente en magnitud y posición con la resultante que se obtiene integrando el volumen de tensiones de la distribución real. El ancho activo disminuye en la zona de introducción de cargas concentradas. Asimismo, en la zona próxima a los apoyos extremos, las isostáticas de compresión muestran que los esfuerzos de compresión van introduciéndose gradualmente en la losa, de tal manera que el ancho activo crece de cero en el apoyo hasta el valor total (b), a una cierta distancia del mismo. El CIRSOC 201/05, adopta el criterio indicado anteriormente.

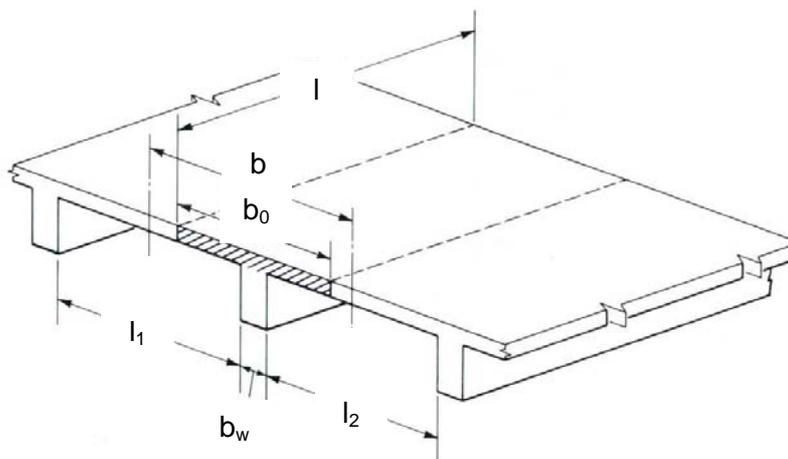


Figura 83: Ancho colaborante en vigas placa

Dimensionado según CIRSOC 201/05

Las condiciones que da el CIRSOC para el cálculo del ancho colaborante efectivo " b " a emplear en los cálculos resistentes son:

Para Vigas "T" bajo losa

a) $b = b_w + b_{e_{izq}} + b_{e_{der}}$

b) $b \leq \text{luz de la Viga} / 4$

c) $b_{e_{(izq \text{ o der})}} = \text{mínimo} (8 h_f; 1/2 \text{ distancia libre a viga adyacente})$

¹ Dicha distribución sólo sería una aproximación dado que el hormigón no es un material con comportamiento elástico.

Para Vigas "L" bajo losa

a) $b = b_w + b_e$

b) $b_e = \text{mínimo} (6 h_f; 1/2 \text{ distancia libre a viga adyacente}; \text{luz de la viga} / 12)$

Para vigas "T" aisladas

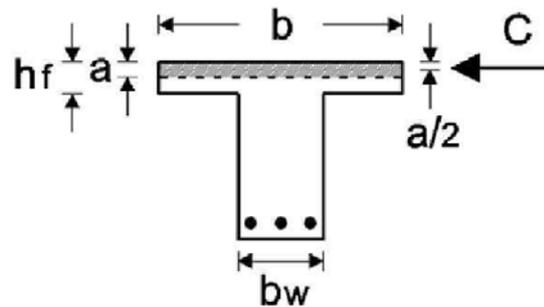
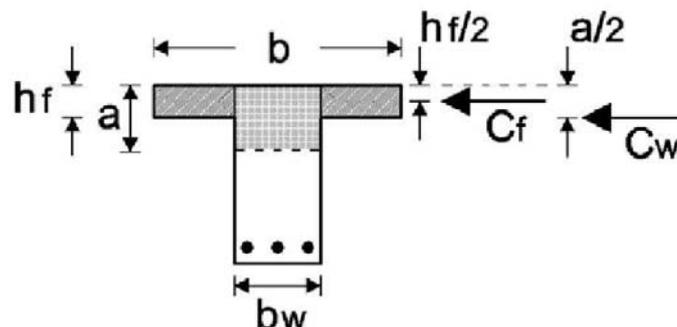
a) $h_f \geq b_w / 2$

b) $b \leq 4 b_w$

Según la localización del eje neutro, se pueden generar las siguientes situaciones.

a) **Eje neutro interior a la losa ($a < h_f$)**

Es la situación más frecuente que se presenta en la práctica, en la que el eje neutro es interior a la losa.

Figura 84: Vigas T, caso de $a < h_f$ La sección puede calcularse como rectangular de ancho constante e igual a b , según lo visto precedentemente.b) **Eje neutro externo a la losa ($a > h_f$)**Figura 85: Vigas T, caso de $a > h_f$ C_f : fuerza absorbida por el hormigón de las alas C_w : fuerza absorbida por el nervio de la viga**Cálculo analítico**

Para iniciar el cálculo se supondrá en primera instancia que no es necesario disponer armadura comprimida, de resultar lo contrario, sería importante considerar el rediseño de la sección, ya que es más económico absorber los esfuerzos de compresión con hormigón que con la adición de armadura comprimida, y que el eje neutro de tensiones se encuentra dentro de las alas es decir se asume que la sección se comporta como una sección rectangular de ancho "b". Al suponerse $a \leq h_f$ debe verificarse que $k_a \leq h_f / d$:

$$M_n = f_c^* \cdot b \cdot a (d - a/2) = 0,85 \cdot f_c^* \cdot b \cdot d^2 \cdot k_a (1 - k_a/2)$$

$$m_n = M_n / (f_c^* b d^2)$$

$$k_a = 1 - \sqrt{1 - 2 m_n}$$

a) Si $k_a \leq h_f / d$:

$$A_s = f_c^* \cdot b \cdot k_a \cdot d / f_y$$

$$A'_s = 0$$

y debe verificarse que $A_s \geq A_{s\text{min}}$

b) Si $k_a > h_f / d$ (eje neutro bajo la losa):

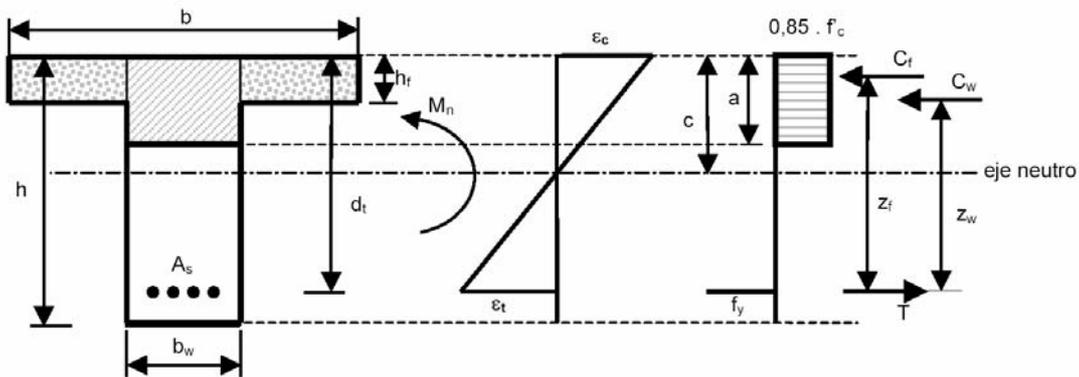


Figura 86: Esquema para el cálculo de vigas T con el eje neutro debajo de la losa (referencia 53)

$$M_n = (A_s - A_{sf}) \cdot f_y \cdot (d - a/2) + A_{sf} \cdot f_y \cdot (d - h_f/2)$$

Si no se verificara, se adopta $A_s = A_{smin}$

La fuerza que toman las alas es:

$$C_f = f_c^* \cdot (b - b_w) \cdot h_f$$

El momento (respecto a "A_s") tomado por las alas resulta:

$$M_{nf} = C_f \cdot (d - h_f/2)$$

La armadura necesaria para equilibrar C_f adquiere el valor:

$$A_{sf} = C_f / f_y$$

El momento a equilibrar con el hormigón del alma vale:

$$M_{nw} = M_n - M_{nf}$$

El cálculo del alma se efectúa, de aquí en adelante, como en una sección rectangular aislada para lo cual será necesario recalculer "k_a" para el momento solicitante "M_{nw}". Al finalizar el cálculo se deberá adicionar a la armadura "A_{sw}" la armadura "A_{sf}" necesaria para equilibrar las compresiones en las alas. En primera instancia supondremos que no es necesario disponer armadura comprimida es decir que:

$$k_a \leq k_{am\acute{a}x} = 0,375 \beta_1$$

$$M_{nw} = f_c^* \cdot b_w \cdot a (d - a/2) = f_c^* \cdot b_w \cdot d^2 \cdot k_a \cdot (1 - k_a/2)$$

$$m_n = M_{nw} / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2)$$

$$k_a = 1 - \sqrt{(1 - 2 m_n)}$$

b.1) $k_a \leq k_{am\acute{a}x}$

$$A_{sw} = f_c^* \cdot b_w \cdot k_a \cdot d / f_y \quad A'_s = 0$$

$$A_s = A_{sw} + A_{sf}$$

b.2) Si $k_a > k_{am\acute{a}x}$ se requerirá el uso de armadura comprimida, es decir $A'_s > 0$

Fijamos la posición del eje neutro en:

$$c_{m\acute{a}x} = 0,375 \cdot d$$

El máximo momento que podrá tomar la sección comprimida de hormigón es:

$$M_c = f_c^* \cdot b_w \cdot d^2 (1 - K_{am\acute{a}x}/2)$$

por lo que el momento remanente deberá ser tomado por la armadura comprimida:

$$\Delta M_n = M'_s = M_{nw} - M_c = A'_s \cdot f'_s \cdot (d - d'_s)$$

donde la tensión “ f'_s ” surge de:

$$\varepsilon'_s = 0,003 \cdot (c_{\text{máx}} - d'_s) / c_{\text{máx}} = 0,003 \cdot (K_{c\text{máx}} - d'_s/d) / K_{c\text{máx}}$$

Si $\varepsilon'_s < \varepsilon_y = f_y / E_s = f_y / 200000 \text{ MPa}$ entonces $f'_s = E_s \cdot \varepsilon'_s$

Si $\varepsilon'_s = \varepsilon_y$ entonces $f'_s = f_y$

por lo que se puede despejar la armadura comprimida como:

$$A'_s = \Delta M_n / [f'_s (d - d'_s)]$$

Finalmente, de la sumatoria de fuerzas se obtiene:

$$A_s = f'_c \cdot b_w \cdot K_{am\text{áx}} \cdot d / f_y + A'_s \cdot f'_s / f_y + A_{sf}$$

Como en el caso de secciones rectangulares, si en cualquier situación se deseara conocer la deformación de la armadura más traccionada ésta se obtiene por semejanza de triángulos como:

$$\varepsilon_s = 0,003 \cdot (d - c) / c = 0,003 \cdot (1 - k_c) / k_c$$

con $k_c = k_a / \beta_1$.

Armadura mínima en vigas placa con el ala traccionada

Para elementos estáticamente determinados con el *ala traccionada*, el área $A_{s,\text{min}}$ debe ser igual o mayor que el menor valor obtenido de la expresión de sección mínima para vigas rectangulares, reemplazando b_w por $2 b_w$, o por el ancho del ala. Ello se debe a que cuando el ala se encuentra traccionada, el momento capaz de fisurar la sección será mayor que el que necesario bajo momento positivo. En estos casos, la cuantía se encuentra referida a las barras traccionadas del ala. Debe tenerse precaución al respecto, para elementos tales como voladizos, en donde no existe posibilidad de redistribuir momentos, en dichos casos, debe incrementarse la cuantía mínima indicada.

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 14) Cálculo de la armadura de una viga placa con el eje neutro dentro de la placa

Materiales

Hormigón H-25

$$f'_c = 25 \text{ MPa}$$

Acero ADN 42/50

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

Sección transversal

$$b_w = 0,15 \text{ m}$$

$$h = 0,50 \text{ m}$$

$$h_f = 0,10 \text{ m}$$

$$l = 5,50 \text{ m}$$

$$l_1 = l_2 = 4,80 \text{ m}$$

$$M_u = 95 \text{ KNm}$$

Estribos

Se estima un diámetro $d_{br} = 6 \text{ mm}$ y un recubrimiento $c_c = 0,02 \text{ m}$.

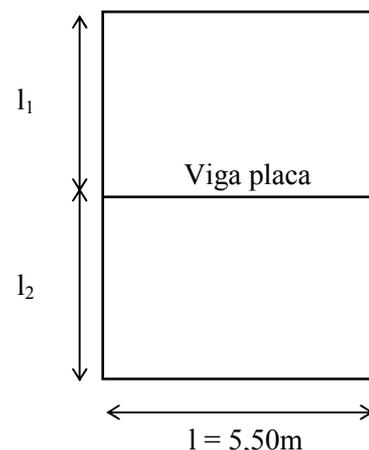
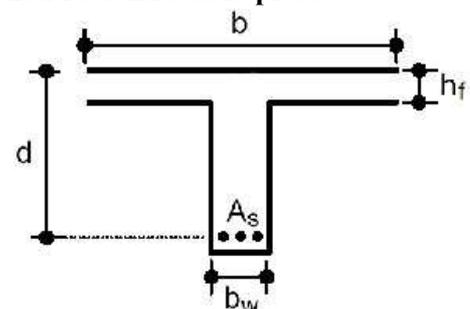
Armadura longitudinal

Se estima un diámetro $d_b = 16 \text{ mm}$

Determinación del ancho efectivo

$$b = b_w + be_{izq} + be_{der}$$

$$b \leq l/4 = 1,375 \text{ m}$$



$$b_e = 8 h_f = 0,80 \text{ m}$$

$$b_e = 1/2 l_T = 2,40 \text{ m}$$

$$b = b_w + b_{e_{izq}} + b_{e_{der}} = 0,15 \text{ m} + 0,80 \text{ m} + 0,80 \text{ m} = 1,75 \text{ m} > 1/4$$

Se adopta $b = 1,37 \text{ m}$

Dimensiones de cálculo:

$$b = 1,37 \text{ m}$$

$$b_w = 0,15 \text{ m}$$

$$h = 0,50 \text{ m}$$

$$h_f = 0,10 \text{ m}$$

$$d = h - c_c - d_{be} - d_b/2 = 0,50 \text{ m} - 0,02 \text{ m} - 0,006 \text{ m} - 0,016 \text{ m} / 2 = 0,466 \text{ m}$$

Se adopta $d = 0,45 \text{ m}$

$$M_n = M_u / 0,90 = 95 \text{ KNm} / 0,90 = 105,55 \text{ KNm}$$

Verificación A_{smin}

$$A_{smin} = 1,40 \cdot b_w \cdot d / f_y = 1,40 \cdot 15 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 2,25 \text{ cm}^2$$

Suponemos (como ocurre generalmente), que $a \leq h_f$, es decir, que el eje neutro se encuentra dentro de la losa, por lo que la sección se comportará como rectangular de ancho constante b . En tal caso, debe verificarse:

$$k_a \leq h_f / d = 0,10 \text{ m} / 0,45 \text{ m} = 0,222$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b \cdot d^2) = 105,55 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 25000 \text{ KN/m}^2 \cdot 1,37 \text{ m} \cdot (0,45 \text{ m})^2] = 0,0179$$

$$k_a = 1 - (1 - 2 m_n)^{1/2} = 0,01806 < h_f / d = 0,222$$

por lo que verifica el supuesto.

$$K_c = K_a / \beta_1 = 0,01806 / 0,85 = 0,021 < 0,375$$

por lo que no es necesaria la armadura de compresión.

$$A_s = f_c^* \cdot b \cdot k_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 25 \text{ MPa} \cdot 1,37 \text{ cm} \cdot 0,01806 \cdot 45 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 5,633 \text{ cm}^2$$

Se adoptan $3\phi 16 \text{ mm}$

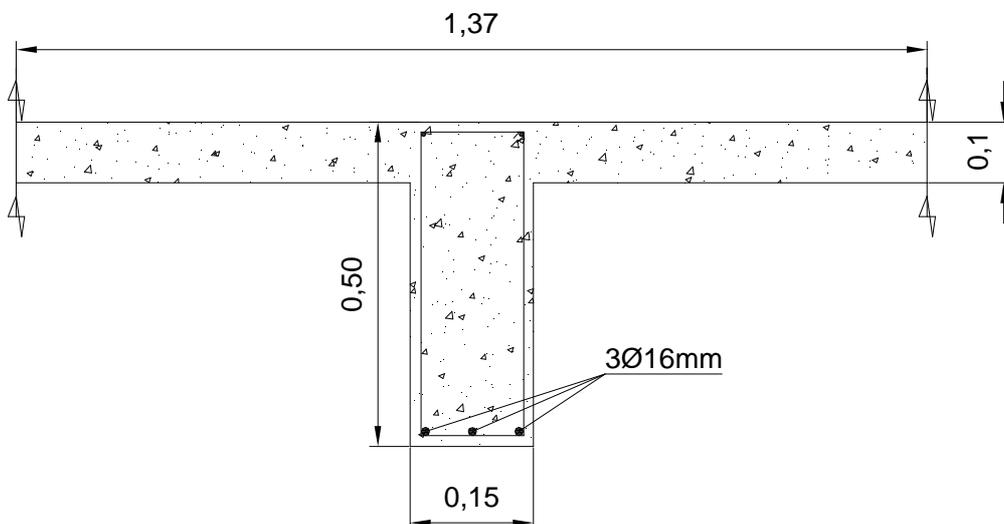


Figura 87: Esquema de armado final del Ejemplo 14

Ejemplo 15) Cálculo analítico y por tablas, de una viga placa con el eje neutro debajo de la placa

Determinar la sección de armadura traccionada necesaria en una viga placa de sección transversal T sujeta a flexión simple, de hormigón H-20 y acero ADN 42/50, sometida a un momento flector de 590 KNm. El ancho b del ala de la viga placa es de 80 cm y el del alma de 20 cm. La altura útil de la viga es de $d_t = 50$ cm. $h_f = 10$ cm.

Cálculo analítico

$$M_n = M_u / 0,90 = 655,6 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b \cdot d^2) = 655,6 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,80 \text{ m} \cdot (0,50\text{m})^2] = 0,19282$$

$$k_a = 1 - (1 - 2 m_n)^{1/2} = 0,2162 > h_f/d = 0,20$$

Debe calcularse con el eje neutro debajo de la placa.

Fuerza que absorben las alas (C_f):

$$C_f = f_c^* (b - b_w) h_f = 17000 \text{ KN/m}^2 \cdot (0,80 \text{ m} - 0,20 \text{ m}) \cdot 0,10 \text{ m} = 1020 \text{ KN}$$

Cálculo de A_{sf} :

$$A_{sf} = \frac{C_f}{f_y} = \frac{1020 \text{ KN}}{420 \text{ MPa} \cdot 1000} = 24,28 \text{ cm}^2$$

$$M_{nf} = C_f \cdot (d - h_f/2) = 1020 \text{ KN} \cdot (0,50 \text{ m} - 0,10 \text{ m}/2) = 459 \text{ KNm}$$

A tomar por el alma:

$$M_{nw} = M_n - M_{nf} = 196,60 \text{ KNm}$$

$$m_{nw} = M_{nw} / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 196,60 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,20 \text{ m} \cdot (0,50\text{m})^2] = 0,23129$$

$$k_a = 1 - (1 - 2 m_n)^{1/2} = 0,2669$$

$$A_{sw} = f_c^* \cdot b_w \cdot k_a \cdot d / f_y = 9,36 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 24,28 \text{ cm}^2 + 9,36 \text{ cm}^2 = 33,64 \text{ cm}^2$$

Se adoptan $6\phi 25 \text{ mm} + 2\phi 20 \text{ mm}$ (dos capas de armado)

Resolución por tablas

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(MNm)}{b(m)}}} = \frac{0,50\text{m}}{\sqrt{\frac{0,655\text{MNm}}{0,8\text{m}}}} = 0,553\text{m} / \sqrt{MN}$$

Se obtiene:

$$K_c = 0,2535 \text{ (ver Tabla 12)}$$

$$c = K_c \cdot d_t = 12,7 \text{ cm}$$

$$a = \beta_1 \cdot c = 0,85 \cdot 12,7 \text{ cm} = 10,8 \text{ cm} > h_f = 10 \text{ cm}$$

$$M_{nf} = 0,85 \cdot f_c' \cdot h_f \cdot (b - b_w) \left(d_t - \frac{h_f}{2} \right) = 0,459 \text{ MNm}$$

$$M_{nw} = M_n - M_{nf} = 0,655 \text{ MNm} - 0,459 \text{ MNm} = 196 \text{ KNm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_{nw}(MNm)}{b(m)}}} = \frac{0,50\text{m}}{\sqrt{\frac{0,196\text{MNm}}{0,35\text{m}}}} = 0,668\text{m} / \sqrt{MN}$$

$$K_e = 25,625 \text{ cm}^2/\text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot M_{nw}/d_t + M_{nf} / (f_y \cdot (d_t - h_f/2)) = 34,33 \text{ cm}^2$$

Valor que se aproxima al analítico.

Cálculo de vigas placa según CIRSOC 201/82

Determinación del ancho efectivo b_m

El CIRSOC 201/82 se basa en la Norma DIN para el cálculo relativo a vigas del tipo placa. La Norma DIN 4224 adopta como valor aproximado de ancho efectivo a $b_m = 1/3 \cdot l$, siendo l la longitud del tramo de la viga placa. En caso de vigas continuas o vigas en voladizo, l se transforma en l_0 , que es la distancia entre puntos de momentos nulo. De todas formas, la Norma DIN permite adoptar distintos valores según la posición de la viga:

- Para vigas de un tramo $l_0 = l$.
- Para voladizos $l_0 = 1,5 \cdot l$.
- Para tramos interiores de vigas continuas $l_0 = 0,6 \cdot l$.
- Para tramos extremos de vigas continuas $l_0 = 0,8 \cdot l$.

Para utilizar valores más precisos, la Norma DIN establece el siguiente procedimiento. Los valores de b_m (ancho efectivo) son:

$$b_m = b_0 + b_{m2} + b_{m3}$$

$$b_m = b_0 + b_{m2} + b_{m1} \text{ (en vigas de borde)}$$

Para calcular los b_{mi} se usan tablas en donde se debe ingresar con los valores de:

- Distancia entre vigas (b_i).
- Distancia entre puntos de momentos nulos (l_0).
- Relación entre el espesor de la placa o losa (d) y el alto de la viga (d_0).

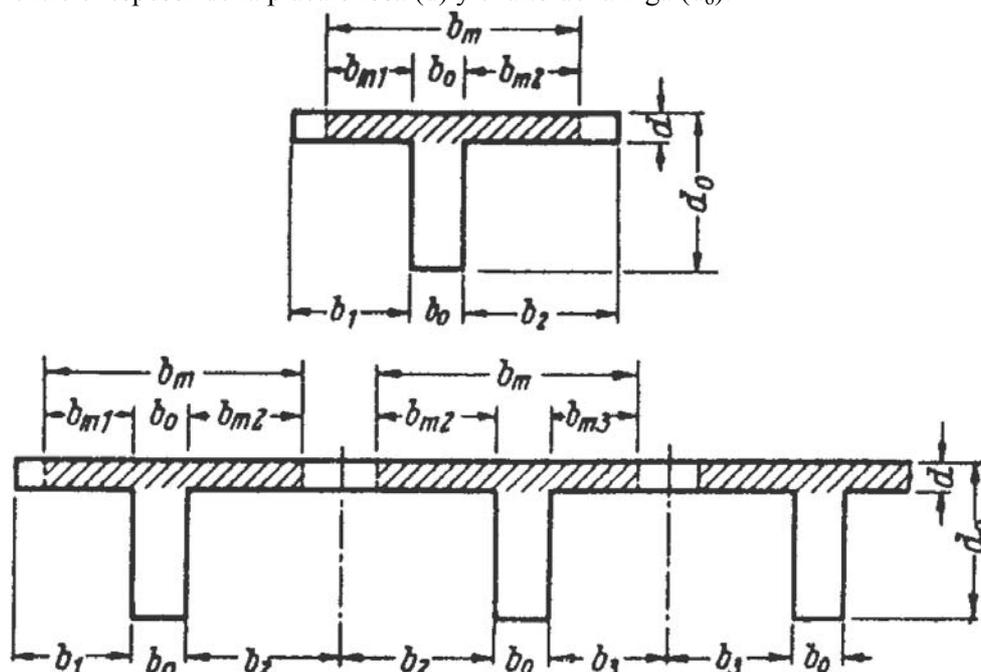


Figura 88: Nomenclatura para los anchos colaborantes en vigas placa según Norma DIN (referencia 38)

d/d_0	$b_{m1}/b_1, b_{m2}/b_2$ ó b_{m3}/b_3													
	para $b_1/l_0, b_2/l_0$ ó b_3/l_0													
	1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10
0,10	0,18	0,20	0,23	0,26	0,31	0,38	0,43	0,48	0,55	0,62	0,71	0,82	0,92	1,00
0,15	0,20	0,22	0,25	0,28	0,33	0,40	0,45	0,50	0,57	0,64	0,72	0,82	0,92	1,00
0,20	0,23	0,26	0,29	0,33	0,38	0,45	0,50	0,55	0,61	0,68	0,76	0,85	0,93	1,00
0,30	0,32	0,36	0,40	0,44	0,50	0,56	0,59	0,63	0,68	0,74	0,80	0,87	0,94	1,00

Tabla 17: Anchos colaborantes en vigas placa según la Norma DIN (referencia 38)

Para cargas concentradas o repartidas en una longitud menor que 0,1.l, el ancho efectivo obtenido por tablas debe reducirse según un coeficiente χ .

b_f/l	$b_1/l_0, b_2/l_0$						
	2,00	1,00	0,80	0,60	0,40	0,20	0,10
χ	0,60	0,61	0,62	0,63	0,65	0,70	0,90

Tabla 18: Coeficiente de reducción del ancho colaborante para el caso de cargas concentradas

Procedimiento de cálculo

Se deben distinguir tres casos, según la ubicación del eje neutro y la importancia de las solicitaciones:

Caso 1

El eje neutro se ubica dentro de la placa, por lo que se trata a la viga como una sección rectangular común. Por ello es válido todo lo visto para flexión con $b = b_m$. Para el dimensionado se pueden utilizar, entre otros métodos, las tablas de k_h . También, se puede adoptar el brazo de palanca de forma aproximada como $z = h - d/2$, con d la altura de la losa.

Caso 2

$b_m / b_0 \geq 5$, por lo que se trata de una sección de alma delgada. Siendo pequeña la contribución del nervio, se desprecian las tensiones de compresión en el mismo. La resultante de compresión D_b se ubica a una distancia $d/2$ del borde superior. Por ello se tendrá:

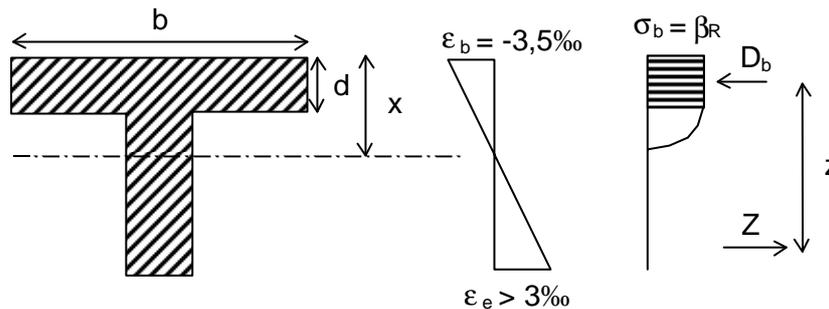
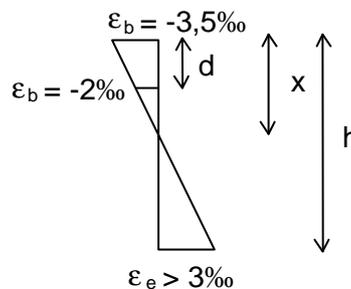


Figura 89: Caso de una viga placa de alma delgada

Mientras que en toda la placa el hormigón llegue a tener $\epsilon_b \geq 2‰$, toda ella va a llegar a $\sigma_b = \beta_R$.

$$D_b = \beta_R \cdot d \cdot b$$

Para aprovechar todo el hormigón $\sigma_b = \beta_R$ y toda la capacidad del acero $\epsilon_e \geq 3‰$, se debe tener que d (espesor de la placa) $\leq 0,23.h$ y x (eje neutro) $\leq 0,54.h$, que resultan consideraciones geométricas sobre el diagrama de deformación.



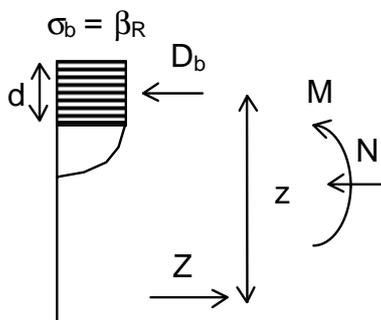
$$\frac{x-d}{d} = \frac{2}{3,5} = 0,57$$

$$\frac{x}{h} = \frac{3,5}{3,5+3} \cong 0,54$$

Si se reemplaza, se llega a que $d/h \leq 0,23$.

Cuando d (espesor de la placa) $> 0,23 \cdot h$ significa que parte de la losa tiene un $\epsilon_b < 2\text{‰}$, $\sigma_b < \beta_R$ y la resultante $D_b = \beta_R \cdot d \cdot b \cdot \alpha$. Se aprecia que a partir del valor $d/h < 0,23$, β_R resulta constante ($\alpha=1$). Para calcular la armadura, se plantea directamente la ecuación de equilibrio de fuerzas $\Sigma F = 0$:

$$\Sigma F = D_b + N - Z = 0, \text{ siendo } D_b = M / z$$



$$A_s = \left(\frac{M}{\left(h - \frac{d}{2} \right)} + N \right) \cdot \frac{1}{\beta_s / \gamma}$$

Donde N en caso de ser compresión, resulta negativo.

Debe verificarse que no se sobrepase la resistencia de la zona comprimida del hormigón:

$$\sigma_m = \frac{D_b}{b \cdot d} = \frac{M_u}{b_m \cdot d \cdot \left(h - \frac{d}{2} \right)} = \frac{\gamma \cdot M_s}{b_m \cdot d \cdot \left(h - \frac{d}{2} \right)} \leq \beta_R$$

Caso 3

$b_m / b_0 \leq 5$, por lo que no es posible despreciar el nervio pues, en general, en vigas de alas cortas, su influencia es apreciable para la ubicación de la resultante de compresión D_b y consecuentemente, del brazo elástico “ z ”. El dimensionamiento no es directo y da lugar a realizar iteraciones. El dimensionado se lo puede realizar en forma aproximada con las fórmulas determinadas para la sección rectangular “transformando” la viga T (sección comprimida) en un rectángulo ficticio de ancho b_i equivalente, con $b_i = \lambda \cdot b_m$.

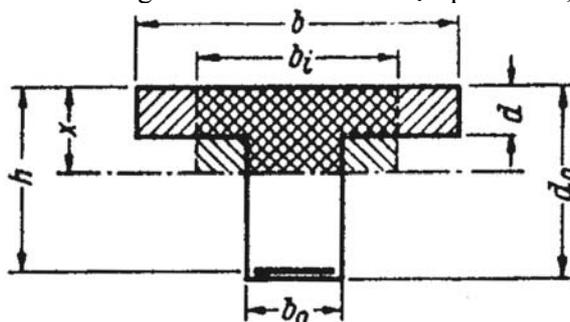


Figura 90: Rectángulo equivalente en vigas placa con $b_m / b_0 \leq 5$

Dado que con esta transformación el brazo elástico que resulta es algo menor que el real, el cálculo queda del lado de la seguridad. El coeficiente λ depende de:

- b_m / b_0 .
- d / h .
- k_x : posición del eje neutro.

d/h =										b/b ₀						
0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	5,00
k _x =										100.λ						
0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	100	100	100	100	100	100	100
	0,50	0,44	0,39	0,33	0,28	0,22	0,17	0,11	0,06	99	99	99	99	99	99	98
		0,50	0,44	0,38	0,31	0,25	0,19	0,13	0,06	97	96	95	95	95	94	94
			0,50	0,43	0,36	0,29	0,21	0,14	0,07	95	92	90	89	89	88	87
				0,50	0,42	0,33	0,25	0,17	0,08	91	87	84	82	81	80	79
					0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	87	81	77	75	73	71	70
						0,50	0,38	0,25	0,13	83	75	70	66	64	62	60
							0,50	0,33	0,17	79	69	62	58	55	53	50
								0,50	0,25	75	62	55	50	46	44	40
									0,50	71	56	47	42	37	34	30

Tabla 19: Coeficiente λ para la determinación del bloque equivalente en vigas placa con b_m / b₀ ≤ 5 (ref. 38)**Procedimiento**

1. Se estima un valor de k_x.
2. De la Tabla 19 se halla λ a partir de b_m/b₀ y d/h.
3. Se define b_i = λ.b_m (ancho equivalente del rectángulo).
4. Se usan las fórmulas de flexión conocidas, calculándose k_h respecto de la armadura traccionada:

$$k_h = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b_i}}}$$

5. Ingresando a tablas se determina k_x.
6. Se comparan ambos valores de k_x, el de tablas y el estimado inicialmente. En caso de ser aproximadamente iguales, se calcula la armadura. Si, en cambio, el valor estimado es distinto al obtenido, se debe reiniciar el proceso eligiendo otro valor de k_x.

Verificación del hormigón

Se la hace a través del valor de k_h pues si k_h ≤ k_h^{*}, entonces significa que se necesita armadura comprimida. Esto a su vez implica una sección poco económica y conviene redimensionar. Mientras k_h > k_h^{*}, se asegura que la tensión en el hormigón no es superada de la correspondiente a la deformación máxima.

Problema de verificación

La viga placa para vigas delgadas (b/b₀ > 5) se verifica en forma aproximada comparando las máximas capacidades de la placa y armadura.

$$M_u \begin{cases} A_s \cdot \left(h - \frac{d}{2} \right) \cdot \beta_S \\ b \cdot d \cdot \left(h - \frac{d}{2} \right) \cdot \beta_R \end{cases}$$

El máximo momento de rotura de la pieza será el menor:

$$M_u \text{ (menor)} / \gamma = M_{adm}$$

Capítulo 9

Coeficiente de seguridad CIRSOC 201/05

Reflexiones sobre del coeficiente de seguridad en estructuras sometidas a flexión simple

Tan sólo a modo de ejemplo, realizaremos un sencillo análisis de carga de una losa típica de un edificio de departamentos, cotejando los coeficientes de seguridad del Reglamento CIRSOC 201/82 y CIRSOC 201/05. Para ello, referiremos la nueva norma a un coeficiente γ :

$$\gamma = \frac{\gamma_D \cdot D + \gamma_L \cdot L}{\phi}$$

Análisis de carga:

Peso propio

Losa de hormigón.....	0,12.2500kg/m ³ = 300 kg/m ²
Contrapiso.....	0,05.1700 kg/m ³ = 85 kg/m ²
Carpeta.....	0,02.2000 kg/m ³ = 40 kg/m ²
Piso.....	40 kg/m ²
Cielorraso aplicado.....	15 kg/m ²
	480 kg/m ²

Sobrecarga (L) = 200 kg/m²

$$S = D + L = 680 \text{ kg/m}^2$$

$$U = 1,20 \cdot D + 1,60 \cdot L = 896 \text{ kg/m}^2$$

$$D/S = 480 \text{ kg/m}^2 / 680 \text{ kg/m}^2 = 0,706$$

$$L/S = 200 \text{ kg/m}^2 / 680 \text{ kg/m}^2 = 0,294$$

Por lo que los valores de referencia de cada uno implican:

D = 70 %

L = 30 %

$$\gamma = \frac{\gamma_D \cdot D + \gamma_L \cdot L}{\phi} = \frac{1,20 \cdot 0,70 + 1,60 \cdot 0,30}{0,90} = 1,467$$

$\phi = 0,90$ (rotura dúctil)

Este valor se encuentra por debajo del coeficiente de seguridad $\gamma = 1,75$ para rotura dúctil del reglamento CIRSOC 201/82.

Ello representa para este caso particular un 16% de variación respecto del antiguo coeficiente de seguridad.

La conclusión anterior no implica nada preocupante en sí mismo, pero, debe remarcar que sí conlleva a la exigencia de un detallado y ajustado análisis y evaluación de las cargas presentes, y además, una especial atención sobre ciertos aspectos no siempre debidamente estudiados, tales como:

- Control de las flechas en las vigas.
- Control de la fisuración
- Mayor control de ejecución de las obras

Al respecto, los nuevos lineamientos especifican tolerancias máximas para la colocación de armaduras en elementos flexionados.

Capítulo 10

Sistemas de losas

Generalidades

Al realizar el análisis de una estructura de hormigón armado solicitada bajo un determinado sistema de cargas debemos tener presente que, dado el monolitismo propio de las estructuras constituidas por este material, el comportamiento es esencialmente espacial. No obstante, a fin de evaluar en forma práctica los esfuerzos de los distintos puntos de la misma, se procede en general a su análisis descomponiéndola en elementos típicos tales como:

- Losas
- Vigas
- Columnas
- Tensores
- Tabiques
- Bases

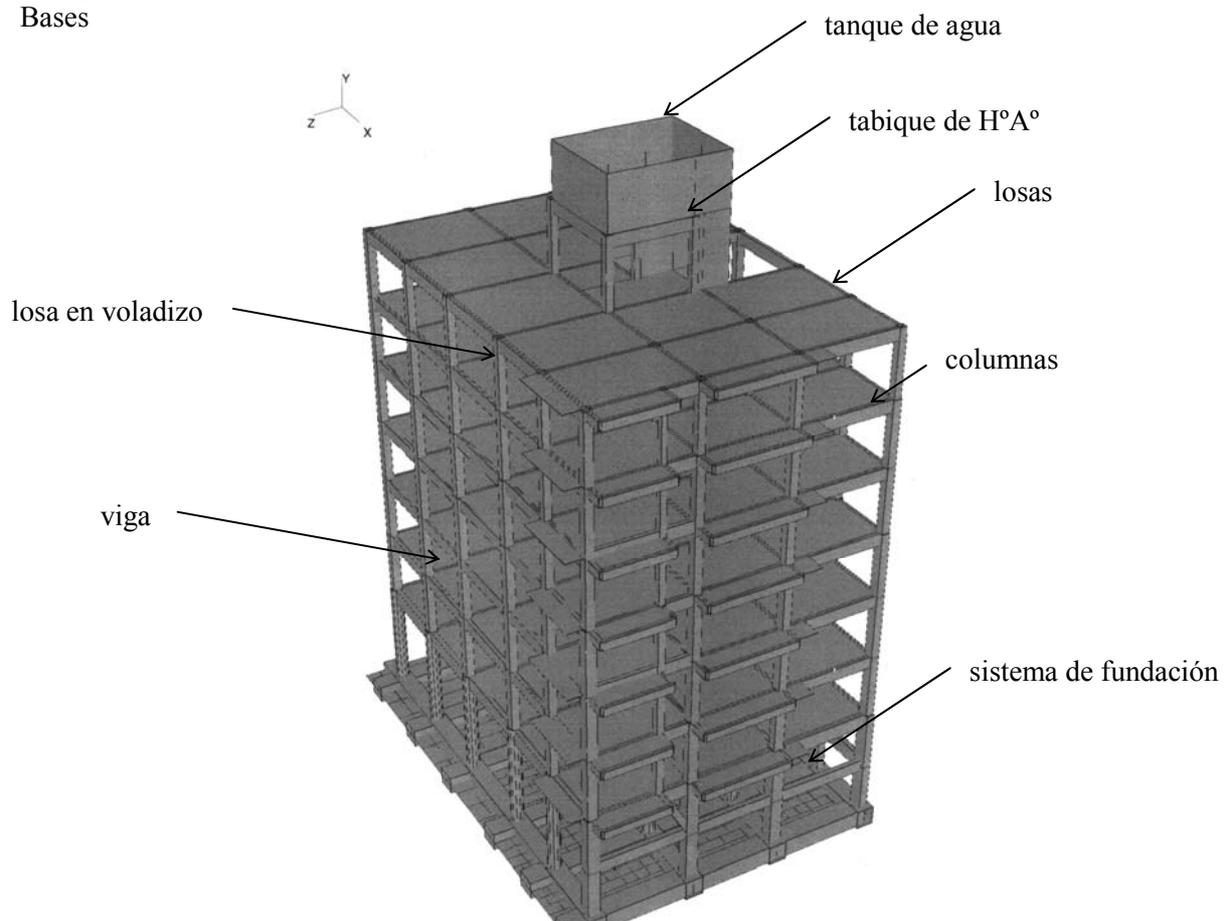


Figura 91: Modelación integral de un edificio y sus componentes

Luego, se procede a considerar las solicitaciones principales en cada uno de estos elementos, en función de lo cual se realiza el dimensionado.

Las solicitaciones que podríamos definir como secundarias y que se originan por el comportamiento espacial, son consideradas usualmente mediante disposiciones constructivas y de armado.

Introducción teórica

Las losas son elementos de dos dimensiones predominantes y de pequeño espesor, que reciben en forma normal a su plano las cargas del entrepiso.

A comienzos de siglo, debido al desconocimiento del comportamiento real de estos elementos, se realizaban ensayos de carga previos a la puesta en servicio de las losas, y de tal forma el proyectista garantizaba a las mismas por un determinado período de tiempo¹. Hasta la década de 1950, el estudio sobre su análisis se basó en la Teoría Elástica Clásica. Dicha teoría de las placas se fundamenta en ciertas hipótesis simplificadoras, a saber:

a) Relativas al material y a la forma de la placa:

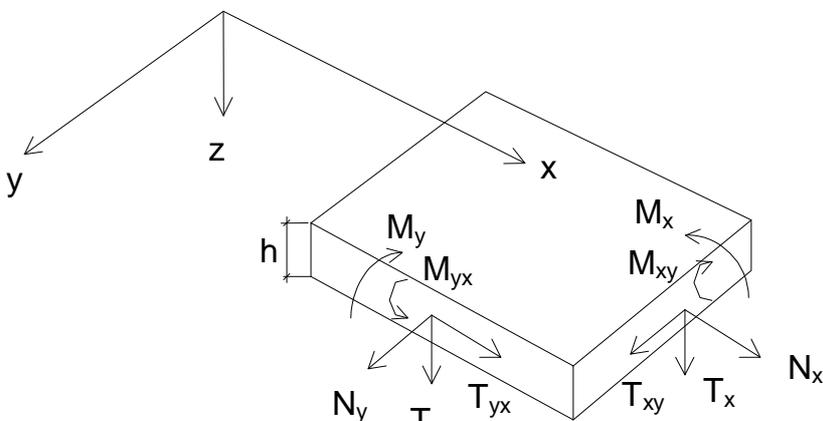
1. Material perfectamente elástico.
2. Material que cumple la Ley de Hooke.
3. Material homogéneo e isótropo.
4. Espesor constante.
5. Espesor pequeño comparado con las restantes dimensiones.

b) Relativas al comportamiento de la placa bajo cargas:

1. Las fibras perpendiculares al plano medio de la placa antes de la deformación, permanecen perpendiculares a la superficie media de la placa deformada.
2. La tensión normal perpendicular al plano medio es despreciable ($\sigma_z = 0$).
3. Las flechas son pequeñas comparadas con el espesor.
4. En el plano medio de la placa no actúan tensiones normales, es decir, dicho plano no sufre deformación alguna.

En realidad, el hormigón no se comporta como un material elástico, isótropo y homogéneo, sin embargo, las diferencias con este material ideal, son aceptables como un análisis aproximado.

Planteando las ecuaciones diferenciales de equilibrio de un elemento $dx \cdot dy$ y relacionando los momentos flectores con las curvaturas, se llega a:



$$N_x = N_y = 0$$

$$T_{xy} = T_{yx} = 0$$

$$M_x = -D \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$M_y = -D \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$M_{xy} = D \cdot (1 - \mu) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$T_x = D \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \qquad T_y = -D \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

¹ Referencia 117)

donde w = deformación de la placa según el eje z .

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$$

y μ es el coeficiente de Poisson.

Esto permite calcular las solicitaciones en función de la superficie deformada, cuya ecuación diferencial, conocida como ecuación de Lagrange es:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D}$$

Conocidas las condiciones de sustentación (condición de borde), se puede desarrollar la solución del problema, (series, diferencias finitas, etc.), que permite obtener los valores de w , con ellos los momentos y , a partir de estos, las tensiones.

Posteriormente, en 1952, Johansen propuso la Teoría de las Líneas de Fluencia, con el fin de determinar la capacidad de carga última de las losas hasta el colapso.

Esta teoría supone que próxima a la carga última, se generan líneas de articulaciones plásticas manteniéndose rígidos los sectores entre líneas. Estas líneas se denominan "Líneas de Rotura".

Este planteo basado en un análisis plástico conduce a menores espesores de losa que los obtenidos por otros métodos, por ello, es importante verificar siempre las condiciones de servicio de la losa en estos casos.

Al tratarse de un análisis plástico, las cargas o momentos flectores que se obtienen resultan una solución denominada de "frontera superior", lo que implica, que representan los valores de máxima que se pueden esperar según la comparación con los ensayos.

Es importante destacar que si se evalúan mecanismos incorrectos de falla, o relaciones de armadura inadecuadas según ambas direcciones, pueden surgir momentos máximos en zonas imprevistas.

Una ventaja del Método de las Líneas de Rotura es que a diferencia del Método Elástico, en donde en general solo existen ayudas de cálculo tabuladas para losas rectangulares, en el Método de las Líneas de Rotura es factible encontrar soluciones para cualquier forma y condiciones de sustentación de losas. Un inconveniente es que deben evaluarse en forma independiente las condiciones de servicio, flechas y fisuración.

Ensayo a rotura de una losa maciza rectangular

De igual forma que cuando se estudió el comportamiento de piezas de hormigón armado a flexión o corte, realizaremos un ensayo de una losa rectangular simplemente apoyada, diseñada de manera subarmada, con incrementos paulatinos de la carga hasta el colapso.

a) Primera etapa "fase elástica"

En esta etapa de cargas (cargas uniformes de reducida intensidad), podemos considerar a la losa como si fuera de un material ideal elástico, homogéneo e isótropo. La pieza se encuentra en lo que denominamos Estado I (sin fisuras).

Tanto la deformación, como la distribución de momentos flectores son, con buena aproximación, los obtenidos mediante la Teoría Elástica.

b) Segunda etapa "fase de fisuración"

Al continuar con el incremento de las cargas, se comienzan a manifestar fisuras en la zona inferior de la losa, en dirección perpendicular a las isostáticas de tracción. Debido a ello, se reducen los momentos de inercia en correspondencia con las zonas fisuradas (pase al Estado II) y se provoca una primera redistribución de momentos, la misma ya difiere de la obtenida por el cálculo elástico.

c) Tercera etapa: "fase de plastificación"

Si, como ocurre normalmente en el diseño de estos elementos, la cuantía es tal que la losa está subarmada (cuantía inferior a la máxima), la armadura ubicada en la zona de momentos más elevados entra en fluencia, y se produce una segunda redistribución de momentos más importante que la anterior.

En esta etapa de carga se forman las líneas de articulación que dividen a la losa en sectores que rotan alrededor de las mismas.

d) Cuarta etapa “fase de rotura

Las líneas de articulación se propagan de tal manera que la losa se transforma en un mecanismo cinemático. Las líneas de articulación se transforman ahora en líneas de rotura, sobre las que la armadura se encuentra en fluencia y el hormigón comprimido ha agotado su capacidad de deformación.

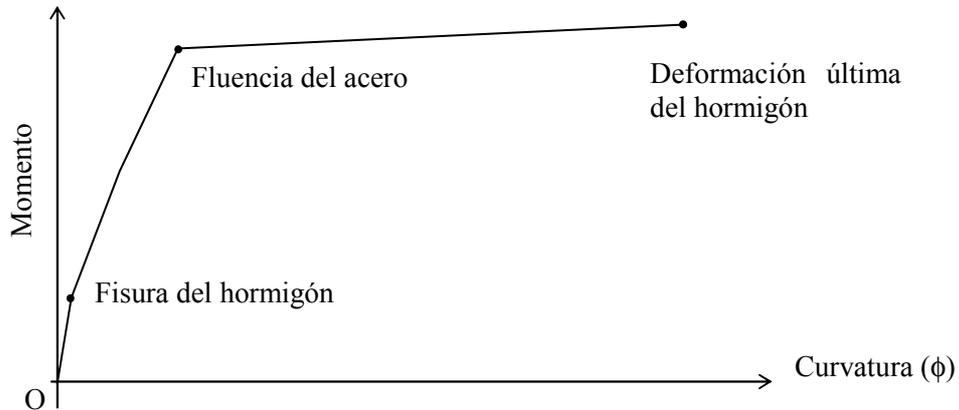


Figura 92: Diagrama idealizado de momento en función de la curvatura para una losa

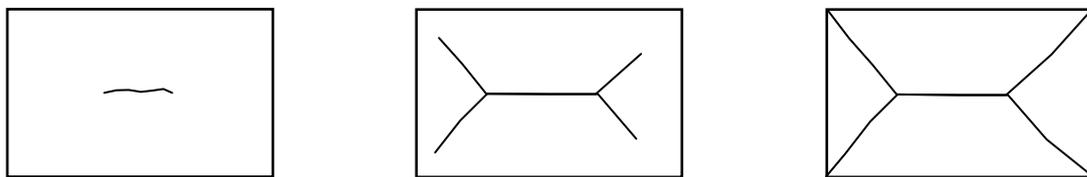


Figura 93: Líneas de fluencia progresivas en una losa simplemente apoyada con carga uniforme

Comportamiento a flexión de losas en dos direcciones

Analizaremos una losa rectangular aislada, soportada en apoyos indeformables (muros o tabiques), o vigas de gran rigidez, considerando dichos apoyos como articulados.

Sometida a cargas gravitatorias la losa se deformara en forma de cuenco y sus esquinas se levantarán si no están vinculadas fijas a sus apoyos.

Podemos observar que las pendientes de la deformada son más importantes en la dirección corta que en la larga, y por lo tanto los momentos flectores son mayores en dicha dirección.

A fin de interpretar su comportamiento flexional podemos imaginar que la carga es tomada por dos franjas centrales de vigas ortogonales y paralelas a los lados (L_a y L_b) de la losa, en la que cada viga ficticia toma una parte de la carga y la transmite a su correspondiente apoyo.

Si la carga incidente es q (KN/m²), bajo la misma, ambas vigas se deforman en el centro de la luz igual valor, dado que en realidad forman parte de la misma losa.

Igualando las deformaciones tenemos:

$$\delta_a = \delta_b$$

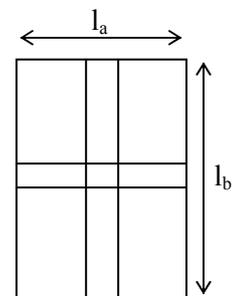
$$5/384 q_a (L_a)^4 E I = 5/384 q_b (L_b)^4 E I$$

q_a = parte de la carga transmitida en la dirección corta

q_b = parte de la carga transmitida en la dirección larga

Por tanto:

$$q_a/q_b = (L_b/L_a)^4$$



Observamos que según este análisis simplificado, la mayor parte de la carga se transmite en la dirección más corta, que constituye la dirección de mayor rigidez relativa. En realidad existen efectos torsionales no considerados entre una faja y la alledaña, por lo que se presentan momentos flectores y torsionales que dan como resultado menores momentos flectores que los que resultan del análisis anterior.

Si ahora adicionamos la variable de que los apoyos no son de rigidez infinita (vigas soporte de mayor esbeltez), la distribución de momentos entre el lado más corto y el restante se vuelve aún más compleja y dependerá de las relaciones de rigidez entre las vigas de apoyo y la rigidez de la losa.

Tenemos entonces que conforme la relación de lados de la losa va aumentando para el caso de apoyos rígidos, tanto mayor resulta el momento en el sentido de la menor luz, a modo de ejemplo, en una losa simplemente apoyada en sus cuatro bordes, para una relación de lados $l_y/l_x = 2$, el momento M_y tiene valores del orden del 20% de M_x y llega al 5% para una relación de lados igual a 3.

Es por esta razón que la mayoría de los reglamentos descartan la consideración de M_y cuando la relación de lados es mayor a 2.

Por lo expresado, se pueden clasificar a las losas según la disposición de la armadura principal en:

- a) Losas armadas en una dirección
- b) Losas armadas en dos direcciones

En el primer caso, se supone a la losa formada por un haz de fajas paralelas a la dirección de la menor luz, de ancho unitario.

Esta hipótesis simplificativa utiliza una sola de las posibilidades de transmisión de las cargas, aunque siempre se prevé una armadura transversal de repartición secundaria para tomar los esfuerzos de tracción en dicha dirección.

En el caso de losas, el cálculo de solicitaciones se puede evaluar según distintos enfoques:

- a) Método elástico

Considera a la losa sometida a las cargas de servicio, y la supone trabajando en la fase elástica. La distribución de esfuerzos surge de la aplicación de la teoría elástica.

- b) Métodos aproximados

Existen diversos métodos que dan soluciones aproximadas respecto del método elástico. Para losas con luces similares en ambas direcciones, uno de los métodos aproximados más utilizados es el de Marcus.

- c) Método de diseño límite

Analiza a la losa bajo cargas últimas, y por lo tanto, en la fase de rotura. Bajo este método se distinguen dos posibilidades:

- 1) Método del límite inferior

Plantea una distribución de momentos en la losa bajo cargas últimas tal que se cumplen las condiciones de equilibrio en todos los puntos del elemento. La tensión de fluencia no debe superarse en ninguna parte del elemento. Deben verificarse las condiciones de borde, y se obtiene una carga última que puede coincidir con la real o ser inferior a la misma. Una aplicación de este concepto es el Método de las Fajas o de Hillerborg. De aplicar este método, se requiere la verificación de las deformaciones en forma independiente para cargas de servicio.

- 2) Método del límite superior (Método de las Líneas de Rotura)

Plantea un mecanismo de falla de la losa bajo cargas últimas de forma que los momentos en las líneas de articulación plástica no sean mayores que las resistencias de las secciones correspondientes. El mecanismo de colapso debe ser compatible con las condiciones de borde. Deben revisarse los sectores de la losa entre líneas de articulaciones plásticas para verificar que en estas zonas no se superen las resistencias disponibles de las secciones. Este método brinda una solución de límite superior, es decir, la máxima carga última posible de obtener si el mecanismo de falla planteado es el correcto. Puede ocurrir que dicho mecanismo de falla haya sido incorrectamente planteado y la carga última obtenida sea sobrestimada. Deben verificarse siempre las condiciones de servicio (deformaciones y fisuración). El CIRSOC 201/05 establece en su artículo 13.5.1 que "(...) Los sistemas de losas se pueden diseñar mediante cualquier procedimiento que satisfaga las

condiciones de equilibrio y compatibilidad geométrica si se demuestra que la resistencia de diseño, en cada sección, es como mínimo, igual a la resistencia requerida por los artículos 9.2 y 9.3 y que se verifican todas las condiciones de servicio”².

En base a la resolución general de la elástica, se han tabulado valores de momentos para ciertas condiciones de borde ideales y relaciones de lados menor o igual a 2³.

Como una alternativa frente a losas con condiciones de borde no tabuladas, se puede modelar la losa en estudio asimilándola a un emparrillado de vigas en dos direcciones, con la condición de que a cada viga se le asigne una inercia a flexión igual a la franja de la placa que representa y una inercia a torsión del doble de la de flexión. Si la malla de vigas es lo suficientemente densa, pueden considerarse las cargas uniformes como cargas puntuales actuando en los nudos de la misma. Se ampliará el tema en el presente capítulo.

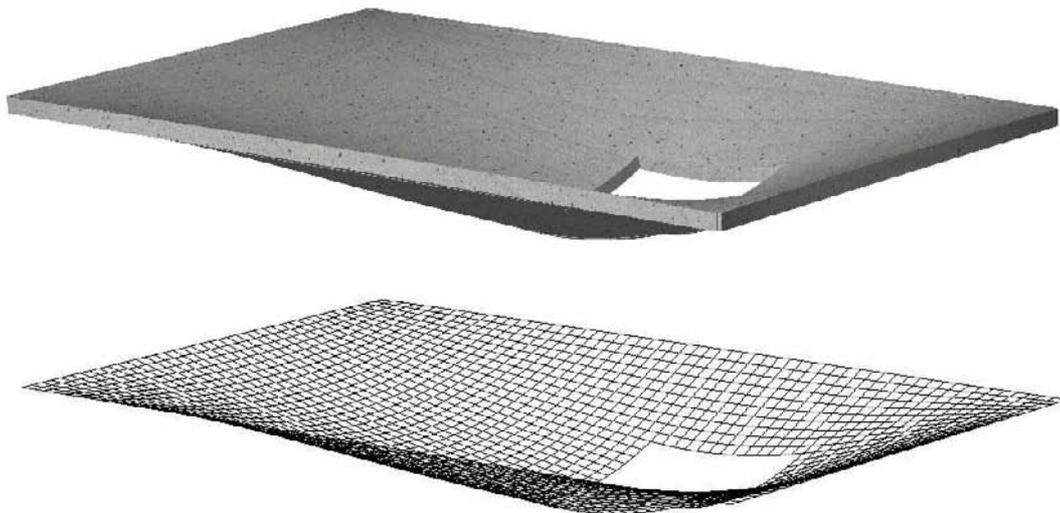


Figura 94: Aspecto de la deformada de una losa con un orificio modelada como emparrillado de vigas

Otra posibilidad es la del análisis mediante softwares adecuados utilizando el método de elementos finitos, que permiten la evaluación de losas con cualquier condición de borde, y asimismo, posibilitan evaluar las flechas de corto plazo.

Los métodos de resolución más usuales se basan, tal cual se mencionó anteriormente, en procedimientos aproximados que evitan la aplicación de la ecuación de Lagrange, siendo uno de los más utilizados el de Marcus o Marcus – Löser.

Losas macizas cruzadas – Método de Marcus

El método considera a la losa formada por dos grupos de fajas, cada una de un metro de ancho. Una faja paralela a la dirección x y otra paralela a la dirección y.

Si llamamos q a la carga total de servicio sobre la losa, tendremos:

$$q = D + L$$

Plantaremos al respecto las siguientes hipótesis:

- 1) Cada faja se toma con sus correspondientes condiciones de apoyo
- 2) Las deformaciones de ambas fajas coinciden en el punto central
- 3) Cada haz de fajas se considera cargada con una parte de la carga total (q) con:

$$q = q_x + q_y$$

La flecha en el centro de cada faja central posee la siguiente expresión:

$$\delta_x = \frac{\alpha_x \cdot q_x \cdot I_x^4}{384 \cdot E_c \cdot I_x} \quad \delta_y = \frac{\alpha_y \cdot q_y \cdot I_y^4}{384 \cdot E_c \cdot I_y}$$

² Tal como se ha planteado previamente existen varios posibles enfoques para su resolución, el CIRSOC 201/05 es amplio al respecto como se observa en la definición anterior.

³ Kalmanok, “Manual para cálculo de placas” – Editorial Interciencia – 1961.

Dado que en el punto central ambas son iguales, y reemplazando q_y por: $q_y = q - q_x$ y con $I_x = I_y = I$, se tiene:

$$\delta_x = \frac{\alpha_x \cdot q_x \cdot l_x^4}{384 \cdot E_c \cdot I_x}$$

$$\alpha_x \cdot q_x \cdot l_x^4 = \alpha_y \cdot (q - q_x) \cdot l_y^4$$

$$q_y = \left(\frac{\alpha_x \cdot l_x^4}{\alpha_x \cdot l_x^4 + \alpha_y \cdot l_y^4} \right) \cdot q = \rho \cdot q$$

$$q_x = \left(\frac{\alpha_y \cdot l_y^4}{\alpha_x \cdot l_x^4 + \alpha_y \cdot l_y^4} \right) \cdot q$$

$$q_x = \kappa \cdot q$$

Los momentos flectores en cada faja estarán dados por:

$$M_x = \frac{q_x \cdot l_x^2}{\eta_x} = \frac{\kappa}{\eta_x} q \cdot l_x^2$$

$$M_y = \frac{q_y \cdot l_y^2}{\eta_y} = \frac{\rho}{\eta_y} q \cdot l_y^2$$

Los coeficientes η dependen de las condiciones de borde de cada faja, con valores $\eta = 8$ para ambos bordes simplemente apoyados, $\eta = 14,22$ para un borde empotrado y $\eta = 24$ para ambos bordes empotrados.

En realidad, tal cual se detalló previamente, los momentos flectores son menores que los hallados para las dos fajas debido a la acción de los momentos torsores.

A fin de considerar esto, Marcus aplica un coeficiente $\nu < 1$ que se obtiene de comparar los valores de M_x y M_y con los hallados mediante la teoría de la elasticidad. De esa manera, se obtiene:

$$M_{x\text{máx}} = \alpha \cdot q \cdot l_x^2$$

$$M_{y\text{máx}} = \beta \cdot q \cdot l_y^2$$

con:

$$\alpha = \frac{\nu_x \cdot \kappa}{\eta_x}$$

$$\beta = \frac{\nu_y \cdot \rho}{\eta_y}$$

Tablas de Marcus

Se encuentran tabulados los coeficientes κ , ρ , α y β en función de la relación de lados l_y/l_x y para cada tipo de apoyo⁴. Se presentan seis casos posibles de sustentación combinando articulaciones y empotramientos en los distintos bordes. Las expresiones dadas permiten obtener los momentos positivos en los tramos, y para los momentos en los apoyos, Marcus plantea las siguientes expresiones aproximadas:

$$M_{x\text{apoyo}} = \frac{\kappa \cdot q \cdot l_x^2}{\kappa_x}$$

$$M_{y\text{apoyo}} = \frac{\kappa \cdot q \cdot l_y^2}{\kappa_y}$$

con $\kappa = 8$ si sólo un borde se encuentra empotrado en la dirección analizada y $\kappa = 12$ si ambos bordes son empotrados en la dirección analizada, donde:

$$\nu_x = 1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{l_x^2}{l_y^2} \cdot \frac{M_x}{1/8 \cdot q \cdot l_x^2}$$

$$\nu_y = 1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{l_y^2}{l_x^2} \cdot \frac{M_y}{1/8 \cdot q \cdot l_y^2}$$

Consideraciones acerca de la torsión en losas

Como se analizó previamente, en un punto cualquiera de la losa, además de los momentos flectores M_x y M_y , surgen momentos torsores $M_{xy} = D \cdot (1 - \mu) \cdot \partial^2 w / \partial x \partial y$, cuya influencia es considerada por el método de

⁴ Löser Benno – “Hormigón Armado” – Editorial El Ateneo

Marcus reduciendo así los valores de flexión. Esta reducción es válida siempre y cuando pueda asegurarse la existencia de la rigidez torsional. Las razones más comunes por las cuales se pierde dicha rigidez son:

- 1) No evitar el posible levantamiento en las esquinas.
- 2) No colocar la armadura de esquina que requieren los códigos.
- 3) Realizar aberturas importantes en las esquinas.

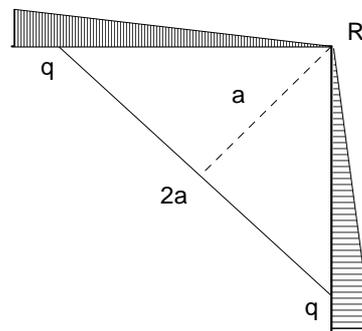


Figura 95: Caso del levantamiento de esquinas en losas

El primer caso se presenta en losas simplemente apoyadas sobre vínculos que no restrinjan la posibilidad del levantamiento de sus esquinas, caso típico, una losa apoyada sobre una pared de mampostería; donde habrá que anclarla convenientemente si queremos que mantenga su rigidez torsional. Cuando una losa se encuentra unida a vigas de borde, o es contigua a otras losas no es necesaria ninguna prevención, pues la esquina no podrá levantarse. En este caso al poder materializarse esta fuerza R , aparecerá en el plano $a - a$ un momento flexor $M_a = - R \cdot a$ que traccionará las fibras superiores. Por unidad de longitud será $M_1 = M_a / (2 \cdot a) = R / 2$ y se puede demostrar que en las inmediaciones del vértice coinciden en valor absoluto M_{xy} y M_1 . Perpendicularmente al plano $a - a$ también actúa un momento flexor, en este caso positivo (tracciona las fibras inferiores) también igual a M_{xy} .

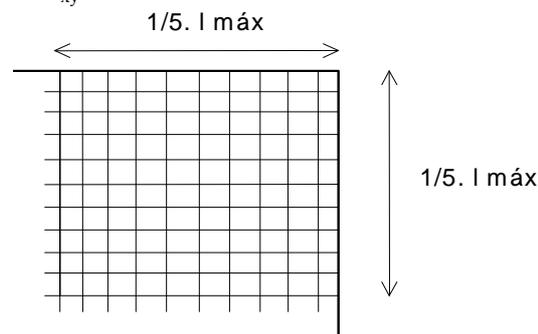


Figura 96: Armadura de esquina en las losas

En la práctica se utiliza una disposición de armadura con barras normales a los bordes, cuya sección tanto superior como inferior sea igual a la del tramo para cada dirección, dispuesta en un cuadrado de lado $1/5 l_{\text{máx}}$. Esto hace que se incremente la sollicitación por flexión (M_x y M_y) y consecuentemente la sección de hormigón y de hierro. Los valores de M_x y de M_y calculados sin considerar torsión (las cargas se trasladan solamente por el trabajo de flexión), también se pueden obtener también mediante tablas desarrolladas para tal fin. El hecho de no colocar “armadura de torsión” en los ángulos libres, y calcular las sollicitaciones M_x y M_y con las tablas que consideran el alivianamiento por torsión implica obtener un valor menor que el real actuante en la placa. Este mismo problema se realiza cuando se generan huecos considerables en las esquinas, en cuyo caso no se puede desarrollar el alivianamiento por torsión.

Modelaciones mediante softwares basados en elementos finitos

En la actualidad es cada vez más frecuente la solución de sistemas de losas mediante la aplicación del método de elementos finitos abordado con distintos programas comerciales. Debe señalarse que si bien los programas específicos constituyen herramientas muy valiosas, para aplicarlas y analizar los resultados obtenidos es importante, entre otros aspectos, el número de elementos que discretizan la estructura. Como un simple ejemplo, se presenta la salida de una losa aislada apoyada en vigas de borde en todo su perímetro, manteniendo todas las variables iguales, sólo modificando la densidad del mallado con el que se subdivide la losa.

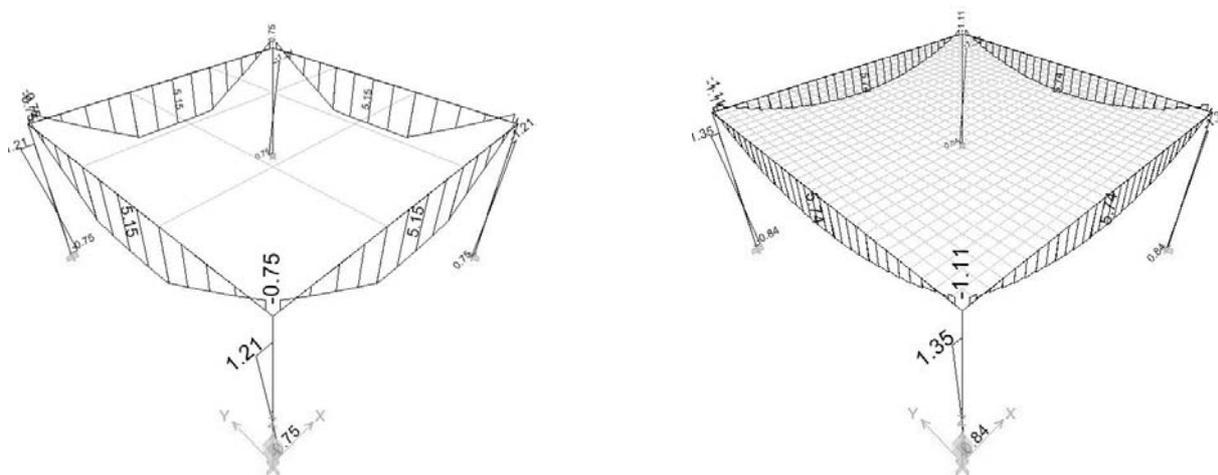


Figura 97: Modelación por EF de una losa de 6m por 6 m con una carga de 700 kg/m² soportada por vigas y columnas con una malla de 3x3 y luego de 30x30 elementos

Se observa claramente que un mallado insuficiente se refleja en los valores de solicitaciones (momentos flectores) obtenidos para el primer caso sobre las vigas de apoyo. Adicionalmente, presentamos a modo ilustrativo las diferencias de los momentos en vigas para losas de distinto espesor (10, 15, 20 y 25 cm) pero de igual geometría, iguales dimensiones en vigas y cargas (sin considerar el peso propio de las losas dado que el mismo es función de su espesor).

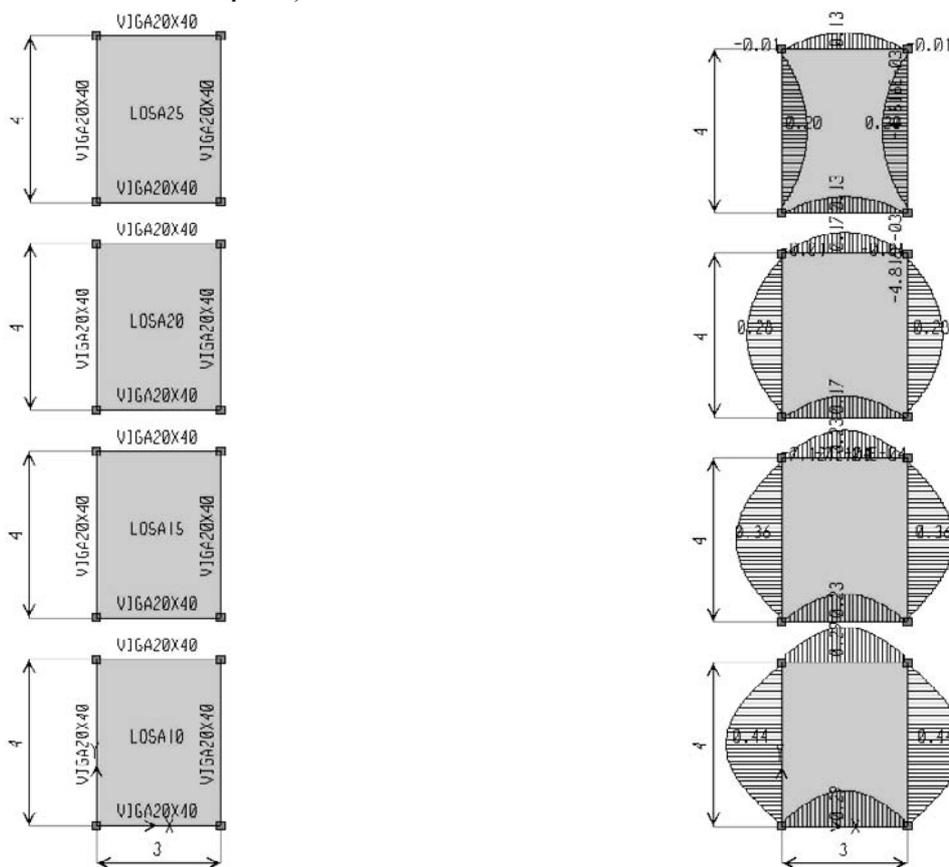


Figura 98: Variaciones de los esfuerzos en vigas para una modelación de EF con losas de distinto espesor

Observamos que en tanto el espesor de las losas no son significativos (10 a 15 cm), las solicitaciones sobre las vigas no difieren en mayor medida de las que hallaríamos mediante la distribución de cargas por áreas de influencia (trapezios y triángulos) para losas sobre vigas de rigidez suficiente. A medida que el espesor adoptado para las losas se incrementa, las diferencias en las solicitaciones en vigas se incrementan respecto del modelo de análisis ideal mencionado. Al tener mayor espesor, las losas absorben por su propia rigidez una parte mayor de dichas solicitaciones y por tanto deberá armárselas a tal fin. Es importante tener presente estos conceptos entre otros, al utilizar un programa de EF.

Alturas útiles según ambas direcciones

Para la definición de las correspondientes armaduras se consideran los máximos momentos $M_{x\text{máx}}$ y $M_{y\text{máx}}$. Como armadura inferior se coloca la que se obtiene según el mayor momento y por encima de ella, la que surge del menor momento, con alturas útiles d_x y d_y , respectivamente.

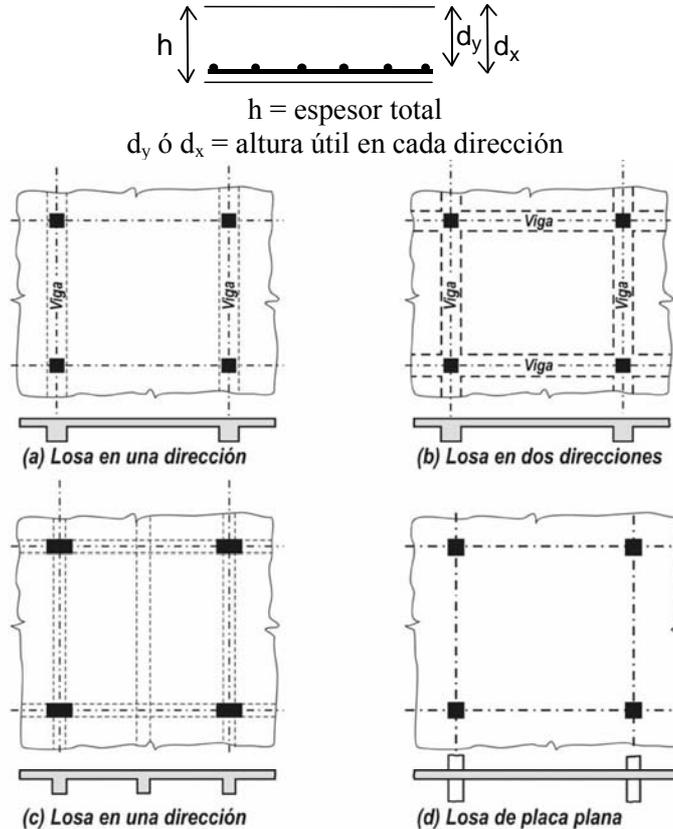


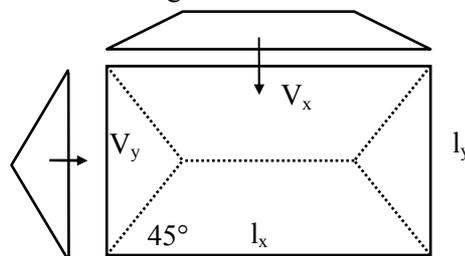
Figura 99: Aspecto de losas en una y dos direcciones (referencia 109)

Reacciones de las losas para apoyos rígidos

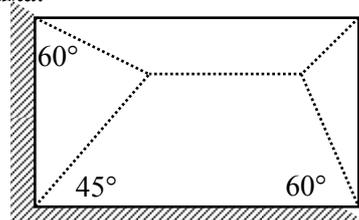
Mientras los momentos de las losas cruzadas pueden ser calculados mediante tablas de coeficientes, las reacciones de borde deben ser definidas por la asignación de áreas de influencia:

- Las líneas de división de estas superficies concurren a 45° si tienen dos apoyos de igual rigidez.
- Las líneas de división de estas superficies concurren a 60° respecto del apoyo más rígido.

Este criterio resulta válido en tanto las vigas de los apoyos sean suficientemente rígidas, de forma de poder despreciar sus deformaciones bajo las cargas incidentes de las losas que sustentan. Se las calcula de modo de que cada viga reciba la totalidad de la carga de su superficie tributaria. Para el caso de los cuatro bordes simplemente apoyados o empotrados la configuración resulta:



Si existen distintos tipos de apoyo resulta:



Empotramiento por torsión de la losa en vigas de borde

Al hormigonar las losas en conjunto con las vigas, estas últimas ofrecen cierta restricción al giro por su rigidez torsional. Al pasar al Estado II, la rigidez torsional se reduce notablemente, por lo que la arista de la losa tiene bajo esa situación (de servicio) poco impedimento al giro. Es por ello, que sin cometer un error importante, es despreciada la rigidez torsional de las vigas de borde y se considera a las losas articuladas en las mismas.

No obstante ello, se realiza un armado de la zona superior del apoyo con un tercio a un medio de la armadura de tramo para absorber las tracciones no contempladas en el cálculo con una extensión de la armadura en el interior de la losa de aproximadamente $0,20 \cdot l$.

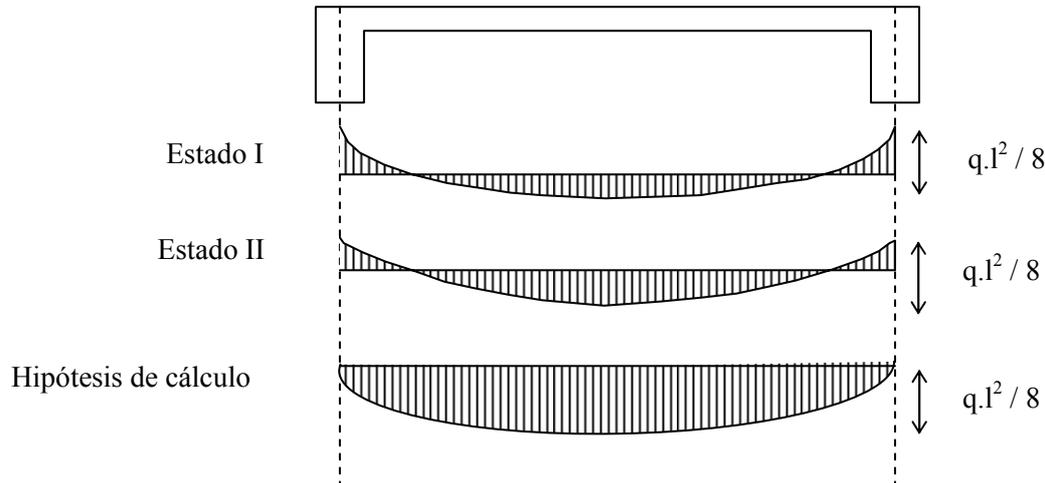


Figura 100: Posibles tracciones no contempladas en el cálculo de una losa simplemente apoyada

Losas con relación de lados mayor a dos con vigas de apoyo en todo su perímetro

Como se planteó previamente, cuando la relación de lados de una losa es superior a dos, y la misma está apoyada sobre vigas que puedan considerarse como infinitamente rígidas, el momento flector en el sentido de la luz menor resulta predominante y se calcula y diseña dichas losas como armadas en una dirección, adoptando fajas unitarias de un metro. En la dirección más larga se coloca una armadura denominada de repartición que debe tener una sección no menor a:

$$A_s \geq 0,0018 \cdot b \cdot h$$

Al final del presente capítulo se amplía este concepto.

En caso de presentarse vigas de apoyo en todo su perímetro, se genera una perturbación de borde, apareciendo en los extremos laterales de la losa, momentos relativos no despreciables en la dirección paralela a la luz mayor. A su vez, dichas vigas laterales reciben una reacción de la losa que debe ser considerada para su diseño.

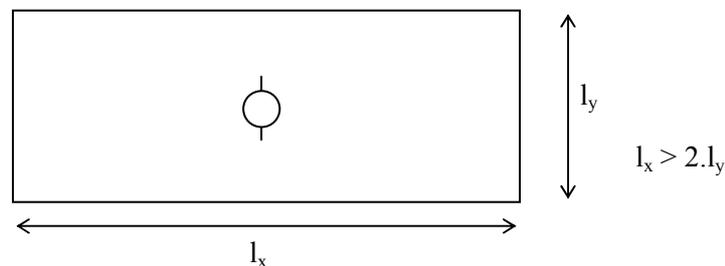
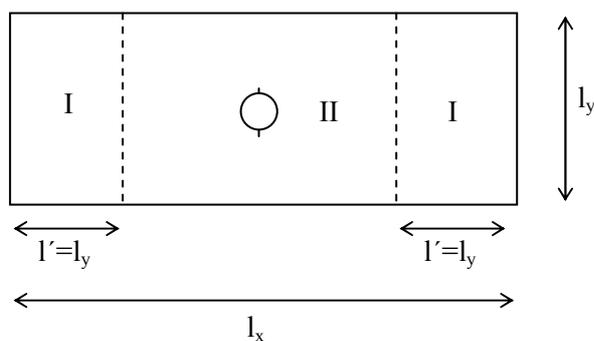
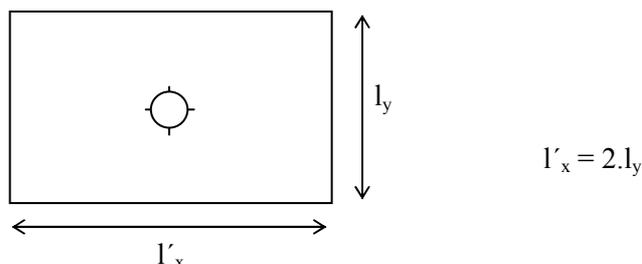


Figura 101: Losas con relación de lados mayor a dos

A fin de evaluar dichas solicitaciones de manera aproximada, se puede considerar a la losa dividida en tres zonas, dos laterales extremas y una zona central en donde sí se verifica la hipótesis de trabajo en una dirección predominante.



Para analizar los momentos flectores según x en los extremos (zona I), puede estudiarse una losa equivalente con relación de lados $l'_x = 2 \cdot l_y$:



Losas con orificios

Para orificios reducidos en comparación con la placa, se puede resolver el problema en forma simplificada concentrando sobre los bordes la armadura intersectada por la zona faltante de hormigón adicionando armadura en las diagonales del hueco. Debe prestarse especial cuidado con las longitudes de anclaje de dichas barras y disponerse de armaduras en forma de estribos de protección de los bordes libres sin apoyos. Esta armadura adicional de borde sirve para absorber posibles cargas sobre el mismo y tensiones de contracción y temperatura. En la Figura 102 se anexa una recomendación al respecto.

	espesor de la losa	F_{eR} nec [cm²/m]			interpolación lineal para valores intermedios
	d ≤ 30 cm d ≥ 80 cm	BSt 22/34	BSt 42/50, BSt 50/55	BSt 50/55	

Figura 102: Disposición de armaduras en bordes libres de losas (referencia 65)

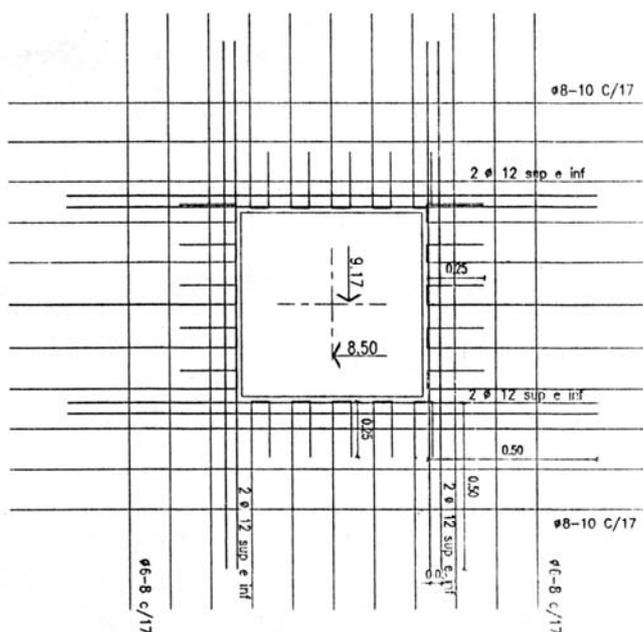


Figura 103: Ejemplo de un refuerzo por existencia de un orificio en una losa

De resultar el orificio de mayores dimensiones, debe evaluarse su efecto mediante algún análisis más preciso. A modo de ejemplo, se puede aplicar el método de las fajas, considerando bandas adicionales en los bordes del refuerzo, o bien, mediante un análisis por emparrillado de vigas o elementos finitos con un software adecuado.

Evaluación de cargas sobre losas

Las cargas que se presentan sobre los sistemas de losas son básicamente de tres tipos:

- Uniformes (KN/m²)
- Lineales (KN/m)
- Concentradas (KN)

Respecto de las primeras, se evalúa su valor por unidad de área, distinguiéndose las de tipo permanente (D) y las generadas por la sobrecarga de uso (L). Ambas se especifican en el CIRSOC 101/05. A modo de ejemplo, en el Capítulo 10, se planteó un análisis de carga para una losa particular de departamentos. En el caso de losas armadas en una dirección, se adoptan fajas de ancho igual a un metro y se evalúan de tal forma las sollicitaciones según las condiciones de borde.

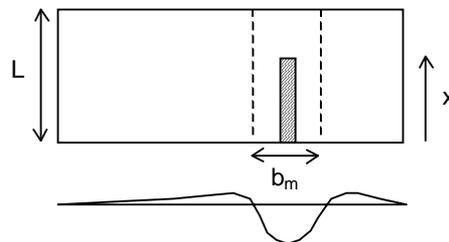
Las cargas lineales son generadas habitualmente por paredes. Para losas armadas en dos direcciones, en general y a falta de un análisis más preciso, se las considera prorrateadas como una carga uniforme adicional sobre la losa. Al respecto, en la referencia 15), se sugiere un criterio por el cual para considerar cargas lineales, se sustituyen las mismas por una carga uniformemente distribuida cuyo valor se obtiene dividiendo el peso total de la carga lineal por el área de la losa y multiplicando el resultado por un factor según la Tabla 20. Este método puede aplicarse siempre que la carga lineal no sea mayor que el 50% de la carga total.

Relación de lados $m = l_1/l_2$ (con l_2 el lado más largo)	0,50	0,80	1,00
Muro paralelo al lado corto	1,30	1,50	1,60
Muro paralelo al lado largo	1,80	1,70	1,60

Tabla 20: Factores para transformar cargas lineales en cargas distribuidas equivalentes

En el caso de losas armadas en una dirección, es posible distinguir dos situaciones:

- a) La carga coincide con la dirección de la armadura principal de la losa.



Se puede asumir una distribución de carga a 45°, obteniendo un ancho colaborante de losa b_m . Se dimensiona esta faja de ancho b_m adicionando un refuerzo de armadura que surge del ΔM_u generado por la pared como una carga lineal.

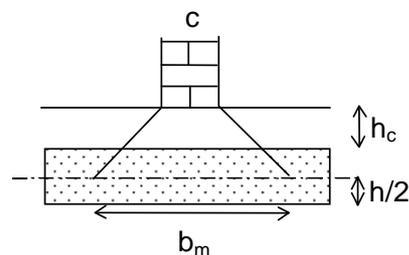


Figura 104: Distribución de la carga por paredes en dirección de la armadura principal de una losa

$$b_m = c + 2 \cdot h_c + h$$

donde:

- c = espesor de la pared
- h_c = espesor del contrapiso
- h = espesor de la losa
- b_m = ancho colaborante

b) La pared es normal a la dirección de la armadura principal de la losa

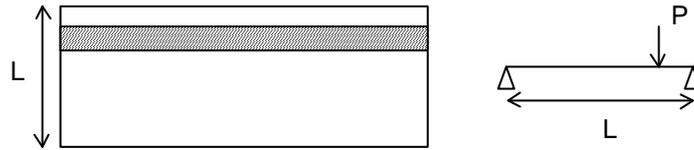


Figura 105: Carga generada por paredes normales a la dirección de la armadura principal de una losa

$$P = h_{\text{pared}} \text{ (m)} \cdot \text{espesor (m)} \cdot \gamma \text{ (KN/m}^3\text{)}$$

Para el caso particular de cargas concentradas pueden consultarse las Referencias 86) y 110).

Método de las Fajas

Introducción

Hillerborg⁵ desarrolló y publicó por primera vez en 1956 el Método de las Fajas. Allí plantea un enfoque posible basado en el diseño del límite inferior, en el cual considera que la carga es resistida en la losa mediante mecanismos flexionales, despreciando la posibilidad de tomar carga por torsión. Por lo tanto, analiza a la losa como si estuviese formada por dos sistemas de fajas y de tal manera determina los momentos flectores en la misma según los conceptos de estática que implicarán el equilibrio de las fajas.

Se destaca que tanto la distribución de momentos en ambas direcciones como así también la distribución de momentos positivo y negativo en cada una de ellas es un aspecto a definir por el proyectista. Esto significa que de adoptar distribuciones que se aparten excesivamente de la elástica, podrían originar en la losa una importante redistribución de momentos y conducir a cuadros de fisuras y deformaciones no compatibles con las condiciones de servicio. Este método es de suma utilidad para la solución de losas con formas irregulares o con huecos, definiendo en tal caso “bandas o fajas de refuerzo” aledaños a la abertura.

Planteando la ecuación de equilibrio para un elemento de losa, se obtiene:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q_u \quad (I)$$

donde:

M_x y M_y = momentos flectores por unidad de ancho en la dirección x y en la dirección y.

M_{xy} = momento torsor por unidad de ancho.

q_u = carga uniforme por unidad de área.

Según la teoría del diseño de límite inferior, cualquier combinación de M_x , M_y y M_{xy} que verifique la ecuación anterior y las condiciones de borde para cualquier punto de la losa, será una posible solución para el diseño. Hillerborg plantea como solución aquella que considera al término $M_{xy} = 0$, y por tanto desprecia la componente torsional a los efectos de la transmisión de cargas. Con base a lo anterior, la carga será transmitida sólo por efecto flexional según ambas direcciones principales. Podemos entonces, reemplazar la ecuación (I) por dos ecuaciones que representan lo expuesto:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} = -\alpha \cdot q_u$$

$$\frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -(1 - \alpha) \cdot q_u$$

con:

α = coeficiente que define el proyectista ($0 \leq \alpha \leq 1$)

Si $\alpha = 1$, toda la carga será transmitida en la dirección x. El valor de α podrá variar en la misma dirección según la ubicación de la faja en estudio.

⁵ Referencias 47) y 86)

A modo de ejemplo de estos conceptos, veremos un caso simple de una losa con dos bordes opuestos considerados como simplemente apoyados, un borde empotrado y el restante libre, dividiendo a la losa en tres fajas para su análisis.

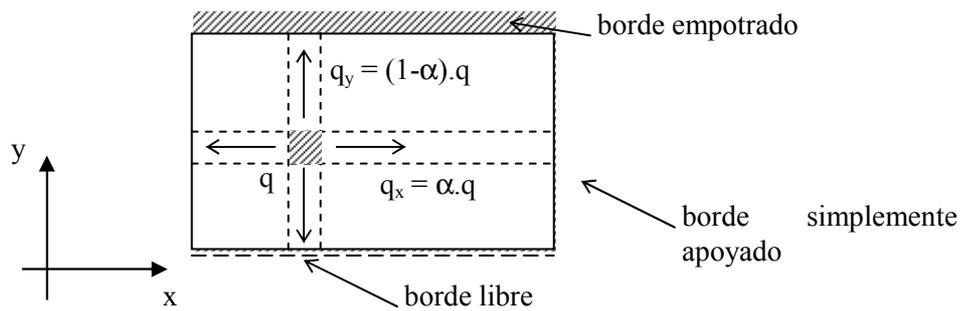
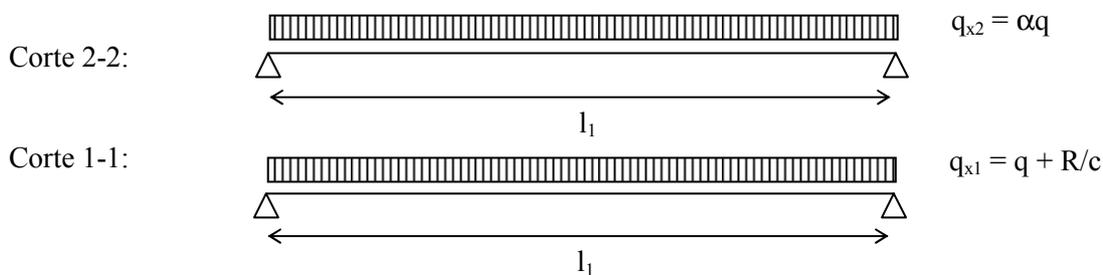
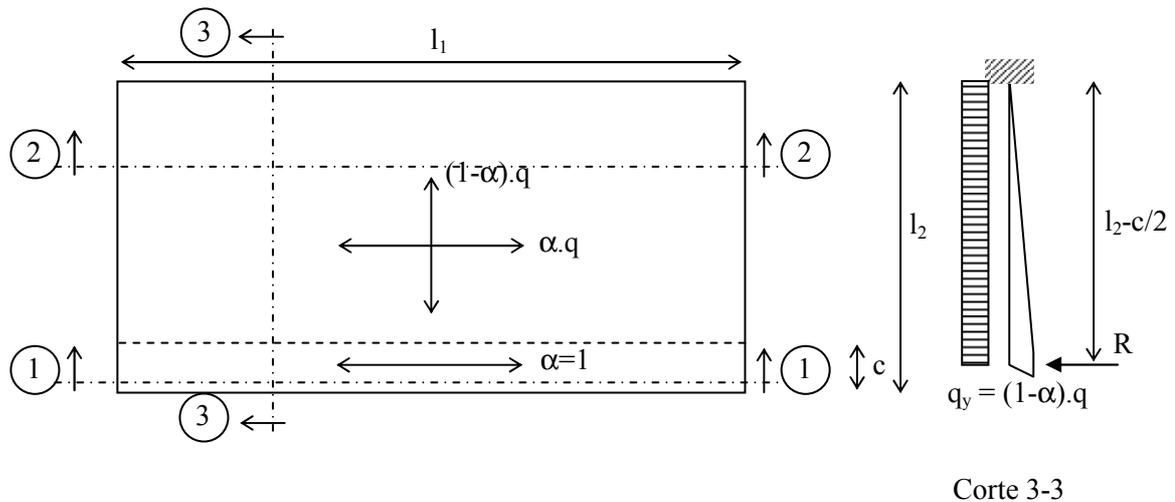


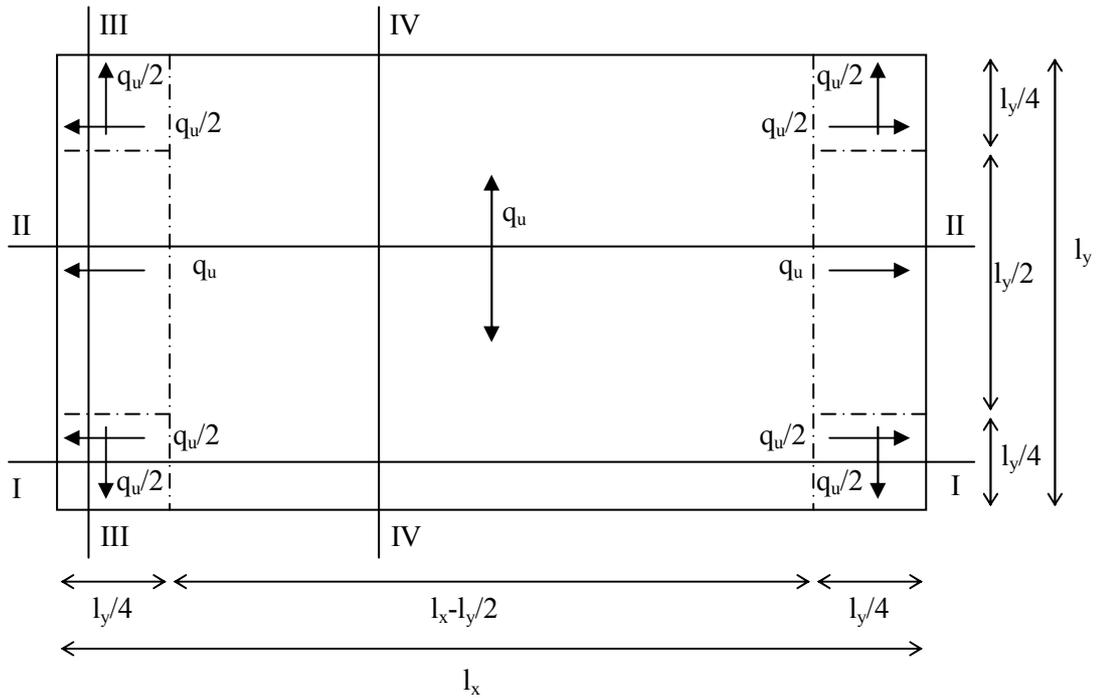
Figura 106: Losa por el método de las fajas, simplemente apoyada según y, empotrada-libre según x



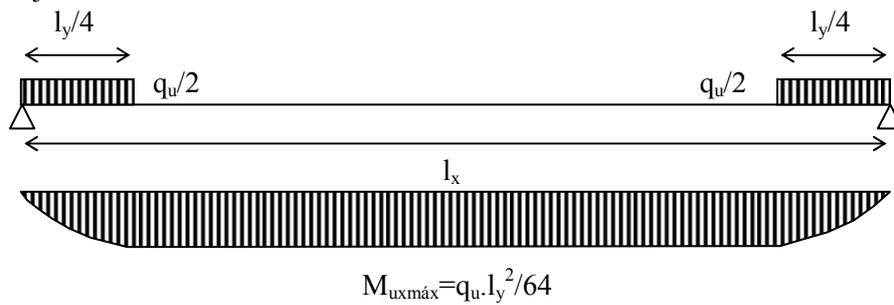
Se asume un apoyo ficticio constituido por la franja 1-1 de ancho c . El proyectista evalúa el valor de coeficiente α y en función del mismo determina las solicitaciones en las franjas 1-1, 2-2 y 3-3. En forma simplificadora, se adopta que fuera del ancho de faja c , el armado según la dirección x será según la faja 2-2.

Definición de las áreas de cargas en el método de las fajas

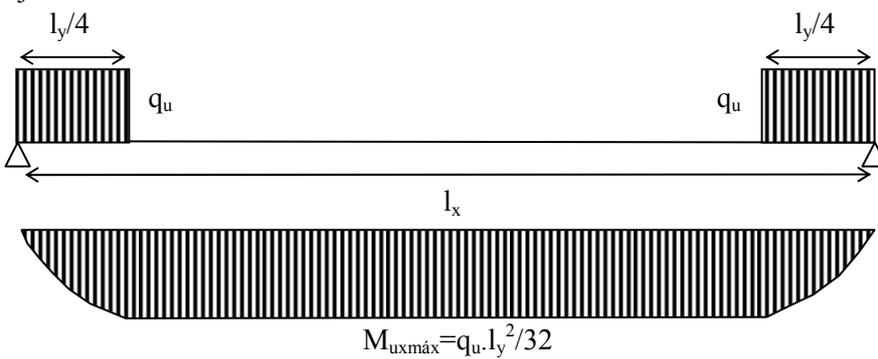
Las losas se dividen por líneas que indican zonas con distinta dispersión de cargas, estas líneas se denominan “líneas de discontinuidad”. Las líneas de discontinuidad pueden nacer en las esquinas o bien originarse en los lados de la losa. El planteo con líneas de discontinuidad que tengan su origen en las esquinas presenta el inconveniente de requerir un armado variable que no resulta práctico y necesita de un estricto control de obra. Word y Armer, posteriormente establecieron que el problema puede resolverse sin perder precisión mediante líneas de discontinuidad que tengan origen en líneas normales a los lados de la losa. A modo de ejemplo, a continuación se tratará el caso de una losa rectangular con apoyos simples en todo su perímetro. Se adoptan cuatro fajas, las bandas de borde se asumen de un ancho igual a $1/4$ del lado más corto. Se pueden deducir entonces en forma simple las solicitaciones sobre cada faja y proceder a su dimensionado. Se estudia a la losa según cuatro fajas: I-I y II-II, fajas según x ; III-III y IV-IV, fajas según y ; q_u , carga última de la losa.



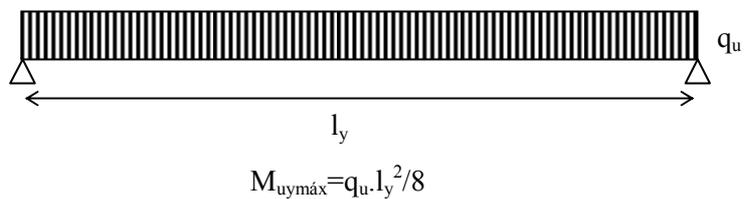
Corte según faja I-I:



Corte según faja II-II:



Corte según faja IV-IV:



Corte según faja III-III:

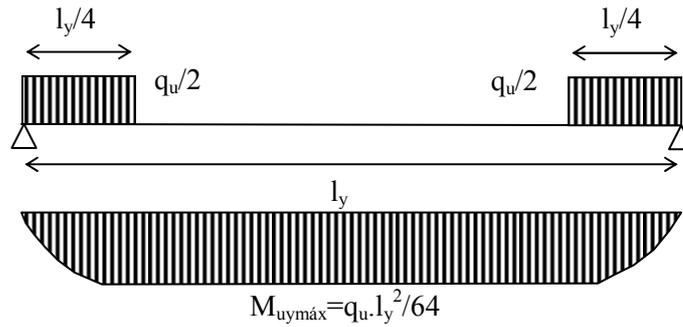
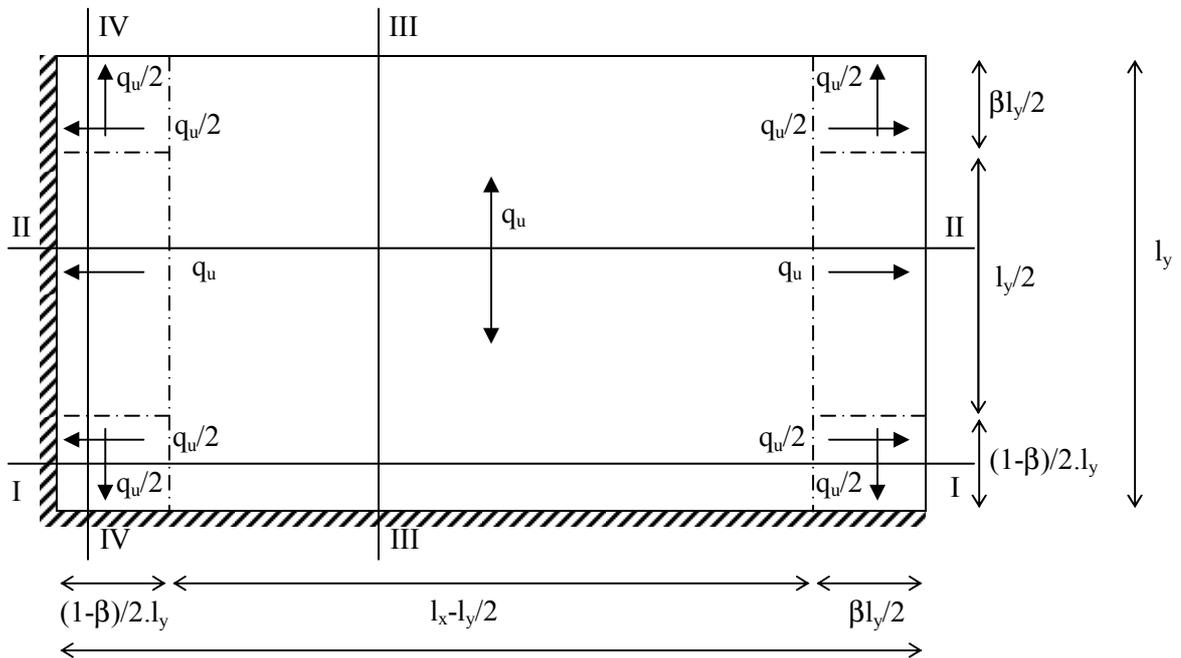


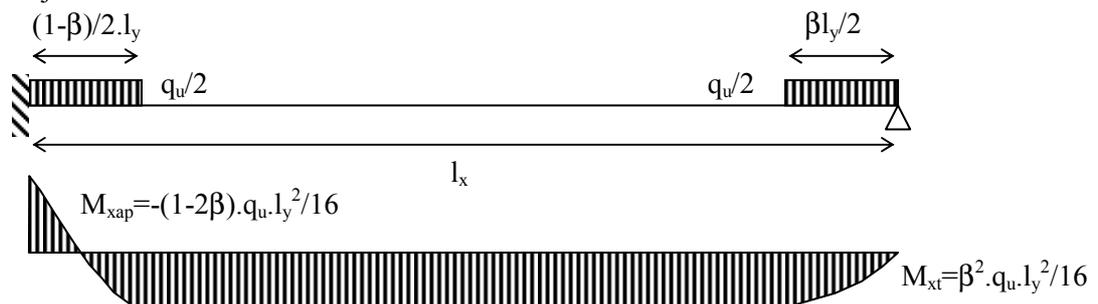
Figura 107: Planteo del método de las fajas para una losa rectangular con apoyos simples

Si bien el método de las fajas no considera la posibilidad de tomar cargas por efectos torsionales, este efecto de torsión existirá y puede ser significativo cerca de las esquinas, para el nivel de cargas de servicio según lo desarrollado anteriormente. Por lo tanto, si la losa posee uno o los dos extremos concurrentes simplemente apoyados, deberá adicionarse una armadura superior e inferior sobre una distancia no menor al 20% de la luz para ambas direcciones.

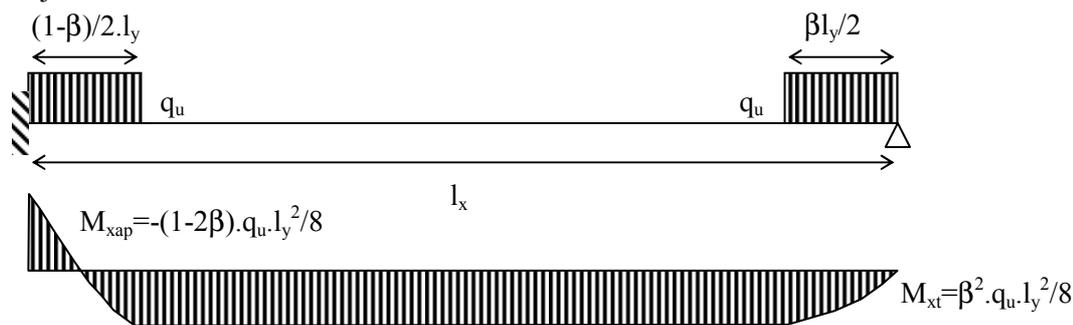
De resultar la losa en estudio con una combinación de bordes empotrados y otros simplemente apoyados, para plantear las líneas de discontinuidad se considera la mayor rigidez de los bordes empotrados. En estos casos, Hillerborg sugiere tomar una faja central según x con un ancho $l_y/2$, y tomar una franja central según y con un ancho $l_x \cdot l_y/2$. El ancho de las bandas se puede definir mediante un coeficiente β que usualmente debe dar valores dentro del intervalo $0,36 < \beta < 0,40$, de tal forma de obtener una relación entre momentos negativos y positivos entre 2,0 y 1,0, respectivamente. A continuación se plantea el caso de una losa rectangular con dos lados empotrados y dos simplemente apoyados, subdividiéndola en cuatro fajas.



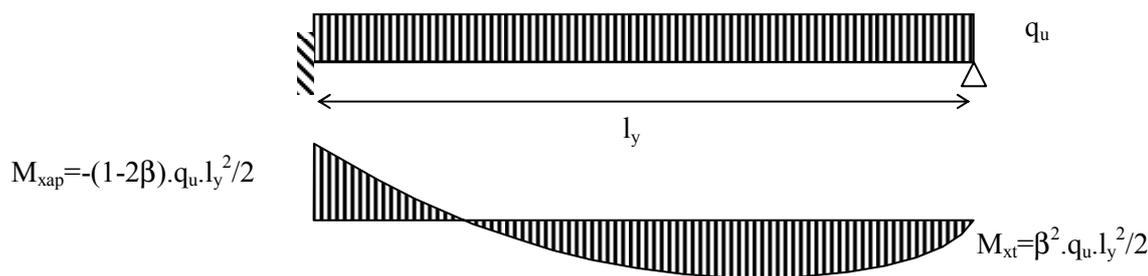
Corte según faja I-I:



Corte según faja II-II:



Corte según faja III-III:



Corte según faja IV-IV:

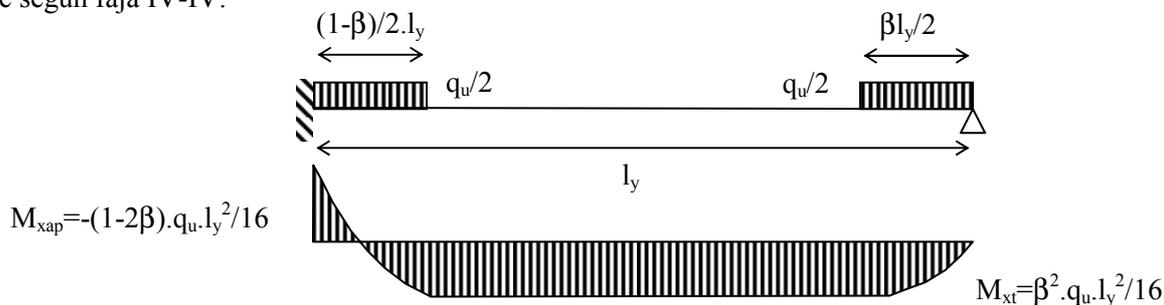


Figura 108: Planteo del método de las fajas para una losa rectangular con apoyos simples y empotrados

Siempre debe tenerse presente la distribución de momentos que surge de la teoría elástica, para evitar exigir extensas redistribuciones de momentos que conduzcan a problemas de fisuración o deformaciones no admisibles para el nivel de cargas de servicio. A tal efecto, se remite al lector al Capítulo 15 (Fisuración) y Capítulo 22 (Control de las deformaciones) para su control.

En el caso de cargas lineales sobre losas, como por ejemplo, cargas generadas por paredes, pueden adoptarse bandas resistentes bajo las paredes y evaluar así la armadura a colocar adicionalmente. En los bordes que se asuman como simplemente apoyados, debe colocarse una armadura superior para absorber las tracciones que se originan por las restricciones al giro sobre la losa de las vigas de borde. Respecto de las reacciones de la losa sobre las vigas que apoya, las mismas pueden obtenerse en forma directa de las reacciones de la faja. Se planteará el caso de una losa rectangular con apoyos continuos en sus cuatro lados, sometida a una carga uniforme y una carga lineal generada por una pared.

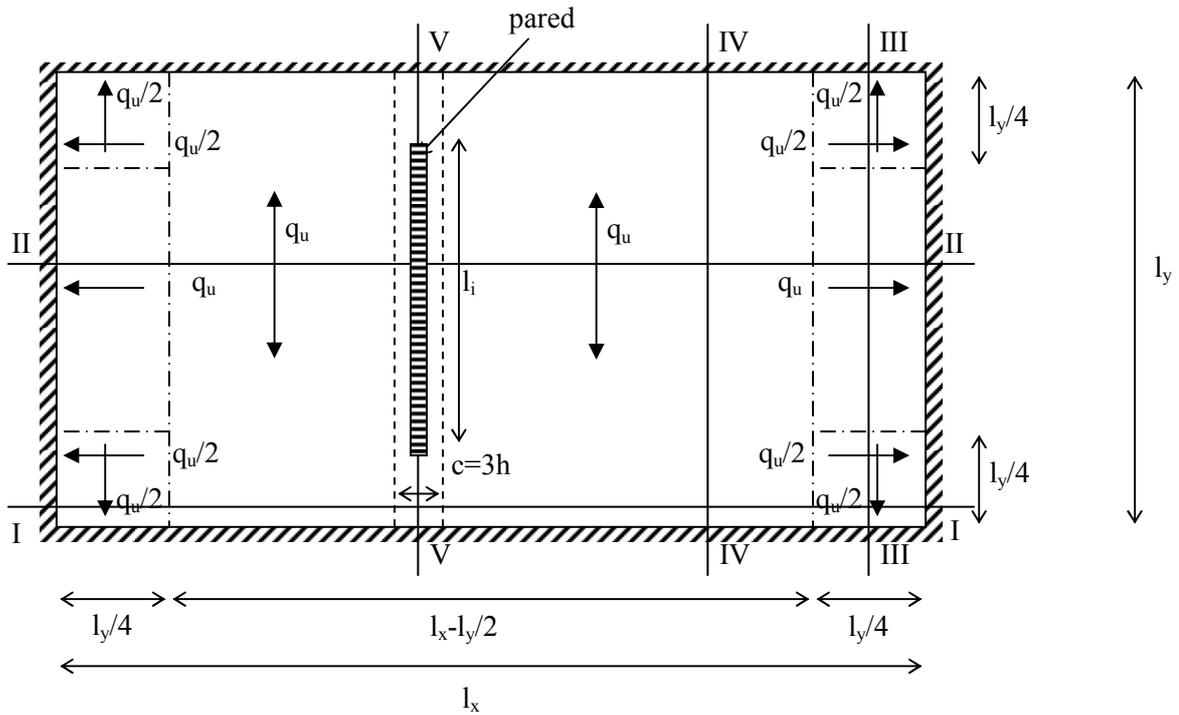


Figura 109: Métodos de las fajas para una losa continua con carga de una pared

Dividiendo en fajas para su estudio, se procede a su resolución, tomando una faja adicional, la V-V, que pasará bajo la pared, considerando a la misma como una banda de refuerzo con un ancho igual a \$3h\$, con \$h\$ el espesor de la losa. La variable a fijar previamente será la relación entre momentos negativos y positivos, por lo que se puede plantear para este caso un valor como cociente entre ambos valores igual a 1,5.

$$\frac{M_{ap}}{M_T} = 1,50$$

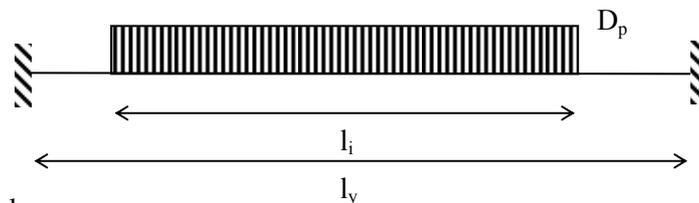
A modo de ejemplo, para la faja IV-IV, centrada según \$y\$, se tendría:

$$M_0 = \frac{q_u l_y^2}{8}$$

$$M_{ap} = -0,60 M_0$$

$$M_T = 0,40 M_0$$

Para la faja V-V, se debería adicionar la carga lineal de la pared sobre la longitud \$l_i\$, y obtener el momento resultante por superposición de acciones⁶.



\$D_p\$ = carga lineal de pared

Para las fajas I-I y II-II según \$x\$, se adopta igual valor para la relación de momentos de apoyo y tramo, y se procede como en los casos anteriores. Debe señalarse que si bien para determinar el área de acero necesaria nos basamos en la relación entre momentos de apoyo y tramo igual a 1,50, la relación entre dichos momentos que obtendríamos según la teoría elástica sería de 2,0, dicha relación se correspondería satisfactoriamente para el nivel de cargas de servicio, por tanto, en base a esta última deberá evaluarse la extensión de la

⁶ Referencia 86)

armadura negativa en los apoyos. Varios de los casos que se han analizado precedentemente tienen soluciones tabuladas según la teoría elástica, la mayor utilidad del método de las fajas se presenta para losas con uno o varios bordes libres, o bien para losas con contornos irregulares, o losas con orificios que por su tamaño no puedan despreciarse para el análisis de la misma. Al ser un método de diseño de límite inferior, el método de las fajas brinda resultados del lado de la seguridad frente al método de las líneas de rotura. Asimismo es adecuado para el diseño de la armadura, y permite obtener las reacciones sobre las vigas. El método de las líneas de rotura requiere del conocimiento de la armadura dispuesta, y la carga última obtenida, al ser un método de límite superior, puede ser la correcta o bien, ante un error de planteo o una incorrecta evaluación del patrón de líneas de fluencia, dicha carga puede ser mayor a la real que puede tomar la losa en la situación final.

Losa con orificio de dimensiones considerables

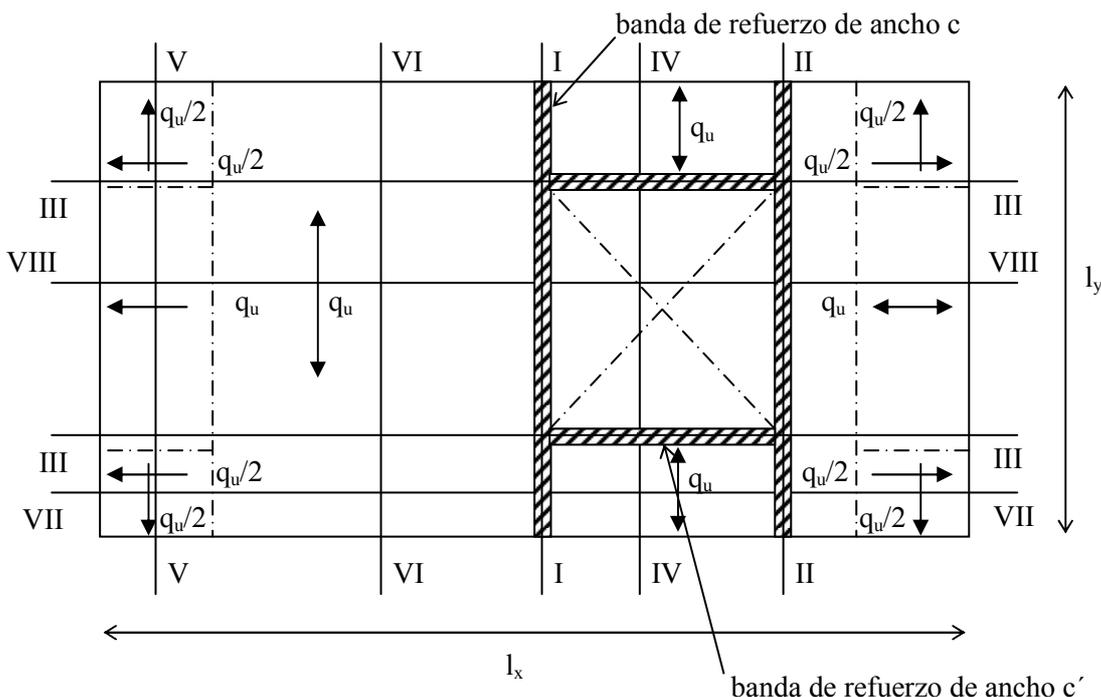
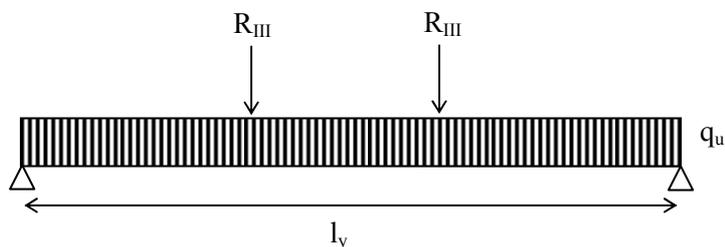


Figura 110: Losa simplemente apoyada con un orificio y bandas de refuerzo

Se plantean bandas de refuerzo en el perímetro del orificio, las bandas de refuerzo según x, III-III, se consideran apoyadas en las bandas de refuerzo según y, I-I y II-II. Por ejemplo, la banda I-I según y se puede plantear de la siguiente manera:

Corte según faja I-I:



donde:

R_{III} = reacciones de la banda III-III

q_u = carga uniforme última actuando sobre un ancho de banda I-I

c = ancho de banda I-I, tentativamente $3h$.

c' = ancho de banda III-III, tentativamente $2h$.

Procediendo con el análisis faja por faja como en los casos anteriores puede determinarse la armadura necesaria en cada sector de la losa.

Finalmente, se debe remarcar que al utilizar para el diseño el método de las fajas, por tratarse de un método de diseño límite, deben evaluarse las condiciones de servicio con buen criterio en forma independiente. A continuación se desarrollará un ejemplo de aplicación del método.

Ejemplo de aplicación del método de las fajas

Ejemplo 16) Diseñar y dimensionar por el método de las fajas una losa de 4 m por 6 m, que presenta tres lados continuos y el restante libre.

La carga de servicio debida al peso propio es de 700 kg/m^2 , en tanto que la sobrecarga es de 300 kg/m^2 . El hormigón utilizado es H-20 y el acero ADN 42/50.

La carga última de diseño será:

$$q_u = 1,20 D + 1,60 L = 1320 \text{ kg/m}^2$$

$$q_u = 1,40 D = 980 \text{ kg/m}^2$$

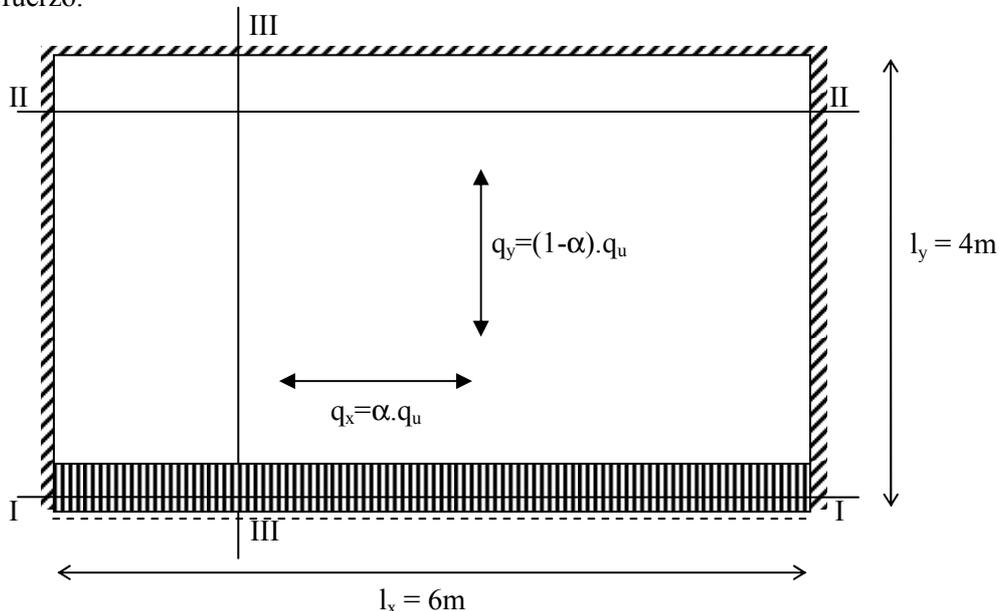
Por lo tanto, se adopta $q_u = 1320 \text{ kg/m}^2$ o bien $13,20 \text{ KN/m}^2$.

Se predimensiona el espesor de la losa en un valor de $h = 16 \text{ cm}$ ⁷. El recubrimiento es de 2 cm. Las alturas útiles tentativas resultan en tal caso con valores de:

$$d_x = 13 \text{ cm}$$

$$d_y = 12 \text{ cm}$$

Para evaluar las solicitaciones se utilizará el método de las fajas, con una banda de refuerzo ubicada paralela al borde libre. Se subdividirá a la losa en tres fajas, dos en la zona interior y una que se corresponderá con la banda de refuerzo.



Por ser relativamente más rígidos los apoyos según x se adoptará $\alpha = 0,60$ en la zona central, y para la faja I-I ubicada en correspondencia con la banda de refuerzo, se adoptará $\alpha = 1$.

Por ello, tenemos:

a) Para fajas II-II y III-III:

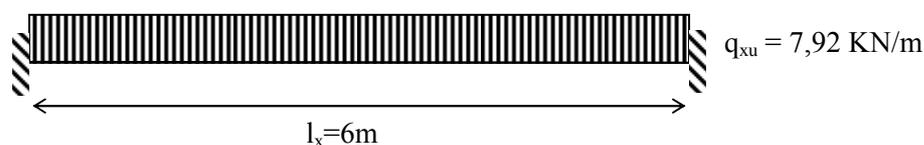
$$q_{xu} = 0,60 \cdot 13,20 \text{ KN/m}^2 = 7,92 \text{ KN/m}^2$$

$$q_{yu} = 0,40 \cdot 13,20 \text{ KN/m}^2 = 5,28 \text{ KN/m}^2$$

Respecto de la relación entre momentos de apoyo y tramo según x , se recomienda que dicha relación se encuentre entre 1,0 y 2,0. Las normas británicas de 1972 sugerían valores entre 1,0 y 1,50. Se adoptará en este caso:

$$\frac{M_{ap}}{M_T} = 1,50$$

Por tanto, para la faja II-II según x se tendrá:



⁷ Deberán evaluarse en forma independiente las condiciones de servicio

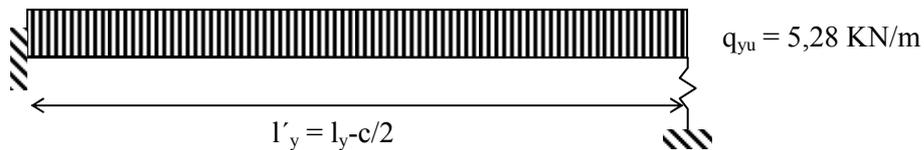
$$M_0 = \frac{q_u \cdot l_x^2}{8} = 35,64 \text{ KNm}$$

$$M_0 = M_{ap} + M_t$$

$$M_t = 0,40 \cdot M_0 = 14,256 \text{ KNm}$$

$$M_{ap} = -0,60 \cdot M_0 = -21,384 \text{ KNm}$$

En la dirección y (faja III-III), dado que el apoyo supuesto del voladizo está constituido por una franja de losa de borde (faja I-I), el mismo se puede asimilar a un apoyo elástico, supondremos que la reacción de dicho apoyo es un 70% de valor que obtendríamos asumiendo un apoyo fijo mediante la teoría elástica.

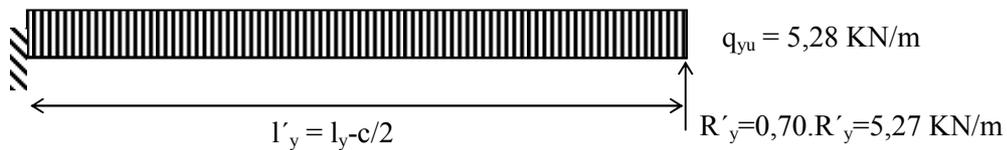


con:

c = ancho de la faja de borde I-I.

Se adopta como ancho de faja de borde $c = 3h \cong 50 \text{ cm}$, por lo que $l'_y = l_y - c/2 = 400 \text{ cm} - 25 \text{ cm} = 375 \text{ cm}$.

La reacción del apoyo fijo es $R_y = 7,43 \text{ KN/m}$, por lo que entonces tenemos:



$$M_t = 2,93 \text{ KNm}$$

$$M_{ap} = -16,238 \text{ KNm}$$

b) Se analiza ahora la faja de borde según x , que se corresponde con la I-I. Para dicha faja, se adopta $\alpha = 1$.

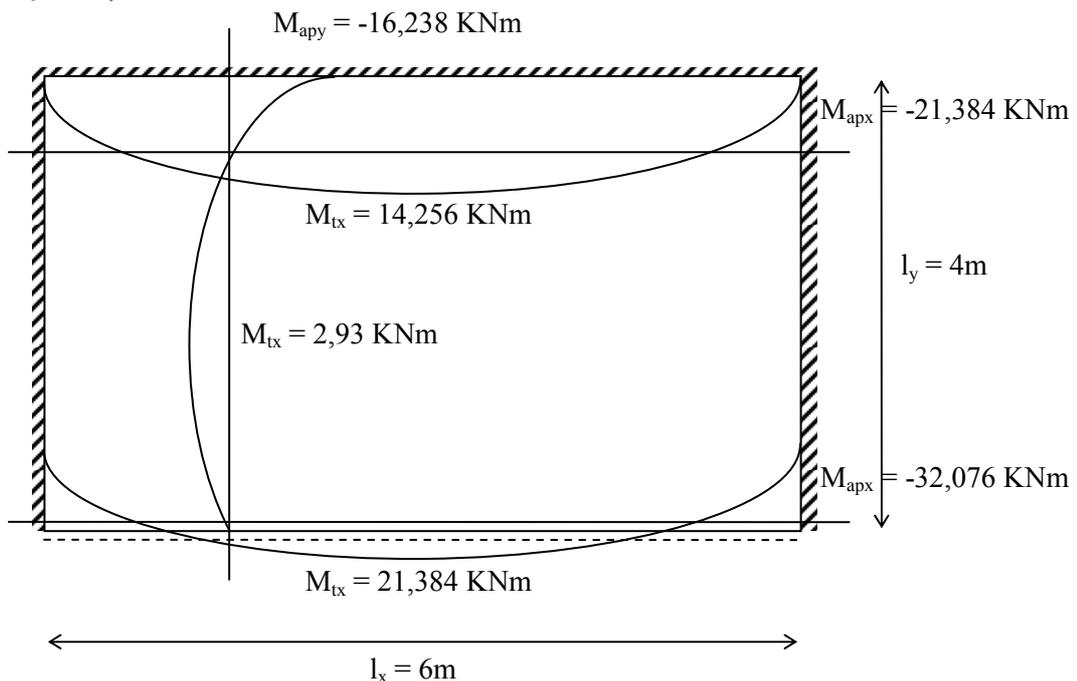
$$q_{xu} = 13,20 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,50 \text{ m} + 5,28 \text{ KN/m} = 11,88 \text{ KN/m}$$

$$M_0 = \frac{q_u \cdot l_x^2}{8} = 53,46 \text{ KNm}$$

$$M_0 = M_{ap} + M_t$$

$$M_t = 0,40 \cdot M_0 = 21,384 \text{ KNm}$$

$$M_{ap} = -0,60 \cdot M_0 = -32,076 \text{ KNm}$$



A continuación se procederá a realizar el dimensionado de las armaduras de la losa.

Armadura según y:

$$d_y = 12 \text{ cm}$$

$$M_{uyap} = -16,238 \text{ KNm}$$

$$M_{uyt} = 2,93 \text{ KNm}$$

Zona de apoyo:

$$M_{ny} = M_{uy} / 0,90 = -18,042 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 18,042 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot (0,12 \text{ m})^2] = 0,0737$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,07664$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 0,07664 \cdot 12 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 3,722 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\rho_{tmin} = 0,0018$$

con $\rho_{tmin} = \frac{A_s}{b \cdot h}$ (cuantía total)

$$A_{smin} = \rho_{tmin} \cdot b \cdot h = (0,0018) (100 \text{ cm}) (16 \text{ cm})$$

$$A_{smin} = 2,88 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se adoptan $\phi 8$ c/12 cm (4,19 cm²/m)

Zona de tramo:

$$M_{ny} = M_{uy} / 0,90 = 3,255 \text{ KNm}$$

$$A_s < A_{smin} = 2,88 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se adoptan $\phi 8$ c/16 cm (3,14 cm²/m)

Armadura según x:

$$d_x = 13 \text{ cm}$$

$$M_{uxap} = -21,384 \text{ KNm}$$

$$M_{uxt} = 14,256 \text{ KNm}$$

Zona de apoyo:

$$M_{nx} = M_{ux} / 0,90 = -23,76 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 23,76 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot (0,13 \text{ m})^2] = 0,08270$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,086436$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 0,086436 \cdot 13 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 4,548 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se adoptan $\phi 8$ c/11 cm (4,57 cm²/m)

Zona de tramo:

$$M_{nx} = M_{ux} / 0,90 = 15,84 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 15,84 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot (0,13 \text{ m})^2] = 0,055134$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,056744$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 0,056744 \cdot 13 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 2,986 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se adoptan $\phi 8$ c/16 cm (3,14 cm²/m)

Dimensionado de la faja de borde, faja I-I según x:

Ancho de faja = 50 cm

$M_{uap} = -32,076$ KNm

$M_{ut} = 21,384$ KNm

Zona de apoyo:

$$M_{nx} = M_{ux} / 0,90 = -35,64 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 35,64 \text{ KNm} / (0,85 \cdot 20000 \cdot 0,50 \cdot 0,13^2) = 0,2481$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,290212$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 50 \text{ cm} \cdot 0,290212 \cdot 13 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 7,64 \text{ cm}^2$$

Se adoptan $4\phi 16$ mm ($8,04 \text{ cm}^2$).

Zona de tramo:

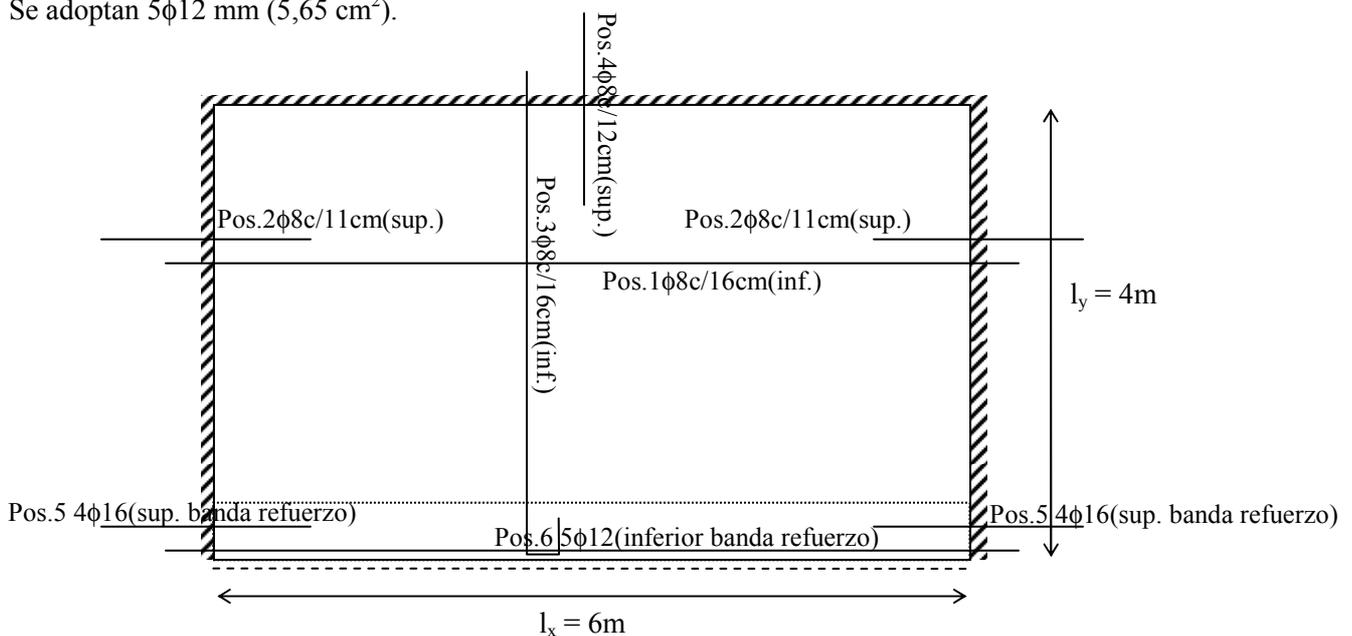
$$M_{nx} = M_{ux} / 0,90 = 23,76 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 23,76 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,50 \text{ m} \cdot (0,13 \text{ m})^2] = 0,165402$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,181954$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 50 \text{ cm} \cdot 0,181954 \cdot 13 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 4,79 \text{ cm}^2$$

Se adoptan $5\phi 12$ mm ($5,65 \text{ cm}^2$).



Discretización de losas mediante el método del emparrillado⁸

La analogía del emparrillado es un método interesante para el análisis de losas de hormigón armado y tableros de puentes que permite representar adecuadamente el fenómeno para condiciones de borde o cargas no tabuladas mediante la teoría elástica de placas, o bien, frente a losas con condiciones variables de apoyos u orificios de dimensiones considerables. Consiste en discretizar la losa en elementos de barras adecuadamente definidos, con diferentes posibles densidades de grillas, en donde a cada elemento se le asigna la rigidez a flexión correspondiente (según el ancho del elemento) y una rigidez a torsión que usualmente se adopta como el doble de la rigidez flexional. Por tanto, tendríamos:

⁸ Consultar referencias 13), 19), y 68).

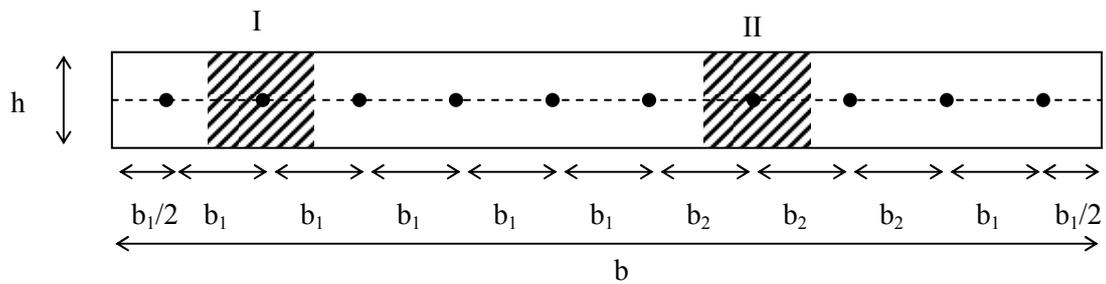


Figura 111: Corte de una losa de espesor h a modelarse con un sistema de emparrillado

Elemento tipo I:

$$A_1 = b_1 \cdot h$$

$$J_1 = b_1 \cdot h^3 / 12$$

$$J_{T1} = b_1 \cdot h^3 / 6$$

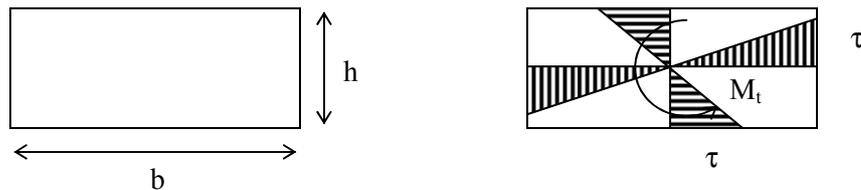
Elemento tipo II:

$$A_2 = b_2 \cdot h$$

$$J_2 = b_2 \cdot h^3 / 12$$

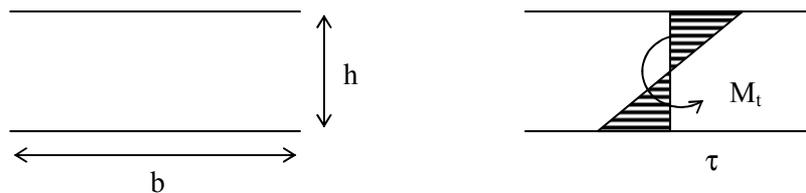
$$J_{T2} = b_2 \cdot h^3 / 6$$

La razón que justifica utilizar un valor diferente para la rigidez a torsión de la del elemento discretizado se fundamenta en que para una barra aislada rectangular de ancho b y altura h, la rigidez a torsión en estado I valdría:



$$J_T = \frac{b \cdot h^3}{3}$$

Para el elemento discretizado $b_1 \cdot h$ de la losa, tendremos:



$$J_{T1} = \frac{b_1 \cdot h^3}{6}$$

Para las losas se integran exclusivamente las tensiones tangenciales longitudinales, en tanto en la viga la integración se extiende a las tensiones verticales. Respecto de la rigidez a flexión de una viga de sección rectangular de ancho b y altura h, tenemos:

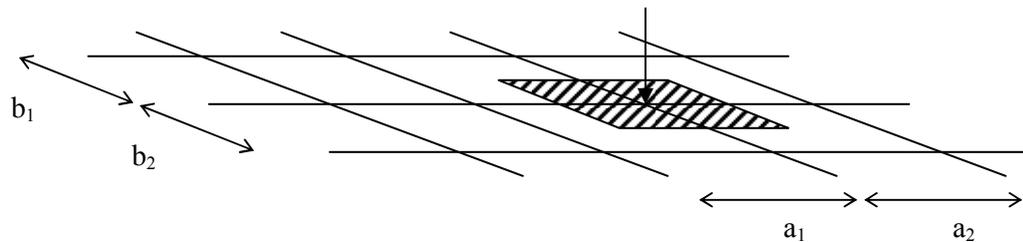
$$R_v = \frac{E \cdot b \cdot h^3}{12}$$

Mientras que para una placa de ancho b, la rigidez se plantea como:

$$R_p = \frac{E \cdot b \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$$

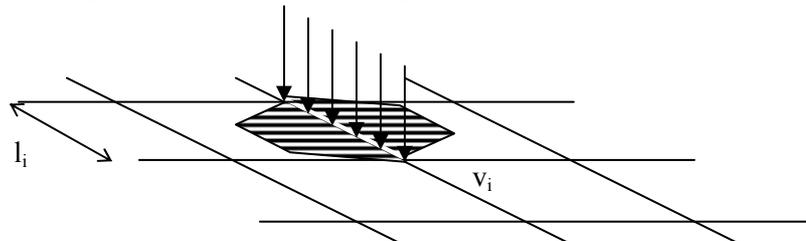
Lo que indica la mayor rigidez de la placa frente al elemento viga.

Las cargas uniformes pueden ser discretizadas de diversas maneras. Si la malla es lo suficientemente densa, se puede discretizar a través de cargas concentradas en los nudos del emparrillado.



$$P_i = \left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right) \cdot \left(\frac{b_1 + b_2}{2}\right) \cdot (D + L)$$

Otra forma puede desarrollarse aplicando cargas q_i como equivalentes uniformes sobre los elementos vigas v_i discretizadas.



$$q_i = \frac{S}{l_i} \cdot (D + L) \quad (S = \text{superficie de influencia de ambos trapecios})$$

A fin de discretizar adecuadamente el elemento losa, se sugiere que el ancho de los elementos adoptados sea cercano a $3 \cdot h$, con h el espesor de la losa. El eje de la viga de borde para el caso en que este sea libre, debería disponerse a aproximadamente $0,3 h$, a una distancia donde el flujo de tensiones tangenciales debidas a la torsión de la losa tenga su componente vertical. Las vigas discretizadas deben pasar por los puntos de apoyo de la losa y puede desarrollarse una malla más densa en zonas conflictivas (por ejemplo en el caso de orificios importantes) o cargas concentradas. El trabajo de la referencia 68 sugiere que para evaluar las flechas instantáneas (en función de los resultados obtenidos con la teoría de la elasticidad), una relación más adecuada sería $J_T = 3 \cdot J_F$, en tanto que adoptar $J_T = 2 \cdot J_F$ resultaría conservador. Por efecto de la discretización adoptada (modelo), los diagramas obtenidos para momentos flectores presentarán discontinuidades.

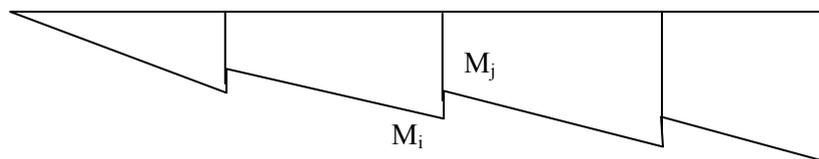


Figura 112: Diagrama de momentos flectores típico en una modelación con emparrillado de vigas

Dado que en realidad la ley de variación de los momentos flectores es continua, es posible promediar los momentos en las discontinuidades para efectuar el diseño.

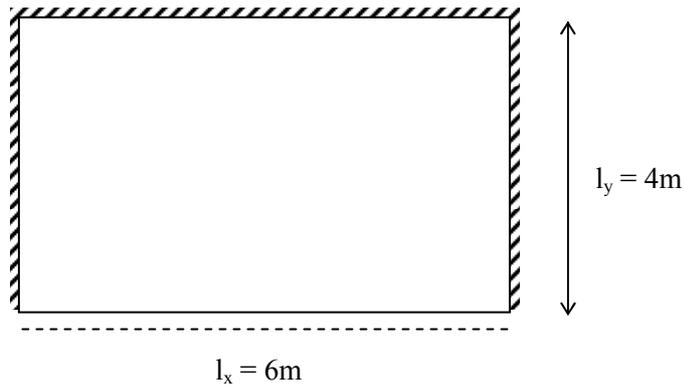
$$M_m = \frac{M_i + M_j}{2}$$

Para las vigas de apoyo, cuando se representa un sistema de losas sobre vigas, debería considerarse que los elementos vigas y los elementos losas, tienen sus baricentros a diferentes alturas. Puede consultarse este tema en el trabajo “Cálculo de tableros por el método del emparrillado” del Dr. Ing. Javier Manterola.

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 17) Cálculo de una losa por el método de emparrillado de vigas.

A continuación se plantea la solución del Ejemplo 16 mediante la discretización de la losa con una grilla según los conceptos vertidos anteriormente.



Se adoptan fajas segùn la direcci3n x y segùn la direcci3n y de $b = 40 \text{ cm}$, por lo que los parámetros a ingresar en el modelo serán:

$$A_b = 40 \text{ cm} \cdot 16 \text{ cm} = 640 \text{ cm}^2$$

$$J_y = b \cdot h^3 / 12 = 13653 \text{ cm}^4$$

$$J_T = 2 \cdot J_y = 27306 \text{ cm}^4$$

Dado que la malla tiene una densidad importante, se colocan cargas equivalentes en los nudos.

$$P_i = 1320 \text{ kg/m}^2 \cdot 0,40 \text{ m} \cdot 0,40 \text{ m} = 212 \text{ kg}$$

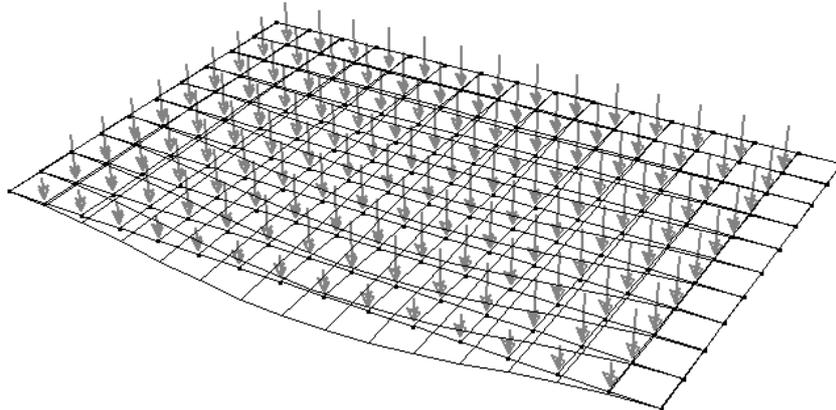


Figura 113: Sistema de cargas en los nudos del emparrillado

A continuaci3n se anexan los resultados obtenidos:

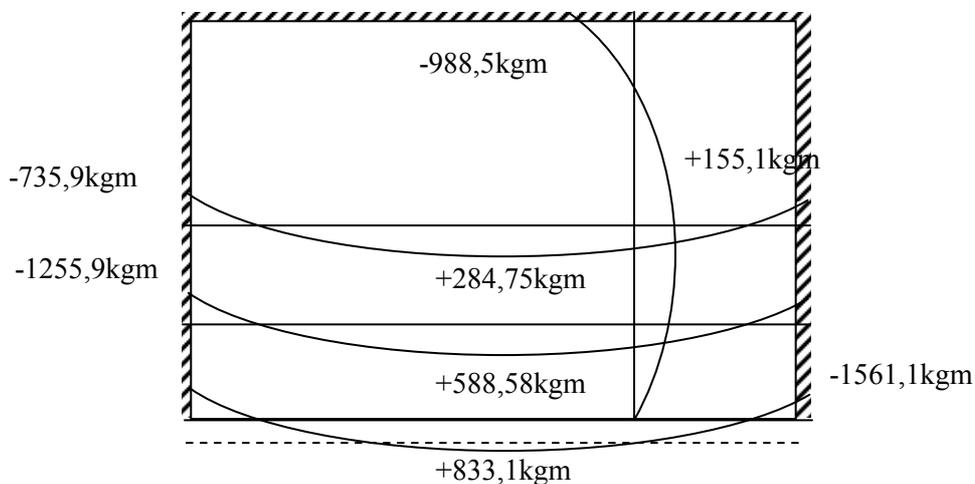


Figura 114: Resumen de los momentos flectores obtenidos

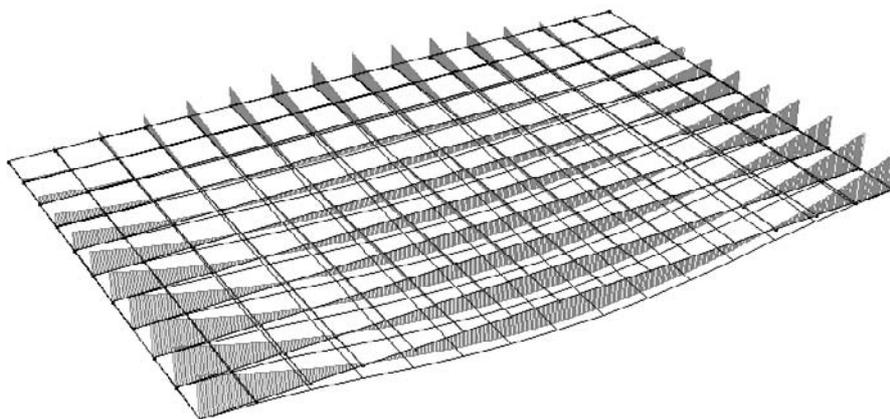


Figura 115: Aspecto de los diagramas de momentos flectores del modelo de emparrillado

Los valores corresponden a fajas de un ancho de 40 cm, es decir, que para obtener el momento, por ejemplo en el apoyo, se calcula como $M_{ap} = -1561,1 \text{ kgm} / 0,40 \text{ m} = -3902,5 \text{ kgm/m}$. Según x , los momentos varían a medida que nos aproximamos al borde libre, incrementándose sus valores. Además, se observa en el modelo del emparrillado equivalente, que el apoyo empotrado opuesto al borde libre, toma un mayor momento que el supuesto según el método de las fajas, dada la flexibilidad del borde libre de la losa.

Modelación	$M_{ap x}$	$M_{ap y}$
Método de las fajas	$-3207,6 \text{ kgm}/0,5\text{m} = -6415,2 \text{ kgm/m}$	$-1623,8 \text{ kgm/m}$
Modelo de emparrillado	-3902 kgm/m	-2471 kgm/m

Tabla 21: Comparación de resultados de momentos de apoyo para la losa calculada

Como se aprecia en la Tabla 21, las diferencias son significativas (64,4 %), derivadas entre otros aspectos, de la rigidez asignada a la faja de borde como supuesta viga cinta en el método de las fajas. Además, se destaca la importancia de la verificación de las condiciones de fisuración y deformaciones cuando se evalúan las solicitaciones por el método de las fajas.

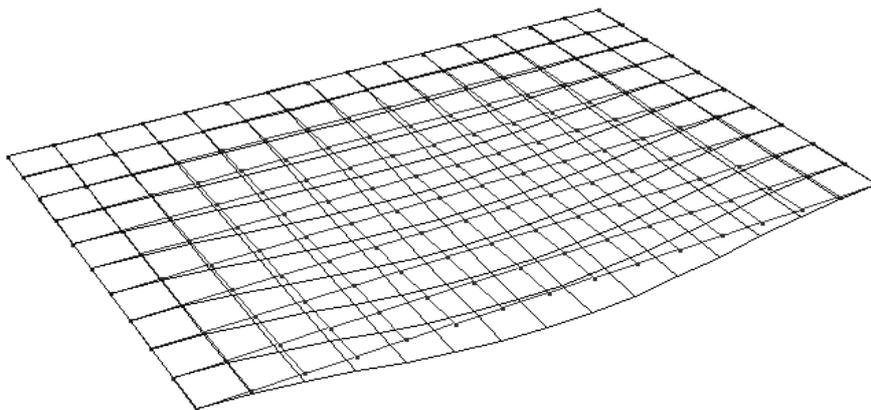


Figura 116: Deformada del modelo de emparrillado de vigas

Diseño de losas según CIRSOC 201/05

En la presente versión del CIRSOC 201/05, se incorporan importantes conceptos referidos al diseño de losas armadas en dos direcciones. Por una parte, los recubrimientos exigidos son mayores ($c_c \geq 2 \text{ cm}$). Por otra parte, se evalúa la rigidez de las vigas de apoyo perimetrales para definir los espesores mínimos de losas y las solicitaciones. En nuestro medio, el cálculo de solicitaciones en losas cruzadas se ha realizado en general, considerando que las vigas de apoyo dispuestas en los bordes tienen rigidez infinita a flexión. Esta hipótesis, se ajusta lo suficiente a la realidad cuando las vigas tienen una gran rigidez comparada con las losas que las soportan, y dejan de tener validez cuando se utilizan vigas de poca altura o vigas cintas, o bien, vigas con una

gran esbeltez (h/l pequeño). En el Art. 9.5.3.2 y la Tabla 9.5, se indican los espesores mínimos para losas sin vigas interiores (entrepisos sin vigas).

- a) losas **sin ábacos**, según se define en los artículos 13.3.7.1. y 13.3.7.2. **120 mm**
- b) losas **con ábacos**, según se define en los artículos 13.3.7.1. y 13.3.7.2. **100 mm**

Tabla 9.5. (c). Espesores mínimos de losas sin vigas interiores

Tensión de fluencia especificada del acero f_y (MPa) (*)	Sin ábacos (**)			Con ábacos (**)		
	Losas exteriores		Losas interiores	Losas exteriores		Losas Interiores
	Sin vigas de borde	Con vigas de borde (***)		Sin vigas de borde	Con vigas de borde(***)	
220	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{40}$	$\frac{l_n}{40}$
420	$\frac{l_n}{30}$	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{36}$
520	$\frac{l_n}{28}$	$\frac{l_n}{31}$	$\frac{l_n}{31}$	$\frac{l_n}{31}$	$\frac{l_n}{34}$	$\frac{l_n}{34}$

(*) Para valores de la tensión de fluencia de la armadura, comprendidos entre los indicados en la 1ª columna, el espesor mínimo se obtendrá por interpolación lineal. A los fines de este Reglamento el valor de $f_y \leq 500$ MPa.

(**) El ábaco se define en los artículos 13.3.7.1 y 13.3.7.2. y en el Anexo al Capítulo 1.

(***) Se refiere a losas con vigas entre las columnas a lo largo de los bordes exteriores. El valor de α para la viga de borde debe ser: $\alpha \geq 0,8$.

Tabla 22: Espesores mínimos para losas sin vigas interiores (referencia 109)

Por otra parte, en el Art. 9.5.3.3, se establecen espesores mínimos para losas con vigas entre apoyos. Se define un parámetro α_m como el valor promedio de α para todas las vigas de borde de un determinado panel de losa.

$$\alpha_i = \frac{\text{relación rigidez a flexión viga}}{\text{rigidez a flexión franja de losa comprendida}}$$

$$\alpha_i = \frac{E_{cb} \cdot I_b}{E_{cs} \cdot I_s}$$

E_{cb} y E_{cs} son los módulos de elasticidad del hormigón de viga y losa respectivamente.

Debe cumplirse:

- a) Para $\alpha_m \leq 0,20$ (vigas muy flexibles)

Se exigirán los espesores mínimos requeridos para entrepisos sin vigas.

- b) Para $0,20 < \alpha_m \leq 2,0$ (vigas de mediana rigidez)

$$h \geq \frac{l_n \left(0,80 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 5\beta \cdot (\alpha_m - 0,20)} \quad (1)$$

Donde l_n se debe adoptar como la longitud de la luz libre en el sentido del lado mayor medida entre las caras de las vigas y β resulta ser la relación entre las luces libres mayor y menor. Como mínimo $h \geq 120$ mm.

- c) Para $\alpha_m > 2,0$ (vigas de considerable rigidez)

$$h \geq \frac{l_n \left(0,80 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 9\beta} \quad (2)$$

Como mínimo $h \geq 90$ mm.

Nota: los espesores mínimos de losas podrán reducirse si se demuestra por cálculo que las flechas esperables no superan los valores límites establecidos en la tabla 9.5.b.

TABLA 9.5 (b)
Flecha máxima admisible obtenida por cálculo

Tipo de elemento	FLECHA CONSIDERADA	Límite de deformación
Azoteas planas que no soporten ni estén vinculadas a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños por grandes deformaciones.	Flecha instantánea debida a la sobrecarga, L	$\frac{l}{180}^*$
Entrepisos que no soporten ni estén vinculados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños por grandes deformaciones.	Flecha instantánea debida a la sobrecarga, L	$\frac{l}{360}$
Entrepisos o azoteas que soporten o estén vinculados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños por grandes flechas.	La parte de la flecha total que ocurre después de la vinculación de los elementos no estructurales (la suma de la flecha a largo plazo debida a todas las cargas permanentes y la deformación instantánea debida a cualquier sobrecarga adicional) †	$\frac{l}{480}^{\ddagger}$
Entrepisos o azoteas que soporten o estén vinculados a elementos no estructurales que no sean susceptibles de sufrir daños por grandes deformaciones.		$\frac{l}{240}^{\S}$

* Este límite no tiene por objeto constituirse en un resguardo contra la acumulación de agua. Esto último se verificará mediante cálculos de adecuados de las deformaciones, incluyendo las debidas al peso del agua estancada y considerando los efectos a largo plazo de todas las cargas permanentes, la contraflecha, las tolerancias de construcción y la confiabilidad en las medidas tomadas para el drenaje.

‡ Este límite se podrá exceder, si se toman medidas adecuadas para prevenir daños en elementos apoyados o vinculados.

† Las deformaciones a largo plazo se determinarán de acuerdo con 9.5.2.5 o la 9.5.4.2, pero se podrán reducir en la cantidad calculada de flecha que ocurra antes de vincular los elementos no estructurales. Esta cantidad se determinará en base a datos válidos relacionados con las características de flecha en función del tiempo de elementos similares a los que se estén considerando.

§ Pero no mayor que la tolerancia establecida para los elementos no estructurales. Este límite se podrá exceder, si se proporciona una contraflecha tal que la flecha total, menos la contraflecha, no supere dicho límite.

Tabla 23: Flechas máximas admisibles (referencia 109)

Tabla 9.5.3.4. Espesor mínimo para sistema de losas en dos direcciones (armadura $f_y = 420 \text{ MPa}$)

Sistema de losas en dos direcciones	α_m	β	Mínimo h
Placa Plana	-	≤ 2	$l_n / 30$
Placa Plana con vigas de borde ⁽¹⁾ (mín h = 120 mm)	-	≤ 2	$l_n / 33$
Losa Plana ⁽²⁾	-	≤ 2	$l_n / 33$
Losa Plana con vigas de borde ⁽¹⁾ (mín h = 100 mm)	-	≤ 2	$l_n / 36$
Losa en dos direcciones, apoyada en vigas ⁽³⁾	$\leq 0,2$	≤ 2	$l_n / 30$
	1	1	$l_n / 33$
		2	$l_n / 36$
	≥ 2	1	$l_n / 37$
		2	$l_n / 44$
Losa en dos direcciones, apoyada en vigas ^(1,3)	$\leq 0,2$	≤ 2	$l_n / 33$
	1	1	$l_n / 36$
		2	$l_n / 40$
	≥ 2	1	$l_n / 41$
		2	$l_n / 49$

⁽¹⁾ Relación de rigidez losa-viga de borde $\alpha \geq 0,8$ (9.5.3.3).

⁽²⁾ Longitud del ábaco $\geq 1/3$ altura $\geq 1,25 h$ (13.3.7.1.)

⁽³⁾ Mínimo h = 120 mm para $\alpha_m \leq 2$; mínimo h = 90 mm para $\alpha_m > 2$ (9.5.3.3.)

Tabla 24: Espesores mínimos para losas en dos direcciones (referencia 109)

ELEMENTOS	ALTURA O ESPESOR MÍNIMO, h			
	Simplemente apoyados	Con un extremo continuo	Ambos extremos continuos	En voladizo
	Elementos que no soporten o estén vinculados a tabiques divisorios u otro tipo de elementos susceptibles de sufrir daños por grandes flechas			
Losas macizas armadas en una dirección	$l/20$	$l/24$	$l/28$	$l/10$
Vigas o losas nervuradas en una dirección	$l/16$	$l/18,5$	$l/21$	$l/8$

La luz l se expresa en mm.
 Los valores dados en esta tabla son para elementos de hormigón de peso normal ($w_c = 2500 \text{ kg/m}^3$) y armadura con $f_y = 420 \text{ MPa}$.
 Para otras condiciones, los valores se deben modificar como se indica a continuación:
 a) Para hormigón liviano estructural con w_c comprendido entre 1500 y 2000 kg/m^3 , los valores de la Tabla 9.5.a se deben multiplicar por $(1,65 - 0,0003 w_c)$, valor que debe ser igual o mayor que **1,09**.
 b) Para $f_y \neq 420 \text{ MPa}$, los valores de esta Tabla se deben multiplicar por la expresión $(0,4 + f_y / 700)$.

Tabla 25: Espesores mínimos para losas en una dirección (referencia 109)

Los límites indicados en la Tabla 24 han surgido de la evolución, a través de los años, de los diferentes Códigos y Reglamentos internacionales en función de cuya aplicación se ha podido concluir que las losas que se han ajustado ellos, no han mostrado sistemáticamente problemas relacionados con la rigidez, para cargas a corto y largo plazo. Según la experiencia obtenida en estructuras similares construidas en nuestro país, los espesores mínimos que surgen de la aplicación de la expresión (1) pueden resultar excesivamente conservadores. Esta situación se manifiesta claramente cuando las losas no tienen todos sus bordes articulados o cuando la relación $\beta > 1,5$. Tal comportamiento de las ecuaciones puede observarse en la Figura 117, a la cual se ha incorporado los espesores mínimos utilizados con anterioridad al CIRSOC 201/05.

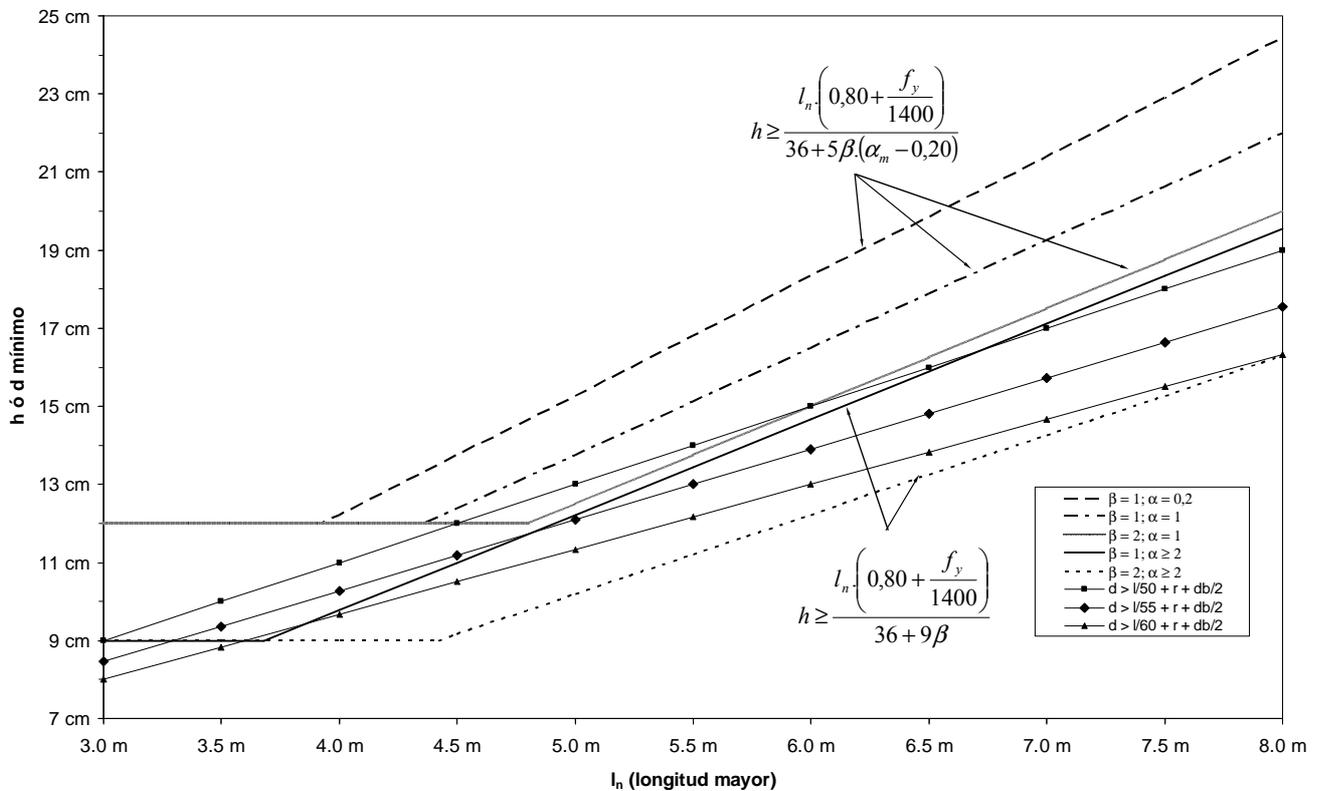


Figura 117: Variación del espesor mínimo h de las losas cruzadas según las ecuaciones (1) y (2) para valores de α y β , y valores usuales de d (nomenclatura CIRSOC 201/82) previos al CIRSOC 201/05.

En los Comentarios del Capítulo 9 del CIRSOC 201/05, se indica que es factible determinar los espesores mínimos de las losas bajo ciertas condiciones de carga, materiales y procedimientos constructivos; los que se especifican en la Tabla 26, en la cual es posible interpolar linealmente para condiciones intermedias. Las hipótesis sobre las que se desarrolló el estudio presentado en los Comentarios citados son las siguientes:

- curado mínimo: 3 días
- plazo mínimo de remoción de puntales: 2 semanas
- construcción de mampostería (si existe): 3 meses
- puesta en uso: 1 año
- cargas consideradas:
 - peso propio de la losa (incluye sobrecargas constructivas)
 - pisos, contrapisos, carpetas y cielorrasos: 180 kg/m²
 - mampostería como carga uniforme: 100 kg/m²
 - fracción de la sobrecarga sostenida o de larga duración: 30 %

Sobrecarga:		Sin Mampostería		Con Mampostería	
		30 MN/mm ²	50 MN/mm ²	30 MN/mm ²	50 MN/mm ²
Condición de vínculo	Rel. de lados				
	$\beta = 2$	40	35	25	23
	$\beta = 1$	45	40	35	33
	$\beta = 2$	45	38	30	28
	$\beta = 1$	50	45	38	36
	$\beta = 2$	48	42	35	33
	$\beta = 1$	55	50	42	40
Altura total = luz menor / γ					

Tabla 26: Coeficientes γ para determinar espesores mínimos (referencia 109)

Para paños de losas que tengan una relación $\beta > 2$ la utilización de las expresiones (1) y (2), que indican el espesor mínimo como porcentaje del lado mayor, puede conducir a resultados poco razonables. Para dichos paños de losas, se deben emplear las disposiciones establecidas para losas armadas en una dirección.

Condiciones de continuidad en losas

De evaluarse las solicitaciones en las losas mediante la teoría de la elasticidad, aplicando tablas confeccionadas a tal fin, se asumen condiciones de borde ideales como por ejemplo apoyos infinitamente rígidos que poseen condiciones de borde articulados o perfectamente empotrados. El mencionado análisis individual de las losas de un tablero hará que para losas con un apoyo común empotrado, resulten valores en dicho apoyo que difieran según la losa analizada aisladamente. Consideremos el siguiente caso:

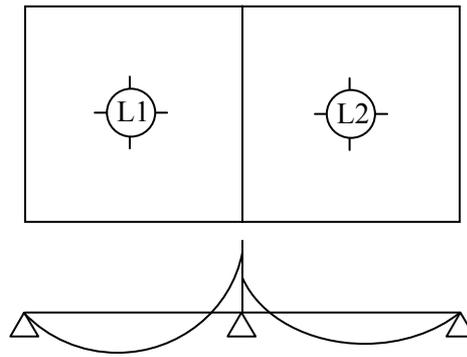


Figura 118: Losas continuas con momentos de apoyo

Frente a tal situación que es producto del modelo de cálculo adoptado, se pueden plantear diversos criterios de solución aproximados.

a) Situación en la que $m_1/m_2 \leq 2$



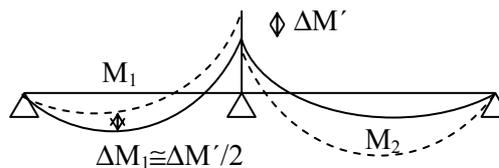
b) Situación en la que $m_1/m_2 > 2$



Para el caso b, en forma conservadora se puede diseñar el apoyo común con el momento m_2 , cambiando las condiciones de borde para la losa L1 considerándola en todos sus bordes simplemente apoyada. En realidad, de modelar el sistema completo por un software de elementos finitos, dicha discontinuidad naturalmente no se presentaría. Según la referencia 74), resulta una aproximación razonable para el caso a, adoptar el siguiente criterio:

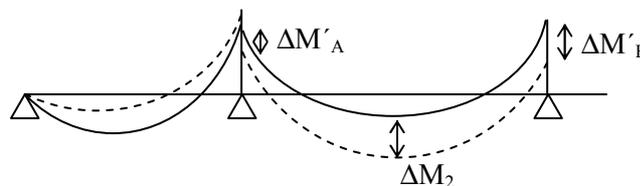
$$\text{Momento negativo de diseño } M_{1-2} \geq \begin{cases} \left(\frac{M_1 + M_2}{2} \right) \\ 0,8M_1 \\ 0,8M_2 \end{cases}$$

Consecuentemente, se deben ajustar los momentos de diseño de tramo. Para el tramo extremo resulta:



$$M'_1 \cong M_1 + \Delta M_1 = M_1 + \Delta M' / 2$$

Para el tramo interno resulta:



$$M'_2 = M_2 + \Delta M_2 = M + (\Delta M'_A + \Delta M'_B) / 2$$

Respecto de este tema, el CIRSOC 201/05 establece en el Art. 8.4.1: “En los apoyos de elementos continuos, solicitados a flexión, se permitirá reducir o aumentar los momentos negativos calculados con la teoría elástica, para cualquier distribución de cargas, hasta $1000 \epsilon_t$, con un máximo de 20%. Esta modificación no se podrá realizar cuando los momentos se hayan obtenido en forma aproximada”.

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 18) Cálculo del espesor mínimo de una losa de un panel

A continuación se calculará el espesor mínimo de una losa perteneciente a un sistema de losas según el criterio establecido por el CIRSOC 201/05 y por el método indicado en los Comentarios del Capítulo 9.

Materiales

Hormigón H-25

$$f'_c = 25 \text{ MPa}$$

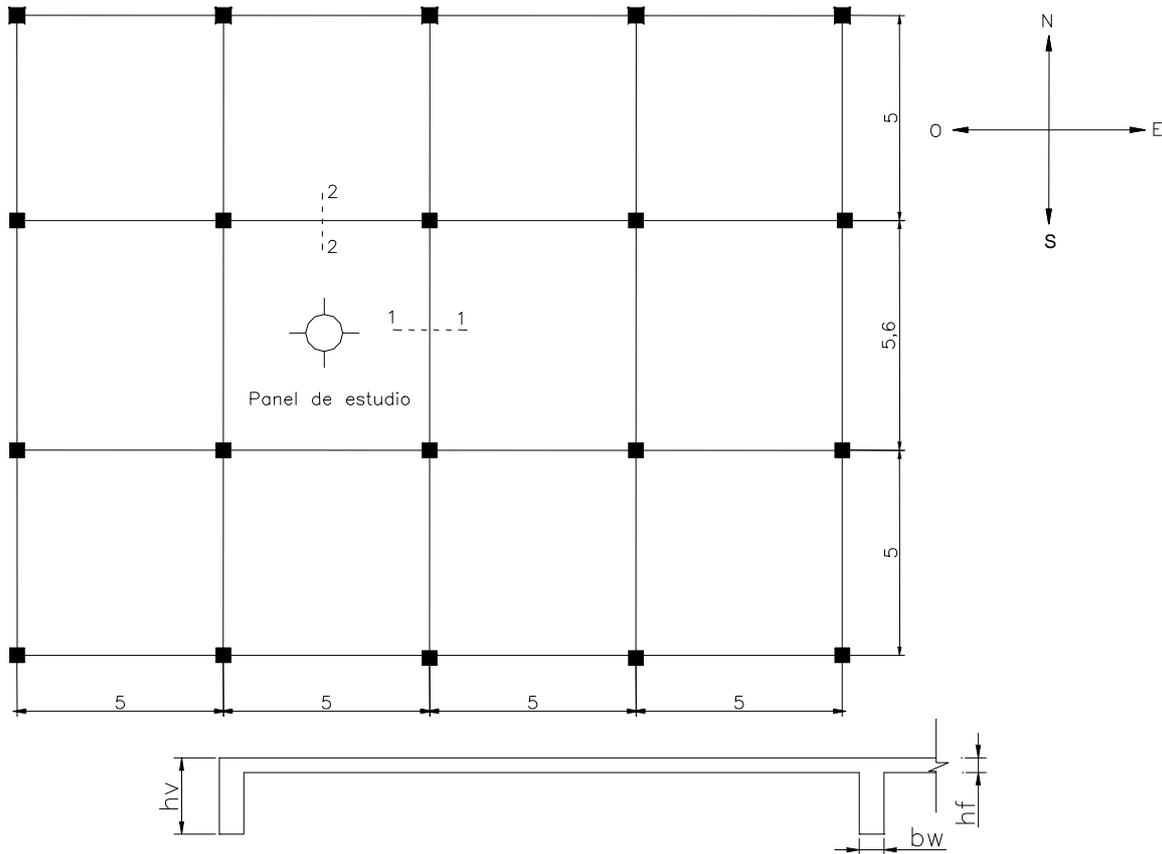
Acero ADN 42/50

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$h_f = 12 \text{ cm}$ (tentativo)

$h_v = 50 \text{ cm}$

$b_w = 20 \text{ cm}$



Sección de las columnas:

$$c_{xc} = 40 \text{ cm}$$

$$c_{yc} = 40 \text{ cm}$$

$$E_{cv} = E_{cs} = E_c = 4700 \cdot \sqrt{f'_c} = 23500 \text{ Mpa}$$

$$\gamma_H = 25 \text{ KN/m}^3$$

$H = 3,50 \text{ m}$ (alturas libres entre losas)

Asumimos:

$$h_L \geq \frac{l_n}{41} \quad \text{para } \alpha_m > 2 \text{ y } \beta = 1 \text{ (valores tentativos)}$$

$$h_L = 12,68 \text{ cm}$$

Adoptamos tentativamente $h_L = 12 \text{ cm}$.

$$I_b = h_v^3 \cdot \frac{b_w}{12} = (50 \text{ cm})^3 \cdot \frac{(20 \text{ cm})}{12} = 208333 \text{ cm}^4 (*)$$

$$I_{S_{N-S}} = b \cdot \frac{h_L^3}{12} = 500 \text{ cm} \cdot \frac{(12 \text{ cm})^3}{12} = 72000 \text{ cm}^4$$

$$I_{S_{E-O}} = b \cdot \frac{h_L^3}{12} = 560 \text{ cm} \cdot \frac{(12 \text{ cm})^3}{12} = 80640 \text{ cm}^4$$

(*) En forma simplificada y conservadora se calcula el momento de inercia como viga rectangular.

N-S:

$$\alpha_i = \frac{E_{cb} \cdot I_b}{E_{cs} \cdot I_s} = 2,89$$

E-O:

$$\alpha_i = \frac{E_{cb} \cdot I_b}{E_{cs} \cdot I_s} = 2,58$$

$$\alpha_m = 2,735 > 2$$

$$\beta = \frac{L_{mN-S}}{L_{mE-O}} = 1,13$$

$$l_n = 5,60 \text{ m} - 0,40 \text{ m} = 5,20 \text{ m}$$

$$h \geq \frac{l_n \left(0,80 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 9\beta} = 12,3 \text{ cm}$$

Se adopta $h = 12 \text{ cm}$.

De adoptarse el criterio expuesto en el Comentario al Capítulo 9 del CIRSOC 201/05, el valor del espesor de la losa (con el cumplimiento de las hipótesis planteadas) sería de:

$$\beta = 1,13$$

Apoyo: empotrada en todos sus bordes

Sobrecarga: 300 kg/m^2

Interpolando linealmente para las condiciones establecidas, con la existencia de mampostería:

$$\gamma = 41,09$$

$$\text{Altura total} = \text{luz menor} / \gamma = 500 \text{ cm} / 41,09 = 12,17 \text{ cm}$$

Valor que se aproxima al anterior.

Si en cambio no consideramos la existencia de mamposterías sobre la losa:

$$\beta = 1,13$$

Apoyo: empotrada en todos sus bordes

Sobrecarga: 300 kg/m^2

Interpolando linealmente para las condiciones establecidas:

$$\gamma = 54,09$$

$$\text{Altura total} = \text{luz menor} / \gamma = 500 \text{ cm} / 54,09 = 9,24 \text{ cm}$$

Valor que es probable que deba incrementarse para un cálculo racional de las armaduras.

Ejemplo 19) Diseño de la armadura de una losa armada en una sola dirección, sometida a flexión simple.

Materiales

Hormigón H-25 $f'_c = 25 \text{ MPa}$
 Acero ADN 42/50 $f_y = 420 \text{ MPa}$

 $h = 9 \text{ cm}$

$$M_u = 1,20 M_D + 1,60 M_L = 17,5 \text{ KNm}$$

Tentativamente se adopta $1\phi 12 \text{ c}/12 \text{ cm}$ ($A_s = 9,04 \text{ cm}^2/\text{m} - 8\phi 12 \text{ c}/\text{m}$)

$$d = h - c_c - d_b/2 = 9 \text{ cm} - 2 \text{ cm} - 1,20 \text{ cm} / 2 = 6,40 \text{ cm}$$

Determinamos la altura del bloque de tensiones a compresión.

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{0,85 \cdot f'_c \cdot b} = \frac{9,04 \text{ cm}^2 \cdot 420 \text{ Mpa}}{0,85 \cdot 25 \text{ Mpa} \cdot 100 \text{ cm}} = 1,79 \text{ cm}$$

Momento Nominal (M_n)

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot (d - a/2) = 9,04 \text{ cm}^2 \cdot \frac{420 \text{ Mpa}}{10000 \text{ cm}^2/\text{m}} \cdot (0,064 \text{ m} - 0,0179 \text{ m} / 2) = 0,0209 \text{ MNm} = 20,9 \text{ KNm}$$

Debe cumplirse

$$\phi \cdot M_n \geq M_u$$

Asumimos $\phi = 0,90$, para $\epsilon_t > 5\%$.

$$0,90 \cdot 20,90 \text{ KNm} \geq 17,50 \text{ KNm}$$

$$18,81 \text{ KNm} \geq 17,50 \text{ KNm} \quad (\text{verifica})$$

Cuantía total

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot h} = \frac{9,04 \text{ cm}^2}{100 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm}} = 0,010$$

Cuantías mínimas (Art. 7.12.2.1 CIRSOC 201/05)

$$\rho_{min} \geq 0,0018 \quad (\text{verifica})$$

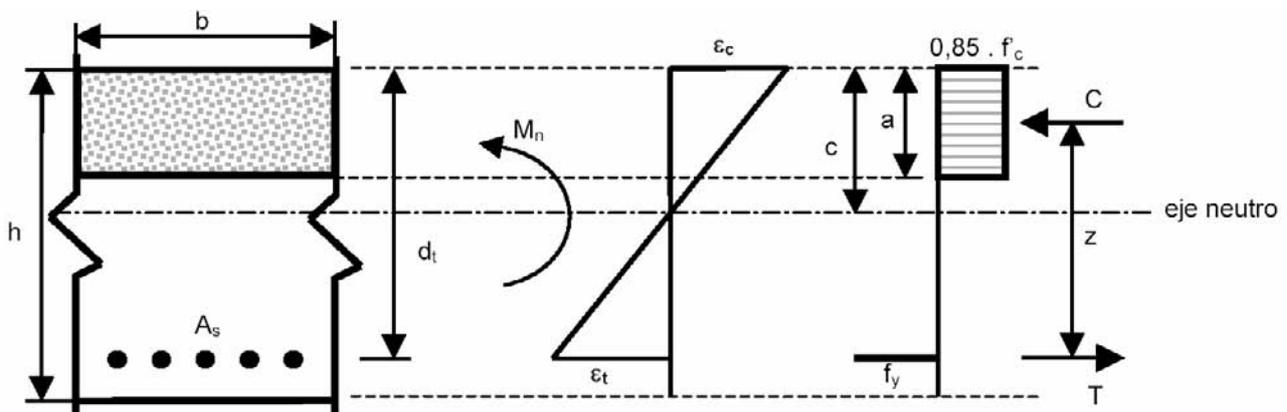
Verificación de elongación de la armadura

Figura 119: Esquema para cálculo de la elongación de armaduras en losas (referencia 109)

$$a = \beta_1 \cdot c$$

$$c = \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_t} \right) \cdot d$$

$$a = \beta_1 \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_t} \right) \cdot d$$

$$0,85 \cdot f'_c \cdot b \cdot a = A_s \cdot f_y$$

$$0,85 \cdot f'_c \cdot b \cdot \beta_1 \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_t} \right) \cdot d = A_s \cdot f_y$$

Adoptando $\varepsilon_c = 3\%$ y despejando ε_t :

$$\varepsilon_t = \frac{0,85 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot \varepsilon_c \cdot d \cdot b - \varepsilon_c \cdot A_s \cdot f_y}{A_s \cdot f_y}$$

$$\varepsilon_t = \frac{0,85 \cdot 25 \text{MPa} \cdot 0,85 \cdot 0,003 \cdot 6,40 \text{cm} \cdot 100 \text{cm} - 0,003 \cdot 9,04 \text{cm}^2 \cdot 420 \text{MPa}}{9,04 \text{cm}^2 \cdot 420 \text{MPa}} = 0,0061 > 5\%$$

Entonces, $\phi = 0,90$ (rotura dúctil)

La separación libre entre barras (s) no debe superar el menor de los siguientes valores:

$$s \leq 2,5 h = 22,50 \text{ cm}$$

$$s \leq 25 d_b = 25 \cdot 1,20 = 30 \text{ cm}$$

$$s \leq 30 \text{ cm}$$

Se adopta $s = 12 \text{ cm}$, se verifican las condiciones anteriores.

La separación libre mínima (s) entre barra, para permitir un correcto hormigonado, no debe ser menor que:

$$s \geq d_b = 12 \text{ mm}$$

$$s \geq 25 \text{ mm}$$

$$s \geq 4/3 \text{ TMA} = 4/3 \cdot 19 \text{ mm} = 25,3 \text{ mm}$$

Por lo que verifica la condición mínima.

Armadura por contracción y temperatura

En la dirección perpendicular, se coloca armadura mínima para limitar las posibles fisuras por contracción y temperatura:

$$\rho_{\text{mín}} = 0,0018 \text{ con } \rho_{t \text{ mín}} = \frac{A_s}{b \cdot h} \text{ (cuantía total)}$$

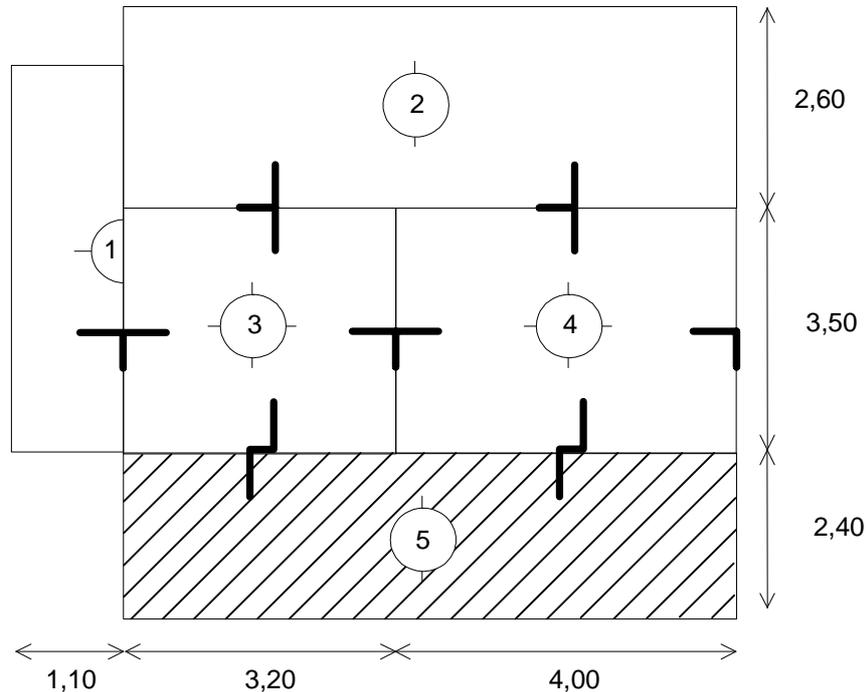
$$A_{s \text{ mín}} = \rho_{\text{mín}} \cdot b \cdot h = (0,0018) (100 \text{ cm}) (9 \text{ cm})$$

$$A_{s \text{ mín}} = 1,62 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se adoptan barras $\phi 6 \text{ c}/15 \text{ cm}$ ($1,86 \text{ cm}^2/\text{m}$).

Ejemplo 20) Dimensionar una losa armada en dos direcciones según CIRSOC 201/05

Dimensionar y calcular la armadura necesaria para la losa 3 del siguiente esquema de losas considerando un hormigón H-20 y acero ADN 420. Se consideran a las vigas lo suficientemente rígidas para adoptar una subdivisión de áreas de carga sobre vigas, constituidas por trapecios y triángulos.

**1) Determinación del espesor mínimo de las losas**

$$h_L = 10 \text{ cm (tentativo)}$$

$$h_v = 40 \text{ m}$$

$$b_w = 20 \text{ cm}$$

$$E_{cv} = E_{cs} = E_c = 4700 \cdot \sqrt{f'_c} = 23500 \text{ Mpa}$$

$$\gamma_{H^o} = 25 \text{ KN/m}^3$$

$$H = 3,50 \text{ m (alturas libres entre losas)}$$

$$l_n = 400 \text{ cm} - 40 \text{ cm} = 360 \text{ cm (para la losa 4 de mayor longitud)}$$

$$h_L \geq \frac{l_n}{41} \quad \text{para } \alpha_m > 2 \text{ y } \beta = 1$$

$$h_L \geq 8,78 \text{ cm}$$

Adopto tentativamente $h_L = 10 \text{ cm}$.

$$I_b = h_v^3 \cdot \frac{b_w}{12} = 40^3 \cdot \frac{20}{12} = 106667 \text{ cm}^4$$

$$I_{S_{N-S}} = b \cdot \frac{h_L^3}{12} = 350 \cdot \frac{10^3}{12} = 29167 \text{ cm}^4$$

$$I_{S_{E-O}} = b \cdot \frac{h_L^3}{12} = 400 \cdot \frac{10^3}{12} = 33333 \text{ cm}^4$$

N-S:

$$\alpha_i = \frac{E_{cb} \cdot I_b}{E_{cs} \cdot I_s} = 3,66$$

E-O:

$$\alpha_i = \frac{E_{cb} \cdot I_b}{E_{cs} \cdot I_s} = 3,20$$

$$\alpha_m = 3,43 > 2$$

$$\beta = \frac{L_{mN-S}}{L_{mE-O}} = 1,14$$

$$l_n = 360 \text{ cm}$$

$$h \geq \frac{l_n \left(0,80 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 9\beta} = 8,56 \text{ cm}$$

Adopto $h = 10 \text{ cm}$.

Para la losa en voladizo:

$$l_n = 110 \text{ cm} - 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}$$

$$h_L \geq \frac{l_n}{10}$$

$$h_L \geq 10 \text{ cm}$$

Adoptamos $h = 10 \text{ cm}$.

2) Análisis de cargas

Losa 3

peso propio	0,1 m x 2500 kg/m ³ = 250 kg/m ²
contrapiso	0,07 m x 1600 kg/m ³ = 112 kg/m ²
cielorraso (yeso)	0,02 m x 1200 kg/m ³ = 24 kg/m ²
piso (parquet)	0,01 m x 1000 kg/m ³ = <u>10 kg/m²</u>
	D = 396 kg/m ²
	(sobrecarga) L = 300 kg/m ²
	U = 1,2 D + 1,6 . L = 993,6 kg/m ²

$$U = 1,4 . D = 554,4 \text{ kg/m}^2$$

Se adopta $U = 1 \text{ tn/m}^2$

Losa 1

Ídem losa 3, por lo que $U = 1 \text{ tn/m}^2$

Losa 2

Suponemos que D es igual al valor obtenido para la losa 3 y que L es 250 kg/m². Por ello, $U = 0,875 \text{ tn/m}^2$

Losa 4

Ídem losa 2 pero L = 200 kg/m²

$$U = 0,795 \text{ tn/m}^2$$

Losa 5 (losa baja)

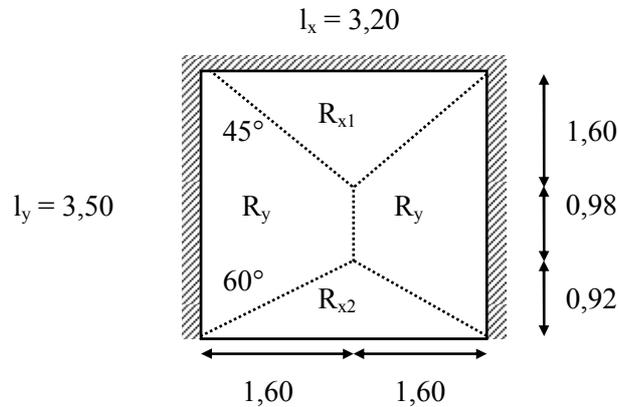
peso propio	0,1 m x 2500 kg/m ³ = 250 kg/m ²
contrapiso	0,27 m x 1600 kg/m ³ = 432 kg/m ²
cielorraso	0,02 m x 1200 kg/m ³ = 24 kg/m ²
piso (mosaico)	0,025 m x 2000 kg/m ³ = <u>50 kg/m²</u>
	D = 716 kg/m ²
	(sobrecarga) L = 200 kg/m ²
	U = 1,2 . D + 1,6 . L = 1227 kg/m ²

Se adopta $U = 1,2 \text{ tn/m}^2$

3) Cálculo estático

Losa 3

La sustentación estimada es:



$$\varepsilon = l_x / l_y = 3,20 / 3,50 = 0,91$$

De las tablas correspondientes a coeficientes para el cálculo de esfuerzos en losas se obtiene:

$$\alpha = 0,02546 \quad \beta = 0,01571 \quad \alpha^e = -0,066 \quad \beta^e = -0,056$$

$$R_{x1} = \left(\frac{3,2m \cdot 1,6m}{2} \right) \cdot \frac{1}{3,2m} \cdot 1000kg / m = 800 kg / m$$

$$R_{x2} = \left(\frac{3,2m \cdot 0,92m}{2} \right) \cdot \frac{1}{3,2m} \cdot 1000kg / m = 460 kg / m$$

$$R_y = \left(\frac{3,5m + 0,98m}{2} \right) \cdot 1,6m \cdot \frac{1}{3,5m} \cdot 1000kg / m = 1024 kg / m$$

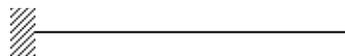
$$M_{ux} = \alpha \cdot q \cdot l_x^2 = 0,02546 \cdot 1tn / m \cdot (3,2m)^2 = 0,26 tnm / m$$

$$M_{uy} = \beta \cdot q \cdot l_x^2 = 0,01571 \cdot 1tn / m \cdot (3,2m)^2 = 0,19 tnm / m$$

$$M_{ux}^e = \alpha^e \cdot q \cdot l_x^2 = -0,67 tnm / m$$

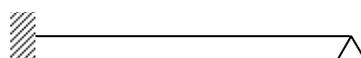
$$M_{uy}^e = \beta^e \cdot q \cdot l_x^2 = -0,57 tnm / m$$

Losa 1



$$M_{ux1} = -1tn / m \cdot \frac{(1,2m)^2}{2} = -0,72 tm/m$$

Losa 2

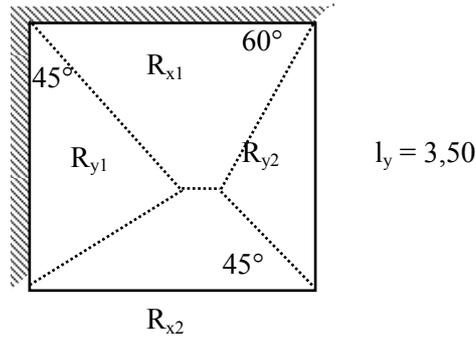


$$M_{u \text{ apoyo}} = -0,739 tnm/m$$

$$M_{u \text{ tramo}} = 0,42 tnm/m$$

Losa 4

Se estima una sustentación:



$$\varepsilon = I_y / I_x = 3,50 / 4,00 = 0,875$$

$$I_x = 4,00$$

De tablas:

$$\alpha = 0,0226 \quad \beta = 0,0291 \quad \alpha^e = -0,0714 \quad \beta^e = -0,0773$$

$$M_{ux}^e = \alpha^e \cdot q \cdot l_y^2 = -0,875 \text{ tnm/m} \quad M_{ux} = \alpha \cdot q \cdot l_y^2 = 0,277 \text{ tnm/m}$$

$$M_{uy}^e = \beta^e \cdot q \cdot l_y^2 = -0,947 \text{ tnm/m} \quad M_{uy} = \beta \cdot q \cdot l_y^2 = 0,356 \text{ tnm/m}$$

$$R_{ux1} = 994 \text{ kg/m} \quad R_{ux2} = 588 \text{ kg/m} \quad R_{uy1} = 875 \text{ kg/m} \quad R_{uy2} = 504 \text{ kg/m}$$

4) Dimensionamiento**Losa 3**

Debemos verificar si la sustentación adoptada para la Losa 3 es la correcta. Para ello, comparemos los momentos de apoyo:

$$\text{Apoyo 2/3: } M_{uy}^e = -0,739 \text{ tnm/m} \quad M_{uy}^c = -0,57 \text{ tnm/m}$$

$$\text{Apoyo 1/3: } M_{ux}^e = -0,72 \text{ tnm/m} \quad M_{ux}^c = -0,67 \text{ tnm/m}$$

$$\text{Apoyo 3/4: } M_{ux}^e = -0,67 \text{ tnm/m} \quad M_{ux}^c = -0,875 \text{ tnm/m}$$

Se verifica que es correcta y por lo tanto es posible calcular los apoyos con los momentos máximos o bien compatibilizarlos pero adecuando en ese caso los momentos de tramo. Seleccionaremos la segunda opción.

Por todo ello, los momentos de apoyo resultan:

$$M_{uy}^e \text{ 2/3} = -0,65 \text{ tnm/m}$$

$$M_{ux}^e \text{ 1/3} = -0,72 \text{ tnm/m (correspondiente al momento del voladizo)}$$

$$M_{ux}^e \text{ 3/4} = -0,77 \text{ tnm/m}$$

Nota: con este procedimiento de cálculo en los apoyos, para la losa cuyo momento de empotramiento se ve disminuido por el uso del promedio, debe realizarse el incremento de la sollicitación en el tramo, de tal forma de compensar el diagrama parabólico resultante.

Tramo dirección x

$$M_n = M_u / 0,90 = 0,0029 \text{ MNm/m}$$

$$K_d = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_n}{b}}} = \frac{0,085 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,0029 \text{ MNm/m}}{1 \text{ m}}}} = 1,57$$

$$K_e = 24,301 \text{ cm}^2 / \text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot \frac{M}{d} = \frac{24,301 \text{ cm}^2 / \text{MN} \cdot 0,0029 \text{ MNm/m}}{0,085 \text{ m}} = 0,83 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_{s,x} = \phi 6 \text{ c/10cm (2,83 cm}^2 / \text{m)}$$

$\rho = 2,83 \text{ cm}^2 / 10 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 0,0028 > \rho_{\min 1} = 0,0018$ y $> \rho_{\min 2} = 0,0014$ (cuantía mínima por contracción y temperatura). La separación libre entre barras (s) no debe superar el menor de los siguientes valores:

$$\begin{aligned} s &\leq 2,5 h = 25 \text{ cm} \\ s &\leq 25 d_b = 25 \cdot 0,6 = 15 \text{ cm} \\ s &\leq 30 \text{ cm} \end{aligned}$$

Se adopta $s = 10 - d_b = 9,4 \text{ cm}$, se verifican todas las condiciones anteriores. La separación libre mínima (s) entre barra, para permitir un correcto hormigonado, no debe ser menor que:

$$\begin{aligned} s &\geq d_b = 6 \text{ mm} \\ s &\geq 25 \text{ mm} \\ s &\geq 4/3 \text{ TMA} = 4/3 \cdot 19 \text{ mm} = 25,3 \text{ mm} \end{aligned}$$

Por lo que verifica la condición mínima.

Tramo dirección y

Recordar que la altura útil se ve disminuida por la posición de la armadura

$$M_n = M_u / 0,90 = 0,0021 \text{ MNm/m}$$

$$K_d = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_n}{b}}} = \frac{0,075 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,0021 \text{ MNm/m}}{1 \text{ m}}}} = 1,63$$

$$K_e = 24,301 \text{ cm}^2 / \text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot \frac{M}{d} = \frac{24,301 \cdot 0,0021 \text{ MNm/m}}{0,075 \text{ m}} = 0,68 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_{s,y} = \phi 6 \text{ c} / 10 \text{ cm} (2,83 \text{ cm}^2 / \text{m})$$

Apoyo $M_{uy} \text{ c}^{2/3}$

$$M_n = M_u / 0,90 = 0,0072 \text{ MNm/m}$$

$$K_d = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_n}{b}}} = \frac{0,085 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,0072 \text{ MNm/m}}{1 \text{ m}}}} = 1,00$$

$$K_e = 24,583 \text{ cm}^2 / \text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot \frac{M}{d} = \frac{24,583 \text{ cm}^2 / \text{MN} \cdot 0,0072 \text{ MNm/m}}{0,085 \text{ m}} = 2,1 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_{s,y2/3} = \phi 6 \text{ c} / 10 \text{ cm} (2,83 \text{ cm}^2 / \text{m})$$

Apoyo $M_{ux} \text{ c}^{1/3}$

$$M_n = M_u / 0,90 = 0,008 \text{ MNm/m}$$

$$K_d = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_n}{b}}} = \frac{0,085 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,008 \text{ MNm/m}}{1 \text{ m}}}} = 0,95$$

$$K_e = 24,675 \text{ cm}^2 / \text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot \frac{M}{d} = \frac{24,675 \cdot 0,008 \text{ tm/m}}{0,085 \text{ m}} = 2,32 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_{s,x1/3} = \phi 6 \text{ c} / 10 \text{ cm} (2,83 \text{ cm}^2 / \text{m})$$

Apoyo M_{ux}^e 3/4

$$M_n = M_u / 0,90 = 0,0086 \text{ MNm/m}$$

$$K_d = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_n}{b}}} = \frac{0,085 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,0086 \text{ MNm/m}}{1 \text{ m}}}} = 0,916$$

$$K_e = 24,766 \text{ cm}^2 / \text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot \frac{M}{d} = \frac{24,766 \cdot 0,0086 \text{ tm/m}}{0,085 \text{ m}} = 2,51 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_{s,x3/4} = \phi 6 \text{ c}/10 \text{ cm} (2,83 \text{ cm}^2 / \text{m})$$

Sólo a modo de comparación, se procedió a modelar el sistema de losas con un software de elementos finitos, prescindiendo de la losa descendida ya que la misma no participa en la compatibilización, así como tampoco interviene prácticamente en el sistema. La comparación para la losa 3 se vuelca en la Tabla 27.

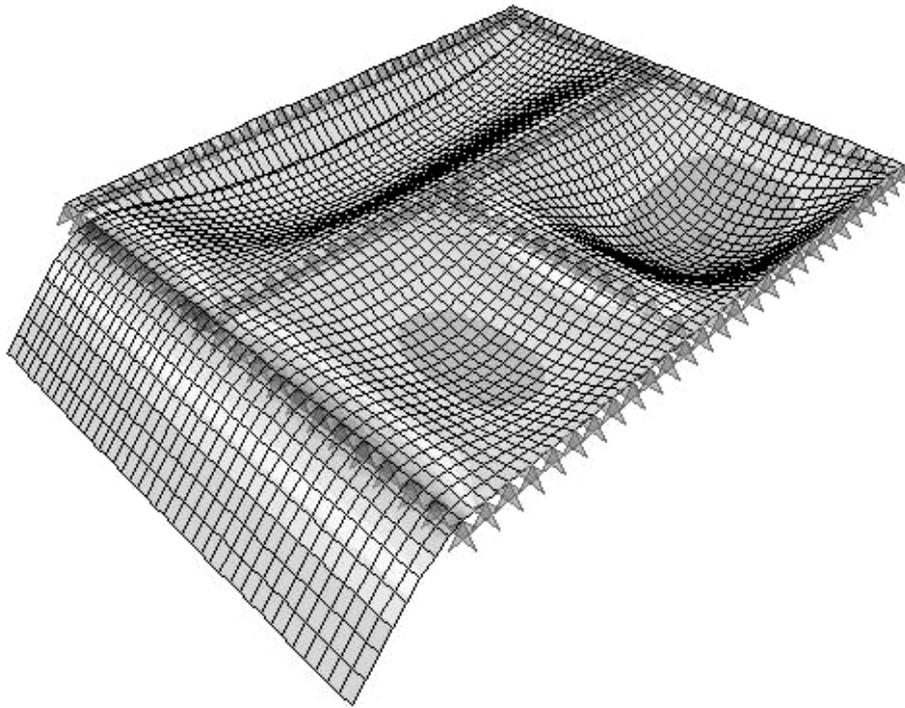


Figura 120: Modelación del sistema de losas mediante EF

Método / Momento flector	M_{uy}^e 2/3	M_{ux}^e 1/3	M_{ux}^e 3/4	M_{ux3}	M_{uy3}
Tablas (tnm/m)	- 0,65	- 0,72	- 0,77	0,26	0,19
Modelo de EF (tnm/m)	- 0,63	- 0,72	- 0,71	0,27	0,18

Tabla 27: Comparación de momentos flectores obtenidos por tablas y por elementos finitos

Representación de las armaduras en un sistema de losas continuas

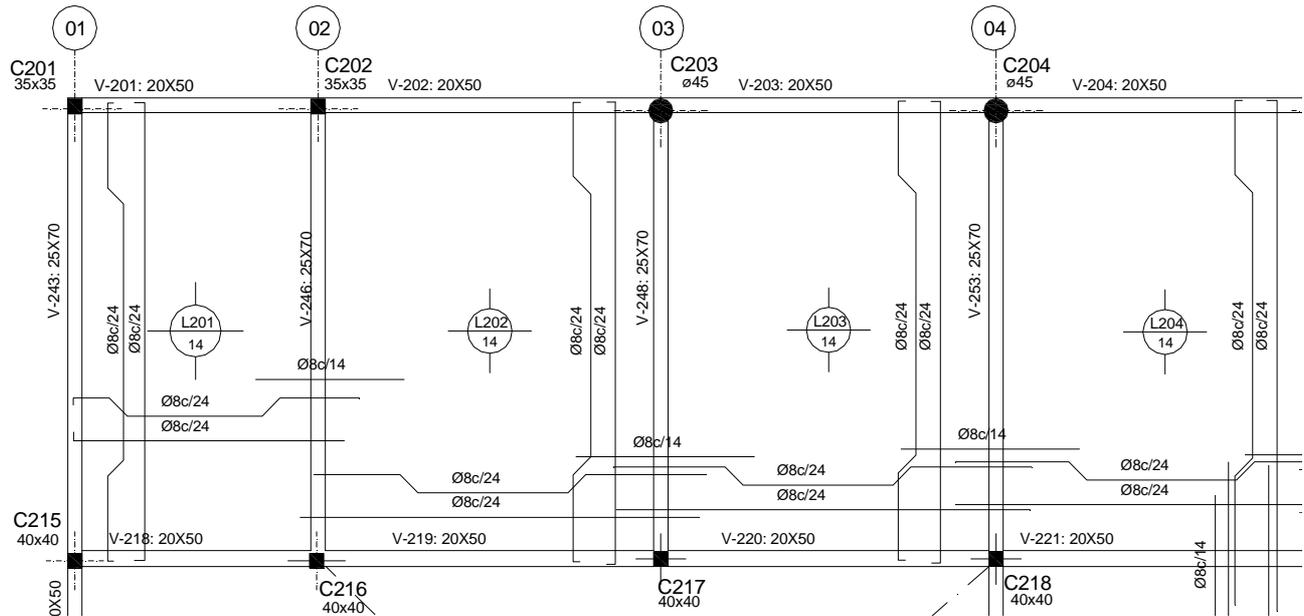


Figura 121: Representación de armaduras dobladas en losas continuas

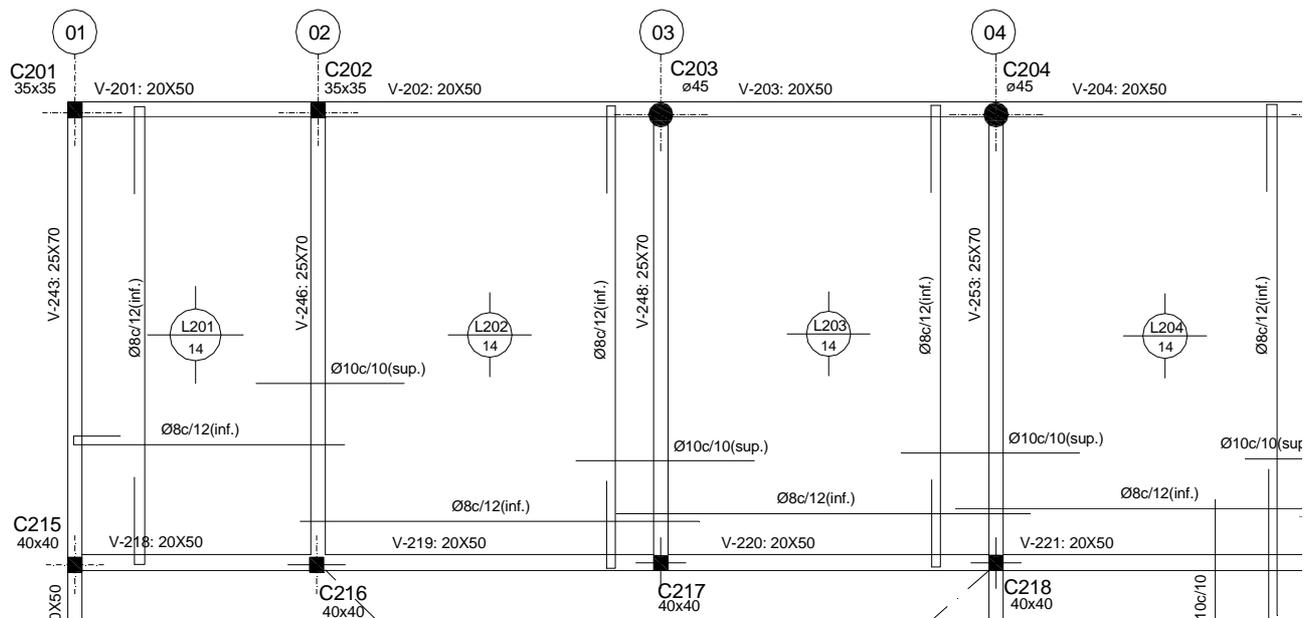


Figura 122: Representación de armaduras rectas en losas del mismo entrepiso



Figura 123: Disposición de barras dobladas en un apoyo simple de una losa



Figura 124: Armaduras superiores e inferiores de un apoyo de losas de cubierta en una dirección

Comportamiento de las losas frente al corte

En general, el espesor que se define en el proyecto de las losas es tal que tiende a evitar la necesidad de colocar armadura de corte. Este tema se tratará en el Capítulo 17 del presente texto.

En los ensayos se observa que el cordón comprimido inclinado de hormigón y el efecto de trabazón de los agregados entre las fisuras absorben el esfuerzo de corte actuante, como se desarrollará en detalle en el Capítulo 16. Al trabajar la estructura con el efecto de arco, la capacidad de tomar corte depende de la rigidez a la deformación de la armadura de tracción A_s , por lo que resulta conveniente extender en su totalidad la armadura traccionada hasta la zona de apoyo sin levantar las barras. El efecto de trabazón disminuye conforme aumenta el espesor de la losa, dado que el tamaño máximo de los mismos no aumenta proporcionalmente a dicho espesor.

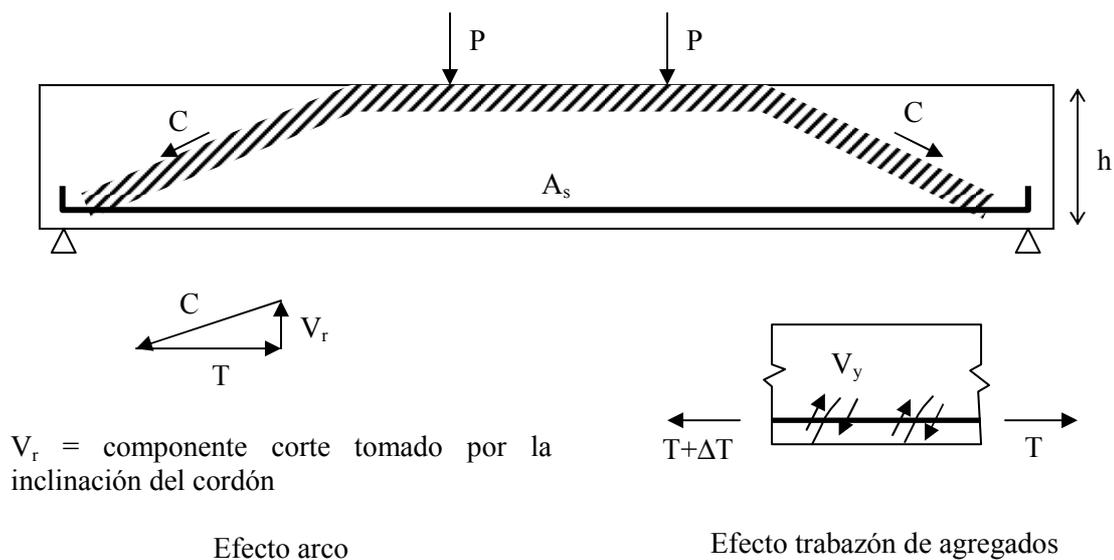


Figura 125: Efecto arco y de trabazón de agregados en una viga sometida a flexión y corte

Cuantía mínima por contracción y temperatura

En el Artículo 7.12 del CIRSOC 201/05 se dan las prescripciones para controlar la fisuración por contracción y temperatura para losas de entrepisos. Se supone que los movimientos no están restringidos severamente, tal cual podría ocurrir frente a grandes tabiques estructurales o grandes columnas de extremo. Ante la ausencia de grandes restricciones, debe verificarse:

$$\rho_t \geq \frac{0,0018 \cdot 420}{f_y} \geq 0,0014$$

Para el caso de $f_y = 420$ MPa, $\rho_t = 0,0018$.

Para losas en las que el movimiento esté severamente coartado, de manera sólo orientativa, se menciona la condición de armadura mínima que establece el Eurocódigo EC2 en el artículo 4.4.2.2, donde propone la siguiente expresión para evitar la plastificación de la armadura en correspondencia con la fisura:

$$A_s \cdot f_y = k_c \cdot k \cdot A_{ct} \cdot f_{ct}$$

donde:

A_{ct} = área del hormigón traccionado previo a la fisura.

f_{ct} = resistencia del hormigón a tracción al producirse la fisura. Puede adoptarse como $f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$.

k = coeficiente que considera el efecto de las tensiones de carácter no lineal, generadas por retracción, adoptando los siguientes rangos de valores:

- para $h > 80$ cm, $k = 0,50$.
- para $h < 30$ cm, $k = 0,80$.

k_c = coeficiente que considera la forma de la distribución de tensiones y la variación de brazo de palanca z al producirse la fisuración y adopta los siguientes valores:

- Para flexión simple $k_c = 0,40$.
- Para tracción $k_c = 1$.

Reemplazando, la expresión resulta:

$$\frac{A_s}{A_{ct}} = k_c \cdot k \cdot \frac{f_{ct}}{f_y} \qquad \frac{A_s}{A_{ct}} = k_c \cdot k \cdot 0,3 \cdot \frac{f_{ck}^{2/3}}{f_y}$$

Respecto del coeficiente k , el mismo considera que la tensión media f_{ctm} será similar a la máxima si la altura de la sección es reducida, y será considerablemente menor si la altura de la sección es importante ($h \geq 80$ cm).

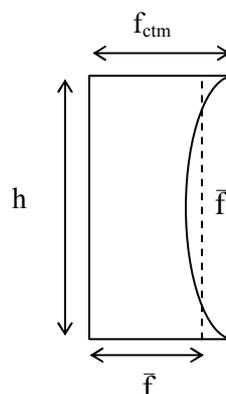


Figura 126: Variación no lineal de tensiones en la sección por efecto de contracción (referencia 76)

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 21) Cálculo de la armadura mínima por contracción de una losa con movimientos restringidos según Eurocódigo EC2

Determinar la armadura mínima de la losa para cumplir con las condiciones de control de fisuras por contracción de fragüe para una losa de entrepiso de 25 cm de espesor, perteneciente a un depósito industrial que tiene sus movimientos severamente restringidos por elementos de borde. El hormigón posee una calidad H-25 y el acero es ADN 42/50.

Al estar coartado el movimiento de sus extremos, la losa se puede asumir sometida a un estado de tracción axial por restricción de las deformaciones, por lo que en tal caso:

$$A_{ct} = 100 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm} = 2500 \text{ cm}^2$$

$$k_c = 1$$

$$k = 0,80$$

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

La armadura mínima total a colocar se calcula de la forma:

$$A_s = A_{ct} \cdot k_c \cdot k \cdot 0,3 \cdot \frac{f_{ck}^{2/3}}{f_y} = 12,21 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Se sugiere distribuir la armadura calculada en ambas caras, por lo que la armadura total por cara resulta igual a 6,105 cm²/m, cubiertos mediante $\phi 10\text{c}/12 \text{ cm}$.

Juntas en losas

Las juntas en losas se pueden clasificar en:

- Juntas de construcción.
- Juntas de retracción.
- Juntas de dilatación.

Las juntas de construcción se producen en los elementos que no pueden ser hormigonados por completo en una jornada laboral. Usualmente, en pocas horas se continuará con el proceso y se cierra la junta. En ocasiones, se hormigona varios días después, por ejemplo en el hormigonado de una platea de fundación en más de una tongada o en piezas o sectores tales como ménsulas. En estos casos se denomina hormigonado en segunda etapa y se deben tomar las prevenciones adecuadas para que se pueda transferir adecuadamente el esfuerzo rasante a través de dicha junta.

Las juntas de retracción se disponen en lugares previstos como los menos perjudiciales para que se originen fisuras, teniendo la particularidad de que la armadura es continua a través de la misma, tal como se verá en el Capítulo 41. Se suele disponer en correspondencia con estas juntas listones de madera que oculten parcialmente las fisuras y colocar un material elástico de sellado. Una solución no muy frecuentemente usada debido al tiempo que requiere para lograr su efectividad es el de las llamadas "bandas de retracción". Consiste en hormigonar la losa en dos sectores opuestos y dejar sin hormigonar una zona central entre paños de unos dos o tres metros. En dicha zona se solapan las armaduras de ambas caras de la losa para generar durante el hormigonado de la banda el empalme de las mismas. Debe existir un estudio previo del tiempo necesario para disminuir el efecto de las deformaciones por retracción, para decidir el momento oportuno

para el hormigonado de la zona de vinculación y verificar que dicho tiempo sea compatible con el plazo de ejecución de la obra.

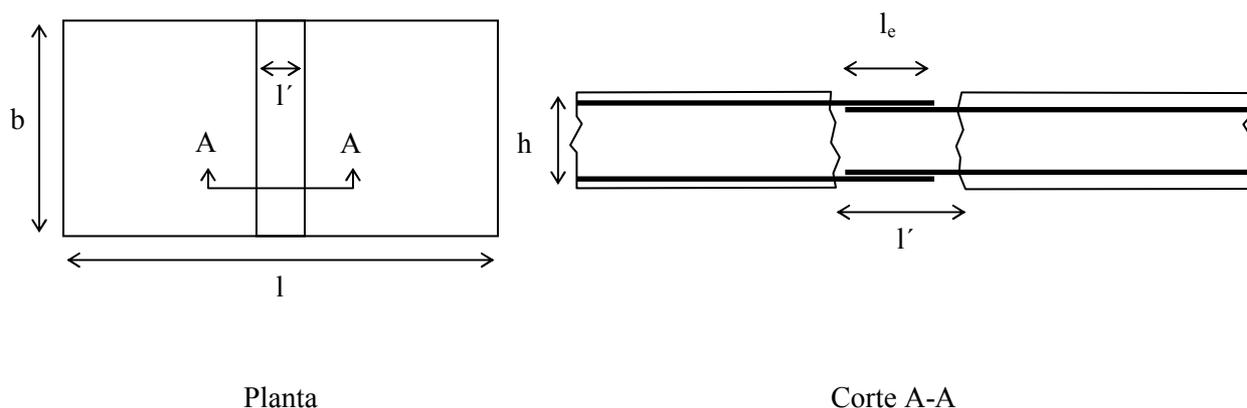


Figura 127: Bandas de retracción

Referencias:

b = ancho de losa.

l = longitud total de la losa.

l' = zona o banda a hormigonar posteriormente de 2 a 3 metros.

h = espesor de la losa.

l_e = longitud de empalme de las barras.

Según el Eurocódigo EC2 en el Apéndice A1.1.3, se puede expresar la evolución de la deformación en el tiempo mediante la expresión:

$$\frac{\epsilon_{sh,t}}{\epsilon_{sh,\infty}} = \sqrt{\frac{t - t_s}{0,035 \cdot e^2 + (t - t_s)}}$$

con:

t = días a los que se desea calcular la contracción.

t_s = días de curado efectivo.

e = espesor efectivo calculado como $2 \cdot A/u$ (mm).

A = área de la sección.

u = perímetro expuesto al desecamiento.

Las juntas de dilatación permiten absorber las deformaciones tanto de contracción como por temperatura. Dividen a la losa en sectores en donde la armadura no es continua. Su disposición suele generar problemas de uso y mantenimiento. Este tipo de juntas se ampliarán en el Capítulo 37.

Capítulo 11

Losas de escalera

Introducción

Las losas de escaleras son estructuras que permiten conectar distintos niveles de un edificio o estructura. Se suelen diseñar, en general, como losas en una dirección simplemente apoyadas en las vigas extremas que las soportan. En los extremos que se presente la continuidad con alguna losa o placa del entrepiso, se dispondrán de barras de armadura para resistir los momentos negativos correspondientes. Es recomendable que posean una inclinación entre 20° y 40°, pues para pendientes menores se suelen utilizar rampas. Las huellas miden entre 25 cm y 30 cm y las contrahuellas entre 16 cm y 19 cm. Como regla práctica se puede utilizar la siguiente expresión para una escalera bien proporcionada:

$$2 \text{ contrahuella} + 1 \text{ huella} \cong 60 \text{ cm}$$

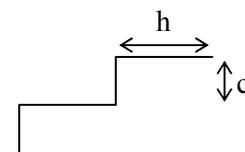
o bien:

$$h + 2c = k$$

donde:

k = 59 cm (edificios de viviendas)

k = 66 cm (edificios públicos)



La armadura de la losa de escalera debe ser colocada de tal forma que la resultante de las fuerzas del acero ambos lados de un quiebre no genere el desprendimiento del hormigón. En la dirección perpendicular a la armadura principal se coloca armadura de repartición. Respecto del encofrado, debe cuidarse no generar ángulos agudos, ya que el retiro de las maderas resulta dificultoso. En general, se recomiendan apoyos horizontales para evitar reacciones inclinadas.

Clasificación general según los tipos de apoyo

Si bien en los párrafos anteriores hemos generalizado la descripción del sistema de apoyo de las losas de escalera, existe sin embargo, una variedad de sistemas estructurales. Podemos aproximarnos a clasificarlos en:

- 1) Escaleras apoyadas longitudinalmente.
 - 1.a) Escaleras de un tramo.
 - 1.b) Escaleras de dos tramos.
 - 1.c) Escaleras de más de dos tramos.
- 2) Escaleras apoyadas transversalmente
- 3) Escaleras en voladizo.
 - 3.a) Escaleras en voladizo apoyadas en tabiques.
 - 3.b) Escaleras en voladizo apoyadas en vigas de hormigón armado.
 - 3.c) Escaleras en voladizo apoyadas en una columna central.
- 4) Escalera autoportante.

Cálculo de solicitaciones en escaleras apoyadas longitudinalmente

Este tipo de escaleras se caracteriza por encontrarse apoyada en los extremos. La armadura principal se coloca en la dirección más larga, mientras que en la longitud más corta, se dispone de armadura de repartición, que en caso del CIRSOC 201/05, se trata de la mínima por contracción y temperatura. Respecto de los apoyos, si bien se consideran usualmente simplemente apoyadas al no existir posibilidad de un empotramiento perfecto, es posible analizar el caso que a continuación se expone.

Las figuras anexas representan una losa de escalera apoyada longitudinalmente sometida a la acción de cargas verticales uniformes mayoradas generadas por peso propio y sobrecarga. La primera de ellas no posee reacciones horizontales debido a la existencia de un apoyo simple, sin la rigidez suficiente para absorber dichos esfuerzos. En tal caso, los diagramas de momentos son los que se observan, es decir, máximos en el tramo y positivos.

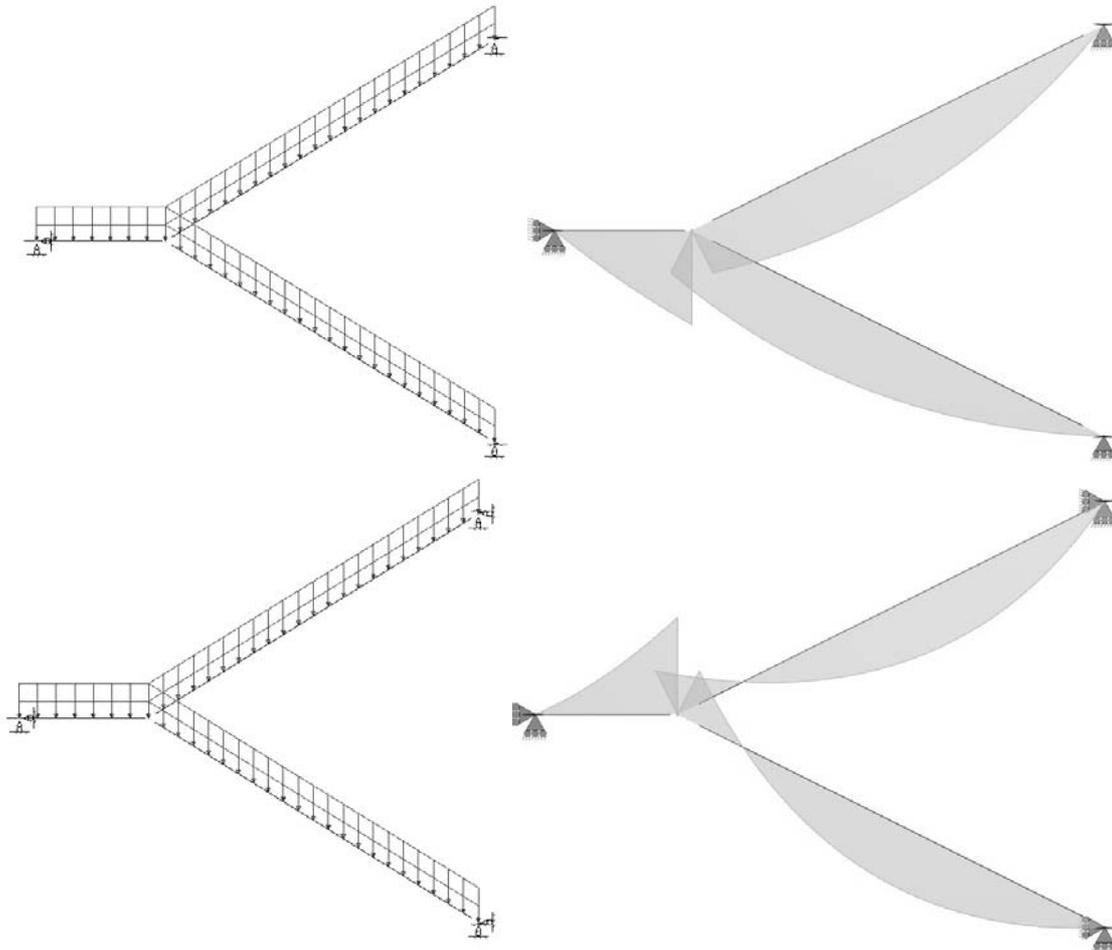


Figura 128 y Figura 129: Esquemas de cálculo para losas de escalera

El último modelo, en cambio, muestra la misma estructura pero modelada con apoyos fijos, con rigidez suficiente como para generar un esfuerzo horizontal. En tal caso, los diagramas cuentan con un momento negativo en la zona de descanso y uno positivo en el tramo. Se obtienen diagramas de distinto signo lo cual debe ser tenido en cuenta en el dimensionamiento y en el trazado de las armaduras. En realidad, la situación real más frecuente es intermedia a los dos casos, por lo que conviene extraer de las dos modelaciones las situaciones más desfavorables y realizar el trazado de las armaduras de la manera más conveniente. Las solicitaciones axiales que aparecen son en general para estos casos de escasa magnitud y no relevantes para el dimensionado.¹

Cálculo de solicitaciones en escaleras apoyadas transversalmente

Es el caso en el que la escalera se encuentra apoyada en la dirección más corta, por lo que la armadura principal corresponde a la transversal. Los apoyos pueden variar desde simplemente apoyados a empotrados. El primer caso podría corresponder a soportes conformados por muros de mampostería, aunque en el armado deberá disponerse de armaduras superiores en la zona de apoyos a los efectos de contrarrestar posibles restricciones de giro, de igual forma a lo establecido en el capítulo de losas. El empotramiento puede ser considerado para los casos de apoyos en tabiques de hormigón armado. El caso de sustentación con vigas laterales vuelve a convertirse en un caso intermedio.

¹ Ver al respecto la Referencia 110)

Cálculo de solicitaciones en escaleras en voladizo

En este tipo de escaleras, la losa se comporta como un voladizo apoyado en una viga, tabique o columna central. La armadura principal generalmente se ubica en la porci3n superior de la escalera y se ancla debidamente a la viga o tabique, adoptando anchos unitarios para el cálculo en la direcci3n más corta. La altura de cálculo no debe considerarse como el promedio de la altura del escal3n medida a la base de la escalera, ya que no habría compatibilidad de deformaciones entre los escalones. Ello ocurre porque el bloque comprimido del escal3n superior no tiene la misma deformaci3n que la porci3n superior traccionada del escal3n inferior. El momento de empotramiento de la escalera se convierte en el momento torsor sobre la viga. Inferiormente, se coloca armadura mínima para contrarrestar fenómenos de contracci3n o temperatura, tanto transversal como longitudinalmente. Adicionalmente, en caso de encontrarse el descanso en voladizo, deberá analizarse la reacci3n de dicho voladizo sobre los tramos, pues la estructura se verá sometida a flexi3n oblicua, pudiendo descomponerse simplificadaamente en dos flexiones rectas. Esta suposici3n es válida siempre y cuando no existan efectos de borde importantes por vínculos cercanos al tabique o viga lateral. La direcci3n de uno de los momentos resultantes de la descomposici3n del vector total es resistida por la altura útil del tramo, mientras que el otro sería absorbido por toda la secci3n a modo de una viga de gran altura.

Para la situaci3n en la que el apoyo sea una columna central, el momento de la escalera se traslada a la columna, por lo que la misma deberá ser calculada a flexi3n compuesta.

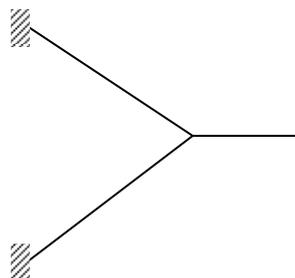
Es importante tener en cuenta que además de las cargas distribuidas generadas por el peso propio y la sobrecarga, es necesario adicionar la carga puntual extrema por la existencia de las barandas. El CIRSOC 101/05 establece un valor de carga concentrada mínima sobre los escalones de 1,35 KN.



Figura 130: Montaje del encofrado, vista de la armadura de vinculaci3n al tabique (izq.) y losa hormigonada para una escalera en voladizo

Cálculo de solicitaciones en escaleras autoportantes

En este tipo de escaleras, tanto el tramo como el descanso no poseen apoyos, y est3n suspendidos superior e inferiormente.



Las cargas del tramo superior producen compresión en el inferior, y a la vez, las cargas del tramo inferior, traccionan el superior. El descanso está sometido a esfuerzos de flexión y corte horizontal, este último debido a las fuerzas de tracción y compresión mencionadas anteriormente. Estas cargas también producen esfuerzos de torsión en el descanso. Este comportamiento se esquematiza en la Figura 131. Debido a estas complicaciones de funcionamiento, se las utiliza generalmente por razones estéticas más que por razones estructurales o económicas.

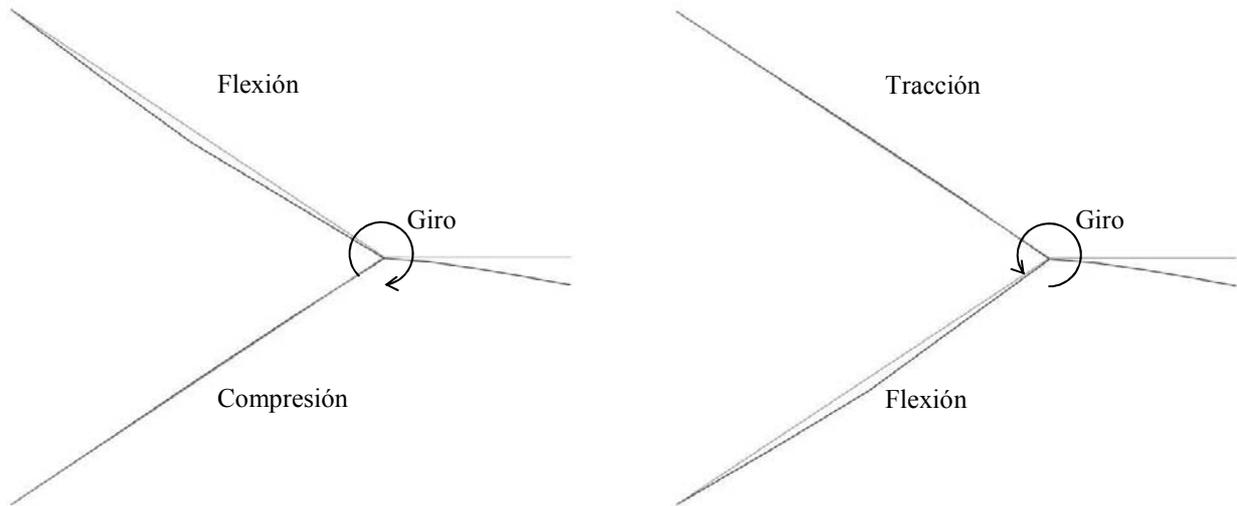


Figura 131: Escalera autoportante con carga en el tramo superior y el descanso (izquierda) y carga en el tramo inferior y el descanso (derecha)

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 22) Diseño de una losa de escalera apoyada longitudinalmente

Diseñar una losa de escalera, construida con un hormigón H-20 y acero ADN 420. El edificio es de viviendas y la sobrecarga sobre la escalera es de 200 kg/m^2 (CIRSOC 101/05). Se encuentra unida a dos vigas dispuestas en sus extremos de 2,2 m de longitud. La escalera posee una huella de 24,6 cm y una contrahuella de 18 cm. El revestimiento de la misma consiste en una carpeta de 1,5 cm de espesor y un piso cerámico de 1,2 cm de espesor.

El espesor mínimo de la losa según el CIRSOC 201/05 vale:

$$h \geq l / 20 = 430 \text{ cm} / 20 = 21 \text{ cm}$$

Se adopta $h = 21 \text{ cm}$ y $d = 18 \text{ cm}$.

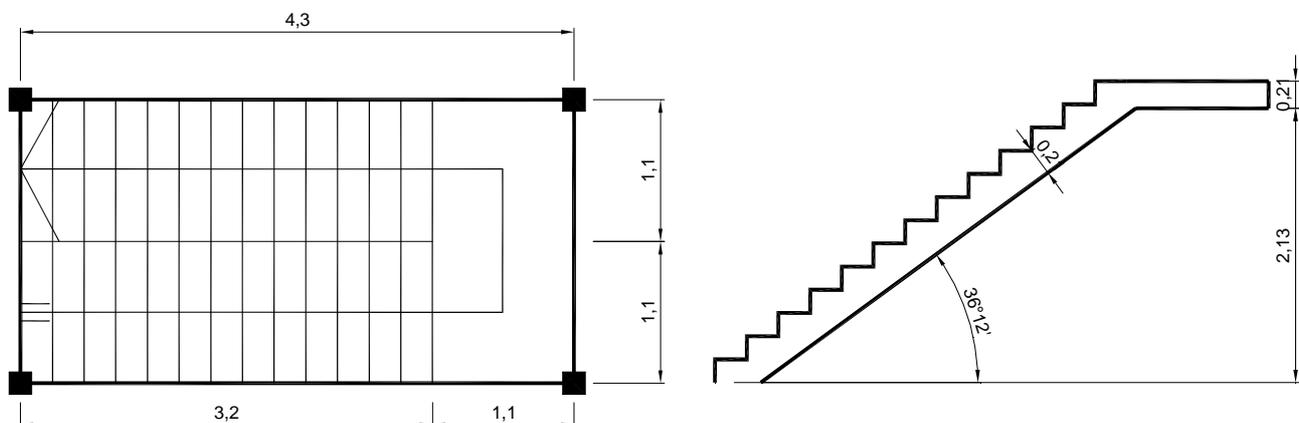


Figura 132: Esquema de la escalera del Ejemplo 22

Análisis de cargas

peso propio	0,21 m x 2500 kg/m ³ / cos 36,12° = 650 kg/m ²
peso propio de los escalones	0,18 m x 2200 kg/m ³ / 2 = 198 kg/m ²
peso propio carpeta	(0,246 m + 0,18 m) x 0,015 m x 2100 kg/m ³ / 0,246 m = 54,6 kg/m ²
peso propio piso	(0,246 m + 0,18 m) x 0,012 m x 2800 kg/m ³ / 0,246 m = 58,2 kg/m ²
cielorraso	0,02 m x 1200 kg/m ³ / cos 36,12° = 30 kg/m ²
	D = 990,8 kg/m ²
	(sobrecarga) L = 200 kg/m ²
	q _u = 1,2 · D + 1,6 · L = 1509 kg/m ²

Se adopta q_u = 1510 kg/m².

Diseño a flexión

Considerando para el análisis del máximo momento en el tramo, el de la Figura 76, se obtiene:

$$M_u = 5430 \text{ kgm/m}$$

$$M_n = M_u / \phi = 0,060 \text{ MNm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(MNm)}{b(m)}}} = \frac{0,18m}{\sqrt{\frac{0,060MNm}{1m}}} = 0,735m / \sqrt{MN}$$

$$K_e = 25,292 \text{ cm}^2/MN$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 25,292 \text{ cm}^2/MN \cdot 0,060 \text{ MNm} / 0,18 \text{ m} = 8,43 \text{ cm}^2/m$$

Con $\phi 12c/12$ cm se cubren 9,42 cm²/m, los que verifican la armadura necesaria en el tramo. Para el cálculo de la armadura necesaria en el quiebre generado en la zona del descanso, se obtiene un máximo momento negativo de:

$$M_u = 2760 \text{ kgm/m}$$

$$M_n = M_u / \phi = 0,031 \text{ MNm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(MNm)}{b(m)}}} = \frac{0,18m}{\sqrt{\frac{0,031MNm}{1m}}} = 1,022m / \sqrt{MN}$$

$$K_e = 24,490 \text{ cm}^2/MN$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 24,490 \text{ cm}^2/MN \cdot 0,031 \text{ MNm} / 0,18 \text{ m} = 4,22 \text{ cm}^2/m$$

Se adopta como armadura $\phi 10c/12$ cm se cubren 6,54 cm²/m.

Fisuración

$$f_s \text{ (tensión de servicio)} = f_y / 1,50 = 280 \text{ MPa}$$

$$s \leq \begin{cases} 380 \cdot \frac{280}{f_s} - 2,5 \cdot c_c = 380 \cdot \frac{280}{280} - 2,5 \cdot 25 \text{ mm} = 317,5 \text{ mm} \\ 300 \cdot \frac{280}{f_s} = 300 \cdot \frac{280}{280} = 300 \text{ mm} \end{cases}$$

Como s = 12 cm adoptado es menor a s_{máx}, verifica.

En la dirección perpendicular, se coloca armadura mínima para evitar fenómenos por contracción y temperatura:

$$A_{s\text{min}} = \rho_{\text{min}} \cdot b \cdot h = (0,0018) (100 \text{ cm}) (21 \text{ cm}) = 3,78 \text{ cm}^2/m$$

El máximo espaciamiento de la armadura de repartición y control de fisuración es 3 veces el espesor de la losa o 30 cm, el que sea menor:

$$s_{\text{máx}} = 3 (21 \text{ cm}) = 63 \text{ cm}$$

$$s_{\text{máx}} \leq 30 \text{ cm}$$

Se adoptan barras $\phi 8$ c/12 cm (4,19 cm²/m).

Nota: deberá verificarse que los esfuerzos de corte sean absorbidos por el hormigón y no se requiera armadura de corte según lo desarrollado en el Capítulo 16.

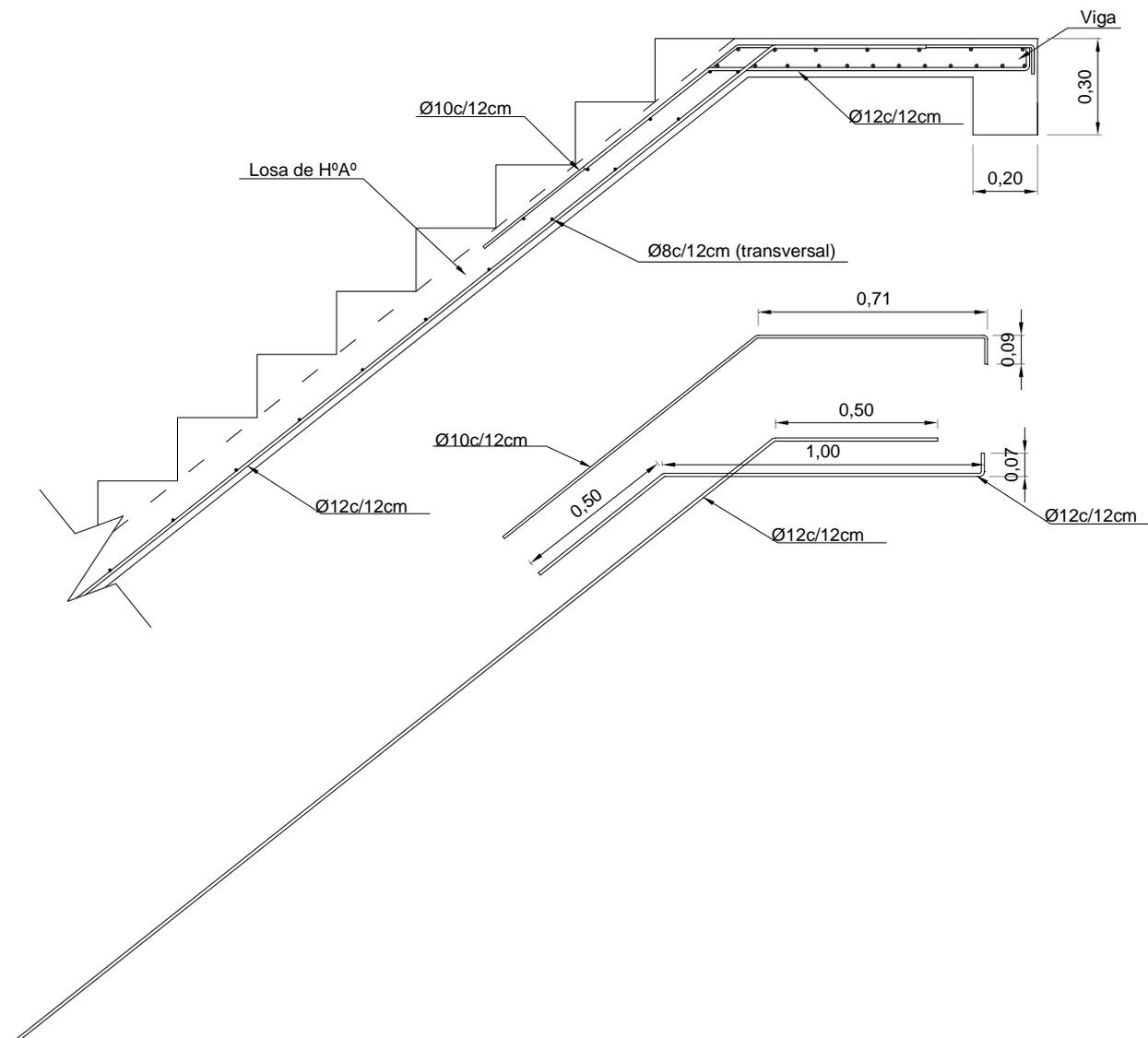


Figura 133: Esquema de armado final de la escalera

Ejemplo 23) Diseño de una escalera en voladizo.

La escalera esquematizada posee una longitud total de 4,5 m conformados por 3 m del tramo y 1,5 m del descanso. La altura que se desea cubrir entre pisos es de 3 m. La escalera se encuentra unida a una viga lateral de 25 cm de ancho por 50 cm de alto, la que a su vez soporta la mampostería de cierre entre la escalera y la viga del entrepiso superior.

La escalera posee una huella de 30 cm y una contrahuella de 15 cm. El revestimiento de la misma consiste en una carpeta de 1,5 cm de espesor y un piso cerámico de 1,2 cm de espesor.

Materiales:

Hormigón H-20

Acero ADN 42/50

El espesor mínimo de la losa según el CIRSOC 201/05 vale:

$$h \geq l_{\text{voladizo}} / 8 = (150 \text{ cm} + 25 \text{ cm} / 2) / 8 = 20,31 \text{ cm}$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{15 \text{ cm}}{30 \text{ cm}}\right) = 26,56^\circ$$

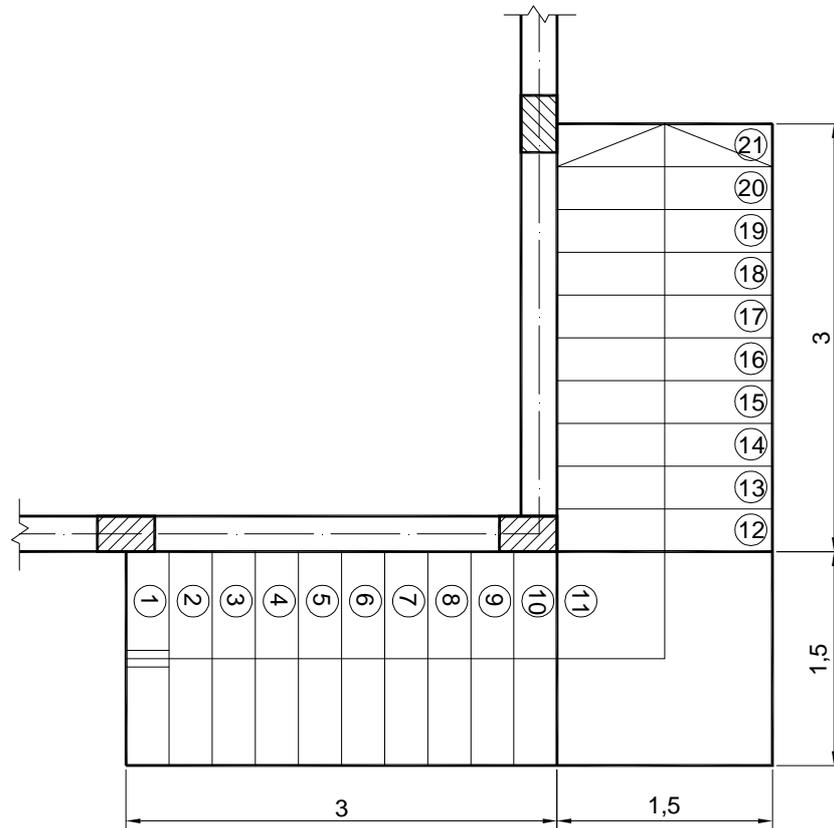


Figura 134: Esquema de la escalera en voladizo del Ejemplo 23

Se adopta $h_{losa} = 20$ cm. Dicho espesor considera el espesor de la losa inferior. Para evaluar el espesor total en el análisis de cargas del tramo, se considerará el espesor medio de los escalones. En tal caso:

$$h_{total} = 20 \text{ cm} + 15 \text{ cm} \cdot \cos 26,56^\circ / 2 = 26,7 \text{ cm.}$$

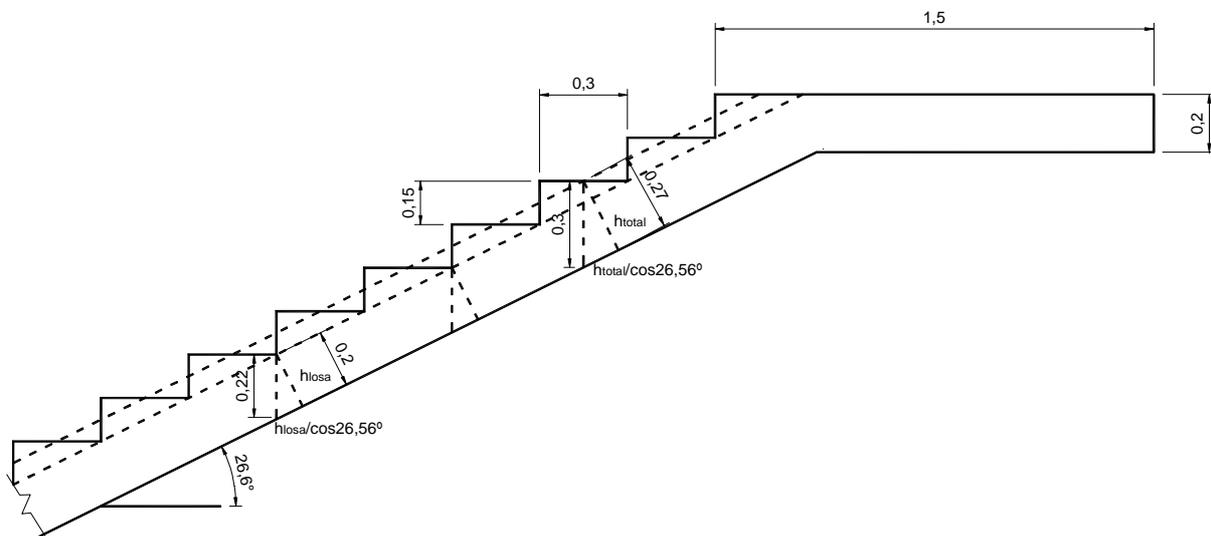


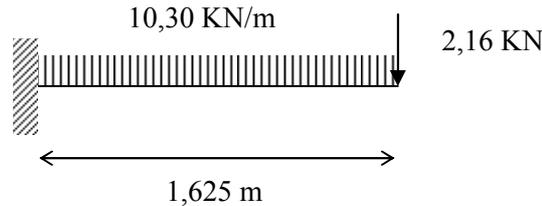
Figura 135: Corte de la escalera en voladizo

Diseño a flexión del descanso

Análisis de cargas:

peso propio	$0,20 \text{ m} \times 2500 \text{ kg/m}^3 = 500 \text{ kg/m}^2$
peso propio carpeta	$0,015 \text{ m} \times 2100 \text{ kg/m}^3 = 31,5 \text{ kg/m}^2$
peso propio piso	$0,012 \text{ m} \times 2800 \text{ kg/m}^3 = 33,6 \text{ kg/m}^2$
cielorraso	$0,02 \text{ m} \times 1200 \text{ kg/m}^3 = 26,8 \text{ kg/m}^2$
	$D = 592 \text{ kg/m}^2$
	(sobrecarga) $L = 200 \text{ kg/m}^2$
	$q_u = 1,2 \cdot D + 1,6 \cdot L = 1030,4 \text{ kg/m}^2$

Para una longitud unitaria de escalera, $q_u = 1030,4 \text{ kg/m} = 10,304 \text{ KN/m}$. Se asimila al descanso a un voladizo con una carga distribuida y una sobrecarga puntual generada por la baranda lateral de 1,35 KN.



$$M_u = 10,30 \text{ KN/m} \cdot (1,625 \text{ m})^2 / 2 + 2,16 \text{ KN} \cdot 1,625 \text{ m} = 17,1 \text{ KNm}$$

$$d = 20 \text{ cm} - 2 \text{ cm} - 1 \text{ cm} / 2 = 17,5 \text{ cm}$$

$$M_n = M_u / \phi = 0,019 \text{ MNm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(MNm)}{b(m)}}} = \frac{0,175m}{\sqrt{\frac{0,019MNm}{1m}}} = 1,27m / \sqrt{MN}$$

$$K_e = 24,301 \text{ cm}^2/MN$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 24,301 \text{ cm}^2/MN \cdot 0,019 \text{ MNm} / 0,175 \text{ m} = 2,64 \text{ cm}^2/m$$

$$A_{smin} = 0,0018 \cdot b \cdot h = 0,0018 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 3,6 \text{ cm}^2/m$$

Se adopta como armadura superior $\phi 10 \text{ c}/15 \text{ cm}$ ($5,24 \text{ cm}^2/m$). Como armadura inferior se coloca armadura mínima en dirección longitudinal y transversal $\phi 8 \text{ c}/12 \text{ cm}$ ($5,24 \text{ cm}^2/m$).

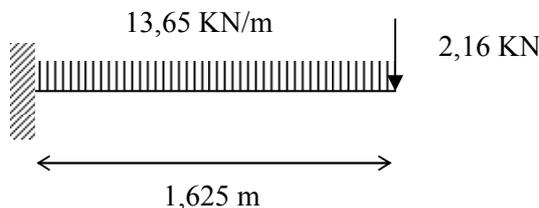
Diseño a flexión del tramo

Análisis de cargas:

- peso propio $0,267 \text{ m} \times 2500 \text{ kg/m}^3 / \cos 26,56^\circ = 746,3 \text{ kg/m}^2$
 - peso propio carpeta $(0,30 \text{ m} + 0,15 \text{ m}) \times 0,015 \text{ m} \times 2100 \text{ kg/m}^3 / 0,30 \text{ m} = 47,3 \text{ kg/m}^2$
 - peso propio piso $(0,30 \text{ m} + 0,15 \text{ m}) \times 0,012 \text{ m} \times 2800 \text{ kg/m}^3 / 0,30 \text{ m} = 50,4 \text{ kg/m}^2$
 - cielorraso $0,02 \text{ m} \times 1200 \text{ kg/m}^3 / \cos 26,56^\circ = 26,8 \text{ kg/m}^2$
- $D = 870,8 \text{ kg/m}^2$
 (sobrecarga) $L = 200 \text{ kg/m}^2$
 $q_u = 1,2 \cdot D + 1,6 \cdot L = 1365 \text{ kg/m}^2$

Para una longitud unitaria de escalera, $q_u = 1365 \text{ kg/m} = 13,65 \text{ KN/m}$

Se considera la carga distribuida sobre el voladizo, así como la sobrecarga puntual de 1,35 KN aplicada sobre las barandas de la escalera, por lo que el esquema de cargas por metro resulta:



A este esquema de cargas es necesario adicionar las reacciones del descanso, ya que éste se comporta como un voladizo empotrado en los tramos.

Reacción del descanso = 18,90 KN/m

$$M_{u_{neto}} = 13,65 \text{ KN/m} \cdot (1,625 \text{ m})^2 / 2 + 1,35 \text{ KN} \cdot 1,625 \text{ m} + 18,90 \text{ KN/m} \cdot (1,625 \text{ m})^2 / 2 = 45,17 \text{ KNm}$$

Este momento neto puede aproximadamente descomponerse en dos direcciones.

$$M_{1u} = M_{u_{neto}} \cdot \cos 26,56^\circ = 40,4 \text{ KNm}$$

$$M_{2u} = M_{u_{neto}} \cdot \sin 26,56^\circ = 20,2 \text{ KNm}$$

Se estima una armadura de 10 mm y un recubrimiento de 2 cm, por lo que la altura útil de la losa resulta:

$$d = 20 \text{ cm} / \cos 26,56^\circ - 2 \text{ cm} - 1 \text{ cm} / 2 = 19,86 \text{ cm}$$

$$M_n = M_u / \phi = 0,045 \text{ MNm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n (\text{MNm})}{b(m)}}} = \frac{0,198m}{\sqrt{\frac{0,045 \text{ MNm}}{1m}}} = 0,93m / \sqrt{\text{MN}}$$

$$K_e = 24,675 \text{ cm}^2/\text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 24,675 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,045 \text{ MNm} / 0,198 \text{ m} = 5,61 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se adopta como armadura superior $\phi 10$ c/12 cm ($6,54 \text{ cm}^2/\text{m}$). Como armadura inferior se coloca armadura mínima en dirección longitudinal y transversal $\phi 8$ c/12 cm ($5,24 \text{ cm}^2/\text{m}$). El momento M_{2u} será absorbido por una sección de altura total igual al largo del tramo de la escalera y un ancho efectivo equivalente al espesor de la misma. La viga que soporta la escalera en voladizo debe ser dimensionada considerando los esfuerzos de flexión, corte y torsión. La flexión se genera a causa del peso propio de la viga, del muro de mampostería entre ésta y la viga del entrepiso y la reacción transmitida por la losa de escalera en el empotramiento. El corte se genera por las cargas mencionadas anteriormente, y la torsión, por el momento de empotramiento de la losa de escalera. En los próximos capítulos se procederá a desarrollar dichos temas.

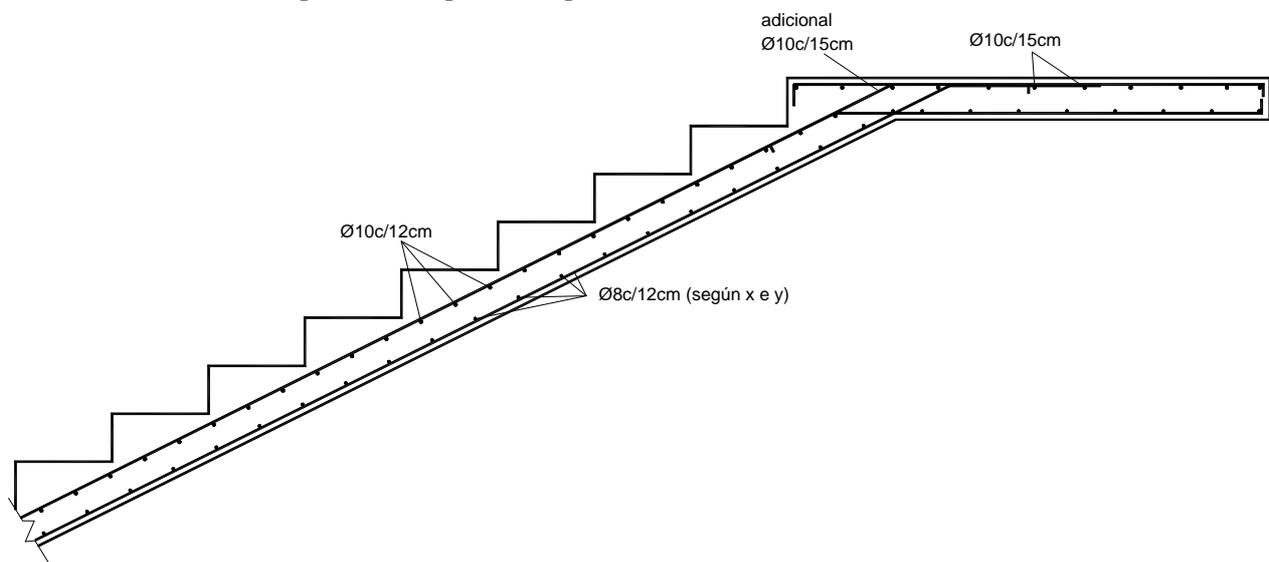


Figura 136: Esquema final de armado de la escalera en voladizo



Figura 137: Escalera apoyada en un columna central de un edificio de altura.

Capítulo 12

Losas nervuradas

Generalidades

Dado que el peso propio constituye una componente de carga importante en las estructuras de hormigón armado, siempre resulta conveniente optimizar el volumen ocupado por el elemento de estudio. En el caso de losas armadas en una y dos direcciones, es posible reemplazar la zona maciza bajo el eje neutro (zona traccionada), por un conjunto de nervios que alojan la armadura de tracción requerida por los momentos flectores positivos. De tal forma, y dentro de ciertos límites que establecen los diferentes reglamentos (Figura 140), tendríamos una estructura formada por un conjunto de vigas placa, con un espesor de placa tal que contiene a la zona comprimida del hormigón. Debemos recordar, no obstante, que si bien al hormigón de la zona traccionada no se lo considera aportando resistencia en estado último, si colabora en cambio en el control de las deformaciones, dado que el ubicado entre fisuras disminuye la deformabilidad del acero, por ello, es posible que una losa nervurada requiera de una altura algo mayor a una maciza con iguales condiciones de borde y cargas. Tal como vimos, las losas armadas en dos direcciones resisten las cargas aplicadas mediante sollicitaciones de flexión y torsión. En las losas nervuradas, los nervios en general poseen muy baja rigidez torsional, por lo que el aporte torsional en estas losas disminuye sensiblemente, aumentando en consecuencia la magnitud de los momentos flectores.

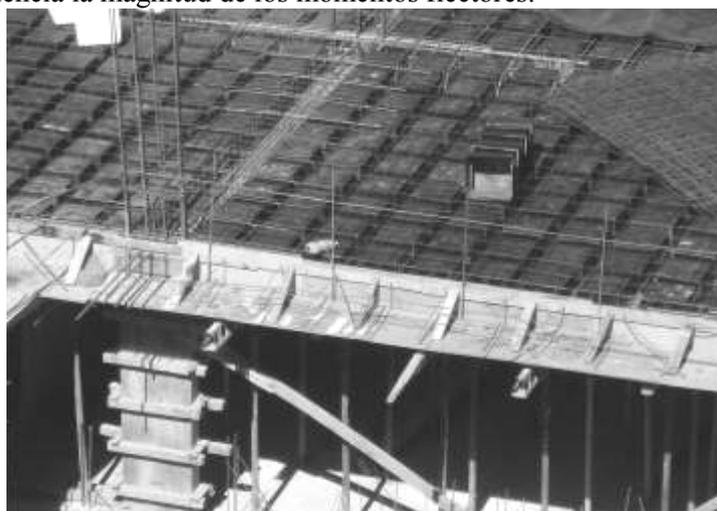
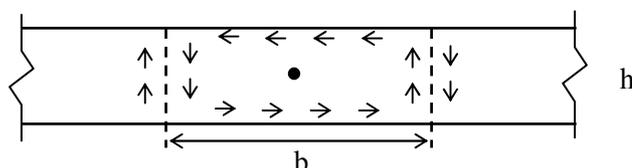


Figura 138: Imagen de un sistema de losas nervuradas con casetones metálicos

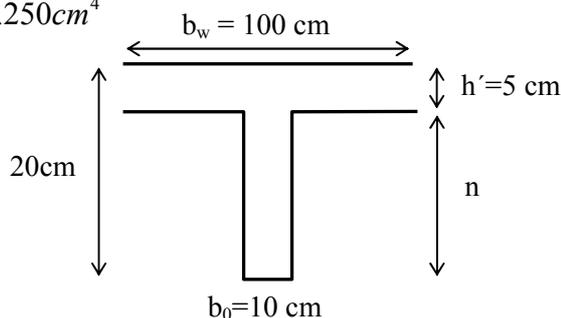
A fin de visualizar esto, si analizáramos ambas losas mediante el “método del emparillado de vigas” (ver referencia 19), podríamos modelar según fajas de vigas a ambas losas. Las características torsionales en estado I, para una viga de ancho unitario serían:

- a) Losa maciza
- Ancho de faja:
- $b = 100 \text{ cm}$
- $h = 15 \text{ cm}$



$$I_T = \frac{b \cdot h^3}{6} = 56.250 \text{ cm}^4$$

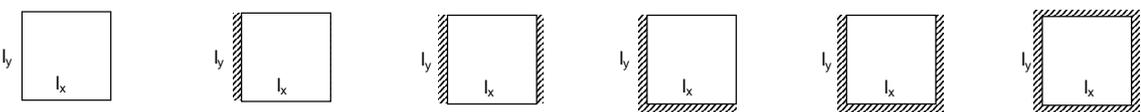
- b) Losa nervurada
- Nervios cada metro:
- $b = 100 \text{ cm}$
- $h = 20 \text{ cm}$



$$I_T = \frac{b_w \cdot h'^3}{6} + \frac{n \cdot b_0^3}{3} = 2083 \text{ cm}^4 + 5000 \text{ cm}^4 = 7083 \text{ cm}^4$$

Este simple ejemplo, indica que la losa nervurada posee aproximadamente un 12% de la rigidez torsional de la losa maciza de (a) en estado I. Al respecto, es posible modelar las losas nervuradas con diferentes softwares según la geometría de las mismas y de acuerdo a las condiciones de apoyo que posean. De estas modelaciones, a través de un emparrillado de vigas, se pueden extraer tablas en las que figuren los coeficientes para el cálculo de los momentos de tramo con las reducciones de rigidez torsional que experimentan las losas nervuradas. A continuación se incorpora, a modo de ejemplo, una tabla de resultados de la modelación de una losa nervurada con nervios de 10 cm por 25 cm ubicados a una distancia de 0,40 m.

Tabla para el cálculo de momentos flectores en el tramo de losas nervuradas (sin considerar la rigidez a torsión*)



l_y/l_x	m_x	m_y										
1.00	0.0768	0.0768	0.0624	0.0432	0.0448	0.0240	0.0432	0.0432	0.0352	0.0272	0.0256	0.0256

$$M_x = m_x \cdot q \cdot l_x^2$$

$$M_y = m_y \cdot q \cdot l_y^2$$

(*) Confeccionada de acuerdo a una modelación de nervios sin considerar la rigidez torsional, en un sistema de emparrillado.

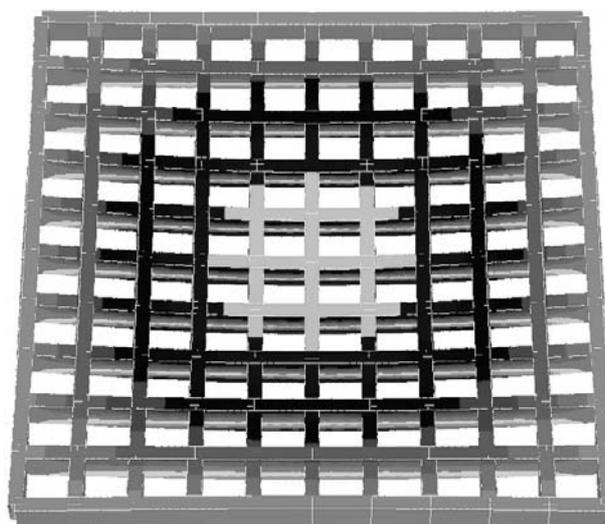


Figura 139: Modelo de análisis por el método del emparrillado para una losa nervurada

Al respecto, es recomendable que disponiendo de tales herramientas informáticas, se realice la presente modelación para cada caso en particular, ya que los valores presentan diferencias de acuerdo a la geometría de la losa y disposición de nervios.

Aspectos constructivos

El espacio entre nervios puede rellenarse con ladrillos huecos o elementos livianos, que no participan como elementos resistentes de la losa, pero logran una superficie inferior plana sobre la cual se puede aplicar directamente el enlucido para formar el cielo raso. En otras obras, en cambio, se deja la cavidad.

Es de destacar que las losas macizas en edificios de altura superan holgadamente el 40% de la carga permanente. Habitualmente esas cargas se encuentran en el orden de los 700 kg/m² y una losa maciza de 12 cm de espesor tiene un peso de 288 kg/m².

Este sistema es particularmente ventajoso cuando se desean cubrir grandes luces o soportar cargas elevadas sin utilizar ábacos de gran altura ni vigas de apoyo. Además, la geometría formada por los nervios suele ser deseable desde el punto de vista arquitectónico.

Los límites reglamentarios respecto de las dimensiones son bastante uniformes en todos los códigos, de modo que a continuación se indica el referido al CIRSOC 201/05:

- Distancia libre entre nervios no mayor de 800 mm.
- Espesor de la losa sobre los encofrados removibles no menor de 1/12 de la distancia libre entre nervios ni menor de 50 mm.
- Espesor de los nervios no menor a 100 mm.

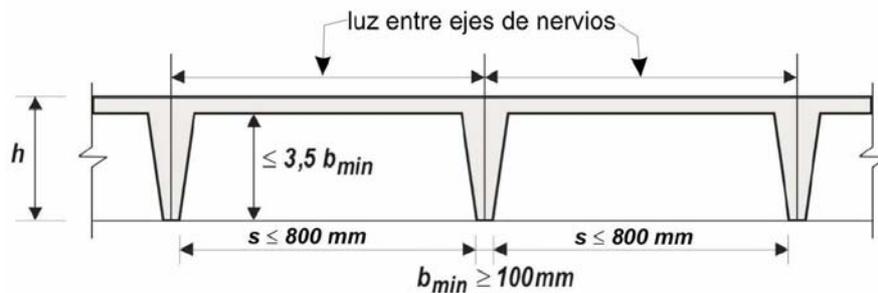


Figura 140: Dimensiones mínimas reglamentarias (referencia 109)

Cuando se usan ladrillos huecos para el relleno, sus dimensiones conducen a alturas tipo para las losas, pues éstas dependen de las dimensiones de los ladrillos. En el país se utilizan ladrillos de 8 x 15 x 20 cm, así que se obtienen losas de 8 cm + 5 cm = 13 cm ó 15 cm + 5 cm = 20 cm, según que los ladrillos se coloquen aplanados o de canto.

El alivianamiento de losas debe en general interrumpirse en correspondencia con los apoyos, sean estos simples o continuos, en la zona en que se desarrollan momentos negativos, a fin de disponer de sección adecuada para soportarlos.

Losas nervuradas con armadura principal en una sola dirección

Se evalúan las solicitaciones en forma análoga a las losas llenas, considerando que el esfuerzo se transmite en el sentido de la luz menor.

La armadura positiva se aloja en los nervios (por lo general dos barras por nervio) y en las zonas de momentos negativos la losa se hace maciza. Para mejorar la distribución de cargas concentradas entre nervios es conveniente colocar nervios transversales que vinculen los longitudinales.

Los espesores mínimos de las losas nervuradas en una dirección se encuentran en la tabla adjunta, según las especificaciones del CIRSOC 201/05.

ELEMENTOS	ALTURA O ESPESOR MÍNIMO, h			
	Simplemente apoyados	Con un extremo continuo	Ambos extremos continuos	En voladizo
	Elementos que no soporten o estén vinculados a tabiques divisorios u otro tipo de elementos susceptibles de sufrir daños por grandes flechas			
Losas macizas armadas en una dirección	$\ell/20$	$\ell/24$	$\ell/28$	$\ell/10$
Vigas o losas nervuradas en una dirección	$\ell/16$	$\ell/18,5$	$\ell/21$	$\ell/8$

La luz ℓ se expresa en mm.
 Los valores dados en esta tabla son para elementos de hormigón de peso normal ($w_c = 2300 \text{ kg/m}^3$) y armadura con $f_y = 420 \text{ MPa}$.
 Para otras condiciones, los valores se deben modificar como se indica a continuación:

a) Para hormigón liviano estructural de peso unitario comprendido entre 1500 y 2000 kg/m^3 , los valores de la Tabla 9.5.a) se deben multiplicar por $(1,65 - 0,0003 w_c)$, valor que debe ser mayor o igual que 1,09.
 b) Para $f_y \neq 420 \text{ MPa}$, los valores de esta Tabla se deben multiplicar por la expresión $(0,4 + f_y/700)$.

Tabla 28: espesores mínimos de losas macizas en una dirección y vigas y losas nervuradas en una dirección

Losas nervuradas con armaduras cruzadas

Las losas nervuradas con armaduras cruzadas tienen nervios en dos sentidos que se cruzan generalmente en forma ortogonal. Habitualmente las viguetas o nervios se forman usando encofrados cuadrados normalizados tipo “casetones”. Respecto al corte, para nervios de pequeño espesor y alturas moderadas se registra una notable resistencia, aún no suficientemente explicada. De cualquier manera, en algunos casos, especialmente

para nervios separados, es necesaria una verificación. Es de carácter obligatorio la colocación de armaduras en la losa superior en sentido transversal a los nervios. La armadura transversal reduce la fisuración por retracción y temperatura, reparte las cargas puntuales y absorbe flexiones transversales imprevistas, además solidariza las plantas frente a las acciones horizontales. Según Leonhardt, la armadura de la losa se puede colocar tanto en la zona superior como inferior de la misma, dado que la losa se comporta entre los nervios como una bóveda rebajada atirantada.

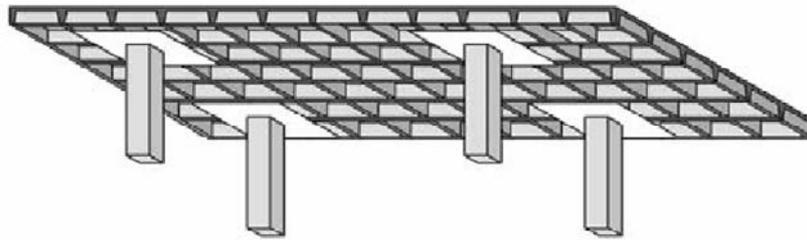


Figura 141: Losa nervurada en dos direcciones (referencia 109)

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 24) Diseño de un sistema de losas nervuradas para un edificio de oficinas

Diseñar la losa de esquina de un edificio, si los paneles representan paños de 5 m x 5 m. El hormigón empleado en la estructura es H-20, y el acero es ADN 42/50. Se selecciona un espesor tentativo de losa de 25 cm, con capa de compresión de 5 cm., nervios de 10 cm de espesor y aliviamientos de bloque de hormigón de 40 cm x 40 cm, de 20 cm de altura (2 bloques de 40 x 20 x 20 por cada espacio entre nervios), según se observa en el siguiente esquema.

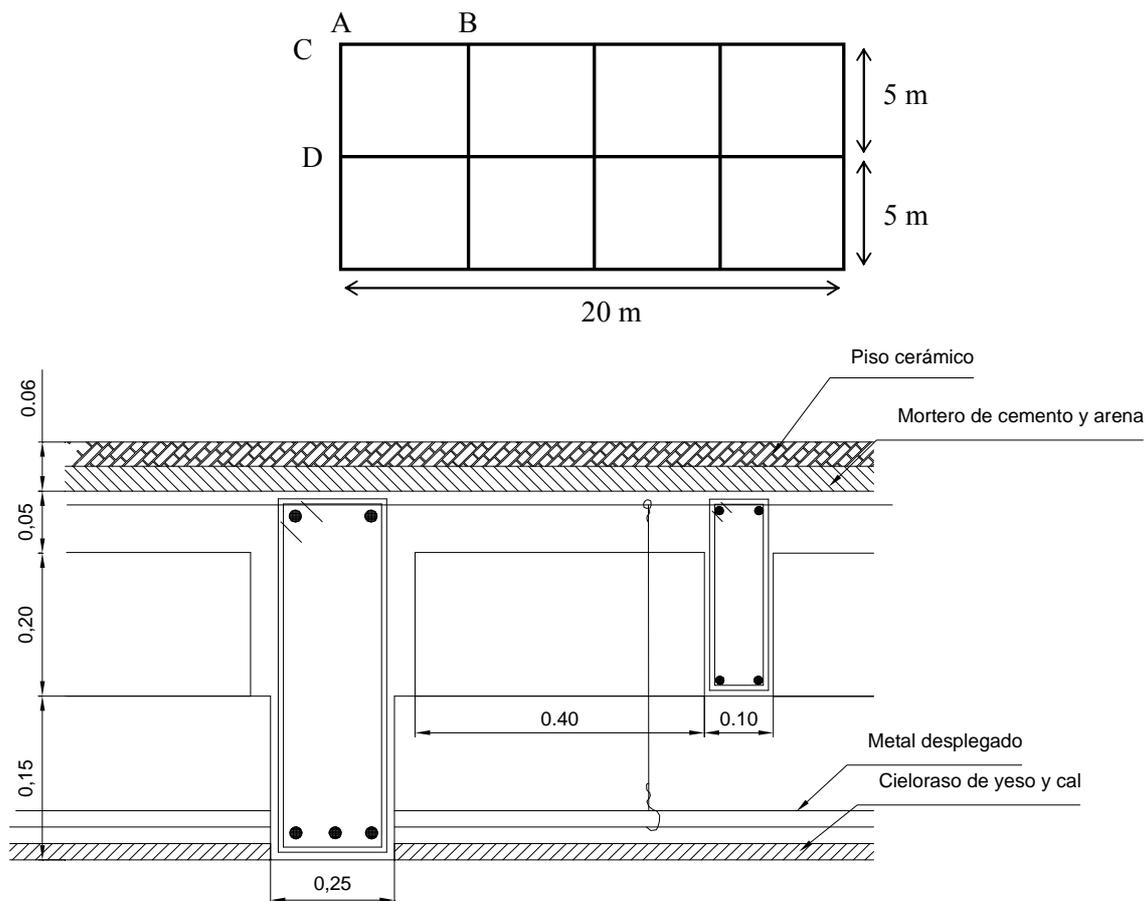
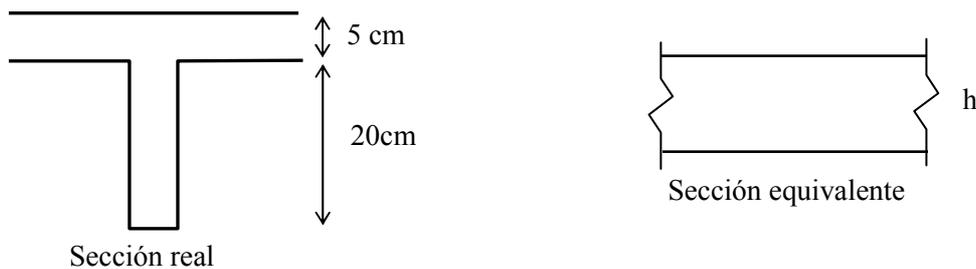


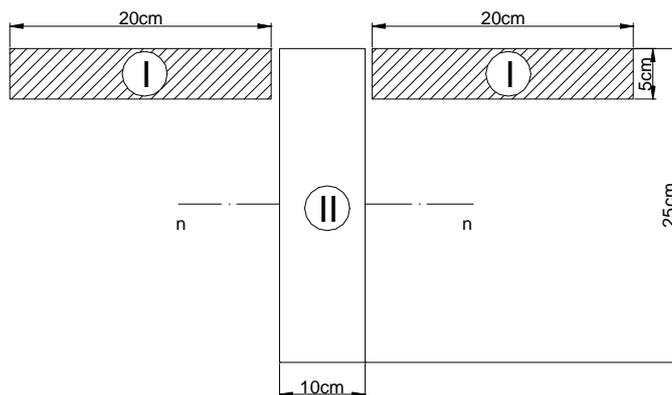
Figura 142: Aspecto de una losa nervurada

Se realizará un cálculo de rigideces comparativo a fin de estimar la altura mínima de la losa para evitar deformaciones excesivas. La altura equivalente de la losa nervurada se puede calcular determinando la altura

de una losa maciza que posee la misma inercia que la losa nervurada propuesta, con ciertas consideraciones. Para ello, se calcula el momento de inercia del sector comprendido por un nervio ($b = 50 \text{ cm}$):



A dicho momento de inercia lo afectaremos a un coeficiente reductor $\psi = 0,90$ que pretende contemplar la mayor reducción en la rigidez de la losa nervurada frente a la maciza al pasar al estado II.



Zona	$F_b \text{ (cm}^2\text{)}$	$y_{i \text{ n-n}}$	$S_n = F_i \cdot y_i$	$F_i \cdot y_i^2$	Total
I	200	-10	-2000	20000	416
II	250	-	-	-	13021
Suma	450		-2000	20000	13437

$$I_{n-n} = 33437 \text{ cm}^4$$

$$y_g = \Sigma F_i \cdot y_i / \Sigma F_i = -4,44 \text{ cm}$$

$$I_g = I_{gn-n} - y_g^2 \cdot F = 24566 \text{ cm}^4$$

$$I_{equiv} = \psi \cdot I_{n-n} = 22109 \text{ cm}^4$$

La inercia de la viga de altura constante deber ser la misma que la inercia de la viga T:

$$50 \cdot h_{equiv}^3 / 12 = 22109 \text{ cm}^4$$

$$h_{equivalente} = 17,44 \text{ cm}$$

Utilizando el panel de 5 m de lado en la esquina para las deformaciones, por tener el menor número de lados con continuidad (dos de los cuatro lados son continuos):

$$l_n = 500 \text{ cm} - 25 \text{ cm} = 475 \text{ cm}$$

Se calculan los valores α para los cuatro bordes de la losa:

Ejes A y C:

$$E_{viga} \cdot I_{viga} = (25 \text{ cm}) (40 \text{ cm})^3 / 12 = 133333 \text{ cm}^4$$

$$E_{losa} \cdot I_{losa} = (250 \text{ cm} - 12,5 \text{ cm}) (17,44 \text{ cm})^3 / 12 = 104983 \text{ cm}^4$$

$$\alpha = \text{rigidez a flexión viga} / \text{rigidez a flexión franja de losa comprendida}$$

$$\alpha_i = \frac{E_{cb} \cdot I_b}{E_{cs} \cdot I_s} = 1,27$$

Eje D:

$$E_{\text{viga}} \cdot I_{\text{viga}} = (25 \text{ cm}) (40 \text{ cm})^3 / 12 = 133333 \text{ cm}^4$$

$$E_{\text{losa}} \cdot I_{\text{losa}} = (500 \text{ cm} - 25 \text{ cm}) (17,44 \text{ cm})^3 / 12 = 209967 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_i = \frac{E_{cb} \cdot I_b}{E_{cs} \cdot I_s} = 0,635$$

Eje B:

$$E_{\text{viga}} \cdot I_{\text{viga}} = (25 \text{ cm}) (40 \text{ cm})^3 / 12 = 133333 \text{ cm}^4$$

$$E_{\text{losa}} \cdot I_{\text{losa}} = (500 \text{ cm} - 25 \text{ cm}) (17,44 \text{ cm})^3 / 12 = 209967 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_i = \frac{E_{cb} \cdot I_b}{E_{cs} \cdot I_s} = 0,635$$

Se calcula el valor de α_m :

$$\alpha_m = (\alpha_A + \alpha_B + \alpha_D + \alpha_C) / 4$$

$$\alpha_m = (1,27 + 0,635 + 0,635 + 1,27) / 4 = 0,95 < 2 \text{ (vigas de mediana rigidez)}$$

Se calcula el coeficiente β :

$$\beta = 475 / 475 = 1,00$$

$$h \geq \frac{l_n \left(0,80 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 5\beta \cdot (\alpha_m - 0,20)} = 13,1 \text{ cm}$$

Deber verificarse además, para vigas de rigidez intermedio, que como mínimo h sea de 12 cm. Verifica h = 17,44 cm.

Cargas de diseño

Peso capa de compresión	0,05 . 2400 kg/m ³ = 120 Kg/m ²
Peso nervios	4 . 0,10 . 0,20 . 2400 kg/m ³ = 192 Kg/m ²
Relleno nervios	8 . 12 kg/m ² = 96 Kg/m ²
Cielorraso	48 Kg/m ²
Carpeta	0,2 . 2200 kg/m ³ = 44 Kg/m ²
Piso cerámico	40 Kg/m ²
Mampostería prorrateada	200 Kg/m ²
Carga Permanente	D = 740 Kg/m ²
Sobrecarga	L = 250 Kg/m ²

$$U = 1,4 \cdot 740 \text{ kg/m}^2 = 1036 \text{ kg/m}^2$$

$$U = 1,2 D + 1,6 L = 1,2 \cdot 740 \text{ kg/m}^2 + 1,6 \cdot 250 \text{ kg/m}^2 = 1288 \text{ Kg/m}^2$$

Adoptamos 1300 Kg/m²

Ingresando a **tablas sin considerar reducción de momentos por efectos de torsión**, con el modelo de vinculación de la losa, obtenemos los momentos para el cálculo.

$$M_{x\text{máx}} = M_{y\text{máx}} = 0,0432 \cdot q \cdot l_x^2 = 1404 \text{ kgm/m}$$

$$X = Y = -0,0677 \cdot q \cdot l_x^2 = 2200 \text{ kgm/m}$$

Tramo (armadura inferior del nervio): los momentos de cada dirección, son absorbidos por dos nervios.

$$M_n = M_u / \phi = 0,0156 \text{ MNm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(\text{MNm})}{b(m)}}} = \frac{0,22m}{\sqrt{\frac{0,0156 \text{ MNm}}{0,20m}}} = 0,79m / \sqrt{MN}$$

Utilizando la Tabla 12, se obtiene:

$$K_e = 25,034 \text{ cm}^2/\text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot M_n / d = 25,034 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,0156 \text{ MNm} / 0,22 \text{ m} = 1,77 \text{ cm}^2$$

$A_s = 1,79 \text{ cm}^2$ para los dos nervios = $0,90 \text{ cm}^2$ por cada nervio

Adoptamos $2\phi 10 \text{ mm}$ por cada nervio ($A_s = 1,57 \text{ cm}^2/\text{nervio}$)

$$\rho = \frac{1,57}{20,22} = 0,0035$$

Verificación de las cuantías

$$\rho \geq \frac{\sqrt{f'_c}}{4 \cdot f_y} = 0,0026$$

$$\rho \geq \frac{1,40 \text{ Mpa}}{f_y} = 0,0033$$

Apoyo (armadura superior del nervio): los momentos de cada dirección, son absorbidos por dos nervios.

$$M_n = M_u / \phi = 0,024 \text{ MNm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(\text{MNm})}{b(m)}}} = \frac{0,22 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,024 \text{ MNm}}{0,20 \text{ m}}}} = 0,64 \text{ m} / \sqrt{\text{MN}}$$

Utilizando la Tabla 12, se obtiene:

$$K_e = 25,786 \text{ cm}^2/\text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 25,786 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,024 \text{ MNm} / 0,22 \text{ m} = 2,81 \text{ cm}^2$$

$A_s = 2,84 \text{ cm}^2$ para los dos nervios = $1,42 \text{ cm}^2$ por cada nervio. Adoptamos $2\phi 10 \text{ mm}$ por cada nervio ($A_s = 1,57 \text{ cm}^2/\text{nervio}$)

Armadura de temperatura y retracción por fragüe

Para absorber los esfuerzos generados en el hormigón de la capa de compresión, por cambios de temperatura y retracción por fragüe, y permitir un control eficiente de la fisuración, se puede utilizar una malla electrosoldada ubicada en el centro de la capa compresión ($d = 2,5 \text{ cm}$), requiriéndose la siguiente armadura mínima en las dos direcciones:

$$\rho_{\min} = 0,0018$$

$$A_{s\min} = \rho_{\min} \cdot b \cdot h$$

con $\rho_{t\min} = \frac{A_s}{b \cdot h}$ (cuantía total)

$$A_{s\min} = (0,0018) (100 \text{ cm}) (5 \text{ cm}) = 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

El máximo espaciamiento de las barras es 3 veces el espesor de la losa o 30 cm, el que sea menor:

$$e_{\max} = 3 (5 \text{ cm}) = 15 \text{ cm}$$

$$e_{\max} \leq 30 \text{ cm}$$

Se adoptan $\phi 6 \text{ c}/15 \text{ cm}$ ($1,88 \text{ cm}^2/\text{m}$).

Nota: deberían verificarse a corte los nervios de la losa, concepto que se desarrollará en el Capítulo 16.



Figura 143: Aspecto de una losa nervurada en un entrepiso sin vigas

Capítulo 13

Tirantes de hormigón armado

Elementos estructurales típicos

En las estructuras de hormigón armado se presentan frecuentemente elementos que trabajan a tracción como sollicitación predominante, denominados comúnmente tirantes o tensores. Algunos ejemplos típicos de estructuras que trabajan de este modo son:

- Las péndolas que sostienen el tablero y transmiten la carga a la estructura principal de un puente arco.
- Los elementos que sirven de apoyo a las vigas de ochava.
- Tuberías de hormigón sometidas a presiones internas.
- Tensores de bases excéntricas, etc.

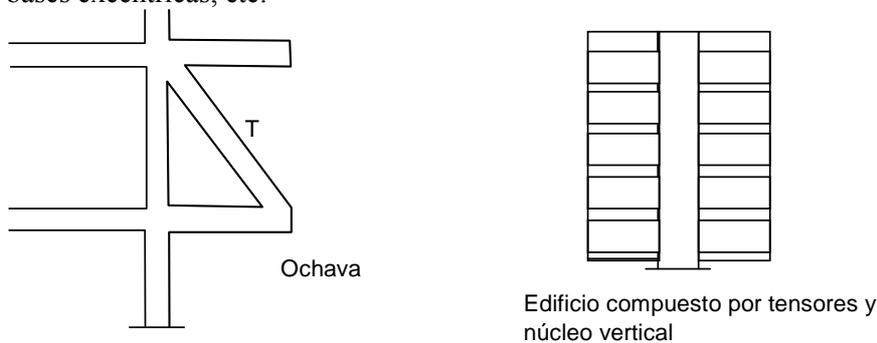


Figura 144: Ejemplos de estructuras sometidas a tracción



Figura 145: Péndolas en un puente tipo arco en la provincia de Neuquén

Introducción

A modo de visualizar el comportamiento de un elemento de hormigón armado sometido a tracción, realizaremos una serie de ensayos comparativos e intentaremos luego establecer las hipótesis de trabajo para definir las expresiones de diseño. Para ello, ensayaremos tres elementos a tracción pura:

- 1) Barra de acero sola
- 2) Prisma de hormigón simple
- 3) Prisma de hormigón armado

Las dimensiones de los prismas son iguales, como así también es idéntica la clase de hormigón utilizada, la armadura del prisma de hormigón armado posee la misma sección que la barra de acero.

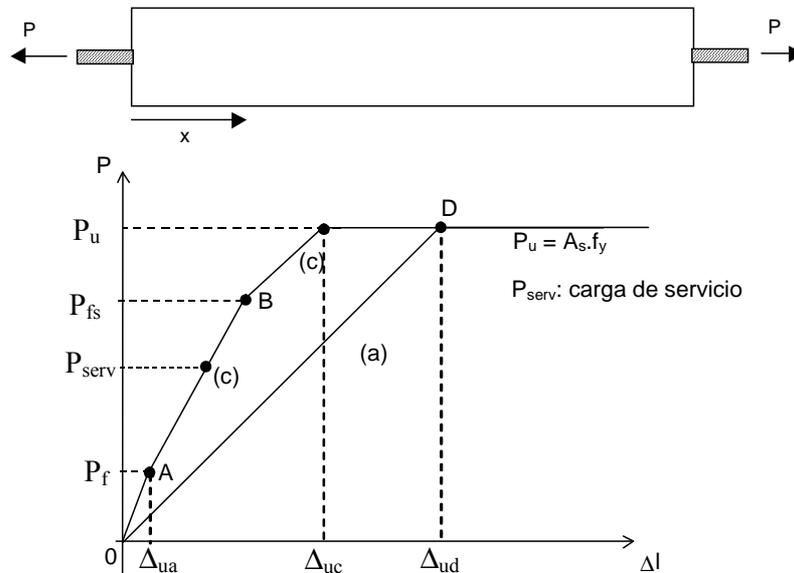


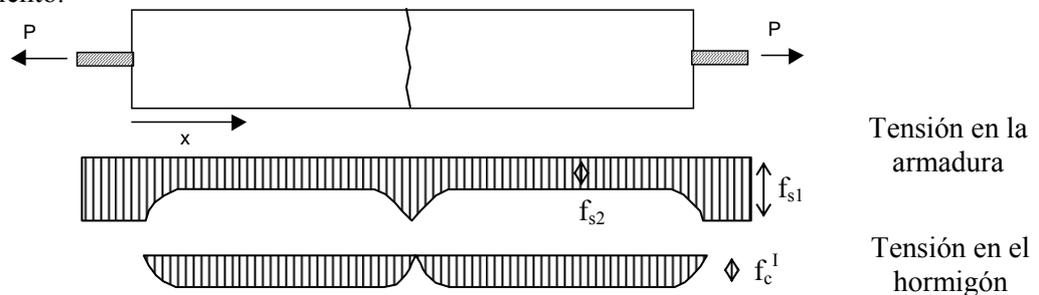
Figura 146: Diagrama de esfuerzos – deformación para elementos sometidos a tracción

a) Ensayo de carga de la barra de acero sola, con una deformación última asociada Δ_{ud} . Suponemos que el acero tiene un diagrama bilineal, por lo que la carga última será:

$$P_u = A_s \cdot f_y$$

b) Ensayo de carga del prisma de hormigón simple. El prisma de hormigón simple rompe para una deformación $\epsilon_c = 0,10 / 0,15 \%$, siendo su carga última, $P_{ua} = A_g \cdot f_{ct} \cong A_g \cdot f'_c / 10$, la rotura se produce con la aparición de la primer fisura y es totalmente frágil (deformación última Δ_{ua} - punto A).

c) Ensayo de carga del prisma de hormigón armado. En A se produce la primera fisura en el prisma de hormigón armado, a partir de dicho punto la rigidez de la pieza disminuye y se modifica la pendiente de la curva P- Δl . En la sección en que se produjo la fisura, toda la tracción es tomada por el acero, a partir de dicha sección la armadura transmite por adherencia al hormigón parte de su carga, disminuyendo su tracción y por lo tanto su alargamiento.



$$f_{s1} = P / A_s$$

$$f_{s2} = n \cdot f_c^I$$

La fisura en A se produce para un valor de tensión $f_{ct\ ki}$, según lo desarrollado en el Capítulo 5, con $f_{ct\ ki}$ el valor de la resistencia característico mínimo a tracción. Se observa una dispersión importante al ensayar probetas a tracción simple, con valores que oscilan, en general, entre $0,7 f_{ctm}$ y $1,3 f_{ctm}$, con f_{ctm} el valor medio de la resistencia a tracción. Por tanto, el axil que genera la fisuración debe aumentar, y las nuevas fisuras se presentarán en secciones en donde la resistencia a tracción sea mayor a $f_{ct\ ki}$. Es posible suponer que la última fisura se originará en una sección dada con una tensión igual a f_{ctm} . Al incrementar la carga sigue la fisuración sistemática hasta B, a partir de dicho punto la curva se vuelve paralela a la (a), la fisuración se estabiliza cuando, al aumentar la carga, las fisuras existentes aumentan de ancho sin formarse nuevas.¹ La carga última del prisma de hormigón armado se presenta cuando la armadura entra en fluencia, resultando por tanto:

$$P_{uc} = A_s \cdot f_y$$

La deformación última asociada resulta Δ_{uc} .

¹ Se ampliarán estos conceptos en el Capítulo 15.

Conclusiones del ensayo

- 1) El tirante de hormigón armado se deforma menos que la barra de acero sola.
- 2) La carga última es la misma para el tirante de hormigón armado que para la barra de acero sola.

Observación: si la sección de barra fuese muy pequeña, y la sección del prisma de hormigón fuese relativamente importante, podría ocurrir que al producirse la primera fisura, la carga de tracción absorbida por el hormigón (P_f), fuese mayor que (P_u), en ese caso la rotura sería repentina y el comportamiento de la pieza no satisfactorio.

Debemos controlar siempre la condición de cuantía mínima (condición de ductilidad) en los elementos de hormigón armado traccionados.

Hipótesis de trabajo

Con el objeto de definir las expresiones de diseño, adoptaremos las siguientes hipótesis:

- 1) Las secciones se mantienen planas hasta la rotura
- 2) Existe adherencia hormigón acero, lo cual lleva a que $\epsilon_c = \epsilon_s$
- 3) En rotura, $f_s = f_y$, $f_{ct} = 0$ (*)

(*) Toda la carga es tomada por la armadura, es decir, se desprecia la capacidad de tomar carga a tracción del hormigón.

Diseño según CIRSOC 201/05

El CIRSOC 201/05 no contiene referencias específicas al proyecto y cálculo de elementos de hormigón armado sometidos a tracción simple.

Plantearémos a continuación, las condiciones de diseño:

a) Condición resistente

$$P_u \leq \phi \cdot P_n = 0,90 \cdot A_s \cdot f_y$$

donde:

P_u = solicitación calculada para cargas mayoradas

ϕ = coeficiente de reducción de resistencia igual a 0,90 para rotura dúctil

P_n = resistencia nominal (resistencia a rotura) = $A_s \cdot f_y$

A_s = área total de armaduras

f_y = tensión de fluencia especificada para las armaduras

b) Condición de ductilidad

Esta condición se refiere a que cuando se produzca la primera fisura en la pieza, en correspondencia con ella, toda la carga absorbida por el hormigón, se transfiere en forma repentina al acero presente. Por lo tanto, la armadura existente debe ser capaz de tomar dicho esfuerzo, sin entrar en fluencia. El CIRSOC 201/05 no trata en forma particular elementos de hormigón armado sometidos a tracción pura, por lo que no hay referencias respecto a la cuantía mínima a adoptar para evitar tal tipo de falla (falla frágil). Siguiendo los lineamientos de un trabajo publicado por los Ings. Bissio y Hernández Balat, de la UNLP, consideramos que tal cuantía debe ser como mínimo, la necesaria para tomar $1,20 P_{cr1}$ como carga de fisuración.

Carga de fisuración

$$P_{cr} = f_{ct} \cdot A_H$$

donde:

f_{ct} = resistencia a tracción por tracción del hormigón

$$f_{ct} = 0,33 \cdot \sqrt{f'_c}$$

A_H = sección homogeneizada no fisurada = $A_c + n \cdot A_s$ con $A_c = A_g - A_s$

A_c = área de la sección neta de hormigón

$n = E_s / E_c$

E_s = módulo de elasticidad del acero = 200000 MPa

$E_c = 4700 \cdot \sqrt{f'_c}$ (MPa)

Realmente, debemos contemplar que la situación más desfavorable puede presentarse si f_{ct} es mayor a lo previsto, es por ello, que recomendamos calcular f_t^* como:

$$f_t^* = \gamma_m \cdot f_{ct}$$

con $\gamma_m > 1$ ($\gamma_m = 1,25$, según el criterio del presente texto)

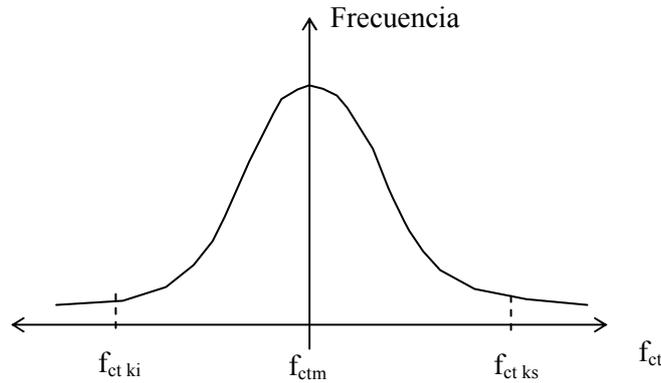


Figura 147: Curva de Gauss para las resistencias a tracción

Si consideramos que $A_H \cong A_g$, deberá verificarse como condición de ductilidad:

$$1,20 \cdot f_t^* \cdot A_g \leq 0,90 \cdot A_s \cdot f_y$$

$$\rho \geq \frac{A_s}{A_g} \geq \frac{\sqrt{f_c'}}{1,80 \cdot f_y} \text{ (Cuantía mínima recomendada)}$$

Condiciones de servicio

Para las condiciones de servicio, deben verificarse adicionalmente, para cargas sin mayorar, las deformaciones y la fisuración de la pieza.

a) Deformaciones para cargas de corta duración

El CIRSOC 201/05 no brinda expresiones para el cálculo de deformaciones en este tipo de elementos. Las expresiones que siguen han sido extraídas de la referencia 128), según referencia del trabajo realizado por los Ings. Hernández Balat y Bissio, la expresión anterior sería válida para cargas de corta duración.

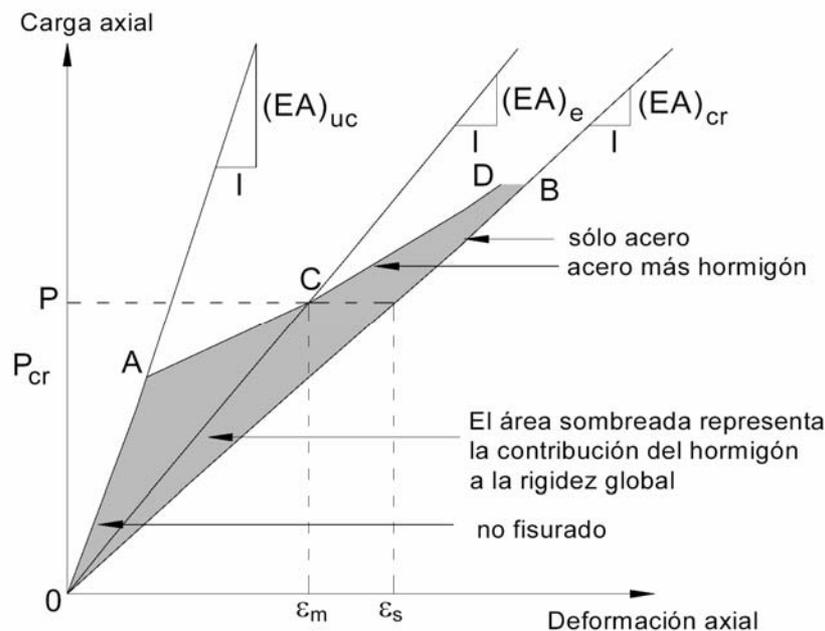


Figura 148: Diagrama de carga de tracción vs. deformación (referencia 3)

$$\epsilon_m = \text{deformación específica media del tirante} = P / (E_c \cdot A_c)$$

$$A_e = A_H \cdot (P_{cr} / P)^3 + A_{cr} \cdot [1 - (P_{cr} / P)^3] \leq A_g$$

donde:

A_e = área efectiva de la sección. Se trata de un área media ficticia que varía desde la sección homogeneizada no fisurada cuando la carga es muy pequeña hasta A_{cr} para valores grandes de P .

$$A_{cr} = n \cdot A_s$$

$$\Delta L = \text{alargamiento del tirante} = \epsilon_m \cdot L$$

L = longitud inicial del tirante

b) Determinación aproximada de tensiones para la pieza en Estado I (sin fisuras)

Para valores reducidos de tracción (recordar ensayo), podemos evaluar las tensiones en la pieza partiendo de la hipótesis de un comportamiento elástico del material, es decir, asumiendo proporcionalidad entre tensiones y deformaciones (Ley de Hooke). Por lo tanto:

$$\epsilon_c = f_c^d / E_c$$

$$\epsilon_s = f_s / E_s$$

con:

f_c^d = tensión en el hormigón

f_s = tensión en el acero

Debido a la existencia de la adherencia, en una sección dada se deberá cumplir que:

$$\epsilon_c = \epsilon_s$$

Por lo que:

$$f_s = f_c^d \cdot E_s / E_c$$

Si bien la relación entre módulos de elasticidad del acero y hormigón no es constante, depende de diversos factores y en particular del tiempo de aplicación de la carga, podemos asumir como una aproximación que dicha relación, para el rango de cargas en estudio, es una constante con un valor que suele adoptarse entre 10 y 15.

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \text{cte}$$

$$f_s = n \cdot f_c^d$$

Si llamamos A_c al área neta de la sección de hormigón del tirante:

$$A_c = A_g - A_s$$

Plantaremos la ecuación de equilibrio de fuerzas:

$$A_c \cdot f_c^d + A_s \cdot f_s = P_s$$

con:

P_s = carga de servicio

También es posible expresarlo en función de las tensiones como:

$$f_c^d \cdot (A_c + n \cdot A_s) = P_s$$

donde:

$A_H = A_c + n \cdot A_s$: área homogeneizada

$$f_c^d = \frac{P_s}{(A_c + n \cdot A_s)}$$

Esta expresión posee validez mientras no se supere la resistencia a tracción del hormigón:

$$f_c^d = \frac{P_s}{(A_c + n \cdot A_s)} \leq f_{ct} \cong \frac{\sqrt{f_c'}}{3}$$

Tal cual se desarrolló, para valores mayores de P_s , la pieza se habrá fisurado y en dicha sección fisurada:

$$\begin{cases} f_c = 0 \\ f_s = \frac{P_s}{A_s} \end{cases}$$

c) Fisuración: proceso de fisuración en tensores

En el proceso de fisuración de un tirante se producen básicamente dos clases de fisuras:

- Fisuras primarias
- Fisuras secundarias

Las fisuras primarias se manifiestan en la superficie, con un espesor variable, mayor en el exterior que en la zona de contacto con la armadura. Se manifiestan, por otra parte, fisuras internas o secundarias que se cierran antes de llegar al perímetro de la sección. Estas fisuras aumentan de espesor a medida que se alejan de la armadura y luego, éste disminuye paulatinamente, cerrándose antes de llegar al borde exterior.

Al producirse las primeras fisuras, y como resultado de ellas, se modifica el estado tensional entre las mismas, a medida que aumenta la carga, hasta que la separación de las fisuras primarias (exteriores), es aproximadamente igual al doble del recubrimiento de hormigón medido hasta el centro de la armadura.

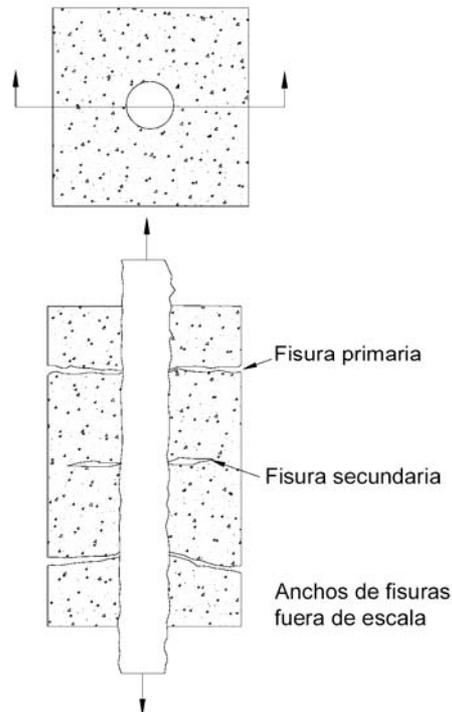


Figura 149: Fisuras primarias y secundarias en una pieza sometida a tracción (referencia 3)

La separación entre fisuras visibles (primarias), es muy variable debido, entre otras causas, a la dispersión en los valores de resistencia a tracción del hormigón, al efecto de adherencia, y a la cercanía con fisuras ya existentes que disminuyen localmente la tracción. Dentro de los valores usuales de recubrimiento (30/70 mm), la distancia entre fisuras no llegará a su valor mínimo, del orden de dos veces el del recubrimiento, hasta que la tensión en la armadura no llegue a un valor entre 138 MPa y 200 MPa. Los valores de separaciones máximas entre fisuras son del orden de un 20% mayor que el que se observa en elementos flexionados.

Para la verificación, es posible utilizar la expresión Gergely-Lutz:

$$w_k = \frac{1}{90000} \cdot \beta \cdot f_s \cdot \sqrt[3]{d_c \cdot A}$$

w = abertura máxima de fisuras (mm)

f_s = tensión de armaduras en Estado II (MPa)

d_c = distancia desde la superficie de hormigón hasta el centro de la barra más próxima (mm)

A = área de hormigón cobaricéntrica con la armadura dividida el número de barras (mm²)

β = coeficiente que tiene en cuenta el aumento de la abertura de la fisura entre el nivel de la armadura y la superficie de hormigón:

$$\beta = \frac{h - x}{d - x} = 1 \text{ (para tracción simple)}$$

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 25) Diseño de un tensor de H°A°

Proyectar un tirante para las siguientes condiciones:

Hormigón $f'_c = 20$ MPa

Acero $f_y = 420$ MPa

Condición de exposición: intemperie ($w_k = 0,30$ mm)

Sección transversal: $b_w = h = 35$ cm (según proyecto de arquitectura)

Recubrimiento = 0,03 m

Estribos: ϕ 6 mm

Solicitaciones actuantes:

$P_D = 350$ KN

$P_L = 250$ KN

$$P_u = 1,4 D = 1,4 \cdot 350 \text{ KN} = 490 \text{ KN}$$

$$P_u = 1,20 D + 1,6 L = 820 \text{ KN}$$

$P_{u\text{máx}} = 820$ KN

$$P_n = P_u / \phi = 820 \text{ KN} / 0,90 = 911 \text{ KN}$$

Armadura por condición de rotura

$$A_s = \frac{P_n}{f_y} = \frac{911 \text{ KN}}{42 \text{ KN/cm}^2} = 21,69 \text{ cm}^2$$

Armadura por condición de ductilidad

$$\rho \geq \frac{A_s}{A_g} \geq \frac{\sqrt{f'_c}}{1,80 \cdot f_y} = 0,0059$$

$$A_s \geq A_g \cdot \rho_{\text{mín}} = 7,246 \text{ cm}^2$$

Se adoptan $8\phi 20 \text{ mm} = 25,12 \text{ cm}^2$.

Verificación a la fisuración

$$d_c = c_c + d_{\text{est}} + d_b/2 = 30 \text{ mm} + 6 \text{ mm} + 20 \text{ mm}/2 = 46 \text{ mm}$$

$$A = A_g / 8 = 15312,5 \text{ mm}^2$$

$$f_s = f_y / 1,50 = 280 \text{ MPa}$$

$$w_k = \frac{1}{90000} \cdot \beta \cdot f_s \cdot \sqrt[3]{d_c \cdot A} = 0,277 \text{ mm} < 0,30 \text{ mm}$$

Ejemplo 26) Diseño y estimación de la deformación de un tirante de hormigón armado

Diseñar el tirante de ochava de la figura, estimando la deformación elástica inicial del mismo para la condición considerada como más factible de servicio constituida por la totalidad de la carga permanente más el 50% de la sobrecarga.

Hormigón H-20

Acero ADN 42/50

Sección transversal:

$b = 20$ cm

$h = 20$ cm

Recubrimiento = 3 cm

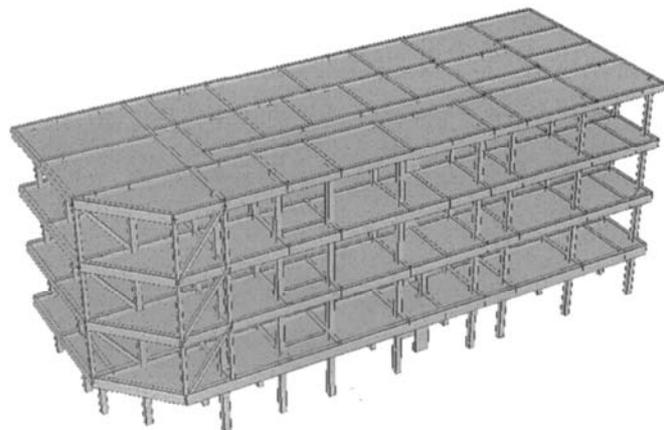
Estribos = $\phi 6$ mm

Longitud del tirante = 3,80 m

Solicitaciones de servicio:

$P_D = 220$ KN

$P_L = 160$ KN



$$P_u = 1,40 \cdot 220 \text{ KN} = 308 \text{ KN}$$

$$P_u = 1,20 \cdot 220 \text{ KN} + 1,60 \cdot 160 \text{ KN} = 520 \text{ KN}$$

$$P_{um\acute{a}x} = 520 \text{ KN}$$

$$P_n = P_u / \phi = 520 \text{ KN} / 0,90 = 577,78 \text{ KN}$$

Armadura por condición de rotura

$$A_s = \frac{P_n}{f_y} = \frac{577,78 \text{ KN}}{42 \text{ KN/cm}^2} = 13,76 \text{ cm}^2$$

Armadura por condición de ductilidad

$$\rho \geq \frac{A_s}{A_g} \geq \frac{\sqrt{f'_c}}{1,80 \cdot f_y} = 0,0059$$

$$A_s \geq A_g \cdot \rho_{\min} = 11,92 \text{ cm}^2$$

Se adoptan $4\phi 20 \text{ mm} + 2\phi 12 \text{ mm} = 14,82 \text{ cm}^2$.

Cálculo de la deformación elástica instantánea para la condición de carga más factible:

$$A_e = A_H \cdot (P_{cr} / P)^3 + A_{cr} \cdot [1 - (P_{cr} / P)^3] \leq A_g$$

donde

$$A_H = A_c + n \cdot A_s = 541,09 \text{ cm}^2$$

$$n = E_s / E_c = 9,52$$

$$E_s = \text{módulo de elasticidad del acero} = 200000 \text{ MPa}$$

$$E_c = 4700 \cdot \sqrt{f'_c} = 21019 \text{ MPa}$$

$$A_{cr} = n \cdot A_s = 141,09 \text{ cm}^2$$

$$P = 220 \text{ KN} + 0,50 \cdot 160 \text{ KN} = 300 \text{ KN}$$

$$f_{ct} = \sqrt{f'_c} / 3 = 1,491 \text{ MPa} = 1491 \text{ KN/m}^2$$

$$P_{cr} = (A_c + n \cdot A_s) \cdot f_{ct} = 80,67 \text{ KN}$$

$$A_e = A_H \cdot (P_{cr} / P)^3 + A_{cr} \cdot [1 - (P_{cr} / P)^3] = 148,87 \text{ cm}^2$$

$$\epsilon_m = P / (E_c \cdot A_e) = 0,000959$$

$$\Delta L = \text{alargamiento del tirante} = \epsilon_m \cdot L = 0,364 \text{ cm} = 3,64 \text{ mm}$$

Empalmes en elementos traccionados

El Art. 12.15.5 del CIRSOC 201/05, establece que los empalmes en los tensores (o tirantes), se deben realizar mediante conexiones totalmente mecánicas o uniones soldadas. Dentro de las uniones mecánicas podemos encontrar los manguitos prensados o los manguitos roscados. No se permite el empalme por yuxtaposición en elementos predominantemente traccionados.

Condiciones constructivas

- A fin de que entre en carga desde un comienzo, las armaduras deben colocarse perfectamente rectas, sin pequeños desplazamientos ni desvíos.
- Deben respetarse los valores mínimos de recubrimiento, dado que los tensores en general llevan cuantías elevadas, por lo que son elementos más sensibles a sufrir daños graves en incendios (Capítulo 39).
- Detallar adecuadamente los anclajes extremos que serán en general por adherencia.

Cálculo de tirantes sometidos a tracción céntrica según la Norma DIN 1045/78

De acuerdo a la referencia 38), la armadura necesaria para tirantes de hormigón armado sometidos a tracción céntrica resulta de la expresión:

$$A_{s1} = A_{s2} = \frac{1,75 \cdot N}{\beta_s \cdot 2}$$

siendo:

$A_{s1} = A_{s2}$ = armadura en ambas caras del tirante.

N = esfuerzo de tracción bajo cargas de servicio

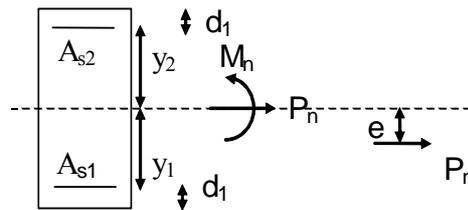
β_s = tensión de fluencia del acero.

Asimismo, la misma referencia sugiere disminuir la tensión del acero para los casos en que se requiera limitar el ancho de las fisuras. Por otro lado, establece la necesidad de realizar la verificación a fisuración.

Flexo tracción con pequeña excentricidad según CIRSOC 201/05

Es usual en esta clase de elementos, en donde predomina la tracción, que la misma se encuentre acompañada de un pequeño momento flector asociado.

De encontrarse la resultante a una distancia $e = M_n/P_n \leq h/6$, toda la sección estará traccionada, y planteando las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos, podremos determinar las secciones de armadura necesarias.



De resultar $e = 0$, se obtiene el caso de tracción pura.

$$d_1 = \text{recubrimiento} + d_b / 2.$$

Ecuación de equilibrio de fuerzas según el eje de la pieza

$$\Sigma F = 0$$

$$A_{s1} \cdot f_y + A_{s2} \cdot f_y = P_n$$

Ecuación de momentos referidos a A_{s1}

$$\Sigma M = 0$$

$$A_{s2} \cdot (d-d_1) \cdot f_y = P_n \cdot (y_1 - e)$$

Resolviendo el sistema:

$$A_{s2} = \frac{P_n}{f_y} \cdot \left[\frac{y_1 - e}{d - d_1} \right]$$

$$A_{s1} = \frac{P_n}{f_y} \cdot \left[1 - \frac{y_1 - e}{d - d_1} \right]$$

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 27) Diseño de un tirante a flexo – tracción

Dimensionar un elemento tensor de sección 20 cm x 30 cm con hormigón H-20, acero ADN 42/50, bajo el siguiente estado de solicitaciones últimas:

$$M_u = 13,5 \text{ KNm}$$

$$P_u = 270 \text{ KN}$$

$$e = M_u/P_u = 0,05 \text{ m (h/6 = 5 cm)}$$

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$d = 26 \text{ cm}$$

$$d_1 = d_2 = 4 \text{ cm}$$

$$M_n = 270 \text{ KN} / 0,90 = 300 \text{ KN}$$

$$P_n = 13,5 \text{ KNm} / 0,90 = 15 \text{ KNm}$$

$$y_2 = h/2 - d_1 = 11 \text{ cm}$$

$$y_2 = y_1$$

$$A_{s2} = \frac{P_n}{f_y} \cdot \left[\frac{y_1 - e}{d - d_1} \right] = 1,95 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = \frac{P_n}{f_y} \cdot \left[1 - \frac{y_1 - e}{d - d_1} \right] = 5,19 \text{ cm}^2$$

Condición de ductilidad

$$\Sigma A_s \geq A_g \cdot \rho_{min} = A_g \frac{\sqrt{f'_c}}{1,80 \cdot f_y} = 3,55 \text{ cm}^2 \text{ (verifica)}$$

Finalmente es posible adoptar:

$$A_{s2} = 2\phi 12 \text{ mm} = 2,26 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = 2\phi 16 \text{ mm} + 1\phi 12 \text{ mm} = 5,15 \text{ cm}^2$$

$$\text{Verifica } A_{s1}, A_{s2} \geq A_s/2 = 1,77 \text{ cm}^2$$

Estribos $\phi 6\text{c}/15 \text{ cm}$.



Figura 150: Puente arco con tirantes de hormigón armado

Capítulo 14

Durabilidad

Generalidades

De acuerdo al Eurocódigo 2, se establece que “una estructura es durable si a lo largo de su vida útil prevista, cumple con su función en lo que respecta a servicio, resistencia y estabilidad sin una pérdida considerable de utilidad y sin un mantenimiento no previsto excesivo”. A fin de evaluar los costos relativos de intervención para el mantenimiento y reparación de una estructura, se puede mencionar la Ley de Sitter, que clasifica el proceso de degradación en cuatro etapas.

Etapa I: es la etapa inicial, con un buen comportamiento que será tanto más extensa, cuanto más acertado haya sido el proyecto y la construcción de la estructura.

Etapa II: es la etapa previa a la corrosión de las armaduras. El proceso de carbonatación degrada la capacidad de protección del hormigón hacia el acero embebido en él. De detectarse el problema en esta etapa, es posible actuar con carácter preventivo, por ejemplo, actuando sobre los recubrimientos de la armadura. Este mantenimiento preventivo debería realizarse antes de los primeros 5 años.

Etapa III: se producen fenómenos de corrosión local activos, aparecen fisuras asociadas, manchas de óxido, etc. Se vuelve necesario efectuar trabajos de reparación y mantenimiento.

Etapa IV: es la etapa de corrosión generalizada, siendo imprescindible realizar reparaciones con un volumen importante de éstas. Se genera la Ley de los cinco, es decir, por cada U\$S 1 que se gaste en la etapa de proyecto y control de ejecución, se gastarán U\$S 5 en la etapa II, U\$S 25 en la etapa III, o U\$S 125 en la etapa IV (ver Figura 151). Si bien estas son relaciones relativas, es evidente la importancia de un proyecto correcto y estudiado, y una cuidadosa y supervisada ejecución de obra. Una dirección de obra competente es vital para lograr los objetivos citados¹.

Costo de intervención

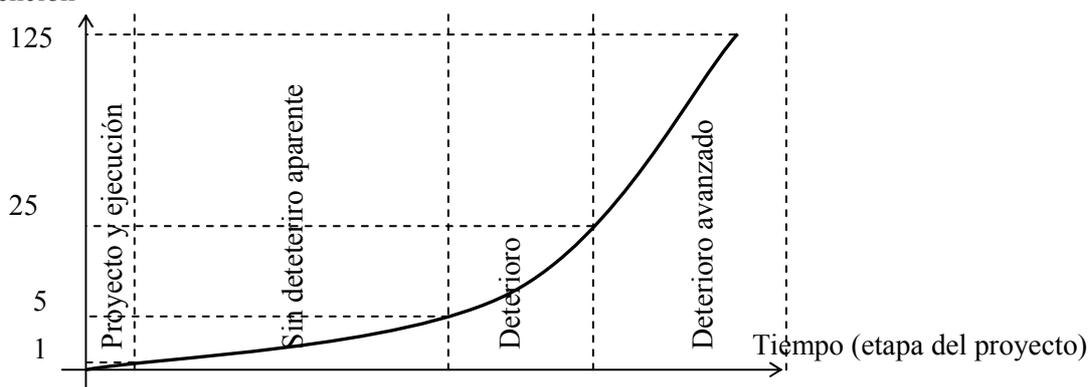


Figura 151: Costos de intervención para mantenimiento y reparación de estructuras

El CIRSOC 201/05 establece como acciones del medio ambiente, “a aquellas de naturaleza química, física y/o físico-química que pueden provocar la degradación de la estructura por efectos diferentes a los de las cargas consideradas en el cálculo estructural. Según sea la magnitud de dicha degradación y la velocidad con que se produce, la estructura puede perder, parcial o totalmente, la aptitud para cumplir la función para la

¹ Se pueden ampliar estos conceptos en la referencia 75) y 91).

cual fue construida”. Podemos clasificar según su origen a las acciones que pueden afectar a una obra de hormigón armado:

a) Acciones físico - químicas

- a.1) Acción por congelamiento y deshielo.
- a.2) Acción por efecto de mojado y secado.
- a.3) Acciones por efecto de la temperatura.
- a.4) Daños generados por desgaste.
- a.5) Reacciones álcali-sílice

b) Corrosión de las armaduras

c) Daños generados por acción del fuego ²

d) Fisuras



Figura 152: Deterioro en vigas por acción corrosiva sobre las armaduras en un ambiente marino

Las acciones anteriores resultan influenciadas directa o indirectamente por los siguientes aspectos.

Clase de ambiente al que estará expuesta la estructura

Para considerar este factor, el CIRSOC 201/05 hace referencia a la clase de exposición ambiental para definir las medidas preventivas de protección, realizando una clasificación similar a la efectuada por el anterior CIRSOC 201 M “Proyecto, Cálculo y Ejecución de Estructuras de Hormigón Armado y Pretensado para Obras Privadas Municipales” y no al Código ACI 318/05. Se indican dos tipos de exposiciones, una general que afecta la durabilidad de la estructura por corrosión de las armaduras, y otra específica, donde se hace referencia a acciones físico - químicas. En este último grupo se incluye las acciones de congelamiento y deshielo y el ataque químico por sustancias contenidas en los suelos y aguas de contacto con la estructura. En las Tablas 2.1 y 2.2 se clasifican los tipos de ambiente o tipos de exposición para los cuales es posible especificar medidas preventivas de protección.

² Ver Capítulo 39.

1	2	3	4	5	6
EXPOSICIÓN					
Desig.	Clase	Subclase	Tipo de proceso	Descripción del medio ambiente	Ejemplos ilustrativos de estructuras donde se pueden dar las clases de exposición
A 1	No agresiva		Ninguno	<ul style="list-style-type: none"> • Interiores de edificios no sometidos a condensaciones • Elementos exteriores de edificios, revestidos • Hormigón masivo interior • Estructuras en ambientes rurales y climas desérticos, con precipitación media anual < 250 mm. 	<ul style="list-style-type: none"> • Interiores de edificios protegidos de la intemperie • Columnas y vigas exteriores revestidas con materiales cerámicos o materiales que demoran la difusión del CO₂. • Elementos estructurales de hormigón masivo que no están en contacto con el medio ambiente. Parte interior de los mismos.
A 2	Ambiente Normal	Temperatura moderada y fría, sin congelación. Humedad alta y media o con ciclos de mojado y secado	Corrosión por carbonatación	<ul style="list-style-type: none"> • Interiores de edificios expuestos al aire con HR ≥ 65% o a condensaciones • Exteriores expuestos a lluvias con precipitación media anual < 1.000 mm. • Elementos enterrados en suelos húmedos o sumergidos 	<ul style="list-style-type: none"> • Sótanos no ventilados • Fundaciones • Tableros y pilas de puentes • Elementos de hormigón en cubiertas de edificios • Exteriores de edificios. • Interiores de edificios con humedad del aire alta o media • Pavimentos • Losas para estacionamientos
A 3	Climas tropical y subtropical		Corrosión por carbonatación	<ul style="list-style-type: none"> • Exteriores expuestos a lluvias con precipitación media anual ≥ 1.000 mm • Temperatura media mensual durante más de 6 meses al año ≥ 25° C. 	

1	2	3	4	5	6
EXPOSICIÓN					
Desig.	Clase	Subclase	Tipo de proceso	Descripción del medio ambiente	Ejemplos ilustrativos de estructuras donde se pueden dar las clases de exposición
M 1	Húmedo o sumergido, con cloruros de origen diferente del medio marino		Corrosión por cloruros	<ul style="list-style-type: none"> • Superficies de hormigón expuestas al rociado o la fluctuación del nivel de agua con cloruros • Hormigón expuesto a aguas naturales contaminadas por desagües industriales 	<ul style="list-style-type: none"> • Piletas de natación sin revestir. • Fundaciones en contacto con aguas subterráneas • Cisternas en plantas potabilizadoras • Elementos de puentes
A 3	Marino	Al aire	Corrosión por cloruros	• A más de 1 km. de la línea de marea alta y contacto eventual con aire saturado de sales.	• Construcciones alejadas de la costa pero en la zona de influencia de los vientos cargados de sales marinas (*).
M 1		Al aire	Corrosión por cloruros	• A menos de 1 km. de la línea de marea alta y contacto permanente o frecuente con aire saturado con sales	• Construcciones próximas a la costa.
M 2		Sumergidos	Corrosión por cloruros	• Sumergidos en agua de mar, por debajo del nivel mínimo de mareas.	<ul style="list-style-type: none"> • Estructuras de defensas costeras • Fundaciones y elementos sumergidos de puentes y edificios en el mar
		Sumergidos	Corrosión por cloruros	• En la zona de fluctuación de mareas o expuesto a salpicaduras del mar	• Estructuras de defensas costeras, fundaciones y elementos de puentes y edificios

(*) La distancia máxima depende de la dirección de los vientos predominantes. Cuando ellos provengan del mar, como ocurre en la mayor parte del litoral de la Prov. De Buenos Aires, esta zona está entre 1 y 10 km. En la mayor parte de la Patagonia esta zona es inexistente. El Director del Proyecto deberá acotar los límites de aplicación de esta zona de agresividad.

Tabla 29: Tabla 2.1 del CIRSOC 201/2005 exposición ambiental (referencia 109)

1	2	3	4	5	6
Desig.	Clase	Subclase	Tipo de proceso	Descripción del medio ambiente	Ejemplos ilustrativos de estructuras donde pueden darse las clases de exposición
C 1	Congelación y deshielo	Sin sales descongelantes	Ataque por congelación y deshielo	Elementos en contacto frecuente con agua, o zonas con humedad relativa ambiente media en invierno superior al 75%, y que tengan una probabilidad mayor que el 50% de alcanzar al menos una vez temperaturas por debajo de -5°C	<ul style="list-style-type: none"> • Superficies expuestas a la lluvia o a atmósferas húmedas. • Estructuras que contienen agua o la conducen.
C 2		Con sales descongelantes	Ataque por congelación y deshielo y por sales descongelantes	Estructuras destinadas al tráfico de vehículos o peatones en zonas con más de 5 nevadas anuales o con temperatura mínima media en los meses de invierno inferior a 0°C	<ul style="list-style-type: none"> • Pistas de aterrizaje, caminos y tableros de puentes. • Superficies verticales expuestas a la acción directa del rociado con agua que contiene sales descongelantes.
Q 1	Ambientes con agresividad química	Moderado	Ataque químico	• Suelos, aguas o ambientes que contienen elementos químicos capaces de provocar la alteración del hormigón con velocidad lenta (Ver Tablas 2.3 y 2.4).	
Q 2		Fuerte		• Suelos, aguas o ambientes que contienen elementos químicos capaces de provocar la alteración del hormigón con velocidad media (Ver Tablas 2.3 y 2.4).	
Q 3		Muy fuerte		• Exposición al agua de mar	
				• Suelos, aguas o ambientes que contienen elementos químicos capaces de provocar la alteración del hormigón con velocidad rápida (Ver Tablas 2.3 y 2.4).	

Tabla 30: Tabla 2.2 CIRSOC 201/2005 exposición ambiental (referencia 109)

Diseño y mantenimiento de las estructuras

El CIRSOC 201/05 indica que la vida útil en servicio de una estructura es “el período de tiempo a partir de su construcción, durante el cual debe mantener las condiciones de seguridad, funcionalidad o aptitud en servicio y aspecto aceptables, sin gastos de mantenimiento significativos”. Por ello, describe una serie de exigencias mínimas, de tal forma que la vida útil en servicio de cualquier estructura sea de 50 años. Los aspectos más importantes relacionados con el diseño y los que regirán el mantenimiento de una estructura son los que a continuación se detallan, anexándose las medidas que el CIRSOC prescribe en cada caso.

a) Razón agua/cemento

La razón agua cemento define la trabajabilidad de una mezcla de hormigón, y su límite se basa en la relación inversamente proporcional respecto a la resistencia a compresión de una pieza de hormigón. El descenso de la resistencia con el aumento de la relación agua/cemento, se origina en el incremento de poros de la pasta, de su permeabilidad, de una mayor contracción por secado y en consecuencia, de una menor durabilidad. Una vez establecidas las clases de exposición, el CIRSOC presenta para cada una de ellas, las razones agua/cemento máximas permitidas para hormigones simples, armados y pretensados.

Requisitos	Tipos de exposición de las estructuras, de acuerdo a la clasificación de las Tablas 2.1. y 2.2. y sus complementarias 2.3. y 2.4.									
	A 1	A 2	A 3	M 1	M 2	C 1 (2)	C 2 (2)	Q 1	Q 2	Q 3 (3)
a) Razón a/c máxima ⁽¹⁾										
Hormigón simple	----	----	----	0,45	0,45	0,45	0,40	0,50	0,45	0,40
Hormigón armado	0,60	0,50	0,50	0,45	0,40	0,45	0,40	0,50	0,45	0,40
Hormigón pretensado	0,60	0,50	0,50	0,45	0,40	0,45	0,40	0,50	0,45	0,40
b) $f'_{c\ min}$ (MPa)										
Hormigón simple	----	----	----	30	35	30	35	30	35	40
Hormigón armado	20	25	30	35	40	30	35	30	35	40
Hormigón pretensado	25	30	35	40	45	30	35	35	40	45

(1) Cuando se use cemento pórtland más una adición mineral activa, se debe reemplazar la razón agua/cemento (a/c), por la razón agua/ material cementicio $[a/(c+x)]$, que tenga en cuenta la suma del cemento pórtland (c) y la cantidad y eficiencia de la adición (x).

(2) Debe incorporarse intencionalmente aire, en la cantidad requerida en la Tabla 5.3..

(3) Adicionalmente, se debe proteger a la estructura con una membrana, película o material impermeable, capaz de resistir la agresión.

Tabla 31: Exposición de las estructuras y relaciones a/c y $f'_{c\ min}$ (referencia 109)

b) Resistencia especificada

La resistencia de un hormigón permitirá establecer las condiciones para su diseño, así como la capacidad de éste a absorber esfuerzos externos y su deformabilidad ante cargas y acciones externas.

La resistencia de un hormigón queda condicionada por una serie de factores, entre los que se pueden mencionar, entre otros:

- 1) Relación agua/cemento
- 2) Características de los agregados que componen al hormigón
- 3) Clase de cemento utilizado
- 4) Curado

El CIRSOC 201/05 especifica resistencias mínimas a compresión para cada tipo de hormigón, según la tabla adjunta:

Clase de hormigón	Resistencia especificada a compresión f'_c (MPa)	A utilizar en hormigones
H - 15	15	simple
H - 20	20	simple y armados
H - 25	25	Simple, armados y pretensados
H - 30	30	
H - 35	35	
H - 40	40	
H - 45	45	
H - 50	50	
H - 60	60	

Tabla 32: Resistencias de hormigones y sus usos (referencia 109)

Es necesario recordar, que el cambio observado en la especificación de resistencias (f'_c) respecto de las anteriores (σ'_{bk}), se debe a que corresponden a las resistencias características de rotura a compresión, pero con un cuantil del 10% (90% de probabilidad de ser superado por los resultados de todos los ensayos).

Al respecto, cabe recordar que en el Reglamento CIRSOC 201/82 se definía la resistencia con un cuantil del 5%. Por ello, la resistencia especificada según el nuevo CIRSOC es entre 3 y 5 MPa mayor que el valor de resistencia característica definida en el CIRSOC 201/82. Al respecto, realizando una comparación con el citado CIRSOC, se eliminan las resistencias H-4 y H-8, y se incorpora una nueva, el hormigón tipo H-60.

A su vez, el CIRSOC 201/05 incorpora las resistencias mínimas de los hormigones que conformarán las estructuras, clasificándolas de acuerdo a su condición de exposición.

c) Contenido mínimo de aire incorporado

La importancia de la incorporación de aire a las estructuras de hormigón, se vincula con el mejor comportamiento del hormigón frente a los procesos de congelamiento y deshielo, los que producen tracciones dentro de los vasos capilares. El aire incorporado actúa como medio de liberación de las tracciones producidas en cada ciclo de congelamiento. Sin embargo, y como bien los comenta el CIRSOC 201/05, el contenido de aire “no es un indicador indubitable de que se hubiere incorporado el aire al hormigón en la forma benéfica de microburbujas incoalescentes”.

El CIRSOC 201/05 especifica el contenido mínimo de aire incorporado a partir del tamaño máximo del agregado grueso y para la exposición a la que se encuentre el hormigón (sea C1 o C2, según se indica previamente en la tabla de razones a/c). El hecho de un porcentaje mayor de aire incorporado en agregados de menor tamaño máximo, se debe a que en hormigones moldeados con estos agregados contienen mayor cantidad de poros capilares.

Tamaño máximo del agregado grueso	Total de aire natural e intencionalmente incorporado al hormigón, de acuerdo al tipo de exposición o para hormigones especiales (Capítulo 2, Tablas 2.5. y 2.9.)	
	Exposición tipo C1 y Hormigón a colocar bajo agua	Exposición tipo C2
mm	% en volumen	% en volumen
13,2	5,5 ± 1,5	7,0 ± 1,5
19,0	5,0 ± 1,5	6,0 ± 1,5
26,5	4,5 ± 1,5	6,0 ± 1,5
37,5	4,5 ± 1,5	5,5 ± 1,5
53,0	4,0 ± 1,5	5,0 ± 1,5

Tabla 33: Contenido de aire total o intencionalmente incorporado (referencia 109)

d) Curado

El curado es una tarea importante para que el hormigón mantenga condiciones adecuadas de humedad y temperatura, durante el período inicial. Un buen curado, minimiza la existencia de fisuras por retracción y, por tanto, aumenta las condiciones de durabilidad de la estructura.

Las protecciones generadas con este propósito, deben permanecer hasta tanto el hormigón adquiera la resistencia suficiente para no ser afectado por las agresiones. A tal efecto, el CIRSOC establece en el Art. 5.10.1.2, una serie de efectos para los cuales debe protegerse al hormigón:

- a) Secado prematuro por la acción del sol y del viento, particularmente en el caso de estructuras con grandes superficies no encofradas y expuestas.
- b) Secado prematuro por acción de la circulación del aire, particularmente en túneles, conductos, galerías y estructuras similares, donde se evitará la circulación de aire por su interior, manteniéndolos cerrados durante el mayor tiempo posible.
- c) Contacto directo con lluvia y/o nieve.
- d) Agua en movimiento.
- e) Aguas, líquidos, suelos o sustancias agresivas para el hormigón que puedan existir en el lugar de emplazamiento de la estructura.
- f) Acciones mecánicas, oscilaciones, vibraciones o sobrecargas.
- g) Acción de temperaturas extremas (tanto bajas como elevadas).
- h) Acción del fuego.

En el hormigón fresco, se hace referencia a las condiciones de curado del elemento estructural, que en caso de encontrarse en contacto con ambientes agresivos, debe incrementarse como mínimo en tres días para todos los tipos de cemento.

Tipo de cemento empleado en el hormigón	Período mínimo de curado
Cemento de alta resistencia inicial, cuando la edad de diseño del hormigón sea igual o menor que 7 días	3 días
Cemento pórtland normal Cemento pórtland con filler calcáreo Cemento pórtland con escoria Cemento blanco	5 días
Cemento pórtland puzolánico Cemento pórtland compuesto (*) Cemento de alto horno Cemento de bajo calor de hidratación	8 días
(*) Cuando el cemento compuesto tenga una velocidad de desarrollo de resistencia igual o mayor que la del cemento pórtland normal, el plazo mínimo de curado se reducirá a cinco (5) días.	

Figura 153: Períodos reglamentarios mínimos de curado (referencia 109)

e) Recubrimientos mínimos

El adecuado recubrimiento de una estructura protege a las armaduras de la acción del medio, asegurando un PH lo suficientemente alcalino como para evitar la corrosión de las mismas. Por otro lado, ofrece una seguridad ante la acción del fuego sobre el acero. Previamente a indicar las especificaciones del CIRSOC referidas al recubrimiento, es necesario dedicar un párrafo aparte sobre las tolerancias constructivas y la correcta ubicación de las armaduras a flexión. A modo de ejemplo, consideremos un voladizo (balcón), en el que por no estar debidamente asegurada la armadura, y al ser pisada, ésta desciende perdiendo su altura útil (d). Ello conlleva a que aquello que estimamos que el balcón soportaba con un brazo interno, en realidad, lo hace con un brazo interno mucho menor y ello puede llevar a disminuir sustancialmente el coeficiente de seguridad adoptado. El CIRSOC 201/05 establece tolerancias para la colocación de las armaduras refiriéndolas a la altura útil (d).

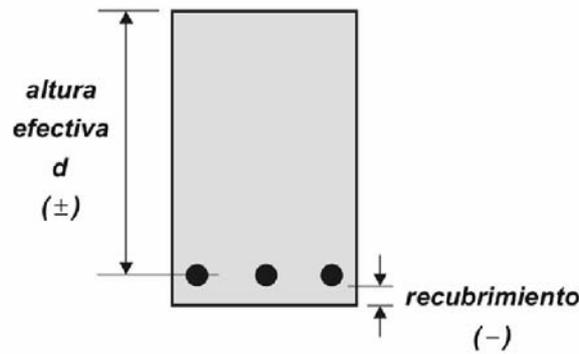


Figura 154: Convención para tolerancias en la colocación de armaduras (referencia 109)

Altura efectiva d	Tolerancia en d (*)	Tolerancia en el recubrimiento mínimo del hormigón (**)
≤ 200 mm	± 10 mm	- 10 mm
> 200 mm	± 15 mm	- 15 mm

Excepto que:

(*) La tolerancia para la distancia libre al fondo de los encofrados debe ser - 5 mm.

(**) La tolerancia para el recubrimiento no debe exceder, en menos, de 1/3 del recubrimiento mínimo de hormigón exigido en los planos o en las especificaciones de la obra.

Figura 155: Tolerancias en las dimensiones para la colocación de la armadura (referencia 109)

Los límites mínimos de separación de armaduras se establecieron, originalmente, con la finalidad de facilitar la colocación del hormigón dentro de los espacios comprendidos entre las barras entre sí y entre éstas y el encofrado, sin crear nudos ni oquedades, y evitar la concentración de barras en un mismo plano, lo que podría originar fisuras por esfuerzos de corte o por contracción. La separación de las armaduras en elementos solicitados a flexión, se expresa de la siguiente manera:

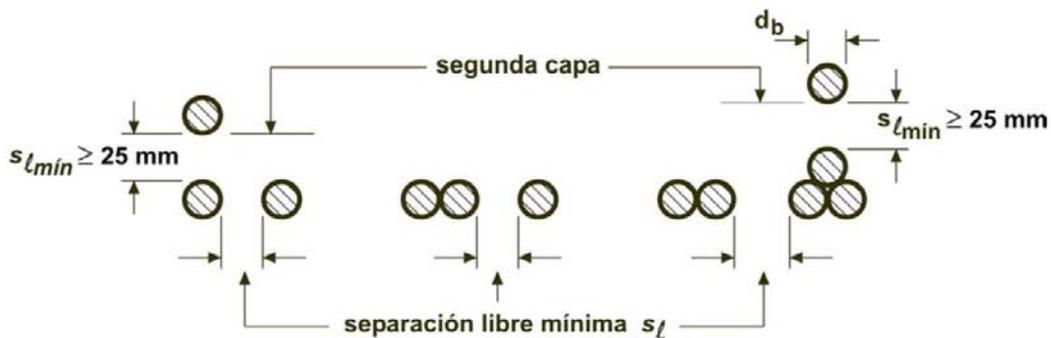


Figura 156: Separación límite de la armadura (referencia 109)

$$s_{l\ min} \begin{cases} \geq d_b \\ \geq 25\ mm \\ \geq 1,33\ \text{del tamaño máximo nominal del agregado grueso} \end{cases}$$

c) El **tamaño máximo nominal del agregado grueso** debe ser menor que:

- 1/3 del espesor en una losa, ó 1/5 de la menor dimensión lineal en cualquier otro elemento estructural.
- 3/4 de la mínima separación libre horizontal o vertical entre dos barras contiguas de armaduras, o entre grupos de barras paralelas en contacto directo que actúen como una unidad.

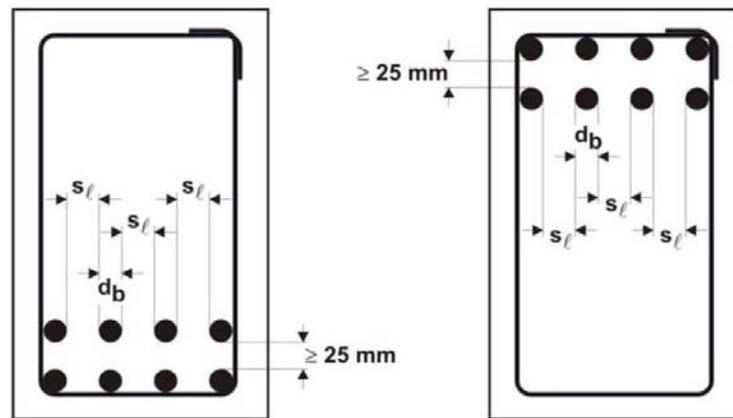


Figura 157: Separaciones de armadura a flexión (referencia 109)

Para los restantes elementos estructurales, se incorporarán las referencias en los capítulos específicos. La especificación de los recubrimientos en el CIRSOC 201/05, se realiza en función del tipo de hormigón (si es colocado en obra, prefabricado o pretensado), del tipo de elemento estructural y del grado de exposición (en contacto con el suelo, expuesto al aire, etc.). Asimismo, es necesario tener en cuenta:

- 1) Para la armadura principal, el recubrimiento debe ser mayor o igual que el diámetro de la barra o alambre adoptado.
- 2) Cuando la disposición de la armadura con respecto al encofrado dificulte el llenado de los moldes, se debe adoptar una separación igual o mayor a 1,33 veces el tamaño máximo del agregado grueso.
- 3) Si el control de ejecución no es intenso, se recomienda especificar un recubrimiento nominal mayor que el mínimo establecido.
- 4) Además de controlar el espesor de recubrimiento, es necesario, por razones de durabilidad, disponer de un hormigón compacto de baja permeabilidad.

	Condición	Recubrimiento mínimo en mm
(a)	<input type="checkbox"/> Hormigón colocado en la base de las fundaciones, en contacto con la capa de hormigón de limpieza (El recubrimiento indicado NO incluye el espesor de la capa de limpieza, indicado en el artículo 5.6.2.1.)	50
(b)	Hormigón en contacto vertical con el suelo o expuesto al aire libre	
	<input type="checkbox"/> para barras con $d_b > 16 \text{ mm}$	35
	<input type="checkbox"/> para barras y alambres con $d_b \leq 16 \text{ mm}$	30
(c)	Hormigón no expuesto al aire libre ni en contacto con el suelo:	
	Losas, tabiques, nervaduras:	
	<input type="checkbox"/> para barras con $d_b > 32 \text{ mm}$	30
	<input type="checkbox"/> para barras y alambres con $d_b \leq 32 \text{ mm}$	20
		pero $\geq d_b$
	Vigas, columnas:	
	<input type="checkbox"/> para armadura principal	d_b
		pero ≥ 20 y ≤ 40
	<input type="checkbox"/> para estribos abiertos y estribos cerrados	20
	<input type="checkbox"/> para zunchos en espiral	40
	Cáscaras y placas plegadas:	
	<input type="checkbox"/> para barras con $d_b > 16 \text{ mm}$	20
	<input type="checkbox"/> para barras y alambres con $d_b \leq 16 \text{ mm}$	15
(*)	<ul style="list-style-type: none"> • Para las clases de exposición A3, Q1 y C1 (ver Tabla 2.1.), los valores dados en esta Tabla se deben incrementar un 30 % • Para las clases de exposición CL, M1, M2, M3, C2, Q2 y Q3 (ver Tabla 2.1.), los valores dados en esta Tabla se deben incrementar un 50 %. 	

Tabla 34: Recubrimientos mínimos para clases de exposición A1 y A2 (referencia 109)

El recubrimiento puede incrementarse en 10 mm por cada 30 minutos adicionales de exposición al fuego para tabiques, columnas y vigas, y en 5 mm para losas.

Recubrimientos en estructuras hormigonadas “in situ” según CIRSOC 201/05

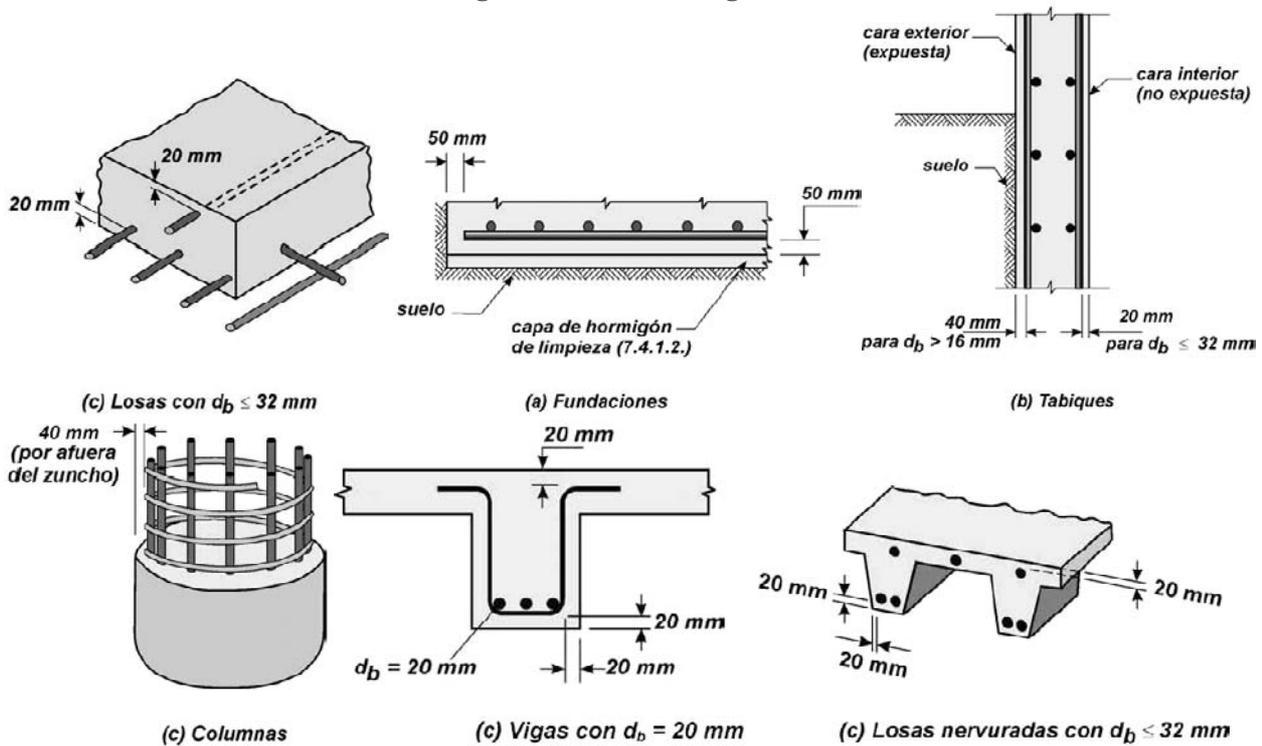


Figura 158: Recubrimientos mínimos según la estructura (referencia 109)

De acuerdo a los usos de recubrimientos de nuestro país, y a las recomendaciones del CIRSOC, las vigas pueden incluir los ejes de las barras que constituyen la armadura principal a flexión a una distancia de 40 mm desde la cara superior o inferior con el fin de garantizar tanto para las barras, como para los estribos, un recubrimiento mínimo de 20 mm.

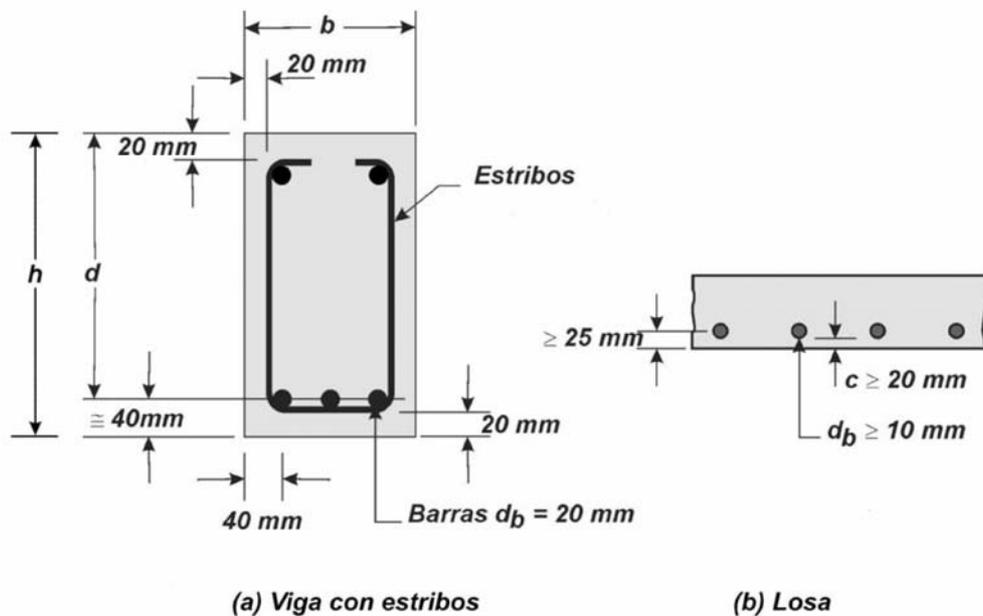


Figura 159: Ejemplo de recubrimientos en obra (referencia 109)

Los valores de los recubrimientos mínimos corresponden a las clases de exposición ambiental A1 y A2. Para las clases de exposición A3, Q1 y C1 los valores dados se deben incrementar un 30% y para las clases C2, M1 y M2 en un 50%. Al respecto, es necesario indicar, que los valores no responden a la Norma ACI 318/05, que posee mayores recubrimientos mínimos, sino una adecuación de los utilizados en nuestro país. Como comparación, se incluye la tabla adjunta del Código ACI.

Artículo 7.7.1 (ACI 318-02) Hormigón colocado en obra (no pretensado)	
Tipo de hormigón	Recubrimiento mínimo (pulgadas)
(a) Hormigón colocado contra el suelo y permanentemente en contacto con él	3
(b) Hormigón en contacto con el suelo o expuesto al aire libre: Barras N° 6 hasta N° 18 Barras N° 5, alambre W 31 ó D 31 y menores	2 1 1/2
(c) Hormigón no expuesto al aire libre ni en contacto con el suelo: Losas, tabiques, nervaduras: Barras N° 14 y N° 18 Barras N° 11 y menores Vigas, columnas: Armadura principal, estribos, estribos cerrados y zunchos Cáscaras y placas plegadas: Barras N° 6 y mayores Barras N° 5, alambres W 31 ó D 31 y menores	1 1/2 3/4 1 1/2 3/4 1/2

Tabla 35: recubrimientos especificados por el Código ACI 318/05 (referencia 109)

f) Control de deformaciones

Las deformaciones en las estructuras serán contempladas en el Capítulo 22 del presente texto.

g) Causas y control de fisuras³

Como se ha desarrollado en capítulos previos, es inevitable la existencia de fisuras en las estructuras de hormigón armado, si bien se ven originadas por una multiplicidad de causas, es posible realizar una breve reseña de las razones que las generan. Se pueden clasificar según su origen, en general como:

- I) Fisuras generadas por acciones directas (cargas).
- II) Fisuras generadas por acciones indirectas, tales como: asiento de apoyos, retracción por fragüe, fluencia lenta, cambios de temperatura.
- III) Fisuras generadas por deficiencias constructivas o producto de una dosificación inadecuada.
- IV) Errores en el diseño y detallado de armaduras (zona de nudos, etc.)

Las fisuras producto de deficiencias constructivas o dosificaciones inadecuadas que se producen a edades tempranas, son las más frecuentes y resultan difíciles de controlar por medio de armaduras. Son en general superficiales y dado que se presentan en la fase plástica del hormigón, es complejo su tratamiento analítico. A continuación se enumeran algunas causas que originan fisuras:

a) Fisuras debidas a cargas externas: no obstante serán tratadas en el próximo capítulo, es importante destacar la gravedad e incidencia en la seguridad estructural de los cuadros de fisuras aproximadamente verticales, de pequeño espesor (0,05 a 0,15 mm) que se pueden presentar en columnas solicitadas predominantemente a compresión. Si se ensaya este tipo de elementos a rotura por compresión simple, el cuadro de fisuración mencionado se presenta para cargas del orden de un 85% a un 90% de las que conducen a la falla repentina y frágil. De ocurrir ello en una columna de un nivel inferior de un edificio aporricado, puede dar origen a un colapso completo de la estructura. En caso de detectarse esta situación, deben adoptarse las medidas preventivas sin ningún tipo de demoras. Otro tipo de cuadro de fisuras que puede manifestar un peligro en columnas esbeltas y con elevadas cargas axiales de compresión, es uno compuesto

³ Se sugiere consultar el Capítulo III de la referencia 100).

por cercanas y normales a una cara de la columna próximas al centro de la altura de la misma. Esto puede ser un posible síntoma de peligro de pandeo del elemento.

b) Fisuras originadas por sobrecargas no previstas durante la etapa constructiva: pueden presentarse cargas muy severas en la etapa constructiva asociadas con edades tempranas en el hormigón que aún no llega a la resistencia de diseño. Por ejemplo, el acopio de materiales sobre losas recientemente hormigonadas, apuntalamiento de niveles superiores en los inferiores, etc.

c) Fisuras por desplazamiento de encofrados: suelen ocurrir poco después del hormigonado, por un movimiento o ajuste del encofrado, por el que el hormigón de corta edad, no puede absorber las tracciones que eventualmente se generan, y las armaduras prácticamente no colaboran dada las reducidas tensiones de adherencia que se generan en la interfase.

d) Fisuras por retracción plástica: se producen cuando existe una pérdida de humedad rápida e intensa, que puede ser provocada por una combinación de factores tales como la baja humedad ambiente y los fuertes vientos, condiciones frecuentes de presentarse en nuestra región patagónica. Se pueden producir elevados niveles de evaporación y de generarse una pérdida de humedad en la superficie expuesta del hormigón mayor a la reemplazable por el agua de exudación que asciende, se generará en dicha superficie un fenómeno de contracción, el que resulta parcialmente restringido por el hormigón bajo la capa superficial. Se da origen entonces, a tensiones de tracción que el hormigón joven no puede absorber. Se producen, en general, entre la primera hora a las seis horas de colado el hormigón. Son fisuras superficiales de escasa importancia en la seguridad estructural, muy frecuente en losas.

e) Fisuras por restricción a las deformaciones: son motivadas, por ejemplo, por contracción de fragüe o por cambios de temperatura en la pieza de hormigón armado. Con respecto a la contracción de fragüe, influye la humedad relativa, la temperatura ambiente, la relación agua/cemento, la clase de cemento utilizado, la naturaleza de los agregados, la armadura incorporada al elemento y, entre otras variables, la superficie expuesta al desecamiento. Se generan principalmente entre los veinte días y el primer año de vida de la pieza.

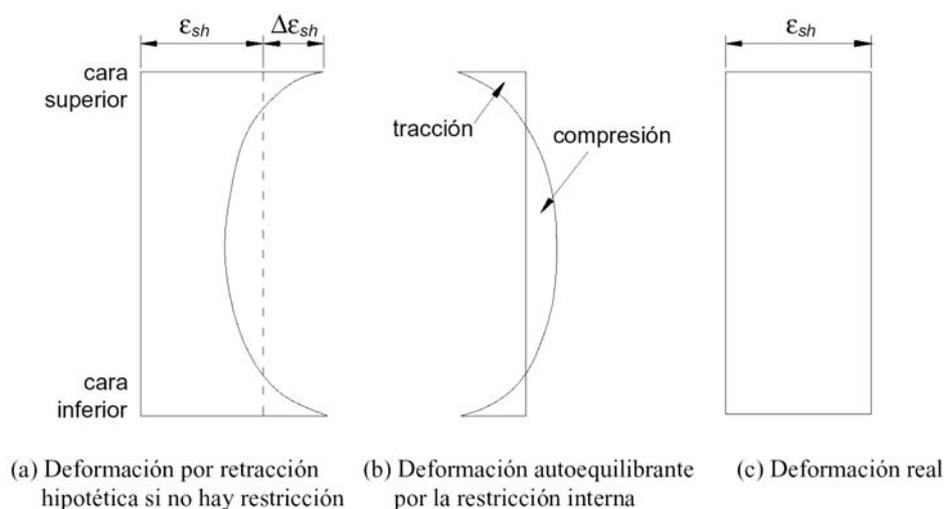


Figura 160: Fisuración generada por restricción a las deformaciones (referencia 36)

De no disponer una armadura suficiente en cantidad y distribución, se puede producir la plastificación de la misma, generándose pocas fisuras de gran espesor, situación que se presenta con cierta frecuencia en elementos sometidos a deformaciones impuestas, como por ejemplo en muros.

f) Fisuras debidas a reacciones químicas dentro del hormigón endurecido: si bien su tratamiento excede el alcance del presente texto, en el caso de expansiones, generan cuadros de fisuras que se cruzan a 90° sin una dirección predominante.

g) Fisuras por corrosión: se originan por el incremento de volumen de las barras producido por el proceso de oxidación, que genera presiones internas en el hormigón hasta provocar fisuras paralelas a las armaduras (Figura 152), el aumento del volumen del material afectado es del orden de siete veces su volumen inicial. Respecto de este fenómeno, podemos indicar como factores que inciden en el riesgo potencial de que la corrosión se produzca, a los siguientes:

- La humedad relativa, pues a mayor humedad relativa, más se favorece el proceso.

- El grado de saturación de agua en el hormigón, dado que bajo un estado permanente de saturación, no se aporta oxígeno al acero y no se produce corrosión. Por otra parte, la variación de los ciclos de saturación y pérdida de humedad, incrementan el riesgo potencial de corrosión.

- Las fisuras generadas por el proceso de corrosión posibilitan el ingreso de oxígeno, humedad y eventualmente de sustancias agresivas (como cloruros) a la zona aledaña a las armaduras, lo que acelera e incrementa el problema. Al vincularse en forma horizontal a nivel de una capa de armaduras dichas fisuras, se puede producir el descascamiento de la zona de recubrimiento del hormigón.

Cabe señalar que la fisuración debida a sobrecargas de corta duración no aumentará el riesgo de corrosión, dado que al desaparecer dichas sobrecargas, las fisuras disminuyen de espesor o bien se cierran. Respecto del control de la fisuración en las estructuras, se tratarán los lineamientos establecidos en el Capítulo 15.

En relación al proceso de corrosión por carbonatación, que puede afectar significativamente la vida útil de las estructuras de hormigón, realizaremos un breve comentario, a fin de ampliar estos conceptos se sugiere la lectura de las referencias N° 20), 101) y 91).

La protección que brinda el hormigón al acero incorporado en su masa se debe a que los poros existentes con distribución aleatoria en la misma, contienen una solución acuosa saturada de hidróxido de calcio con un valor de PH generalmente superior a 12. Bajo tal situación, la armadura se encuentra protegida de la corrosión.

Debido a la naturaleza porosa del hormigón hidratado y a la inevitable existencia de fisuras, ingresa aire exterior que contiene anhídrido carbónico que se combina con el hidróxido de calcio, formándose carbonato de calcio y disminuyendo el PH a valores por debajo de 9, por lo cual desaparece la protección (pasivación del acero) y se posibilita el proceso de corrosión de las armaduras.

El tiempo requerido para que el proceso de carbonatación llegue a nivel de la armadura dependerá del espesor del recubrimiento y asimismo la calidad del hormigón, una baja relación agua/cemento y una buena compactación limitan la carbonatación. Un parámetro decisivo es la permeabilidad del hormigón endurecido. La máxima carbonatación se produce para una humedad relativa del aire del orden del 60%. Un curado deficiente no afecta tanto a la resistencia a compresión del hormigón como sí lo hace sobre la resistencia a tracción, incrementa la velocidad de carbonatación del hormigón y facilita el posible proceso de corrosión del acero.

El proceso de carbonatación genera una superficie exterior de hormigón que avanza lentamente hacia el interior de la masa con una dureza superficial mayor a la del mismo hormigón interno no alterado. Esto conduce en general a errores al evaluar la resistencia de un hormigón viejo mediante esclerómetros que brindan resultados del lado de la inseguridad.

h) Cuadros de fisuras producidas por asentamientos del terreno de apoyo de la fundación: se observa en estructuras aporricadas, en donde el descenso diferencial de una columna respecto de sus aledañas conduce a una reducción de la carga que soporta. El incremento de carga consecuente sobre las columnas más cercanas

puede generar la falla de alguna de ellas. En estos casos se observan fisuras en las caras inferiores de las vigas concurrentes al nudo de la columna que sufre el descenso diferencial.

i) Fisuras originadas por errores de diseño o falta de detallado de armaduras

Pueden originarse por una multiplicidad de causas, a modo de ejemplo, se mencionarán algunos casos típicos:

- Fisuras en ménsulas (Capítulo 19), en donde se desprende el borde de apoyo.
- Fisuras en voladizos por descenso de la armadura (por inadecuado atado de las mismas) durante el proceso de hormigonado.
- Fisuras convergentes de flexión en el alma de vigas con alturas mayores a 60 cm (Capítulo 15).
- Fisuras en zonas de ganchos de la armadura por una alta concentración de esfuerzos y falta de armadura adecuada de confinamiento.
- Fisuras por deficiencias de anclaje de armaduras, que en general originan fisuras paralelas a las barras traccionadas. Desde el punto de vista de la durabilidad son altamente perjudiciales porque exponen la armadura en gran parte de su longitud al medioambiente o agentes agresivos, entre otros.

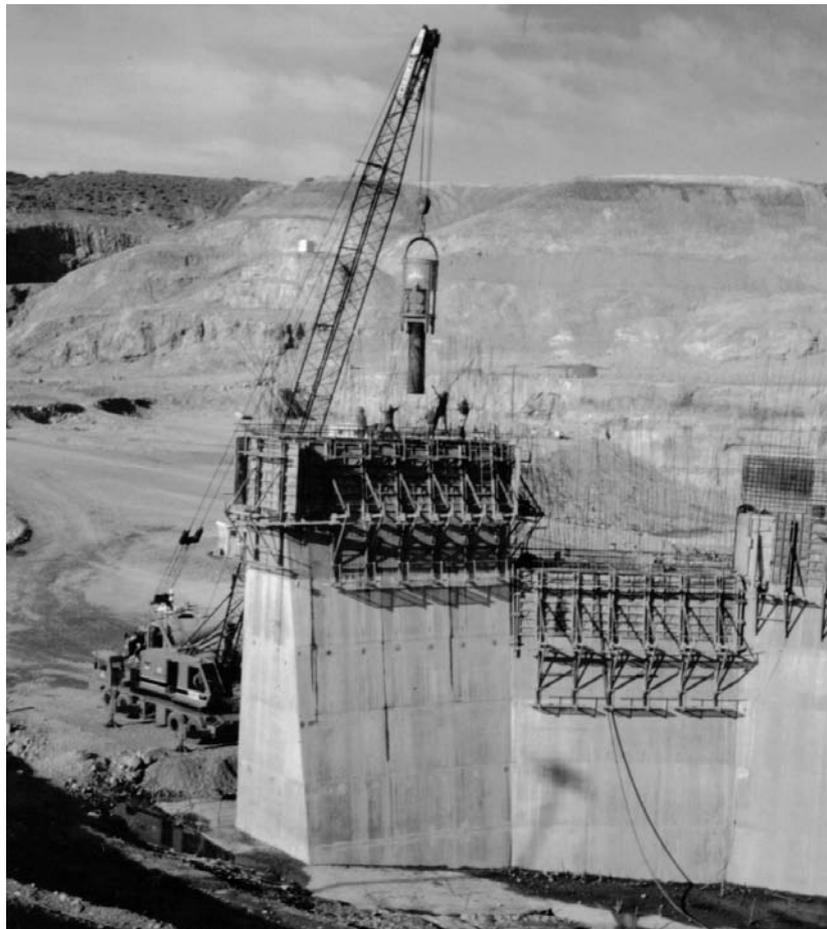


Figura 161: Hormigonado con balde de muro a partir de hormigón masivo

Capítulo 15

Control de la fisuración

Teoría clásica de fisuración

Consideremos una pieza prismática solicitada a tracción simple aplicando la carga en forma creciente para un valor dado. Debido a la natural heterogeneidad del hormigón, se producirá la primera fisura en una determinada sección y en correspondencia con ella, ocurrirá un deslizamiento relativo entre el acero y el hormigón circundante. La armadura sufre un aumento repentino de tensión y una elongación asociada a la que se oponen las tensiones de adherencia a ambos lados de la fisura. En la sección fisurada, el hormigón estaría libre de tensiones de tracción y la carga sería tomada totalmente por la armadura. A partir de la fisura, la distribución de tensiones en el acero y el hormigón es función de las tensiones de adherencia presentes y su variación.

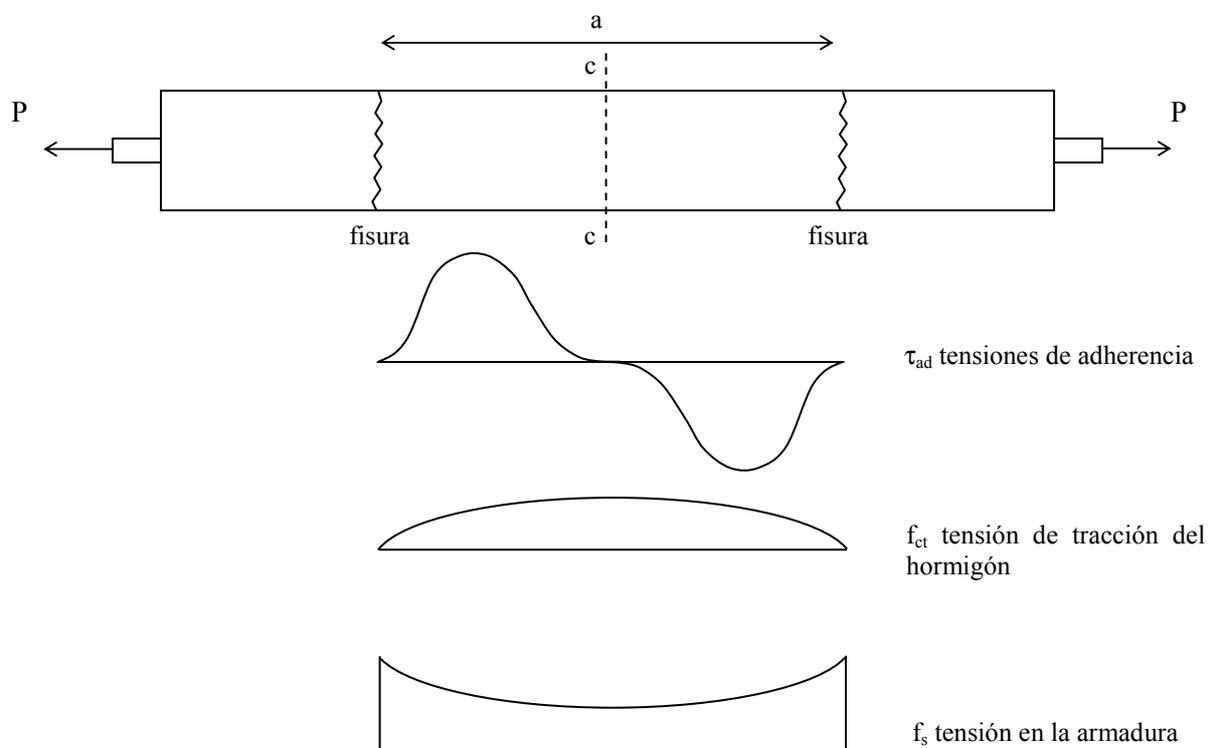


Figura 162: Pieza prismática sometida a tracción simple

Al incrementar las cargas se formarán nuevas fisuras entre las ya existentes al superarse la resistencia a tracción en dichas secciones.

Se define a la sección efectiva de hormigón a tracción (A_{cf}) como aquella cobaricéntrica con el área de armaduras. En realidad, este criterio es sólo una aproximación dado que la distribución tensional en la sección presenta variaciones importantes respecto de su valor medio.

Si llamamos "a" a la distancia entre dos fisuras consecutivas, su distancia mínima " a_{min} " se alcanza cuando no es posible transmitir por adherencia de la armadura al hormigón, un esfuerzo suficiente como para

originar una nueva fisura entre las ya existentes. Por lo tanto, para formarse una fisura en una sección interior como la c-c, el valor de la fuerza a transmitir del acero al hormigón debe ser:

$$P_f = A_{cf} \cdot f_{ct} \quad (I)$$

con f_{ct} la resistencia a tracción simple del hormigón.

Por su parte la tensión transmitida por adherencia, asumiendo un valor constante de τ_m en la distancia a_{\min} , será de:

$$a_{\min} \cdot \tau_m \cdot \Sigma p \quad (II)$$

con:

Σp = suma de los perímetros de las barras de armaduras.

τ_m = tensión media de adherencia.

A_{cf} = sección efectiva del hormigón a tracción.

a_{\min} = mínima distancia teórica entre dos fisuras consecutivas.

Igualando (I) y (II), tenemos:

$$a_{\min} = \frac{A_{cf} \cdot f_{ct}}{\tau_m \cdot \Sigma p} \quad (III)$$

La distancia entre la fisuras es "a", por lo que es factible la formación de una nueva fisura en un punto intermedio si $a \geq 2 \cdot a_{\min}$. En función de las simplificaciones adoptadas, la dispersión que se obtiene en los ensayos es importante con distancias variables entre 0,67 y 1,33 veces a_{\min} .

De contar la pieza con barras de igual diámetro, con d_b el diámetro de las mismas, se puede plantear la ecuación (III) de la forma:

$$a_{\max} = 2 \cdot a_{\min} = \frac{f_{ct} \cdot d_b}{2 \cdot \tau_m \cdot \rho_e} \quad (IV)$$

con:

$$\rho_e = \frac{A_s}{A_{cf}}$$

$$\Sigma p = \frac{4 \cdot A_s}{d_b}$$

A_s = sección de armadura total en la sección

El ancho probable de la fisura puede estimarse como la diferencia entre la elongación media del acero entre dos fisuras y la elongación media del hormigón a tracción.

$$w_{\max} = \int_{-a_{\max}/2}^{+a_{\max}/2} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}^+) dx$$

Es razonable ignorar este último término (ϵ_{cm}^+), con lo cual dicho valor se puede estimar como:

$$w_{\max} = a_{\max} \cdot \frac{f_s}{E_s} \quad (V)$$

f_s = valor medio de la tensión en la armadura.

ϵ_{cm}^+ = elongación media de hormigón a tracción.

Reemplazando el valor de $w_{m\acute{a}x}$ de la ecuación (IV) en (V), se obtiene:

$$w_{m\acute{a}x} = \frac{f_{ct} \cdot d_b}{2 \cdot \tau_m \cdot \rho_e} \cdot \frac{f_s}{E_s} \quad (\text{VI})$$

$w_{m\acute{a}x}$ = espesor máximo de fisura.

Si definimos un coeficiente K_1 que comprenda el cociente f_{ct}/τ_m , que puede ser constante para cada tipo de acero, tenemos:

$$K_1 = 2 \cdot \left(\frac{\tau_m}{f_{ct}} \right) \cdot E_s$$

$$w_{m\acute{a}x} = \frac{d_b}{\rho_e} \cdot \frac{f_s}{K_1} \quad (\text{VII})$$

La expresión (VII) es la ecuación básica para estimar el ancho máximo de fisuras según la teoría clásica. Al alcanzar el cuadro de fisuras estabilizado e incrementar la carga aplicada, no se forman nuevas fisuras, pero las existentes aumentan de espesor en función de la tensión creciente en la armadura. La teoría planteada por Hognestad parte de simplificaciones tales como que el esfuerzo de tracción en el hormigón en la sección en estudio es uniforme y asimismo supone que el espesor de la fisura es constante desde la superficie del elemento hasta el contacto con la armadura.

Como variables se observa con incidencia directa al diámetro de barras (d_b), a la tensión de trabajo de las mismas (f_s) y el área eficaz de hormigón traccionado expresado como cuantía eficaz (ρ_e). Para aplicar la ecuación (VII) a vigas, debe definirse previamente y apropiadamente el área eficaz del hormigón traccionado (A_{ct}). De los ensayos realizados surge la necesidad de reducir el efecto de las variables d_b y ρ_e y de incorporar como parámetros la separación entre barras longitudinales (s) y el valor del recubrimiento (c_c) adoptado.

Importancia del estudio de la fisuración

El control de la fisuración es una condición importante a fin de lograr que la estructura cumpla adecuadamente su fin durante toda la vida útil prevista, y dado que bajo las pautas de diseño establecidas en el CIRSOC 201/05, el coeficiente de seguridad para roturas dúctiles se reduce respecto del anterior Reglamento CIRSOC 201/82, dicha verificación se vuelve más relevante aún. Dada la limitada capacidad de deformación del hormigón a tracción, la misma puede eventualmente agotarse aún antes de la puesta en carga de la estructura, por ejemplo, por las tensiones producidas por la contracción de fragüe o por variaciones de temperatura. Es inevitable, por lo tanto, la presencia de fisuras en las estructuras de hormigón correctamente diseñadas. Existen diversos motivos para limitar la fisuración, por ejemplo, para tanques de agua, a fin de lograr una adecuada impermeabilidad se requiere limitar el ancho de fisuras para mejorar la situación de diseño, y para una determinada sección de acero, es preferible seleccionar barras de menor diámetro con menor separación. Otra simple opción sería aumentar la cuantía de armadura por sobre la requerida a fin de disminuir su tensión de trabajo. Si la estructura fuera de hormigón visto, probablemente el factor de mayor incidencia resultaría el estético, y a fin de limitar el espesor de fisuras en la superficie, sería conveniente ubicar la armadura con recubrimientos mínimos. En tanto que si la estructura se encontrara expuesta a ambientes agresivos, a fin de controlar la corrosión, se requeriría de hormigones de buena calidad, con bajas relaciones agua/cemento, y una buena ejecución, esto es, correcta compactación, adecuado curado y mayores recubrimientos. El AASHTO LRFD 2004 establece que “la relación entre el ancho superficial de las fisuras y la corrosión no parece ser significativa. Colocando un recubrimiento adicional o de mayor espesor sobre las armaduras se obtendrán fisuras de mayor ancho superficial. Estas fisuras más abiertas no perjudican la protección contra la corrosión de las armaduras”.

Existe el factor psicológico, es decir, la inquietud que provoca en el usuario la presencia de fisuras, a las que asocia a un posible fallo. Según la referencia 100), las personas pueden distinguir fisuras de un ancho en décimas de milímetros igual a la distancia del punto de observación a la fisura en metros. Al respecto, según algunos investigadores como Padilla y Robles, en general, anchos de fisuras inferiores a 0,30 mm no generan la preocupación de los usuarios.

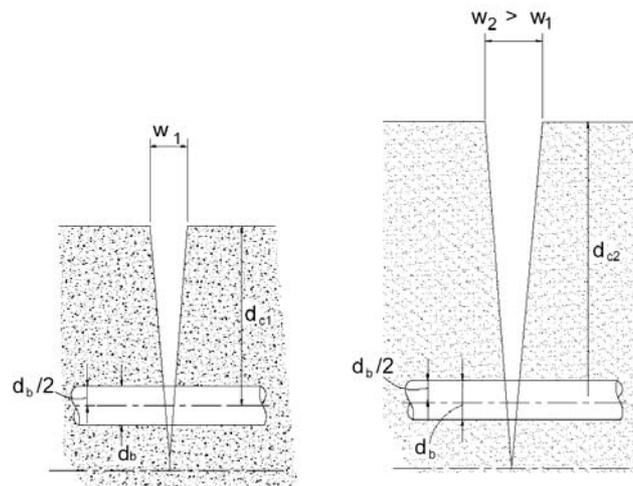


Figura 163: Anchos de las fisuras para recubrimientos de distintos espesores (referencia 97)

Control de la fisuración en vigas y losas unidireccionales según CIRSOC 201/05

Debido a la cantidad de variables que intervienen en el proceso de fisuración y a la complejidad del problema, el criterio del CIRSOC 201/05, consiste en intentar controlar la fisuración superficial a un valor que resulte aceptable en la práctica. No pretende, por lo tanto, predecir el ancho de las fisuras en un determinado elemento. El control de fisuración está pensado básicamente para estructuras de edificios, por lo que para otros casos, como recipientes para contención de líquidos, puentes, estructuras industriales en medios agresivos, etc., se debería proceder a la consulta de bibliografía especializada.¹ El criterio adoptado por el CIRSOC 201/05, se fundamenta en establecer una separación máxima de la armadura traccionada en mm (s), en función del recubrimiento (c_c) y la tracción del acero bajo cargas de servicio (f_s). Las expresiones utilizadas en el ACI 318/05 han reemplazado a los requisitos para el factor z que se establecían en la edición 1995 del Código ACI 318. La separación máxima de las barras en vigas y losas armadas en una dirección, se establece ahora en forma directa. El ancho de las fisuras en las estructuras es muy variable. En las ediciones anteriores del ACI 318 se establecían disposiciones para la distribución de las armaduras, basadas en expresiones empíricas en las que se utilizaba un ancho de fisura calculado de 0,4 mm. Las nuevas disposiciones para la separación intentan controlar la fisuración superficial a un ancho que, en forma general, sea aceptable en la práctica, pero que puede variar dentro de una estructura dada. Las mismas son:

$$s \leq \begin{cases} 380 \cdot \frac{280}{f_s} - 2,5 \cdot c_c \\ 300 \cdot \frac{280}{f_s} \end{cases}$$

con:

f_s = tensión en la armadura en estado II bajo cargas de servicio, en correspondencia con la fisura (MPa).

c_c = recubrimiento libre de la barra más cercana a la superficie (mm).

s = separación máxima de la armadura traccionada (mm).

Al respecto, el valor de f_s sugerido por el CIRSOC 201/05 es de $2/3 f_y = f_y / 1,5$, lo cual se deduce de la expresión:

$$f_s = \frac{f_y}{\gamma} \quad \gamma = \frac{1,20 \cdot D + 1,60L}{0,90} \cong 1,50$$

con $D = 0,60$ y $L = 0,40$, valores medios usuales en edificios, ya que el 60% de las cargas serían derivadas de las cargas permanentes. Para un acero ADN 420/500, $f_s = 420 \text{ MPa} / 1,5 = 280 \text{ MPa}$.

Las especificaciones dadas en el artículo 10.6.4. del CIRSOC 201/05 no se consideran suficientes para aquellas estructuras que estén expuestas a medios muy agresivos, o cuando se diseñen para ser impermeables, razón por la cual se deberán adoptar medidas especiales cuando se presenten esos casos. A continuación se presenta un ejemplo con este enfoque.

¹ "Recomendaciones del ACI Committe 350R-01"

Ejemplo 28) Verificación de las condiciones de fisuración para una viga según CIRSOC 201/05

Consideremos una viga sometida a un momento flector bajo cargas de servicio $M_s = 14 \text{ tnm}$, con una sección como la indicada en la Figura 164, a la cual deseamos verificar a fisuración según CIRSOC 201/05.

Hormigón H-20 $f'_c = 20 \text{ MPa}$
 Acero ADN 42 $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $A_s = 2 \phi 25 \text{ mm}$
 $c_c = 30 \text{ mm}$

Cálculo del valor de tensiones de servicio en el acero

Según los conceptos desarrollados en el Capítulo 7, es posible determinar la profundidad del eje neutro de la pieza en Estado II con la siguiente ecuación:

$$\frac{b_w \cdot c^2}{2} + n \cdot A_s \cdot c - n \cdot A_s \cdot d = 0$$

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

$$E_c = 4700 \cdot \sqrt{f'_c} = 21019 \text{ MPa}$$

$$n = E_s / E_c = 9,51$$

$$A_{s \text{ exist.}} = 9,85 \text{ cm}^2$$

$$d = 55 \text{ cm}$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, se obtiene $n = 13,88 \text{ cm}$. El momento de inercia de la sección fisurada en Estado II tiene la ecuación a la que se arriba en el Capítulo 22:

$$I_{cr} = \frac{b \cdot (kd)^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - kd)^2$$

donde $k \cdot d = c$. Reemplazando los valores obtenidos, se llega a:

$$I_{cr} = \frac{b \cdot c^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - c)^2 = \frac{40 \text{ cm} \cdot (13,88 \text{ cm})^3}{3} + 9,51 \cdot 9,85 \text{ cm}^2 \cdot (55 \text{ cm} - 13,88 \text{ cm})^2 = 194042 \text{ cm}^4$$

Por ende, podemos calcular la tensión de servicio f_s de la forma:

$$f_s = \frac{M_s}{I_{cr}} \cdot n \cdot (d - c) = \frac{1400000 \text{ kgcm}}{194042 \text{ cm}^4} \cdot 9,51 \cdot (55 \text{ cm} - 13,88 \text{ cm}) = 2821 \text{ kg/cm}^2 = 282 \text{ MPa}$$

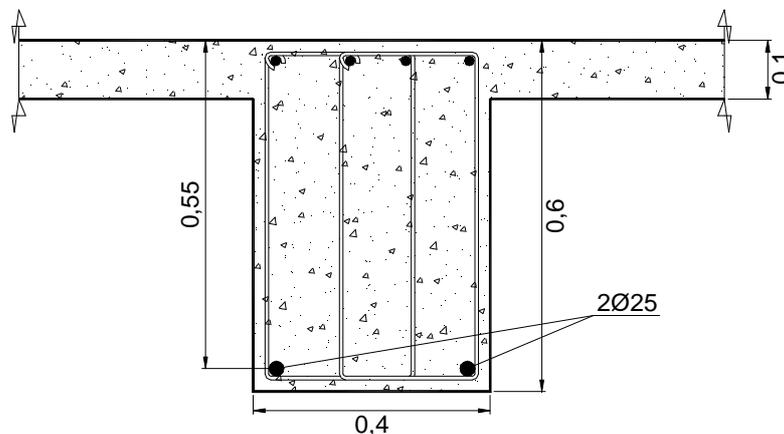


Figura 164: Sección de la viga del Ejemplo 28

Cálculo del valor aproximado de tensiones de servicio en el acero

Se calculará el valor aproximado de f_s según el CIRSOC 201/05 para compararlo con el cálculo anterior.

$$f_s = \frac{f_y}{1,50} = 280 \text{ MPa}$$

$$s \leq \begin{cases} 380 \cdot \frac{280}{f_s} - 2,5 \cdot c_c = 380 \cdot \frac{280}{280} - 2,5 \cdot 30 \text{ mm} = 305 \text{ mm} \\ 300 \cdot \frac{280}{280} = 300 \text{ mm} \end{cases}$$

$$s_{\text{existente}} = 400 - 2 \cdot c_c - \phi = 315 \text{ mm} > s_{\text{máx}}$$

Por lo tanto, la viga no verifica la condición de fisuración según CIRSOC 201/05. Es posible mejorar el diseño cambiando las barras de armadura dispuestas para cubrir la sección de acero necesaria. Por ejemplo, adoptamos $2\phi 20\text{mm} + 2\phi 16\text{mm}$, lo que lleva a cubrir una sección de $10,30\text{ cm}^2$.

$$\frac{b_w \cdot c^2}{2} + n \cdot A_s \cdot c - n \cdot A_s \cdot d = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, se obtiene $n = 14,15\text{ cm}$.

$$I_{cr} = \frac{b \cdot c^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - c)^2 = \frac{40\text{cm} \cdot (14,15\text{cm})^3}{3} + 9,51 \cdot 10,3\text{cm}^2 \cdot (55\text{cm} - 14,15\text{cm})^2 = 201232\text{cm}^4$$

$$f_s = \frac{M_s}{I_{cr}} \cdot n \cdot (d - c) = \frac{1400000\text{kgcm}}{201232\text{cm}^4} \cdot 9,51 \cdot (55\text{cm} - 14,15\text{cm}) = 270\text{MPa}$$

$$s \leq \begin{cases} 380 \cdot \frac{280}{f_s} - 2,5 \cdot c_c = 380 \cdot \frac{280}{270} - 2,5 \cdot 30\text{mm} = 469\text{mm} \\ 300 \cdot \frac{280}{270} = 311\text{mm} \end{cases}$$

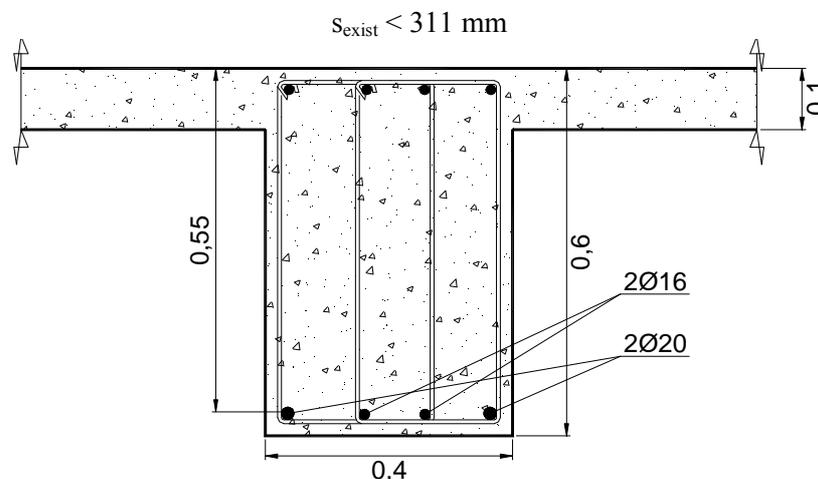


Figura 165: Sección anterior de la viga con la armadura modificada

Ejemplo 29) Verificación a fisuración de una losa armada en una dirección según CIRSOC 201/05

Verificar las condiciones de fisuración para una losa armada en una dirección cuyo recubrimiento es de 20 mm y posee las siguientes características:

Materiales

Hormigón H-25 $f'_c = 25\text{ MPa}$

Acero ADN 42/50 $f_y = 420\text{ MPa}$

$h = 9\text{ cm}$

Armadura: $1\phi 12\text{ c}/12\text{ cm}$

f_s (tensión de servicio) = $f_y / 1,50 = 280\text{ MPa}$

$$s \leq \begin{cases} 380 \cdot \frac{280}{f_s} - 2,5 \cdot c_c = 380 \cdot \frac{280}{280} - 2,5 \cdot 20\text{mm} = 330\text{mm} \\ 300 \cdot \frac{280}{280} = 300\text{mm} \end{cases}$$

Como la separación adoptada es menor a $s_{\text{máx}}$, verifica. En losas armadas en una dirección, se debe colocar armadura en dirección perpendicular a la principal para absorber los esfuerzos originados por la contracción y temperatura (Art. 7.12) La cuantía mínima a colocar es $\rho_{t\text{min}} = 0,0018$ para $f_y \leq 420\text{ MPa}$.

$$s \leq \begin{cases} 3h = 270\text{mm} \\ 300\text{mm} \end{cases}$$

$A_s = \rho_{t\text{min}} \cdot b \cdot h = 1,62\text{ cm}^2/\text{m}$, con $\rho_{t\text{min}} = A_s / (b \cdot h)$ (cuantía total).

$A_s = \phi 6\text{ c}/15\text{ cm}$ ($1,88\text{ cm}^2/\text{m}$)

Expresión de Gergely-Lutz para la verificación de fisuras

A modo de comparación se calculará el ancho de fisuras característico previsible para la viga del ejemplo anterior según la expresión de Gergely-Lutz (1968), obtenida como la regresión de una serie numerosa de ensayos. La expresión figura en numerosos documentos del American Concrete Institute:

$$w_k = \frac{1}{90000} \cdot \beta \cdot f_s \cdot \sqrt[3]{d_c \cdot A}$$

w_k = ancho máximo de fisura más probable en la superficie del elemento (mm).

f_s = tensión de armaduras en Estado II (MPa).

d_c = distancia desde la superficie de hormigón hasta el centro de la barra más próxima (mm).

A = área de hormigón cobaricéntrica con la armadura dividida el número de barras (mm²).

β = coeficiente que tiene en cuenta el aumento de la abertura de la fisura entre el nivel de la armadura y la superficie de hormigón². Su valor se puede aproximar a 1,2 para vigas y 1,35 para losas de fundación.

$$\beta = \frac{h_2}{h_1}$$

con:

h_1 = distancia del eje neutro al baricentro de la armadura

h_2 = distancia del eje neutro a la cara traccionada de la pieza

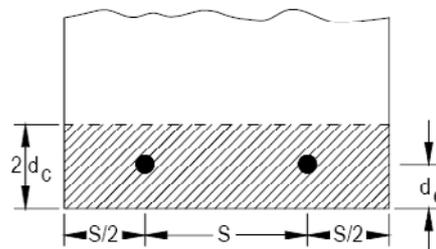


Figura 166: Parámetros geométricos para el cálculo del ancho de las fisuras (referencia 3)

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 30) Cálculo del ancho de fisura máximo probable para la viga del Ejemplo 28 con la expresión de Gergely-Lutz

a) Situación inicial

$$A_s = 2 \phi 25\text{mm}$$

$$\beta = 1,20$$

$$f_s = 280 \text{ MPa}$$

$$d_c = 4,25 \text{ cm} = 42,50 \text{ mm}$$

$$A = \frac{2 \cdot d_c \cdot b}{n^\circ \text{ barras}} = \frac{400\text{mm} \cdot 2 \cdot 42,50\text{mm}}{2} = 17000\text{mm}^2$$

$$w_k = \frac{1}{90000} \cdot \beta \cdot f_s \cdot \sqrt[3]{d_c \cdot A} = \frac{1}{90000} \cdot 1,20 \cdot 280\text{MPa} \cdot \sqrt[3]{42,50\text{mm} \cdot 17000\text{mm}^2} = 0,33\text{mm}$$

b) Situación final

$$A_s = 2\phi 20\text{mm} + 2\phi 16\text{mm}$$

$$\beta = 1,20$$

$$f_s = 270 \text{ MPa}$$

$$d_c = 4 \text{ cm} = 40 \text{ mm}$$

$$A = \frac{2 \cdot d_c \cdot b}{n^\circ \text{ barras}} = \frac{400\text{mm} \cdot 2 \cdot 40\text{mm}}{4} = 8000\text{mm}^2$$

$$w_k = \frac{1}{90000} \cdot \beta \cdot f_s \cdot \sqrt[3]{d_c \cdot A} = \frac{1}{90000} \cdot 1,20 \cdot 270\text{MPa} \cdot \sqrt[3]{40\text{mm} \cdot 8000\text{mm}^2} = 0,25\text{mm}$$

² En el Capítulo 7 se plantea la determinación de la profundidad del eje neutro en Estado II, y por tanto del factor β .

Guía para anchos de fisura razonables según ACI 224R-01 "Control of cracking in concrete structures"

A los efectos de comparar el valor máximo probable calculado según la expresión anterior, el ACI 224R-01 publica la siguiente guía de anchos de fisura razonables; es de esperar que una parte de las fisuras de la estructura superarán estos valores. Con el tiempo, el porcentaje de fisuras que superan estos valores puede ser significativo. Estos son lineamientos generales para el diseño, que se deben utilizar juntamente con un sólido juicio profesional.

Condición de exposición	Ancho tolerable de la fisura (mm)
Aire seco o membrana protectora	0,41
Humedad, aire húmedo, suelo	0,30
Químicos para deshielo	0,18
Agua de mar y rocío de agua de mar: humedecimiento y secado	0,15
Estructuras de contención de agua, se excluyen ductos sin presión	0,10

Tabla 36: Espesores tolerables de fisura según ACI 224 (referencia 3)

Enfoques sobre el control de la fisuración de otros códigos y reglamentos

En general, las distintas normativas coinciden en identificar como una variable fundamental en lo referente al control en la fisuración a la tensión en la armadura. Los criterios más simplificados incorporan a la mencionada tensión bajo cargas de servicio³, así como diámetros máximos de barras y separaciones máximas entre las mismas. A modo de ejemplo, se transcribe la tabla indicada según el Eurocódigo EC-2, confeccionada para losas sometidas a flexión con esfuerzos de tracción despreciables.

Tensión del acero (MPa)	Tamaño máximo de la barra (mm)		
	$w_k=0,4\text{mm}$	$w_k=0,3\text{mm}$	$w_k=0,2\text{mm}$
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

Tensión del acero (MPa)	Máxima separación de barras (mm)		
	$w_k=0,4\text{mm}$	$w_k=0,3\text{mm}$	$w_k=0,2\text{mm}$
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	50	100	-
360	100	50	-

Tabla 37: Diámetros máximos de barras y separaciones para el control de fisuración (referencia 69)

Otro enfoque posible es el analítico, estableciendo anchos de fisuras característicos (w_k) que no superen valores máximos prefijados como admisibles, los que dependerán del tipo de estructura y de las condiciones del medio ambiente. Para determinar el ancho de fisura característico (w_k) para una estructura dada, se adoptan modelos simplificados que intentan representar el mecanismo de formación de fisuras.

³ Una forma aproximada de calcular f_s es a partir de $f_s = M/(z.A_s)$, con $z \cong 0,88 d$.

Criterio de la Norma Española EHE 2008

El criterio de la Norma Española se basa en la solución planteada originalmente por Favre (referencia 110), que fue desarrollada para un elemento tipo tirante pero que puede ampliarse y cubrir el caso de flexión con resultados aceptables. Se respetará para el planteo la nomenclatura de la EHE.

Dado un elemento sometido a tracción simple, con armadura simétrica, en la medida que las cargas aumenten, en algunas secciones se llegará a agotar la capacidad de tomar tracciones del hormigón y las mismas se fisurarán. En las secciones fisuradas, toda la carga será tomada por la armadura, a partir de la sección fisurada, el hormigón, por adherencia irá absorbiendo la carga y reduciendo la tensión en la armadura, y por lo tanto, su alargamiento. El resto de la pieza se encontrará en Estado I. Al aumentar levemente las cargas, el proceso se repetirá y se formarán nuevas fisuras. Se considera que se ha estabilizado el proceso de fisuración, cuando un aumento de cargas no origine la formación de nuevas fisuras; en tal caso, sí ocurrirá que las fisuras existentes aumentan de ancho. A fin de poder estimar el ancho de fisura característico (w_k), se necesita conocer el alargamiento medio del acero (ϵ_{sm}), la separación media entre fisuras (s_m) y el valor del coeficiente (β) que relaciona la abertura media de fisura con el valor característico y vale 1,3 para fisuración producida por acciones indirectas solamente y 1,7 para el resto de los casos. El valor característico w_k se corresponde con un valor característico del 95%, es decir, tendrá una probabilidad de ser superada del 5%.

$$w_k = \beta \cdot s_m \cdot \epsilon_{sm} \leq w_{m\acute{a}x} \quad (I)$$

Determinaremos entonces en primera instancia, el alargamiento medio del acero (ϵ_{sm}), que puede ser estimado con la expresión:

$$\epsilon_{sm} = \frac{f_s}{E_s} \left[1 - k_2 \left(\frac{f_{sr}}{f_s} \right)^2 \right] \geq 0,40 \cdot \frac{f_s}{E_s} \quad (II)$$

con:

ϵ_{sm} = alargamiento medio de las armaduras, teniendo en cuenta la colaboración del hormigón entre fisuras.

f_s = tensión de la armadura para el estado de cargas en el que se verifica la fisuración en Estado II.

f_{sr} = tensión de la armadura en Estado II, para el nivel de carga que produce la fisura.

f_r = resistencia a tracción del hormigón por flexión.

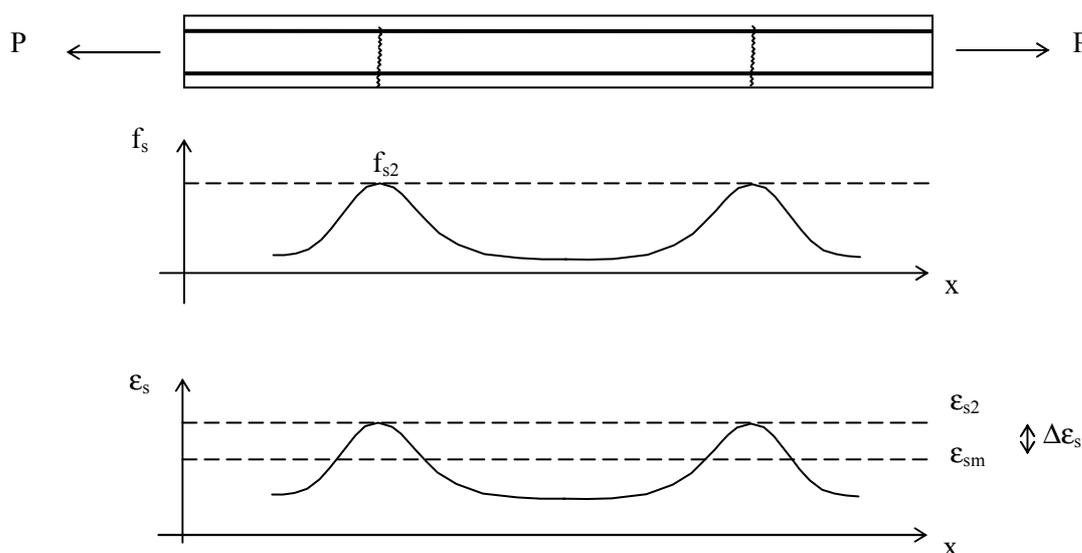


Figura 167: Esquema para la definición de alargamientos medios y tensiones en las armaduras

Clase de exposición	w_{\max} [mm]	
	Hormigón armado	Hormigón pretensado
I	0,4	0,2
IIa, IIb, H	0,3	0,2 ¹
IIIa, IIIb, IV, F	0,2	Descompresión
IIIc, Qa, Qb, Qc	0,1	

¹ Adicionalmente deberá comprobarse que las armaduras activas se encuentran en la zona comprimida de la sección, bajo la combinación de acciones cuasipermanentes.

Tabla 38: Máximos anchos de fisura para distintos ambientes según la Instrucción EHE 2008 en ausencia de requerimientos específicos (estanquidad, etc.), y bajo la combinación de acciones cuasipermanentes (ref. 81)

CLASE GENERAL DE EXPOSICIÓN				DESCRIPCIÓN	EJEMPLOS
Clase	Subclase	Designación	Tipo de proceso		
no agresiva		I	ninguno	<ul style="list-style-type: none"> interiores de edificios, no sometidos a condensaciones elementos de hormigón en masa 	<ul style="list-style-type: none"> interiores de edificios, protegidos de la intemperie
normal	humedad alta	IIa	corrosión de origen diferente de los cloruros	<ul style="list-style-type: none"> interiores sometidos a humedades relativas medias altas (>65%) o a condensaciones exteriores en ausencia de cloruros, y expuestos a lluvia en zonas con precipitación media anual superior a 600 mm elementos enterrados o sumergidos. 	<ul style="list-style-type: none"> sótanos no ventilados cimentaciones tableros y pilas de puentes en zonas con precipitación media anual superior a 600 mm elementos de hormigón en cubiertas de edificios
	humedad media	IIb	corrosión de origen diferente de los cloruros	<ul style="list-style-type: none"> exteriores en ausencia de cloruros, sometidos a la acción del agua de lluvia, en zonas con precipitación media anual inferior a 600 mm 	<ul style="list-style-type: none"> construcciones exteriores protegidas de la lluvia tableros y pilas de puentes, en zonas de precipitación media anual inferior a 600 mm
marina	aérea	IIIa	corrosión por cloruros	<ul style="list-style-type: none"> elementos de estructuras marinas, por encima del nivel de pleamar elementos exteriores de estructuras situadas en las proximidades de la línea costera (a menos de 5 km) 	<ul style="list-style-type: none"> edificaciones en las proximidades de la costa puentes en las proximidades de la costa zonas aéreas de diques, pantalanos y otras obras de defensa litoral instalaciones portuarias
	sumergida	IIIb	corrosión por cloruros	<ul style="list-style-type: none"> elementos de estructuras marinas sumergidas permanentemente, por debajo del nivel mínimo de bajamar 	<ul style="list-style-type: none"> zonas sumergidas de diques, pantalanos y otras obras de defensa litoral cimentaciones y zonas sumergidas de pilas de puentes en el mar
	en zona de mareas	IIIc	corrosión por cloruros	<ul style="list-style-type: none"> elementos de estructuras marinas situadas en la zona de carrera de mareas 	<ul style="list-style-type: none"> zonas situadas en el recorrido de marea de diques pantalanos y otras obras de defensa litoral zonas de pilas de puentes sobre el mar, situadas en el recorrido de marea
con cloruros de origen diferente del medio marino		IV	corrosión por cloruros	<ul style="list-style-type: none"> instalaciones no impermeabilizadas en contacto con agua que presente un contenido elevado de cloruros, no relacionados con el ambiente marino superficies expuestas a sales de deshielo no impermeabilizadas 	<ul style="list-style-type: none"> piscinas pilas de pasos superiores o pasarelas en zonas de nieve estaciones de tratamiento de agua

Tabla 39: Clases generales de exposición relativas a la corrosión de las armaduras según la EHE (ref. 81)

El término entre corchetes de la expresión (II) representa la colaboración del hormigón traccionado entre fisuras, con:

$k_2 = 1$ (para cargas instantáneas no repetidas)

$k_2 = 0,50$ (para cargas de larga duración)

Planteada la ecuación para una viga rectangular, tenemos:

M_{cr} = momento que produce la fisuración en la pieza.

M = momento flector bajo el cual se desea calcular el ancho de fisuras

a) De resultar $M < M_{cr}$ se obtiene:

$$\varepsilon_{sm} = 0$$

b) De resultar $M \geq M_{cr}$:

$$M_{cr} = f_r \cdot W \quad (\text{III})$$

Con W = módulo resistente de la sección = $b \cdot h^2 / 6$

A su vez, podemos calcular a M_{cr} como:

$$M_{cr} = f_{sr} \cdot A_s \cdot z$$

$$M_{cr} = f_{sr} \cdot k_z \cdot d \cdot A_s \quad (IV)$$

Igualando las expresiones (III) y (IV):

$$f_{sr} = f_r \cdot W / (k_z \cdot d \cdot A_s)$$

Puede asumirse:

$$K_z = 0,90 \text{ ó } 0,80$$

En tal caso, se tiene:

$$f_{sr} = \left(\frac{b \cdot h^2}{6} \right) \frac{f_r}{0,90 \cdot d \cdot A_s}$$

Definiendo a $f_r = \left(1,6 - \frac{h}{1000} \right) \cdot f_{ctm}$ con:

h = altura de la viga (mm).

$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$ (MPa).

Resta entonces determinar la separación media entre fisuras (s_m). Según los resultados de los ensayos, la norma española EHE 2008 adopta la siguiente fórmula:

$$s_m = 2 \cdot c + 0,20 \cdot s + 0,40 \cdot K_1 \cdot \frac{\phi}{\rho_r} \quad (V)$$

con:

s_m = separación media entre fisuras en mm.

c = espesor del recubrimiento en mm.

s = distancia entre ejes de las barras en mm.

ϕ = diámetro de barras en mm.

k_1 = coeficiente que depende de la distribución de tensiones de tracción en el elemento, se puede adoptar $k_1=0,125$ para flexión simple. En caso de querer calcularse, se puede adoptar la expresión:

$$k_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{8 \cdot \varepsilon_1}$$

donde ε_1 y ε_2 son las deformaciones máxima y mínima calculadas en sección fisurada, en los límites de la zona traccionada.

En la expresión (V), el tercer término tiene en cuenta la adherencia, el primer término considera el factor del recubrimiento en forma aditiva, mientras que nuevos estudios demostraron que otro factor importante era la distancia entre barras (s) a fin de extender la aplicabilidad de la fórmula hacia las losas, muros y vigas de alma ancha.

Nota: para las vigas, s es el ancho del alma dividido el número de barras ubicadas al mismo nivel ($s = b_w / n^\circ$ de barras), si $s > 15 \cdot \phi$, se adopta $s = 15 \cdot \phi$.

ρ_r = cuantía de la zona efectiva de tracción, entendiéndose por tal a aquella a la cual se transmiten las tracciones transmitidas por las barras:

$$\rho_r = \frac{A_s}{A_{cef}}$$

A_{cef} = zona efectiva de tracción del hormigón

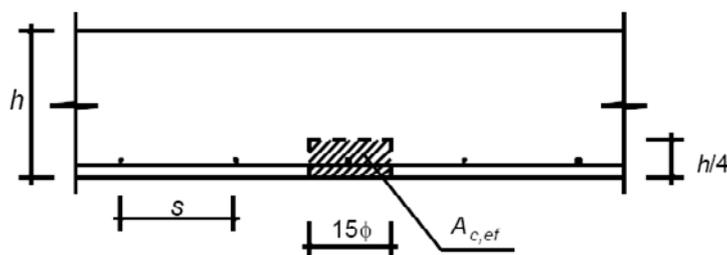


Figura 168: Zona efectiva de tracción del hormigón para vigas, muros losas con $s > 15\phi$ (referencia 81)

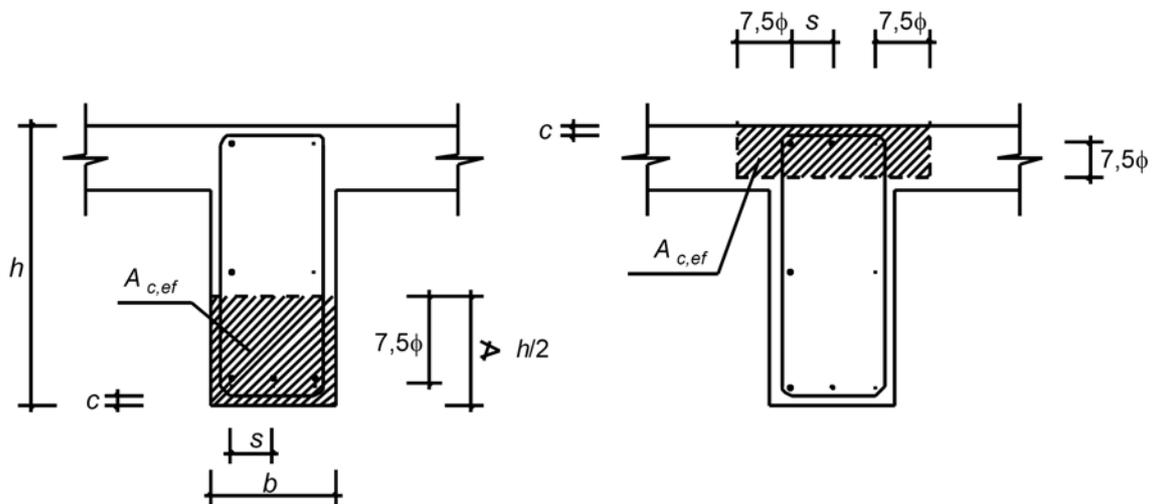


Figura 169: Zona efectiva de tracción del hormigón para una viga placa para $s < 15\phi$ (referencia 81)

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 31) Verificar a fisuración una viga según el criterio de la norma española EHE 2008

Se verificará la condición de fisuración de la viga de hormigón armado del Ejemplo 4 del Capítulo 7 del presente texto.

Materiales

Hormigón H-25 $f'_c = 25 \text{ Mpa}$

Acero ADN 42/50 $f_y = 420 \text{ Mpa}$

Sección transversal

$b_w = 0,20 \text{ m}$

$h = 0,50 \text{ m}$

Solicitaciones de servicio

$l = 5 \text{ m}$

$D = 800 \text{ kg/m}^2$

$L = 400 \text{ kg/m}^2$

$s = 2 \text{ m}$ (ancho de influencia)

$D = 1600 \text{ kg/m}$

$L = 800 \text{ kg/m}$

$$D_{\text{viga}} = 0,20 \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot 2400 \text{ kg/m}^3 = 240 \text{ kg/m}$$

$$q_s = D + L = 2640 \text{ kg/m} = 26,40 \text{ KN/m}$$

$$M_s = q_s \cdot l^2 / 8 = 8250 \text{ kgm} = 82,50 \text{ KNm}$$

Determinación de la zona efectiva de tracción del hormigón

$$\text{recubrimiento} = c_c + d_{br} = 2,6 \text{ cm}$$

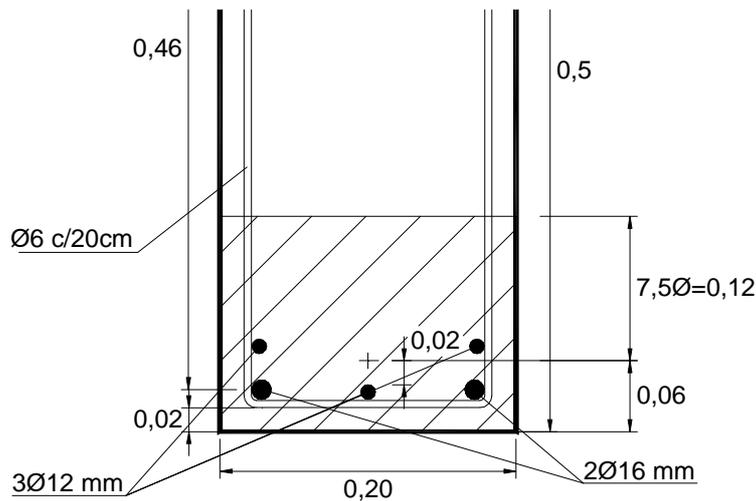


Figura 170: Zona efectiva de tracción de la viga del ejemplo

$$18 \text{ cm} < h / 2 = 25 \text{ cm (verifica)}$$

$$A_{\text{cef}} = 20 \text{ cm} \cdot 18 \text{ cm} = 360 \text{ cm}^2$$

Cálculo del ancho de fisura característico

$$w_k = \beta \cdot s_m \cdot \varepsilon_{sm}$$

$$\beta = 1,7$$

$$s_m = 2 \cdot c + 0,20 \cdot s + 0,40 \cdot K_1 \cdot \frac{\phi}{\rho_r}$$

$k_1 = 0,125$ para flexión simple.

$c = 2,6 \text{ cm}$

$s = 5,2 \text{ cm}$

$$\rho_r = \frac{A_s}{A_{\text{cef}}} = \frac{7,41 \text{ cm}^2}{360 \text{ cm}^2} = 0,02$$

$$s_m = 2 \cdot c + 0,20 \cdot s + 0,40 \cdot K_1 \cdot \frac{\phi}{\rho_r} = 2 \cdot 2,6 \text{ cm} + 0,20 \cdot 5,2 \text{ cm} + 0,40 \cdot 0,125 \cdot \frac{1,6 \text{ cm}}{0,02} = 10,24 \text{ cm}$$

$$f_s = \frac{M_k}{0,80 \cdot d \cdot A_s} = \frac{8250 \text{ kgm}}{0,80 \cdot 0,46 \text{ m} \cdot 7,41 \text{ cm}^2} = 3025 \text{ kg / cm}^2$$

$$f_{\text{ctm}} = 0,30 \cdot f_{\text{ck}}^{2/3} = 2,56 \text{ MPa}$$

$$f_r = \left(1,6 - \frac{h}{1000}\right) \cdot f_{\text{ctm}} = \left(1,6 - \frac{500 \text{ mm}}{1000}\right) \cdot 2,56 \text{ MPa} = 2,82 \text{ MPa}$$

$$f_{sr} = \left(\frac{b \cdot h^2}{6}\right) \frac{f_r}{0,90 \cdot d \cdot A_s} = \left[\frac{20 \text{ cm} \cdot (50 \text{ cm})^2}{6}\right] \frac{28,2 \text{ kg / cm}^2}{0,80 \cdot 46 \text{ cm} \cdot 7,41 \text{ cm}^2} = 861,8 \text{ kg / cm}^2$$

$k_2 = 0,5$ (cargas de larga duración)

$$\varepsilon_{sm} = \frac{f_s}{E_s} \left[1 - k_2 \left(\frac{f_{sr}}{f_s}\right)^2\right] = \frac{3025 \text{ kg / cm}^2}{2.100.000 \text{ kg / cm}^2} \left[1 - 0,50 \cdot \left(\frac{861,8 \text{ kg / cm}^2}{3025 \text{ kg / cm}^2}\right)^2\right] = 1,38 \cdot 10^{-3} \geq 0,40 \cdot \frac{f_s}{E_s} = 5,76 \cdot 10^{-4}$$

$$w_k = \beta \cdot s_m \cdot \varepsilon_{sm} = 1,7 \cdot 10,24 \text{ cm} \cdot 1,38 \cdot 10^{-3} = 0,024 \text{ cm} = 0,24 \text{ mm} \leq w_{\text{máx}} = 0,30 \text{ mm (verifica)}$$

Efecto de las cargas de larga duración sobre las fisuras

Las cargas de naturaleza permanente generan tensiones de tracción que con el transcurso del tiempo, debido a la fluencia que se presenta en el hormigón traccionado, conducen a una disminución del aporte en las tensiones de tracción que absorbe el hormigón entre las fisuras, fenómeno conocido como tensorigidez (a fin de visualizar esto, el término entre corchetes de la expresión II representa el aporte del hormigón traccionado)⁴. Se suma a ello, la fluencia que experimenta el hormigón comprimido, resultando que el ancho de fisuras (w_k) puede incrementarse sensiblemente con respecto al producido por las cargas de corta duración.

Criterio Norma AASHTO LRFD 2004 para diseño de puentes

En su Art. C 5.7.3.4, el AASHTO LRFD del año 2004, indica que los elementos tipo viga se deberán dimensionar de manera que bajo cargas de servicio, la tensión de tracción en las armaduras f_{sa} , no sea mayor que:

$$f_{sa} = \frac{Z}{(d_c \cdot A)^{1/3}} \leq 0,6 \cdot f_y$$

con:

d_c (mm) = distancia de la superficie de hormigón hasta el centro de gravedad de la barra más próxima, valor no mayor a 50 mm.

A (mm²) = área de hormigón cobaricéntrica con la armadura de tracción, dividida por el número de barras. No se debe considerar para el cálculo un valor de recubrimiento mayor a 50 mm.

Z = parámetro relacionado con el ancho de fisura característico. Se indica:

$Z \leq 30000$ N/mm (para exposición moderada).

$Z \leq 23000$ N/mm (para exposición severa).

$Z \leq 17500$ N/mm (para estructuras enterradas).

En los comentarios del Art. C 5.7.3.4 de la Norma AASHTO se indica que el uso de un valor de $Z = 30000$ N/mm, se correspondería con un ancho de fisura superficial límite de aproximadamente 0,40 mm. En los comentarios también se señala que para elementos expuestos a ambientes corrosivos, es factible incrementar la protección de las armaduras en la medida que se disminuya la permeabilidad del hormigón o bien, impermeabilizando las superficies expuestas.

Esta metodología de verificación es utilizada también por el código CSA A23.3-04, en el que se calcula el factor z en lugar de f_{sa} , debiendo ser menor a 30000 N/mm para exposición interna y 25000 N/mm para exposiciones exteriores.

Criterio Norma AASHTO LRFD 2007 para diseño de puentes

La edición del año 2007 del AASHTO LRFD, en cambio, prescinde del cálculo del ancho de fisura y calcula la separación límite en mm que debe tener la armadura traccionada en cercanía a la cara traccionada de la pieza de hormigón bajo análisis, de la forma:

$$s \leq \frac{123000 \gamma_e}{\beta_s \cdot f_{ss}} - 2 \cdot d_c$$

Expresión que bajo la nomenclatura del código mencionado, significa:

γ_e = factor de exposición igual a 1,00 para una exposición clase 1 (considerada como el límite superior para verificar las condiciones de apariencia y corrosión de la pieza) o igual a 0,75 para una exposición de clase 2 (caso de estructuras expuestas al contacto con el agua).

$$\beta_s = 1 + \frac{d_c}{0,7 \cdot (h - d_c)}$$

⁴ Observar que el coeficiente K_2 depende de la duración de las cargas

d_c = espesor del hormigón medido desde la fibra más traccionada sometida a flexión al baricentro de la armadura cercana a ella (mm).

f_{ss} = tensión de tracción del acero en estado de servicio (MPa)

h = espesor total o altura de la pieza (mm)

La expresión fue desarrollada en función del modelo físico de fisuración de Frosch (año 2001) con el criterio de limitar la separación de barras de armadura en lugar de estimar el ancho esperado de las fisuras. Como referencia, el AASHTO establece que la condición de exposición 1 es equivalente a un ancho de fisura de 0,43 mm. Asimismo, indica que al ser la separación directamente proporcional al factor γ_e , se puede redefinir al mismo para otras condiciones de exposición, siendo el valor de 0,5 equivalente a una fisura de aproximadamente 0,22 mm.

Criterio de Frosch

Este autor se basó en la teoría clásica de fisuración, en expresiones realizadas por Broms para calcular la separación de las fisuras y en resultados de ensayos para generar una ecuación que predice el ancho de éstas. En función de los conceptos anteriores, es posible estimar el ancho de fisuras a nivel de la armadura, según la expresión:

$$w = a \cdot \varepsilon_s \quad (\text{VI})$$

con “a” la distancia entre fisuras. Si deseamos obtener el valor del ancho de la fisura a nivel del fondo de la viga, multiplicamos el valor anterior por el coeficiente

$$\beta = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{h - c}{d - c}$$

donde:

c = distancia del borde superior de la viga al eje neutro.

d = altura útil de la viga.

h = altura total.

ε_1 = deformación específica en coincidencia con el eje de la armadura

ε_2 = deformación específica del hormigón en el borde inferior de la viga.

Por lo tanto, para estimar el ancho de las fisuras resulta necesario determinar la separación entre las mismas (a). Según Broms, dicho valor depende del recubrimiento del hormigón, d_c o d_s y de la separación entre barras de armadura (s), pudiéndose calcular como:

$$a = \psi_s \cdot d^* \quad (\text{VII})$$

donde:

ψ_s = factor que varía entre 1 y 2, según se estime la separación mínima o máxima de las fisuras.

d^* = distancia definida a partir de la Figura 171.

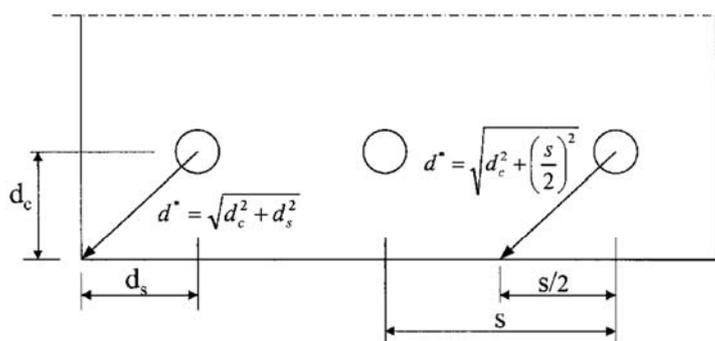


Figura 171: Separaciones d^* para el cálculo de separaciones entre fisuras según Frosch

Si reemplazamos (VII) en la ecuación (VI), expresando a $\varepsilon_s = f_s/E_s$ y reemplazando a d^* por la expresión de la distancia, es posible evaluar el ancho máximo de fisura en la cara inferior de la pieza como:

$$w = 2 \cdot \frac{f_s}{E_s} \cdot \beta \cdot \sqrt{d_c^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2}$$

donde:

w = abertura máxima de fisuras en la superficie de la viga (mm)

f_s = tensión de armaduras en Estado II (MPa)

d_c = distancia desde la superficie de hormigón hasta el centro de la barra más próxima (mm)

s = separación de las armaduras (mm)

β = coeficiente que tiene en cuenta el aumento de la abertura de la fisura entre el nivel de la armadura y la superficie de hormigón, que para Frosch es igual a $1+0,00315 \cdot d_c$.

Es posible despejar el valor de la separación límite de armaduras para un ancho de fisura máximo, obteniéndose:

$$s = 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{w_{\max} \cdot E_s}{2 \cdot f_s \cdot \beta} \right)^2 - d_c^2}$$

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 32) Cálculo del ancho de fisura para la viga del Ejemplo 28 con la expresión de Frosch

Materiales

Hormigón H-25 $f'_c = 25$ MPa

Acero ADN 42/50 $f_y = 420$ MPa

$$f_s \text{ (tensión de servicio)} = f_y / 1,50 = 280 \text{ MPa}$$

Se asumen las mismas consideraciones que para el desarrollo de la ecuación de Gergely – Lutz, a los efectos de realizar una comparación.

a) Situación inicial

$$A_s = 2 \phi 25 \text{ mm}$$

$$f_s = 280 \text{ MPa}$$

$$d_c = 4,25 \text{ cm} = 42,50 \text{ mm}$$

$$\beta = 1 + 0,00315 \cdot 42,50 \text{ mm} = 1,134$$

$$w = 2 \cdot \frac{f_s}{E_s} \cdot \beta \cdot \sqrt{d_c^2 + \left(\frac{s}{2} \right)^2} = 2 \cdot \frac{280 \text{ MPa}}{200000 \text{ MPa}} \cdot 1,134 \cdot \sqrt{(42,50 \text{ mm})^2 + \left(\frac{315 \text{ mm}}{2} \right)^2} = 0,52 \text{ mm} > 0,30 \text{ mm}$$

b) Situación final

$$A_s = 2\phi 20 \text{ mm} + 2\phi 16 \text{ mm}$$

$$f_s = 270 \text{ MPa}$$

$$d_c = 4 \text{ cm} = 40 \text{ mm}$$

$$\beta = 1 + 0,00315 \cdot 40 \text{ mm} = 1,126$$

$$w = 2 \cdot \frac{f_s}{E_s} \cdot \beta \cdot \sqrt{d_c^2 + \left(\frac{s}{2} \right)^2} = 2 \cdot \frac{270 \text{ MPa}}{200000 \text{ MPa}} \cdot 1,126 \cdot \sqrt{(40 \text{ mm})^2 + \left(\frac{96 \text{ mm}}{2} \right)^2} = 0,20 \text{ mm} < 0,30 \text{ mm}$$

A modo de comparación, se anexa una tabla con los valores arrojados por las ecuaciones de Frosch y Gergely – Lutz:

Expresión	Gergely - Lutz	Frosch
Situación inicial	0,33 mm	0,52 mm
Situación final	0,25 mm	0,20 mm

Tabla 40: Anchos probables de fisura para una misma viga según las expresiones de Gergely-Lutz y Frosch

Comparación de las ecuaciones desarrolladas

A continuación se anexa un gráfico de comparación de las separaciones de barras obtenidas de las ecuaciones de cálculo, en función del recubrimiento para una viga típica según las características descriptas.

$$b = 25 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$d_b = 12 \text{ mm (en una sola capa)}$$

$$d_{be} = 6 \text{ mm}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$E_s = 210000 \text{ MPa}$$

$$\beta = 1,2$$

$$w_{\text{máx}} \text{ (expresión de Gergely - Lutz)} = 0,30 \text{ mm}$$

$$Z \text{ (expresión AASHTO 2004)} = 23000 \text{ N/mm}$$

$$\gamma_e \text{ (expresión AASHTO 2007)} = 0,75$$

En el gráfico se puede observar la disparidad de valores para todos los casos, encontrándose pocos puntos de coincidencia para ciertos recubrimientos.

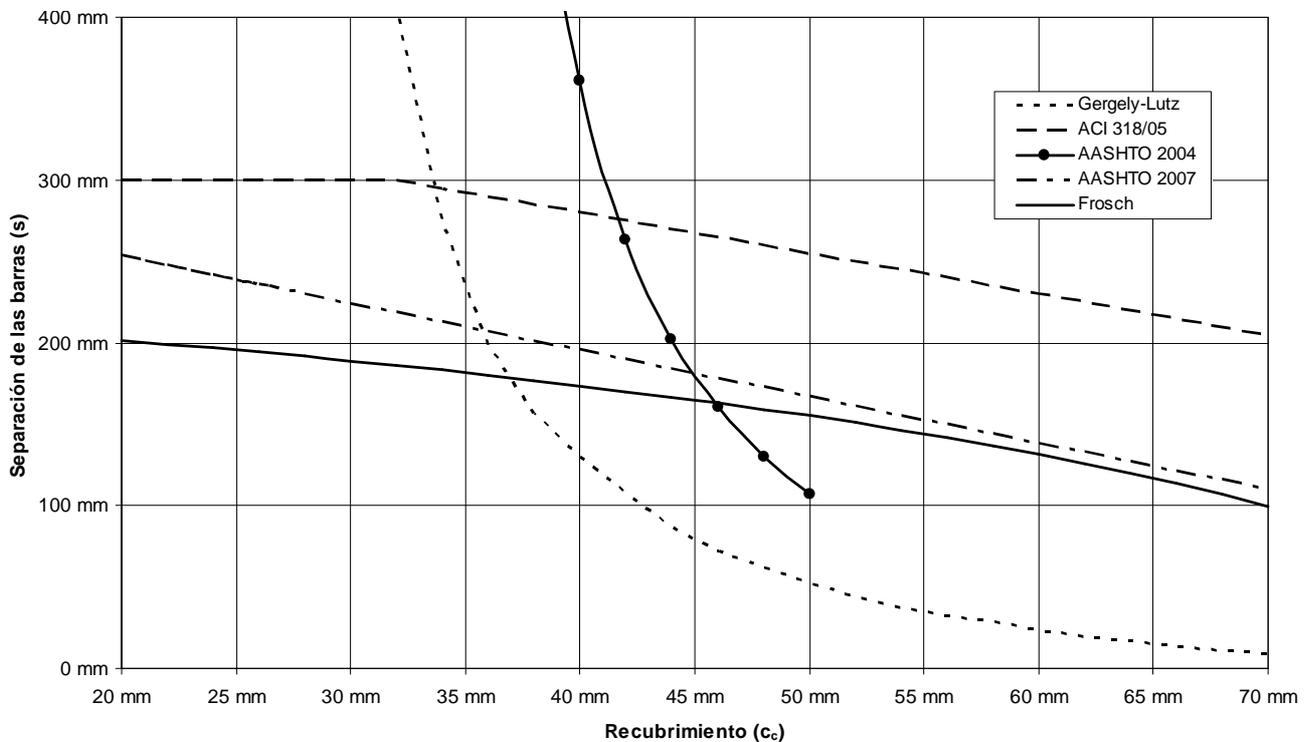


Figura 172: Comparación de expresiones de verificación a fisuración

Criterio del CIRSOC 201/82

La verificación a fisuración según el CIRSOC 201/82 se efectúa a través de tres condiciones, satisfaciéndose dicha situación cuando una de las tres se verifica.

Condición 1) Cuantía de la zona traccionada $\mu_z \leq 0,30\%$. Cuando la tracción abarca toda la pieza, $\mu_z \leq 0,15\%$.

Mediante esta condición, se plantea la hipótesis de una cuantía μ_z pequeña, lo cual implica esfuerzos reducidos de tracción. La crítica que se hace respecto de este concepto (referencia 66) es que bajo solicitaciones de coacción, no hay un adecuado control de las eventuales fisuras producidas, por lo que no resulta adecuada esta condición a juicio de los autores.

Condición 2) Diámetro de la armadura d_s menor o igual a los límites de la Tabla 41.

Elemento constructivo	1		2		3 y 4	
Ancho de fisura esperable	Normal		Pequeña		Muy pequeña	
Acero	a	b	a	b	a	b
Nervurado	28	16	20	12	14	8

Tabla 41: Diámetro límite, en milímetros, para la verificación de la fisuración (referencia 28)

a) $\sigma_{sd} = 0,70 \beta_s / 1,75$.

b) $\sigma_{sd} = \beta_s / 1,75$.

Los elementos constructivos a los que el Reglamento CIRSOC 201/82 hace referencia son:

1- Elementos constructivos en ambientes cerrados p. ej. viviendas (inclusive cocinas, baño y lavadero), oficinas, escuelas, hospitales, negocios - mientras no se especifique otra cosa en lo que sigue. Elementos constructivos permanentemente bajo agua o que están siempre secos. Techos con un forro impermeable, del lado impermeabilizado.

2- Elementos constructivos a la intemperie y elementos que tienen permanente contacto con el aire.

3- Elementos constructivos en ambientes cerrados con frecuente contacto con aire muy húmedo a temperatura ambiente, p. ej. en cocinas industriales, baños, lavaderos, en ambientes húmedos de natatorios y en establos. Elementos constructivos expuestos a humedecimiento frecuente, p. ej. humedecimiento por deshielo o en la zona de fluctuación del nivel del agua. Elementos constructivos expuestos a un ataque químico “débil”.

4- Elementos constructivos expuestos a influencias notablemente corrosivas, p. ej. por la acción permanente de gases o sales agresivos o a un ataque químico “fuerte”.

En esta condición se tiene en cuenta que las barras de armadura originan concentraciones de esfuerzos en la masa de hormigón, a altos valores de diámetros de barras, se producen altas tensiones σ_b , por tanto, se establecen con la tabla diámetros máximos para mantener los espesores de fisuras dentro de valores admisibles.

Condición 3) Si se cumple que:

$$d_s \text{ (mm)} \leq 10^4 \cdot r \cdot \mu_z / [\sigma_{sd} \text{ (MN/m}^2\text{)}]^2$$

El coeficiente r surge de la Tabla 42.

Ancho de fisura	Normal (0,30 mm)	Pequeña (0,25 mm)	Muy pequeña (0,20 mm)
Acero nervurado	120	80	50

Tabla 42: Coeficiente r para tener en cuenta las propiedades de adherencia del acero nervurado (ref. 28)

siendo:

d_s = diámetro máximo de la armadura longitudinal (mm)

$\mu_z = 100 \cdot A_s / A_{bz}$ = cuantía del área traccionada de hormigón. En vigas:

$$A_{bz} = b \cdot h \cdot (1 - k_x)$$

σ_{sd} = tensión de tracción del acero bajo cargas permanentes = $0,70 \cdot \sigma_s$

Esta condición contempla el hecho de que combinando adecuadamente diámetros, cuantías y separaciones de barras, obtendríamos fisuras de ancho tolerable.

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 33) Verificación a fisuración según CIRSOC 201/82 del Ejemplo 30

Se procederá a verificar la viga del ejemplo anterior mediante los criterios del CIRSOC 201/82. Para ello, se adoptará la nomenclatura y requerimientos correspondientes.

Hormigón H-17

$$\sigma'_{bk} = 17 \text{ MPa}$$

Acero ADN - 42

$$\sigma_s = 420 \text{ MPa}$$

$A_s = 2 \phi 25\text{mm}$

$r = 30 \text{ mm}$

$b = 0,40 \text{ m}$

$d = 0,60 \text{ m}$

$h = 0,55 \text{ m}$

A priori se observa que las dos primeras condiciones no se verifican, por ende se procede al cálculo de la tercera.

$$d_s \text{ (mm)} \leq 10^4 \cdot r \cdot \mu_z / (\sigma_{sd} [\text{MN/m}^2])^2$$

Con el objeto de poder generar una comparación, adoptaremos igual área traccionada a la del método de Gergely – Lutz, de forma:

$$A_{bz} = 2 \cdot d_c \cdot b = 2 \cdot 42,5 \text{ mm} \cdot 400 \text{ mm} = 34000 \text{ mm}^2 = 340 \text{ cm}^2$$

$$\mu_z = A_s / A_{bz} = 100 \cdot 9,82 \text{ cm}^2 / 340 \text{ cm}^2 = 2,89\%$$

De igual forma se procede con la tensión del acero.

$$\sigma_{sd} = 280 \text{ MPa}$$

$$d_s \text{ (mm)} \leq 10^4 \cdot r \cdot \mu_z / (\sigma_{sd} [\text{MN/m}^2])^2 = 10^4 \cdot 80 \cdot 2,89 / (280 \text{ MN/m}^2)^2 = 29,49 \text{ mm}$$

Bajo las condiciones planteadas, la expresión verificaría.

Criterio del Eurocódigo EC-2 2004

El procedimiento de verificación a fisuración según el Eurocódigo EC-2 2004 coincide en numerosos aspectos con los del CEB-FIP 90. El ancho de fisura w_k se calcula según la siguiente expresión:

$$w_k = s_{r,m\acute{a}x} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

con:

$s_{r,m\acute{a}x}$ = distancia máxima entre fisuras

ε_{sm} = deformación específica media del acero bajo cargas principales, incluyendo los efectos de deformaciones impuestas.

ε_{cm} = deformación específica media del hormigón entre fisuras.

Como se observa, el criterio seguido por el Eurocódigo, responde a los lineamientos de la teoría clásica de fisuración desarrollada al inicio del presente capítulo. Para evaluar cada uno de los parámetros anteriores, el código establece:

$$s_{r,m\acute{a}x} = k_3 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \frac{\phi}{\rho_{p,eff}}$$

donde:

ϕ = diámetro de barra, y en caso de barras de distinto diámetro, se puede utilizar el diámetro equivalente según la expresión confeccionada para n_1 barras de diámetro ϕ_1 y n_2 barras de diámetro ϕ_2 .

$$\phi_{equiv} = \frac{n_1 \cdot \phi_1^2 + n_2 \cdot \phi_2^2}{n_1 \cdot \phi_1 + n_2 \cdot \phi_2}$$

k_3 = coeficiente cuyo valor se recomienda en 3,4.

c = recubrimiento de las armaduras.

k_1 = coeficiente que considera las propiedades de adherencia de las barras, siendo 0,8 en el caso de barras corrugadas y de 1,6 para el de barras lisas.

k_2 = coeficiente que tiene en cuenta la forma de distribución de deformaciones, siendo de 0,5 para flexión, y de 1,0 para tracción pura. En el caso de tracción excéntrica o para áreas locales, se utilizarán valores intermedios de k_2 , mediante la expresión:

$$k_2 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2 \cdot \varepsilon_1}$$

donde ε_1 y ε_2 son las deformaciones máxima y mínima calculadas en sección fisurada, en los límites de la zona traccionada.

k_4 = coeficiente cuyo valor se recomienda en 0,425.

$\rho_{p,eff}$ = cuantía geométrica de armadura efectiva, $A_s/A_{c,eff}$, donde A_s es el área de armadura contenida dentro del área traccionada efectiva $A_{c,eff}$. El área traccionada efectiva es generalmente el área de hormigón que rodea la armadura de tracción con una profundidad igual a 2,5 veces la distancia desde la cara traccionada de

la sección hasta el centro de gravedad de la armadura. La altura del área efectiva no debe tomarse mayor que $2,5 \cdot (h - d)$, $(h - x)/3$ ó $h/2$.

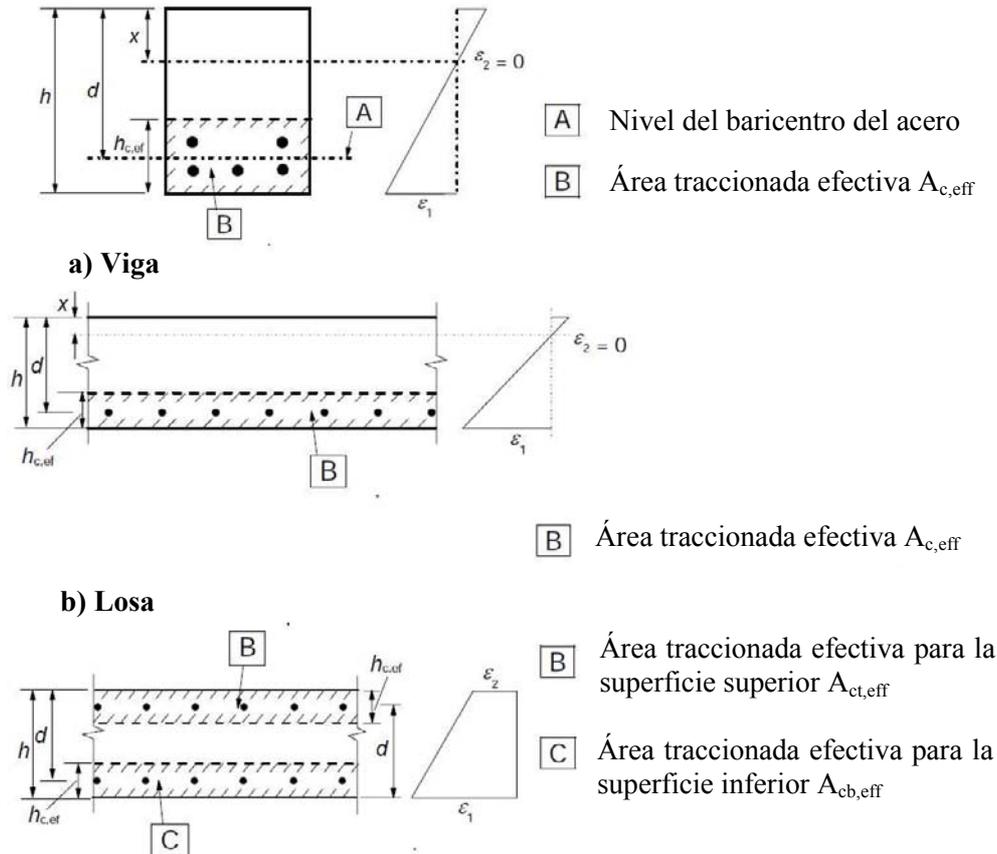


Figura 173: Área eficaz del hormigón en la zona traccionada (adaptado de referencia 69)

La diferencia de deformaciones específicas medias entre el acero y el hormigón se puede aproximar mediante la ecuación:

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,ef}}{\rho_{p,ef}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,ef})}{E_s} \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$$

con:

$f_{ct,ef}$ = tensión media del hormigón a tracción al momento de producirse la primera fisura, pudiendo aproximarse a f_{ctm} o a un valor menor.

σ_s = tensión en servicio de la armadura para la sección fisurada.

k_t = factor que depende de la duración de la carga, igual a 0,6 para cargas instantáneas o de corta duración, y 0,4 para cargas mantenidas o repetidas.

f_{ctm} = valor medio de la resistencia del hormigón a tracción a la edad t a la que aparece la fisura:

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck(t)}^{2/3}$$

$f_{ck(t)}$ = resistencia característica del hormigón a la edad t en la que aparece la fisura.

$\alpha_e = E_s / E_{cm}$.

E_s = módulo de elástico del acero.

E_{cm} = módulo elástico del hormigón para la edad considerada.

$$E_{cm} = 22 \cdot \left(\frac{f_{cm(t)}}{10} \right)^{0,3}$$

$$f_{cm(t)} = f_{ck(t)} + 8 \text{ MPa}$$

La Tabla 37 del EC-2 fue confeccionada para $c = 25 \text{ mm}$; $f_{ct,eff} = 2,9 \text{ MPa}$; $h_{cr} = 0,5$; $(h-d) = 0,1 \cdot h$; $k_1 = 0,8$; $k_2 = 0,5$; $k_t = 0,4$.

Control de fisuras en vigas altas ($h > 0,9 \text{ m}$)

En el caso de vigas de altura importante, la armadura de tracción ubicada en el talón, no resulta suficiente para controlar la fisuración en el alma. Las fisuras que comienzan en el extremo inferior (borde), convergen en el alma y sólo una de cada tres o cuatro se prolonga hacia arriba con un ancho mayor.

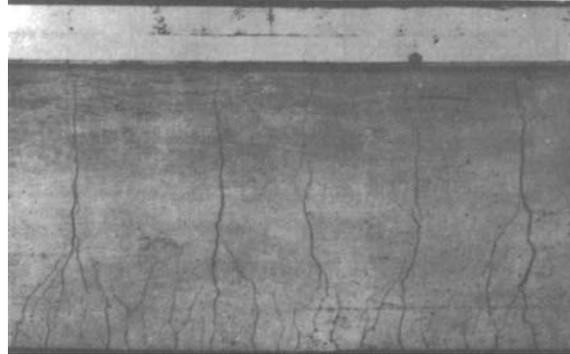


Figura 174: Fisuras convergentes en vigas de almas altas por insuficiente armadura longitudinal (ref. 65)

A fin de evitar estas fisuras convergentes, es necesario colocar armadura longitudinal adicional en el alma. Leonhardt sugiere que la separación de dicha armadura no supere los 20 cm. En el CIRSOC 201/05, Art. 10.6.7, se especifican las condiciones a cumplir por dicha armadura, a saber: “Cuando en una viga o nervio el valor de h es mayor que 0,90 m, se debe colocar a lo largo de ambas caras laterales del elemento una armadura longitudinal uniformemente distribuida. La armadura en dichas caras laterales se debe distribuir en una distancia $h/2$ a partir de la cara traccionada.” La separación s es la separación indicada por criterios de fisuración, siendo c_c la menor distancia entre la superficie de la armadura no tesa en las caras laterales o el acero de pretensado y la cara lateral. Esta armadura se puede incluir en el cálculo de la resistencia, siempre que se realice un análisis de compatibilidad de las deformaciones para determinar las tensiones en las barras o alambres individuales. Para calcular la armadura necesaria en las caras de este tipo de vigas, el ACI 318/02 establecía que “el área total de la armadura superficial longitudinal en ambas caras no necesita exceder la mitad de la armadura de tracción por flexión requerida”. A este respecto, el ACI 318/05 no realiza especificaciones. Las investigaciones más recientes indican que es un factor de gran importancia la separación entre barras, no tanto el diámetro seleccionado de las mismas.

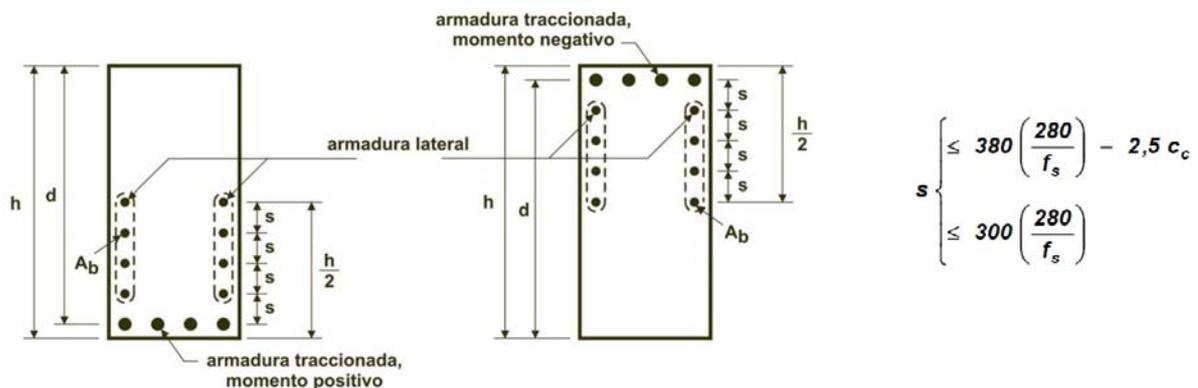


Figura 175: Distribución de armaduras laterales en vigas de alma alta (referencia 109)



Figura 176: Armadura de piel en una viga premoldeada de puente fuera de ruta

Observación: si bien el concepto de disminuir el diámetro de las barras distanciándolas menos entre sí mejora en general las condiciones de fisuración, en ciertas condiciones, tal como es el caso de piezas armadas con bajas cuantías ubicadas en ambientes agresivos, debe procederse con cautela. Ello se debe a que a partir de un determinado valor, la disminución del diámetro de las barras no produce un efecto sobre el cuadro de fisuras y asociado esto a un menor recubrimiento, puede ocasionar problemas de corrosión de las armaduras.

Fisuras por deformaciones impuestas

Por efecto de las deformaciones de contracción o variaciones de temperatura, o bien, por la acción combinada de ambos, el elemento estructural tiende a deformarse y encuentra que esa deformación está coartada o impedida total o parcialmente.

El caso más frecuente es el que se presenta en muros, en los que en general, se observan fisuras espaciadas varios metros. El cuadro de fisuras no llega a estabilizarse y de no haberse dispuesto armadura mínima, se produce la plastificación de la misma en correspondencia con la fisura, lo que se traduce en anchos importantes afectando fundamentalmente el aspecto estético. Se puede consultar al respecto la expresión planteada en el Capítulo 10 por el Eurocódigo EC2 respecto de las cuantías mínimas a emplear, o las disposiciones del ACI 318/05 (Capítulo 41).

Control de las fisuras por corte en vigas

Las fisuras de corte en el alma de las vigas se originan a partir de las de flexión, resultando su inclinación entre 30° y 45° con respecto al eje de la viga. En general, para el control del ancho de las fisuras de corte resulta adecuado colocar estribos rectos con una separación reducida. Las barras de importantes diámetros levantadas de la armadura de flexión no resultan muy eficaces en este sentido. Dado que los estribos verticales cortan a las fisuras con inclinaciones entre 45° y 60° , un mejor control en el máximo espesor de las mismas se logra con estribos inclinados entre 45° y 60° que corten aproximadamente en ángulo recto a las fisuras. Se obtienen así, anchos de fisuras de aproximadamente un 50% del espesor del anterior esquema.

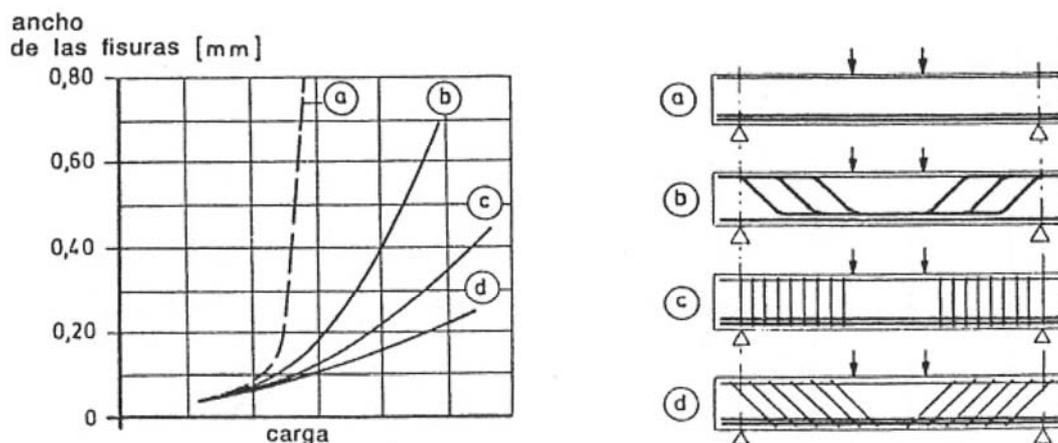


Figura 177: Máximo ancho de fisuras por corte para distintos tipos de armaduras (referencia 65)

Por otra parte, las barras de armadura a flexión inclinadas para tomar esfuerzos de corte no resultan apropiadas debido a que las diagonales ideales comprimidas se apoyan sobre ellas y pueden generar fisuras sobre el hormigón.

Fisuras por compresión

Una tensión excesiva de compresión puede no sólo incrementar desfavorablemente las deformaciones por fluencia, sino también, generar fisuras paralelas a las bielas comprimidas. Para prevenirlas, el Eurocódigo EC2 indica que bajo la combinación más desfavorable de acciones de servicio, la tensión de compresión no debe superar el valor $0,6 f_{ck}$. En caso de que la tensión se aproxime a dicho valor, se sugiere confinar al hormigón con un estriado compacto. La presencia de tales fisuras siempre es un factor a estudiar por la posibilidad de manifestación de una eventual falla frágil y el colapso consecuente.

Control de fisuras por flexión en losas y placas armadas en dos direcciones

En los párrafos anteriores se han desarrollado diversos criterios para el cálculo del ancho probable de una fisura así como límites en las separaciones entre armaduras para limitar las mismas. Sin embargo, la mayoría de las ecuaciones tienen como base investigaciones aplicadas a vigas y losas armadas en una dirección.

Según el ACI 224R-01 “las ecuaciones para el control de la fisuración en vigas subestiman los anchos de fisura que se desarrollan en las losas y placas armadas en dos direcciones (Nawy y Blair, 1971) y no le indican al diseñador cómo separar las armaduras”. Es por ello que el ACI 224 propone para este tipo de elementos expresiones que relacionan las tensiones a las que trabajan las armaduras con la separación de las barras, manteniendo una relación constante con el recubrimiento de hormigón, ya que en estos elementos, tal factor permanece prácticamente constante. A partir de las investigaciones de Nawy y Blair en 1971, el ACI 224R-01 expone el uso de la siguiente expresión para la predicción del máximo ancho probable de fisura en losas y placas armadas en dos direcciones:

$$w_{\max} = 0,145 \cdot k \cdot \beta \cdot f_s \cdot \sqrt{G_I}$$

con:

w_{\max} = el máximo ancho de fisura probable (mm).

k = coeficiente de fractura de valor $2,8 \cdot 10^{-5}$ para losas y placas cuadradas de acción bidireccional restringidas y uniformemente cargadas. Para cargas o reacciones concentradas o cuando la relación entre el lado corto y el lado largo es menor que 0,75 pero mayor que 0,5 es aplicable el valor $2,1 \cdot 10^{-5}$. Para relaciones de aspecto menores que 0,5 el valor de k es $1,6 \cdot 10^{-5}$. Para obtener los valores de k también se puede recurrir a la Tabla 43.

Tipo de carga	Forma	Condición de borde	Relación $l_{\text{menor}}/l_{\text{mayor}}$	$k \cdot (10^{-5})$
Concentrada	Cuadrada	4 bordes empotrados	1,0	2,1
Concentrada	Cuadrada	4 bordes simplemente apoyados	1,0	2,1
Uniformemente distribuida	Rectangular	4 bordes empotrados	0,5	1,6
Uniformemente distribuida	Rectangular	4 bordes empotrados	0,7	2,2
Uniformemente distribuida	Rectangular	3 bordes empotrados y 1 articulado	0,7	2,3
Uniformemente distribuida	Rectangular	2 bordes empotrados y 2 articulados	0,7	2,7
Uniformemente distribuida	Cuadrada	4 bordes empotrados	1,0	2,8
Uniformemente distribuida	Cuadrada	3 bordes empotrados y 1 articulado	1,0	2,9
Uniformemente distribuida	Cuadrada	2 bordes empotrados y 2 articulados	1,0	4,2

Tabla 43: Valores de los coeficientes de fractura k (traducción de la referencia 33)

$\beta = 1,25$ (valor seleccionado para simplificar los cálculos; varía entre 1,20 y 1,35).

f_s = nivel de tensión real promedio bajo cargas de servicio ó 40% de la resistencia a la fluencia especificada f_y , (MPa).

$$G_I = \frac{d_{b1} \cdot s_2}{\rho_{t1}} = \frac{s_1 \cdot s_2 \cdot d_c}{d_{b1}} \cdot \frac{8}{\pi} = \text{índice de emparillado.}$$

d_{b1} = diámetro de las armaduras en la Dirección 1 más próxima a las fibras exteriores del hormigón, (mm).

s_1 = separación de las armaduras en la Dirección 1, (mm).

s_2 = separación de las armaduras en la Dirección 2, perpendicular a la Dirección 1, (mm).

ρ_{t1} = cuantía de armadura efectiva, es decir, sección de acero A_s por metro de ancho / $12[d_{b1} + 2 \cdot c_1]$, donde c_1 es el recubrimiento libre de hormigón medido desde la cara traccionada del hormigón hasta el borde más cercano de la barra de armadura en la Dirección 1.

d_c = recubrimiento del hormigón medido al centro de la primera capa de armadura.

Para losas simplemente apoyadas el valor de k se debería multiplicar por 1,5. Para restricción parcial de los bordes se aplican valores de k interpolados. Para zonas de placas planas donde no se utilizan armaduras o cuando su separación s_2 es mayor que 305 mm usar $s_2 = 305$ mm en la ecuación.

Es de destacar que la expresión permite el cálculo del máximo ancho de fisura probable para una losa armada en ambas direcciones, así como de modo inverso, se puede conocer la separación límite de las armaduras a partir de una condición de exposición exterior (w_{\max}). A continuación se observan dos ejemplos que ilustran estos conceptos.

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 34) Calcular el ancho máximo probable de fisura según el criterio de Nawy y Blair para una losa armada en dos direcciones expuesta al aire libre seco.

Materiales:

Hormigón H-20

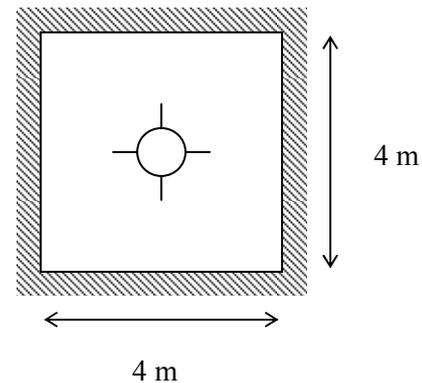
Acero ADN 42/50

Armadura:

$A_s = \phi 8$ c/15 cm dispuestos en ambas direcciones

$h = 12$ cm

$c_c = 2$ cm



De acuerdo a la exposición se considera un $w_{\max} = 0,41$ mm.

$l_{\text{menor}}/l_{\text{mayor}} = 1$

$$k = 2,8 \cdot 10^{-5} \quad (\text{Tabla 43})$$

$\beta = 1,25$

$f_s = 0,4 \cdot 420 \text{ MPa} = 168 \text{ MPa}$

$d_{b1} = 8$ mm

$s_1 = 150$ mm

$s_2 = 150$ mm

$d_c = 20 \text{ mm} + 8 \text{ mm} / 2 = 24$ mm

$$G_I = \frac{s_1 \cdot s_2 \cdot d_c}{d_{b1}} \cdot \frac{8}{\pi} = \frac{150 \text{ mm} \cdot 150 \text{ mm} \cdot 24 \text{ mm}}{8 \text{ mm}} \cdot \frac{8}{\pi} = 171887 \text{ mm}^2$$

$$w_{\max} = 0,145 \cdot k \cdot \beta \cdot f_s \cdot \sqrt{G_I} = 0,35 \text{ mm} < 0,41 \text{ mm} \quad (\text{verifica})$$

Ejemplo 35) Calcular la separación límite que tendría la armadura de la losa anterior si la condición de exposición pasa a ser de aire húmedo.

$k = 2,8 \cdot 10^{-5}$

$\beta = 1,25$

$f_s = 0,4 \cdot 420 \text{ MPa} = 168 \text{ MPa}$

$d_{b1} = 8$ mm

$d_c = 20 \text{ mm} + 8 \text{ mm} / 2 = 24$ mm

$$w_{\max} = 0,145 \cdot k \cdot \beta \cdot f_s \cdot \sqrt{G_I} = 0,3 \text{ mm} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G_I = \left(\frac{w_{\max}}{0,145 \cdot k \cdot \beta \cdot f_s} \right)^2 = \left(\frac{0,30 \text{ mm}}{0,145 \cdot 2,8 \cdot 10^{-5} \cdot 1,25 \cdot 168 \text{ MPa}} \right)^2 = 123809 \text{ mm}^2$$

Suponiendo $s_1 = s_2$:

$$s = \sqrt{\frac{G_I \cdot d_{b1} \cdot \pi}{d_c \cdot 8}} = 127 \text{ mm} = 12,7 \text{ cm}$$

Es decir, que la separación de armaduras debería reducirse a 12 cm para verificar el ancho de fisura máximo definido por el ACI 224.

Comparación de la expresión de Nawy-Blair respecto del criterio de separación de barras del CIRSOC 201/05 y CIRSOC 201/82 para losas armadas en dos direcciones

Según se ha desarrollado en el Capítulo 10, el CIRSOC 201/05 establece límites superiores de separación de armaduras en losas que dependen de su espesor y del diámetro de las mismas. El Art. 7.6.5 indica que “En losas y tabiques, exceptuando las losas nervuradas, la separación s_i de la armadura principal por flexión debe ser:

$$s_i \begin{cases} \leq 2,5 \text{ veces el espesor del tabique o de la losa} \\ \leq 25 d_b \text{ de la barra o alambre de menor diámetro} \\ \leq 300\text{mm} \end{cases}$$

El criterio de Nawy-Blair es posible calcular las separaciones límite que deben tener las armaduras según las condiciones de exposición, con el objeto de controlar adecuadamente el fenómeno de fisuración. Si bien la aplicación de ambas recomendaciones responde a distintos fundamentos, es posible efectuar una comparación a los efectos de conocer la variación de las separaciones en las armaduras. Para contrastar ambos criterios, se consideró una losa con las siguientes características:

h (CIRSOC 201/05) = d (CIRSOC 201/82) = 12 cm

$c_c = 2$ cm

$f_s = 0,40 \cdot 420 \text{ MPa} = 168 \text{ MPa}$

$\beta = 1,25$

Se evaluaron dos condiciones de exposición, considerando aire seco ($w_{\text{máx}} = 0,41$ mm) por un lado, y aire húmedo ($w_{\text{máx}} = 0,3$ mm), por otro. Los diámetros de armaduras se variaron de 6 mm hasta 12 mm, iguales en ambas direcciones, y se adoptaron distintas relaciones de longitud y condiciones de apoyo de las losas a los efectos de incorporar distintos valores del coeficiente de fractura k . Los resultados se observan en la Figura 178, a los que se ha incluido la separación límite especificada por el CIRSOC 201/82.

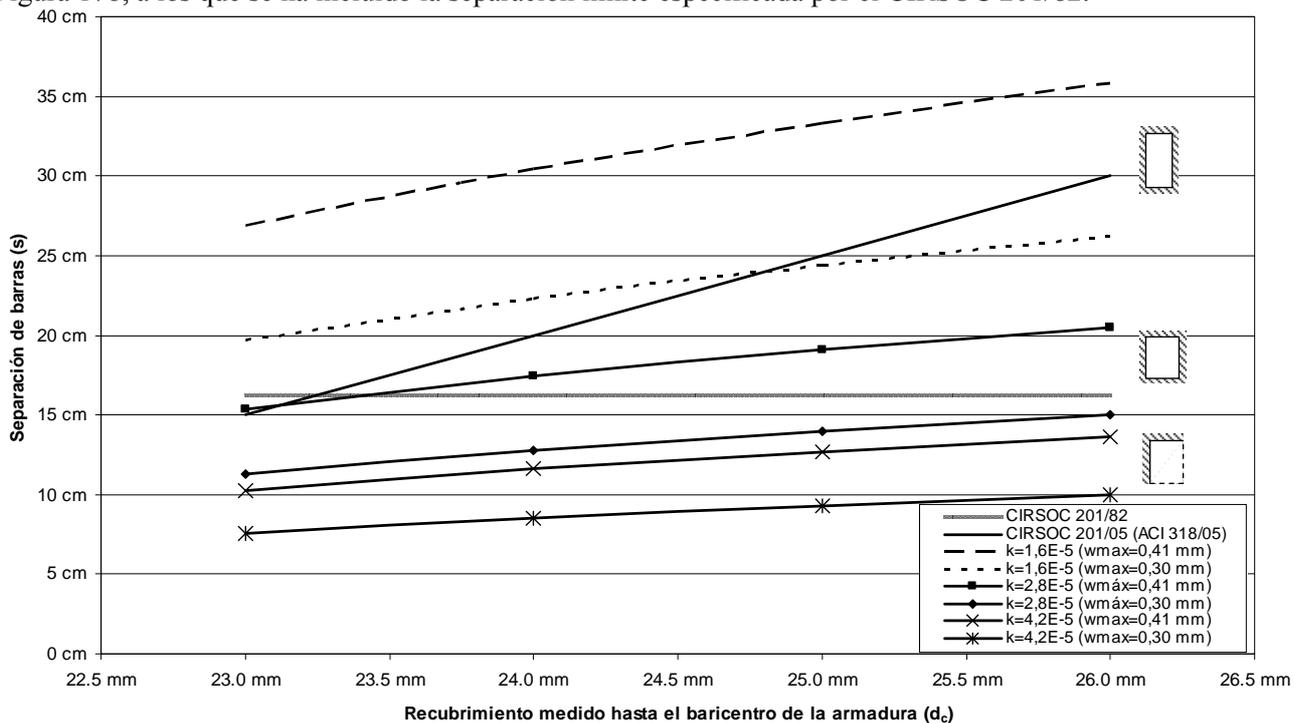


Figura 178: Variación de la separación límite de armaduras en losas armadas en dos direcciones según el criterio de fisuración de Nawy-Blair, de acuerdo al CIRSOC 201/05 y CIRSOC 201/82

Como se observa en la Figura 178, las separaciones indicadas en el CIRSOC 201/05 serían adecuadas como límite superior en losas con una relación $l_{\text{menor}}/l_{\text{mayor}} = 0,5$ para condiciones de exposición normales y con aire húmedo. Sin embargo, comparando con las investigaciones de Nawy y Blair, serían insuficientes para losas cuadradas empotradas en su perímetro, en cuyo caso, los valores de separaciones de armadura deberían ser menores. En síntesis, cuando la durabilidad de la pieza constituya una condición de diseño prioritaria, debería verificarse la separación de las barras por esta u otra expresión que calcule las aberturas de fisuras.

Capítulo 16

Diseño a corte

Generalidades

El dimensionado a esfuerzos de corte en elementos de hormigón armado ha sido tema de estudio e investigación en los últimos 60 años, y a la fecha está aún lejos de ser concluido.

Vamos a tratar, en una primera etapa, el análisis de vigas esbeltas, donde la relación luz libre (l_n) con la altura total del elemento (h), sea mayor que 6 ($l_n/h > 6$).

De los ensayos e investigaciones referidas al tema surge que para definir el comportamiento de una viga esbelta al corte intervienen numerosos parámetros, entre los que se pueden mencionar:

- 1) Forma de la sección.
- 2) Esbeltez (l_n/h).
- 3) Tipo y ubicación de las cargas.
- 4) Resistencia del hormigón (f'_c).
- 5) Adherencia acero – hormigón.
- 6) Distribución y cuantía (ρ) de armadura longitudinal.
- 7) Cuantía y tipo de armadura transversal (estribos).
- 8) Esfuerzos axiales actuantes sobre la pieza.
- 9) Tamaño del elemento
- 10) Recubrimiento de la armadura

Vale decir, existen múltiples variables y los mecanismos resistentes son tridimensionales, por lo que la resolución práctica que adoptan los distintos códigos o reglamentos tal cual veremos, constituyen tan sólo una aproximación a un problema complejo.

Se debe señalar que en las vigas de hormigón armado, los esfuerzos que condicionan el diseño al corte son las tensiones principales (esfuerzos de tensión diagonal), que surgen de la combinación de los esfuerzos cortantes y de flexión.

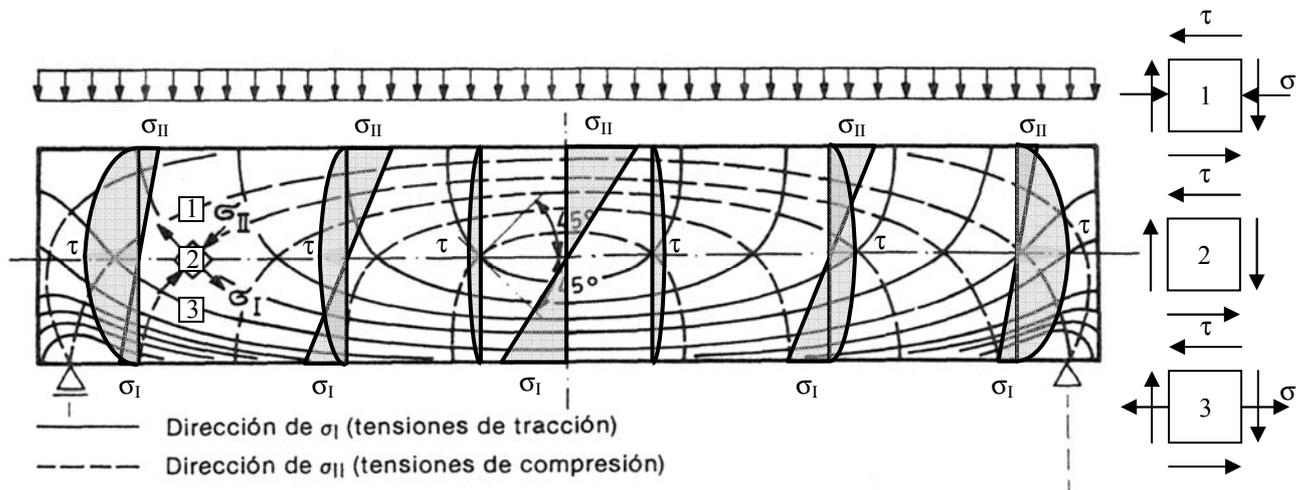


Figura 179: Tensiones por corte en una viga simplemente apoyada (adaptado de referencia 63)

En la Figura 179 se observa el trazado de las isostáticas de compresión y tracción para una viga simplemente apoyada con una carga uniforme constituida por un material con comportamiento perfectamente lineal y elástico. Podría pensarse que dada la falta de aptitud del hormigón para tomar tracciones, una disposición idónea para ubicar el trazado de las armaduras sería aquella que coincidiera con las isostáticas de tracción. Pero, en forma independiente de la dificultad constructiva que esto conllevaría, con dicho trazado sólo se garantizaría el equilibrio para ese estado de cargas en particular, sin cumplimentar la compatibilidad de las deformaciones, dado que para absorber cargas, las armaduras sufrirían elongaciones que generarían fisuras

en el hormigón. Al fisurarse el hormigón, se modifica el mecanismo resistente con una redistribución de tensiones en el elemento.

A fin de interpretar el mecanismo de falla al corte, analizaremos el comportamiento bajo ensayo de tres vigas semejantes, en geometría y tipo de hormigón, y sistema de cargas a aplicar. Las vigas a ensayar serán:

- Viga de hormigón simple
- Viga de hormigón armado sin armadura de corte
- Viga de hormigón armado con armadura de corte

Caso a) Viga de hormigón simple

El comportamiento al corte de una viga homogénea elástica, es aplicable en forma aproximada a una viga de hormigón simple.

A medida que la carga se incrementa debido al momento flector, se llegará al agotamiento de la capacidad de absorber tracciones en el hormigón (f_r), y se producirá la falla repentina y frágil de la pieza.

En general, los mayores esfuerzos de tracción serán originados por el momento flector, y el esfuerzo de corte tiene poca influencia en la resistencia de la viga.

Caso b) Viga de hormigón armado sin armadura de corte

Por el contrario, de colocarse en la viga la armadura necesaria para tomar los esfuerzos de flexión, a medida que las cargas aumenten, en la zona de momentos máximos, se irán formando fisuras debido a los esfuerzos de tracción originados por la flexión, pero, la viga tiene capacidad para seguir absorbiendo cargas mayores. Si la viga del ensayo es simplemente apoyada, al aumentar paulatinamente las cargas, los esfuerzos cortantes aumentarán proporcionalmente con ellas, y adquirirán valores elevados en la zona de apoyos.

Dada la conocida limitada capacidad del hormigón de tomar tracciones, los esfuerzos principales de tracción (σ) debidos al esfuerzo de corte, solos o combinados con flexión, alcanzarán eventualmente un valor lo suficientemente elevado como para producir fisuras diagonales, diferentes de las fisuras verticales de flexión. Estas fisuras, tienen una influencia importante en la resistencia de la viga y en su capacidad de tomar cargas adicionales, al no existir armadura para tomar los esfuerzos. Por todo esto, al originarse una fisura diagonal, pueden producirse dos situaciones:

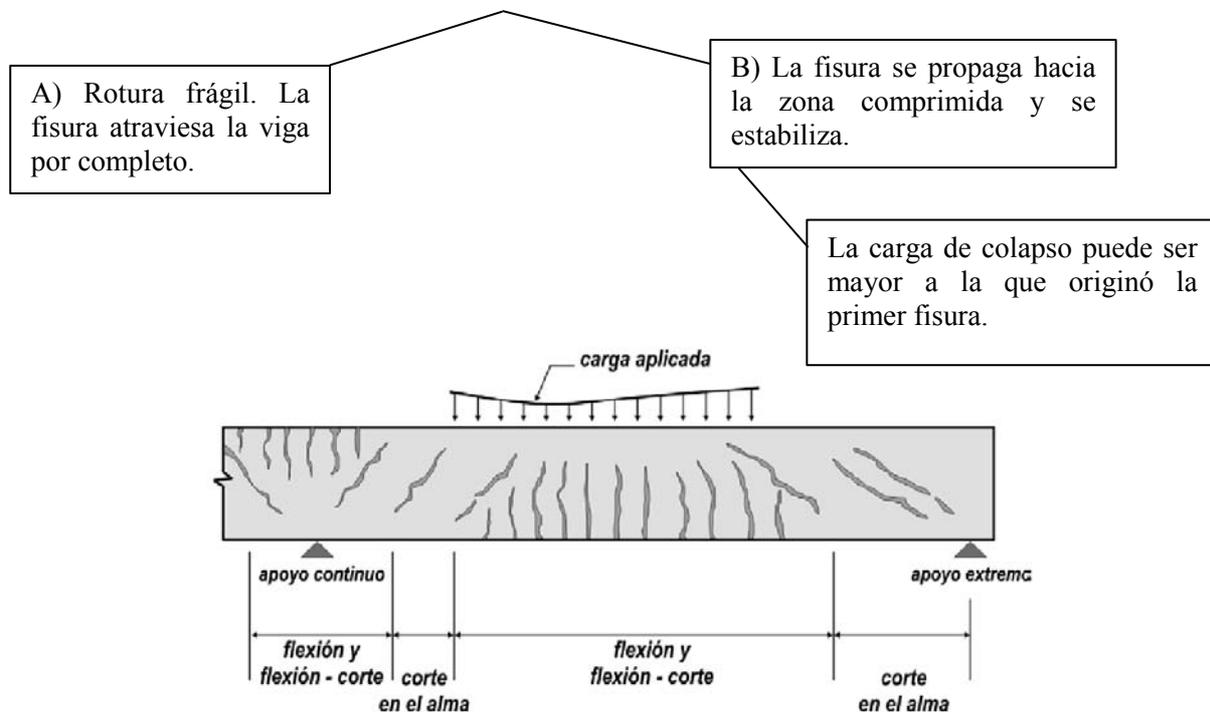


Figura 180: Esquema de fisuras según la sollicitación predominante en vigas (referencia 109)

En el segundo caso, la fisura diagonal, una vez formada, asciende hacia la zona de compresión, pero se detiene antes de penetrar en la zona comprimida. No ocurre la falla repentina y la pieza puede aún tomar una carga mayor que aquella que originó la fisura diagonal.

Para este segundo caso podemos plantear el sistema de fuerzas internas que colaboran en la absorción de esfuerzos de corte. Por una parte tendremos un valor de corte exterior actuante:

$$V_{ext.} = R - P_1$$

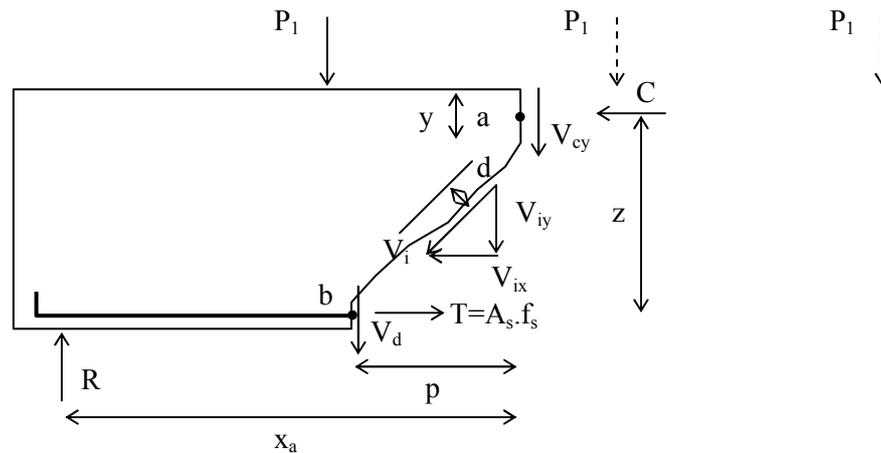


Figura 181: Diagrama de fuerzas actuantes en corte para una viga sometida a un sistema de cargas puntuales

Una vez formada la fisura diagonal, no puede transmitirse a través de ella ninguna fuerza de tracción en dirección normal a la misma. Pero si la fisura se mantiene con reducido espesor, ésta aún puede transmitir fuerzas en su propio plano mediante la trabazón de las superficies que poseen rugosidad. Esto da origen a las denominadas fuerzas de interfase (V_i), que en algunos casos alcanzan valores cercanos a un tercio o más de la fuerza cortante total.

Las otras fuerzas internas actuantes son: la presente en la zona no fisurada de hormigón V_{cy} , y la que actúa como una dovela a través de la armadura longitudinal V_d .

Por tanto, la fuerza cortante total interna es:

$$V_{int.} = V_{cy} + V_d + V_{iy}$$

Si la viga sólo tiene armadura longitudinal, la fuerza de dovela es pequeña dado que se aplica sobre el hormigón que rodea a la barra, este hormigón impide el desplazamiento vertical. Este esfuerzo aplicado sobre la delgada capa de hormigón, origina la falla por tracción y el desprendimiento del recubrimiento. Al ocurrir esto, desaparece la fuerza de dovela (V_d) y aumenta naturalmente el espesor de la fisura diagonal existente. Debido a ello, disminuye la fuerza de interfase (V_i) y se produce la falla de la viga. Es importante observar una consecuencia de la fisura diagonal sobre el esfuerzo de tracción presente en la armadura. Tomando momentos con respecto al punto (a), en la intersección de V_{cy} y C:

$$M_{ext.} = (R_c \cdot x_a) - P_1 (x_a - x_1)$$

El momento interno es:

$$M_{int.} = T_b \cdot z + V_d \cdot p - V_i \cdot d$$

d = brazo de palanca V_i

$$M_{ext.} = M_{int.}$$

$$T_b = \frac{M_{ext(a)} - V_d \cdot p + V_i \cdot d}{z} \cong \frac{M_{ext(a)}}{z}$$

T_b = esfuerzo de la armadura de flexión en la sección ubicada en $x = b$.

Dado que tanto V_d como V_i disminuyen significativamente con el aumento del ancho de la fisura, podemos considerar:

$$T_b = M_{ext(a)}/z$$

Podemos realizar entonces varias consideraciones producto del ensayo realizado. La formación de la fisura diagonal produce entonces la siguiente redistribución de fuerzas y esfuerzos internos:

I) En la sección vertical de abscisa x_a , el esfuerzo cortante medio previo a la formación de la fisura diagonal era $V_{ext}/(b_w \cdot d)$, luego de la formación de ésta, el esfuerzo es resistido por:

- Cortante de interfase (V_i)
- Cortante de dovela (V_d)
- Cortante en la sección mucho menor de hormigón no fisurado (V_{cy})

II) A medida que la fisura sobre la armadura longitudinal se desarrolla, tanto V_d como V_i disminuyen, y aumenta consecuentemente el esfuerzo cortante V_{cy} . El crecimiento de la fisura diagonal genera que llegue la misma hasta el eje neutro, y disminuya el área no fisurada sobre la cual actúa la fuerza de compresión (C), la sección ($b_w \cdot y$) es cada vez menor.

III) Finalmente, debemos destacar que antes de la fisura diagonal, el esfuerzo en la armadura ubicada en la abscisa x_b , era proporcional al momento M_{xb} , luego de producida la fisura, el momento que define el esfuerzo de la armadura en $x = b$, es M_{xa} , con $M_{xa} > M_{xb}$.

Aumenta súbitamente el esfuerzo en la armadura en $x = b$ (este hecho es reconocido por diferentes normas bajo el concepto de decalaje del diagrama de momentos).

Caso c) Viga con armadura de corte

La armadura de corte no tiene un efecto importante en la etapa previa a la formación de las fisuras diagonales, las mediciones realizadas sobre los estribos muestran que los mismos prácticamente no absorben esfuerzos previos a la fisuración.

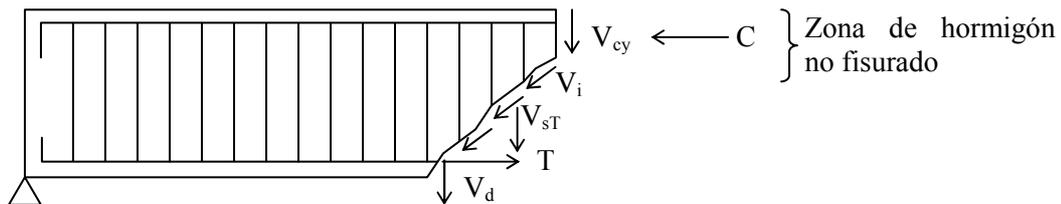


Figura 182: Fuerzas internas en una viga con armadura de corte

$$V_{int} = V_{ext} u$$

$$V_{int} = V_{cy} + V_{iy} + V_d + V_s$$

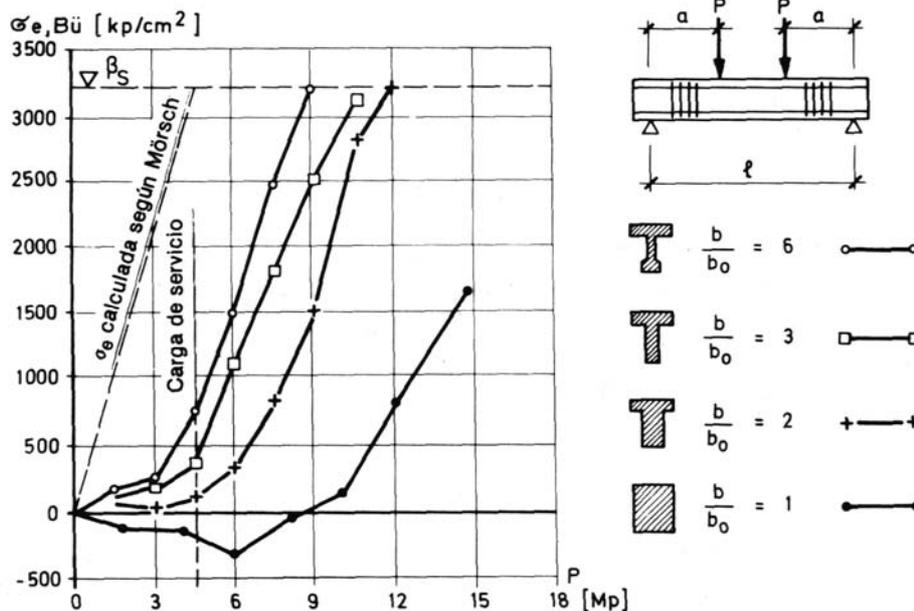


Figura 183: Tensiones medias de los estribos en vigas con distinta relación b/b_0 (referencia 63)

Luego de la fisuración, las armaduras de estribos aumentan la resistencia al corte por varias causas:

- I) Las barras de estribos atraviesan la fisura diagonal de corte, según el esquema que se verá a continuación. La presencia de estas barras limita el aumento de las fisuras diagonales y reduce la penetración de las mismas en la zona de compresión, lo cual permite una mayor sección remanente para absorber V_{cy} .
- II) Asimismo, los estribos restringen el ensanchamiento de las fisuras, de forma tal, que se logra mantener una fuerza de interfase V_i en un valor significativo.
- III) Al estar distribuidos en forma regular, los estribos sostienen a la armadura longitudinal y brindan apoyo para mantener la fuerza de dovela (V_d).

Por todo lo expuesto en los puntos I) a III), es evidente que cuando el esfuerzo en los estribos llegue a un valor tal que entren los mismos en fluencia, la falla será entonces inminente, desapareciendo en tal situación los aspectos favorables mencionados.

Para el presente ensayo se asumió que el espesor del alma de la viga es tal que no se produce la falla por agotamiento del hormigón comprimido de las bielas de hormigón. (Recordar el concepto de τ_{03} en la Norma DIN 1045/78 y/o CIRSOC 201/82, basado en la misma).

En la siguiente figura podemos observar la variación esquemática de las cuatro componentes que toman corte, a partir de la aparición de la fisura diagonal, el valor del esfuerzo de corte que absorben los estribos aumenta en forma aproximadamente lineal, mientras que la suma de las otras tres componentes permanece casi constante ($V_{cy} + V_d + V_{iy}$).

Cuando los estribos entran en fluencia, su aporte permanece constante, $V_s = n \cdot A_v \cdot f_y$, sin embargo, tanto V_{iy} como V_d , disminuyen rápidamente. Esto conduce a agotar la capacidad remanente del hormigón no fisurado (V_{cy}) y produce la falla de la viga.

Dado que es muy dificultoso y poco práctico evaluar las magnitudes individuales de V_d , V_{iy} y V_{cy} , generalmente se suman sus efectos, mencionándose los mismos como: “contribución del hormigón a la resistencia al esfuerzo cortante (V_c)”:

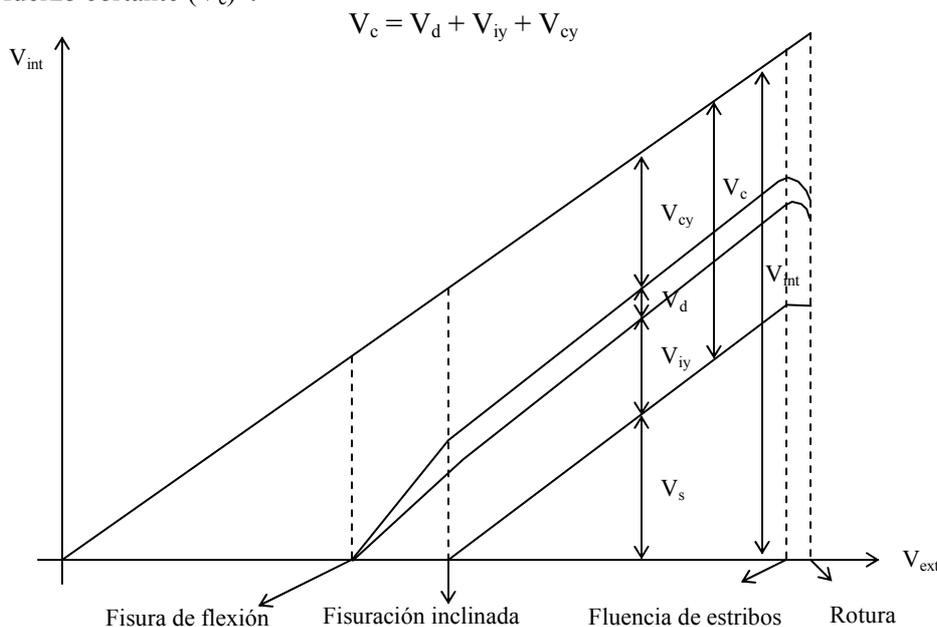


Figura 184: Composición de los esfuerzos de corte en una viga (adaptado referencia 47)

$$V_{ext.} = V_{cy} + V_d + V_{iy} + V_s$$

con:

$$V_s = n \cdot A_v \cdot f_y$$

$$V_c = V_{cy} + V_d + V_{iy}$$

$$V_{ext.} = V_c + V_s$$

Análisis tensional en Estado I

Evaluando el estado tensional en una viga de hormigón armado para un nivel de carga reducido, a la que por simplicidad suponemos simplemente apoyada y sometida a una carga uniforme, es decir, con una variación de corte lineal, la misma se mantendrá en Estado I sin fisuras debidas a flexión o corte. En este caso podemos, como aproximación, aplicar los conceptos conocidos de vigas con comportamiento elástico. Si evaluamos un elemento diferencial según el eje de la pieza y considerando nulos los esfuerzos axiales, se tendrá:

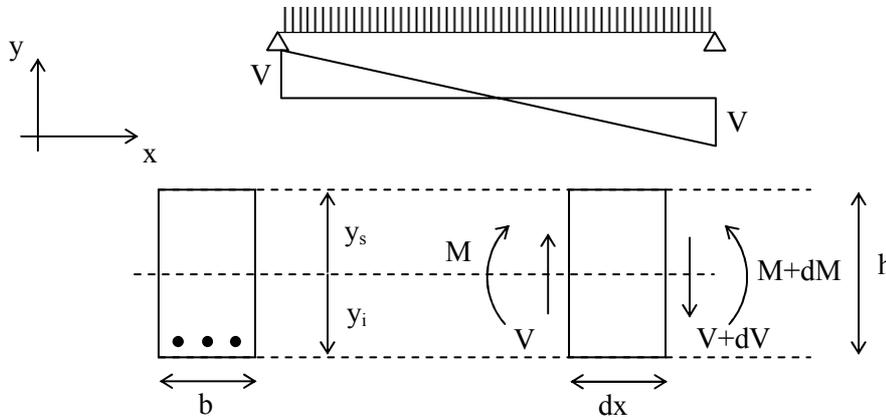


Figura 185: Corte y equilibrio de un diferencial de la viga

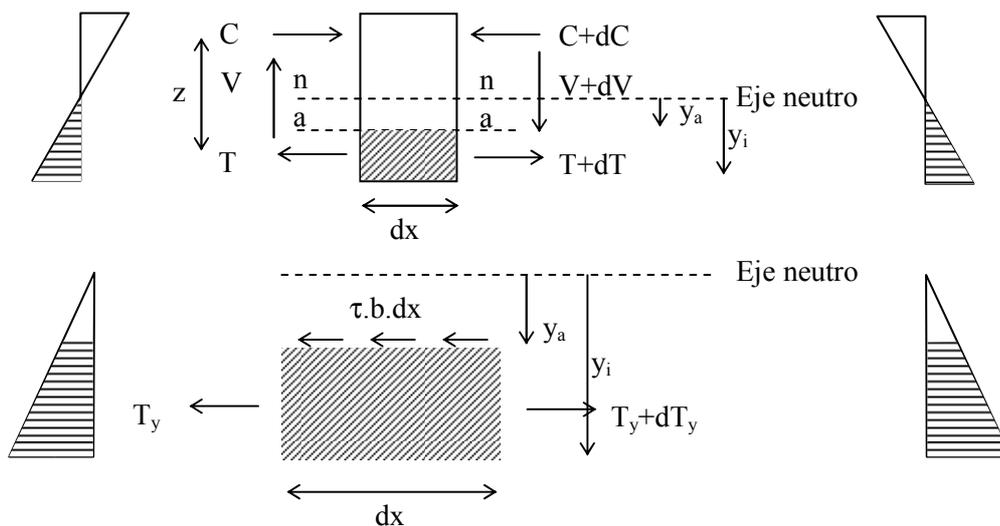


Figura 186: Detalle de la zona estudiada

De la Figura 185 se puede determinar que:

$$M = T \cdot z \quad (I)$$

con:

z = brazo de palanca en Estado I.

Por equilibrio de la Figura 186 se deduce que:

$$dT_y = \tau \cdot b \cdot dx \quad (II)$$

con:

τ = tensiones de corte.

T_y = resultante de tracción entre la fibra y_a y la fibra exterior y_i

Las tensiones debidas a flexión se pueden expresar como:

$$f_{(x)} = \frac{M}{I} \cdot y$$

$$T = \int_0^{y_i} f_{(x)} dA \quad (\text{III})$$

con:

A_a = área de la sección hasta la fibra a-a

I = momento de inercia de la sección

$$T_y = \frac{M}{I} \int_{y_a}^{y_i} y b dy$$

Como $b dy = dA$, y S_a (momento estático con respecto al eje baricéntrico) es igual a $\int_{y_a}^{y_i} y dA$, entonces:

$$T_y = \frac{M}{I} \int_{y_a}^{y_i} y dA$$

$$T_y = \frac{M}{I} \cdot S_a \quad (\text{IV})$$

De la ecuación (II), se deduce que:

$$\tau = \frac{dT_y}{b \cdot dx} \quad (\text{V})$$

Reemplazando la ecuación (IV) en la ecuación (V), se obtiene:

$$\tau = \frac{1}{b} \cdot \frac{d(M/I \cdot S_a)}{dx} = \frac{1}{b} \cdot \frac{dM}{dx} \cdot \frac{S_a}{I}$$

Como $V = dM/dx$:

$$\tau = \frac{1}{b} \cdot V \cdot \frac{S_a}{I} \quad (\text{VI})$$

A nivel del eje neutro se tiene:

$$\tau_0 = \frac{V \cdot S_0}{b \cdot I}$$

De la ecuación (I):

$$z = \frac{M}{T}$$

Reemplazando T:

$$z = \frac{M}{\int_0^{y_i} f_{(x)} dA}$$

A su vez, como:

$$f_{(x)} = \frac{M}{I} \cdot y$$

Se obtiene:

$$z = \frac{M}{\frac{M}{I} \int_0^{y_i} y dA}$$

con:

$$S_0 = \int_0^{y_i} y dA$$

Por lo tanto, y aceptando que $I_H \cong I_I = I$:

$$z = \frac{I}{S_0}$$

Reemplazando en la ecuación (VI), se obtiene:

$$\tau_0 = \frac{V}{b \cdot z} \quad (\text{VII})$$

Si pensamos a la viga de hormigón armado como un elemento formado por dos mitades, la parte superior solicitada a tensiones axiales de compresión y la zona inferior a tensiones axiales de tracción, para el funcionamiento en conjunto se deben desarrollar tensiones en la interfase que impidan el deslizamiento mutuo (ecuación VII).

Análisis tensional en Estado II

Consideremos ahora una sección como la de la Figura 187 trabajando en Estado II.

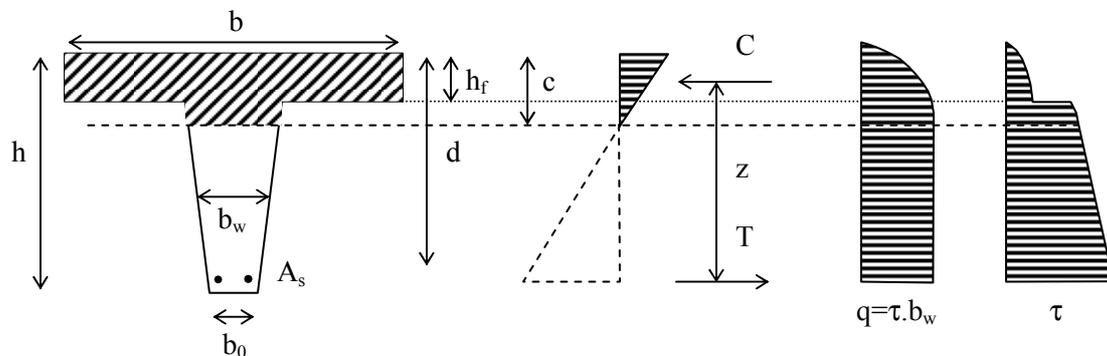


Figura 187: Tensiones en una viga en Estado II

Si llamamos “flujo de corte” (q) al producto de la tensión τ por el ancho b_w , observamos que el mismo a través de la zona traccionada permanece constante. Como se verifica que:

$$dT = \tau \cdot b_w \cdot dx$$

Asumiendo que z es constante en el diferencial de longitud en estudio, se tiene:

$$\tau = \frac{dT}{b_w \cdot dx} = \frac{1}{b_w} \cdot \frac{d(M/z)}{dx} = \frac{1}{b_w \cdot z} \cdot \frac{dM}{dx}$$

Por lo que:

$$\tau_0 = \frac{V}{b_w \cdot z}$$

En forma similar, el parámetro de comparación que utilizaba el antiguo CIRSOC 201/82, con la tensión de cálculo $\tau_0 = Q/b_0 \cdot z$, es posible utilizar un valor de cálculo de la tensión tangencial en estado II, asumiendo que $z \cong d$, como:

$$\tau_0 = \frac{V_u}{b \cdot d}$$

Este valor sólo representaría un promedio de las tensiones de corte sobre la sección; la distribución “real” de dichas tensiones se desconoce. Del ensayo realizado precedentemente, surge como parámetro decisivo la determinación de aquella carga que conduce a la aparición de la fisura diagonal en la pieza, o bien, de aquella tensión de corte τ_{cr} para la cual se produce dicha fisura diagonal.

Según sean las condiciones de carga y tipos de apoyo de la viga, se puede presentar diferentes valores de momento flector y esfuerzos de corte asociados en la sección crítica de estudio.

A modo de ejemplo tenemos:

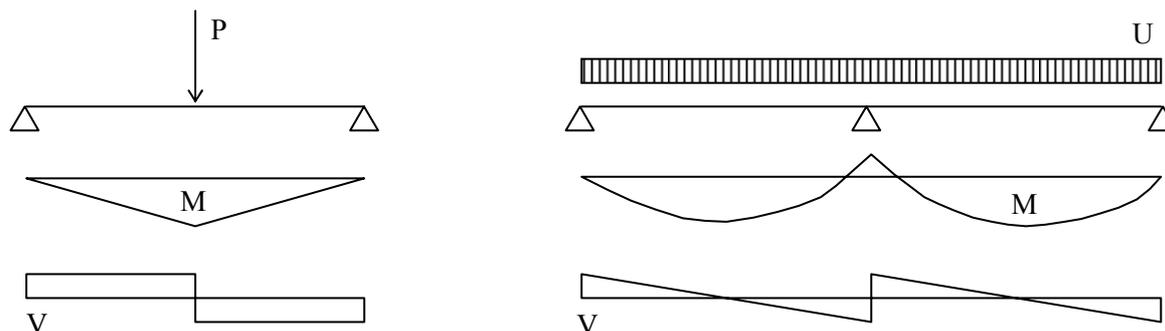


Figura 188: Combinaciones de esfuerzos de flexión y corte con distintas tensiones de tracción

La combinación de valores asociados de momento y corte definirán la dirección y el valor de la tensión principal de tracción, consecuentemente con ello se definirá el tipo de fisuras y la clase de falla. Si nos encontramos en una zona de la pieza en donde el esfuerzo de corte es elevado y el momento flector muy reducido, la tensión principal de tracción tendrá una inclinación de 45° y su valor será igual a la tensión de corte τ .

De la evaluación de una cantidad importante de ensayos, surge la siguiente expresión de τ_{cr} para esta situación:

$$\tau_{cr} = \frac{V_{cr}}{b.d} = 0,30 \cdot \sqrt{f'_c} \quad (\text{VIII})$$

Por el contrario, cuando tanto M como V poseen valores elevados, se presentarán en primer lugar las fisuras de flexión (normales a la cara inferior), pero dado que existe armadura para absorber estas tracciones, las fisuras se mantienen bajo control.

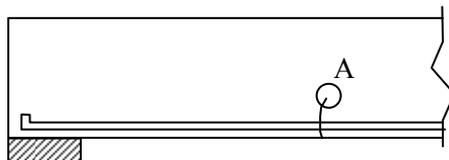


Figura 189: Evolución de una fisura ante esfuerzos de flexión y corte en una viga

En la zona superior de la fisura por flexión (A), producto de la composición de tensiones de corte y flexión, se llegará en un momento dado a agotar la resistencia de tracción del hormigón y la fisura entonces proseguirá creciendo, inclinándose y elevándose hasta la falla de la pieza. Como el área disponible de hormigón intacto, en dicha situación, es reducida, y se trabaja con una tensión promedio de $\tau = \frac{V}{b.d}$, nuevamente, de las experiencias de ensayos surge la siguiente expresión:

$$\tau_{cr} = \frac{V_{cr}}{b.d} = 0,16 \cdot \sqrt{f'_c} \quad (\text{IX})$$

Observando las expresiones (VIII) y (IX), vemos que la presencia de momentos flectores importantes, pueden originar la formación de fisuras diagonales para valores cercanos a la mitad de aquel que se produce con momentos nulos. A fin de evaluar situaciones de combinaciones distintas de M y V, surge de ensayos la siguiente expresión:

$$\tau_{cr} = \frac{V_{cr}}{b.d} = 0,16 \cdot \sqrt{f'_c} + 17,2 \cdot \rho_w \cdot \frac{V.d}{M} \quad (\text{X})$$

con:

$$\tau_{cr} < 0,30 \cdot \sqrt{f'_c} \quad \text{y} \quad \rho_w = \frac{A_s}{b_w \cdot d}$$

Esta ecuación incorpora otro parámetro importante que es la cuantía de armadura traccionada longitudinal, pues a mayor rigidez de dicha armadura, mayor será la restricción al crecimiento de la fisura (efecto de dovola). El mismo efecto debería ser considerado cuando, en una viga fuertemente solicitada al corte, se plantea un escalonamiento de la armadura hacia los apoyos.

Formas de resistencia al corte¹

Acción de viga y efecto de arco

De la expresión general:

$$V = \frac{dM}{dx}$$

Planteando:

$$M = T \cdot z$$

Resulta:

$$V = \frac{dM}{dx} = \frac{d(T \cdot z)}{dx} = z \cdot \frac{dT}{dx} + T \cdot \frac{dz}{dx} \quad (\text{XI})$$

El primer término de la ecuación expresa la variación en el esfuerzo resultante (T) de la armadura traccionada producto de una variación del momento manteniendo el brazo de palanca (z) constante. El cociente (dT/dx) representa dicha variación a lo largo de dx originada en las fuerzas de adherencia que transmiten esfuerzos entre la barra y el hormigón circundante.

Bajo la hipótesis del valor de z permanece constante, el segundo término sería nulo y se obtendría lo que se denomina “acción de viga perfecta”, es decir:

$$V = z \cdot \frac{dT}{dx}$$

Si se pierde la adherencia entre la armadura y el hormigón en la longitud del tramo estudiada, ya no resulta posible que la fuerza T cambie de valor, resultando por lo tanto que el primer término de la ecuación I sea nulo. Bajo tales condiciones, la fuerza de corte sólo puede ser tomada por el “efecto de arco”, es decir, por la inclinación del cordón comprimido C, por lo que la ecuación (XI) queda:

$$V = C \cdot \frac{dz}{dx}$$

con $C = T$.

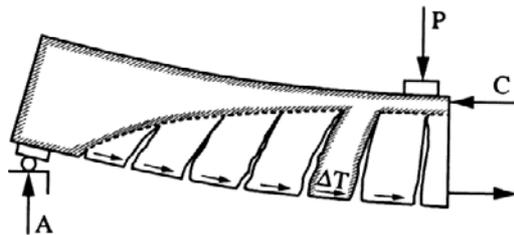


Figura 190: Modelo dentado basado en el “efecto de arco” (referencia 9)

Este mecanismo solicita severamente a los anclajes extremos de la armadura.

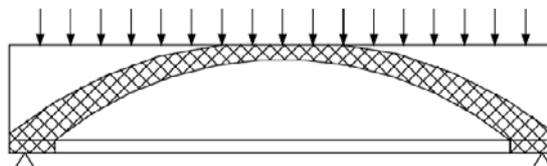


Figura 191: Solicitaciones severas para los anclajes generadas por el efecto arco

El efecto de arco como forma resistente para vigas sin estribos de corte sólo puede darse cuando las cargas se aplican superiormente. El efecto de arco es el predominante para determinar la resistencia al corte en vigas de gran altura cargadas superiormente. Por ejemplo, cuando sobre la viga en estudio apea otra viga, no se puede generar este efecto en forma significativa, dado que las cargas se aplican en la zona inferior de la viga. En una viga de hormigón armado dado el cuadro de fisuración, de la existencia de fenómenos de deslizamiento relativo entre el acero y el hormigón y que la fuerza de adherencia no se podrá desarrollar por

¹ Referencias N° 75) y 110)

completo, ambos términos de la ecuación (XI) aportarán resistencia frente al corte en función de la compatibilidad de las deformaciones vinculadas a cada uno de estos mecanismos resistentes.

Las fisuras producen que la zona traccionada quede dividida en varios bloques. Podemos considerar a cada bloque como una ménsula empotrada en la zona comprimida de hormigón.

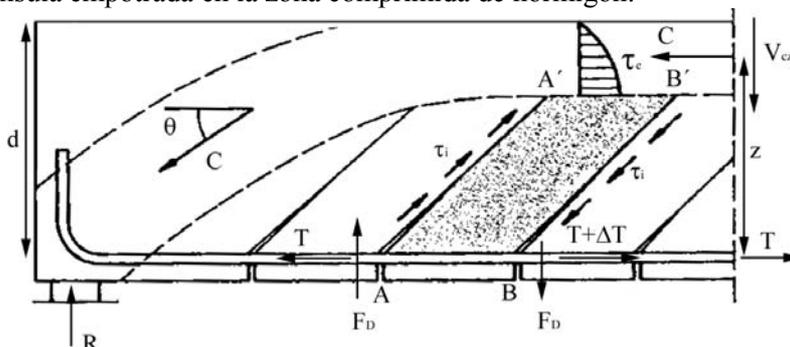


Figura 192: Efectos que favorecen la acción resistente al corte (adaptado de referencia 75)

Efecto de las tensiones de la cabeza comprimida

En la zona superior no fisurada (cabeza comprimida) aparecen tensiones τ_c que colaboran para absorber el esfuerzo cortante V_{cy} .

Efecto arco

El cordón comprimido se inclina en las proximidades del apoyo, por tanto C tiene una componente vertical ($C \cdot \sin \theta$) que contribuye a absorber esfuerzos de corte formando un mecanismo de arco atirantado. Este aporte está condicionado por la capacidad de la armadura traccionada que llega al apoyo y un adecuado anclaje, es decir, en este mecanismo aporta junto con el hormigón, la armadura longitudinal.

Efecto de las fuerzas de interfase V_i

Las bielas de hormigón formadas entre dos fisuras de flexión tienen la capacidad de tomar parte del esfuerzo de corte. La biela AA'-BB' se puede analizar como una ménsula empotrada en la zona comprimida A'B' y sometida a una fuerza ΔT ubicada a la altura del baricentro de la armadura traccionada. La deformación de la ménsula implica un alargamiento de la zona AA' y un acortamiento de la zona BB'. Frente a ambos deslizamientos relativos, se oponen la trabazón y engranamiento de los áridos que se ubican entre las caras de la fisura, originando tensiones τ_i . Este efecto es mayor en vigas de poca altura (vigas y losas) que en aquellas de altura h mayores a un metro.

Efecto dovela F_D

La biela comprimida de hormigón está rigidizada por la armadura de flexión que cose fisuras, la que se opone a la deformación mediante fuerzas F_D . Este efecto de dovela depende de la resistencia a tracción del hormigón dado que (en ausencia de estribos de corte), las barras se "apoyan" en la zona del recubrimiento del hormigón. Al producirse el desgarramiento del mismo, la acción de dovela disminuye prácticamente a un valor nulo. Si la viga cuenta con estribos de corte, este mecanismo resistente mejora significativamente.

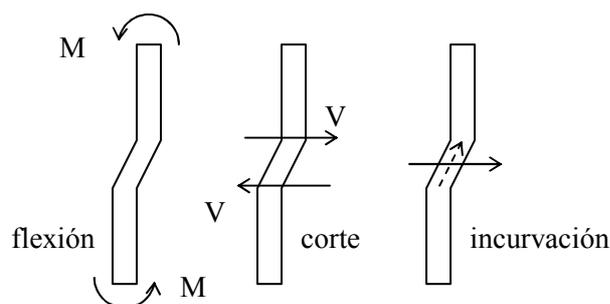


Figura 193: Resistencias generadas por el efecto de dovela

Tipos de falla al corte²

En base a un ensayo sobre vigas simplemente apoyadas con cargas concentradas, distintos investigadores han clasificado básicamente cuatro tipos de roturas por corte.

Roturas clase I

Se plantea para vigas con relaciones $3 < a_v/d < 7$. Se presenta en general la falla por tracción diagonal, originándose en una fisura de flexión (1-2) cerca del apoyo que se prolonga hacia el punto de aplicación de la carga, punto 3, produciéndose la falla de la pieza y su separación en dos partes.

Al producirse la fisura diagonal, falla la acción de viga. Frente a esto, el mecanismo de arco no puede tomar la carga actuante.

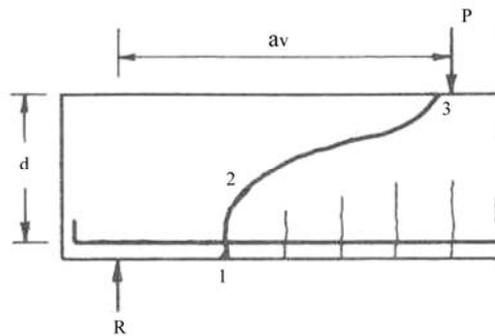


Figura 194: Rotura de una viga sometida a corte debido a una falla de tracción (adaptado referencia 12)

Roturas clase II

Se presenta para vigas con relaciones $2 < a_v/d < 3$. La fisura diagonal se interrumpe en un punto como el 4, comienza luego un proceso de fisuración que rodea las armaduras de flexión, al aumentar más la carga, la fisura se propaga horizontal (4-5) y se desprende el recubrimiento de la armadura cercana al anclaje. Al fallar este último, desaparece el “efecto arco” y falla la pieza. Se la suele denominar “falla de compresión por corte” de la zona comprimida por sobre la fisura diagonal.

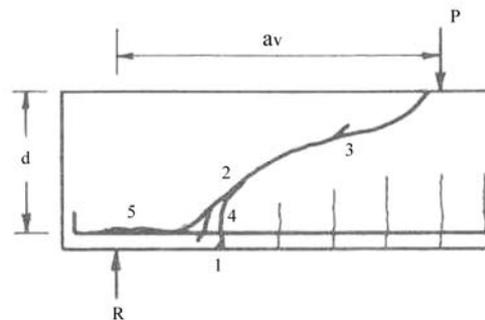


Figura 195: Rotura a corte por falla del anclaje (adaptado referencia 12)

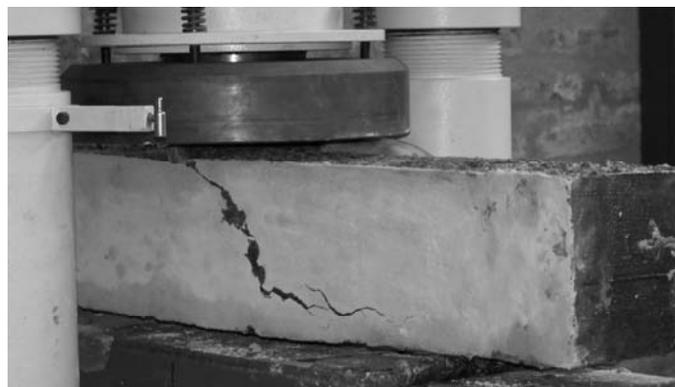


Figura 196: Ensayo de una viga sometida a corte en el LABIEVI de la UNPSJB (falla clase II)

² Referencia 62)

Roturas clase III

Se presenta con relaciones $1 < a_v/d < 2,50$, formándose en general la fisura en forma independiente de las de flexión y permanece hasta un cierto nivel de carga. Al aumentar la carga P , la fisura diagonal penetra en la zona comprimida de hormigón y se produce una rotura por desintegración del mismo en una zona cercana a la de aplicación de la carga. Se la conoce como “falla por aplastamiento del hormigón”. En este rango, la acción de arco es más eficiente dado que la línea de empuje del cordón comprimido tiene mayor inclinación.

Roturas clase IV

Se plantean para relaciones $a_v/d < 1$, donde la fisura diagonal se forma, en general, entre los puntos de apoyo y aplicación de la carga.

Como se indicó en los tipos de falla por corte, particularmente para relaciones $2,5 < a_v/d < 7$, la resistencia de la pieza depende en forma significativa de la resistencia a tracción del hormigón, por tanto, los resultados de los ensayos presentan valores de dispersión importantes. Por ello, el Código ACI 318 plantea ecuaciones de carácter semiempírico que en general son conservadoras. Estas ecuaciones estiman la suma de las resistencias de los mecanismos de viga y arco.

Antecedentes históricos³

Realizando una muy breve reseña, a comienzos de 1900, Mörsch fue quien primero logró comprender la forma de comportamiento de las vigas de hormigón armado sometidas a corte.

En base a estudios previos de Ritter, desarrolló un modelo de análisis basado en un reticulado plano de cordones paralelos, con un cordón superior formado por el hormigón en compresión y un cordón inferior formado por la armadura longitudinal, montantes verticales (estribos) traccionados y bielas diagonales a 45° de hormigón comprimidas.

Este modelo se conoció como “Analogía del reticulado clásico” y fue la base sobre la cual se desarrollaron las normas de corte en la mayoría de los reglamentos de hormigón durante muchos años.

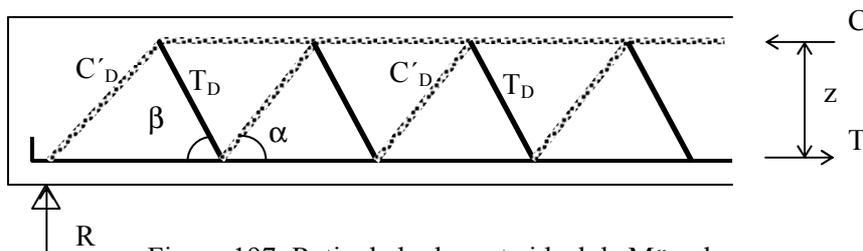


Figura 197: Reticulado de corte ideal de Mörsch

Mörsch entendía que una vez que las tensiones superaban un valor, se provocaba la fisuración diagonal y el hormigón ya no aportaba más a la capacidad de corte, por lo que los estribos debían dimensionarse para absorber la totalidad de esfuerzos de corte. Sin embargo, los ensayos de Withey (1906-1907), indicaban que los esfuerzos en los estribos eran menores a los esperables de obtener según la teoría elaborada por Mörsch. Withey evaluó que existía un cierto aporte para tomar parte del corte en la zona superior de hormigón comprimido (cordón superior del reticulado) y las armaduras inferiores de flexión (cordón inferior del reticulado). Por aquellos años (1909), a su vez, Talbot evaluó los resultados de sus ensayos, en los que resulta relevante en la resistencia al corte la calidad del hormigón (f'_c). La década del 60' fue importante por diversas investigaciones que se desarrollaron. Por una parte Kani (1964), propuso un modelo en el cual entre dos fisuras consecutivas de flexión se considera un diente de hormigón empotrado en la zona comprimida de la viga, los dientes se comportan como voladizos sobre los cuales se presentan fuerzas horizontales originadas en las tensiones de adherencia que producen la variación de la fuerza actuante entre caras sobre la armadura.

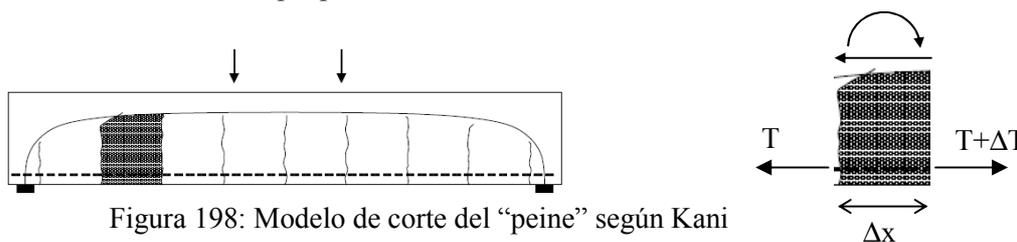


Figura 198: Modelo de corte del “peine” según Kani

³ Referencia N° 84)

En 1967 Kani planteó el problema del efecto del tamaño de la pieza al demostrar que al aumentar la altura de la viga disminuía la tensión última de corte. Más tarde, Paulay (1968) observó que los dientes de hormigón al deformarse, friccionan sobre las caras de los dientes alledaños generándose fuerzas de interfase que se oponen al desplazamiento relativo y asimismo la armadura de flexión genera un efecto de dovela que aporta al mecanismo resistente.

Las investigaciones que realizaron en Stuttgart, Leonhardt y Walter, generaron una importante cantidad de información sobre el tema. En la estructura real, los esfuerzos internos se distribuyen de acuerdo a las relaciones de rigideces, de manera tal que el trabajo interno de deformación sea mínimo, los esfuerzos de tracción en el alma disminuyen cuando las diagonales comprimidas son comparativamente más rígidas que el cordón superior comprimido. Este sería el caso por ejemplo, de la sección rectangular, en donde la inclinación de las fisuras de corte es menor a 45° , llegando a los 30° y el esfuerzo en el cordón comprimido sigue una trayectoria de arco.

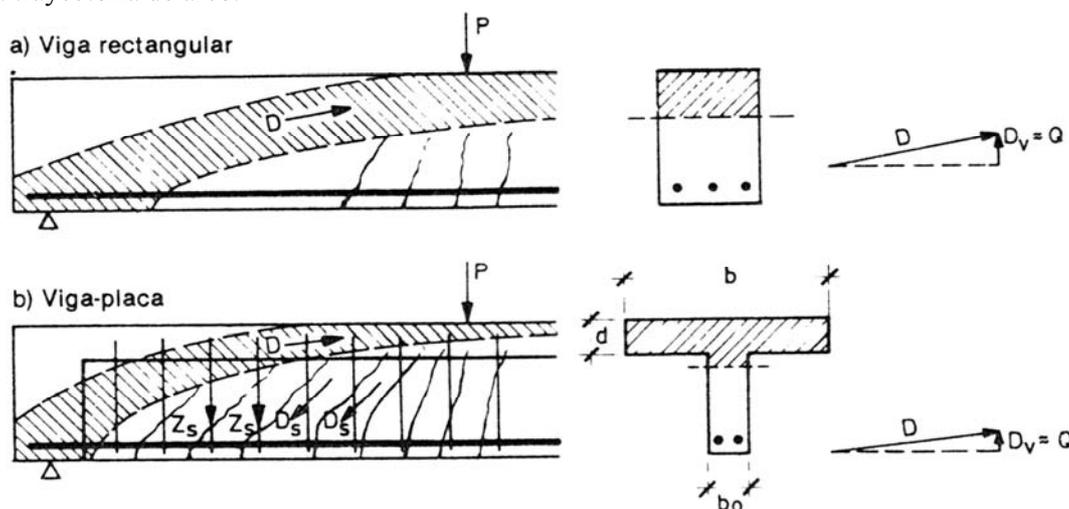


Figura 199: Trayectoria de arco en vigas rectangulares y vigas placa (referencia 63)

De tal forma, la parte inclinada del cordón comprimido absorbe una fracción del esfuerzo de corte y descarga el alma. Por el contrario, en vigas placa o T, con $b/b_w > 6$, el cordón comprimido tiene una inclinación reducida y las fisuras de corte se manifiestan aproximadamente a 45° . Leonhardt propone luego su “analogía del reticulado generalizada” que no sólo consideraba al cordón superior con una cierta inclinación, sino que en el mismo, las diagonales pueden tener inclinaciones entre 30° y 45° . Se determina asimismo que existe una interdependencia entre el corte y el momento flector que debía ser analizada.

Investigaciones realizadas en la década pasada, permitieron desarrollar y perfeccionar el modelo del reticulado. El aporte de varios investigadores como Thurliman, Collins, Schlaich y otros, confirmaron que el ángulo de inclinación de las bielas comprimidas de hormigón puede variar entre 25° y 65° en función de varios parámetros, entre otros, de la distribución de armadura de corte y flexión. Algunos códigos han implementado estos conceptos (Eurocódigo EC2 – AASHTO LRFD), permitiendo al diseñador adoptar un valor de θ variable (inclinación de las bielas comprimidas), teniendo claro que la selección de un ángulo menor implicaría menor armadura vertical de estribos, pero más armadura horizontal y mayor tensión de compresión en las diagonales comprimidas del reticulado. Este modelo no considera los requisitos de compatibilidad, desarrollos posteriores incorporaron estos requisitos (Teoría del Campo a Compresión Modificada), elaborándose así modelos que permiten estimar no sólo la carga última sino también la respuesta resistente carga-deformación completa. Esta teoría tiene un importante grado de complejidad en el estado actual para llevarla a un diseño práctico de rutina de vigas de hormigón armado⁴.



Figura 200: Modelo del reticulado según la Teoría del Campo a Compresión

⁴ Referencias N° 46), 110) y 117).

Diseño al corte según CIRSOC 201/2005

El diseño al corte planteado por el ACI 318/05, base de nuestro CIRSOC 201/05, se fundamenta en ecuaciones de naturaleza empírica, que surgen de resultados de ensayos.

Se considera por un lado que el esfuerzo de corte resistido por el hormigón y el esfuerzo de corte resistido por los estribos, son aditivos. Vale decir, supone que la resistencia al corte proporcionada por el hormigón (V_c) es igual al valor de corte que provoca fisuración inclinada, por tanto, el valor remanente, es el que tomará la armadura de corte (barras dobladas y estribos).

Los requisitos para el diseño de corte se presentan en términos de las fuerzas (no de las tensiones de corte, tal cual estábamos acostumbrados según la norma CIRSOC 201/82), de manera tal de ser compatible con las demás condiciones de diseño del método de diseño por resistencia.

En consecuencia, el corte se expresa en términos del esfuerzo de corte mayorado (V_u). La determinación de la cantidad de armadura se basa en una forma modificada de la analogía del reticulado. La analogía del reticulado asume que la armadura de corte resiste la totalidad del corte transversal. En base a un importante número de ensayos se puede suponer que la resistencia al corte proporcionada por el hormigón, V_c , es igual al corte que provoca fisuración inclinada, por este motivo, la armadura se debe diseñar para absorber sólo el exceso de corte.

Dado el tipo de falla frágil de las roturas por corte en comparación con las fallas dúctiles posibles de obtener por flexión, se diseña de tal forma de lograr que la resistencia del elemento al corte sea igual o mayor que la resistencia a flexión.

Las piezas sometidas a corte deben verificar la siguiente expresión:

$$V_u \leq \phi \cdot V_n$$

V_u : resistencia requerida calculada con cargas mayoradas

V_n : resistencia nominal de cada sección

$\phi = 0,75$ (coeficiente de reducción de acuerdo al tipo de rotura)

$$V_u \leq \phi \cdot V_n = \phi \cdot (V_c + V_s)$$

V_c : resistencia al corte aportada por el hormigón

V_s : resistencia al corte aportada por el acero

“ V_u ” es el esfuerzo de corte para las cargas mayoradas, calculado a una distancia “ d ” del filo del apoyo:

$$V_u = 1,20.V_D + 1,60.V_L \geq 1,40.V_D$$

Siempre que se cumplan las siguientes condiciones:

- Que el apoyo sea directo, es decir, que la reacción de apoyo introduzca compresiones en la cara inferior del elemento.
- Que las cargas se apliquen superiormente (no “colgadas”).
- Que no existan fuerzas concentradas significativas a una distancia del filo del apoyo menor que “ d ”. La ubicación de la fisura diagonal es en definitiva la que determina la sección crítica para el esfuerzo de corte de diseño.

En caso de que no se cumpla alguna de las condiciones enunciadas, se debe dimensionar con el corte correspondiente al filo del apoyo.

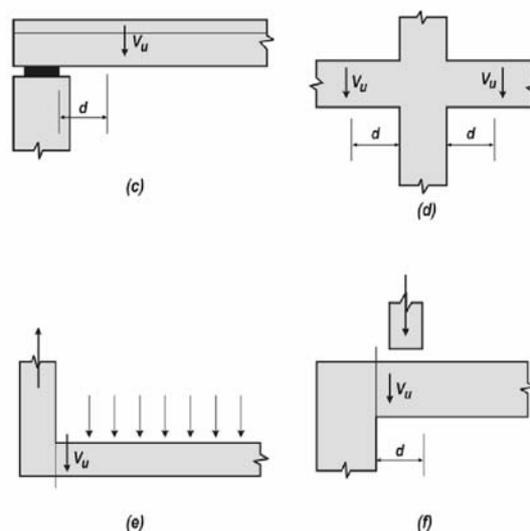


Figura 201: Esfuerzo de corte mayorado para distintas condiciones de apoyo (referencia 109)

Al igual que otros códigos y reglamentos, se permite tomar un valor de corte a la distancia “d”, dado que las cargas que se ubican próximas al apoyo en la cara superior de la viga, se transfieren en forma directa al mismo, mediante un mecanismo de arco. Esto ya que la primera fisura inclinada (la más cercana al apoyo), se extiende desde la cara del apoyo hacia la cara superior, y alcanza dicha cara a una distancia aproximadamente igual a d de la cara ya mencionada.

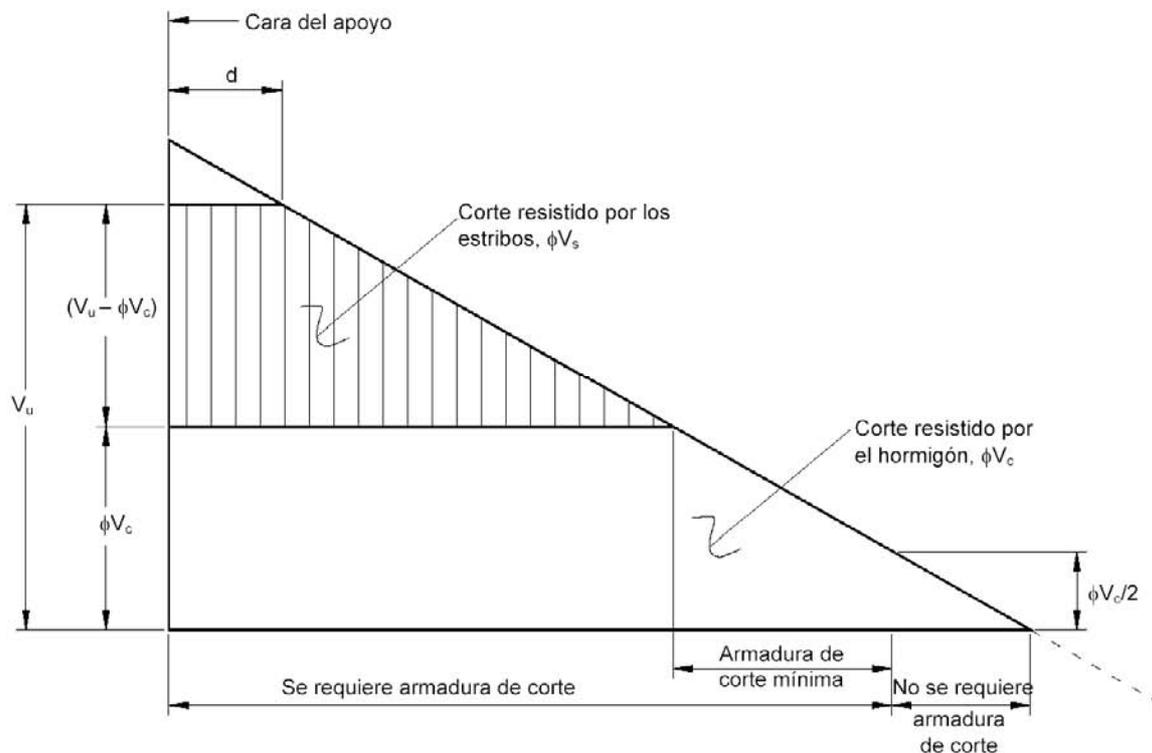


Figura 202: Requisitos a corte según CIRSOC 201/2005 (referencia 109)

Resistencia al corte del hormigón (V_c)

El CIRSOC 201/05 brinda dos tipos de expresiones para evaluar V_c , simplificadas y generales. La diferencia es que las primeras dependen solamente de la geometría de la sección y de la resistencia del hormigón, mientras que las últimas permiten considerar la influencia de otras variables, como por ejemplo la armadura longitudinal y la relación entre V_u y M_u .

En cualquier caso limita $\sqrt{f'_c} \leq 8,3$ MPa, debido a la falta de resultados de ensayos con hormigones de resistencias superiores a 70 MPa.

1) Cuando no existan fuerzas axiales:

a) Expresión simplificada: $V_c = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$

b) Expresión general: $V_c = \left(\sqrt{f'_c} + 120 \rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) \frac{1}{7} b_w d \leq 0,3 \sqrt{f'_c} b_w d$

con $\rho_w = \frac{A_s}{b_w d}$ y $\frac{V_u d}{M_u} < 1$

Resultando:

M_u = momento mayorado que actúa en forma simultánea con V_u en la sección. La limitación $V_u \cdot d / M_u \leq 1$ obedece a limitar la contribución del hormigón cerca de los puntos de inflexión ($M_u \neq 0$).

2) Cuando existan fuerzas axiales de compresión

a) Expresión simplificada: $V_c = \left(1 + \frac{N_u}{14A_g}\right) \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} b_w d$ con N_u/A_g en MPa

b) Expresión general: $V_c = \left(\sqrt{f'_c} + 120 \rho_w \frac{V_u d}{M_m}\right) \frac{1}{7} b_w d \leq 0,3 \sqrt{f'_c} b_w d \sqrt{1 + \frac{0,3 N_u}{A_g}}$

con A_g área bruta de hormigón y $M_m = M_u - N_u \left(\frac{4h-d}{8}\right)$ sin el límite $\frac{V_u d}{M_u} < 1$.

En caso de que M_m sea negativo, se usará la expresión: $0,3 \sqrt{f'_c} b_w d \sqrt{1 + \frac{0,3 N_u}{A_g}}$

3) Cuando existan cargas axiales de tracción

En este caso debe calcularse la armadura de corte para resistir la totalidad del esfuerzo, o bien calcular:

$$V_c = \left(1 + \frac{0,3 N_u}{A_g}\right) \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} b_w d \geq 0$$

con N_u negativo (tracción) N_u/A_g en MPa. En sus Recomendaciones el CIRSOC 201 indica que: “cuando exista incertidumbre sobre la magnitud de la tracción axial y ésta pudiera alcanzar valores significativos se recomienda determinar la armadura de corte para que absorba el corte total”, es decir, $V_c = 0$.

Resistencia al corte aportada por la armadura de estribos y barras dobladas (V_s)

A fin de evaluar la armadura de corte necesaria, el CIRSOC 201/05, se basa en una forma modificada de la analogía del reticulado. Si planteamos una inclinación genérica de las fisuras con un ángulo θ , y una inclinación α de la armadura de corte, podremos deducir mediante las ecuaciones de equilibrio, las expresiones de dimensionado de dicha armadura.

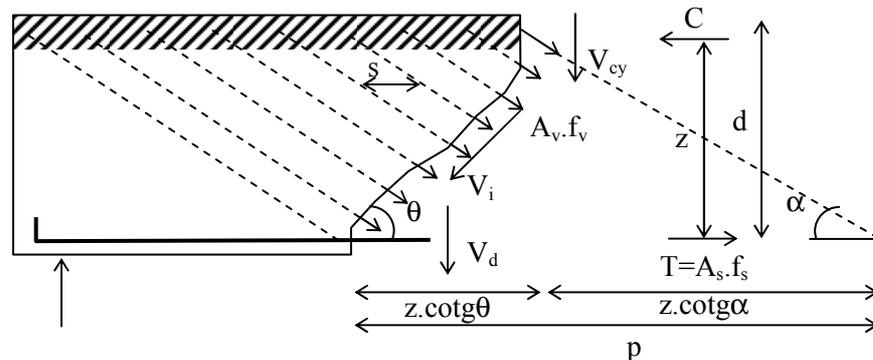


Figura 203: Esfuerzos en una viga con barras dobladas

p = proyección horizontal.

s = separación de la armadura transversal según el eje de la viga.

α = inclinación de las barras.

θ = inclinación de las bielas.

La proyección horizontal p se puede calcular como:

$$p = z \cdot \cotg \theta + z \cdot \cotg \alpha \quad (\text{XII})$$

Podemos asumir como aproximación a $z \cong d$, por lo que la ecuación XII resulta:

$$p = d \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \quad (\text{XIII})$$

La cantidad de barras que atraviesan la fisura, n , se puede establecer:

$$n = \frac{P}{s}$$

$$n = \frac{d}{s} \cdot (\cot g\theta + \cot g\alpha) \quad (XIV)$$

La componente vertical de la fuerza en una barra o estribo es $A_v \cdot f_v \cdot \text{sen}\alpha$, de manera que la componente total vertical de las fuerzas en todas las barras que atraviesan la fisura es:

$$V_s = n \cdot A_v \cdot f_v \cdot \text{sen}\alpha = A_v \cdot f_v \cdot \frac{d}{s} \cdot (\cot g\theta + \cot g\alpha) \cdot \text{sen}\alpha = A_v \cdot f_v \cdot \frac{d}{s} \cdot (\cot g\theta \cdot \text{sen}\alpha + \cot g\alpha \cdot \text{sen}\alpha)$$

Tendremos entonces que el valor de esfuerzo de corte que aporta la armadura, queda genéricamente como:

$$V_s = A_v \cdot f_v \cdot \frac{d}{s} \cdot (\cot g\theta \cdot \text{sen}\alpha + \cot g\alpha \cdot \text{sen}\alpha) \quad (XV)$$

Para una inclinación de bielas comprimidas que se asume a $\theta = 45^\circ$, resulta:

$$V_s = A_v \cdot f_v \cdot \frac{d}{s} \cdot (\text{sen}\alpha + \cos\alpha) \quad (XVI)$$

En el caso más habitual de colocar estribos rectos, $\alpha = 90^\circ$, la expresión se reduce a:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_v \cdot d}{s} \quad (XVII)$$

En la actualidad las barras dobladas han caído en desuso, requieren de más mano de obra y mayor control de ejecución, y adicionalmente los estribos cerrados cumplen funciones importantes como:

- Los estribos cerrados adecuadamente distanciados, crean un efecto de confinamiento en el hormigón que incrementa su capacidad de deformación y ductilidad.
- Ante una inversión producida en el sentido del corte incidente, por ejemplo, cargas sísmicas, el estribo trabaja de igual manera (no así las barras dobladas).
- Tal como se indicó en el Capítulo 15, producen mayores espesores de las fisuras de corte que los estribos.

Otro inconveniente que presentan las barras dobladas radica en que ante elevados esfuerzos de corte, producen fuertes concentraciones de tensiones en el hormigón, lo que puede ocasionar fisuras en el hormigón y eventualmente fallas prematuras.

Tensiones en las bielas comprimidas

Del modelo del reticulado, en donde se asume una inclinación de las bielas comprimidas $\theta = 45^\circ$, planteando una inclinación genérica de la armadura respecto del eje de la pieza α , podemos obtener la fuerza sobre una biela comprimida C_D :

$$C_D = \frac{V_u}{\text{sen}\theta}$$

Si la distancia entre ramas consecutivas de armadura de corte es s_d , podemos considerar la sección de la biela comprimida ideal como:

$$A_D = b_w \cdot s_d$$

con:
 $s_d = p \cdot \text{sen}\theta$

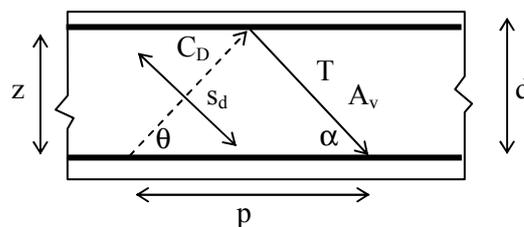


Figura 204: Tensiones en las bielas comprimidas del hormigón

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_w \cdot d}$$

$$s_d = z \cdot (\cot g\theta + \cot g\alpha) \cdot \text{sen}\theta \cong d \cdot (\cot g\theta + \cot g\alpha) \cdot \text{sen}\theta$$

Planteando en términos de tensiones y considerando $\theta = 45^\circ$, tal cual adopta el CIRSOC 201/05, se obtiene:

$$f_{c_D} = \frac{C_D}{b_w \cdot s_d} = \frac{V_u}{\text{sen} \theta \cdot b_w \cdot s_d} = \frac{\tau_u}{\text{sen}^2 \theta \cdot (\cot g \theta + \cot g \alpha)} = \frac{2 \cdot \tau_u}{(1 + \cot g \alpha)}$$

Adoptando como armadura de corte sólo barras dobladas con $\alpha = 45^\circ$, tenemos como tensión resultante en las bielas ideales comprimidas $f_{c_D} = \tau_u$. Adoptando como armadura de corte sólo estribos normales el eje de la pieza ($\alpha = 90^\circ$), tenemos $f_{c_D} = 2 \cdot \tau_u$.

En tal caso, resultaría una tensión teórica en las bielas comprimidas un 100% mayor a la alternativa del uso de barras dobladas, no obstante, la existencia de barras traccionadas normales a la biela comprimida afectan negativamente a la resistencia uniaxial de la misma⁵, resultando el beneficio final en términos resistentes, relativo. El CIRSOC 201/05 no indica una verificación directa para controlar la posible rotura de las bielas comprimidas, en forma tal como lo hacía la versión anterior del CIRSOC 201/82, el que establecía una tensión límite τ_{03} que no podía ser superada. Pero, sí existe una verificación indirecta al limitar el aporte en la absorción de corte de la armadura dispuesta a tal fin (V_s), debiendo cumplirse:

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

De actuar solamente flexión y corte y utilizando la expresión simplificada, tenemos un valor límite para V_c :

$$V_c \leq \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

Tenemos como máximo valor de corte nominal para una dada sección V_n :

$$V_n \leq \frac{5}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

De resultar:

$$\frac{V_u}{\phi} \geq \frac{5}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

es decir:

$$\tau_u \geq \frac{5}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \phi$$

deberá redimensionarse la sección de hormigón.

Como se mencionó antes, los reglamentos imponen separaciones máximas ($s_{\text{máx}}$) para la armadura de corte, con el objeto de asegurar que toda fisura potencial sea cruzada por esta armadura. Según el CIRSOC 201/05, esta separación máxima se estipula en:

$$\text{Si } V_s \leq 1/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d, s \leq \begin{cases} d/2 \\ 40\text{cm} \end{cases}$$

$$\text{Si } V_s > 1/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d, s \leq \begin{cases} d/4 \\ 20\text{cm} \end{cases}$$

Al analizar el mecanismo de falla de una viga sometida a corte con armadura de estribos, observamos que, al llegar los estribos a la tensión de fluencia se desencadenaba de inmediato la falla, por ello, a fin de mejorar el comportamiento, se establece una cuantía mínima de estribos de corte:

$$\frac{A_v}{s} \geq \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_w}{f_y} \quad \text{y} \quad \frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y}$$

⁵ Consultar Capítulo 5.

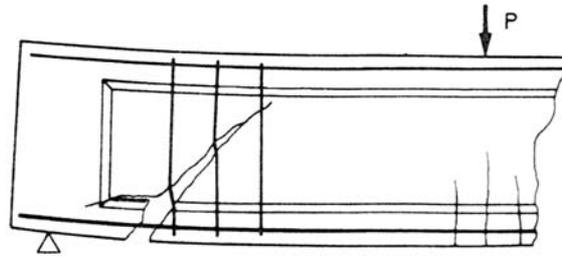


Figura 205: Rotura a tracción por corte en vigas con poco espesor y débil armadura de corte (ref. 63)

Consideración en el diseño de armaduras

Según el esquema de reticulado desarrollado, las diagonales ideales comprimidas se apoyan básicamente en las barras de armadura longitudinal inferior ubicadas en los nudos, puntos de intersección de los estribos y la armadura longitudinal. Por ello, en vigas anchas se deben colocar estribos de varias ramas para evitar que las compresiones diagonales se dirijan sólo a las esquinas exteriores, lo que puede producir una falla prematura. Casos típicos de estos elementos se presentan en vigas de apeo de columnas de niveles superiores o vigas nervio en plateas de fundación.

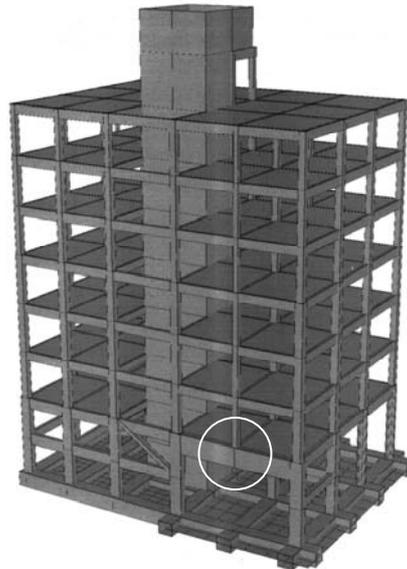


Figura 206: Representación de apeo de columnas superiores en vigas y en vigas de nervio

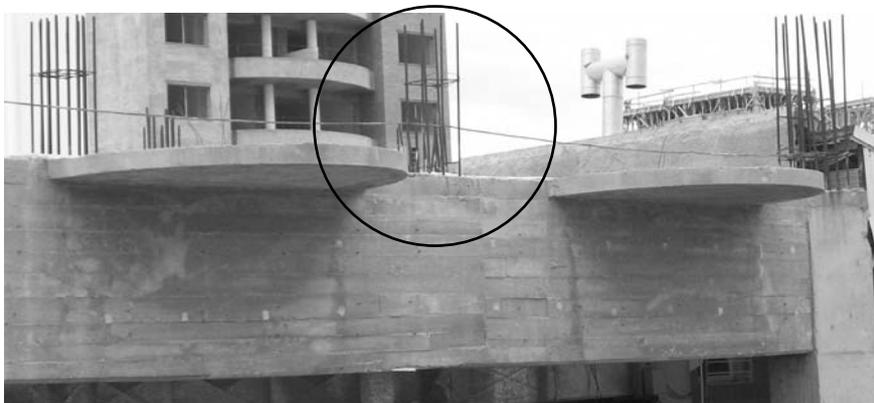


Figura 207: Apeo de una columna sobre viga del caso de la figura anterior

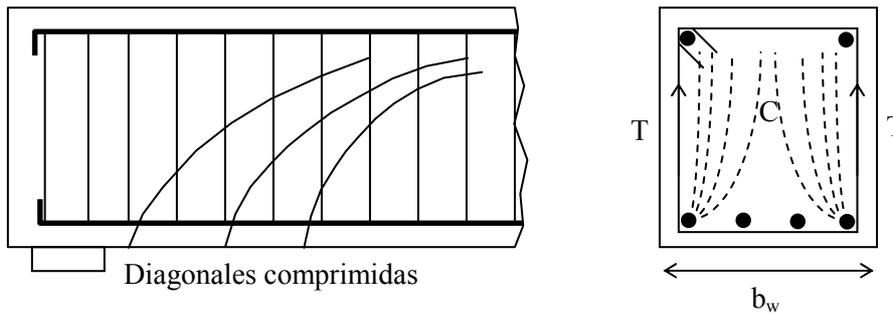


Figura 208: Apoyo de las diagonales ideales comprimidas sobre la armadura longitudinal



Figura 209: Caso de apeo de una columna sobre una viga en planta baja en un edificio de 10 niveles

Tensiones de corte en la unión ala-alma de vigas T

En algunos elementos de dimensiones importantes o niveles de carga elevadas tipo vigas placa, como vigas premoldeadas para puentes, resulta necesario verificar el nivel tensional τ en la unión de las alas con el alma. El valor de la tensión tangencial en dicha unión (sección 1-1) de la Figura 210, se puede calcular con la expresión conocida (XVIII), asumiendo un comportamiento elástico.

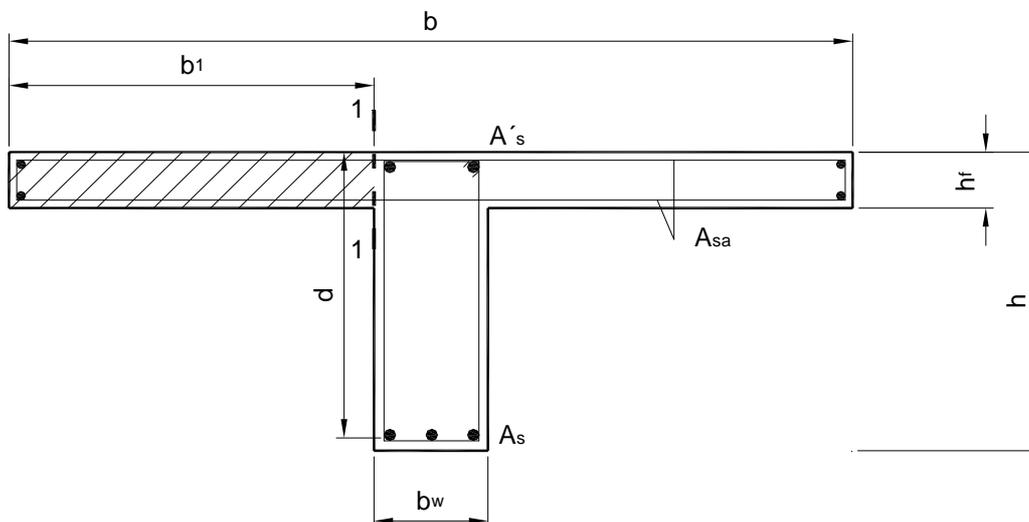


Figura 210: Sección de la viga T bajo análisis

$$\tau = \frac{V \cdot S_{1-1}}{h_f \cdot I} \quad (\text{XVIII})$$

donde:

A_{sa} = armadura transversal al nervio de la placa

S_{1-1} = momento estático de la sección rayada.

I = momento de inercia de la sección

Es posible estimar la resultante de compresión derivada del momento flector en la zona rayada, despreciando las compresiones actuantes en el alma por debajo de la altura h_f , como:

$$C_{1ala} = C \cdot \frac{b_1}{b}$$

con:

$$C = \frac{M}{z}$$

Entonces:

$$C_{1ala} = \frac{M}{z} \cdot \frac{b_1}{b}$$

Y como:

$$M = V \cdot \Delta x$$

La expresión resulta:

$$C_{1ala} = \frac{V \cdot \Delta x}{z} \cdot \frac{b_1}{b}$$

Es posible obtener entonces la fuerza resultante en la zona rayada por unidad de longitud:

$$\frac{C_{1ala}}{\Delta x} = \frac{V}{z} \cdot \frac{b_1}{b}$$

Esta fuerza debe transmitirse a través de la unión ala-alma como esfuerzo de corte (V_a).

$$V_a = \frac{V}{z} \cdot \frac{b_1}{b}$$

Por lo tanto, para una longitud unitaria:

$$\tau_a = \frac{V_a}{h_f \cdot 1}$$

Reemplazando a V_a por su equivalente:

$$\tau_a = \frac{V}{h_f \cdot z} \cdot \frac{b_1}{b} \cdot \frac{b_w}{b_w}$$

En resumen, nos queda:

$$\tau_a = \tau_0 \frac{b_w}{h_f} \cdot \frac{b_1}{b}$$

con:

$$\tau_0 = \frac{V}{b_w \cdot z}$$

A partir de la tensión τ_a se puede plantear en forma similar una verificación al corte de acuerdo a lo desarrollado en vigas, asumiendo que parte del corte es tomado por el hormigón (V_{ca}) y un aporte de la armadura normal al alma por parte de la losa (V_{sa}).

$$V_a = V_{ca} + V_{sa}$$

$$V_a = \tau_a \cdot h_f = \tau_0 \frac{b_w}{h_f} \cdot \frac{b_1}{b}$$

con:

$$V_{ca} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot d_f \cdot 1$$

Idealizando un mecanismo formado por bielas de compresión a 45°, tendremos:

$$V_{sa} = V_a - V_{ca}$$

$$A_{sa} = \frac{V_{sa} \cdot s_a}{f_y}$$

con:

s_a = separación entre dos ramas de estribos del ala consecutivas.

En general esta armadura requerida se cubre con la armadura de flexión de la losa, para ciertas vigas premoldeadas de puentes o vigas premoldeadas solicitadas, puede resultar esta condición determinante para definir dicha armadura (A_{sa}).

Diseño al corte en vigas de altura variable

Para determinados tipos de estructuras de hormigón, particularmente en vigas premoldeadas o en estructuras aporticadas de luces importantes (plantas fabriles, puentes, etc.), se recurre al diseño de secciones de altura variable, optimizando así el volumen de hormigón y por tanto, el peso propio.

En general, el canto de la sección aumenta en el sentido del incremento de los momentos flectores. No existe una investigación experimental amplia acerca de la incidencia de la variación de la altura de la viga respecto de la resistencia al corte adoptada por el hormigón y la armadura. No obstante, los escasos ensayos registrados indicarían que para pendientes de las caras de la pieza del orden de hasta 15°, la resistencia al corte aportada por el hormigón para vigas prismáticas (V_c) tendría validez, debiendo considerarse para la determinación tanto de V_c como de V_s , la altura útil de la sección analizada.

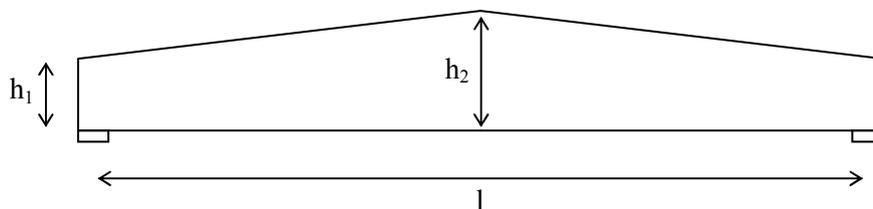


Figura 211: Viga de altura variable

Se supone tan sólo como una aproximación, que la resultante de los esfuerzos de compresión en el hormigón tiene una dirección paralela a la cara de la viga, teniendo por lo tanto una componente transversal al eje del elemento, al igual que la tracción resultante de la armadura.

Veamos de manera esquemática, el esfuerzo de corte efectivo aproximado (V_{uef}) actuante para el caso de una base aislada con su cara superior inclinada.

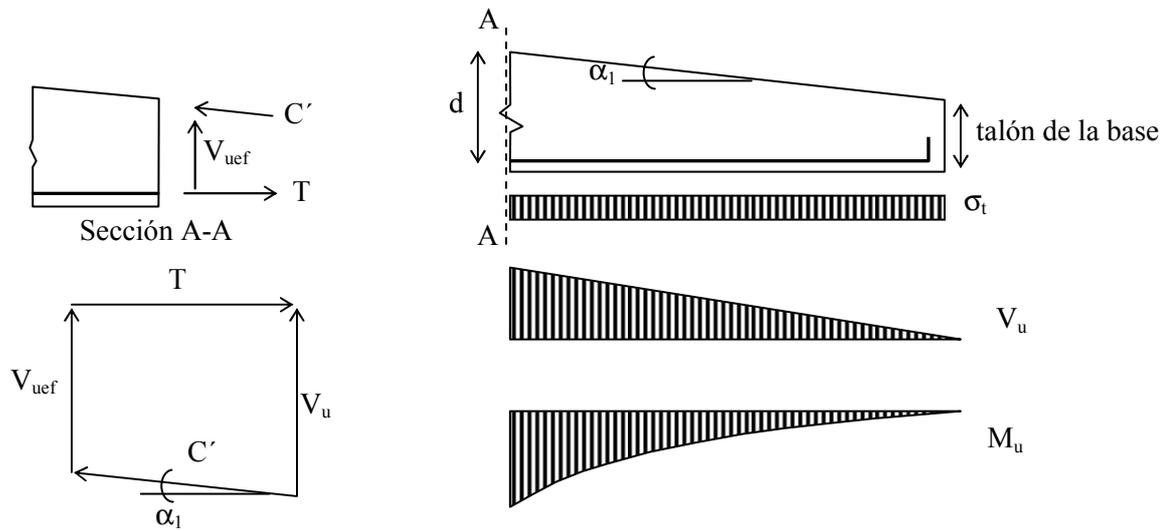


Figura 212: Análisis del corte efectivo en una base aislada troncopiramidal

$$V_{uef} \cong V_u - C' \cdot \text{sen } \alpha_1$$

con:

V_u = esfuerzo de corte según análisis

V_{uef} = esfuerzo de corte efectivo (aproximado)

C' = resultante de compresión en el hormigón supuesta paralela al borde comprimido

En el caso de una ménsula de sección variable, el esquema sería el que se expone a continuación.

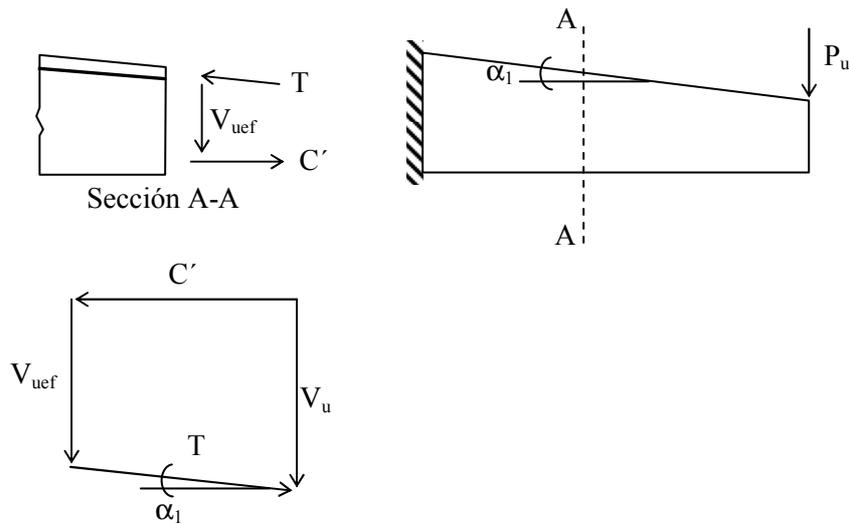


Figura 213: Ménsula de sección variable superior

Y el valor aproximado del esfuerzo de corte efectivo resulta:

$$V_{uef} \cong V_u - T \cdot \text{sen } \alpha_1$$

Es necesario aclarar, que en ambos casos el esfuerzo de corte efectivo se reduce a una viga semejante de altura constante. Si tomamos nuevamente el caso de una ménsula empotrada, pero ahora con ambas caras formando respectivos ángulos α_1 y α_2 con la horizontal, se obtiene en forma general:

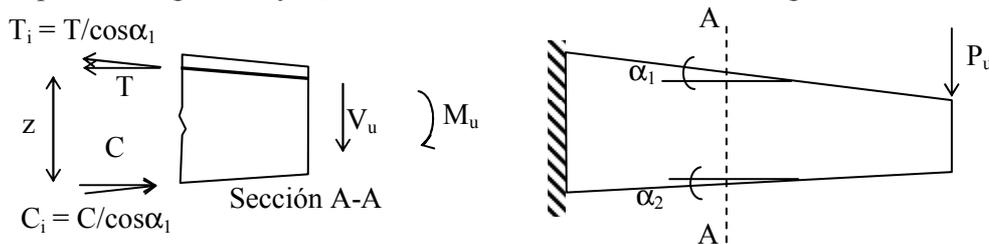


Figura 214: Ménsula de sección variable inferior y superior

Llamando C a la componente normal a la sección resultante de compresión, y C_v a la componente vertical:

$$\begin{aligned}C_i &= C / \cos \alpha_2 \\C_v &= C_i \cdot \operatorname{sen} \alpha_2 \\C_v &= C \cdot \tan \alpha_2\end{aligned}$$

Entonces, y procediendo de igual forma con T , el valor del esfuerzo de corte efectivo resulta:

$$V_{\text{uef}} = V_u - T \cdot \tan \alpha_1 - C \cdot \tan \alpha_2$$

Dado que suponemos una sollicitación de flexión simple:

$$\Sigma F_x = 0 \quad C = T = M_u / z$$

Por lo tanto:

$$V_{\text{uef}} = V_u - M_u / z \cdot (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2)$$

con z brazo de palanca de las resultantes internas en la sección de estudio.

Para los casos poco frecuentes, como los de la Figura 215, en donde la altura de la sección disminuye en la dirección del aumento de los momentos, se plantea:

$$V_{\text{uef}} = V_u + M_u / z \cdot (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2)$$

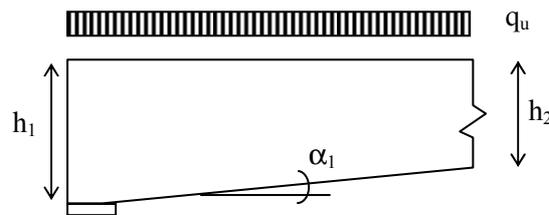


Figura 215: Análisis de una viga de sección variable inferior

Mörsch y H. Bay determinaron de otra manera, una expresión similar a la desarrollada en el presente texto, en donde se reemplaza el brazo de palanca z por la altura útil de la pieza d , donde α representa la suma de los ángulos de la viga. La expresión en dicho caso, resultaría:

$$V_{\text{uef}} = V_u + M_u / d \cdot \tan \alpha$$

con $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$.

Caso particular de cargas suspendidas

En general, las cargas se aplican sobre las vigas en su cara superior o bien, en la zona del cordón comprimido. Se presentan, no obstante, ciertos casos en los que las cargas se aplican en la cara inferior del elemento, o bien, situaciones intermedias como aquellas en las que las losas se soportan con vigas invertidas (Figura 216).

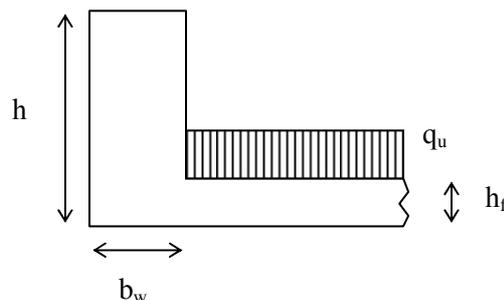


Figura 216: Caso de viga invertida

En estos casos resulta necesario transferir las cargas hacia la cabeza comprimida colocando una sección de estribos complementaria por unidad de longitud (ΔA_v).

$$\Delta A_v = \frac{q_u}{\phi \cdot f_y}$$

con:

$$q_u = 1,2 D + 1,6 L$$

$$q_u = 1,4 D$$

$\phi = 0,75$ para el caso de aplicar el CIRSOC 201/05.

ΔA_v = incremento de armadura de corte derivado de las cargas suspendidas.

Esta sección de estribos por longitud debe adicionarse a la requerida por corte.

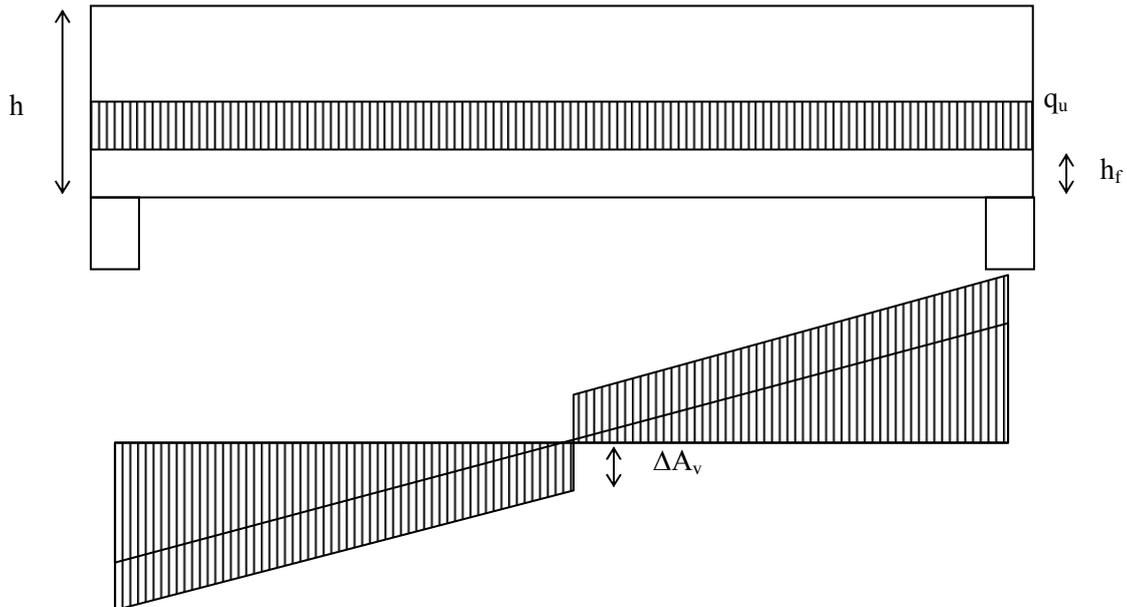


Figura 217: Diagrama de corte para cargas suspendidas en vigas invertidas

La armadura de corte resultante queda de la forma:

$$A_{vT} = A_v + \Delta A_v$$

La armadura inferior de la losa debe apoyar sobre la armadura inferior de la viga de forma que se materialice la transferencia de cargas. Es importante aclarar que no se cuenta con el número suficiente de investigaciones e información respecto del comportamiento de las vigas frente a este tipo de cargas.

Corte según CIRSOC 201/82⁶

A continuación, y de manera simplificada, se procederá a enunciar los lineamientos de cálculo a corte según el CIRSOC 201/82. Se diferencian tres casos o zonas, basándose en el cálculo del valor básico de la tensión de corte:

$$\tau_0 = \frac{Q}{b_0 z}$$

donde:

Q = esfuerzo de corte para cargas de servicio

b_0 = ancho de la viga

z = brazo de palanca $\cong 0,85 \cdot h$ para vigas rectangulares

h = altura útil de la viga.

⁶ Consultar la referencia 20)

En función de dicho valor, y considerando la diferencia entre los modelos teóricos y los ensayos, se definió un coeficiente η de corrección de acuerdo a las variaciones del ángulo θ de las bielas comprimidas de hormigón (ver Figura 218). De esa manera, la tensión de corte de cálculo queda de la forma:

$$\tau_{\text{cálculo}} = \tau_0 \cdot \eta$$

Dicho coeficiente surge de tensiones límite de corte que se encuentran tabuladas de acuerdo a la resistencia del hormigón. Para el caso de corte en vigas, se pueden identificar tres zonas.

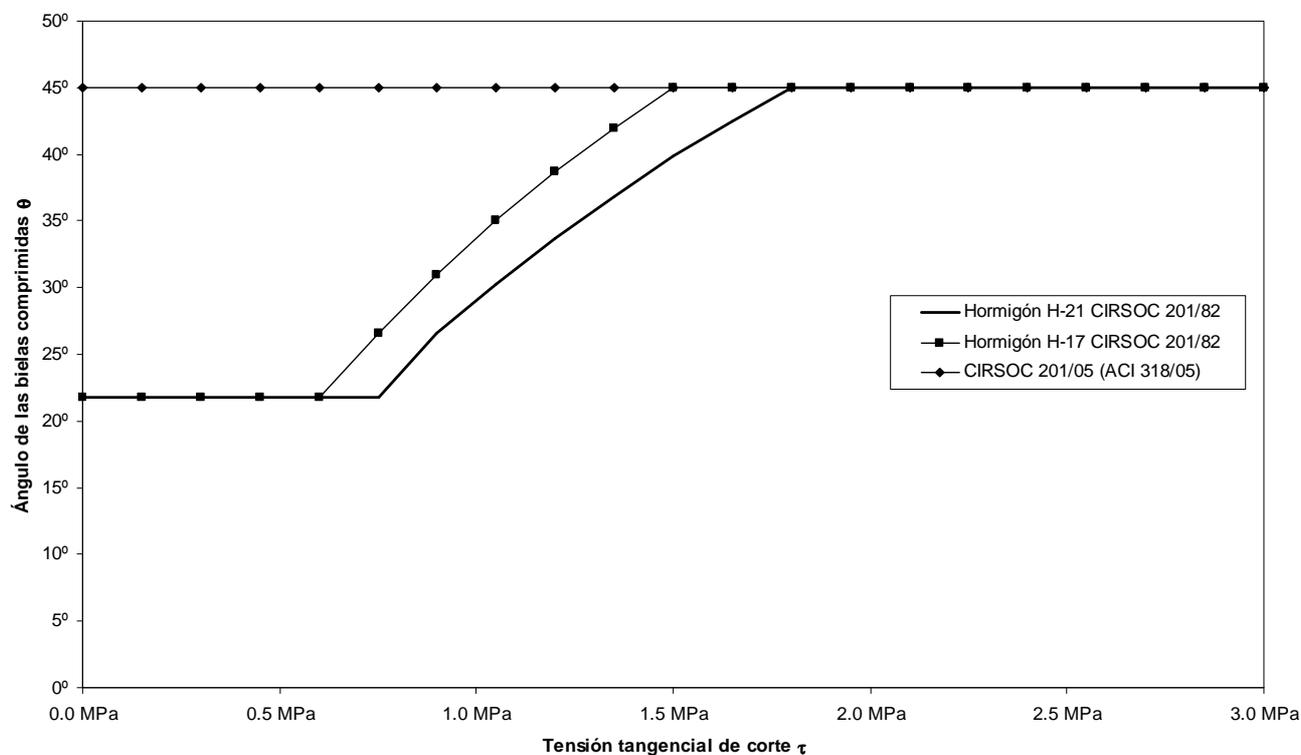


Figura 218: Variación del ángulo de inclinación de las bielas comprimidas según CIRSOC 201/82 y CIRSOC 201/05

1) Zona I

$$\text{máx } \tau_0 \leq \tau_{012}$$

Caso desarrollado en vigas esbeltas, en las que predomina la flexión. En esta zona se fija la armadura mínima de corte para prevenir la falla generada por fisuras anchas a causa de elevadas tensiones en los estribos.

$$\eta = 0,40 \quad \Rightarrow \quad \tau_c = 0,4 \cdot \tau_{0\text{máx}}$$

Deberá tomarse con estribos una tensión mínima $\tau_b = 0,25 \text{ máx } \tau_0$. La separación máxima de estribos (s) corresponde a $s \leq 0,80 \cdot d$ ó 30 cm . La cuantía mínima de acero tipo III corresponde a $\mu \geq 0,14\%$.

2) Zona II

$$\tau_{012} < \text{máx } \tau_0 \leq \tau_{02}$$

Se coloca una armadura de corte calculada como:

$$\eta = \frac{\tau_{0\text{máx}}}{\tau_{02}} \quad \Rightarrow \quad \tau_c = \frac{\tau_{0\text{máx}}^2}{\tau_{02}}$$

La separación máxima de estribos $s \leq 0,60 \cdot d$ ó 25 cm .

Nota: esta disminución no se permite para cargas dinámicas ($\eta = 1$).

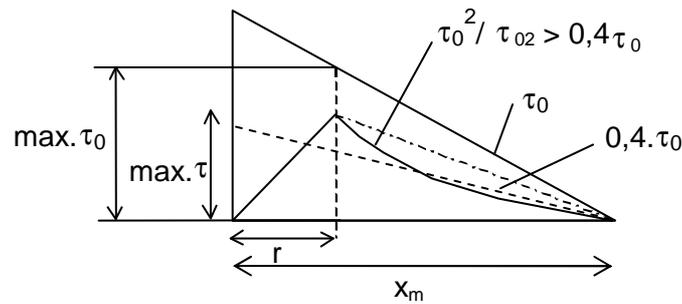


Figura 219: Valores de τ según las zonas (adaptado referencia 28)

3) Zona III

$$\tau_{02} < \text{máx } \tau_0 \leq \tau_{03}$$

Se presenta en vigas predominantemente solicitadas a corte. En ellas, el cálculo se desarrolla tomando:

$$\eta = 1 \Rightarrow \tau_{\text{cálculo}} = \tau_0$$

El límite establecido $\tau_0 \leq \tau_{03}$ evita la falla en las bielas comprimidas de hormigón. La separación máxima de estribos (s) está dada por $s \leq 0,30.d$ ó 20 cm .

Esfuerzo de corte determinante (Q)

En vigas es posible utilizar como valor de cálculo un esfuerzo de corte Q alejado del eje del apoyo una distancia r igual a:

- En apoyos directos (apoyo sobre columna) $r = a/2 + 0,5 \cdot h$.
- En apoyos indirectos (apeo viga sobre viga) $r = \text{borde de apoyo}$.

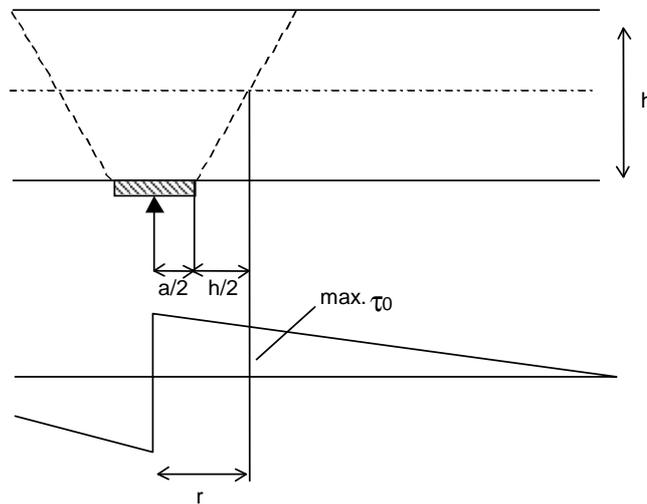


Figura 220: Distancia para el cálculo del corte determinante en apoyos directos según CIRSOC 201/82

La tensión de corte absorbida por los estribos resulta igual a:

$$\tau_c = \frac{\beta_s \cdot A_s}{1,75 \cdot b_0 \cdot s}$$

donde A_s es la armadura total (armadura de cada estribo multiplicada por el número de ramas), s la separación, b_0 el ancho de la viga y β_s la tensión de fluencia del acero.

Los valores de tensiones τ límite resultan en función de la resistencia del hormigón.

Elemento	Zona de corte		Tensión de corte $\tau_{0 \text{ máx}}$	Tipos de hormigón			
				H-13	H-17	H-21	H-30
Losas	1	a	$\tau_{0,11}$	0,25	0,30	0,35	0,40 (1)
		b		0,35	0,45	0,50	0,60 (2)
	2		$\tau_{0,2}$	1,20	1,50	1,80	2,40
Vigas	1		$\tau_{0,12}$	0,50	0,65	0,75	1,00 (3)
	2		$\tau_{0,2}$	1,20	1,50	1,80	2,40
	3		$\tau_{0,3}$	2,00	2,50	3,00	4,00 (4)

Observaciones: (1) vale para armadura escalonada; armadura de corte no requerida.

(2) la armadura debe extenderse entre apoyos; armadura de corte no requerida.

(3) armadura de corte constructiva mínima.

(4) zona de corte 3 sólo admitida para aceros nervurados, $d \geq 45$ cm.

Tabla 44: Valores límites de tensiones de corte por zona según CIRSOC 201/80 (referencia 28)

Teoría del Campo de Compresiones

Como se puede observar en la figura anexa correspondiente al ensayo de una viga a corte, el fenómeno resulta complejo, ya que inicialmente ocurre una serie de fisuras que a medida que se incrementa la carga se propagan cambiando su ángulo de inclinación.



Figura 221: Ensayo a flexión y corte de una viga simplemente apoyada (LABIEVI de la UNPSJB)

Los primeros modelos que intentaban interpretar el comportamiento de vigas a corte fueron desarrollados por Ritter en 1899, y posteriormente por Morsch en 1922. Dichos modelos suponían que el ángulo que formaban las bielas comprimidas respecto a la fibras longitudinales de la pieza era de 45° . Adicionalmente, estas teorías no incluían la resistencia a tracción del hormigón entre las fisuras en la dirección perpendicular a ellas, ya que lo consideraban fisurado. Consecuencia de todos estos aspectos, las teorías resultaban ampliamente conservadoras respecto de los resultados de los ensayos que se lograban en laboratorio. La principal objeción, estriba en que las bielas comprimidas no llegan a alcanzar los 45° en la mayoría de los casos, por lo que según se verá posteriormente, los esfuerzos capaces de resistir por una viga armada a corte resultan superiores a los estimados por las analogías de Morsch.

Un primer modelo que evaluaba otras hipótesis fue el de la Teoría del Campo de Compresiones de Wagner, quien en 1929 estudió el comportamiento de vigas metálicas con almas muy delgadas. Wagner observó que luego de la rotura del alma, ésta no puede resistir más compresiones y el corte al que estaba sometido la viga se transmitía entonces mediante un campo diagonal de tracciones. Adicionalmente consideró que el ángulo de inclinación de las tensiones diagonales de tracción en el alma abollada coincidía con el ángulo de inclinación de las deformaciones principales de tracción. Esta conclusión la obtuvo mediante la aplicación de compatibilidad de deformaciones del alma y de los rigidizadores. Según esta teoría aplicada a elementos de hormigón estructural, se incorpora el comportamiento de hormigón y acero, considerando las relaciones tensión-deformación de acero y hormigón fisurado, evaluando deformaciones medias comunes a ambos materiales, frente al esfuerzo de corte combinado con flexión. Para poder desarrollar los conceptos básicos

del método, consideremos una viga simplemente apoyada sobre la que se aplica una carga uniformemente distribuida, con armadura longitudinal y transversal. El cuadro de fisuras generado y los esfuerzos se indican en la Figura 222.

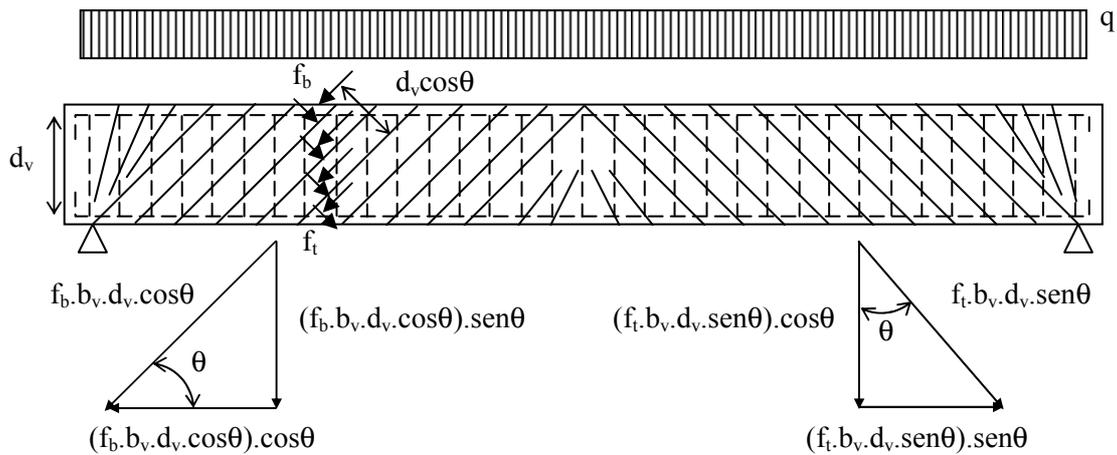


Figura 222: Viga sometida a esfuerzos de corte y flexión con armadura longitudinal y transversal

d_v = distancia medida entre las resultantes de compresión y tracción debidas a la flexión.

$$d_v = M_n / (A_s \cdot f_y)$$

En una sección cercana al apoyo de la viga, las fuerzas generadas por el corte resultan ser las siguientes:

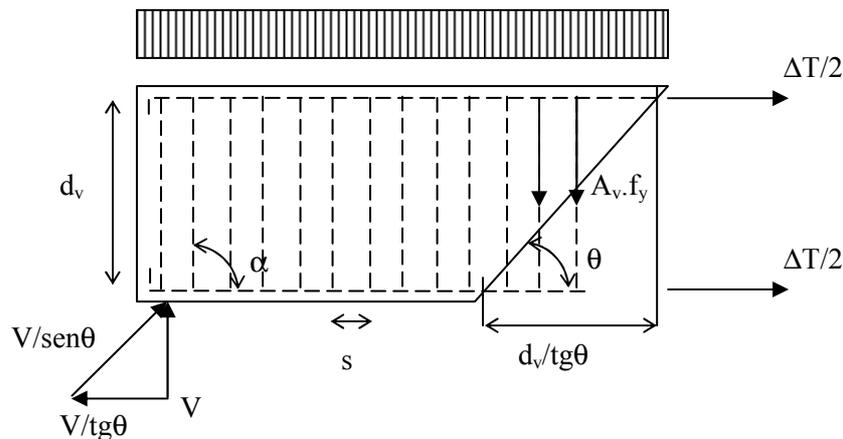


Figura 223: Fuerzas intervinientes a una determinada distancia del apoyo de la viga

Según la Teoría del Campo a Compresión, f_t resulta nula, y sólo se materializan los esfuerzos de compresión del hormigón en las bielas al producirse la fisura. De acuerdo a las figuras adjuntas y realizando equilibrio de fuerzas, el esfuerzo de corte es equilibrado en parte por la componente vertical de las bielas comprimidas de hormigón ($f_b \cdot \text{sen} \theta$) y por la fuerza de tracción en los estribos ($A_v \cdot f_y$). Adicionalmente, la componente horizontal de f_b genera un incremento en la tracción de las armaduras longitudinales superiores e inferiores de la viga.

La tracción adicional sobre el acero resulta:

$$2 \cdot \frac{\Delta T}{2} = \frac{V}{\text{tg} \theta} \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{V}{\text{tg} \theta} \quad (1)$$

La componente horizontal de la compresión diagonal del hormigón f_b viene dada por la siguiente expresión:

$$(f_b \cdot b_v \cdot d_v \cdot \cos \theta) \cdot \cos \theta = \frac{V}{\text{tg} \theta} \quad \Rightarrow \quad f_b \cdot b_v \cdot d_v \cdot \cos^2 \theta = \frac{V}{\text{tg} \theta} \quad (2)$$

Como la fuerza debe ser equilibrada por el acero longitudinal, igualando (1) y (2) se obtiene:

$$f_b \cdot b_v \cdot d_v \cdot \cos^2 \theta = \Delta T \quad (3)$$

Por su lado, la componente vertical de f_b , da origen a una fuerza a contrarrestar por los n estribos:

$$(f_b \cdot b_v \cdot d_v \cdot \cos \theta) \cdot \text{sen} \theta = V \quad (4)$$

$$A_v \cdot f_y \cdot n = V \Rightarrow A_v \cdot f_y \cdot \left(\frac{d_v / \text{tg} \theta}{s} \right) = V \Rightarrow V = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d_v \cdot \cot \theta}{s} \quad (5)$$

Combinando (4) y (5):

$$(f_b \cdot b_v \cdot d_v \cdot \cos \theta) \cdot \text{sen} \theta = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d_v \cdot \cot \theta}{s} \Rightarrow f_b \cdot b_v \cdot s \cdot \text{sen}^2 \theta = A_v \cdot f_y \quad (6)$$

Estas ecuaciones corresponden a la Teoría del Campo de Compresiones.

Teoría Modificada del Campo a Compresión

El Código AASHTO – LRFD y el Código canadiense CSA A23 incluyen un método de cálculo a corte para vigas de hormigón armado basado en la Teoría del Campo a Compresión en su versión modificada. La misma fue desarrollada por Collins, Vecchio et al.

En la Teoría Modificada, se recurre a la existencia de la componente f_t de tracción del hormigón entre fisuras. Siguiendo el mismo procedimiento que el desarrollado para obtener las ecuaciones anteriores, se llega a:

$$f_b \cdot b_v \cdot d_v \cdot \cos^2 \theta - f_t \cdot b_v \cdot d_v \cdot \text{sen}^2 \theta = \Delta T \quad (7)$$

$$f_b \cdot b_v \cdot s \cdot \text{sen}^2 \theta - f_t \cdot b_v \cdot s \cdot \cos^2 \theta = A_v \cdot f_y \quad (8)$$

$$f_b \cdot b_v \cdot d_v \cdot \cos \theta \cdot \text{sen} \theta + f_t \cdot b_v \cdot d_v \cdot \text{sen} \theta \cdot \cos \theta = V \quad (9)$$

Si se combinan las ecuaciones (8) y (9) reemplazando f_t , se llega a que el esfuerzo de corte es absorbido en parte por el hormigón y en parte por los estribos.

$$V = f_t \cdot b_v \cdot d_v \cdot \cot \theta + \frac{A_v \cdot f_y}{s} \cdot d_v \cdot \cot \theta = V_c + V_s$$

Si en las ecuaciones anteriores reemplazamos los valores de θ por 45° , se encuentra un planteo similar al del CIRSOC 201/05 y ACI 318/05. Sin embargo, el valor de θ puede variar entre 20° y 75° , generando en consecuencia cambios en las cantidades requeridas de armadura horizontal y vertical, así como en los valores de compresión de las diagonales. Con valores de θ más elevados, se requerirá más armadura de corte transversal, pero disminuirá la fuerza de tracción que debe ser resistida por la armadura longitudinal.

Diseño a corte según AASHTO – LRFD 2007

Según el Código AASHTO – LRFD 2007, el esfuerzo total de corte se calcula como el menor valor dado por las siguientes expresiones:

$$V_n = V_c + V_s$$

$$V_n = 0,25 f'_c \cdot b_v \cdot d_v$$

con:

b_v = ancho de alma efectivo tomado como el mínimo ancho del alma dentro de la altura d_v (mm).

d_v = altura de corte efectiva tomada como la distancia, medida de forma perpendicular al eje neutro, entre las resultantes de las fuerzas de tracción y compresión debidas a flexión; no es necesario tomarla menor que el mayor valor entre $0,9 \cdot d$ ó $0,72 \cdot h$ (mm).

La distancia entre las resultantes de las fuerzas de tracción y compresión debidas a flexión se puede determinar de la siguiente manera:

$$d_v = \frac{M_n}{A_s \cdot f_y}$$

Los valores de V_c y V_s difieren de aquellos estipulados por el ACI 318/05:

$$V_c = 0,083 \cdot \beta \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_v \cdot d_v$$

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d_v \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \text{sen } \alpha}{s}$$

donde:

β = factor que indica la capacidad del hormigón fisurado diagonalmente de transmitir tracción.

s = separación de los estribos (mm).

θ = ángulo de inclinación de las tensiones de compresión diagonal.

α = ángulo de inclinación de la armadura transversal respecto del eje longitudinal.

El AASHTO propone como procedimiento simplificado reemplazar $\beta = 2$ y $\theta = 45^\circ$, lo que hace que las ecuaciones anteriores resulten las del Código ACI 318/05. Tal condición puede aplicarse para las zapatas de hormigón en las cuales la distancia entre el punto de corte nulo y la cara de la columna, pilar o tabique es menor que $3d_v$ con o sin armadura transversal, y para otras secciones de hormigón no pretensado no solicitadas a tracción axial y que contienen al menos la mínima cantidad de armadura transversal, o que tienen una altura total menor que 400 mm.

La armadura mínima transversal es:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,083 \cdot \sqrt{f'_c} \frac{b_v}{f_y}$$

Las separaciones máximas de armadura transversal surgen del siguiente criterio:

$$v_u < 0,125 f'_c \Rightarrow s_{\text{máx}} = 0,8 d_v \leq 600 \text{ mm}$$

$$v_u \geq 0,125 f'_c \Rightarrow s_{\text{máx}} = 0,4 d_v \leq 300 \text{ mm}$$

con $v_u = \frac{V_u}{b_v \cdot d_v}$ en MPa.

Respecto del coeficiente de reducción ϕ , es importante indicar que el AASHTO establece un valor de 0,9 al igual que en flexión. Este coeficiente no coincide con el establecido en el ACI 318/05, ya que los resultados obtenidos con la Teoría Modificada del Campo de Compresión resultan más precisos que los del Código citado. No obstante ello, Collins, Mitchel, Adobar y Vecchio en su publicación "A General Shear Design Method" sugieren utilizar $\phi = 0,85$.

Procedimiento general de dimensionado a corte según AASHTO

Para las secciones que contienen como mínimo la mínima armadura transversal, los valores de β y θ deberán ser como se especifica en la Tabla 45. Al utilizar esta tabla, ϵ_x se deberá tomar como la deformación específica longitudinal calculada a la mitad de la altura del elemento cuando la sección está sujeta a M_u , N_u y V_u como se ilustra en la Figura 225. Para las secciones que requieren menos armadura transversal que la mínima, los valores de β y θ deberán ser como se especifica en la Tabla 46. Al utilizar esta tabla ϵ_x se deberá tomar como la mayor deformación específica longitudinal calculada que ocurre dentro del alma del elemento cuando la sección está sujeta a M_u , N_u y V_u . A menos que se realicen cálculos más precisos, ϵ_x se deberá determinar de la siguiente manera:

- Si la sección contiene como mínimo la mínima armadura transversal:

$$\varepsilon_x = \frac{\frac{M_u}{d_v} + 0,5N_u + 0,5V_u \cdot \cot \theta}{2.E_s.A_s}$$

El valor inicial de ε_x se deberá tomar menor o igual que 0,001.

- Si la sección contiene menos armadura transversal que la mínima:

$$\varepsilon_x = \frac{\frac{M_u}{d_v} + 0,5N_u + 0,5V_u \cdot \cot \theta}{E_s.A_s}$$

El valor inicial de ε_x se deberá tomar menor o igual que 0,002.

- Si el valor de ε_x calculado mediante las ecuaciones anteriores es negativo, la deformación específica se deberá tomar como:

$$\varepsilon_x = \frac{\frac{M_u}{d_v} + 0,5N_u + 0,5V_u \cdot \cot \theta}{2.(E_c.A_c + E_s.A_s)}$$

donde:

A_c = área del hormigón del lado del elemento traccionado por flexión medida a una distancia de $0,5 h$ desde el borde inferior de la pieza (mm^2).

A_s = área del acero del lado del elemento traccionado por flexión en la sección considerada. Al calcular A_s para utilizar en esta ecuación se deberán ignorar las barras que se interrumpen a una distancia menor que su longitud de anclaje a partir de la sección considerada (mm^2).

N_u = fuerza axial mayorada, positiva si es de tracción y negativa si es de compresión (N).

M_u = momento mayorado, siempre positivo, pero nunca menor que $V_u d_v$ (N.mm).

V_u = esfuerzo de corte mayorado, siempre positivo (N).

Para evitar un proceso iterativo de prueba y error, una simplificación conveniente consiste en tomar esta fuerza debida al corte como V_u . Esto equivale a considerar $0,5 \cot \theta = 1,0$ en el numerador de las ecuaciones indicadas. El AASHTO anticipa que esta simplificación no provocará una pérdida de precisión significativa.

Respecto de la Tabla 46, la misma está dada en función del parámetro de separación de fisuras s_{xe} :

$$s_{xe} = s_x \frac{35}{a_g + 16} \leq 2000 \text{mm}$$

con:

a_g = tamaño máximo de los agregados (mm).

s_x = el menor valor entre d_v o la máxima distancia entre capas de armadura longitudinal para limitar la fisuración, siendo el área de la armadura en cada capa no menor que $0,003 \cdot b_v \cdot s_x$ (mm).

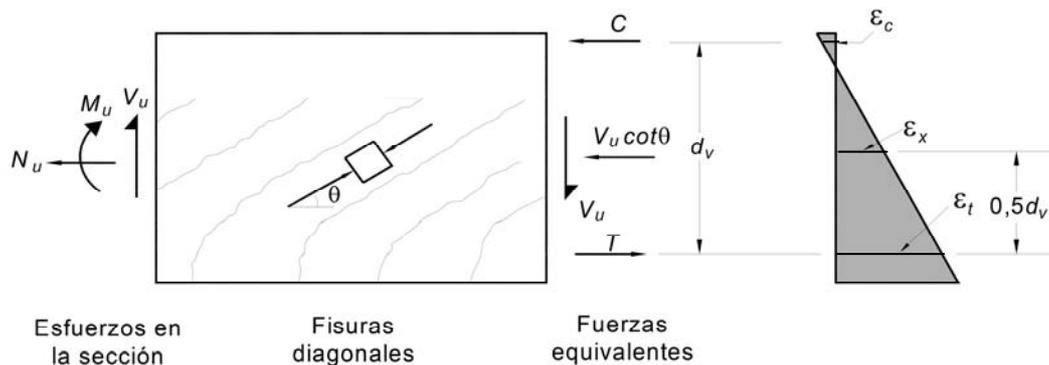
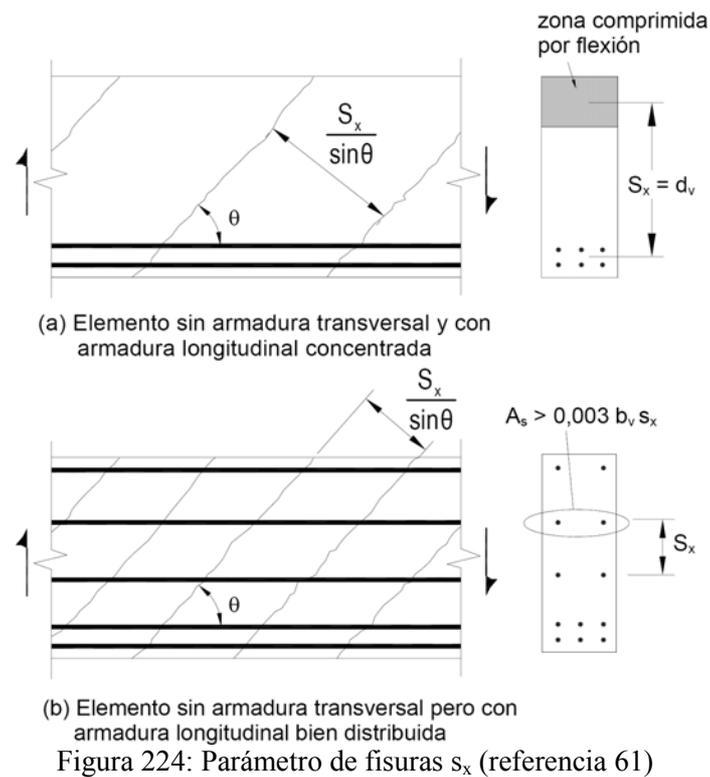


Figura 225: Parámetros de corte para una viga con armadura transversal mínima (referencia 61)

$\frac{v_u}{f'_c}$	$\epsilon_x \times 1,000$								
	≤ -0.20	≤ -0.10	≤ -0.05	≤ 0	≤ 0.125	≤ 0.25	≤ 0.50	≤ 0.75	≤ 1.00
≤ 0.075	22.3 6.32	20.4 4.75	21.0 4.10	21.8 3.75	24.3 3.24	26.6 2.94	30.5 2.59	33.7 2.38	36.4 2.23
≤ 0.100	18.1 3.79	20.4 3.38	21.4 3.24	22.5 3.14	24.9 2.91	27.1 2.75	30.8 2.50	34.0 2.32	36.7 2.18
≤ 0.125	19.9 3.18	21.9 2.99	22.8 2.94	23.7 2.87	25.9 2.74	27.9 2.62	31.4 2.42	34.4 2.26	37.0 2.13
≤ 0.150	21.6 2.88	23.3 2.79	24.2 2.78	25.0 2.72	26.9 2.60	28.8 2.52	32.1 2.36	34.9 2.21	37.3 2.08
≤ 0.175	23.2 2.73	24.7 2.66	25.5 2.65	26.2 2.60	28.0 2.52	29.7 2.44	32.7 2.28	35.2 2.14	36.8 1.96
≤ 0.200	24.7 2.63	26.1 2.59	26.7 2.52	27.4 2.51	29.0 2.43	30.6 2.37	32.8 2.14	34.5 1.94	36.1 1.79
≤ 0.225	26.1 2.53	27.3 2.45	27.9 2.42	28.5 2.40	30.0 2.34	30.8 2.14	32.3 1.86	34.0 1.73	35.7 1.64
≤ 0.250	27.5 2.39	28.6 2.39	29.1 2.33	29.7 2.33	30.6 2.12	31.3 1.93	32.8 1.70	34.3 1.58	35.8 1.50

Tabla 45: Valores de θ y de β para secciones con armadura transversal mínima (referencia 61)

s_{ze} (mm)	$\epsilon_x \times 1000$										
	≤ -0.20	≤ -0.10	≤ -0.05	≤ 0	≤ 0.125	≤ 0.25	≤ 0.50	≤ 0.75	≤ 1.00	≤ 1.50	≤ 2.00
≤ 130	25.4 6.36	25.5 6.06	25.9 5.56	26.4 5.15	27.7 4.41	28.9 3.91	30.9 3.26	32.4 2.86	33.7 2.58	35.6 2.21	37.2 1.96
≤ 250	27.6 5.78	27.6 5.78	28.3 5.38	29.3 4.89	31.6 4.05	33.5 3.52	36.3 2.88	38.4 2.50	40.1 2.23	42.7 1.88	44.7 1.65
≤ 380	29.5 5.34	29.5 5.34	29.7 5.27	31.1 4.73	34.1 3.82	36.5 3.28	39.9 2.64	42.4 2.26	44.4 2.01	47.4 1.68	49.7 1.46
≤ 500	31.2 4.99	31.2 4.99	31.2 4.99	32.3 4.61	36.0 3.65	38.8 3.09	42.7 2.46	45.5 2.09	47.6 1.85	50.9 1.52	53.4 1.31
≤ 750	34.1 4.46	34.1 4.46	34.1 4.46	34.2 4.43	38.9 3.39	42.3 2.82	46.9 2.19	50.1 1.84	52.6 1.60	56.3 1.30	59.0 1.10
≤ 1000	36.6 4.06	36.6 4.06	36.6 4.06	36.6 4.06	41.2 3.20	45.0 2.62	50.2 2.00	53.7 1.66	56.3 1.43	60.2 1.14	63.0 0.95
≤ 1500	40.8 3.50	40.8 3.50	40.8 3.50	40.8 3.50	44.5 2.92	49.2 2.32	55.1 1.72	58.9 1.40	61.8 1.18	65.8 0.92	68.6 0.75
≤ 2000	44.3 3.10	44.3 3.10	44.3 3.10	44.33 3.10	47.1 2.71	52.3 2.11	58.7 1.52	62.8 1.21	65.7 1.01	69.7 0.76	72.4 0.62

Tabla 46: Valores de θ y de β para secciones con armadura transversal menor a la mínima (referencia 61)

Procedimiento general de dimensionado según CSA A23.3-04

El Código canadiense CSA A23.3-04, utiliza como coeficientes de reducción $\phi_c = 0,65$ para el hormigón (CSA 8.4.2) y $\phi_s = 0,85$ para el acero (CSA 8.4.3a). En caso de tratarse de hormigones elaborados en plantas calificadas y con controles de calidad, es posible elevar el coeficiente ϕ_c a 0,70 (CSA 16.1.3). Los coeficientes de mayoración para cargas generadas por peso propio son de 1,25 y para sobrecargas de 1,50, si bien existen numerosas combinaciones de carga adicionales (CSA Anexo C).

Respecto de la evaluación de los esfuerzos por corte, la expresión de V_c resulta para hormigones de densidades normales de la forma (CSA 11.3.4):

$$V_r = V_c + V_s \quad V_c = \phi_c \cdot \beta \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d_v$$

Mientras que el valor de A_v/s se expresa:

$$\frac{A_v}{s} = \frac{(V_r - V_c) \cdot \tan \theta}{\phi_s \cdot f_y \cdot d_v}$$

Para el máximo valor de corte establece un límite $V_{r,máx}$, que en caso de ser superado implica la falla de la pieza (CSA 11.3.3).

$$V_{r,máx} = 0,25 \phi_c \cdot \beta \cdot f'_c \cdot b \cdot d_v$$

A diferencia de lo indicado en las tablas del AASHTO, el código canadiense establece expresiones de cálculo para θ y β . En los casos en los que $f_y > 400$ MPa (CSA 11.3.6.1, 11.3.6.4), se puede expresar a β como:

$$\beta = \frac{0,4}{1 + 1500 \epsilon_x} \cdot \frac{1300}{1000 + s_{ze}}$$

con:

$$s_{ze} = \begin{cases} 300 \text{ mm} & \text{si se provee la armadura transversal mínima} \\ \frac{35}{15 + a_g} \cdot s_x \geq 0,85 \cdot s_x & \end{cases}$$

El ángulo de inclinación de las bielas comprimidas θ se expresa en función de la deformación ϵ_x (CSA 11.3.6.4) de la forma:

$$\theta = 29^\circ + 7000 \cdot \epsilon_x$$

Para el mencionado código, la expresión de armadura mínima resulta en su sección CSA 11.2.8.2:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,06 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_v}{f_y}$$

Armadura longitudinal

En todas las secciones la capacidad de tracción de la armadura longitudinal del lado del elemento traccionado por flexión se deberá dimensionar de manera que satisfaga la siguiente condición:

$$A_s \cdot f_y \geq \frac{M_u}{d_v \cdot \phi_f} + 0,5 \cdot \frac{N_u}{\phi_c} + \left(\frac{V_u}{\phi_v} - 0,5 \cdot V_s \right) \cot \theta$$

con:

V_s = resistencia al corte proporcionada por la armadura transversal en la sección analizada. V_s nunca se deberá tomar un valor mayor que V_u/ϕ .

θ = ángulo de inclinación de las tensiones de compresión diagonal utilizado para determinar la resistencia nominal al corte de la sección analizada.

ϕ_f , ϕ_v y ϕ_c = factores de resistencia tomados para momento, corte y resistencia axial, según corresponda de acuerdo al criterio del AASHTO.

En el borde interior del área de apoyo de los extremos correspondientes a apoyos simples de la sección crítica para corte, la armadura longitudinal del lado del elemento traccionado por flexión deberá verificar:

$$A_s \cdot f_y = \left(\frac{V_u}{\phi_v} - 0,5 \cdot V_s \right) \cot \theta$$

Estas expresiones están planteadas para secciones no sujetas a torsión.

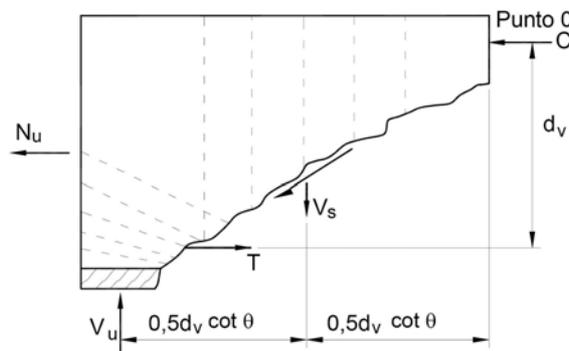


Figura 226: Fuerzas debidas al momento y al corte supuestas en el modelo de resistencia (referencia 61)

Comparación de los requerimientos de armaduras mínimas transversales

A los efectos de controlar la falla en vigas sin la suficiente armadura transversal, los códigos y reglamentos de distintos países a lo largo del tiempo, han especificado armaduras mínimas de corte. La causa más importante de fijar estos valores mínimos estriba en evitar la rotura frágil y sin aviso al producirse la primera fisura y mantener un control del ancho de éstas. Adicionalmente a las expresiones indicadas en el presente capítulo, es posible añadir las siguientes:

Norma Española EHE-99

$$\sum \frac{A_\alpha \cdot f_{y\alpha}}{\text{sen} \alpha} \geq 0,02 \cdot f_{cd} \cdot b_0$$

con:

α = ángulo de inclinación de la armadura de corte.

Debe tenerse en cuenta para el cálculo el coeficiente de afectación a la resistencia del hormigón de $\gamma_c = 1,5$.

Norma Española EHE-08

$$\sum \frac{A_\alpha \cdot f_{y\alpha}}{\text{sen} \alpha} \geq \frac{f_{ct,m}}{7,5} \cdot b_0$$

con:

$f_{ct,m}$ = tensión media a tracción del hormigón, relacionada con la resistencia característica a compresión por las siguientes ecuaciones.

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ct,m} = 0,58 \cdot f_{ck}^{1/2} \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2$$

CEB-FIP 90

$$\frac{A_{sw} \cdot f_{yk}}{b_w \cdot s \cdot \text{sen} \alpha} \geq 0,2 \cdot f_{ctm}$$

donde:

$$f_{ctm} = f_{ctk0,m} \cdot \left(\frac{f_{ck}}{f_{ck0}} \right)^{2/3}$$

$f_{ck0} = 10 \text{ MPa}$
 $f_{ctk0,m} = 1,4 \text{ MPa}$

Eurocódigo 2-2004

$$\frac{A_{sw} \cdot f_{yk}}{b_w \cdot s \cdot \text{sen} \alpha} \geq 0,08 \cdot \sqrt{f_{ck}}$$

A continuación, se efectúa una comparación de las ecuaciones de armaduras transversales mínimas, representando el término $A_v \cdot f_y / (b_0 \cdot s)$, como una medida de la resistencia a absorber con armaduras transversales, en función de la resistencia característica a compresión f_c del hormigón.

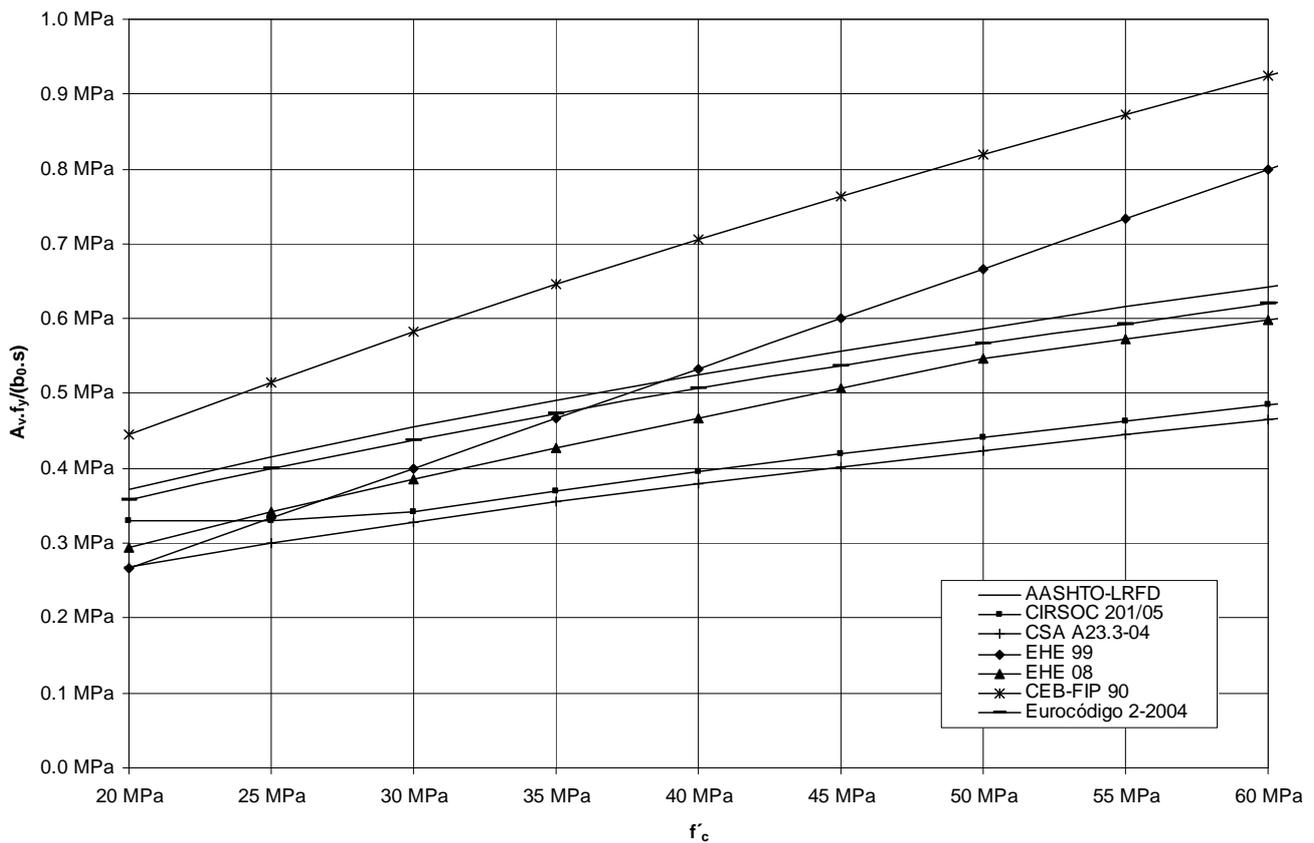


Figura 227: Comparación de armaduras mínimas a corte según distintos códigos

Como conclusión, puede observarse una sustancial dispersión de los resultados, siendo mayor la disparidad de valores a medida que se incrementa la resistencia del hormigón. Por otra parte, se observa una gradual tendencia a disminuir los valores mínimos requeridos con la evolución de los códigos y reglamentos. Tal situación se debe fundamentalmente a un aumento en el conocimiento del comportamiento a corte de las vigas de hormigón armado.

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 36) Diseño al corte una viga simplemente apoyada

Materiales:

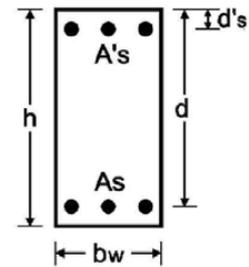
Hormigón: $f'_c = 25 \text{ MPa}$

Acero: $f_y = 420 \text{ MPa}$

Sección transversal:

$b_w = 0,20 \text{ m}$; $h = 0,50 \text{ m}$; $d = 0,46 \text{ m}$

$l = 5 \text{ m}$



$D = 1744 \text{ kg/m}$

$L = 872 \text{ kg/m}$

$U = 1,4 D$

$U = 1,20 D + 1,60 L$

De ambas condiciones se elige la mayor:

$U = 3488 \text{ kg/m}$

$V_u = q_u \cdot l/2 = 87,20 \text{ KN}$

$$V_n = V_u / \phi = 87,20 \text{ KN} / 0,75 = 116,27 \text{ KN}$$

No se reduce el esfuerzo de corte a una distancia d del apoyo a los efectos de simplificar el procedimiento.

Resistencia aportada por el hormigón:

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 1/6 \cdot \sqrt{25 \text{ MPa}} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 0,46 \text{ m} \cdot 1000 = 76,7 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 116,27 \text{ KN} - 76,7 \text{ KN} = 39,57 \text{ KN}$$

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot \sqrt{25 \text{ MPa}} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 0,46 \text{ m} \cdot 1000 = 306,6 \text{ KN} \text{ (verifica)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{39,57 \text{ KN}}{0,46 \text{ m} \cdot 420 \text{ KN/cm}^2} = 2,05 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Estribado mínimo:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,20 \text{ m}}{420 \text{ MPa}} \cdot 10000 = 1,587 \text{ cm}^2 / \text{m} < 2,05 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ (verifica)}$$

Se adopta tentativamente $\phi 6 \text{ c}/20 \text{ cm}$. Por lo que entonces tenemos:

$$\frac{2,0,28 \text{ cm}^2}{0,20 \text{ m}} = 2,80 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ (verifica)}$$

Separación máxima:

$$s_{\text{máx}} = \text{mín} (d/2; 0,4 \text{ m}) = 0,23 \text{ m} \text{ (verifica)}$$

Ejemplo 37) Calcular el Ejemplo 36 de acuerdo al criterio del CIRSOC 201/82.

Materiales:

Hormigón: $\sigma'_{bk} = 21 \text{ MPa}$

Acero: $\sigma_s = 420 \text{ MPa}$

Sección transversal:

$b_0 = 0,20 \text{ m}$; $d = 0,50 \text{ m}$; $h = 0,46 \text{ m}$

$l = 5 \text{ m}$

$g = 1744 \text{ kg/m}$

$p = 872 \text{ kg/m}$

$$q = g + p = 2616 \text{ kg/m} = 26,16 \text{ KN/m}$$

$$Q = q \cdot l / 2 = 6540 \text{ kg} = 65,40 \text{ KN}$$

Adoptamos de forma aproximada $z = 0,85 \cdot h = 0,39 \text{ m}$. En este caso, equiparando lo desarrollado en el ejercicio anterior, no se reduce el valor del esfuerzo de corte a una distancia r del apoyo.

$$\tau_0 = \frac{Q}{b_0 z} = \frac{65,40 \text{ KN}}{0,20 \text{ m} \cdot 0,39 \text{ m}} = 838,46 \text{ KN/m}^2 = 0,838 \text{ MN/m}^2$$

$$\tau_{012} = 0,75 \text{ MN/m}^2 < \text{máx} \tau_0 \leq \tau_{02} = 1,8 \text{ MN/m}^2$$

Se coloca una armadura de corte calculada como:

$$\tau_c = \frac{\tau_{0\text{máx}}^2}{\tau_{02}} = \frac{(0,838 \text{ MN/m}^2)^2}{1,8 \text{ MN/m}^2} = 0,39 \text{ MN/m}^2$$

Como la separación máxima de estribos debe verificar:

$$s \leq 0,60 \cdot d = 30 \text{ cm} \text{ ó } 25 \text{ cm}$$

Se adopta tentativamente, una separación de 20 cm, de tal forma que la sección necesaria se puede obtener de la expresión:

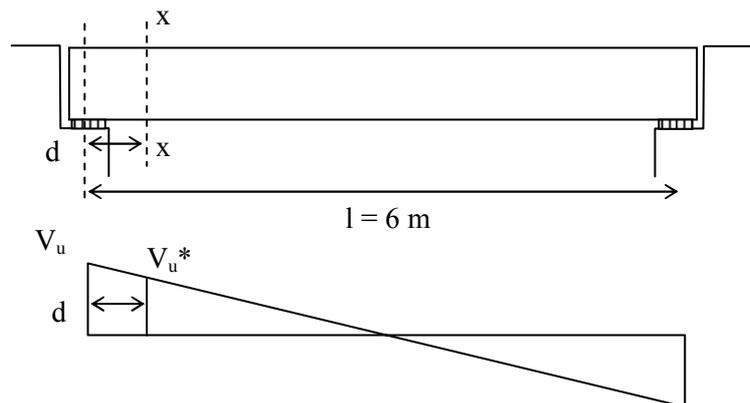
$$\tau_c = \frac{\beta_s \cdot A_s}{1,75 \cdot b_0 \cdot s}$$

$$\frac{A_s}{s} = \frac{\tau_c \cdot b_0}{\beta_s / 1,75} = \frac{0,39 \text{ MN/m}^2 \cdot 0,20 \text{ m}}{420 \text{ MN/m}^2 / 1,75} = 3,25 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Se observa que el estribado final a adoptar debe ser $\phi 6\text{c}/15 \text{ cm}$ en dos ramas ($4,48 \text{ cm}^2/\text{m}$), ya que un estribado de $\phi 6\text{c}/20 \text{ cm}$ en dos ramas ($2,8 \text{ cm}^2/\text{m}$) no resulta suficiente. Asimismo, concluimos que para este caso particular, la armadura requerida de acuerdo al cálculo del CIRSOC 201/82 es un 58,5% mayor que la calculada según el CIRSOC 201/05.

Ejemplo 38) Diseño de la armadura de corte de una viga simplemente apoyada (apoyo directo)

$f'_c = 25 \text{ MPa}$
 $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $d = 0,50 \text{ m}$
 $h = 0,56 \text{ m}$
 $b = 0,25 \text{ m}$
 $A_s = 4\phi 20 \text{ mm}$
 $A'_s = 2\phi 10 \text{ mm}$
 $l = 6 \text{ m}$
 $V_u = 135 \text{ KN}$
 $M_{u(x=d)} = 61,87 \text{ KNm}$



$$V_u^* = \left(\frac{l/2 - d}{l/2} \right) V_u = 0,83 \cdot V_u = 112,50 \text{ KN}$$

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{12,56 \text{ cm}^2}{25 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm}} = 1\%$$

$$V_c = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{25 \text{ MPa}} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot 1000 = 104,16 \text{ KN}$$

$$V_c = \left(\sqrt{f'_c} + 120 \rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) \frac{1}{7} b_w d \leq 0,3 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$\frac{V_u d}{M_u} = \frac{112,50 \text{ KN} \cdot 0,50}{61,87 \text{ KNm}} = 0,909 < 1 \quad (\text{verifica})$$

$$V_c = 108,86 \text{ KN} \leq 0,3 \sqrt{f'_c} b_w d = 187,50 \text{ KN}$$

Existe una diferencia de 4,67% entre la expresión simplificada y general del cálculo de V_c , manifestando la incidencia de la armadura longitudinal la que restringe el crecimiento de la fisura diagonal.

$$V_s = V_n - V_c = 150 \text{ KN} - 108,86 \text{ KN} = 41,14 \text{ KN}$$

Verificación

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 416,6 \text{ KN} \quad (\text{verifica})$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{41,14 \text{ KN}}{0,50 \text{ m} \cdot 420 \text{ KN/cm}^2} = 1,96 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Adopto $\phi 6$ c/20 cm

$$\frac{n \cdot A_{vi}}{s} = \frac{2 \cdot 0,28 \text{ cm}^2}{0,20 \text{ m}} = 2,80 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad (\text{verifica})$$

Verificación

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,25 \text{ m}}{420 \text{ MPa}} \cdot 10000 = 1,98 \text{ cm}^2 / \text{m} < 2,80 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Separación de estribos

$$V_s = 41,14 \text{ KN} < 1/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 206,25 \text{ KN}$$

$$s_{\text{máx}} = \text{mín} (d/2; 0,4 \text{ m}) = 25 \text{ cm} \quad (\text{verifica } s = 20 \text{ cm})$$

Ejemplo 39) Diseño al corte de un elemento con tracción axial.

Dado un tensor, dimensionar el mismo al corte con los siguientes datos:

Hormigón: $f'_c = 20 \text{ MPa}$

Acero: $f_y = 420 \text{ MPa}$

$b = h = 300 \text{ mm}$

Solicitaciones:

$P_D = -22 \text{ KN}$

$P_L = -8 \text{ KN}$

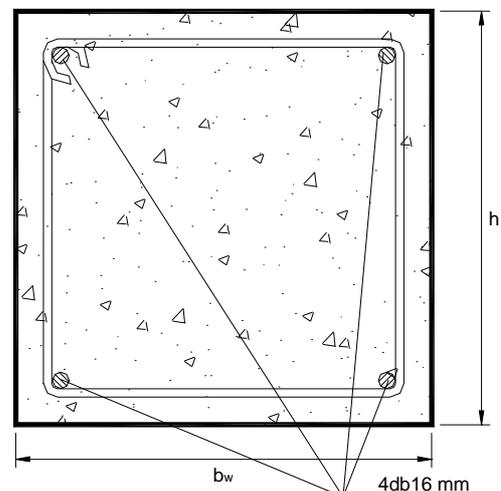
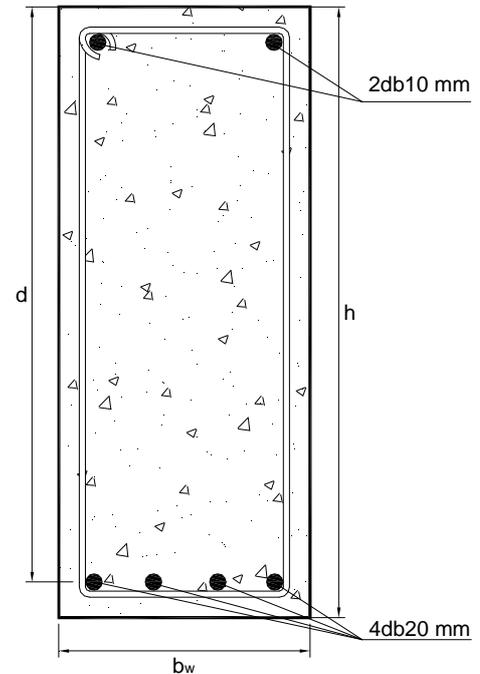
$V_D = 55 \text{ KN}$

$V_L = 43 \text{ KN}$

$$P_u = 1,20 P_D + 1,60 P_L = 39,20 \text{ KN} > 1,40 P_D = 30,8 \text{ KN}$$

$$V_u = 1,20 V_D + 1,60 V_L = 134,80 \text{ KN}$$

$$P_n = P_u / \phi = 39,20 / 0,90 = 43,55 \text{ KN}$$



Condición resistente

$$A_s = \frac{P_n}{f_y} = 1,04 \text{ cm}^2$$

Condición de ductilidad

$$\rho \geq \frac{A_s}{A_g} \geq \frac{\sqrt{f'_c}}{1,80 \cdot f_y} = 0,0059$$

$$A_s \geq A_g \cdot \rho_{\min} = 5,32 \text{ cm}^2$$

Condición que prevalece.

Se adoptan 4φ16 mm (8,04 cm²)

Resistencia al corte proporcionada por el hormigón

$$V_c = \left(1 + \frac{0,3N_u}{A_g}\right) \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} b_w d \geq 0$$

con N_u negativo (tracción) N_u/A_g en MPa.

$$d = h - c_c - d_b/2 = 300 \text{ mm} - 20 \text{ mm} - 16\text{mm}/2 = 272 \text{ mm} \cong 270 \text{ mm}$$

$$V_c = \left(1 + \frac{0,3N_u}{A_g}\right) \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} b_w d = \left(1 + \frac{0,3 \cdot (-0,0392 \text{ MN})}{0,30 \text{ m} \cdot 0,27 \text{ m}}\right) \frac{1}{6} \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 0,30 \text{ m} \cdot 0,27 \text{ m} = 51,6 \text{ KN}$$

$$V_n = \frac{V_u}{\phi} = \frac{134,80 \text{ KN}}{0,75} = 179,7 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 179,7 \text{ KN} - 51,6 \text{ KN} = 128,1 \text{ KN}$$

Control

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 241,49 \text{ KN (verifica)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{128,1 \text{ KN}}{0,27 \text{ m} \cdot 42 \text{ KN/cm}^2} = 11,30 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Adopto φ8 c/7 cm

$$\frac{n \cdot A_{vi}}{s} = \frac{2,0,50 \text{ cm}^2}{0,07 \text{ m}} = 14,3 \text{ cm}^2 / \text{m (verifica)}$$

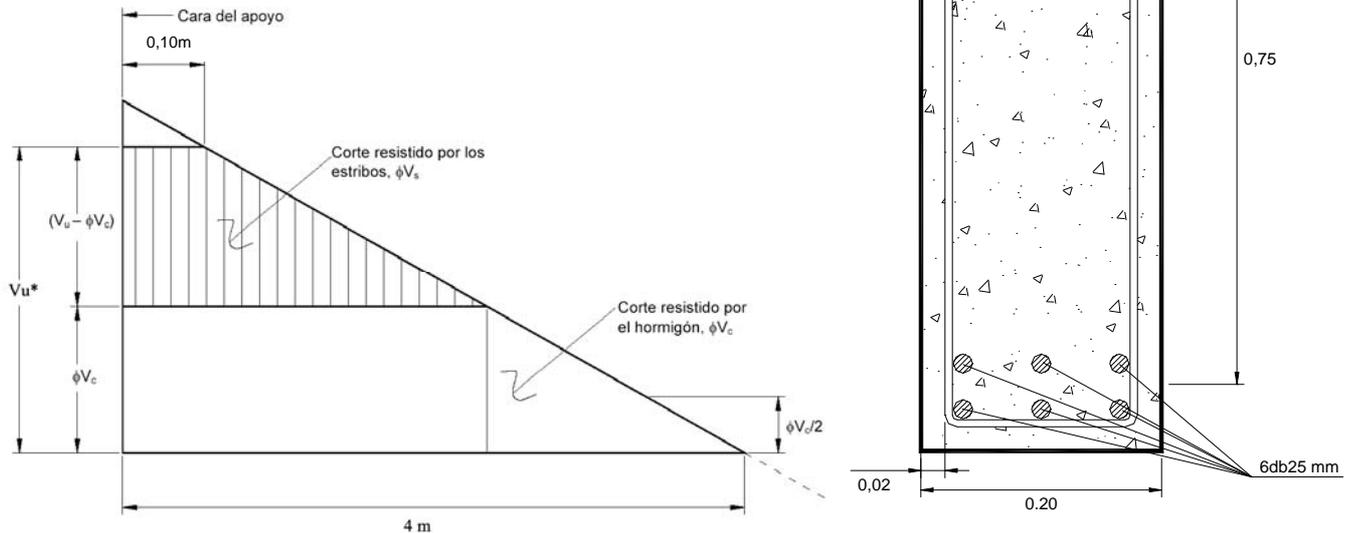
Control

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,30 \text{ m}}{420 \text{ Mpa}} \cdot 10000 = 2,35 \text{ cm}^2 / \text{m} < 14,3 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Separación de estribos

$$V_s = 128,1 \text{ KN} > 1/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 120,7 \text{ KN}$$

$$s_{\max} = \min(d/4; 0,2 \text{ m}) = 7 \text{ cm (verifica } s = 7 \text{ cm)}$$

Ejemplo 40) Diseño a corte de una viga, que apoya sobre otra viga en ambos extremos.Hormigón: $f'_c = 25 \text{ MPa}$ Acero: $f_y = 420 \text{ MPa}$ $d = 0,75 \text{ m}$ $h = 0,82 \text{ m}$ $b_w = 0,20 \text{ m}$ $A_s = 6\phi 25 \text{ mm}$ $l = 8 \text{ m}$ V_u^* (a una distancia de 0,1 m de la cara del apoyo) = 366,52 KN

$$V_u \leq \phi \cdot V_n$$

$$V_n \geq V_u / \phi = 488,69 \text{ KN}$$

$$V_c = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{25 \text{ MPa}} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 0,75 \text{ m} \cdot 1000 = 125 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 363,69 \text{ KN}$$

Verificación

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 500 \text{ KN (verifica)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{363,69 \text{ KN}}{0,75 \text{ m} \cdot 420 \text{ KN/cm}^2} = 11,54 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Adoptamos $\phi 10 \text{ c}/14 \text{ cm}$ (del apoyo a $x = 2 \text{ m}$)

$$\frac{n \cdot A_{vi}}{s} = \frac{2,0,79 \text{ cm}^2}{0,14 \text{ m}} = 11,29 \text{ cm}^2 / \text{m (verifica)}$$

Verificación

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,20 \text{ m}}{420 \text{ MPa}} \cdot 10000 = 1,57 \text{ cm}^2 / \text{m} < 11,54 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Separación de estribos

$$V_s = 363,69 \text{ KN} > 1/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 250 \text{ KN}$$

$$s_{\text{máx}} = \min(d/4; 0,2 \text{ m}) = 18,75 \text{ cm (verifica } s = 14 \text{ cm)}$$

Para el resto de la viga ($x = 2 \text{ m}$)

$$V_u = 183,26 \text{ KN}$$

$$V_n \geq V_u / \phi = 244,35 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 244,25 \text{ KN} - 125 \text{ KN} = 119,35 \text{ KN}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{119,35 \text{ KN}}{0,75 \text{ m} \cdot 42 \text{ KN/cm}^2} = 3,788 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Adopto $\phi 8$ c/25 cm (de $x = 2\text{m}$ al eje de la viga)

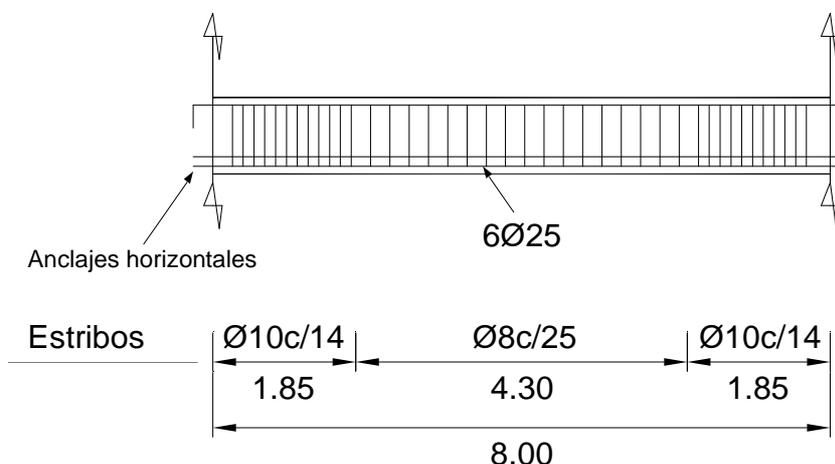
$$\frac{n \cdot A_{vi}}{s} = \frac{2 \cdot 0,50 \text{ cm}^2}{0,25 \text{ m}} = 4 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ (verifica)}$$

Control

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,20 \text{ m}}{420 \text{ Mpa}} \cdot 10000 = 1,57 \text{ cm}^2 / \text{m} < 3,788 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Separación de estribos

$$s_{\text{máx}} = \text{mín} (d/2; 0,4\text{m}) = 37,50 \text{ cm} \text{ (verifica } s = 25 \text{ cm)}$$



Ejemplo 41) Verificar al corte la viga del ejemplo anterior si $V_u^* = 600,58 \text{ KN}$

$$V_n \geq V_u / \phi = 800,77 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 800,77 \text{ KN} - 125 \text{ KN} = 675,77 \text{ KN}$$

Control:

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d = 500 \text{ KN}$$

No verifica por lo que se debe redimensionar la pieza.

La condición anterior es en realidad una verificación indirecta de la capacidad de absorber tensiones en las bielas comprimidas de hormigón. A modo de visualizar esto, si hubiésemos utilizado como norma de diseño el Reglamento CIRSOC 201/82, tendríamos, asumiendo la carga total compuesta por un 60% por peso propio y un 40% por sobrecarga:

$$\gamma = 0,60 \cdot 1,20 + 0,40 \cdot 1,60 = 1,36$$

Q_s (esfuerzo de corte para cargas de servicio) = 44160 kg

$$Q_s = Q_u^* / \gamma = 60058 \text{ kg} / 1,36$$

$$\tau = \frac{Q_s}{b_0 \cdot z} = \frac{44160 \text{ kg}}{20 \text{ cm} \cdot 69 \text{ cm}} = 32 \text{ kg/cm}^2 > \tau_{03} = 30 \text{ kg/cm}^2 \text{ (para hormigón H-21)}$$

Ejemplo 42) Cálculo a corte de una viga de nervio para platea de fundación.

Se plantea a continuación el diseño de una viga que por su ancho requiere la adopción de estribos de varias ramas. Dada la siguiente viga de nervio perteneciente a una platea de fundación de ancho $b_w = 0,70$ m, altura $h = 0,90$ m y altura útil $d = 0,82$ m, sobre la que apoya una columna de un edificio aperticado de hormigón armado, diseñarla al corte en base a los siguientes datos:

Materiales:

Hormigón H-25

Acero ADN 42/50

Columna:

$b = h = 0,60$ m

El esfuerzo de corte último máximo determinante es $V_u = 1300$ KN.

$$V_n = V_u / \phi = 1300 \text{ KN} / 0,75 = 1733,33 \text{ KN}$$

Resistencia aportada por el hormigón:

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d = 1/6 \cdot \sqrt{25\text{MPa}} \cdot 0,70 \text{ m} \cdot 0,82 \text{ m} \cdot 1000 = 478,83 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 1733,33 \text{ KN} - 478,83 \text{ KN} = 1254,5 \text{ KN}$$

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot \sqrt{25\text{MPa}} \cdot 0,70 \text{ m} \cdot 0,82 \text{ m} \cdot 1000 = 1913,33 \text{ KN (verifica)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{1254,5 \text{ KN}}{0,82 \text{ m} \cdot 42 \text{ KN/cm}^2} = 36,43 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Estribado mínimo:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,70 \text{ m}}{420 \text{ Mpa}} \cdot 10000 = 5,5 \text{ cm}^2 / \text{m} < 36,43 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ (verifica)}$$

Se adopta tentativamente estribos en seis ramas $\phi 12$ c/18 cm. Por lo que entonces tenemos:

$$\frac{6 \cdot 1,13 \text{ cm}^2}{0,18 \text{ m}} = 37,67 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad \text{(verifica)}$$

$$V_s > 1/3 \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d = 1/3 \cdot \sqrt{25\text{MPa}} \cdot 0,70 \text{ m} \cdot 0,82 \text{ m} \cdot 1000 = 956,66 \text{ KN (verifica)}$$

Separación máxima:

$$s_{\text{máx}} = \text{mín} (d/4; 0,2 \text{ m}) = 0,2 \text{ m (verifica)}$$

Nota: por claridad del dibujo no se indican las armaduras de columna ni de losa de fundación. La armadura inferior de la platea debe estar por sobre la armadura inferior de la viga de nervio.

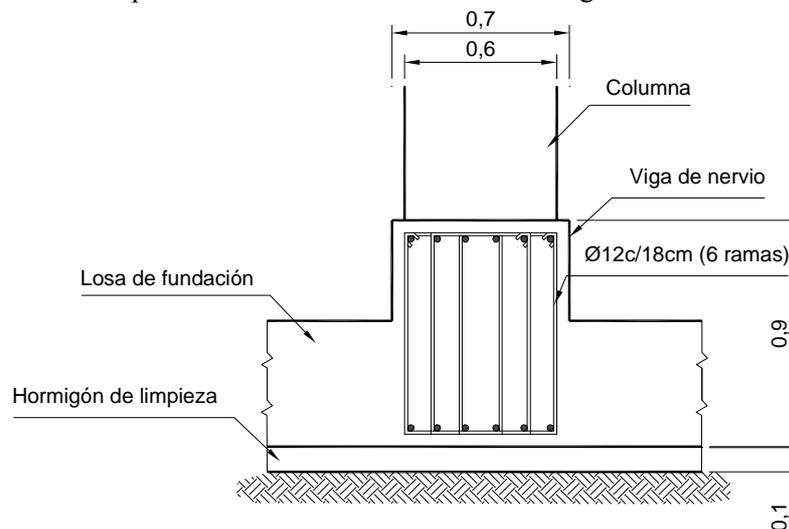


Figura 228: Corte de la viga de nervio (no se representan las restantes armaduras)

Ejemplo 43: Diseño a corte de una viga simplemente apoyada según la Teoría Modificada del Campo a Compresión (AASHTO 2007 y CSA A23-04) y comparaciones con el CIRSOC 201/05 (ACI 318/05) y CIRSOC 201/82.

Sección transversal

Ancho de la viga = 0,20 m

Altura de la viga = 0,45 m

$l = 5$ m

Estado de cargas

$D = 1744$ kg/m

$L = 872$ kg/m

A los efectos de la comparación, se mantuvo la armadura a flexión constante.

a) Cálculo según Teoría Modificada del Campo a Compresión

a.1) AASHTO LRFD 2007

Para el cálculo de la viga por este método, se utiliza como factor de reducción $\phi = 0,9$ según AASHTO, la nomenclatura acorde al Código y los coeficientes de mayoración correspondientes. Es necesario aclarar, que según los párrafos anteriores, los autores del método recomiendan un factor $\phi = 0,85$. En la tabla adjunta, se observa la variación de los parámetros de cálculo para distintos valores de ϕ .

$l = 5,00$ m

$q_u = 1,25 D + 1,75 L = 37,06$ KN/m

$\phi = 0,9$

$b_v = 20$ cm

$h = 45$ cm

$d = 41,4$ cm

$d_v = 37,3$ cm

$E_s = 210000$ MPa

$A_s = 8,04$ cm²

$f'_c = 20$ MPa

T.M.A. = 1,905 cm

$f_y = 4200$ kg/cm²

Para el cálculo del ángulo θ y del coeficiente β , se utilizaron las expresiones sugeridas por el CSA A23.3-04, que coinciden a su vez con la publicación de Collins, Mitchel, Adobar y Vecchio.

Las distancias son medidas desde el apoyo de la viga y hasta el eje de la misma, tomando en consideración además, el punto generado a una distancia d_v del apoyo.

El cálculo de V_c para valores de armadura menores a los mínimos se desarrolló a los efectos de establecer las zona en donde no se requieren estribos de corte ($\phi V_c/2$), si bien cada código estructural especifica las armaduras mínimas a corte, calculadas en las tablas adjuntas.

Adicionalmente, se incorpora el valor de la fuerza que debe soportar la armadura longitudinal $A_s f_y$, calculada para la Teoría Modificada del Campo a Compresión. Tales valores deberán ser considerados en todas las secciones de tal manera que la capacidad de tracción de la armadura longitudinal del lado del elemento traccionado por flexión verifique. Respecto de este tema, el AASHTO establece: “En las ubicaciones de máximo momento la fuerza de corte cambia de signo, y por lo tanto varía la inclinación de las tensiones de compresión diagonal. En los apoyos directos y puntos en los cuales hay cargas aplicadas directamente a la cara superior o inferior del elemento, este cambio de inclinación está asociado con una distribución de tensiones de compresión en forma de abanico que irradia a partir de la carga puntual o apoyo. Esta distribución en abanico de las tensiones diagonales reduce la tracción que provoca el corte en la armadura longitudinal, es decir, el ángulo θ crece. La tracción en la armadura no es mayor que la debida

exclusivamente al máximo momento. Por lo tanto, los requisitos de armadura longitudinal se pueden satisfacer prolongando la armadura de flexión en una distancia igual a $d_v \cot \theta$ o el calculado por anclaje o empalme.

A modo de ejemplo, indicaremos los pasos seguidos para el cálculo de la armadura a corte necesaria para la sección ubicada a una distancia d_v del apoyo. En dicha sección, los valores de momento y corte resultan:

$$M_u = 3195 \text{ kgm}$$

$$V_u = 7884 \text{ kg}$$

Como el producto $V_u \cdot d_v = 2940,7 \text{ kgm}$ resulta menor a M_u y nos encontramos en una sección con una armadura estimada igual a la mínima, la expresión usada para el cálculo de ϵ_x se aproxima a:

$$\epsilon_x = \frac{\frac{M_u}{d_v} + 0,5N_u + 0,5V_u \cdot \cot \theta}{2.E_s.A_s} = \frac{\frac{M_u}{d_v} + V_u}{2.E_s.A_s} = \frac{\frac{3195\text{kgm}}{0,373\text{m}} + 7884\text{kg}}{2.2100000\text{kg/cm}^2 \cdot 8,04\text{cm}^2} = 0,487\%$$

De acuerdo al valor de ϵ_x , calculamos el ángulo θ según la expresión indicada por el CSA A23.3:

$$\theta = 29^\circ + 7000 \cdot \epsilon_x = 32,41^\circ$$

Como suponemos la existencia de una armadura transversal igual a la mínima, el cálculo de β en unidades compatibles se simplifica a:

$$\beta = \frac{0,4}{1 + 1500\epsilon_x} = 2,31$$

$$\phi V_c = 0,9 \cdot 0,083 \cdot \beta \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_v \cdot d_v = 0,9 \cdot 0,083 \cdot 2,31 \cdot \sqrt{20\text{MPa}} \cdot 20\text{cm} \cdot 37,3\text{cm} \cdot 10 = 5752,3\text{kg}$$

$$V_s = V_n - V_c = V_u/\phi - V_c = 2368,7 \text{ kg}$$

En tal caso, la sección requerida de estribos a 90° es:

$$\begin{aligned} \frac{A_v}{s} &= \frac{V_s}{f_y \cdot d_v \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \text{sen} \alpha} = \\ &= \frac{2368,7\text{kg}}{4200\text{kg/cm}^2 \cdot 37,3\text{cm} \cdot (\cot 32,41^\circ + \cot 90^\circ) \cdot \text{sen} 90^\circ} \cdot 100 = 0,96\text{cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Según AASHTO, la sección mínima a colocar corresponde a:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,083 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_v}{f_y} = 0,083 \cdot \sqrt{20\text{MPa}} \cdot \frac{20\text{cm}}{420\text{MPa}} \cdot 100 = 1,77\text{cm}^2 / \text{m}$$

La fuerza a verificar sobre las armaduras a flexionadas es:

$$A_s \cdot f_y \geq \frac{M_u}{d_v \cdot \phi_f} + \left(\frac{V_u}{\phi_v} - 0,5V_s \right) \cot \theta = 21459,4\text{kg}$$

Para los casos en los que V_s resulta nulo, se interpreta que la armadura de cálculo es menor a la mínima, por lo que se han utilizado las expresiones de cálculo modificadas al respecto.

a.2) CSA 23.3-04

Se procedió al cálculo de la viga con las consideraciones correspondientes al Código canadiense.

$$l = 5,00 \text{ m}$$

$$q_u = 1,25 D + 1,50 L = 34,88 \text{ KN/m}$$

$$\phi_c = 0,65$$

$$\phi_s = 0,85$$

$$b_v = 20 \text{ cm}$$

$$h = 45 \text{ cm}$$

$$d = 41,4 \text{ cm}$$

$$d_v = 37,3 \text{ cm}$$

$$E_s = 210000 \text{ MPa}$$

$$A_s = 8,04 \text{ cm}^2$$

$$f'_c = 20 \text{ MPa}$$

$$T.M.A. = 1,905 \text{ cm}$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\epsilon_x = \frac{\frac{M_u}{d_v} + 0,5N_u + 0,5V_u \cdot \cot \theta}{2.E_s.A_s} = \frac{\frac{M_u}{d_v} + V_u}{2.E_s.A_s} = \frac{\frac{3007 \text{ kgm}}{0,373 \text{ m}} + 7420 \text{ kg}}{2.2100000 \text{ kg/cm}^2 \cdot 8,04 \text{ cm}^2} = 0,458\%$$

De acuerdo al valor de ϵ_x , calculamos el ángulo θ según la expresión indicada por el CSA A23.3:

$$\theta = 29^\circ + 7000 \cdot \epsilon_x = 32,21^\circ$$

Como suponemos la existencia de una armadura transversal igual a la mínima, el cálculo de β en unidades compatibles se simplifica a:

$$\beta = \frac{0,4}{1 + 1500\epsilon_x} = 2,37$$

$$V_c = \phi_c \cdot \beta \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d = 0,65 \cdot 2,37 \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 20 \text{ cm} \cdot 37,3 \text{ cm} = 5132,9 \text{ kg}$$

$$V_s = (V_u - V_c) / \phi_s = 2691,1 \text{ kg}$$

En tal caso, la sección requerida de estribos a 90° es:

$$\begin{aligned} \frac{A_v}{s} &= \frac{(V_u - V_c) \cdot \text{tg} \theta}{\phi_s \cdot f_y \cdot d_v} = \\ &= \frac{(7420 \text{ kg} - 5132,9 \text{ kg}) \cdot \text{tg} 32,21^\circ}{0,85 \cdot 4200 \text{ kg/cm}^2 \cdot 37,3 \text{ cm}} \cdot 100 = 1,08 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Según CSA A23.3-04, la sección mínima a colocar corresponde a:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,06 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_v}{f_y} = 0,06 \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot \frac{20 \text{ cm}}{4200 \text{ MPa}} \cdot 100 = 1,28 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

b) Cálculo según CIRSOC 201/05

Se adjunta una tabla con los valores de cálculo a corte de la viga del ejemplo, considerando la misma calidad de hormigón, pero con un coeficiente de reducción $\phi = 0,75$.

$$l = 5,00 \text{ m}$$

$$q_u = 1,2 D + 1,6 L = 34,88 \text{ KN/m}$$

$$\phi = 0,75$$

$$b_w = 20 \text{ cm}$$

$$h = 45 \text{ cm}$$

$$d = 41,4 \text{ cm}$$

$$E_s = 210000 \text{ MPa}$$

$$A_s = 8,04 \text{ cm}^2$$

$$f'_c = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Se indica especialmente el valor de cálculo a una distancia d del apoyo, al cual se puede reducir el cálculo a corte bajo la situación de apoyos directos. La primera columna de cálculo de ϕV_c tiene en cuenta la expresión simplificada para el corte que absorbe el hormigón, mientras que la segunda columna, lo hace para aquella que incorpora la relación $V_u \cdot d / M_u$, verificando en ese caso que $V_u \cdot d / M_u \leq 1$.

c) Cálculo según CIRSOC 201/82

A modo de comparación, se calcula la viga bajo cargas de servicio y con un hormigón clase H-17, equivalente a un H-20 bajo las consideraciones de resistencia del CIRSOC 201/05. La nomenclatura se adecuó a las del Reglamento, suponiéndose un brazo de palanca $z \cong 0,85 \cdot h$.

$$l = 5,00 \text{ m}$$

$$q_s = g + p = 26,16 \text{ KN/m}$$

$$b_0 = 20 \text{ cm}$$

$$d = 45 \text{ cm}$$

$$h = 41,4 \text{ cm}$$

$$z = 35,19 \text{ cm}$$

$$c \text{ (tamaño supuesto de la columna)} = 20 \text{ cm}$$

$$E_s = 210000 \text{ MPa}$$

$$A_s = 8,04 \text{ cm}^2$$

$$\sigma'_{bk} = 17 \text{ MPa}$$

$$\beta_s = 420 \text{ MPa}$$

$$\tau_{012} = 6.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{02} = 15 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{03} = 25 \text{ kg/cm}^2$$

Los valores de τ_c fueron evaluados según la zona en la que se encontraban de acuerdo a los valores de τ_{012} , τ_{02} y τ_{03} , la resistencia del hormigón y la distancia del apoyo de la viga. Se destaca entre los valores de cálculo, el generado a una distancia $c/2 + h/2$ del apoyo, al cual se puede reducir el cálculo a corte bajo la situación de apoyos directos.

Dist. del apoyo	M _u	V _u	ε _x x 1000	v _u	v _u / f' _c	θ	β	Armadura transv. mín.			Armadura trans. menor a la mín.					A _v /S _{req}	S _{máx}	A _v S _{min} AASHTO	A _s f _y	A _s
								φV _c	V _s	S _{xe}	S _{xe}	β	φV _c	φV _c /2	φV _c /2					
0.00 m	0 kgm	9265 kg	0.55	12.43	0.062	32.84	2.19	5462.0 kg	4225.5 kg	372.1 mm	2.08	-	-	1.74 cm ² /m	29.81 cm	1.77 cm ² /m	12675.5 kg	3.02 cm ²		
0.25 m	2200 kgm	8339 kg	0.49	11.19	0.056	32.46	2.30	5720.3 kg	2909.1 kg	372.1 mm	2.18	-	-	1.18 cm ² /m	29.81 cm	1.77 cm ² /m	18842.0 kg	4.49 cm ²		
0.373 m	3195 kgm	7884 kg	0.49	10.58	0.053	32.41	2.31	5752.3 kg	2368.7 kg	372.1 mm	2.19	-	-	0.96 cm ² /m	29.81 cm	1.77 cm ² /m	21459.4 kg	5.11 cm ²		
0.50 m	4169 kgm	7412 kg	0.55	9.95	0.050	32.86	2.19	5452.5 kg	2177.2 kg	372.1 mm	2.08	-	-	0.90 cm ² /m	29.81 cm	1.77 cm ² /m	23499.0 kg	5.60 cm ²		
0.75 m	5906 kgm	6486 kg	0.66	8.70	0.044	33.63	2.01	4998.3 kg	1652.4 kg	372.1 mm	1.90	-	-	0.70 cm ² /m	29.81 cm	1.77 cm ² /m	27204.7 kg	6.48 cm ²		
1.00 m	7412 kgm	5559 kg	0.75	7.46	0.037	34.28	1.88	4673.8 kg	983.6 kg	372.1 mm	1.78	-	-	0.43 cm ² /m	29.81 cm	1.77 cm ² /m	30444.2 kg	7.25 cm ²		
1.25 m	8686 kgm	4633 kg	0.83	6.22	0.031	34.79	1.78	4442.9 kg	210.6 kg	372.1 mm	1.69	-	-	0.09 cm ² /m	29.81 cm	1.77 cm ² /m	33158.2 kg	7.89 cm ²		
1.50 m	9728 kgm	3706 kg	0.88	4.97	0.025	35.18	1.72	4284.1 kg	-	372.1 mm	1.63	4059.04 kg	2029.52 kg	-	29.81 cm	1.77 cm ² /m	-	-		
1.75 m	10539 kgm	2780 kg	0.92	3.73	0.019	35.44	1.68	4184.2 kg	-	372.1 mm	1.59	3964.39 kg	1982.20 kg	-	29.81 cm	1.77 cm ² /m	-	-		
2.00 m	11118 kgm	1853 kg	0.94	2.49	0.012	35.57	1.66	4135.7 kg	-	372.1 mm	1.57	3918.49 kg	1959.25 kg	-	29.81 cm	1.77 cm ² /m	-	-		
2.25 m	11465 kgm	927 kg	0.94	1.24	0.006	35.57	1.66	4135.3 kg	-	372.1 mm	1.57	3918.06 kg	1959.03 kg	-	29.81 cm	1.77 cm ² /m	-	-		
2.50 m	11581 kgm	0 kg	0.92	0.00	0.000	35.44	1.68	4182.8 kg	-	372.1 mm	1.59	3963.07 kg	1981.54 kg	-	29.81 cm	1.77 cm ² /m	-	-		

Dist. del apoyo	M _u	V _u	ε _x x 1000	v _u	v _u / f' _c	θ	β	Armadura transv. mín.			Armadura trans. menor a la mín.					A _v /S _{req}	S _{máx}	A _v S _{min} CSA	A _s f _y	A _s
								V _c	V _s	S _{xe}	V _c	β	V _c	V _c /2	V _c /2					
0.00 m	0 kgm	8720 kg	0.52	11.70	0.059	32.62	2.25	4882.4 kg	4514.8 kg	372.1 mm	2.14	-	-	1.85 cm ² /m	29.81 cm	1.28 cm ² /m	11613.5 kg	2.77 cm ²		
0.25 m	2071 kgm	7848 kg	0.46	10.53	0.053	32.25	2.36	5105.3 kg	3226.7 kg	372.1 mm	2.23	-	-	1.30 cm ² /m	29.81 cm	1.28 cm ² /m	17437.5 kg	4.15 cm ²		
0.373 m	3007 kgm	7420 kg	0.46	9.96	0.050	32.21	2.37	5132.9 kg	2691.1 kg	372.1 mm	2.25	-	-	1.08 cm ² /m	29.81 cm	1.28 cm ² /m	19918.0 kg	4.74 cm ²		
0.50 m	3924 kgm	6976 kg	0.52	9.36	0.047	32.63	2.25	4874.2 kg	2472.7 kg	372.1 mm	2.13	-	-	1.01 cm ² /m	29.81 cm	1.28 cm ² /m	21877.0 kg	5.21 cm ²		
0.75 m	5559 kgm	6104 kg	0.62	8.19	0.041	33.36	2.07	4480.6 kg	1909.9 kg	372.1 mm	1.96	-	-	0.80 cm ² /m	29.81 cm	1.28 cm ² /m	25428.8 kg	6.05 cm ²		
1.00 m	6976 kgm	5232 kg	0.71	7.02	0.035	33.97	1.94	4197.9 kg	1216.6 kg	372.1 mm	1.84	-	-	0.52 cm ² /m	29.81 cm	1.28 cm ² /m	28529.6 kg	6.79 cm ²		
1.25 m	8175 kgm	4360 kg	0.78	5.85	0.029	34.45	1.84	3996.2 kg	428.0 kg	372.1 mm	1.75	-	-	0.19 cm ² /m	29.81 cm	1.28 cm ² /m	31127.7 kg	7.41 cm ²		
1.50 m	9156 kgm	3488 kg	0.83	4.68	0.023	34.82	1.78	3857.0 kg	-	372.1 mm	1.69	3654.45 kg	1827.22 kg	-	29.81 cm	1.28 cm ² /m	-	-		
1.75 m	9919 kgm	2616 kg	0.87	3.51	0.018	35.06	1.74	3769.4 kg	-	372.1 mm	1.65	3571.42 kg	1785.71 kg	-	29.81 cm	1.28 cm ² /m	-	-		
2.00 m	10464 kgm	1744 kg	0.88	2.34	0.012	35.18	1.72	3726.9 kg	-	372.1 mm	1.63	3531.11 kg	1765.56 kg	-	29.81 cm	1.28 cm ² /m	-	-		
2.25 m	10791 kgm	872 kg	0.88	1.17	0.006	35.18	1.72	3726.5 kg	-	372.1 mm	1.63	3530.73 kg	1765.37 kg	-	29.81 cm	1.28 cm ² /m	-	-		
2.50 m	10900 kgm	0 kg	0.87	0.00	0.000	35.06	1.74	3768.2 kg	-	372.1 mm	1.65	3570.25 kg	1785.13 kg	-	29.81 cm	1.28 cm ² /m	-	-		

Tabla 47: Variación de los parámetros de corte para la viga del Ejemplo 43 con un φ = 0,9 según AASHTO 2007 (sup.) y de acuerdo al CSA A23.3-04 (inf.)

Dist. del apoyo	M_u	V_u	$\phi \cdot V_c$ ec. simplif.	$\phi \cdot V_c$	$\phi \cdot V_c / 2$	V_s	V_s ec. simplif.	AV/S_{req}	AV/S_{req} ec. simplif.	AV/S_{min}	S_{max}
0.00 m	0 kgm	8720 kg	4628.7 kg	6557.9 kg	2314.3 kg	2882.8 kg	5455.1 kg	1.66 cm ² /m	3.14 cm ² /m	1.57 cm ² /m	20.70 cm
0.25 m	2071 kgm	7848 kg	4628.7 kg	6557.9 kg	2314.3 kg	1720.1 kg	4292.5 kg	0.99 cm ² /m	2.47 cm ² /m	1.57 cm ² /m	20.70 cm
0.414 m	3311 kgm	7276 kg	4628.7 kg	6443.5 kg	2314.3 kg	1110.0 kg	3529.7 kg	0.64 cm ² /m	2.03 cm ² /m	1.57 cm ² /m	20.70 cm
0.50 m	3924 kgm	6976 kg	4628.7 kg	6223.2 kg	2314.3 kg	1003.8 kg	3129.8 kg	0.58 cm ² /m	1.80 cm ² /m	1.57 cm ² /m	20.70 cm
0.75 m	5559 kgm	6104 kg	4628.7 kg	5866.3 kg	2314.3 kg	316.9 kg	1967.1 kg	0.18 cm ² /m	1.13 cm ² /m	1.57 cm ² /m	20.70 cm
1.00 m	6976 kgm	5232 kg	4628.7 kg	5683.6 kg	2314.3 kg	-	804.5 kg	-	0.46 cm ² /m	1.57 cm ² /m	20.70 cm
1.25 m	8175 kgm	4360 kg	4628.7 kg	5569.9 kg	2314.3 kg	-	-	-	-	1.57 cm ² /m	20.70 cm
1.50 m	9156 kgm	3488 kg	4628.7 kg	5489.9 kg	2314.3 kg	-	-	-	-	1.57 cm ² /m	20.70 cm
1.75 m	9919 kgm	2616 kg	4628.7 kg	5428.3 kg	2314.3 kg	-	-	-	-	1.57 cm ² /m	20.70 cm
2.00 m	10464 kgm	1744 kg	4628.7 kg	5377.4 kg	2314.3 kg	-	-	-	-	1.57 cm ² /m	20.70 cm
2.25 m	10791 kgm	872 kg	4628.7 kg	5332.3 kg	2314.3 kg	-	-	-	-	1.57 cm ² /m	20.70 cm
2.50 m	10900 kgm	0 kg	4628.7 kg	5289.9 kg	2314.3 kg	-	-	-	-	1.57 cm ² /m	20.70 cm

Dist. del apoyo	Q	τ	τ_c	θ	AV/S_{req}	S_{max}	AV/S_{min}
0.00 m	6540 kg	9.3 kg/cm ²	5.76 kg/cm ²	31.78°	4.80 cm ² /m	25 cm	1.94 cm ² /m
0.25 m	5886 kg	8.4 kg/cm ²	4.66 kg/cm ²	29.14°	3.89 cm ² /m	25 cm	1.94 cm ² /m
0.307 m	5737 kg	8.2 kg/cm ²	4.43 kg/cm ²	28.52°	3.69 cm ² /m	25 cm	1.94 cm ² /m
0.50 m	5232 kg	7.4 kg/cm ²	3.68 kg/cm ²	26.36°	3.07 cm ² /m	25 cm	1.94 cm ² /m
0.75 m	4578 kg	6.5 kg/cm ²	2.82 kg/cm ²	23.44°	2.35 cm ² /m	25 cm	1.94 cm ² /m
1.00 m	3924 kg	5.6 kg/cm ²	2.23 kg/cm ²	21.80°	1.86 cm ² /m	30 cm	1.94 cm ² /m
1.25 m	3270 kg	4.6 kg/cm ²	1.86 kg/cm ²	21.80°	1.55 cm ² /m	30 cm	1.94 cm ² /m
1.50 m	2616 kg	3.7 kg/cm ²	1.49 kg/cm ²	21.80°	1.24 cm ² /m	30 cm	1.94 cm ² /m
1.75 m	1962 kg	2.8 kg/cm ²	1.12 kg/cm ²	21.80°	0.93 cm ² /m	30 cm	1.94 cm ² /m
2.00 m	1308 kg	1.9 kg/cm ²	0.74 kg/cm ²	21.80°	0.62 cm ² /m	30 cm	1.94 cm ² /m
2.25 m	654 kg	0.9 kg/cm ²	0.37 kg/cm ²	21.80°	0.31 cm ² /m	30 cm	1.94 cm ² /m
2.50 m	0 kg	0.0 kg/cm ²	0.00 kg/cm ²	21.80°	0.00 cm ² /m	30 cm	1.94 cm ² /m

Tabla 48: Variación de los parámetros de corte para la viga del Ejemplo 43 con un $\phi = 0,75$ según CIRSOC 201/05 (sup.) y según CIRSOC 201/82 (inf.)

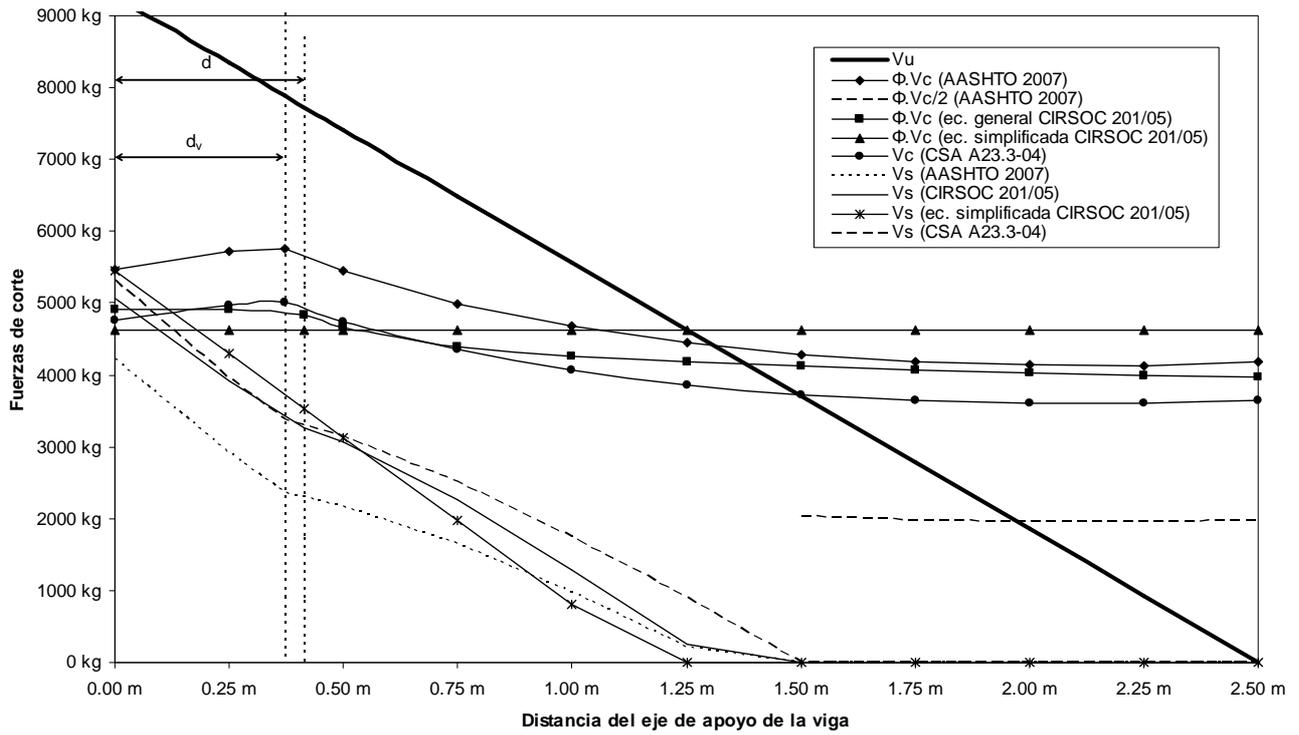


Figura 229: Variación de las fuerzas intervinientes en el corte de una viga simplemente apoyada

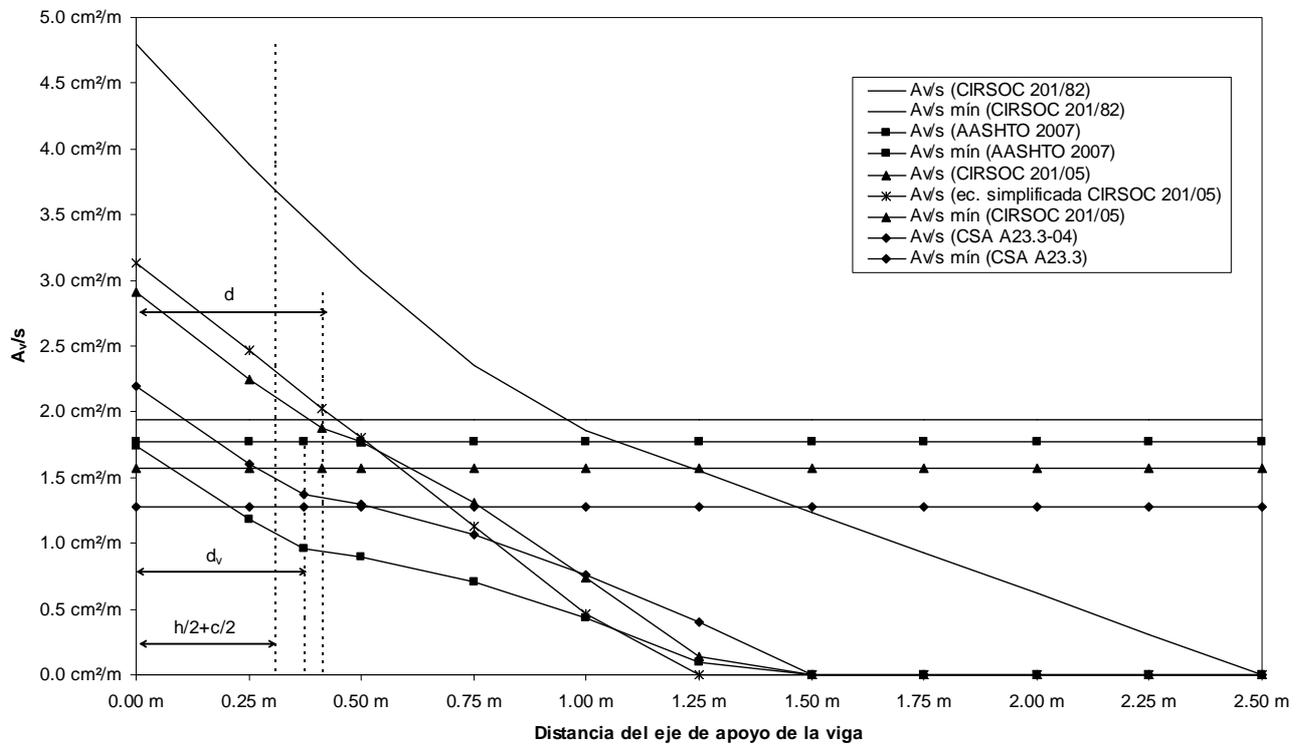


Figura 230: Variación de las secciones de armadura de estribos para cada código o reglamento

Ejemplo 44) Cálculo de la armadura a corte de una viga con cargas suspendidas

Se plantea el diseño de un sistema estructural conformado por losas armadas en una dirección, pertenecientes a una cubierta (azotea) de un local comercial. Por razones estéticas, las losas se proponen soportadas mediante vigas de hormigón armado invertidas, las que se diseñarán a corte según CIRSOC 201/05.

Materiales:

Hormigón: $f'_c = 20 \text{ MPa}$

Acero: $f_y = 420 \text{ MPa}$

Sección transversal de la viga:

$b_w = 0,20 \text{ m}$; $h = 0,60 \text{ m}$; $d = 0,55 \text{ m}$

$l = 6 \text{ m}$

Sección transversal de la columna:

$b = 0,20 \text{ m}$; $h = 0,30 \text{ m}$

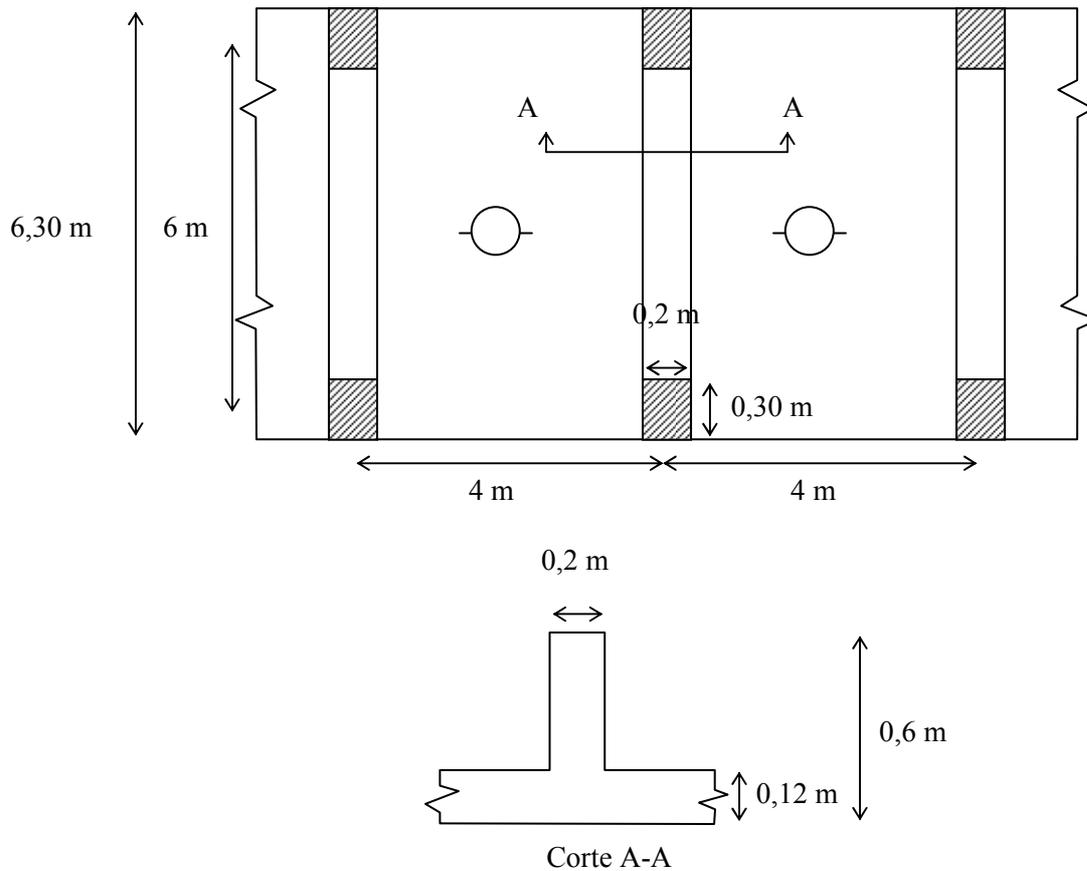


Figura 231: Esquema de la viga con cargas suspendidas del Ejemplo 44

Análisis de cargas:

losa.....	0,12 m . 2500 kg/m ³ = 300 kg/m ²
contrapiso.....	0,12 m . 1600 kg/m ³ = 192 kg/m ²
carpeta.....	0,02 m . 2000 kg/m ³ = 140 kg/m ²
aislamiento.....	30 kg/m ²
cielorraso aplicado.....	20 kg/m ²
Total.....	582 kg/m ²
sobrecarga.....	200 kg/m ²

$$q_u = 1,20 D + 1,60 L = 1018 \text{ kg/m}^2 = 10,18 \text{ KN/m}^2$$

$$q_u = 1,40 D = 815 \text{ kg/m}^2 = 8,15 \text{ KN/m}^2$$

Carga distribuida sobre la viga:

$$q_u = 1018 \text{ kg/m}^2 \cdot 4 \text{ m} + 0,20 \text{ m} \cdot 0,60 \text{ m} \cdot 2500 \text{ kg/m}^3 = 4372 \text{ kg/m} = 43,72 \text{ KN/m}$$

$$V_u = 131,16 \text{ KN}$$

Se determina el esfuerzo de corte en el borde de la cara de la columna (V_u^* a una distancia de 0,15 m del apoyo) considerando que el apoyo resulta directo pero se trata de una carga suspendida.

$$V_u^* = 124,60 \text{ KN}$$

$$V_n = V_u^* / \phi = 124,6 \text{ KN} / 0,75 = 166,13 \text{ KN}$$

Resistencia aportada por el hormigón:

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 1/6 \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 0,55 \text{ m} \cdot 1000 = 81,99 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 166,13 \text{ KN} - 81,99 \text{ KN} = 84,14 \text{ KN}$$

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 0,55 \text{ m} \cdot 1000 = 327,96 \text{ KN (verifica)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{84,14 \text{ KN}}{0,55 \text{ m} \cdot 42 \text{ KN/cm}^2} = 3,64 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Estribado mínimo:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,20 \text{ m}}{42 \text{ MPa}} \cdot 10000 = 1,587 \text{ cm}^2 / \text{m} < 3,64 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ (verifica)}$$

Como se trata de un caso con cargas suspendidas, se deberá incrementar la armadura a corte en ΔA_v :

$$\Delta A_v = \frac{q_u}{\phi \cdot f_y} = \frac{43,72 \text{ KN}}{0,75 \cdot 42 \text{ KN/cm}^2} = 1,39 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Por ese motivo, la armadura total a colocar será:

$$A_v = 3,64 \text{ cm}^2/\text{m} + 1,39 \text{ cm}^2/\text{m} = 5,03 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se adopta tentativamente ϕ 8 c/15 cm. Por lo que entonces tenemos:

$$\frac{2,05 \text{ cm}^2}{0,15 \text{ m}} = 6,7 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad \text{(verifica)}$$

Separación máxima:

$$V_s = 84,14 \text{ KN} < 1/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 163,98 \text{ KN}$$

$$s_{\text{máx}} = \text{mín} (d/2; 0,4 \text{ m}) = 0,275 \text{ m (verifica)}$$

Nota: la armadura inferior de las losas deberá colocarse sobre la armadura inferior de las vigas.

Conclusión: es posible observar que la armadura necesaria para los estribos se incrementa en más de un 38% por acción de las cargas suspendidas, respecto de aquella calculada por las metodologías tradicionales.

Ejemplo 45) Comparar las cuantías de estribos por corte según los requerimientos del CIRSOC 201/82 y el CIRSOC 201/05.

Efectuar los cálculos para una viga simplemente apoyada, de sección y materiales constantes. Para obtener los distintos valores de corte se variarán progresivamente las cargas transmitidas a la viga por peso propio, analizando las mismas bajo los conceptos del CIRSOC 201/82 y del CIRSOC 201/05, manteniendo una relación $L/D = 0,4$. El valor inicial de las cargas corresponderá al peso propio de la viga individual, con incrementos sucesivos de 250 kg/m.

Materiales:

Hormigón H-20 (según CIRSOC 201/05)

Hormigón H-17 (según CIRSOC 201/82)

Acero ADN 42/50

Sección:

$b = 20$ cm

h (según CIRSOC 201/05) = d (según CIRSOC 201/82) = 40 cm

Desarrollando el procedimiento correspondiente a cada versión del CIRSOC, a los efectos de obtener un parámetro común de comparación, se graficaron los resultados de las cuantías en relación con las cargas $D + L$ según se observa en la figura adjunta.

La curva de cuantías según CIRSOC 201/05 ha sido interrumpida cuando se alcanzan las cargas para las cuales se llega al límite $V_s = 2/3 \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d$. Los valores se obtuvieron utilizando la expresión simplificada de V_c . Inicialmente, se pueden observar valores nulos de cuantía, ello debido a que los esfuerzos de corte sobre la viga son reducidos y en ese caso serían absorbidos por el hormigón. Sin embargo, se ha incorporado con el mismo grafismo la cuantía mínima de estribos requerida por el CIRSOC 201/05.

La curva según CIRSOC 201/82 se interrumpe para cargas que generan un esfuerzo de corte igual a τ_{03} . Es fácil observar en la curva los tres sectores correspondientes al procedimiento de cálculo según zona de corte 1, 2 y 3. También se ha incorporado la cuantía mínima de estribos a modo de referencia y límite inferior.

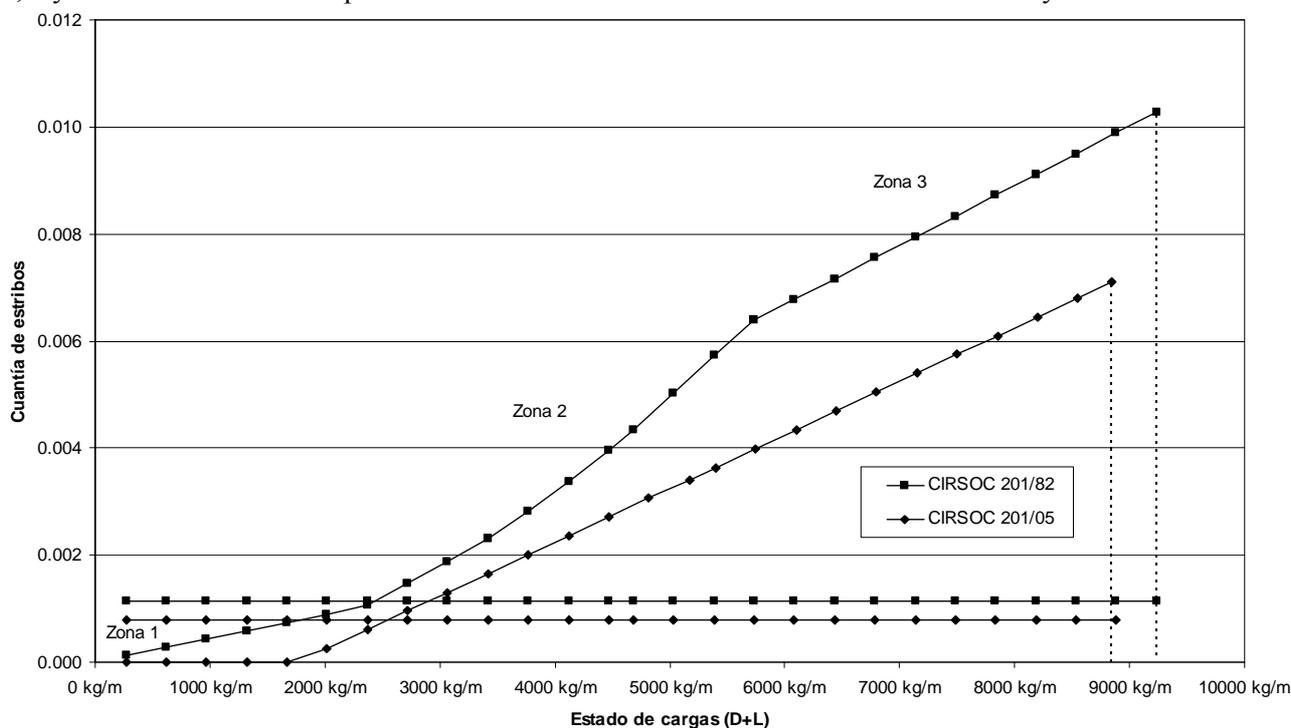


Figura 232: Cuantías de estribos según CIRSOC 201/82 y CIRSOC 201/05

Se puede concluir que con el incremento de cargas, resulta creciente la diferencia de secciones de armaduras a corte calculadas por el CIRSOC 201/05 respecto del CIRSOC 201/82. Para valores pequeños de carga, existe una diferencia menor entre ambos, aunque es evidente que al pasar a la zona III de cálculo, el CIRSOC 201/82 requiere de mayor armadura dado que ignora el aporte del hormigón para absorber corte ($\eta = 1$).

Ejemplo 46) Cálculo de una viga de altura variable

Calcular a flexión y corte la siguiente viga de altura variable según CIRSOC 201/05.

Hormigón: $f'_c = 20 \text{ MPa}$

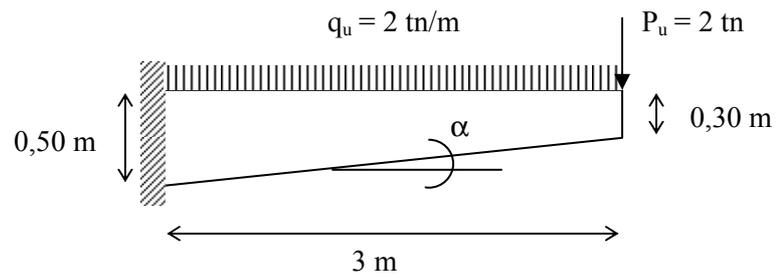
Acero: $f_y = 420 \text{ MPa}$

$h_{\text{máx}} = 0,50 \text{ m}$

$h_{\text{mín}} = 0,30 \text{ m}$

$b_w = 0,25 \text{ m}$

$l = 3 \text{ m}$



$$M_u = q_u \cdot l^2 / 2 + P_u \cdot l = 15 \text{ tnm} = 150 \text{ KNm}$$

$$V_u = 8 \text{ tn} = 80 \text{ KN}$$

$$\tan \alpha = (0,50 \text{ m} - 0,30 \text{ m}) / 3 \text{ m} = 0,067$$

$$d_{\text{máx}} = 50 \text{ cm} - 2 \text{ cm} - 0,6 \text{ cm} - 1,6 \text{ cm} / 2 = 46,6 \text{ cm}$$

$$V_{u \text{ ef. apoyo}} = V_u - M_u / d \cdot \tan \alpha = 80 \text{ KN} - 150 \text{ KNm} / 0,466 \text{ m} \cdot 0,067 = 58,43 \text{ KN}$$

$$V_{u \text{ ef. extremo}} = 2 \text{ tn} = 20 \text{ KN} \quad (M_u = 0)$$

A una distancia $d = 46,6 \text{ cm}$ del apoyo, el valor de corte resulta $V_{u \text{ ef. apoyo}}^* = 49,35 \text{ KN}$.

Cálculo a flexión en el apoyo

$$M_n = M_u / 0,90 = 166,7 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f'_c \cdot b_w \cdot d^2) = 166,7 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,25 \text{ m} \cdot (0,466 \text{ m})^2] = 0,1806$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,2008$$

Verificación de K_a :

a) Cuantía mínima

$$k_{\text{amin}} = \frac{1,40}{0,85 \cdot f'_c} = 0,082 \quad \text{verifica } K_a > K_{\text{amin}}$$

b) Cuantía máxima

$$k_{\text{amáx}} = 0,375 \beta_1 = 0,375 \cdot 0,85 = 0,3187 \quad \text{verifica } K_a < K_{\text{amáx}}$$

$$A_s = f'_c \cdot b_w \cdot K_{\text{amin}} \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 25 \text{ cm} \cdot 0,2008 \cdot 46,6 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 9,47 \text{ cm}^2$$

Es posible adoptar $5\phi 16 \text{ mm}$.

Cálculo a corte en el apoyo

$$V_n \geq V_u / \phi = 65,8 \text{ KN}$$

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 1/6 \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 0,466 \text{ m} \cdot 1000 = 86,8 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c < 0$$

Armadura mínima

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} \geq \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,25 \text{ m}}{420 \text{ MPa}} \cdot 10000 = 1,96 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Separación de estribos

$$s_{\text{máx}} = \min(d/2; 0,4 \text{ m}) = 23,3 \text{ cm}$$

Se adoptan estribos $\phi 6 \text{ c}/15 \text{ cm}$ ($3,77 \text{ cm}^2/\text{m}$).

Nota: en estos casos, es posible adoptar un armado escalonado a flexión y corte, ya que tanto el momento flector como el esfuerzo de corte, disminuyen sus valores en zonas cercanas al borde externo de la viga.

Capítulo 17

Corte en losas

Generalidades

En las losas, plateas y bases, la resistencia bajo cargas concentradas o reacciones, es determinada por la más severa de las dos siguientes condiciones:

- 1) Comportamiento como viga ancha, es decir, corte en una dirección, para lo cual es válido lo desarrollado en dimensionado al corte para vigas.
- 2) Comportamiento en dos direcciones, situación que suele ser determinante para losas apoyadas directamente sobre columnas, y comúnmente denominado “punzonado”.

Para la primera situación, se considera que la losa actúa como una viga ancha entre columnas (o tabiques), y la sección crítica se extiende en un plano a través del ancho total de la losa, y se toma a una distancia d medida a partir de la cara del apoyo.

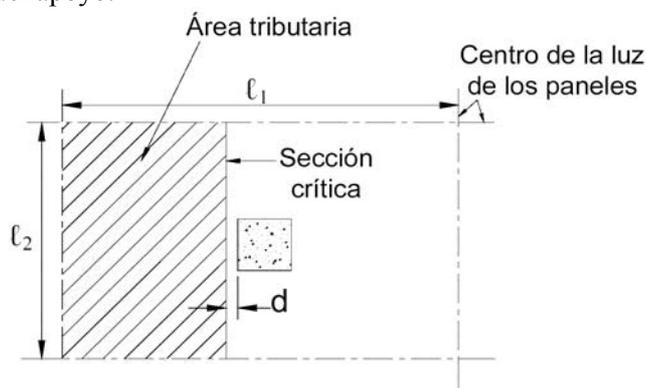


Figura 233: Sección crítica a corte en losas (referencia 97)

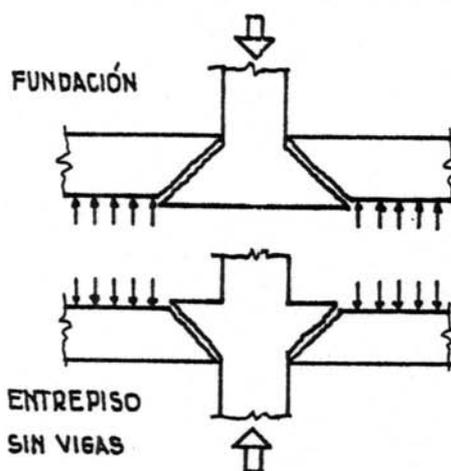


Figura 234: Efectos de punzonado en fundaciones y en entrepisos sin vigas (referencia 113)

A excepción de losas largas y fuertemente solicitadas, este tipo de corte es muy raro que sea un factor crítico de diseño, de todas maneras se debe verificar que el valor actuante no supere la resistencia de corte. Una situación en la que puede ser crítica tal condición es, a modo de ejemplo, una platea de fundación rigidizada con nervios unidireccionales.

Respecto al corte en dos direcciones, es en general crítico y condiciona el diseño para los sistemas de losas que apoyan directamente sobre columnas. Ante ello, cabe resaltar, que los sistemas armados en dos

direcciones, son en general, bastantes “tolerantes” en caso de errores en la cantidad o la distribución de la armadura de flexión pero no así respecto de la resistencia al corte.

Las fallas son abruptas, frágiles, y tienen en general, consecuencias catastróficas, al fallar por punzonado una losa, se desploma sobre la inferior y se produce una rotura en cadena, imprevista y sin ningún tipo de aviso previo. Respecto de esto, son particularmente críticas las uniones de losa-columna exterior (sin viga de borde), dado que la totalidad del momento exterior negativo se debe transferir a la columna, lo que genera esfuerzos de corte adicionales que se suman al corte directo debido a las cargas gravitatorias.

Si existen vigas perimetrales de borde, la transferencia de carga de la losa a las columnas, a través de las vigas, es considerablemente menos crítica.

La falla por punzonado se puede producir a lo largo de dos, tres o cuatro lados de un cono o pirámide truncada.

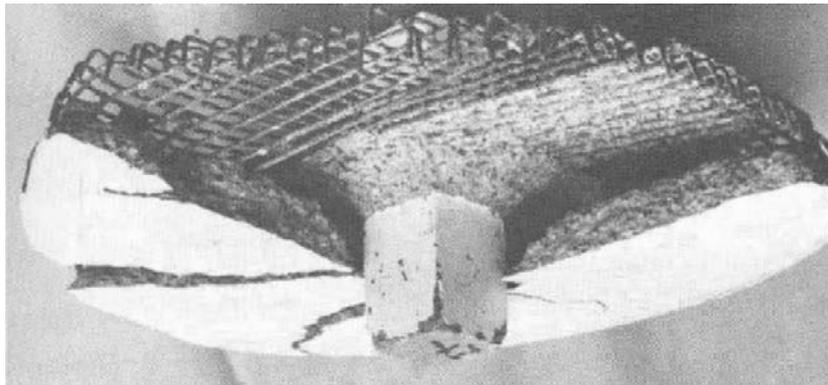


Figura 235: Aspecto de rotura de una losa por punzonado

La forma de establecer el perímetro crítico ha ido evolucionando con el transcurso del tiempo.

- Para Talbot era la sección normal al plano de la losa distante de la columna a una distancia igual a la altura de la losa (h).

- Para Graf, era la sección delimitada por el perímetro de la columna (criterio que en su momento fue adoptado por el PRAEH 1964).

- El criterio moderno (concordante con el Código ACI 318/05 y el CIRSOC 201/05), considera como sección crítica a aquella normal a la superficie de la losa y distante $d/2$ del perímetro de la columna.

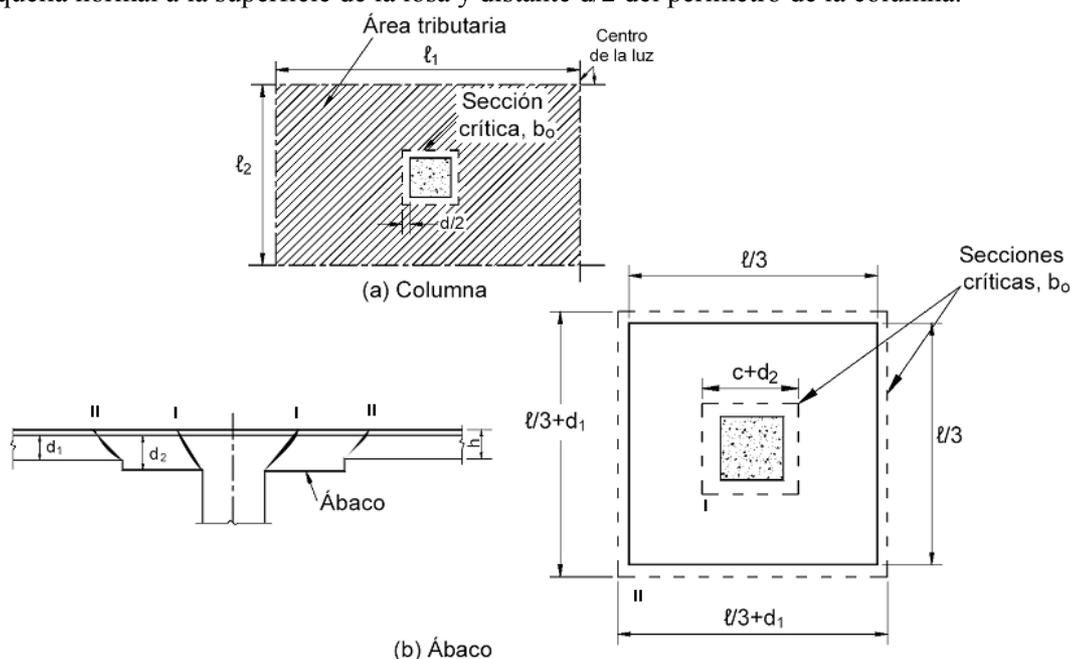


Figura 236: Secciones críticas para corte en losas (referencia 97)

Bajo este criterio, se deben evaluar las posibles superficies de falla y determinar cuál arroja la menor resistencia, por ejemplo, la losa con el ábaco de la Figura 236 presenta dos posibles superficies de rotura, denominadas I y II.

Respecto de la sección de rotura, el ángulo de rotura de la superficie tronco-cónica o tronco-piramidal puede variar entre 30° y 45°, según las dimensiones relativas de la losa y columna, o por presencia o ausencia de armadura de flexión.

Cuando se utiliza un ábaco, es necesario verificar al menos dos superficies críticas.

En general, de las experiencias y ensayos, se establecen distintos factores que inciden en forma significativa en la resistencia al punzonado de la unión losa-columna¹:

- 1) La sección de rotura (perímetro crítico)
- 2) La resistencia del hormigón
- 3) La relación entre las dimensiones de la losa y la columna
- 4) Forma de la columna
- 5) El momento flector que transmite la unión
- 6) La armadura de flexión
- 7) La armadura de corte (de existir)

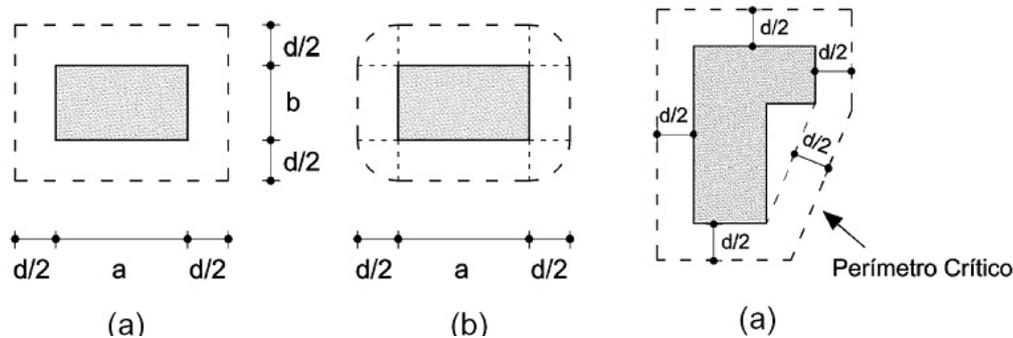


Figura 237: Perímetros críticos para diferentes secciones (referencia 109)

En realidad, existe una compleja interacción entre las distintas variables.

Resistencia aportada por el hormigón al corte (V_c)

La resistencia que aporta el hormigón al punzonado según el CIRSOC 201/05, será la menor de las calculadas de acuerdo a las ecuaciones I, II y III:

$$V_c \leq \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{6} & \text{(I)} \\ \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{12} & \text{(II)} \\ \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{3} & \text{(III)} \end{cases}$$

con:

β_c : relación entre el lado mayor y el lado menor de la columna.

$$\alpha_s \begin{cases} 40 \text{ para columnas interiores} \\ 30 \text{ para columnas de borde} \\ 20 \text{ para columnas de esquina} \end{cases}$$

$b_0 = 2 \cdot (c_1 + c_2) + 4 \cdot d$ = perímetro de la sección crítica según la figura, en mm

d : altura útil en la sección crítica, en mm.

f'_c : resistencia a compresión del hormigón en MPa.

¹ Se sugiere la consulta de la referencia 113)

Se observa, según los resultados de ensayos, que la ecuación (III) no brinda resultados conservadores para columnas que tienden a ser alargadas (relación de lados mayores a 2). Asimismo, los ensayos también indican que V_c disminuye a medida que aumenta la relación b_0/d , la ecuación (II) toma en cuenta este efecto.

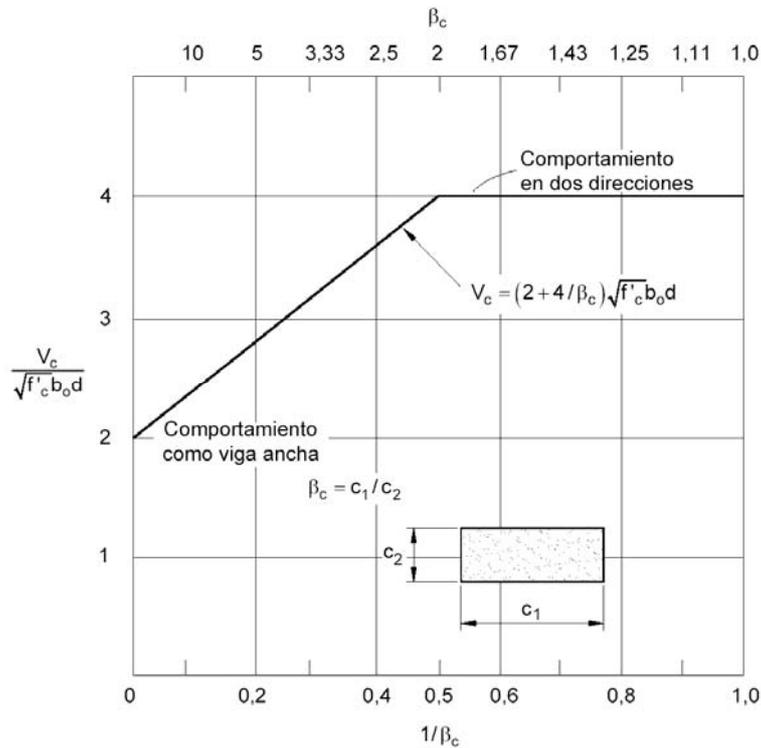


Figura 238: Efecto del coeficiente β_c sobre la resistencia del hormigón (referencia 97)

La alta concentración de momentos cerca de la cara de la columna, genera una acción de confinamiento de la losa en la superficie de interacción con la base de la columna. Se suma un esfuerzo de compresión vertical como reacción de la carga concentrada de la columna que incrementa la resistencia a corte de la losa. Todo ello explica por qué la capacidad a cortante de las losas para cargas concentradas (efecto 3-D, compresión triaxial) es superior al de las vigas.

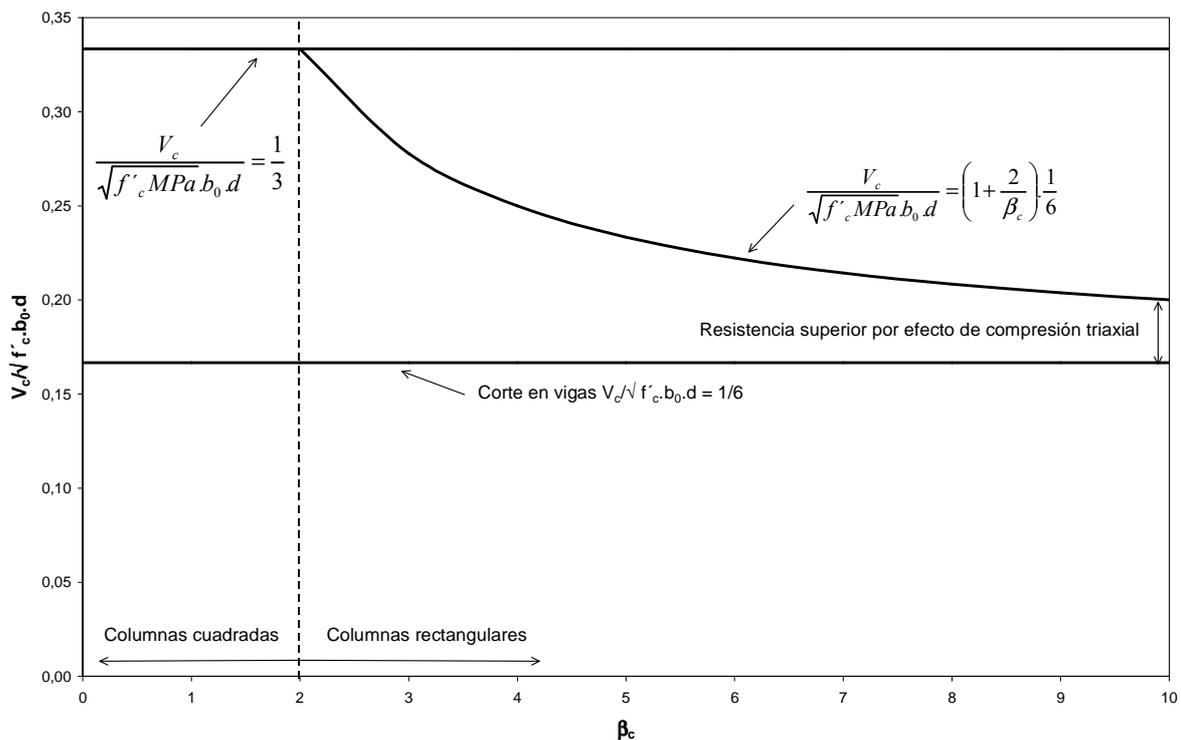


Figura 239: Campo de validez de las ecuaciones de punzonado

Criterio de diseño el CIRSOC 201/05

Según las experiencias de los ensayos, la ecuación que expresa la resistencia al punzonado (o corte en dos direcciones), es la siguiente:

$$V_n = V_c + V_s$$

Donde debe cumplirse:

$$\phi \cdot V_n \geq V_u$$

con:

V_s = aporte que absorbe la armadura de corte especialmente dispuesta para ello.

Resistencia al corte proporcionada por barras o estribos de una o múltiples ramas

Se permite usar barras, o estribos de una o múltiples ramas como armadura de corte en las losas, siempre que la altura efectiva d de la losa sea mayor o igual que 150 mm, pero no menor que 16 veces el diámetro de las barras usadas como estribos de corte. La armadura de corte, debe estar vinculada a la armadura longitudinal tanto en la parte superior como en la parte inferior de la losa. Los estribos deben estar adecuadamente anclados. El área de la armadura de corte, A_v , se calcula con la siguiente ecuación y es igual al área de la sección transversal de todas las ramas de armadura en una línea periférica que es geoméricamente similar al perímetro de la sección de la columna:

$$A_v = \frac{V_s \cdot s}{f_y \cdot d}$$

donde 's' es la separación entre dos líneas consecutivas de estribos.

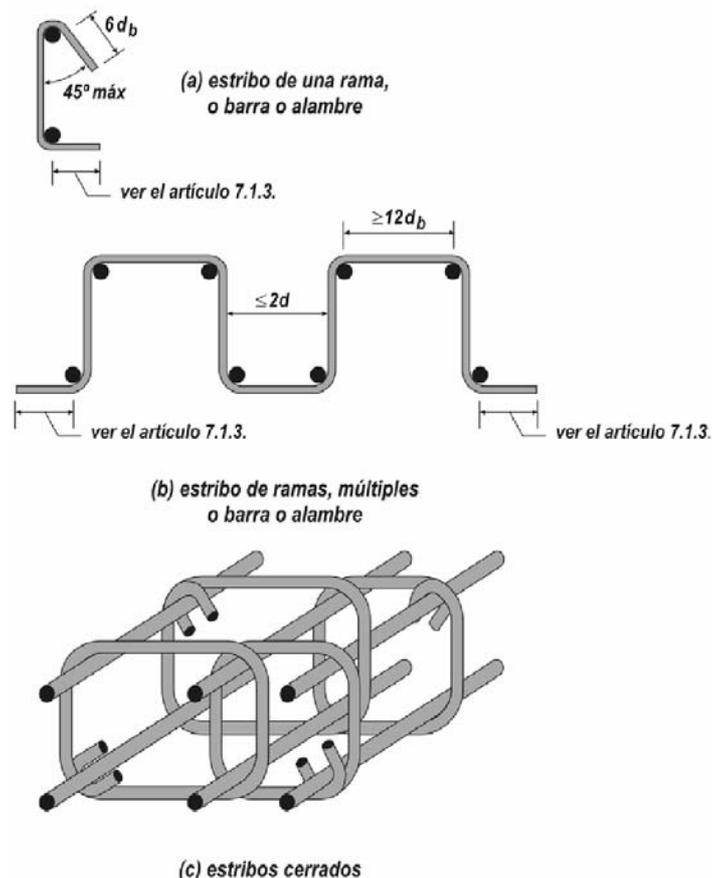


Figura 240: Armado a corte en losas (referencia 109)

Detalles de armado

La primera línea de estribos alrededor de la columna se debe colocar a una distancia no mayor que $d/2$ medida a partir de la cara de la columna. La separación entre líneas sucesivas de armadura de corte alrededor de la columna no debe ser mayor que $d/2$. La armadura de corte se puede terminar cuando:

$$V_u \leq \phi \cdot \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d$$

Cuando se utiliza armadura de corte, la resistencia nominal al corte proporcionada por el hormigón V_c , no debe ser mayor que $V_c \leq \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d$, y la resistencia nominal al corte, V_n , está limitada a $V_n \leq \frac{1}{2} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d$.

Es de destacar que los requisitos de anclaje de los estribos se vuelven difíciles de cumplir para espesores de losas menores a 250 mm. Es en general, naturalmente deseable, por causas de simplicidad constructiva y razones económicas evitar la armadura de corte.

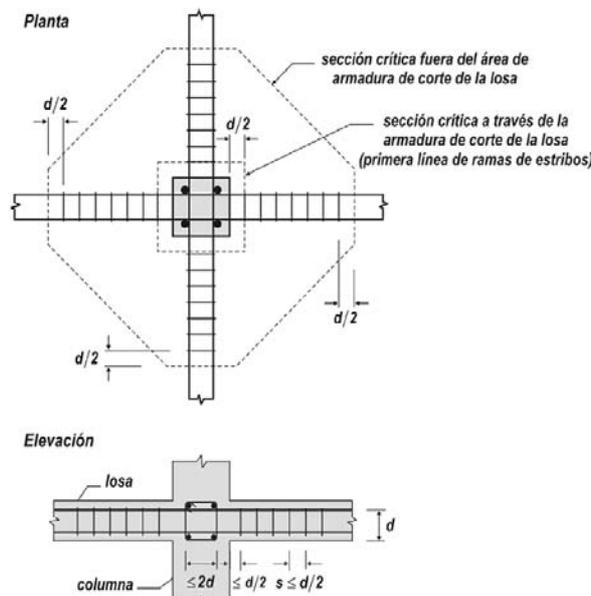


Figura 241: Distribución de la armadura en losas con columnas centrales (referencia 109)

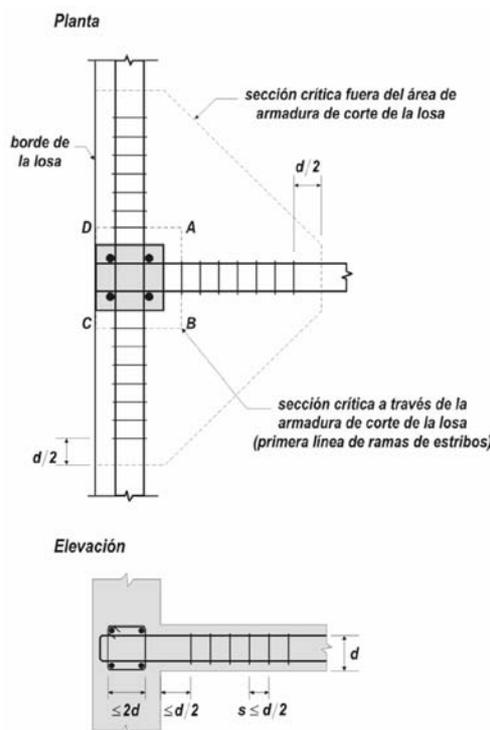


Figura 242: Distribución de la armadura en losas con columnas de borde (referencia 109)

Resistencia al corte proporcionada por los conectores de corte

Se permite utilizar como armadura de corte a perfiles I de acero estructural, siempre que se satisfagan ciertos criterios; al respecto, por motivos de extensión del presente texto, sólo se indica un esquema y se debe remitir al CIRSOC 201/05, Art. 11.12.4, 11.12.4.5, 11.12.4.6, hasta el Art. 11.12.4.10 inclusive, para su estudio.

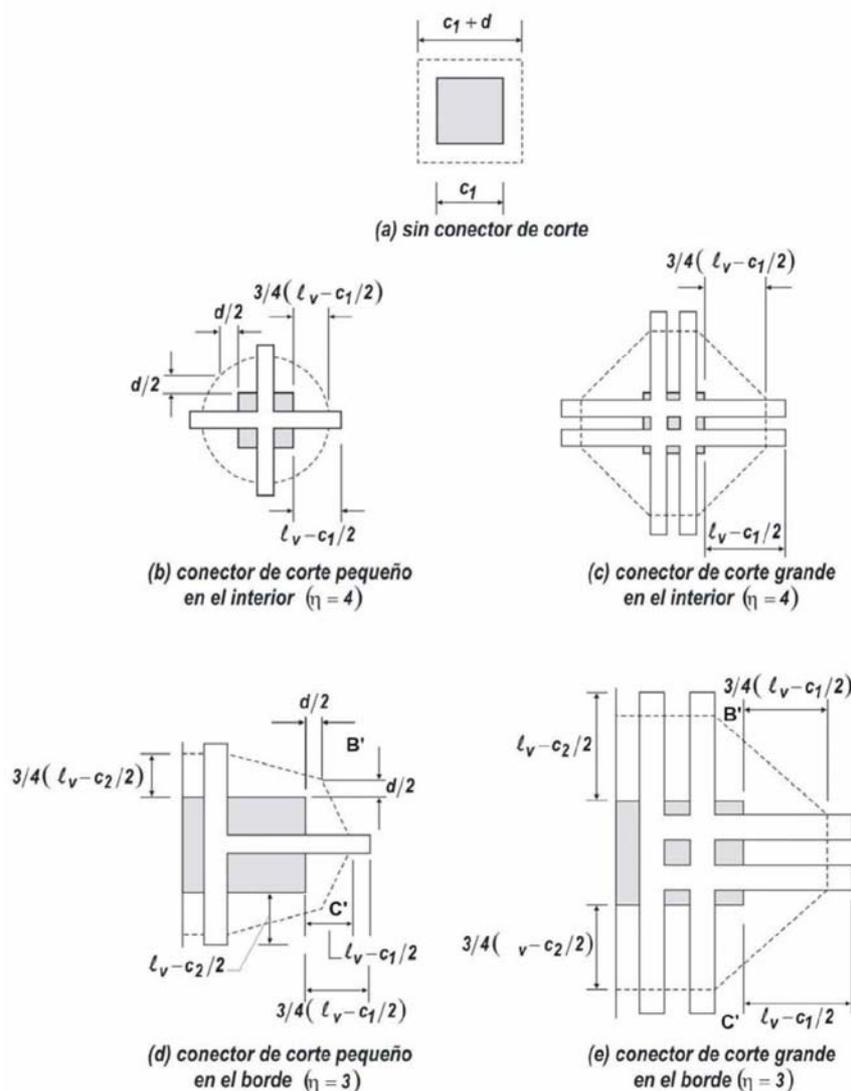


Figura 243: Resistencia a corte en losas proporcionada por conectores (referencia 109)

Armadura de flexión

Si bien algunos investigadores sostienen que la armadura de flexión (armadura traccionada) que atraviesa la superficie de rotura losa-columna puede mejorar la resistencia al punzonamiento, y algunas normas consideran su efecto benéfico, no existe consenso sobre esto, y el criterio establecido por el CIRSOC 201/05 no lo considera al evaluar la resistencia al punzonado. Sí se reconoce que la presencia de ésta armadura, aumenta la ductilidad y mejora el comportamiento.

Respecto de la armadura de flexión negativa, sí existe consenso entre los investigadores respecto de que no colabora en la resistencia al punzonado.

Previsiones contra una rotura en cadena

La rotura por punzonamiento de una unión losa-columna produce un aumento de solicitaciones en las vecinas, y además, tal cual se lo mencionó, la caída de una losa provocará la rotura de las que se encuentren debajo. Esto ha ocurrido lamentablemente en varios casos, como los de Caracas, Alaska, Virginia, Boston, etc. Una posible forma de evitar la rotura en cadena, es considerar el efecto de membrana. Si la losa tiene, en

correspondencia con la columna, armadura inferior, una vez producida la rotura por punzonado se puede suponer que la losa queda suspendida de sus armaduras. Esto no evitará la rotura de la mencionada losa, pero sí puede evitar que la rotura se extienda a las inferiores. Según el Reported by ACI 352.1R-89, la armadura mínima inferior continua en cada dirección principal debe cumplir la condición $A_s \geq 0,5 \cdot q_u \cdot l_1 \cdot l_2 / (\phi \cdot f_y)$.

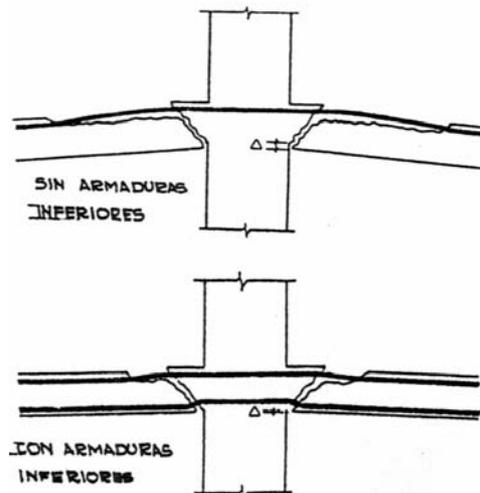


Figura 244: Incidencia de la armadura inferior en la rotura en losas por punzonado (referencia 113)

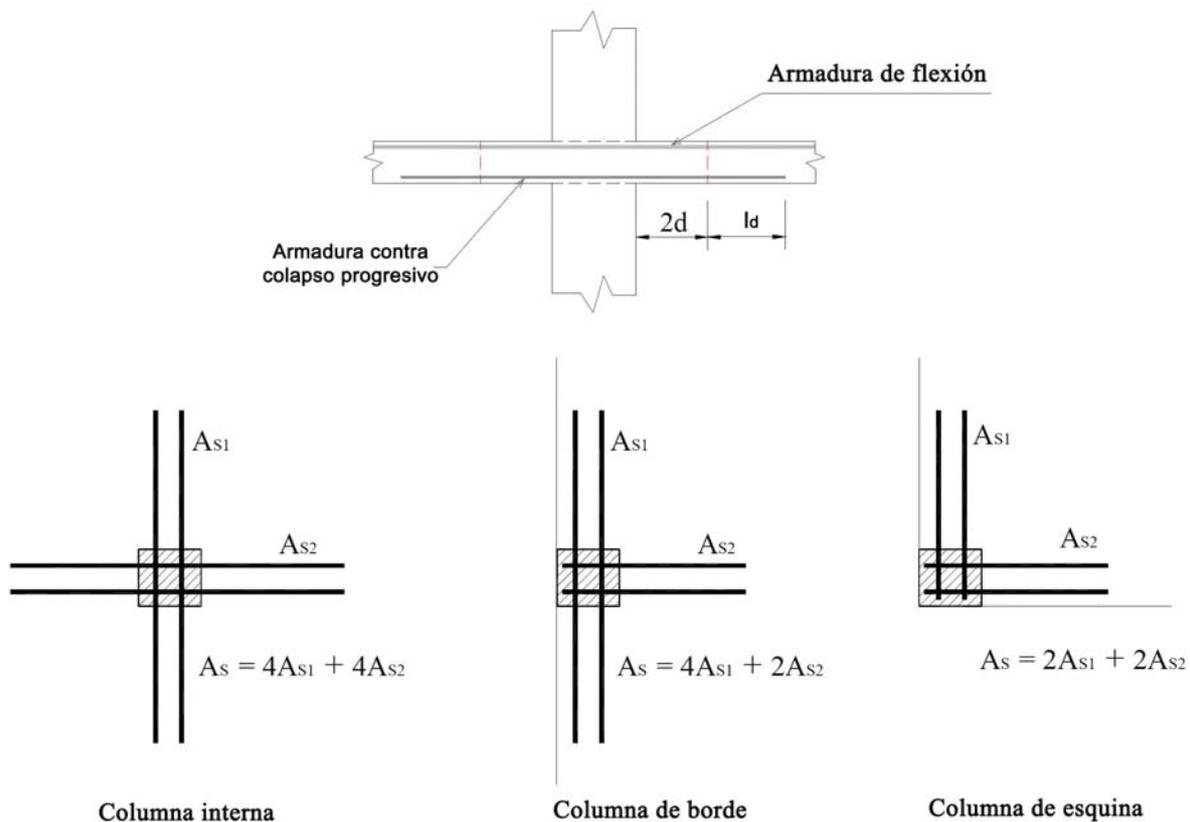


Figura 245: Armadura contra colapso en entrepiso sin vigas

Nota: debe cuidarse la extensión de la armadura para el anclaje adecuado de la misma.

Abertura en losas

Es frecuente que deban ejecutarse pases a través de las losas (orificios), según la disposición de los mismos, ellos pueden reducir la capacidad al punzonado de la unión. El criterio simplificado que puede adoptarse es no considerar efectiva aquella parte del perímetro de la sección crítica que esté circunscrita por líneas rectas que se proyectan desde el baricentro de la columna, de la carga concentrada o del área de apoyo y que son tangentes a los límites de las aberturas.

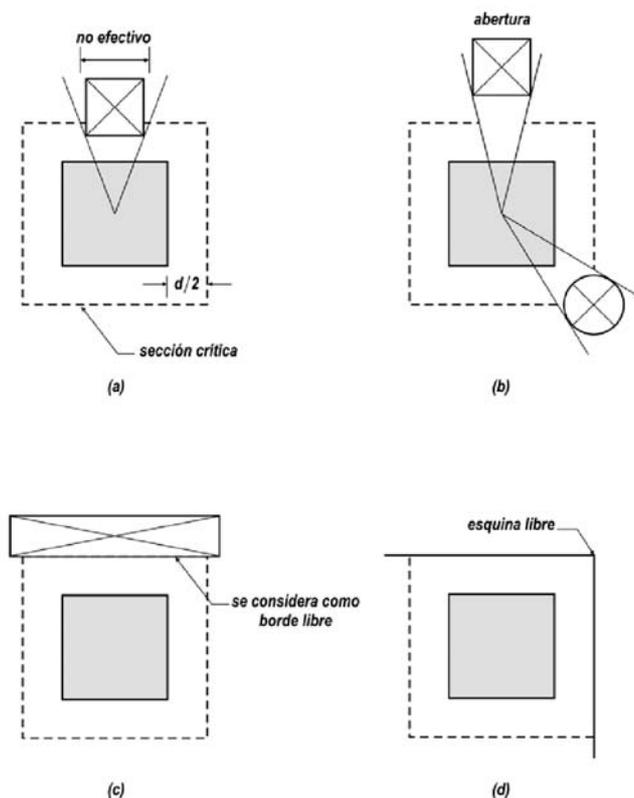


Figura 246: Abertura en losas (referencia 109)

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 47) Verificación a punzonado de una losa de un entrepiso sin vigas

Verificar al corte (punzonado) la losa perteneciente a un entrepiso sin vigas de módulo entre columnas 6,60 m por 6,60 m. Se asume que las cargas horizontales son tomadas por tabiques. Verificar al corte la columna interior C1. El hormigón a utilizar es H-20 y el acero ADN 42/50. El edificio está destinado a oficinas adoptándose como sobrecarga de servicio $L = 350 \text{ kg/m}^2$.

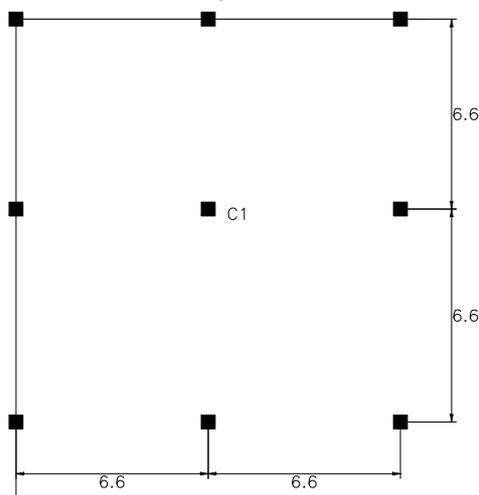


Figura 247:

Espesor mínimo necesario

A fin de verificar las flechas, de Tabla N° 18.1:

- Placa plana (sin vigas de borde): $h \geq l_n/30$
- Placa plana (con vigas de borde): $h \geq l_n/33$

Asumimos colocar una viga de borde perimetral, la que deberá cumplir:

$$\text{rigidez viga de borde} / \text{rigidez losa} \geq 0,80$$

Se adopta por lo tanto $h \geq 660 \text{ cm} / 33 = 20 \text{ cm}$.

Análisis de cargas

losa.....	0,20 m . 2500 kg/m ³ = 500 kg/m ²
alisado.....	0,04 m . 2000 kg/m ³ = 80 kg/m ²
piso cerámico.....	40 kg/m ²
artefactos suspendidos de losa.....	30 kg/m ²
cielorraso aplicado.....	20 kg/m ²
Total.....	670 kg/m ²
sobrecarga.....	350 kg/m ²

$$q_u = 1,20 D + 1,60 L = 1364 \text{ kg/m}^2 = 13,64 \text{ KN/m}^2$$

$$q_u = 1,40 D = 938 \text{ kg/m}^2 = 9,38 \text{ KN/m}^2$$

Sección estimada de columnas

Columnas cuadradas: $b_x = b_y = 600 \text{ mm}$

Verificación al corte en dos direcciones

Debe cumplirse:

$$\phi \cdot V_n \geq V_u$$

con $V_n = V_c + V_s$

Por simplicidad y economía, trataremos de evitar la armadura de corte, es decir, lograr que $V_s=0$.

$$d = h - c_c - d_b - d_b/2 = 200 \text{ mm} - 20 \text{ mm} - 20 \text{ mm} - 10 \text{ mm} = 150 \text{ mm}$$

$$b_0 = 2 \cdot b_x + 2 \cdot b_y + 4 \cdot d = 3000 \text{ mm}$$

La fuerza cortante que actúa sobre la sección crítica es:

$$V_u = q_u \cdot l_1 \cdot l_2 - q_u \cdot [(b_x + d_x) \cdot (b_y + d_y)]^2$$

$$V_u = 572,33 \text{ KN}$$

$$V_n \geq V_u / \phi = 763,11 \text{ KN}$$

El esfuerzo resistente a corte por punzonamiento es:

$$b_0 = 3000 \text{ mm}$$

$$d = 150 \text{ mm}$$

$$\beta_c = 60 \text{ cm} / 60 \text{ cm} = 1$$

$$\alpha_s = 40$$

$$V_c \leq \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{6} = 1006,23 \text{ KN} \\ \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{12} = 670,82 \text{ KN} \\ \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{3} = 670,82 \text{ KN} \end{cases}$$

$$V_u = 572,33 \text{ KN} > \phi \cdot V_c = 0,75 \cdot 670,82 \text{ KN} = 503,11 \text{ KN} \quad (\text{no verifica})$$

El esfuerzo de corte por punzonamiento solicitante es superior a la capacidad resistente del hormigón, por lo que no verifica.

Alternativas de solución

- Aumentar el espesor de la losa
- Colocar un ábaco
- Colocar armadura de corte
- Aumentar la resistencia del hormigón

² Nota: debería descontarse la carga contenida dentro del perímetro de punzonado.

a) Se modifica el espesor de la losa en $h = 240 \text{ mm}$ y $d = 190 \text{ mm}$

losa.....	0,24 m . 2500 kg/m ³ = 600 kg/m ²
alisado.....	0,045 m . 2000 kg/m ³ = 90 kg/m ²
piso cerámico.....	45 kg/m ²
artefactos suspendidos de losa.....	40 kg/m ²
cielorraso aplicado.....	20 kg/m ²
Total.....	795 kg/m ²
sobrecarga.....	350 kg/m ²

$$q_u = 1,20 D + 1,60 L = 1514 \text{ kg/m}^2 = 15,14 \text{ KN/m}^2$$

$$V_u = q_u \cdot l_1 \cdot l_2 - q_u \cdot [(b_x+d_x) \cdot (b_y + d_y)]$$

$$V_u = 635,27 \text{ KN}$$

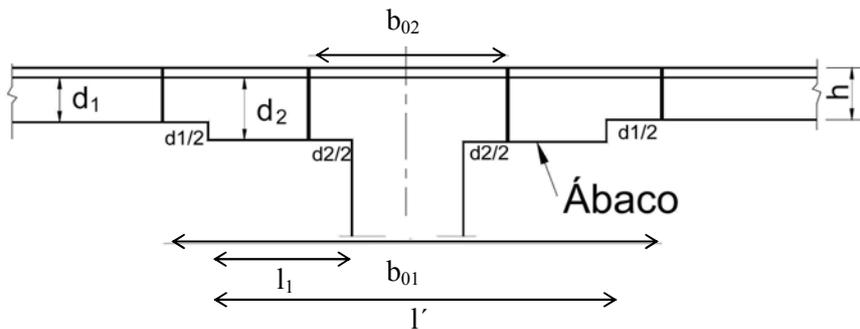
$b_0 = 3160 \text{ mm}$
 $d = 190 \text{ mm}$
 $\beta_c = 60 \text{ cm} / 60 \text{ cm} = 1$
 $\alpha_s = 40$

$$V_c \leq \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{6} = 1342,53 \text{ KN} \\ \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{12} = 985,66 \text{ KN} \\ \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{3} = 895,02 \text{ KN} \end{cases}$$

$$V_u = 635,27 \text{ KN} \leq \phi \cdot V_c = 0,75 \cdot 895,02 \text{ KN} = 671,26 \text{ KN} \quad (\text{verifica})$$

El esfuerzo de corte por punzonamiento solicitante es inferior a la capacidad resistente del hormigón, por lo que verifica.

b) Se coloca un ábaco



$h_2 \geq 1,25 h_1$
 $h_2 \geq 250 \text{ mm}$
 $l_1 \geq 2 \cdot l / 6 = 2 \cdot 660 \text{ cm} / 6 = 220 \text{ cm}$

Se deben verificar al menos dos zonas críticas: b_{01} y b_{02} .

Se adopta $h_1 = 200 \text{ mm}$ y $h_2 = 250 \text{ mm}$. La longitud del ábaco (l') se adopta igual a $l/3 = 220 \text{ cm}$.

Para el perímetro b_{02} se obtiene:

$$b_{02} = 2 \cdot b_x + 2 \cdot b_y + 4 \cdot d_2 = 3200 \text{ mm}$$

$$d_2 = 200 \text{ mm}$$

Para el perímetro b_{01} :

$$b_{01} = 4 \cdot l' + 4 \cdot d_1 = 9400 \text{ mm}$$

$$d_1 = 150 \text{ mm}$$

De ambas se considera la situación más desfavorable:

$$V_c \leq \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c \text{ MPa}} \cdot b_0 \cdot d}{6} = 1431 \text{ KN} \\ \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c \text{ MPa}} \cdot b_0 \cdot d}{12} = 1073 \text{ KN} \\ \frac{\sqrt{f'_c \text{ MPa}} \cdot b_0 \cdot d}{3} = 954 \text{ KN} \end{cases}$$

$$V_u = 635,27 \text{ KN} \leq \phi \cdot V_c = 0,75 \cdot 954 \text{ KN} = 715,5 \text{ KN} \quad (\text{verifica})$$

El esfuerzo de corte por punzonamiento solicitante es inferior a la capacidad resistente del hormigón, por lo que verifica. Se adopta $V_u = 635,27 \text{ KN}$ en forma conservadora igual al caso a).

c) Se mantiene la losa con un espesor constante ($h = 200 \text{ mm}$) y se coloca armadura de corte (estribos)

El valor de $V_u = 572,33 \text{ KN}$.

$d \geq 16 d_s = 128 \text{ mm}$ (se suponen estribos de corte de un diámetro de 8 mm)

$d \geq 150 \text{ mm}$

Como en nuestro caso $d = 150 \text{ mm}$, verifica.

$$V_n = V_c + V_s$$

$$V_n \geq V_u / \phi = 763,11 \text{ KN}$$

$$V_c \leq \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 3000 \text{ mm} \cdot 150 \text{ mm} = 335,41 \text{ KN}$$

$$V_n \leq \frac{1}{2} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d = 1006,2 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 763,11 \text{ KN} - 335,41 \text{ KN} = 427,7 \text{ KN}$$

$s \leq d/2 = 75 \text{ mm}$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{f_y \cdot d} = \frac{427,7 \text{ KN}}{42 \text{ KN/cm}^2 \cdot 0,15 \text{ m}} = 67,88 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_v \text{ (cm}^2\text{)} = 67,88 \text{ cm}^2/\text{m} \cdot 0,075 \text{ m} = 5,091 \text{ cm}^2$$

$$A_v \text{ (lado)} = A_v / 4 = 1,273 \text{ cm}^2$$

$$A_{vi} \text{ (área de una rama)} = 1,273 \text{ cm}^2 / 2 = 0,636 \text{ cm}^2 \quad (\phi = 10 \text{ mm})$$

Esto daría una sección con diámetro mayor al supuesto inicialmente ($\phi = 8 \text{ mm}$), y ocasionaría problemas de anclaje y no verifica la condición $d \geq 16 d_s = 128 \text{ mm}$. Esta situación es de esperar para losas de alturas menores a 250 mm, en general, en estos casos resulta más práctico aumentar el espesor de la losa y así evitar la armadura de corte, con el gasto de materiales y mano de obra que ello implica. Adicionalmente, el colocar la armadura de corte, aumenta las exigencias respecto de una adecuada supervisión de obra (control de ejecución y de detalles).

Otra posible solución para no aumentar el diámetro de los estribos, sería colocar estribos de cuatro ramas:

$$A_{vi} \text{ (área de una rama)} = 1,273 \text{ cm}^2 / 4 = 0,318 \text{ cm}^2 \quad (\phi = 8 \text{ mm})$$

Estribos $\phi 8 \text{ c}/7,5 \text{ cm}$ en cuatro ramas.

Determinación de la distancia a, a partir de la cual se pueden concluir los estribos

Se adopta tentativamente $a = 800 \text{ mm}$.

$$b_0 = 4 \cdot (b_x + a \cdot \sqrt{2}) = 6925 \text{ mm}$$

$$V_c \leq \phi \cdot \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d = 0,75 \cdot \frac{1}{6} \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 6925 \text{ mm} \cdot 150 \text{ mm} = 580,67 \text{ KN}$$

$$572,33 \text{ KN} \leq 580,67 \text{ KN} \text{ (verifica)}$$

d) Se incrementa la resistencia del hormigón de diseño

Respecto de esta alternativa se debe ser cauto, evaluando la posibilidad real de conseguir un hormigón de mejor calidad en función del medio donde se ejecutará la obra y las condiciones de elaboración y control del hormigón especificado. Se trabajará con un hormigón clase H-28, manteniendo el espesor original de la alternativa a) de $h = 20 \text{ cm}$.

$$f'_c = 28 \text{ MPa}$$

$$V_c = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d = 793,72 \text{ KN}$$

$$V_u = 572,33 \text{ KN} \leq \phi \cdot V_c = 595,29 \text{ KN} \text{ (verifica)}$$

Transferencia de momentos en las uniones losa-columna

El análisis realizado para verificar al punzonado, supone que el esfuerzo de corte V_u es resistido por tensiones uniformes alrededor del perímetro crítico b_0 . En tales casos, la resistencia al punzonado proporcionada por el hormigón (V_c) surge del menor valor de los obtenidos por las ecuaciones I, II y III vistas. No obstante, diferentes causas provocan la transmisión de momentos flectores en la unión losa – columna. Entre otras, podemos mencionar los esfuerzos horizontales derivados de las solicitaciones generadas por viento o por sismo, la asimetría de cargas o sobrecargas, la asimetría de la unión como ocurre en las columnas de borde o esquina de un entrepiso sin vigas. En todos estos casos, se vuelve necesario considerar los efectos que la transmisión de un momento produce en la resistencia al punzonado de la unión, convirtiéndose en una condición crítica de diseño. Una parte de las cargas verticales producen un esfuerzo de corte con tensiones uniformes a lo largo del perímetro crítico, en tanto que el momento flector no balanceado se transmite de losa a columna, mediante dos mecanismos; una parte por flexión y la parte remanente de momento por excentricidad de corte.

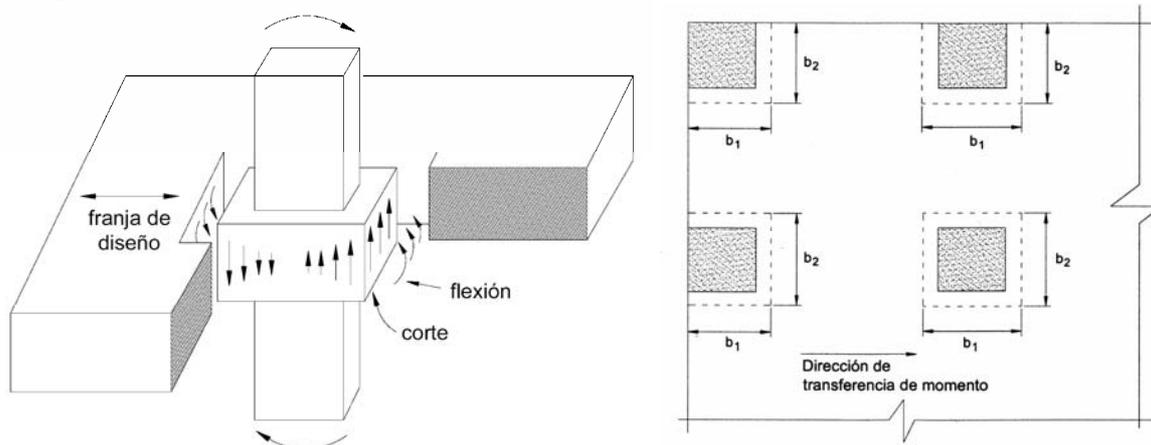


Figura 248: Transferencia de corte y momento losa – columna (referencia 97)

Según estudios realizados en columna cuadradas, aproximadamente el 60% de M_u se transfiere por flexión y el 40% restante por excentricidad de corte. En columnas rectangulares, la parte del momento transferido por flexión ($\gamma_f \cdot M_u$) aumenta a medida que se incrementa la dimensión de la columna normal al momento aplicado (c_2). Se puede estimar la fracción del momento transferido por flexión a partir de la ecuación:

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}}$$

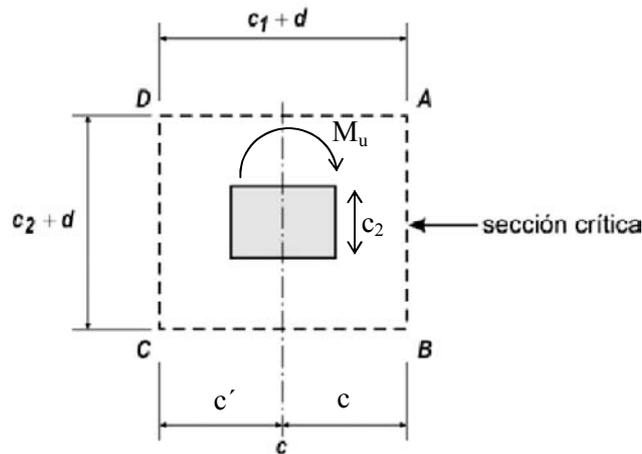


Figura 249: Fracción de momento no balanceado

$b_i = c_i + d$

d = altura útil promedio de la armadura

La fracción de momento no balanceado transferido por excentricidad de corte es:

$$\gamma_v = 1 - \gamma_f$$

Las tensiones de corte resultantes de V_u y M_u son:

$$\tau_{ua} = \frac{V_u}{A_c} - \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c'}{J_c}$$

$$\tau_{ub} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c}{J_c}$$

con:

A_c = área de la sección crítica

c', c = distancias desde el centro de la sección crítica a las respectivas caras izquierda y derecha de la sección

J_c = propiedad de la sección crítica análoga al momento de inercia polar

$$A_c = 2 \cdot d \cdot [(c_1 + d) + (c_2 + d)]$$

$$J_c = 2 \cdot d \cdot \frac{(c_1 + d)^3}{12} + 2 \frac{(c_1 + d)}{12} \cdot d^3 + 2 \cdot d \cdot (c_2 + d) \left(\frac{c_1 + d}{2} \right)^2$$

Para losas sin refuerzo de corte se debe verificar:

$$\frac{\tau_{ub}}{\phi} \leq \tau_n = \frac{V_c}{b_0 \cdot d}$$

donde la resistencia al corte adoptada por el hormigón V_c se calcula con las ecuaciones I, II y III desarrolladas anteriormente.

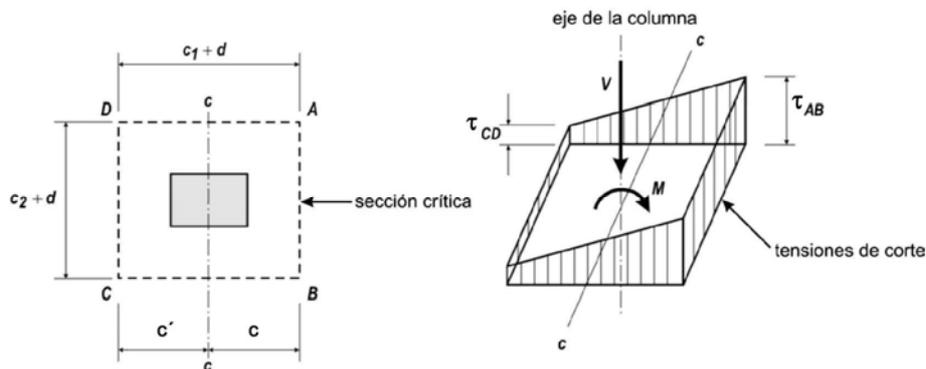


Figura 250: Diagrama de tensiones para una columna interior (referencia 109)

Para losas con armadura de corte (estribos de corte), debe cumplirse:

$$\frac{\tau_{ub}}{\phi} \leq \tau_n = \frac{V_c + V_s}{b_0 \cdot d}$$

debiendo verificarse asimismo que:

$$\frac{\tau_{ub}}{\phi} \leq 0,17 \sqrt{f'_c}$$

Se considera que la fracción de momento desbalanceado ($\gamma_f M_u$) actúa en una franja de losa con un ancho efectivo de:

$$b_i = c_2 + 2 \cdot (1,5h)$$

con h la altura total de la losa. Puede concentrarse en dicha faja la armadura longitudinal calculada para franja de columna, o preferiblemente, se distribuye armadura adicional para absorber dicho efecto. El coeficiente γ_f se puede aumentar a 1, cuando el momento desbalanceado se presente en apoyos exteriores y el esfuerzo de corte último (V_u) sea menor que:

$$V_u < 0,75 \cdot \phi \cdot V_c \text{ (para columnas de borde)}$$

$$V_u < 0,50 \cdot \phi \cdot V_c \text{ (para columnas de esquina)}$$

Lo anterior es válido sólo para losas de hormigón armado con cuantías geométricas de la armadura de flexión no superiores a 0,375 ρ_b , con ρ_b = cuantía geométrica balanceada. Para las columnas de borde, con flexión perpendicular al borde, las expresiones de transferencia de momento adquieren la forma:

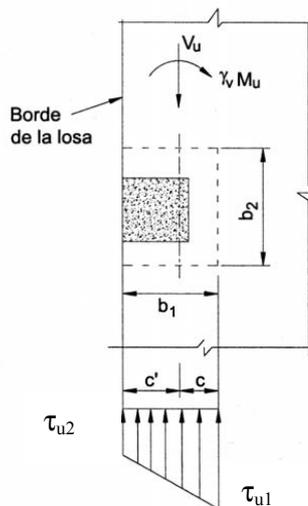


Figura 251: Transferencia de momentos en una columna de borde (referencia 97)

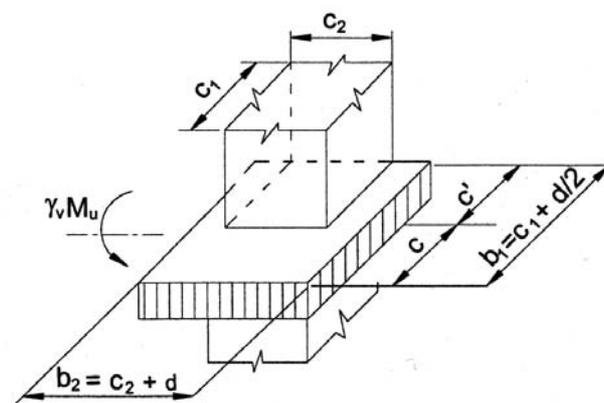


Figura 252: Zona de transferencia de momentos en una columna de borde

$$A_c = [2.b_1 + b_2].d = [2.(c_1 + d/2) + (c_2 + d)].d$$

Área de la sección crítica, A_c	Módulo de la sección crítica		c	c'
	J/c	J/c'		
$(2b_1 + b_2)d$	$\frac{2b_1^2d(b_1 + 2b_2) + d^3(2b_1 + b_2)}{6b_1}$	$\frac{2b_1^2d(b_1 + 2b_2) + d^3(2b_1 + b_2)}{6(b_1 + b_2)}$	$\frac{b_1^2}{2b_1 + b_2}$	$\frac{b_1(b_1 + b_2)}{2b_1 + b_2}$

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}}$$

$$\gamma_v = 1 - \gamma_f$$

Las tensiones de corte resultantes de V_u y M_u son:

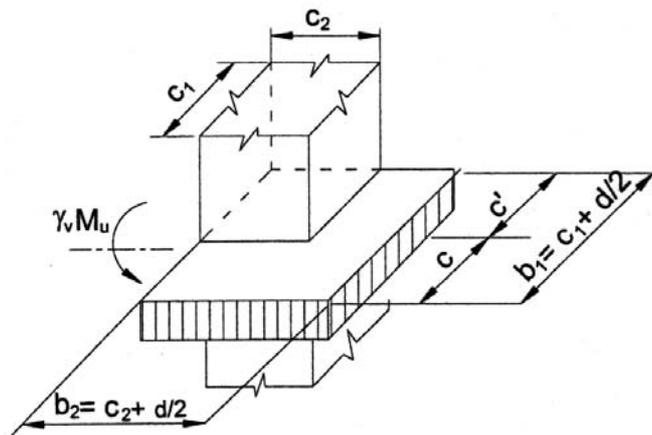
$$\tau_{u1} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c}{J}$$

$$\tau_{u2} = \frac{V_u}{A_c} - \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c'}{J}$$

Debiendo verificarse:

$$\frac{\tau_{u1}}{\phi} \leq \tau_n = \frac{V_c}{b_0 \cdot d}$$

Para columnas de esquina, las expresiones resultan:



$$A_c = [b_1 + b_2].d = [(c_1 + d/2) + (c_2 + d/2)].d$$

Área de la sección crítica, A_c	Módulo de la sección crítica		c	c'
	J/c	J/c'		
$(b_1 + b_2)d$	$\frac{b_1^2d(b_1 + 4b_2) + d^3(b_1 + b_2)}{6b_1}$	$\frac{b_1^2d(b_1 + 4b_2) + d^3(b_1 + b_2)}{6(b_1 + 2b_2)}$	$\frac{b_1^2}{2(b_1 + b_2)}$	$\frac{b_1(b_1 + 2b_2)}{2(b_1 + b_2)}$

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}}$$

$$\gamma_v = 1 - \gamma_f$$

Las tensiones de corte resultantes de V_u y M_u son:

$$\tau_{u1} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c}{J}$$

$$\tau_{u2} = \frac{V_u}{A_c} - \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c'}{J}$$

Debiendo verificarse:

$$\frac{\tau_{u1}}{\phi} \leq \tau_n = \frac{V_c}{b_0 \cdot d}$$

Ejemplo 48) Verificación a punzonado de una columna de borde

Verificar a punzonado la columna de borde del Ejemplo 47, asumiendo como variante que no existe viga de borde.

$$q_u = 15,14 \text{ KN/m}^2$$

$$h_f = 24 \text{ cm (altura útil de la losa)}$$

$$d_f = 20 \text{ cm (espesor de la losa)}$$

$$b_x = b_y = 60 \text{ cm con } b_x = c_1 \text{ y } b_y = c_2$$

Hormigón H-20

Acero ADN 42/50

$$V_u = q_u \cdot l_1 \cdot l_2 / 2 - q_u \cdot [(b_x + d_x / 2) \cdot (b_y + d_y)]$$

$$V_u = 15,14 \text{ KN/m}^2 \cdot 6,60 \text{ m} \cdot 3,30 \text{ m} - 15,14 \text{ KN/m}^2 \cdot (0,60 \text{ m} + 0,20 \text{ m} / 2) \cdot (0,60 \text{ m} + 0,20 \text{ m})$$

$$V_u = 321,27 \text{ KN}$$

$$b_1 = (b_x + d/2) = 70 \text{ cm}$$

$$b_2 = (b_y + d) = 80 \text{ cm}$$

$$A_c = [2 \cdot b_1 + b_2] \cdot d = [2 \cdot (c_1 + d/2) + (c_2 + d)] \cdot d = 4400 \text{ cm}^2$$

Verificación al punzonado:

$$b_0 = 2 \cdot (b_x + d/2) + (b_y + d) = 2200 \text{ mm}$$

$$d = 200 \text{ mm}$$

$$\beta_c = 60 \text{ cm} / 60 \text{ cm} = 1$$

$$\alpha_s = 30 \text{ (columna de borde)}$$

$$V_c \leq \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{6} = 983,87 \text{ KN} \\ \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{12} = 775,12 \text{ KN} \\ \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{3} = 655,91 \text{ KN} \end{cases}$$

Para los momentos no balanceados, el valor de γ_f se podrá tomar $\gamma_f = 1$, si se cumple:

$$V_n \leq 0,75 V_c$$

$$V_n = V_u / 0,75 = 428,36 \text{ KN}$$

$$428,36 \text{ KN} \leq 0,75 \cdot 655,91 \text{ KN} = 491,93 \text{ KN (verifica)}$$

Entonces, se toma $\gamma_v = 0$, por tanto verifica el punzonado. Adoptándose $\gamma_f = 1$, siempre que verifique que la cuantía de cálculo de la armadura traccionada por flexión sobre el ancho $(3 \cdot h + c_2)$ sea $\rho < 0,375 \rho_b$, con ρ_b cuantía balanceada.

Ejemplo 49) Verificación a punzonado de una columna de borde con cambio de destino

Verificar al punzonado la columna anterior con la hipótesis de que la losa cambia de destino, resultando una sobrecarga de servicio $L = 500 \text{ kg/m}^2$, por tanto la carga última será:

$$q_u = 1,20 D + 1,6 L = 17,54 \text{ KN/m}^2$$

El nuevo valor de V_u es:

$$V_u = 382,02 \text{ KN} - 9,82 \text{ KN} = 372,20 \text{ KN}$$

$$V_n = V_u / \phi = 496,26 \text{ KN}$$

No se verifica que $V_n = 496,26 \text{ KN} \leq 0,75 V_c = 491,90 \text{ KN}$, por lo que debe evaluarse el efecto del momento en la resistencia al punzonado.

$$c = \frac{b_1^2}{2 \cdot b_1 + b_2} = \frac{(70 \text{ cm})^2}{2 \cdot 70 \text{ cm} + 80 \text{ cm}} = 22,27 \text{ cm}$$

$$c' = b_1 - c = 47,73 \text{ cm}$$

$$\frac{J}{c} = \frac{2 \cdot b_1^2 \cdot d \cdot (b_1 + 2 \cdot b_2) + d^3 \cdot (2 \cdot b_1 + b_2)}{6 \cdot b_1} = 111.523,81 \text{ cm}^3$$

$$\frac{J}{c'} = \frac{J}{c} \cdot \frac{c}{c'} = 111.523,81 \text{ cm}^3 \cdot \frac{22,27 \text{ cm}}{47,73 \text{ cm}} = 52.035,09 \text{ cm}^3$$

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{70 \text{ cm}}{80 \text{ cm}}}} = 0,6159$$

Cuando se halla realizado el análisis por el método directo, según el Art. 13.6.3.6, el momento flector a transmitir entre la losa sin vigas y la columna de borde debe ser $0,30 M_0$, con:

$$M_0 = q_u \cdot l_2^2 \cdot l_1 / 8 = 17,54 \text{ KN/m}^2 \cdot (6,60 \text{ m})^2 \cdot 6,60 \text{ m} / 8 = 630,33 \text{ KNm}$$

$$M_u = 0,30 \cdot M_0 = 189,10 \text{ KNm}$$

$$M_{uv} = \gamma_v \cdot M_u = (1 - \gamma_f) \cdot M_u = 0,384 \cdot M_u = 72,61 \text{ KNm}$$

$$A_c = [2 \cdot b_1 + b_2] \cdot d = [2 \cdot (c_1 + d/2) + (c_2 + d)] \cdot d = 4400 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{u1} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c}{J} = \frac{372,20 \text{ KN}}{4400 \text{ cm}^2} + \frac{0,384 \cdot 189,20 \text{ KNm}}{111523,81 \text{ cm}^3} = 0,1497 \text{ KN/cm}^2$$

Se verifica a continuación la condición:

$$\frac{\tau_{u1}}{\phi} \leq \tau_n = \frac{V_c}{b_0 \cdot d}$$

con:

$$\tau_n = \frac{V_c}{b_0 \cdot d} = \frac{655,91 \text{ KN}}{220 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm}} = 0,1491 \text{ KN/cm}^2$$

$$\frac{\tau_{u1}}{\phi} = 0,1996 \text{ KN/cm}^2 \not\leq \tau_n = 0,1491 \text{ KN/cm}^2$$

En tal caso, no verificaría al punzonado, por lo que debería rediseñarse la losa.

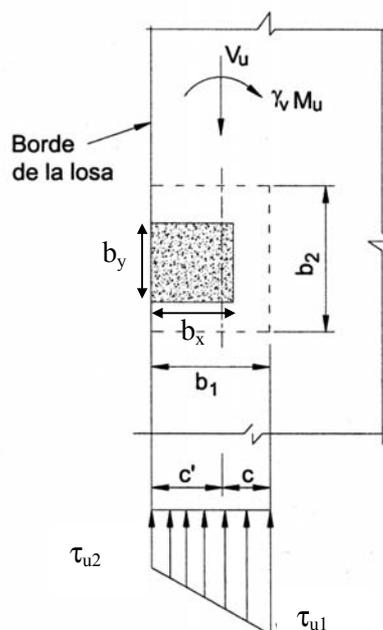


Figura 253: Nomenclatura para la solución del Ejemplo 49

Capítulo 18

Corte por fricción

Generalidades

El método del corte por fricción es de aplicación en elementos sometidos a corte directo, tales como:

- Vinculación de hormigones contruidos en distintas etapas.
- Ménsulas.
- Uniones de piezas prefabricadas, etc.

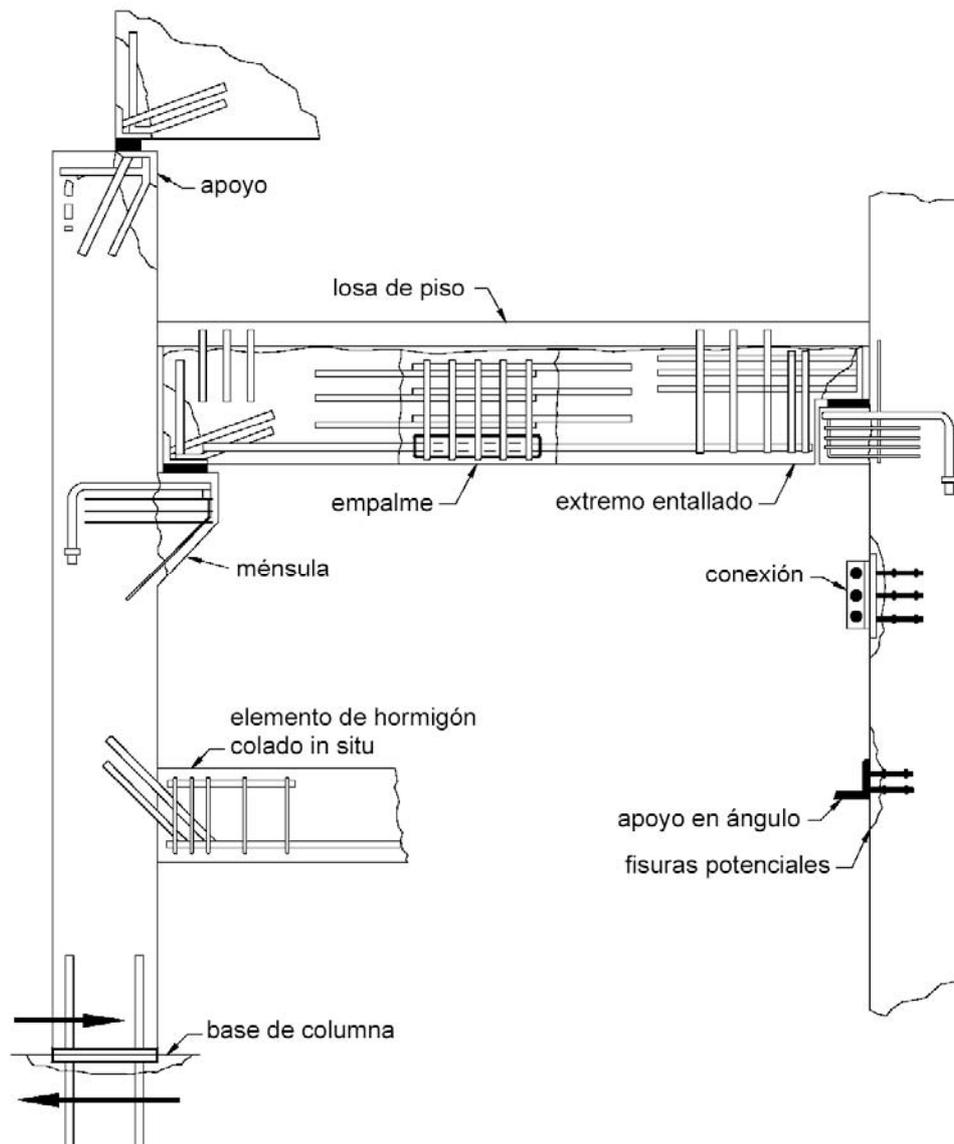


Figura 254: Elementos en los que se requiere el cálculo de corte por fricción (referencia 109)

El método consiste en suponer que se producirá una fisura potencial en una ubicación dada, en donde los esfuerzos de corte directo sean elevados y diseñar el refuerzo (armadura) que pase a través de dicho plano.

A lo largo de la fisura, frente a un mínimo desplazamiento relativo, la rugosidad de las superficies obliga a las caras opuestas a separarse.

Esta tendencia de las caras a separarse es impedida por la armadura (A_{vf}) que atraviesa las caras, por lo que se genera un esfuerzo de tracción en dicha armadura y por lo tanto una fuerza igual y opuesta de compresión entre las caras de hormigón fisurado.

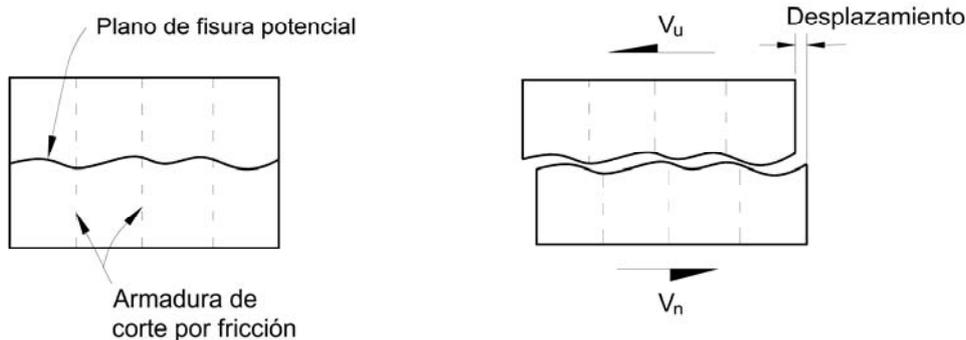


Figura 255: Planteo del corte por fricción (adaptado referencia 97)

Se origina entonces una fuerza friccional ($A_{vf} \cdot f_y \cdot \mu$) paralela a la fisura para resistir los desplazamientos relativos.

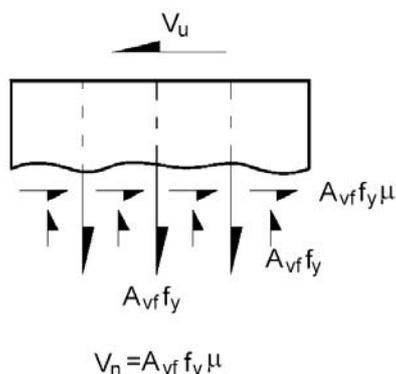


Figura 256: Esquema de fuerzas actuantes en corte por fricción (referencia 97)

De la adecuada elección de la ubicación de la fisura potencial, va a depender el éxito en la aplicación del método.

En general, la fisura se produce formando un ángulo de aproximadamente 20° respecto de la vertical.

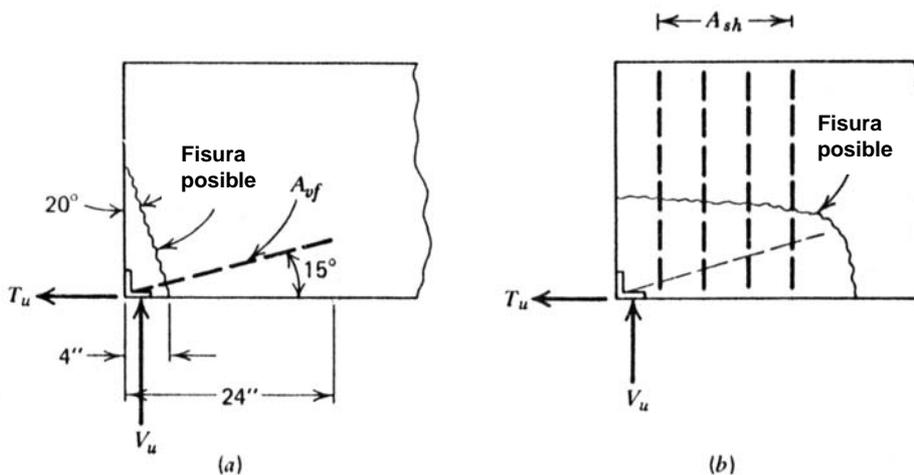


Figura 257: Fisura potencial a 20° respecto de la horizontal en el apoyo de una viga

Si existe adicionalmente un esfuerzo normal al plano de la fisura, entonces éste se suma al anterior. Los ensayos demuestran que si la armadura está adecuadamente anclada a ambos lados de la fisura, la tensión de la misma llegará al valor de fluencia al alcanzarse la falla por cortante.

Método de diseño para corte por fricción

$\phi = 0,75$

$$V_u \leq \phi \cdot V_n$$

$$V_n = A_{vf} \cdot f_y \cdot \mu$$

$$V_u \leq \phi \cdot A_{vf} \cdot f_y \cdot \mu$$

Si la armadura de corte es perpendicular al plano de corte ($\alpha = 90^\circ$):

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi \cdot f_y \cdot \mu}$$

Si la armadura de corte presenta un ángulo genérico α con el plano de la fisura, tenemos:

$$V_n = (A_{vf} \cdot f_y \cdot \mu \cdot \sin \alpha) + A_{vf} \cdot f_y \cdot \cos \alpha$$

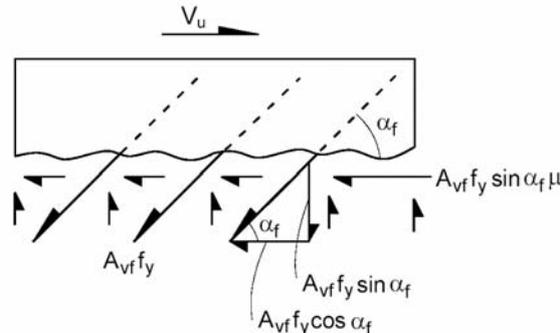


Figura 258: Armadura de corte con un ángulo genérico en un elemento calculado a corte por fricción

Componente normal a la fisura: $A_{vf} \cdot f_y \cdot \sin \alpha$

Fricción asociada: $A_{vf} \cdot f_y \cdot \sin \alpha \cdot \mu$

Componente paralela a la fisura que se opone al deslizamiento: $A_{vf} \cdot f_y \cdot \cos \alpha$

Por lo tanto:

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi \cdot f_y \cdot (\mu \cdot \sin \alpha + \cos \alpha)}$$

Esta ecuación se aplica solamente cuando el esfuerzo de corte provoca tracción en la armadura de corte por fricción.

El método de corte por fricción supone que toda la resistencia al corte es proporcionada por la fricción entre las caras de la fisura, en realidad el fenómeno es más complejo, y dado que hay factores que no consideramos, utilizamos valores altos del coeficiente por fricción μ , de modo que la resistencia al corte calculada coincida en forma conservadora con los resultados de los ensayos.

Coefficiente de fricción μ

μ = coeficiente de fricción definido de acuerdo al parámetro λ .

Hormigón colocado monolíticamente	1,4 λ
Hormigón colocado sobre hormigón endurecido con la superficie intencionalmente rugosa como se especifica en el artículo 11.7.9	1,0 λ
Hormigón colocado sobre hormigón endurecido cuya superficie no se ha hecho intencionalmente rugosa	0,6 λ
Hormigón anclado a placas o perfiles de acero laminado estructural por medio de pasadores con cabeza o barras de armadura (ver 11.7.10)	0,7 λ

siendo $\lambda = 1,0$ para hormigón de peso normal, $\lambda = 0,85$ para hormigón de agregados livianos y arena y $\lambda = 0,75$ para "hormigón de agregados livianos."

Tabla 49: Coeficientes de fricción de acuerdo a la superficie actuante (referencia 97)

Valor límite de V_n

El Código ACI 318/05, y por tanto el CIRSOC 201/05, establece un valor límite para V_n a partir del cual las expresiones no dan resultados compatibles con los ensayos:

$$V_n \leq \begin{cases} 0,20 \cdot f'_c \cdot A_c \\ 5,50 \cdot A_c \end{cases}$$

Fuerzas normales a la fisura

Aún cuando el análisis de solicitaciones no revele la existencia de esfuerzos de tracción por cargas externas, éstas se pueden originar por restricciones a deformaciones de origen en variación de temperatura o por contracción de fragüe.

Por esto se recomienda considerar para el diseño una fuerza de tracción directa de al menos el 20% de V_u , adicional al corte. Esta fuerza mínima se requiere para el diseño de uniones tales como ménsulas y cartelas. Se debe adicionar armadura para tomar esta tracción directa:

$$\Delta A_s = \frac{N_{uc}}{\phi \cdot f_y}$$

con N_{uc} la fuerza de tracción mayorada.

Consideraciones de diseño

Se deben tomar ciertas precauciones para el diseño por el método de corte por fricción:

- Anclar adecuadamente la armadura a ambos lados de la fisura potencial.
- Cruzar con la armadura a la fisura potencial en forma aproximadamente normal a la misma.
- Evaluar todos los posibles planos de falla.
- El anclaje se debe realizar en hormigón confinado.

Ejemplo de aplicación

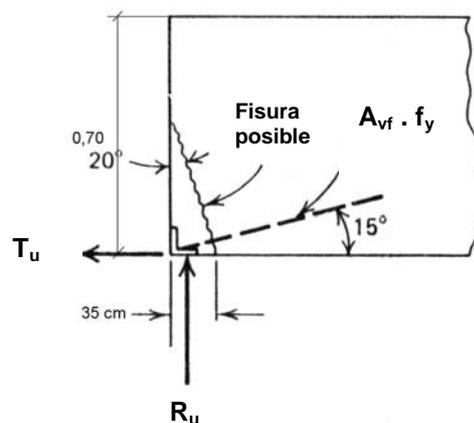
Ejemplo 50) Diseño del detalle de apoyo de una viga premoldeada a partir de los conceptos de corte por fricción

Diseñar el detalle de apoyo de una viga premoldeada construida con un hormigón clase H-30 y acero ADN 42/50, sometida a los siguientes esfuerzos:

$$R_u = 320 \text{ KN}$$

$$T_u = 0,20 \cdot R_u = 64 \text{ KN}$$

La fuerza está aplicada sobre un perfil ángulo L de 4 x 4 x 3/8". Para ello se estimará una fuerza horizontal debida a la restricción a la deformación T_u de $0,20 \cdot R_u$. A su vez, se asumirá una fisura potencial a 20° con la cara de la viga, que se inicia a unos 35 cm del borde inferior.



$$\mu = 1,40$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$f'_c = 30 \text{ MPa}$$

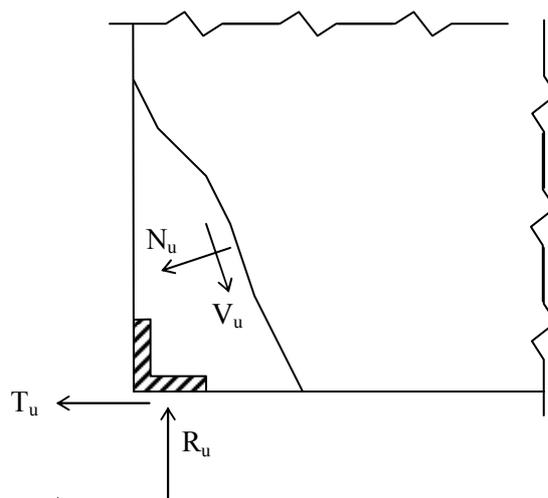
$$A_{vf} = \frac{R_u \cdot \cos 20^\circ}{\phi \cdot f_y \cdot \mu} + \frac{T_u \cdot \text{sen} 20^\circ}{\phi \cdot f_y \cdot \mu} = \frac{320 \text{ KN} \cdot \cos 20^\circ}{0,75 \cdot 420 \text{ KN/cm}^2 \cdot 1,40} + \frac{64 \text{ KN} \cdot \text{sen} 20^\circ}{0,75 \cdot 420 \text{ KN/cm}^2 \cdot 1,40} = 7,31 \text{ cm}^2$$

Se adopta $A_{vf} = 5\phi 16 = 10,05 \text{ cm}^2$. $A_c = 1228 \text{ cm}^2$

$$V_n \leq \begin{cases} 0,20 \cdot f'_c \cdot A_c = 491,20 \text{ KN} \\ 5,50 \cdot A_c = 675,4 \text{ KN} \end{cases}$$

$$V_u = 320 \text{ KN} \cdot \cos 20^\circ + 64 \text{ KN} \cdot \text{sen} 20^\circ = 322,6 \text{ KN}$$

$$V_u = 322,6 \text{ KN} < \phi \cdot V_n = 0,75 \cdot 491,20 \text{ KN} = 368,4 \text{ KN}$$



Longitud de anclaje de la armadura \$A_{vf}\$

$$l_d = \left[\frac{9}{10} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \right] \cdot \psi_t \cdot \psi_s \cdot d_b$$

\$\psi_s\$: factor por diámetro de armadura

\$d_b \le 16\$ mm, \$\psi_s = 0,80\$

\$d_b > 16\$ mm, \$\psi_s = 1,0\$

\$\alpha\$: factor por ubicación de la armadura

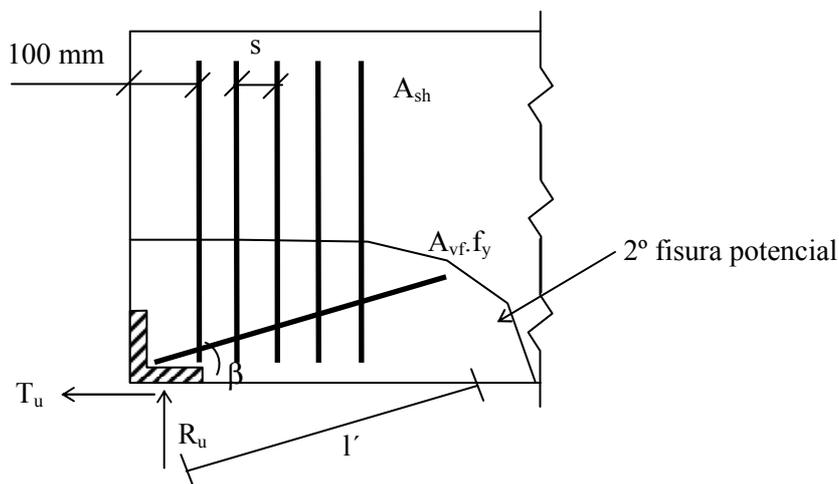
Barras con mala adherencia, \$\psi_t = 1,30\$

Barras con buena adherencia, \$\psi_t = 1,0\$

\$d_b = 16\$ mm

$$l_d = \left[\frac{9}{10} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \right] \psi_t \cdot \psi_s \cdot d_b = 55 \cdot d_b = 88\text{cm}$$

Adoptamos de manera conservadora \$l' = 120\$ cm



Para finalizar, evaluaremos la posibilidad que se presente una segunda fisura, como la de la figura anterior, la que marca la tendencia a desprenderse del conjunto total del anclaje. Para ello, se calculará el área de acero que se requiere (\$A_{sh}\$) y el esfuerzo de corte en el hormigón sobre la base de la hipótesis que la totalidad de la armadura \$A_{vf}\$ está en fluencia.

$$A_{sh} = \frac{A_{vf} \cdot f_y \cdot \cos \beta}{\mu \cdot f_y}$$

donde \$\beta = 15^\circ\$ y \$\mu = 1,40\$, y el coeficiente \$\phi\$ ya no es necesario pues se incluyó en el cálculo de \$A_{vf}\$, por lo que \$A_{sh} \ge 6,93\$ cm\$^2\$. Se adoptan 5 estribos cerrados en dos ramas de \$\phi 10\$ mm (\$A_{sh} = 2 \cdot 5 \cdot 0,79\$ cm\$^2 = 7,90\$ cm\$^2\$). Separación de ramas de estribos: \$s = 200\$ mm.

Se recomienda confinar adecuadamente el hormigón de la zona de anclaje. En la referencia 97), se menciona al respecto: “Es conveniente adicionar armadura de confinamiento en forma de estribos cerrados horizontales (horquillas), en una cantidad de $V_u/(8.f_y)$ ”. Para este caso, resultaría:

$$A_{cv} = \frac{V_u}{8.f_y} = 0,96\text{cm}^2$$

Se agregan en consecuencia dos barras de estribos cerrados en dos ramas de ϕ 8 mm ($A_{cv} = 2\text{ cm}^2$)



Figura 259: Colocación de horquillas adicionales para confinar el hormigón en el anclaje

Método del corte por fricción modificado

En el Comentario del CIRSOC 201/05, se presenta otra ecuación de naturaleza empírica, para determinar V_n basada en investigaciones de Alan H. Mattock, la que, en general, brinda un valor más preciso.

La expresión propuesta por Mattock, para el caso genérico de que la fisura potencial sea cruzada por la armadura con un ángulo α_f , es:

$$V_n = A_{vf} \cdot f_y \cdot (0,80 \text{sen} \alpha_f + \cos \alpha_f) + A_c \cdot K_1 \cdot \text{sen}^2 \alpha_f$$

donde:

A_c = área de la sección de hormigón que resiste el corte (mm^2)

K_1 = factor que depende de la densidad del hormigón a utilizar, con:

$K_1 = 2,80$ MPa (para hormigón normal)

$K_1 = 1,70$ MPa (para hormigón liviano con arena de peso normal)

$K_1 = 1,40$ MPa (para hormigón liviano)

α_f = ángulo comprendido entre la armadura de corte por fricción y el plano de corte ($0^\circ < \alpha_f < 90^\circ$)

Si la armadura cose en forma normal a la fisura, la expresión se simplifica de la forma:

$$V_n = A_{vf} \cdot f_y \cdot 0,80 + A_c \cdot K_1$$

El primer término representa la resistencia friccional a lo largo de la fisura, donde 0,80 sería el coeficiente de fricción. El segundo término representa la resistencia al corte de las rugosidades en la zona de la fisura y la acción de la dovela de la armadura que cruza la fisura.

Para utilizar estas expresiones, debe verificarse la relación:

$$\frac{A_{vf} \cdot f_y \cdot \text{sen} \alpha_f}{A_c} > 1,40\text{MPa}$$

o bien:

$$\frac{A_{vf} \cdot f_y}{A_c} > 1,40\text{MPa}$$

Capítulo 19

Ménsulas cortas y entalladuras en vigas

Generalidades

Las ménsulas cortas son utilizadas mucho en estructuras prefabricadas y en edificios industriales. Son vigas en voladizo cuya relación luz / altura es cercana a la unidad, por lo que su comportamiento es similar a las vigas de gran altura, y por tanto, su diseño más racional puede plantearse según las indicaciones contenidas en el Anexo A del CIRSOC 201/05. Al respecto, se realizarán breves comentarios sobre el mismo en el Capítulo 23.

Su diseño está controlado por el esfuerzo cortante y no por la tensión diagonal, por ello el CIRSOC 201/05 establece consideraciones especiales para su dimensionado y armado.

En el Art. 11.9 del CIRSOC 201/05, se determinan las disposiciones particulares para su diseño. Las prescripciones indicadas a continuación son válidas para:

- relación $a/d \leq 1$
- fuerza de tracción horizontal $N_{uc} \leq V_u$

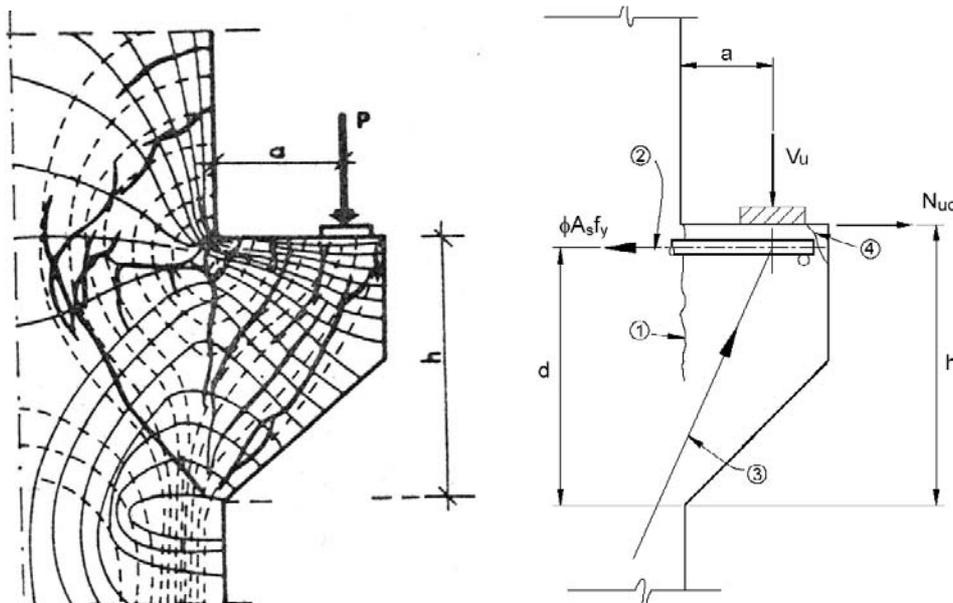


Figura 260: Patrón de fisuras y esquema de bielas y tirantes de una ménsula corta (referencia 97)

Asimismo, debe cumplirse que la altura en el borde exterior de apoyo sea mayor o igual que $\frac{1}{2} d$. Para todas las determinaciones del diseño el factor de resistencia será igual a 0,75, dado que el diseño es controlado principalmente por corte.

Los cuatro modos de falla potenciales, indicados en las figuras anteriores son:

- Tipo 1: falla por corte directo en la interfase ménsula y elemento sobre el que se apoya.
- Tipo 2: fluencia de la armadura traccionada por el momento y la tracción directa.
- Tipo 3: aplastamiento de la biela comprimida de hormigón interna.
- Tipo 4: falla localizada por aplastamiento o por corte bajo el área cargada.

Aquellas ménsulas cuya relación $a/d > 2$, se deben diseñar como voladizos, usando los procedimientos de diseño a flexión y corte en vigas. Para relaciones $a/d < 2$ se pueden usar los requisitos establecidos en el Apéndice A del CIRSOC 201/05.

La sección crítica para el diseño de las ménsulas se toma en la cara del apoyo. Esta sección se debe diseñar para que resista simultáneamente un esfuerzo de corte (V_u) y un momento:

$$M_u = V_u \cdot a + N_{uc} \cdot (h - d)$$

El valor de N_{uc} no debe ser menor que $0,20 \cdot V_u$. Esto en función de la incertidumbre sobre la fuerza a transmitir por las uniones deslizantes y/o apoyos flexibles. Además, la fuerza N_{uc} se debe en general a causas indeterminadas tales como la contracción de fragüe o las tensiones de origen térmico. Esta fuerza N_{uc} , siempre debe ser considerada como una sobrecarga (utilizar factor 1,60). Para hormigones de densidad normal, la resistencia al corte V_n (en N) debe ser:

$$V_n \leq \begin{cases} 0,20 \cdot f'_c \cdot b \cdot d \\ 5,50 \cdot b \cdot d \text{ (en N)} \end{cases}$$

Las ecuaciones anteriores fijan un límite máximo a la armadura A_{vf} a colocar, concordante con los resultados de los ensayos. La armadura A_n para resistir el esfuerzo de tensión se determina como:

$$N_{uc} \leq \phi \cdot A_n \cdot f_y$$

Deben determinarse las siguientes armaduras:

A_{vf} = armadura de corte por fricción para resistir el corte directo (V_u)

A_f = armadura de flexión para resistir el momento $M_u = V_u \cdot a + N_{uc} \cdot (h - d)$

A_n = armadura para resistir la tracción directa N_{uc}

Armaduras resultantes a proveer

a) A_s = armadura principal de tracción

b) A_h = armadura de corte (estribos cerrados)

a) El área de la armadura principal de tracción (A_s) debe cumplir:

$$A_s \geq \begin{cases} A_f + A_n \\ \frac{2}{3} A_{vf} + A_n \end{cases}$$

b) En forma paralela a A_s , se deben colocar estribos cerrados, con un área total:

$$A_h \geq 0,50 \cdot (A_s - A_n)$$

Los mismos deberán estar distribuidos en forma uniforme dentro de los dos tercios de la altura efectiva (d) adyacente a A_s .

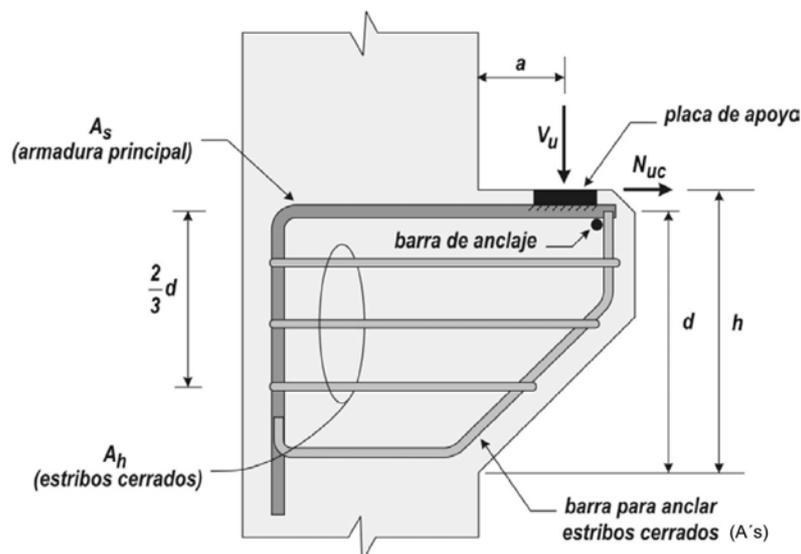


Figura 261: Distribución de armaduras de una ménsula corta (referencia 109)

La cuantía $\rho = A_s / (b \cdot d)$ debe ser mayor o igual a:

$$\rho \geq 0,04 \cdot \frac{f'_c}{f_y}$$

En la cara frontal de la ménsula corta, la armadura principal de tracción, A_s , se debe anclar de acuerdo con uno de los siguientes métodos:

- 1) Soldadura estructural a una barra transversal de, como mínimo, el mismo diámetro.
- 2) El doblado de las barras de la armadura de tracción A_s para formar un bucle horizontal (sólo en caso de dos barras como armadura).
- 3) Algún otro dispositivo de anclaje efectivo.

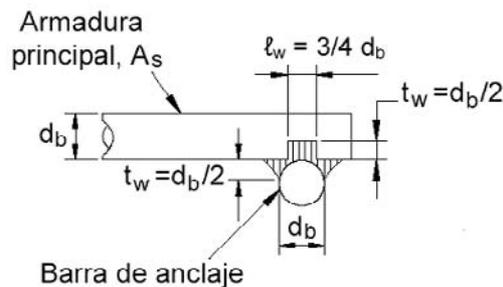


Figura 262: Soldadura a una barra transversal de la armadura principal de una ménsula

El área de apoyo de la carga sobre una ménsula corta, no se debe prolongar más allá de la zona recta donde se ubican las barras principales de tracción A_s , ni de la cara interior de la barra de anclaje cuando ésta exista. La plancha de apoyo tiene generalmente el ancho de la ménsula que en general es el mismo que el de la columna que la sostiene. Su longitud se determina a través de la siguiente expresión:

$$l \geq \frac{V_u}{0,85 \cdot f'_c \cdot b \cdot \phi}$$

con $\phi = 0,65$ por aplastamiento y b el ancho de la placa.

Las barras ubicadas en la zona de compresión A'_s no son consideradas en el diseño por el CIRSOC 201/05, sin embargo, se acostumbra adoptar:

$$A'_s \geq 0,002 \cdot b \cdot l$$

con l la distancia de la cara del borde de la ménsula a la columna.

Corte por fricción (A_{vf})

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi \cdot f_y \cdot \mu}$$

μ = coeficiente de fricción definido de acuerdo al parámetro λ .

Armadura de flexión (A_f)

Se estima el brazo de palanca como $z = 0,90 d$:

$$A_f = \frac{M_u}{\phi \cdot f_y \cdot z}$$

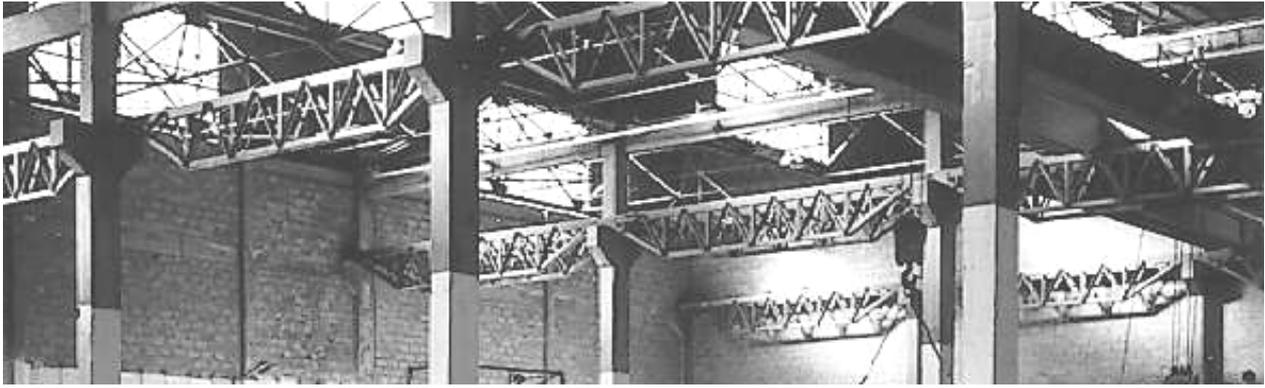
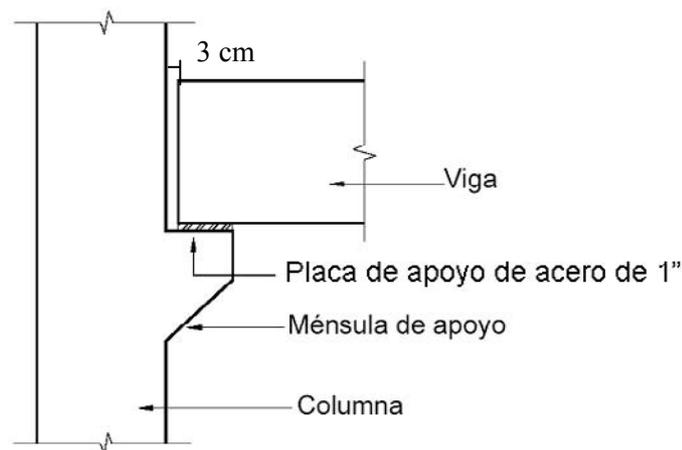


Figura 263: Sistema de ménsulas dobles para puentes grúa

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 51) Diseño de una ménsula de H°A° mediante el método de corte por fricción

Diseñar una ménsula corta con las dimensiones necesarias para soportar una viga, de tal forma que la ménsula se proyecta a partir de una columna de sección cuadrada de lados $b_x = b_y = 40$ cm. La restricción de la fluencia lenta y la contracción genera una fuerza horizontal estimada en $T = 15000$ kg en el apoyo soldado.



Reacciones de la viga

$$D = 300 \text{ KN}$$

$$L = 250 \text{ KN}$$

$$T = 150 \text{ KN}$$

$$\phi = 0,75$$

$$V_u = 1,20 D + 1,60 L = 760 \text{ KN}$$

$$N_{uc} = 1,60 T = 240 \text{ KN} > 0,2 \cdot V_u = 152 \text{ KN}$$

Hormigón H-25

Acero ADN 42/50

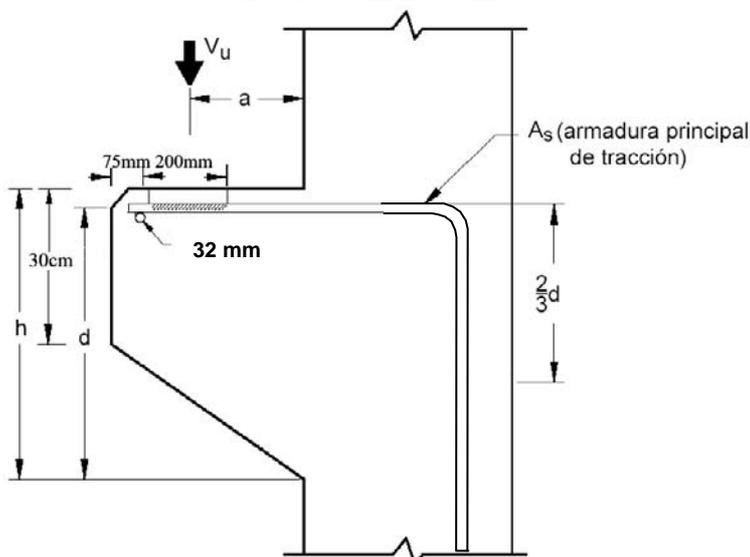
a) Definimos las dimensiones de la ménsula

$$V_n = \frac{V_u}{\phi} = 1013,33 \text{ KN}$$

$$d \geq \frac{V_n}{0,20 \cdot f'_c \cdot b} = 50,6 \text{ cm}$$

$$d \geq \frac{V_n}{56 \cdot b} = 45,24 \text{ cm}$$

$$h = d + 6 \text{ cm} \cong 57 \text{ cm}$$



$$V_u \leq \phi \cdot P_{nb} = \phi \cdot 0,85 \cdot f'_c \cdot A$$

con:

A = rea de la placa de apoyo = l . b

ϕ = coeficiente de reducción por aplastamiento = 0,65

d = 51 cm

h = 57 cm

b = 40 cm

$$l \geq \frac{V_u}{0,85 \cdot f'_c \cdot b \cdot \phi} = \frac{76000 \text{ kg}}{0,85 \cdot 250 \text{ kg/cm}^2 \cdot 40 \text{ cm} \cdot 0,65} = 13,75 \text{ cm}$$

Se adopta l = 20 cm

$$a = 3 \text{ cm} + \frac{2}{3} 20 \text{ cm} = 16,33 \text{ cm}$$

Se asume que la reacción de la viga actúa en el punto correspondiente a un tercio de la placa de apoyo para simular la rotación de la viga que afea y la distribución triangular de tensiones debajo de la placa de apoyo, y que hay una luz de 3 cm entre la parte posterior de la placa de apoyo y la cara de la columna:

$$a/d = 16,33 \text{ cm} / 51 \text{ cm} = 0,32 < 1 \text{ (verifica)}$$

$$N_{uc} = 240 \text{ KN} < V_u = 760 \text{ KN} \text{ (verifica)}$$

b) Diseño de la armadura

Armadura de corte por fricción:

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi \cdot f_y \cdot \mu}$$

Se hormigonará en forma simultánea la columna y la ménsula, por lo que $\mu = 1,40 \cdot \lambda$, con $\lambda = 1$ (hormigón densidad normal):

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi \cdot f_y \cdot \mu} = \frac{76000 \text{ kg}}{0,75 \cdot 4200 \text{ kg/cm}^2 \cdot 1,40} = 17,23 \text{ cm}^2$$

Armadura de tracción directa:

$$A_n = \frac{N_{uc}}{\phi \cdot f_y} = \frac{24000 \text{ kg}}{0,75 \cdot 4200 \text{ kg/cm}^2} = 7,61 \text{ cm}^2$$

Armadura de flexión:

$$M_u = V_u \cdot a + N_{uc} \cdot (h - d) = 101333 \text{ kg} \cdot 0,16 \text{ m} + 24000 \text{ kg} \cdot (0,57 \text{ m} - 0,51 \text{ m}) = 17653 \text{ kgm} = 176,53 \text{ KNm}$$

Para determinar el brazo de palanca, se adopta en forma conservadora $z = 0,90 d$:

$$A_f = \frac{M_u}{\phi \cdot f_y \cdot z} = \frac{17653 \text{ kgm}}{0,75 \cdot 4200 \text{ kg/cm}^2 \cdot 0,46 \text{ m}} = 12,18 \text{ cm}^2$$

Armadura principal de tracción:

$$A_s \geq \begin{cases} A_f + A_n = 19,79 \text{ cm}^2 \\ \frac{2}{3} A_{vf} + A_n = 19,09 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

Verificación de la cuantía mínima:

$$\rho = 0,04 \cdot \frac{f'_c}{f_y} = 0,00238$$

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{19,79 \text{ cm}^2}{40 \text{ cm} \cdot 51 \text{ cm}} = 0,0097 \quad (\text{verifica})$$

Armadura de estribos

$$A_h \geq 0,50 \cdot (A_s - A_n) = 6,09 \text{ cm}^2$$

En una altura:

$$\frac{2}{3} \cdot d = 34 \text{ cm}$$

Se adopta finalmente:

$$A_s = 4 \phi 25 = 19,64 \text{ cm}^2$$

$$A_h = 3 \text{ estribos cerrados } \phi 12 = 6,78 \text{ cm}^2$$

Armadura de armado de estribos:

$$A'_s = 0,002 \cdot b \cdot l = 0,002 \cdot 40 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} = 2,40 \text{ cm}^2$$

Se adoptan 4 ϕ 12mm (4,52 cm²).

Barra de anclaje extrema soldada: 1 ϕ 32mm.

Placa de apoyo inserta en el hormigón: e = 3/8"

Cálculo de la longitud de anclaje de la armadura principal:

$$l_{dh} = 0,24 \cdot \psi_e \cdot \lambda \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot d_b = 0,24 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{420 \text{ MPa}}{\sqrt{25 \text{ MPa}}} \cdot 25 \text{ mm} = 504 \text{ mm}$$

$$l_{dh} \geq 150 \text{ mm}$$

$$l_{dh} \geq 8 \cdot d_b = 8 \cdot 25 \text{ mm} = 200 \text{ mm}$$

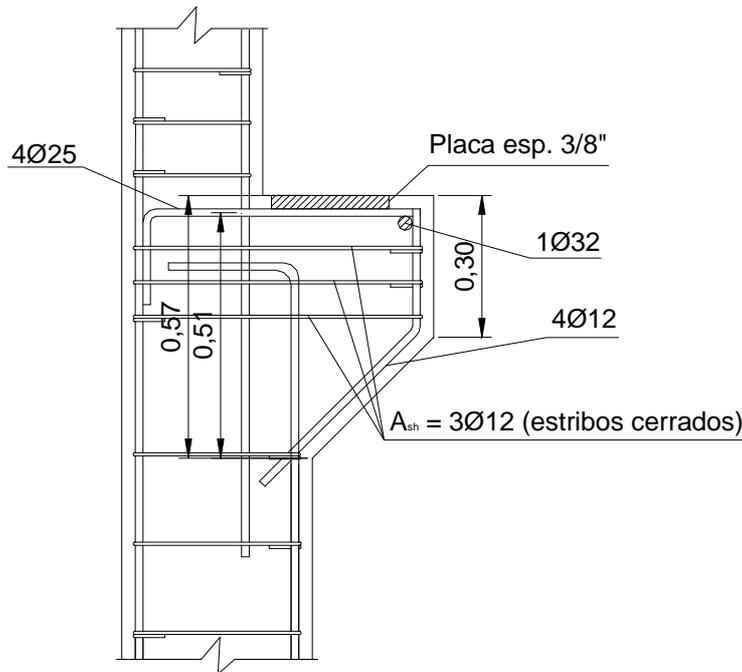


Figura 264: Armado de la ménsula del Ejemplo 51

Ménsulas con cargas indirectas

Se presentan situaciones en las cuales las cargas se transmiten a la ménsula por medio de vigas que apean en ellas. Estos casos no son tratados en forma explícita por el CIRSOC 201/05, si bien pueden analizarse con el empleo del Anexo D Método de las Bielas y Tensores. No obstante, otros códigos y reglamentos brindan cierta informaci3n para evaluar en forma aproximada el problema.

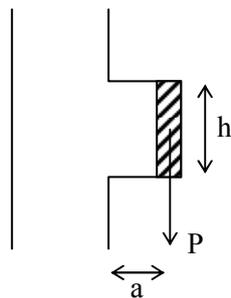


Figura 265: Ménsula corta con una carga inferior

Debe disponerse en estos casos de una armadura de suspensi3n que transmita la carga a la zona superior de la ménsula. La norma española EHE 2008, plantea la hipótesis de que una fracci3n de carga ($0,5.P_u$), actúa en la zona superior pudiendo aplicarse los conceptos ya desarrollados para el cálculo de la armadura requerida para absorber dicha carga. Por otra parte, se considera que una fracci3n de la carga igual a $0,60.P_u$ actúa en la zona inferior de la ménsula.

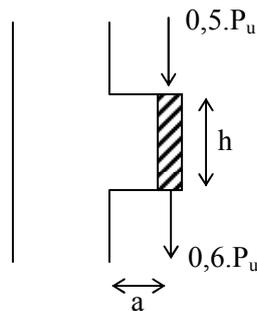


Figura 266: Fracciones de carga para la ménsula anterior según la norma española EHE 2008

Esta carga inferior es tomada con una armadura adicional inclinada un ángulo α , con una sección igual a:

$$A_{si} = \frac{0,60 \cdot P_n}{f_y \cdot \text{sen} \alpha}$$

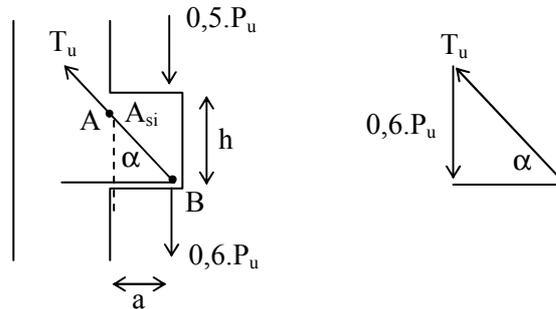


Figura 267: Armadura adicional inclinada para transmitir los esfuerzos a la cara superior según EHE 2008

La longitud de anclaje de la armadura A_{si} se calcula a partir del punto A. Esquemáticamente la armadura A_{si} se colocaría de la siguiente manera:

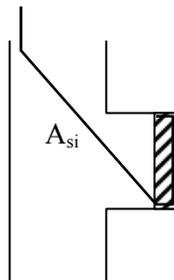


Figura 268: Esquema de la armadura para cargas inferiores en ménsulas cortas según EHE 2008

La armadura final a colocar será la obtenida producto de la carga superior más la sección A_{si} adicional; debe cuidarse el anclaje en los puntos A y B de dicha armadura.

Diseño de entalladuras en vigas

En algunas vigas, fundamentalmente premoldeadas, se les da a la sección la forma de L o bien de T invertidas a fin de posibilitar una superficie de apoyo para vigas secundarias que apean sobre éstas. La presencia de importantes cargas concentradas en la zona inferior de estas vigas principales requiere la colocación de armadura especial de suspensión y asimismo de un armado criterioso de la nariz inferior de la viga (entalladura). Este tipo de elementos no está tratado en particular en el CIRSOC 201/05¹.

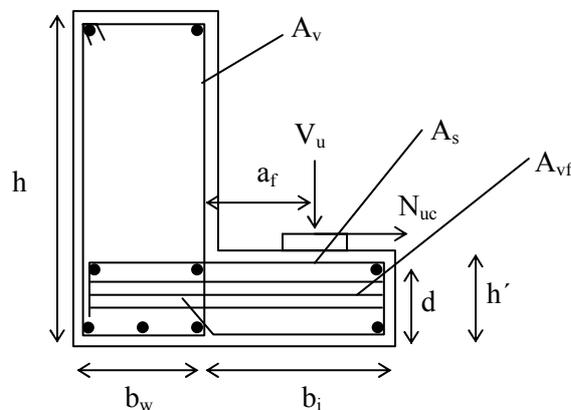


Figura 269: Esquema y nomenclatura de una viga L típica

¹ Nota: se pueden consultar las referencias (61) y (97).

Los tipos de falla que se pueden presentar son básicamente los siguientes:

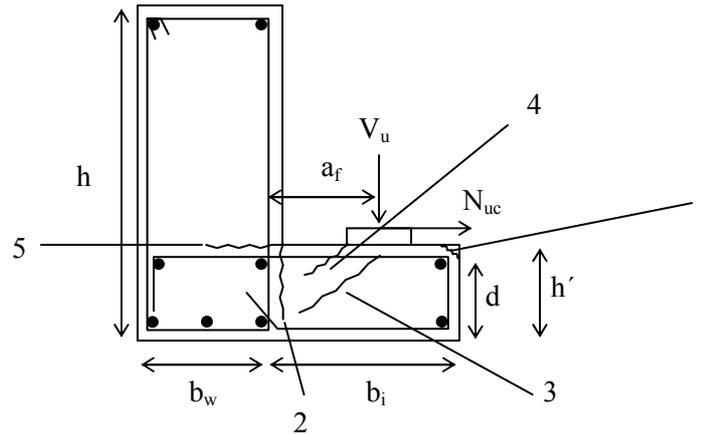


Figura 270: Tipos de falla en una viga L

Referencias:

- 1) Falla de apoyo localizado
- 2) Falla de corte y flexi3n
- 3) Falla de la biela a compresi3n
- 4) Falla por punzonado
- 5) Falla por tracci3n

La carga vertical V_u aplicada en la nariz inferior de la viga es absorbida por una biela comprimida, la componente vertical de la biela comprimida es tomada por los estribos (armadura A_v) ubicados a una distancia a_f de la carga vertical V_u . Dichos estribos trabajan como armadura de suspensi3n.

A continuaci3n, se planteará el procedimiento de diseo basado en las investigaciones desarrolladas por Mirza y Furlong. El diseo de estas estructuras puede basarse tambi3n en el m3todo de Bielas y Tensores correspondiente al Anexo A del CIRSOC 201/05.

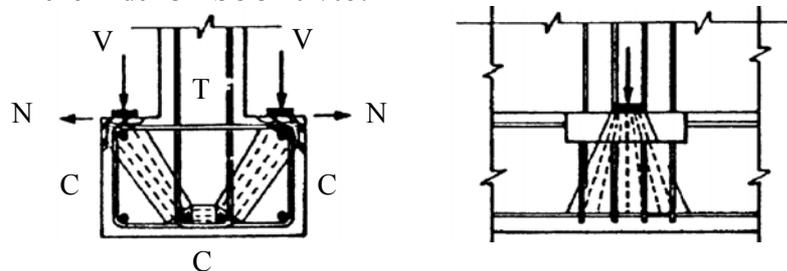


Figura 271: Esquema de bielas (C) y tensores (T) para una viga T invertida

Las acciones de diseo a considerar resultan:

a) Momento:

$$M_u = V_u \cdot a_f + N_{uc} \cdot (h' - d)$$

b) Corte:

$$V_u$$

c) Tracci3n:

$$N_{uc} \geq 0,20 \cdot V_u$$

Para todos los casos, deberán cumplirse las relaciones:

$$\begin{aligned} \phi \cdot V_n &\geq V_u \\ \phi \cdot M_n &\geq M_u \\ \phi \cdot N_n &\geq N_u \end{aligned}$$

con $\phi = 0,75$ para todas las acciones.

El aporte establecido por los investigadores citados consistió en definir los anchos efectivos colaborantes de la entalladura para cada caso. Para determinar la armadura de flexión debe considerarse un brazo de momento interno equivalente a $z \leq 0,80.d$.

Determinación de las armaduras requeridas

Armadura de flexión y tracción directa (A_s)

Las armaduras de flexión y tracción directa se pueden obtener a partir del cumplimiento de las siguientes expresiones, que surgen del análisis de las consideraciones precedentes.

$$V_u \cdot a_f + N_{uc} \cdot (h' - d) \leq \phi \cdot A_f \cdot f_y \cdot z$$

$$N_{uc} \leq \phi \cdot A_n \cdot f_y$$

La armadura de flexión y tracción directa necesaria (A_s), surge del máximo obtenido entre:

$$A_s \left\{ \begin{array}{l} A_f + A_n \\ \frac{2}{3} A_{vf} + A_n \end{array} \right.$$

donde:

a_f = distancia entre el punto de aplicación de la carga y el eje de la armadura de suspensión

A_{vf} = armadura definida según los requisitos de corte por fricción

h' = altura de la entalladura

d = altura útil de la entalladura

Por su parte, la armadura mínima deberá verificar la condición:

$$\rho \geq 0,04 \cdot \frac{f'_c}{f_y}$$

La armadura A_s deberá distribuirse en un ancho igual a:

$$w + 5 \cdot a_f \leq s$$

con:

w = ancho de la placa de apoyo de la carga

s = separación entre ejes de aplicación de las cargas

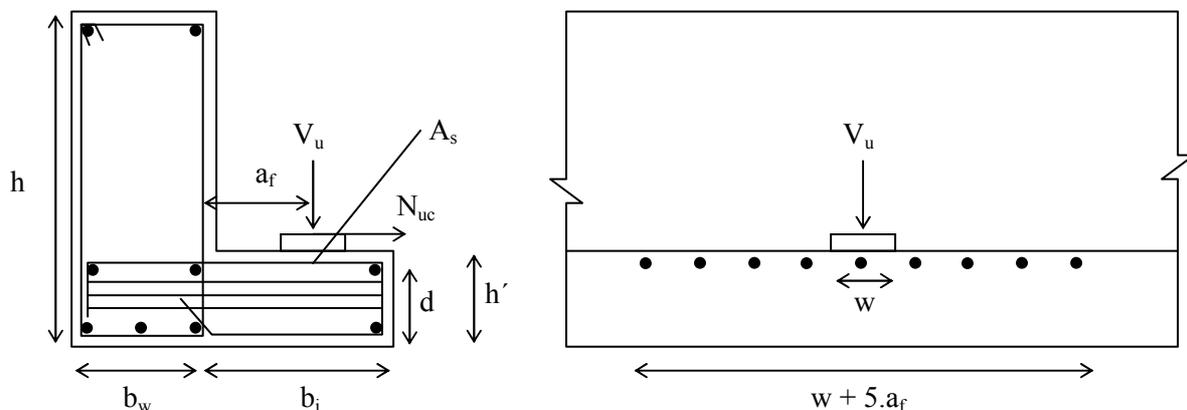


Figura 272: Ancho de distribución de la armadura de flexión y tracción A_s

En caso de obtenerse que $w + 5 \cdot a_f > s$, entonces la armadura A_s deberá distribuirse a una distancia s .

Armadura de corte por fricción (A_{vf})

La armadura de corte por fricción se obtiene de las expresiones:

$$V_u \leq \phi \cdot \mu \cdot A_{vf} \cdot f_y \quad (\text{I})$$

$$V_u \leq 0,20 \cdot \phi \cdot f'_c \cdot (w + 4 \cdot a) \cdot d \quad (\text{II})$$

$$V_u \leq 5,5 \cdot (w + 4 \cdot a) \cdot d \quad (\text{III})$$

donde:

μ = coeficiente de fricción obtenido a partir de la Tabla 49 Capítulo 18.

a = distancia del punto de aplicación de la carga respecto del borde de la viga

La expresión (III) limita la máxima cuantía de armadura A_{vf} a colocar.

De (I) se obtiene entonces la armadura de corte por fricción:

$$A_{vf} \leq \frac{V_u}{\phi \cdot \mu \cdot f_y}$$

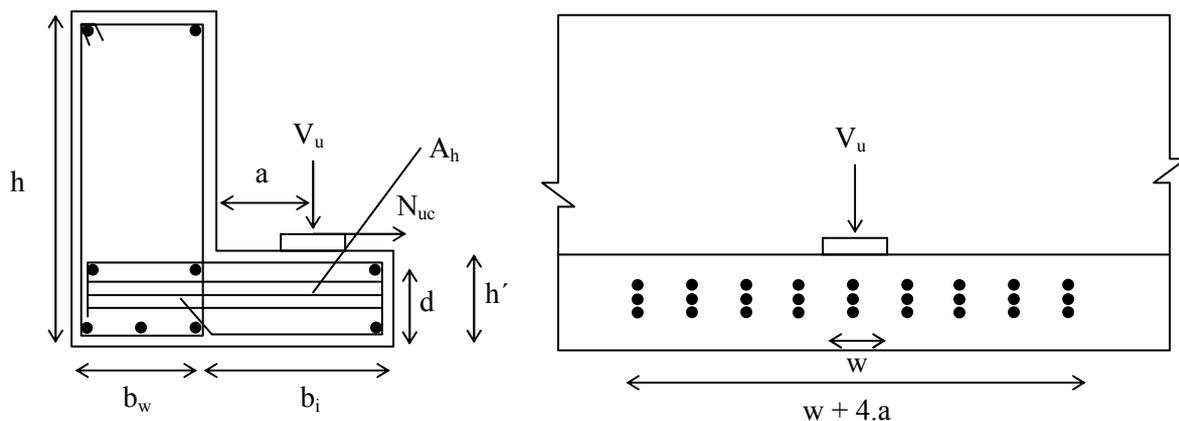


Figura 273: Ancho de distribución de la armadura de corte por fricción A_{vf}

En caso de resultar el término $(w + 4 \cdot a) > s$, la expresión (II) resulta:

$$V_u \leq 0,20 \cdot \phi \cdot f'_c \cdot s \cdot d$$

Armadura de suspensión (A_v)

La armadura de suspensión debe verificar la ecuación:

$$A_v \geq \frac{V_u \cdot s_e}{\phi \cdot f_y \cdot s}$$

donde:

s_e = separación entre ramas de los estribos

s = distancia entre puntos de aplicación de las cargas

Adicionalmente, si la viga forma parte de una estructura sometida a un gran número de sobrecargas repetitivas (por ejemplo en el caso de puentes), se debe verificar la siguiente condición para cargas de servicio:

$$V \leq \frac{A_v \cdot 0,50 \cdot f_y}{s_e} \cdot (w + 3 \cdot a)$$

donde:

V = reacción debida a cargas permanentes y sobrecargas de servicio.

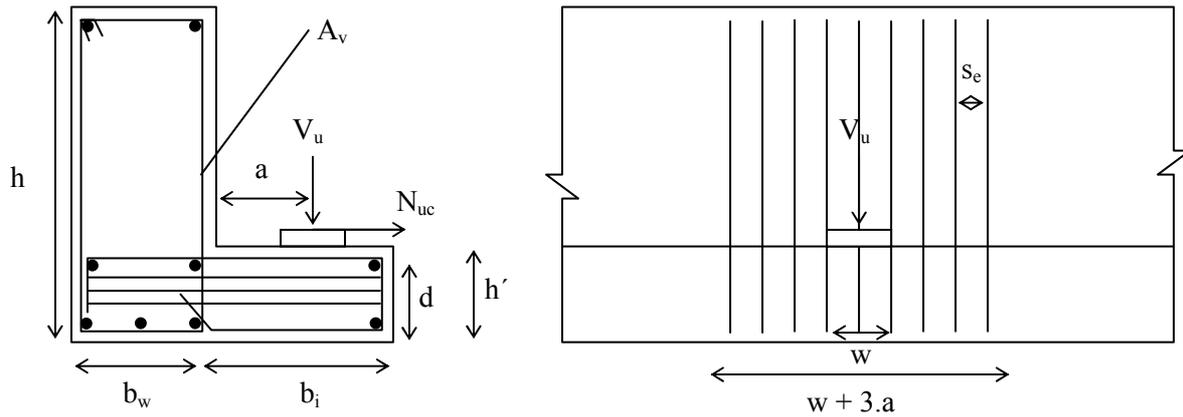


Figura 274: Ancho de distribución de la armadura de suspensión A_v

Para definir la armadura de suspensión en las vigas tipo T invertidas, debe verificarse asimismo el tipo de falla por corte según la siguiente figura:

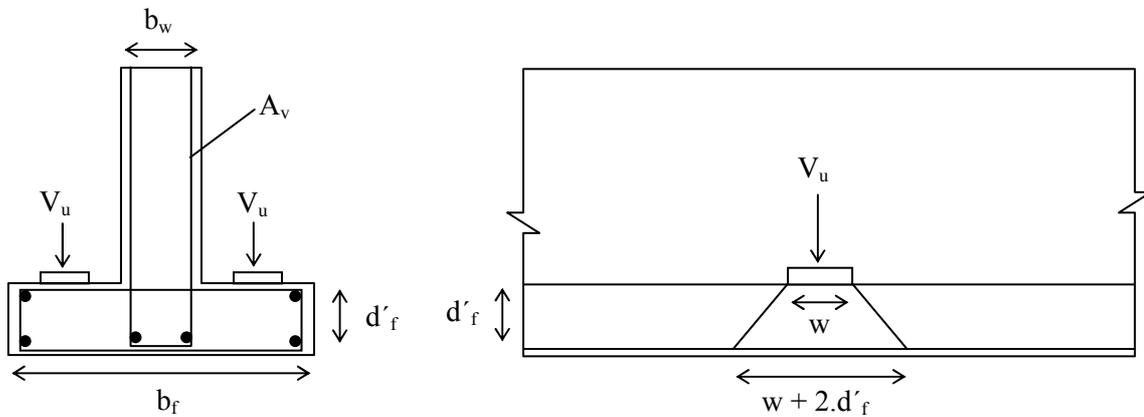


Figura 275: Ancho de distribución para la armadura de suspensión en una viga T invertida

La expresión que deberá verificarse es:

$$2.V_u \leq 2 \cdot \left[\phi \cdot \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_f \cdot d'_f \right] + \frac{\phi \cdot A_v \cdot f_y}{s} \cdot (w + 2 \cdot d'_f)$$

con:

d'_f = distancia entre el borde superior de la entalladura y el centro de la armadura longitudinal inferior.

Corte por punzonado

Deberá chequearse el modo de falla por punzonado (falla tipo 4), por lo que para tal fin se controla que el esfuerzo último V_u no supere el valor:

$$V_u \leq \frac{1}{3} \cdot \phi \cdot \sqrt{f'_c} \cdot (w + 2 \cdot L + 2 \cdot d_f) \cdot d_f$$

donde:

L = largo de la placa donde apoya la carga

d_f = altura útil de la armadura inferior

w = ancho de la placa de apoyo

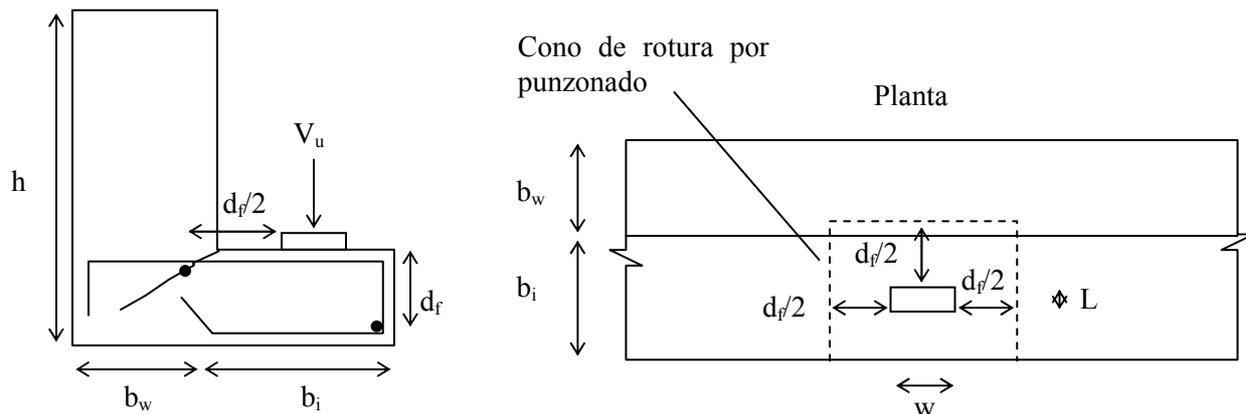


Figura 276: Esquema del cono de rotura por punzonado en una viga L

Las superficies principales de rotura por punzonado no deben superponerse. Se debe verificar en las zonas extremas de la entalladura que:

$$V_u \leq \frac{1}{3} \cdot \phi \cdot \sqrt{f'_c} \cdot (w + L + d_f) \cdot d_f$$

Falla en apoyo localizado

Para evitar la falla por aplastamiento en el apoyo localizado, deberá verificarse la expresión:

$$V_u \leq \phi \cdot P_{nb}$$

$$\phi \cdot P_{nb} = 0,65 \cdot 0,85 \cdot f'_c \cdot L \cdot w$$

con:

$\phi = 0,65$ (coeficiente de minoración por aplastamiento)

L = largo de la placa de apoyo

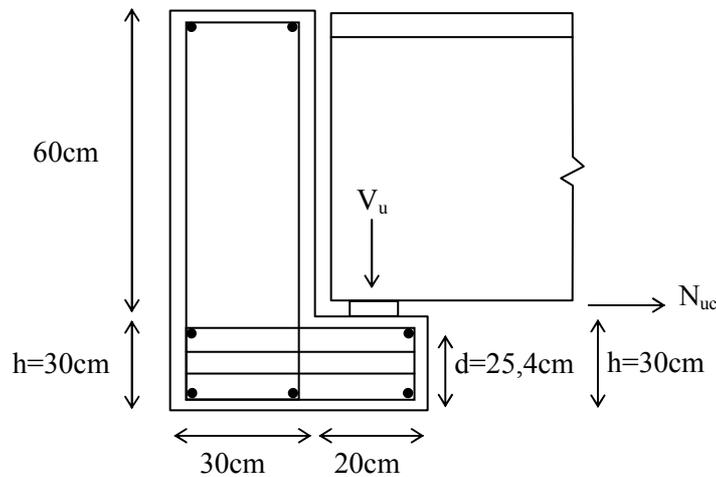
w = ancho de la placa de apoyo

Para aquellos casos de cargas aplicadas cerca de los extremos, debe evaluarse que la superficie de influencia para cada caso, no exceda de $2 \cdot c$, siendo c la distancia del borde libre a la carga más cercana.

En forma independiente a lo visto, debe diseñarse la viga para las solicitaciones de flexión, corte y torsión correspondientes al análisis de la pieza.

Ejemplo 52) Desarrollar el cálculo de la siguiente entalladura

Una viga L debe soportar una serie de vigas premoldeadas. La disposición de las vigas premoldeadas resulta tal que las cargas se ubican cada 0,90 m, excepto cerca de los extremos de la viga, donde no se registran cargas. Los nervios de las vigas premoldeadas tipo doble T apoyan sobre placas de neopreno de 11,5 cm x 11,5 cm x 0,80 cm, cuya máxima tensión de compresión de servicio es de 70 kg/cm².



Reacciones de la viga

$$D = 60 \text{ KN}$$

$$L = 40 \text{ KN}$$

$$\phi = 0,75 \text{ (para todas las sollicitaciones)}$$

$$V_u = 1,20 D + 1,60 L = 136 \text{ KN}$$

$$V = D + L = 100 \text{ KN}$$

$$N_{uc} = 0,20 \cdot V_u = 27,2 \text{ KN}$$

Tamaño del apoyo:

$$w = L = 11,50 \text{ cm}$$

Hormigón H-20

Acero ADN 42/50

a) Inicialmente, se calculará la distancia del punto de aplicación de la carga respecto del borde de la viga (a) y al ancho efectivo correspondiente a los esfuerzos de corte y flexión ($w + 4.a$). El valor de a se calcula de igual forma a lo desarrollado en ménsulas cortas.

$$a = 2/3 \cdot w + 3 \text{ cm} = 2/3 \cdot 11,5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 10,7 \text{ cm} \cong 11 \text{ cm}$$

$$w + 4.a = 11,5 \text{ cm} + 4 \cdot 11 \text{ cm} = 55,5 \text{ cm}$$

b) Cálculo de la distancia entre el punto de aplicación de la carga y el eje de la armadura de suspensión (a_f) y el ancho efectivo de la armadura de suspensión ($w + 5 \cdot a_f$). Para ello se determina un recubrimiento de 3 cm y se estima una barra de armadura de 16 mm.

$$a_f = a + c_c + d_b / 2 = 11 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 1,6 \text{ cm} / 2 = 14,8 \text{ cm}$$

$$w + 5 \cdot a_f = 11,5 \text{ cm} + 5 \cdot 14,8 \text{ cm} = 85,5 \text{ cm} \leq s = 90 \text{ cm}$$

c) Verificación de la resistencia al aplastamiento del hormigón

$$V_u \leq \phi \cdot P_{nb}$$

$$\phi.P_{nb} = 0,65 \cdot 0,85 \cdot f'_c \cdot L \cdot w$$

$$0,65 \cdot 0,85 \cdot f'_c \cdot L \cdot w = 0,65 \cdot 0,85 \cdot 20 \text{MPa} \cdot 0,115 \text{m} \cdot 0,115 \text{m} = 146,14 \text{KN}$$

$$V_u = 136 \text{KN} \leq 146,14 \text{KN} \quad (\text{verifica})$$

d) Verificación de la sección de la entalladura respecto de los esfuerzos de corte

Se estima una altura útil de 25,4 cm, para un recubrimiento de 3 cm y una barra de 16 mm.

$$V_u \leq 0,20 \cdot \phi \cdot f'_c \cdot (w + 4 \cdot a) \cdot d = 0,20 \cdot 0,75 \cdot 20 \text{MPa} \cdot (0,115 \text{m} + 4 \cdot 0,11 \text{m}) \cdot 0,254 \text{m} = 422,9 \text{KN} \quad (\text{verifica})$$

$$V_u \leq 5,5 \cdot (w + 4 \cdot a) \cdot d = 5,5 \cdot (0,115 \text{m} + 4 \cdot 0,11 \text{m}) \cdot 0,254 \text{m} = 775,3 \text{KN} \quad (\text{verifica})$$

e) Cálculo de la armadura de corte por fricción

Se estima un coeficiente de fricción $\mu = 1,4$ para un hormigón de peso normal.

$$A_{vf} \leq \frac{V_u}{\phi \cdot \mu \cdot f_y} = \frac{136 \text{KN}}{0,75 \cdot 1,4 \cdot 42 \text{KN/cm}^2} = 3,08 \text{cm}^2$$

A distribuir en un ancho efectivo de 55,5 cm, por lo que la armadura por metro resulta 5,55 cm²/m.

f) Verificación a corte por punzonamiento

Se estima $d = d_f = 0,254 \text{m}$

$$V_u \leq \frac{1}{3} \cdot \phi \cdot \sqrt{f'_c} \cdot (w + 2 \cdot L + 2 \cdot d_f) \cdot d_f = \frac{1}{3} \cdot 0,75 \cdot \sqrt{20 \text{MPa}} \cdot (3 \cdot 0,115 \text{m} + 2 \cdot 0,254 \text{m}) \cdot 0,254 \text{m} = 242,2 \text{KN}$$

(verifica)

g) Cálculo de la armadura A_s

$$M_u = V_u \cdot a_f + N_{uc} \cdot (h' - d) \leq \phi \cdot A_f \cdot f_y \cdot z$$

$$V_u \cdot a_f + N_{uc} \cdot (h' - d) = 136 \text{KN} \cdot 0,148 \text{m} + 27,2 \text{KN} \cdot (0,3 \text{m} - 0,254 \text{m}) = 21,38 \text{KNm}$$

$$A_f \leq \frac{M_u}{\phi \cdot f_y \cdot z} = \frac{21,38 \text{KNm}}{0,75 \cdot 42 \text{KN/cm}^2 \cdot 0,8 \cdot 0,254 \text{m}} = 3,39 \text{cm}^2$$

La armadura A_f deberá distribuirse en un ancho de 85,5 cm, por lo que la armadura por metro resulta 3,96 cm²/m.

$$N_{uc} \leq \phi \cdot A_n \cdot f_y$$

$$A_n \leq \frac{N_{uc}}{\phi \cdot f_y} = \frac{27,2 \text{KN}}{0,75 \cdot 42 \text{KN/cm}^2} = 0,86 \text{cm}^2$$

La armadura A_n deberá distribuirse en un ancho de 85,5 cm, por lo que la armadura por metro resulta 1 cm²/m.

$$A_s \begin{cases} A_f + A_n = 4,96 \text{ cm}^2 / \text{m} \\ \frac{2}{3} A_{vf} + A_n = 4,7 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{cases}$$

$$A_s \geq 0,04 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot d \cdot 100 \text{ cm} = 4,84 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Predomina la condición de flexión más tracción directa, por lo que adoptando una barra de 12 mm (1,13 cm²), la separación resulta:

$$s_{\text{máx}} = 1,13 \text{ cm}^2 / 4,96 \text{ cm}^2/\text{m} = 22,78 \text{ cm}$$

Se adopta finalmente 1φ12c/20 cm distribuidos en 85,5 cm.

h) Cálculo de los estribos horizontales A_h

Al igual que lo desarrollado en ménsulas cortas:

$$A_h \geq 0,50 \cdot (A_s - A_n) = 1,98 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Adoptando una barra de 8 mm (0,5 cm²), la separación resulta:

$$s_{\text{máx}} = 0,5 \text{ cm}^2 / 1,98 \text{ cm}^2/\text{m} = 25 \text{ cm}$$

Se adopta finalmente 1φ8c/20 cm distribuidos en una altura de 2/3 d = 17 cm.

i) Cálculo de la armadura de suspensión (A_v)

Se presupone una separación entre ramas de los estribos (s_e) de 20 cm.

$$A_v \geq \frac{V_u \cdot s_e}{\phi \cdot f_y \cdot s} = \frac{136 \text{ KN} \cdot 0,20 \text{ m}}{0,75 \cdot 42 \text{ KN/cm}^2 \cdot 0,90 \text{ m}} = 0,96 \text{ cm}^2$$

De acuerdo a las condiciones de servicio, la armadura necesaria resulta:

$$V \leq \frac{A_v \cdot 0,50 \cdot f_y}{s_e} \cdot (w + 3 \cdot a)$$

$$A_v \leq \frac{V}{0,50 \cdot f_y} \cdot \frac{s_e}{(w + 3 \cdot a)} = \frac{100 \text{ KN} \cdot 0,20 \text{ m}}{0,50 \cdot 42 \text{ KN/cm}^2 \cdot (0,115 \text{ m} + 3 \cdot 0,11 \text{ m})} = 2,14 \text{ cm}^2$$

Se adopta como estribos de suspensión 1φ8c/20 cm (2,51 cm²/m).

Nota: es necesario indicar que las armaduras sólo fueron calculadas para los esfuerzos generados por el apeo de la viga premoldeada, correspondiendo realizar adicionalmente el diseño para las sollicitaciones de flexión, corte y torsión correspondientes al análisis de la pieza y luego colocar la armadura resultante.

Capítulo 20

Vigas, construcción por etapas

Generalidades

En el Capítulo 17 del CIRSOC 201/05 se trata el tema de Dimensionamiento de los elementos de hormigón contruidos por etapas, como por ejemplo, una viga prefabricada con una losa hormigonada in situ. Los diferentes elementos se vinculan de manera tal que respondan a las cargas como una sola unidad. Al aplicar una carga que origina momentos flectores en una viga compuesta, existe la tendencia a que la losa se deslice horizontalmente. La cara inferior de la losa intenta moverse hacia fuera con respecto a la cara superior del alma, la que tiende a desplazarse hacia dentro.

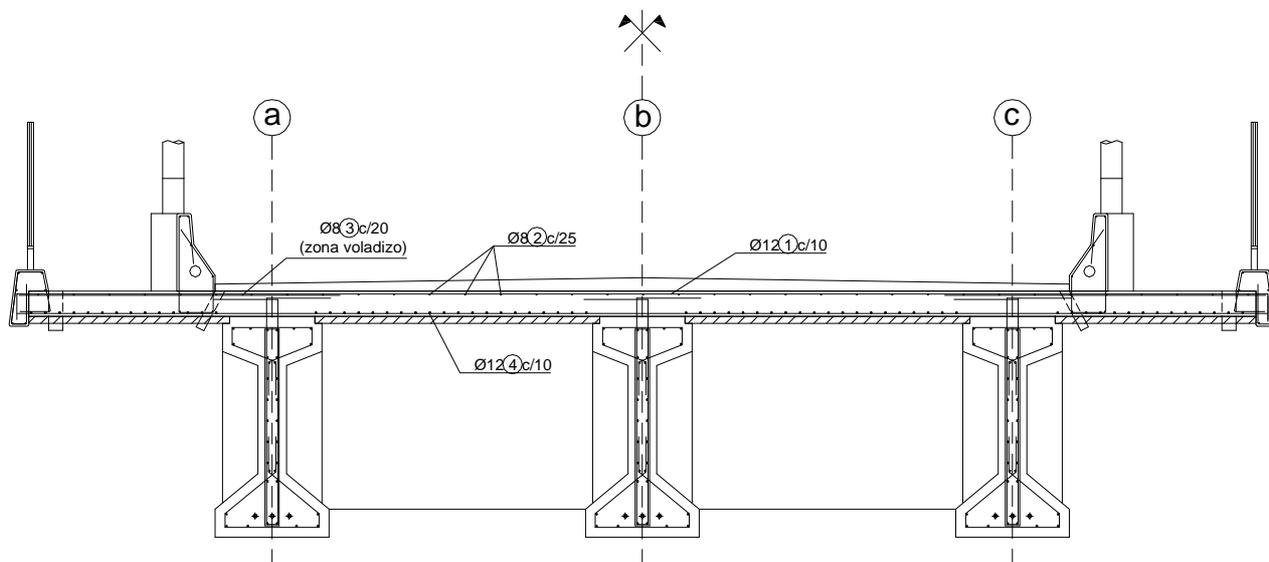


Figura 277: Vigas premoldeadas de puente con conectores para la construcción por etapas

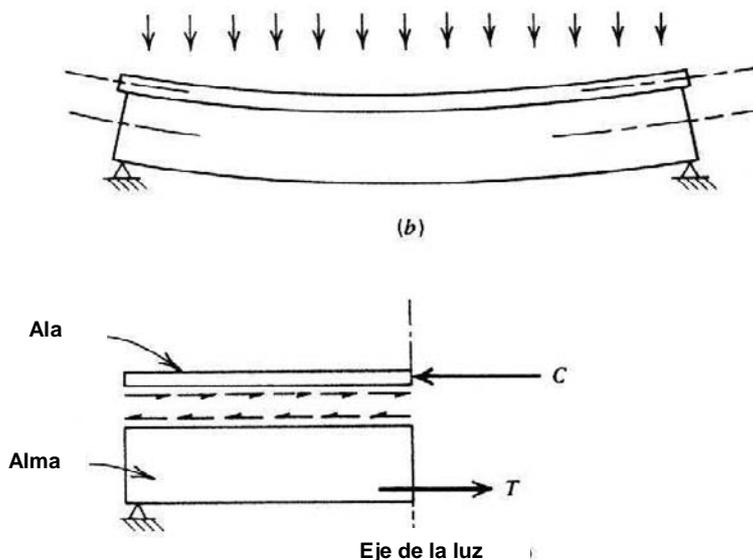


Figura 278: Tendencia al desplazamiento en un elemento construido por etapas

Si no se evita dicho deslizamiento relativo, el alma y el ala actuarán como dos vigas separadas, resistiendo cada una de ellas su parte de carga independientemente mediante flexión alrededor de sus propios ejes baricéntricos.

El desarrollo de la acción compuesta depende de impedir dicho deslizamiento. Para ello, deben existir medios para la transferencia de las fuerzas cortantes a través de la cara de contacto entre los dos componentes del miembro compuesto.

La resistencia al cortante a lo largo de la superficie de contacto se puede proporcionar mediante adhesión natural y fricción entre los hormigones del alma y el ala, colados en distintas etapas.

Es posible aumentar este efecto, si se mejora la rugosidad de la cara superior del alma.

Esto resulta suficiente en general, para aquellas vigas compuestas que poseen una amplia superficie de contacto. Los ensayos han confirmado que en miembros compuestos de este tipo, se encuentra garantizado el comportamiento como una unidad hasta la carga última.

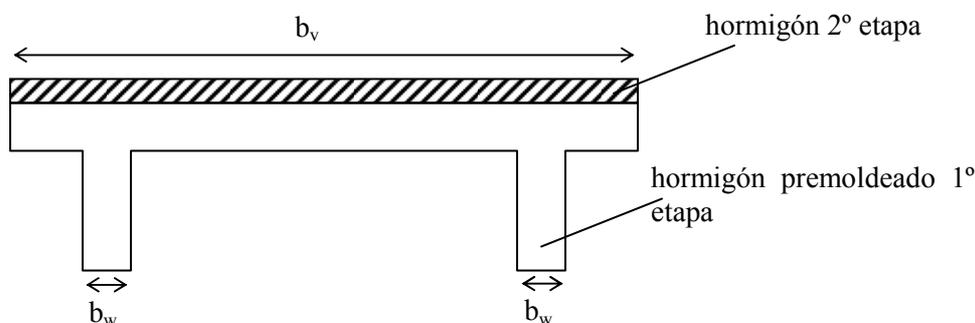


Figura 279: Ejemplo de bajas tensiones rasantes entre distintos tipos de hormigón

Como ejemplo del desarrollo de bajas tensiones rasantes τ_h , se puede citar un elemento con gran superficie de contacto entre hormigones de distintas etapas.

Para vigas con cargas importantes y con una menor superficie de contacto, los estribos verticales colocados en el alma de la viga para absorber los esfuerzos de corte, son prolongados hacia arriba y anclados en el ala (losa).



Figura 280: Proceso de armado de una losa de puente sobre vertedero de una presa, la que conforma con las vigas premoldeadas de la Figura 281, un puente viga. Se aprecian los conectores de viga incorporados a la losa. Se utilizan losetas premoldeadas como encofrado perdido.

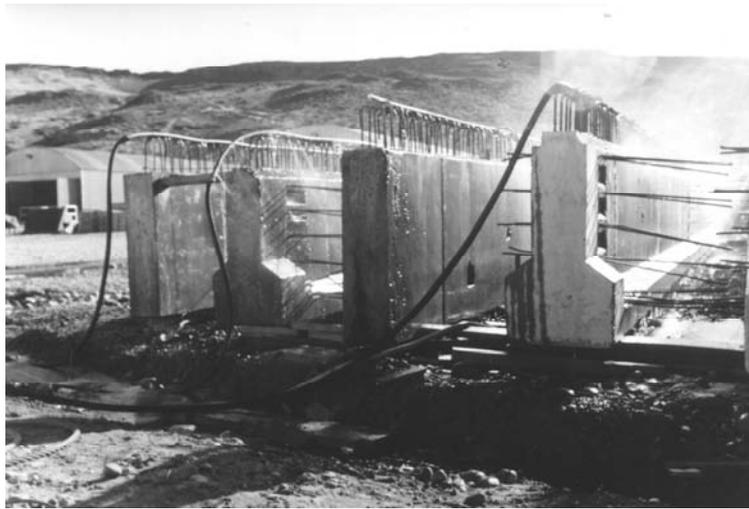


Figura 281: Vigas premoldeadas y armaduras de espera para construcción del puente de la Figura 280

Para una viga de comportamiento elástico y en Estado I, la intensidad del esfuerzo cortante horizontal debido a la flexión puede calcularse con la conocida expresión¹:

$$\tau_h = \frac{V \cdot Q}{I \cdot b_v}$$

V = fuerza cortante externa

Q = momento estático de toda la sección del área de compresión entre el plano horizontal considerado y la cara extrema en compresión

I = momento de inercia

b_v = ancho de la sección en donde evaluamos τ_h.

Es frecuente que el hormigón de la viga sea de diferente resistencia que el de la losa, por lo que en tal caso se utilizará el concepto de sección transformada y se diseñará como si la sección fuera de un solo tipo de hormigón.

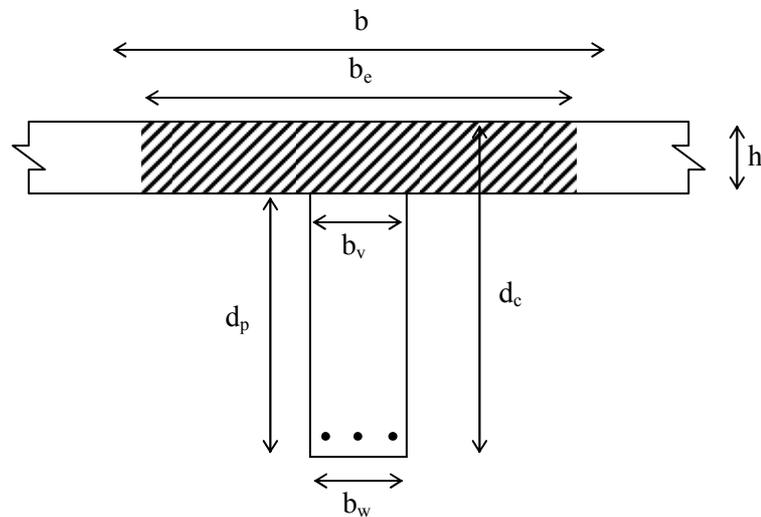


Figura 282: Nomenclatura de una sección compuesta de distinta clase de hormigón

d_c = altura útil sección compuesta

b = ancho colaborante viga placa

b_e = b / n_c

$$n_c = \frac{E_{cviga}}{E_{closa}}$$

n = E_s / E_{cv}

¹ Desarrollo en el Capítulo 16 del presente texto.

$$\tau_h = \frac{V \cdot Q}{I \cdot b_v}$$

Asumiendo como simplificación que el eje neutro de la sección coincide con la superficie de contacto losa – viga, tenemos:

$$Q = \frac{1}{2} \left(\frac{b}{n_c} \right) \cdot h_l^2 = n \cdot A_s \cdot (d_c - h_l)$$

$$I = \frac{1}{3} \left(\frac{b}{n_c} \right) \cdot h_l^3 + n \cdot A_s \cdot (d_c - h_l)^2$$

En consecuencia:

$$\frac{I}{Q} = \frac{2}{3} \cdot h_l + (d_c - h_l) = d_c - \frac{h_l}{3}$$

$$\tau_h = \frac{V \cdot Q}{I \cdot b_v} = \frac{V}{b_v} \cdot \frac{1}{d_c - \frac{h_l}{3}} \cong \frac{V}{b_v \cdot d_c}$$

De tal forma, y como una aproximación, es posible utilizar la expresión anterior para calcular la intensidad de las tensiones de corte rasantes:

$$\tau_h = \frac{V}{b_w \cdot d}$$

Con $F_r = \tau_h \cdot b_w$, fuerza rasante por unidad de longitud.

En base a lo anterior, se establecen los límites de V_{nh} en función de b_w y d según lo indicado en el CIRSOC 201/05.

$V_{nh} = fc$ (superficie de contacto, armadura que “cose” la superficie)

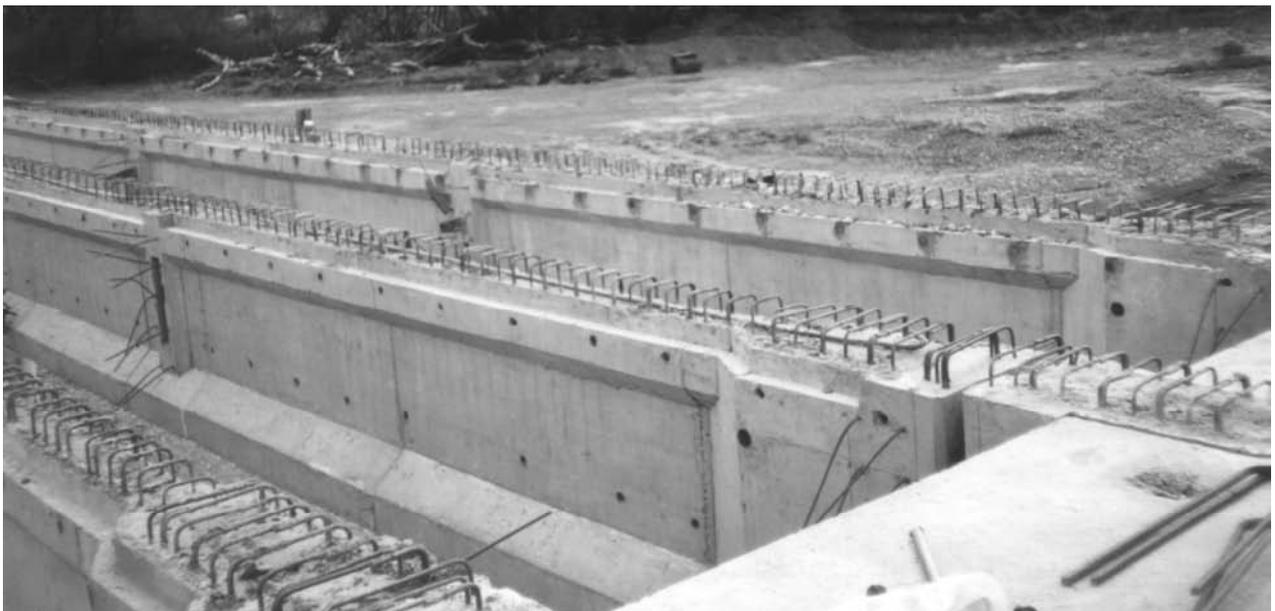


Figura 283: Vigas construidas en etapas para un puente sobre el río Limay



Figura 284: Puente sobre el Río Limay (obra concluida)

Prescripciones del CIRSOC 201/05

Art. 17.4.- Resistencia al corte vertical: cuando un elemento construido por etapas se diseñe para resistir en su totalidad el corte vertical, se realizará el mismo según lo visto oportunamente para el dimensionado al corte. Se debe cuidar que la armadura de corte quede debidamente anclada dentro de los elementos a vincular. Art. 17.4.3: la armadura de corte, debidamente prolongada y anclada, puede ser considerada como estribos para absorber el corte horizontal.

Resistencia al corte horizontal (Art. 17.5)

A fin de asegurar la transmisión completa de los esfuerzos de corte horizontales a través de las superficies de contacto entre los elementos de hormigón construidos en etapas, debe verificarse:

$$V_u \leq \phi V_{nh}$$

con V_{nh} calculado según lo indicado a continuación.

a) Cuando las superficies de contacto estén limpias, libres de lechada de cemento y se hayan hecho intencionalmente rugosas, la resistencia al corte V_{nh} será:

$$V_{nh} \leq 0,60 \cdot b_v \cdot d \text{ (en N)}$$

b) Cuando las superficies de contacto están limpias y libres de lechada pero, no se hayan hecho intencionalmente rugosas, pero se opte por colocar los estribos mínimos indicados en el Art. 17.6, la resistencia al corte será:

$$V_{nh} \leq 0,60 \cdot b_v \cdot d \text{ (en N)}$$

c) Cuando se coloquen los estribos mínimos según lo indicado en 17.6, y las superficies de contacto están limpias, libres de lechada y se hayan hecho intencionalmente rugosas con una amplitud aproximada de 5 mm, la resistencia al corte V_{nh} será:

$$V_{nh} = (1,80 + 0,60 \cdot \rho_v \cdot f_y) \cdot b_v \cdot d \leq 3,5 \cdot b_v \cdot d$$

d) Cuando el esfuerzo de corte mayorado, V_u , en la sección en estudio exceda el valor de $\phi \cdot 3,50 \cdot b_v \cdot d$, el diseño al corte horizontal se hará de acuerdo con lo indicado en corte por fricción.

Como alternativa a lo indicado en los puntos anteriores, se permite determinar el corte horizontal calculando la variación real del esfuerzo de compresión y de tracción en cualquier segmento, y transferir dicho esfuerzo como corte horizontal al elemento resistente. El esfuerzo de corte horizontal mayorado no debe exceder la resistencia al corte $\phi \cdot V_{nh}$, donde se debe sustituir el producto $b_v \cdot d$ por el área de la superficie de contacto A_c . Cuando los estribos para resistir el corte horizontal, se diseñen según el punto anterior, la relación entre el área de los estribos y su separación a lo largo del elemento, deben reflejar en forma aproximada, la distribución del esfuerzo de corte en el elemento.

Estribos de corte horizontal

Cuando se coloquen estribos para transmitir el corte horizontal, el área de estribos deberá ser mayor o igual que el valor exigido en el Art. 11.5.5.3 (Corte), y su separación no debe exceder de:

$$s \leq \begin{cases} 4 \text{ veces la menor dimensión del elemento soportado} \\ 400\text{mm} \end{cases}$$

Debe prestarse especial cuidado al anclado adecuado de los estribos dentro de los elementos vinculados.

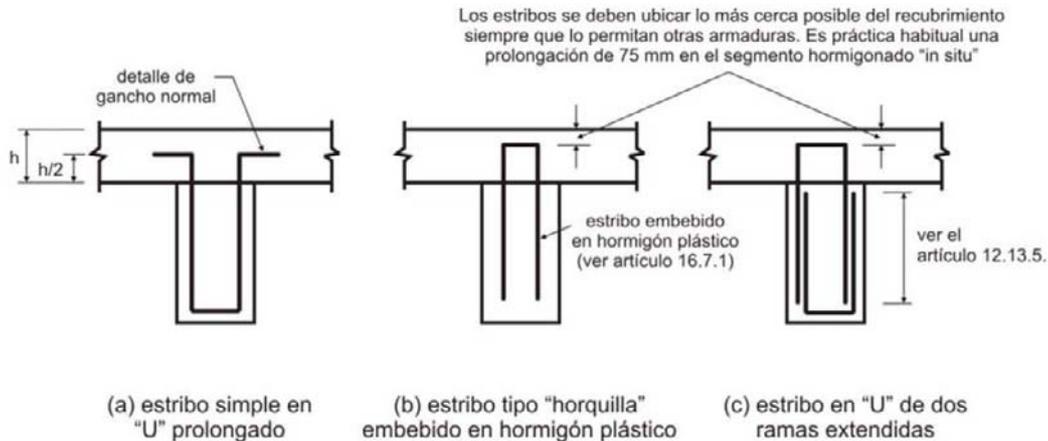


Figura 285: Estribos para corte horizontal (referencia 109)

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 53) Cálculo de la transferencia de corte de una losa in situ y una viga prefabricada

Para la construcción compuesta formada por una losa hormigonada in situ y una viga prefabricada, diseñar la transferencia de corte horizontal en la superficie de contacto entre ambas, para los dos casos indicados. Se asume que la viga es simplemente apoyada.

Caso 1) Se supone una distancia de 3 m entre ejes de vigas.

Losa:

$h_L = 120 \text{ mm}$

Viga:

$b_w = 250 \text{ mm}$

$h = 700 \text{ mm}$

$d = 640 \text{ mm}$

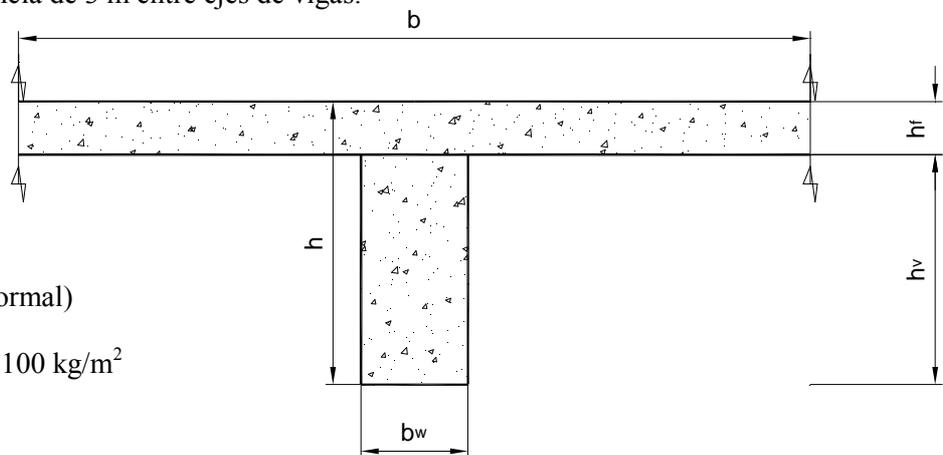
$l = 6 \text{ m}$

$l_i = 3 \text{ m}$ (zona de influencia)

Hormigón H-25 (densidad normal)

Acero ADN 42/50

L (sobrecarga de servicio) = 100 kg/m^2



Análisis de cargas

Peso propio:

Viga..... $0,25 \text{ m} \cdot (0,70 \text{ m} - 0,12 \text{ m}) \cdot 2500 \text{ kg/m}^3 = 362,5 \text{ kg/m}$

Losa..... $0,12 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} \cdot 2500 \text{ kg/m}^3 = 900 \text{ kg/m}$

Carpeta y alisado..... $0,06 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} \cdot 2000 \text{ kg/m}^3 = 360 \text{ kg/m}$

Total..... 1623 kg/m

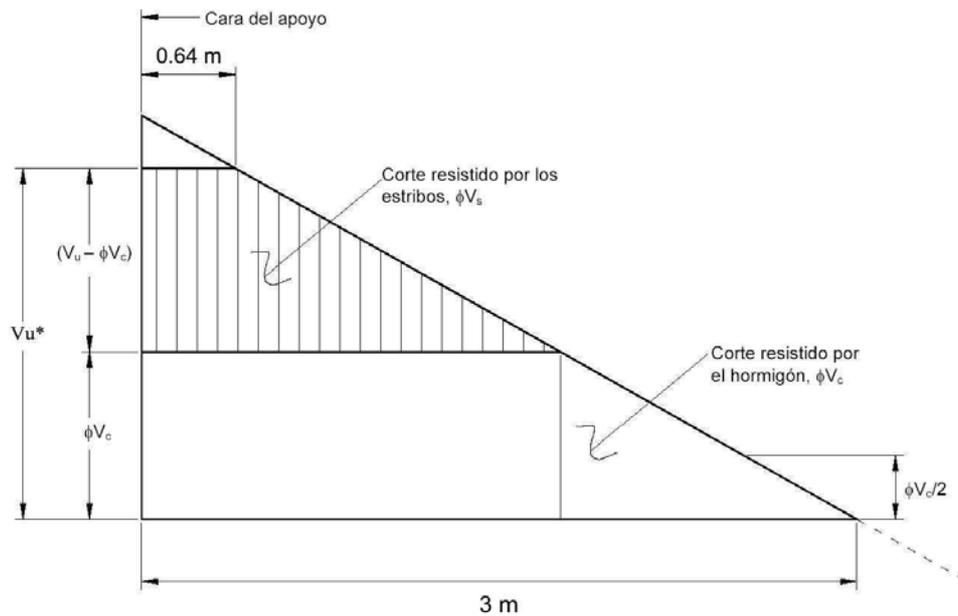
$L = 100 \text{ kg/m}^2$

$L = 100 \text{ kg/m}^2 \cdot 3 \text{ m} = 300 \text{ kg/m}$

$$V_u = (1,20 \cdot D + 1,60 \cdot L) \cdot l / 2$$

$$V_u = (1,20 \cdot 1623 \text{ kg/m} + 1,60 \cdot 300 \text{ kg/m}) \cdot 6 \text{ m} / 2 = 7283 \text{ kg} = 72,83 \text{ KN}$$

$$V_{ud} = (3 \text{ m} - 0,64 \text{ m}) / 3 \text{ m} \cdot V_u = 5724 \text{ kg} = 57,24 \text{ KN}$$



Resistencia al corte horizontal

$$V_u \leq \phi V_{nh}$$

Nota: para cualquier condición, a), b) o c), antes de colocar el hormigón in situ de la losa, la superficie de la viga prefabricada debe estar limpia y libre de lechada de cemento.

Asumamos que no se han hecho intencionalmente rugosas las superficies, pero, sí se optó por colocar estribos mínimos indicados en el Art. 17.6.

$$V_{nh} \leq 0,60 \cdot b_v \cdot d$$

$$V_{nh} \leq 0,60 \cdot 250 \text{ mm} \cdot 640 \text{ mm} = 96000 \text{ N}$$

$$V_{nh} = 96 \text{ KN}$$

$$\phi V_{nh} = 72 \text{ KN} > V_u$$

Los estribos a colocar deben cumplir:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 1,984 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Se adopta $\phi 8$ c/25 cm

$$\frac{A_v}{s} = \frac{2,0,50 \text{ cm}^2}{0,25 \text{ m}} = 4 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$s \leq \begin{cases} 4 \text{ veces la menor dimensión del elemento soportado} = 4 \cdot 120 \text{ mm} = 480 \text{ mm} \\ 400 \text{ mm} \end{cases} \quad (\text{verifica})$$

Deberá verificar el estriado para el corte y al anclar adecuadamente cubrir ambos cortantes con la armadura de estribos adoptada. Para ello, comparamos con los estribos requeridos para la armadura de corte vertical requerida en el extremo:

$$V_{ud} = 5724 \text{ kg} = 57,24 \text{ KN}$$

$$V_c = \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = \frac{1}{6} \sqrt{25 \text{ MPa}} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 0,64 \text{ m} \cdot 1000 = 133,3 \text{ KN} > V_{ud}$$

Sólo requiere entonces de armadura de corte mínima, por lo que verifica también la colocada.

Caso 2) Supongamos ahora que la luz de la viga es de 8 m y que la superficie de influencia entre vigas resulta con una luz de 4 m. La sobrecarga de servicio es de 700 kg/m² (se supone un entrepiso industrial).

Análisis de cargas

Peso propio:

$$\text{Viga} \dots\dots\dots 0,25 \text{ m} \cdot (0,70 \text{ m} - 0,12 \text{ m}) \cdot 2500 \text{ kg/m}^3 = 362,5 \text{ kg/m}$$

$$\text{Losa} \dots\dots\dots 0,12 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} \cdot 2500 \text{ kg/m}^3 = 1200 \text{ kg/m}$$

$$\text{Carpeta y alisado} \dots\dots\dots 0,06 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} \cdot 2000 \text{ kg/m}^3 = 480 \text{ kg/m}$$

$$\text{Total} \dots\dots\dots 2043 \text{ kg/m}$$

$$L = 700 \text{ kg/m}^2 \cdot 4 \text{ m} = 2800 \text{ kg/m}$$

$$V_u = (1,20 \cdot D + 1,60 \cdot L) \cdot l / 2$$

$$V_u = (1,20 \cdot 20,43 \text{ KN/m} + 1,60 \cdot 28,00 \text{ KN/m}) \cdot 8 \text{ m} / 2 = 277,3 \text{ KN}$$

$$V_{ud} = (8 \text{ m} - 0,64 \text{ m}) / 8 \text{ m} \cdot V_u = 255,1 \text{ KN}$$

$$\phi V_{nh} = 72 \text{ KN} < V_u \text{ (no verifica)}$$

En tal caso, se realizará el diseño de acuerdo a lo realizado en “corte por fricción”, el corte a lo largo de la superficie de contacto entre la viga y la losa es resistido por armadura de corte a fricción que atraviesa la superficie de contacto y es perpendicular a la misma. La separación de estribos debería ser variable y estar basada en la distribución real de corte horizontal. El siguiente método se plantea en la referencia 97). Convirtiendo el esfuerzo de corte mayorado en una tensión unitaria, la tensión de corte horizontal mayorada a una distancia d del extremo del tramo es:

$$\tau_{uh} = \frac{V_u}{b_v \cdot d} = \frac{255,1 \text{ KN}}{0,25 \text{ m} \cdot 0,64 \text{ m}} = 1594,5 \text{ KN/m}^2$$

Asumimos que el corte horizontal es uniforme por metro de longitud, de manera que la fuerza de transferencia de corte para el primer metro de longitud es:

$$V_{uh} = 1594,5 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 398,6 \text{ KN}$$

$$V_{uh} \leq \phi V_n = \phi \cdot A_{vf} \cdot f_y \cdot \mu$$

$$\mu = 0,60 \cdot \lambda = 0,60 \cdot 1 = 0,60$$

$$A_{vf} = \frac{V_{uh}}{\phi \cdot f_y \cdot \mu} = \frac{398,6 \text{ KN}}{0,75 \cdot 42 \text{ KN/cm}^2 \cdot 0,60} = 21,1 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Adopto $\phi 10$ c/7 cm

$$\frac{A_v}{s} = \frac{20,79 \text{ cm}^2}{0,07 \text{ m}} = 22,4 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Verificación:

$$V_n \leq \begin{cases} 0,20 \cdot f'_c \cdot A_c = 0,20 \cdot 25 \text{ MPa} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 1250 \text{ KN} \\ 5,50 \cdot A_c = 5,50 \cdot 250 \text{ mm} \cdot 1000 \text{ mm} = 1375 \text{ KN} \end{cases} \text{ (verifica)}$$

Con el mismo procedimiento debería determinar el área de estribos necesarios cada metro, hasta el centro de la luz.

Comentario

Antiguamente² se aceptaba el siguiente criterio: determinar la fuerza total de compresión por flexión (C) o de tracción por flexión (T), la máxima fuerza cortante que se puede transferir entre las secciones de momento máximo y nulo, y a la armadura requerida la calculamos con la teoría de cortante por fricción.

Carga última: 69,3 KN/m

$$M_u = q \cdot l^2 / 8 = 554,5 \text{ KNm}$$

$$b = b_w + b_{izq} + b_{der} = 217 \text{ cm}$$

² Ver referencia 46)

$$b \leq l / 4 = 200 \text{ cm}$$

Se adopta 200 cm

$$M_n = M_u / \phi = 616,1 \text{ KNm}$$

$$m_n = \frac{M_n}{f_c^* \cdot b \cdot d^2} = \frac{616,1 \text{ KNm}}{21250 \text{ KN/m}^2 \cdot 2 \text{ m} \cdot (0,64 \text{ m})^2} = 0,035$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,036$$

$$K_a < \frac{h_f}{d} = \frac{0,12 \text{ m}}{0,64 \text{ m}} = 0,1875 \text{ (verifica)}$$

$$A_s = K_a \cdot f_c^* \cdot b \cdot d / f_y = 0,036 \cdot 21,25 \text{ MPa} \cdot 200 \text{ cm} \cdot 64 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 23,3 \text{ cm}^2$$

Se adopta $5\phi 25 \text{ mm} = 24,55 \text{ cm}^2$

$$T = A_s \cdot f_y = 24,55 \text{ cm}^2 \cdot 4200 \text{ kg/cm}^2 = 103110 \text{ kg} = 1031,1 \text{ KN}$$

$$A_{vf} = \frac{V_{uh}}{\phi \cdot f_y \cdot \mu} = \frac{103110 \text{ kg}}{0,75 \cdot 4200 \text{ kg/cm}^2 \cdot 0,60} = 54,55 \text{ cm}^2$$

$$A_{vf} = 54,55 \text{ cm}^2 / 4 \text{ m} = 13,64 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (uniforme en toda la viga)}$$

Se observa que para el primer metro el cálculo más preciso arrojó $21,1 \text{ cm}^2/\text{m}$. Habría un defecto de armadura rasante a colocar en dicha zona, lo que no es permitido por el CIRSOC 201/05³. En el resto de la viga, la armadura rasante obtenida sería en exceso. El presente método brinda una primera y rápida idea de valores.

Criterio de las especificaciones AASHTO-LRFD/04

En la zona de contacto entre hormigones ejecutados en distintas etapas en vigas compuestas, en las que, en general, se ejecuta previamente la zona inferior del alma y talón de la viga, y posteriormente el tablero o la losa (cabeza comprimida), a fin de asegurar el trabajo monolítico de la pieza, se deben desarrollar fuerzas horizontales de corte (V_h) a través de la superficie de contacto de ambos hormigones de primera y segunda etapa. Planteado el equilibrio de un segmento de la pieza en estado límite, se puede expresar el valor por unidad de longitud de esta fuerza como:

$$V_h = \frac{V_u}{d_e}$$

donde:

V_h = corte horizontal por unidad de longitud de la viga (N).

V_u = corte vertical mayorado.

d_e = distancia entre el baricentro de la armadura traccionada y el centro del bloque comprimido de la losa (mm).

³ El CIRSOC 201/05 no lo permite en función de considerar que para el valor de resistencia máxima de corte horizontal en la superficie de contacto entre hormigones de distintas etapas, la posibilidad de redistribución longitudinal de la resistencia al corte horizontal es muy limitada.

La ecuación superior brinda una buena aproximación tanto para piezas fisuradas como para piezas en Estado I, es decir, no fisuradas.

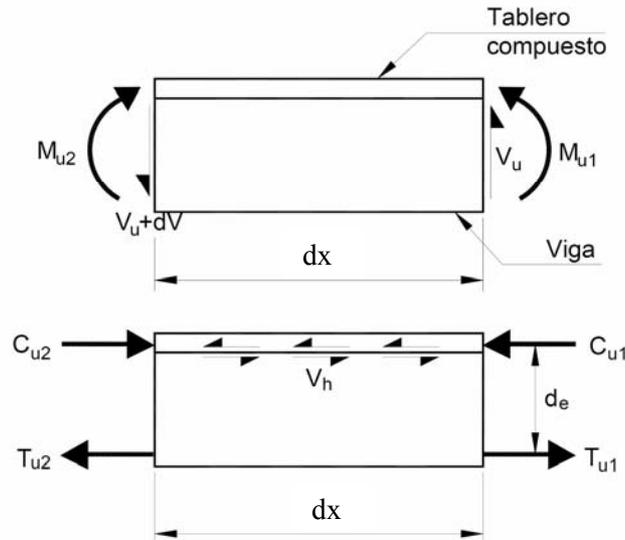


Figura 286: Diagrama de cuerpo libre de una viga premoldeada

Planteando las ecuaciones de equilibrio para el elemento de la figura, nos queda:

$$M_{u2} = M_{u1} + V_u \cdot dx$$

$$C_{u2} \cong M_{u2} / d_e$$

$$C_{u1} \cong M_{u1} / d_e$$

Reemplazando:

$$C_{u2} \cong M_{u1} / d_e + V_u \cdot dx / d_e$$

Como:

$$V_h = C_{u2} - C_{u1}$$

$$V_h = \frac{V_u \cdot dx}{d_e}$$

Para un elemento de longitud unitaria:

$$V_h = \frac{V_u}{d_e} \quad (I)$$

Considerando b_v el ancho del alma de la viga (mm), si reemplazamos en la ecuación (I), por el área de la zona de contacto entre ambos hormigones, la resistencia nominal al corte horizontal por unidad de longitud, se puede considerar como:

$$V_{nh} = c \cdot A_{cv} + \mu \cdot [A_{vf} \cdot f_y + P_c] \quad (II)$$

La expresión (II) supone que la resistencia al corte en la zona de interfase es función de la cohesión y la fricción, en donde:

V_{nh} = resistencia nominal al corte en el plano de la interfase (N), según el criterio de la AASHTO-LRFD. Cabe aclarar que para determinar la resistencia nominal con este criterio, deberán aplicarse los correspondientes factores de reducción y coeficientes de mayoración de cargas establecidas en la AASHTO-LRFD (referencia 61).

A_{cv} = área de hormigón que actúa en la transferencia de corte (mm^2).

A_{vf} = área de armadura de corte que atraviesa el plano de corte (mm^2).

f_y = resistencia del acero a fluencia (MPa).

c = factor de cohesión (MPa).

μ = coeficiente de fricción.

P_c = fuerza de compresión permanente neta normal al plano de corte (N), si es de tracción, $P_c=0$.

f'_c = resistencia característica del hormigón más débil de la unión (MPa).

La resistencia nominal al corte horizontal deberá verificar:

$$V_{nh} \leq 0,20 \cdot f'_c \cdot A_{cv}$$

$$V_{nh} \leq 5,50 \cdot A_{cv}$$

Estos son los valores límites para los cuales la expresión de V_{nh} concuerda con los ensayos.

La sección de armadura mínima por unidad de longitud debe cumplir:

$$A_{vf} \geq \frac{0,35 \cdot b_v}{f_y}$$

con:

b_v = ancho de la zona de hormigón de la interfase (mm)

Este requisito puede obviarse si resulta:

$$\frac{V_n}{A_{cv}} < 0,70 \text{ MPa}$$

De presentarse una fuerza neta de tracción en el plano de interfase requerirá una armadura adicional para tomarla.

Parámetros de cohesión y fricción

a) Para hormigón colocado en forma monolítica

$$c = 1,0 \text{ MPa.}$$

$$\mu = 1,40 \lambda.$$

b) Para hormigón colocado contra una superficie limpia de hormigón de primera etapa, de dársele una rugosidad intencional a dicha superficie de 6 mm de amplitud:

$$c = 0,52 \text{ MPa.}$$

$$\mu = 0,60 \lambda.$$

c) Para hormigón colocado contra una superficie limpia de primera etapa, sin rugosidad intencional, vinculando ambos hormigones con armadura debidamente anclada:

$$c = 0,17 \text{ MPa.}$$

$$\mu = 0,70 \lambda.$$

Los valores de λ son función de la densidad del hormigón:

a) Para hormigón normal: $\lambda = 1$.

b) Para hormigón con agregados livianos y arena: $\lambda = 0,85$.

c) Para todos los demás hormigones de baja densidad: $\lambda = 0,75$.

Capítulo 21

Torsión

El estudio del fenómeno de torsión no tuvo mayores avances durante la primera mitad del siglo, debido a que el método de diseño por entonces utilizado, el “método elástico”, era en general conservador y conducía al diseño de secciones tales que absorbían las solicitaciones derivadas de la torsión sin mayores inconvenientes. Al emplearse como criterio de diseño el “método de rotura” y desarrollarse poderosos sistemas de ayuda para el diseño por medio de softwares específicos, las dimensiones de las secciones se han ido reduciendo paulatinamente en forma considerable, lo que ha motivado que la torsión sea evaluada con más atención, fundamentalmente para prevenir comportamientos inadecuados en servicio (fisuración) y para tener un coeficiente de seguridad coherente con los conceptos de diseño en general.

Debemos señalar que es muy poco frecuente encontrar elementos de hormigón armado solicitados sólo a torsión, pues en general la torsión se presenta acompañada de flexión y corte. No obstante, según el estado actual de los conocimientos, dada la complejidad de la interacción entre dichas solicitaciones y las dificultades de establecer expresiones de uso sencillo que las interpreten, el Código ACI evalúa cada solicitación en forma independiente y sólo verifica que las tensiones τ derivadas de la torsión y corte en forma conjunta no superen determinados límites, de manera de evitar fisuraciones inadmisibles y para impedir la falla de las bielas comprimidas de hormigón, según veremos a continuación.

Orígenes de la torsión; compatibilidad y equilibrio

En la mayoría de los casos la torsión se presenta derivada del monolitismo de las estructuras de hormigón, por compatibilidad de las deformaciones, en estos casos, la torsión no ocasiona el colapso de la estructura pero sí puede generar un cuadro de fisuración severo.

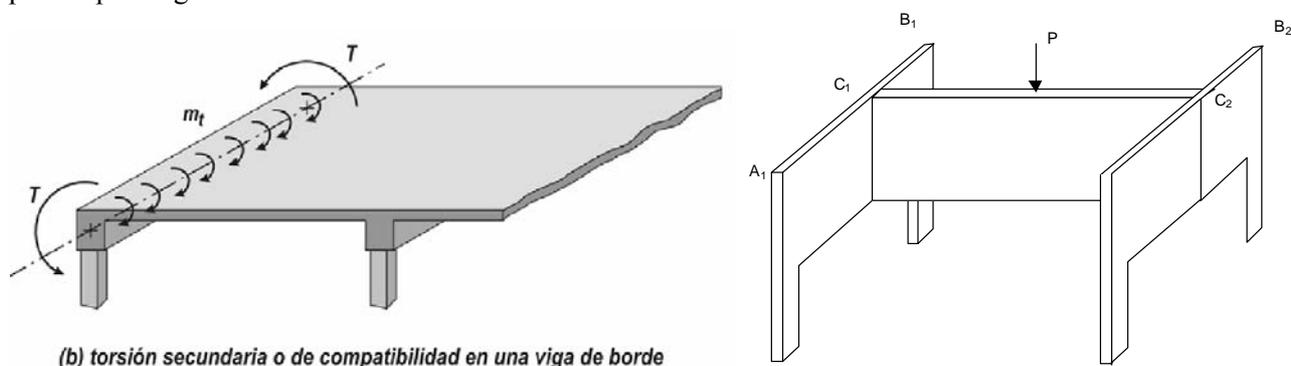
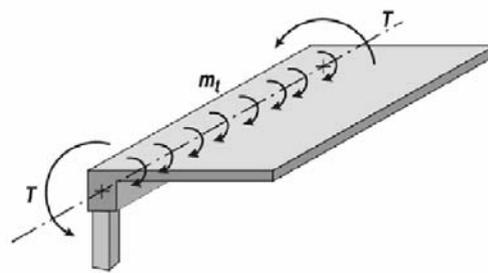


Figura 287: Torsión de compatibilidad (adaptado referencia 109)

Un caso típico de torsión por compatibilidad se presenta en una viga de borde de un entrepiso de hormigón, en donde el empotramiento parcial (restricción del giro) de la losa, originada por dicha viga, genera momentos torsores en la misma. Si observamos que cuando la pieza se fisura (pasa al estado II) y consideramos a la viga armada con estribos rectos y armadura longitudinal, la rigidez a la torsión disminuye de 5 a 8 veces respecto de la rigidez a la flexión, por tanto, estos momentos torsores de compatibilidad disminuyen considerablemente al producirse las fisuras en la pieza, lo que motiva que en general puedan ser despreciados.

Por el contrario, en la torsión originada por cargas actuantes, “torsión de equilibrio”, los momentos torsores no pueden ser ignorados, pues pueden conducir al colapso de la viga.



(a) torsión primaria o de equilibrio en una losa en voladizo

Figura 288: Torsión de equilibrio (adaptado referencia 109)

Ejemplos de piezas sometidas a torsión

- Vigas que soportan marquesinas o balcones.
- Viga con muros excéntricos, con zonas impedidas de rotar.
- Vigas medianeras que vinculen zapatas individuales, en las cuales el momento torsor surge cuando la viga se ve impedida de rotar libremente, por algún motivo restrictivo.
- Vigas con planta curva (balcones, autopistas elevadas, etc.), zapatas corridas de fundación curva (bases de tanques elevados).
- Columnas con ménsulas cortas (soportes de puente grúa), postes de líneas de transmisión de energía, de alumbrado, etc.
- Vigas con ménsula
- Vigas de puente tipo cajón, donde el momento torsor surge cuando la sobrecarga móvil se ubica de un lado del eje de la viga.
- Otras.

Comportamiento en estado I

Bajo reducidas solicitaciones de torsión, las piezas de hormigón armado trabajan en estado I. En tanto se encuentre el elemento en Estado I, la presencia de armaduras no modifica prácticamente el comportamiento de la pieza. Ello dado que el aporte de las armaduras en función de la compatibilidad de las deformaciones con el hormigón traccionado en Estado I es despreciable, y casi no difiere de un elemento equivalente de hormigón simple. La relación entre el esfuerzo T y el ángulo específico de torsión se mantiene lineal. Pueden aplicarse en tal situación los conceptos desarrollados en resistencia de los materiales para aquellos materiales homogéneos y elásticos sometidos a torsión pura.

Solicitada una barra circular a un momento torsor extremo, observaremos si dibujamos una cuadrícula sobre la superficie de la barra previamente a la acción del mismo, que luego de la aplicación de la solicitación, la red rectangular se transforma en una red compuesta por paralelogramos.

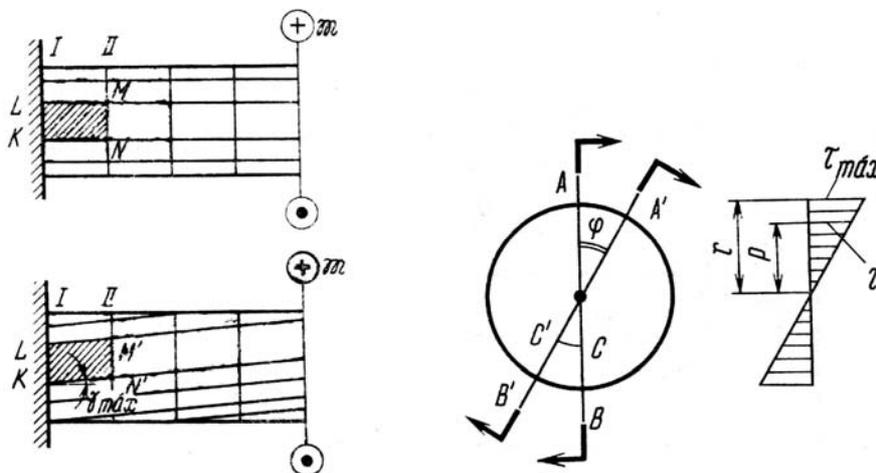


Figura 289: Barra circular sometida a torsión pura

Podemos deducir entonces que en las secciones transversales de la barra existen tensiones tangenciales y a consecuencia de la ley de reciprocidad de las tensiones tangenciales, también aparecerán tensiones τ en las secciones longitudinales.

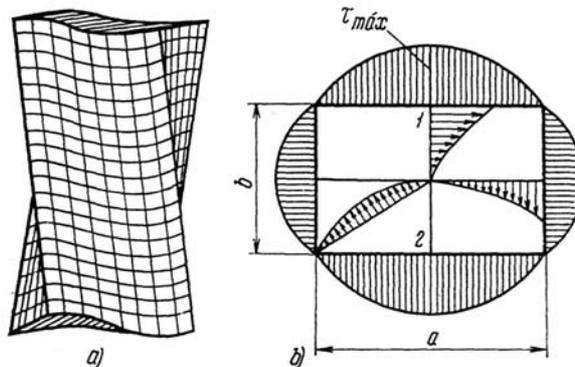
Se observa asimismo, que la distancia entre las circunferencias I y II, por ejemplo, no varía, es decir, la longitud de la barra se mantiene invariable, por tanto no hay presentes tensiones normales.

Esta torsión libre, o sin restricciones, se denomina “torsión de Saint Venant”, y origina un sistema de tensiones principales $\sigma_I = \sigma_{II} = \tau$, inclinadas a 45° y 135° respectivamente. Las tensiones principales tienen trayectorias en forma de espiral respecto del eje de la barra y adoptan su valor máximo en la superficie.

Si ahora se somete a una barra de sección rectangular a un momento torsor en el extremo, observaremos que las secciones ya no permanecen planas sino que se alabea (curvan), por lo que si este alabeo no es restringido no se originarán en las secciones transversales tensiones normales.

De restringirse dicha deformación según el eje de la barra, se presentarán tensiones de este tipo con valores máximos donde se restringe el alabeo, y disminuyendo a partir de allí rápidamente las tensiones según la rigidez a torsión y la esbeltez de la barra. Estas tensiones originan fisuras en los elementos de hormigón armado y dado que al pasar al Estado II, se reducen en forma considerable, no son de gran importancia en lo que respecta a la capacidad portante de la pieza.

Se sugiere en la bibliografía colocar una armadura para control de la fisuración en la zona perturbada. Se observa que las tensiones tangenciales máximas se presentan en el centro de la cara mayor, la solución analítica para obtener su valor máximo resulta de la expresión I.



$$\tau = \frac{T}{\alpha \cdot b^2 \cdot a} \quad (I)$$

$$0,20 < \alpha < 0,33$$

$$W_t = \alpha \cdot b^2 \cdot a$$

$$\alpha = \frac{1}{3 + 1,8 \cdot \frac{a}{b}}$$

Tensiones en piezas macizas y huecas en Estado I

La expresión dada anteriormente, se deduce de la teoría de la elasticidad y es válida para secciones rectangulares pero puede aplicarse a otro tipo de secciones compuestas por rectángulos, tales como secciones T o secciones L, en donde J_{TOR} será:

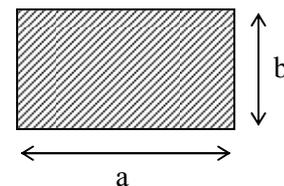
$$J_{TOR} = 1/3 \cdot \Sigma b^3 \cdot a$$

Para secciones huecas se utiliza la fórmula de Bredt:

$$\tau = \frac{T}{2 \cdot A \cdot t}$$

con:

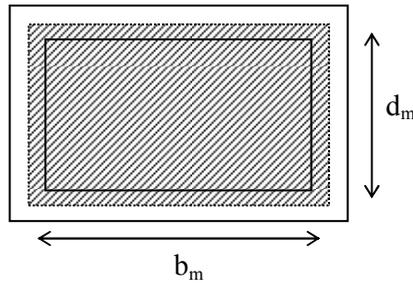
$$A = b_m \cdot d_m$$



Por lo que la ecuación queda como:

$$\tau = \frac{T}{2 \cdot b_m \cdot d_m \cdot t_{min}}$$

t_{min} = espesor mínimo de la pared hueca



Para secciones huecas de pared delgada se puede aceptar que la tensión tangencial τ permanece constante en el espesor de la pared. Es posible demostrar que si el espesor de la pared es variable, el producto de la tensión tangencial por dicho espesor es una constante.

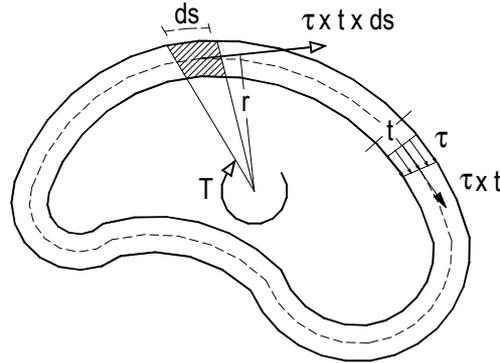


Figura 290: Torsión en secciones huecas de pared con espesor variable (referencia 111)

con:

t = espesor variable

$$\tau_a \cdot t_a = \tau_b \cdot t_b$$

Denominándose “flujo de corte” (q) al producto:

$$q = \tau \cdot t = \text{constante}$$

Multiplicando la tensión media τ por el espesor t por el elemento de diferencial ds , se obtiene una fuerza tangente a la curva media del espesor para cada punto. El producto de la fuerza por su distancia al centro de la sección r , da como resultado un diferencial de momento torsor, por tanto:

$$dT = \tau \cdot t \cdot ds \cdot r$$

Integrando, obtenemos:

$$T = \int_A \tau \cdot r \cdot dA$$

con:

$$dA = t \, ds$$

Por lo que:

$$T = \int_A \tau \cdot r \cdot t \, ds$$

Dado que asumimos que:

$$\tau \cdot t = \text{constante}$$

la expresión se simplifica de la manera:

$$T = \int_A \tau \cdot r \cdot t \, ds = \tau \cdot t \int_A r \, ds = \tau \cdot t \cdot 2 \cdot A$$

Llegando a la expresión de Bredt:

$$\tau = \frac{T}{2 \cdot A \cdot t}$$

Con A el área encerrada por el perímetro medio de la sección transversal.

Comportamiento de la pieza de hormigón armado en Estado II

Al incrementar paulatinamente el momento torsor, se llegará a un valor denominado momento torsor crítico T_{cr} que origina la primera fisura en el hormigón, fisura que se producirá en el centro de una de las caras largas para la sección rectangular, con una inclinación de aproximadamente 45° con el respecto al eje de la pieza.

Observando la curva torsión vs. ángulos específicos de torsión, se produce un escalón horizontal en correspondencia con el momento torsor crítico o de fisuración T_{cr} . La rigidez torsional de la pieza disminuye sensiblemente al pasar al estado II, produciéndose un cambio en el mecanismo resistente de la pieza y comenzando a trabajar efectivamente las armaduras dispuestas para tomar torsión. Este nuevo mecanismo resistente se aparta considerablemente del estado resistente interno que establece la Teoría de Saint Venant. Para este nivel de sollicitación, no resulta factible aproximar la relación torsión / giro como lineal, por ello, como se verá más adelante, cobra importancia determinar el valor de T_{cr} .

La pérdida marcada de rigidez torsional, tiene una fuerte incidencia en la distribución de esfuerzos en estructuras hiperestáticas (torsión de compatibilidad).

Tensiones τ en piezas de hormigón armado fisuradas

Se ha demostrado por medio de ensayos que luego de aparecer las fisuras en espiral a 135° debidas a un momento torsor en secciones armadas con barras longitudinales y estribos en la superficie, continuaba colaborando una lámina de poco espesor de hormigón perimetral. Esto se pudo apreciar por ejemplo en los ensayos realizados en Alemania en donde las barras macizas de sección cuadrada, al trabajar en estado II, presentaban un diagrama de deformaciones y tensiones en las armaduras del mismo orden que la sección hueca equivalente.

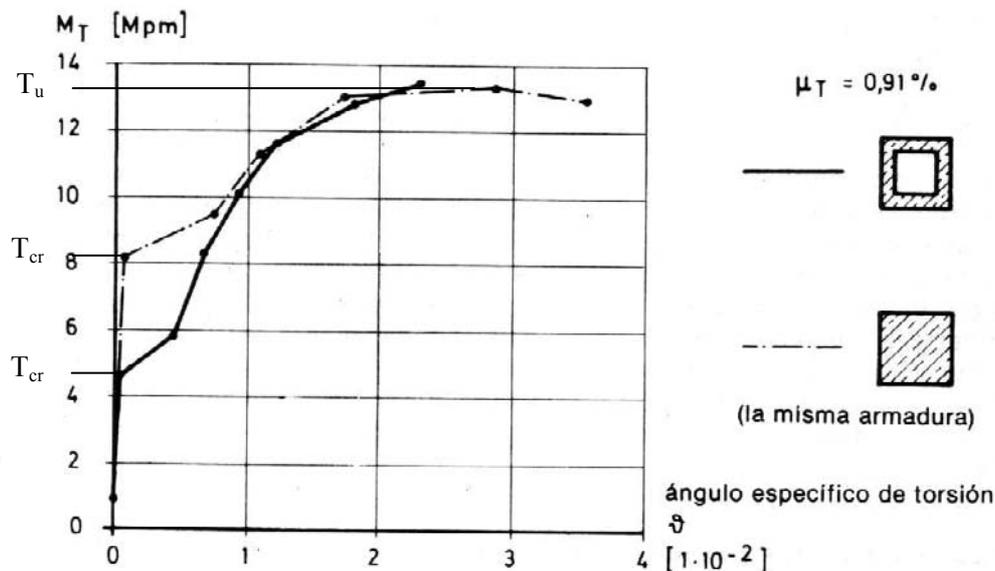


Figura 291: Torsión en vigas de sección llena y hueca (adaptado referencia 63)

Se observa por tanto, que para secciones macizas trabajando en estado II, es factible calcular las tensiones adoptando como modelo una sección hueca equivalente.

Desde comienzos de siglo Mörsch, realizó una serie de ensayos comparativos sobre piezas de hormigón cilíndricas solicitadas a torsión pura. De los mismos, pudo constatar que al colocar una sola armadura en la pieza, sólo armadura longitudinal o sólo armadura transversal, no se lograba aumentar la capacidad portante del elemento, aumentando sólo la capacidad si se colocaban ambas armaduras en el elemento, a 0° y 90° del eje del mismo, de tal forma de generar un mecanismo que pudiera absorber las tensiones principales de tracción.

Naturalmente, los mejores resultados se obtuvieron con armaduras helicoidales que seguían las trayectorias de las tensiones principales de tracción. Asimismo, de ensayos posteriores, se pudo verificar que la tensión en los estribos permanece constante a lo largo de la totalidad de su longitud, lo cual no se condice con la teoría de Saint Venant e indica el cambio interno del mecanismo resistente.

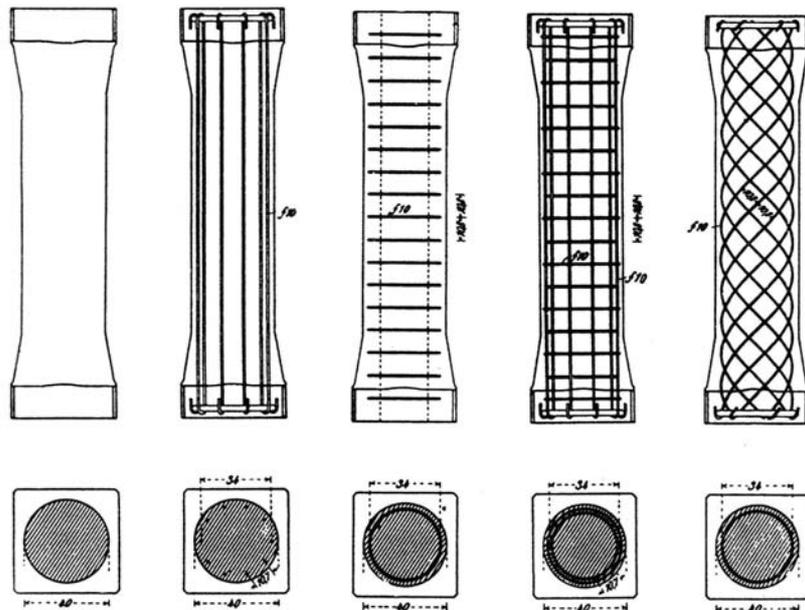


Figura 292: Elementos ensayados por Morsch

Analogía del reticulado espacial a torsión

En base a los conceptos expuestos, se planteará el modelo de cálculo que se adoptará para determinar las armaduras necesarias y controlar así las tensiones en las bielas comprimidas de hormigón.

Los resultados de los ensayos indican que es posible utilizar la analogía del tubo de pared delgada, tanto para piezas macizas como para elementos huecos.

Por tanto, a los efectos del diseño, de manera conservadora, se desprecia el núcleo de la sección en las vigas macizas, idealizándolas como tubos de pared delgada.

Podemos considerar a las tensiones debidas al momento torsor constantes en el espesor del tubo, por lo que el momento torsor aplicado genera un flujo de corte $q = \tau \cdot t$ que debe equilibrar dicho momento:

$$q = \tau \cdot t$$

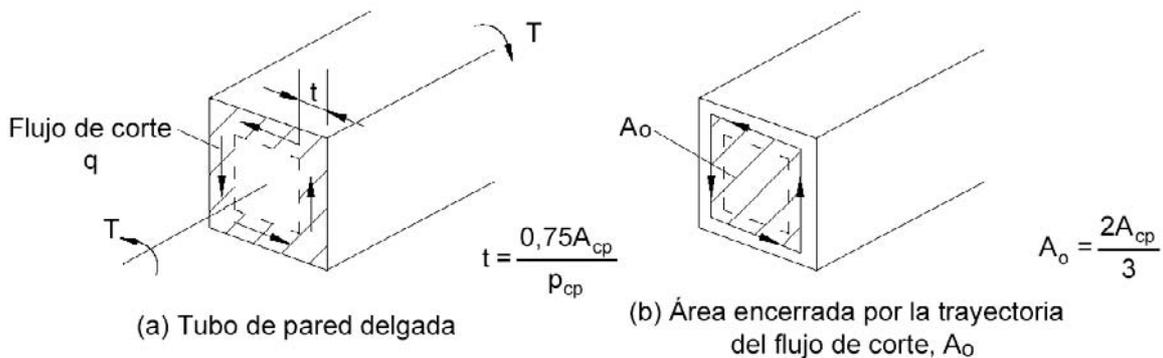


Figura 293: Diagramas de áreas para una pieza sometida a torsión (referencia 97)

A_{cp} = área encerrada por el perímetro exterior de la sección transversal de hormigón.

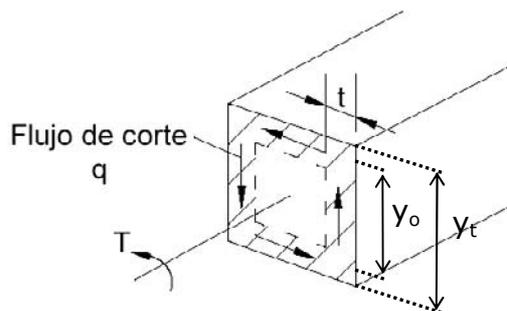


Figura 294: Flujo de corte en una pieza sometida a torsión (adaptado referencia 97)

A_0 = área encerrada por la línea en la mitad del espesor de las paredes del tubo.

$$A_0 = x_0 \cdot y_0 T = 2 \cdot (q \cdot x_0 \cdot y_0 / 2) + 2 \cdot (q \cdot x_0 / 2 \cdot y_0) = 2 \cdot q \cdot x_0 \cdot y_0$$

$$T = 2 \cdot q \cdot A_0$$

La tensión de corte resulta por lo tanto:

$$\tau_t = \frac{T}{2 \cdot A_0 \cdot t}$$

Podemos idealizar el mecanismo resistente como un reticulado espacial en donde los elementos diagonales presentan un ángulo de inclinación θ , siendo esta inclinación igual en todas las paredes del tubo. Cabe mencionar que este ángulo no es necesariamente de 45° .

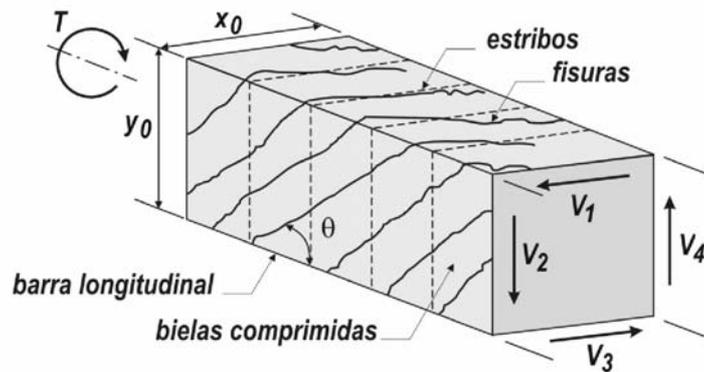


Figura 295: Analogía del reticulado espacial de una viga sometida a torsión (referencia 109)

Un concepto básico para el diseño es que en el estado II, el hormigón absorbe la compresión, en tanto que las armaduras longitudinales y los estribos, absorben la totalidad de la tracción. El reticulado espacial consiste en cordones traccionados (armadura longitudinal), montantes traccionados (estribos) y diagonales comprimidas (bielas de hormigón). Las fuerzas resultantes sobre cada elemento del reticulado se pueden obtener a partir de las condiciones de equilibrio.

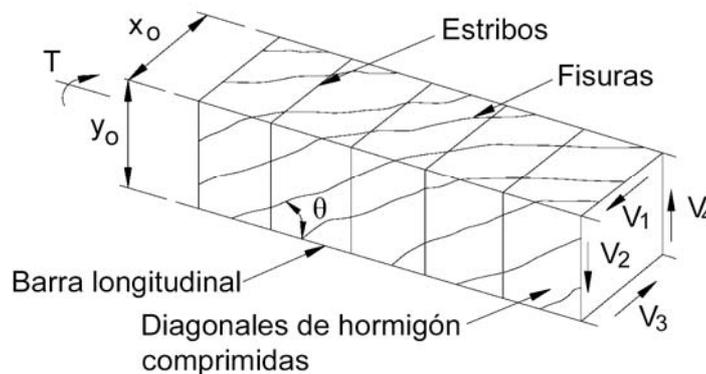


Figura 296: Analogía del reticulado en un elemento sometido a torsión

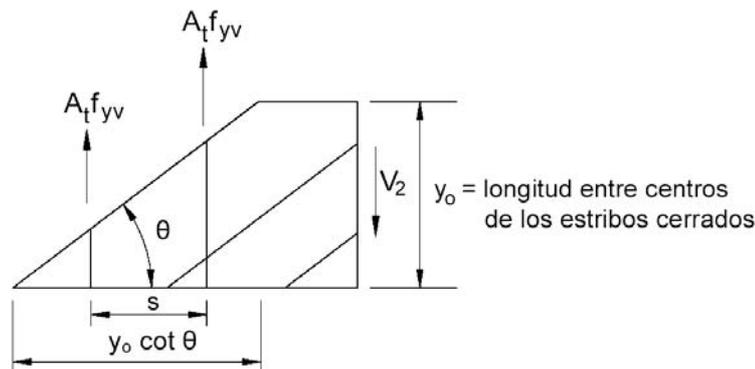


Figura 297: Fuerzas intervinientes en un elemento sometido a torsión con estribos cerrados

En base al modelo de la analogía del reticulado, podemos plantear la contribución de la resistencia a torsión del corte V_2 que actúa en una de las paredes, llamando s a la separación de las ramas de los estribos:

$$V_2 = q \cdot y_0$$

$$V_2 = A_t \cdot f_{yv} \cdot \frac{n}{s}$$

$$V_2 = \frac{A_t \cdot f_{yv} \cdot y_0 \cdot \cot \theta}{s}$$

$$T_2 = V_2 \cdot \frac{x_0}{2} = (A_t \cdot f_{yv}) \cdot \frac{y_0 \cot \theta}{s} \cdot \frac{x_0}{2}$$

$$\sum T_i = T_n = 4 \cdot (A_t \cdot f_{yv}) \cdot \frac{y_0 \cot \theta}{2s} \cdot x_0$$

T_n = momento torsor nominal

$$T_n = 2 \cdot A_0 \cdot \frac{(A_t \cdot f_{yv})}{s} \cdot \cot \theta$$

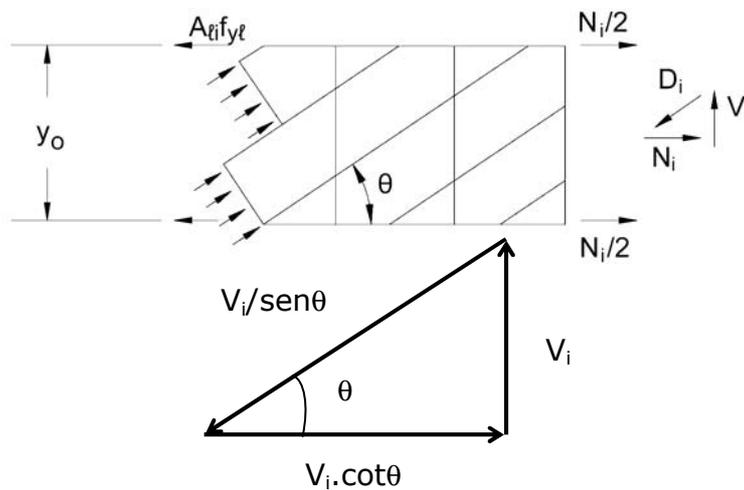


Figura 298: Equilibrio de fuerzas

La fuerza de corte vertical V_2 en dicha pared es igual al producto del flujo de corte q por la longitud de la pared y_0 . El vector $V_2 = V_i$ se puede descomponer en dos fuerzas, una con una inclinación θ y otra horizontal de valor:

$$N_i = V_i \cdot \cot \theta$$

$$N_i = (A_t \cdot f_{yv}) \cdot \frac{y_0 \cot^2 \theta}{s}$$

Dado que $q = cte.$, N_i está centrada a la mitad de la pared. Sumando las fuerzas internas y externas en los cordones de todas las paredes del reticulado espacial, tenemos:

$$\sum A_{li} \cdot f_{ye} = A_t \cdot f_{ye} = \sum N_i = \sum V_i \cdot \cot \theta$$

$$\sum N_i = \sum V_i \cdot \cot \theta = \left(\frac{A_t \cdot f_{yv}}{s} \right) [2 \cdot y_0 \cot^2 \theta + 2 \cdot x_0 \cot^2 \theta]$$

Llamando $p_h = 2 \cdot (x_0 + y_0)$:

$$\sum N_i = \left(\frac{A_t \cdot f_{yv}}{s} \right) \cdot 2 \cdot (x_0 + y_0) \cot g^2 \theta = \left(\frac{A_t \cdot f_{yv}}{s} \right) \cdot p_h \cot g^2 \theta$$

$$\sum N_i = \sum V_i \cdot \cot \theta = \sum q_i \cdot y_i \cdot \cot \theta$$

$$\sum q_i \cdot y_i \cdot \cot \theta = \frac{T_n}{2 \cdot A_0} \cdot \cot \theta \cdot (\sum y_i)$$

Tal como mencionamos en el modelo planteado, toda la tracción es tomada por armaduras dispuestas a tal fin. Colocamos por tanto armadura longitudinal (A_l) diseñada para que trabaje en fluencia en el estado último.

$$\sum N_i = A_l \cdot f_{yl}$$

Obteniéndose A_l :

$$A_l = \left(\frac{A_t}{s} \right) \cdot p_h \cdot \frac{f_{yv}}{f_{yl}} \cdot \cot g^2 \theta$$

En general $f_{yv} = f_{yl}$ y $30^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$, y A_{oh} resulta ser el área cuya frontera exterior es el eje de las armaduras transversales más externas que resisten torsión (área encerrada por el eje de los estribos).

Según ensayos se establece que a falta de un estudio más profundo, puede adoptarse A_0 como:

$$A_0 = 0,85 A_{oh}$$

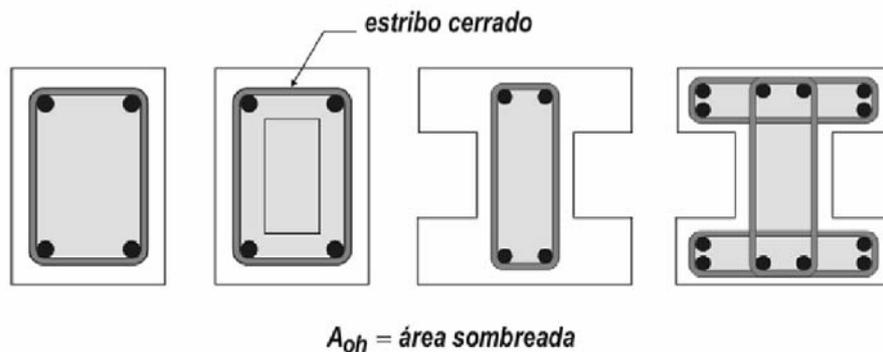


Figura 299: Secciones A_{oh} para cálculo a torsión (referencia 109)

La resistencia nominal T_n a la torsión se alcanza con posterioridad a la fisuración (pase al estado II) del hormigón y luego de que la pieza de hormigón haya sufrido un giro por torsión importante.

Bajo estas condiciones es muy probable que la capa exterior de hormigón se haya desprendido, por esta razón cuando se calcula el área A_0 que se corresponde con T_n , se desprecia el recubrimiento de hormigón.

Las armaduras calculadas para estribos y armaduras longitudinales son las necesarias para absorber sólo los esfuerzos derivados de la torsión; para los casos más frecuentes de torsión combinada con corte y flexión, la armadura requerida resultante se determina aplicando el principio de superposición. La teoría planteada se fundamenta en ciertas hipótesis que simplifican su resolución:

- Todas las armaduras, longitudinales y transversales, se encuentran en fluencia.
- El ángulo θ es el mismo para todas las caras.
- Existe armadura longitudinal en todas las esquinas.
- Los estribos son cerrados y adecuadamente anclados.
- La viga no rompe por agotamiento del hormigón en las diagonales comprimidas.

Momento torsor de fisuración

Retomando el estudio de la pieza maciza de hormigón armado de sección rectangular, evaluaremos el valor del momento torsor que conduce al pasaje del estado I al estado II (fisurado) para dicho elemento.

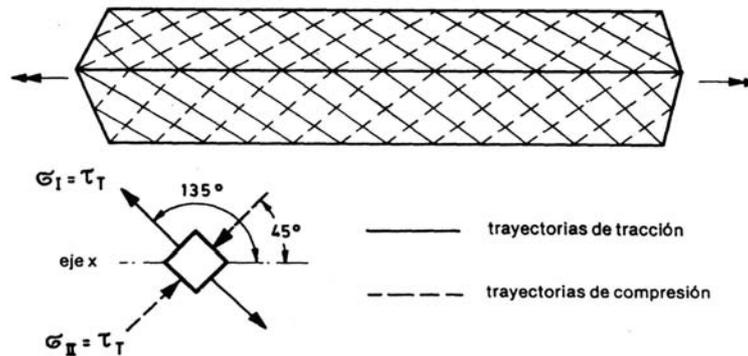


Figura 300: Trayectorias a compresión y tracción de una pieza a torsión (referencia 63)

Analizando de nuevo la figura anterior, un elemento diferencial sobre la cara de la viga, las tensiones principales serán:

$$\sigma_I = \sigma_{II} = \tau$$

con inclinación a 45° y 135°. Al llegar la tensión principal al valor de rotura a tracción del hormigón, obtendremos en la pieza el momento torsor de fisuración (T_{cr}):

$$\sigma_I = f'_t$$

tomando:

$$f'_t = \frac{1}{3} \sqrt{f'_c}$$

y reemplazando en $\tau_t = \frac{T_{cr}}{2 \cdot A_0 \cdot t}$, tendremos:

$$T_{cr} = f'_t \cdot 2 \cdot A_0 \cdot t$$

$$T_{cr} = \frac{1}{3} \sqrt{f'_c} \cdot 2 \cdot A_0 \cdot t$$

con A_0 área encerrada por el flujo de corte.

En este caso, dado que las solicitaciones son del rango de servicio (no se desprende el recubrimiento), se adopta como valor de A_0 el siguiente:

$$A_0 = \frac{2}{3} A_{cp}$$

A_{cp} = área delimitada por la frontera exterior de la sección transversal de hormigón.

p_{cp} = perímetro de la frontera exterior de A_{cp}

$$t = \frac{3}{4} \frac{A_{cp}}{p_{cp}}$$

$$T_{cr} = 2 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot A_{cp} \right) \cdot \left(\frac{1}{3} \sqrt{f'_c} \right) \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{A_{cp}}{p_{cp}} \right) = \frac{1}{3} \sqrt{f'_c} \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}$$

La ecuación anterior permite lograr una aceptable aproximación a fin de evaluar el momento torsor de fisuración en elementos de hormigón armado en forma independiente de las características de la sección transversal.

Tensiones resultantes de esfuerzos combinados de torsión y corte

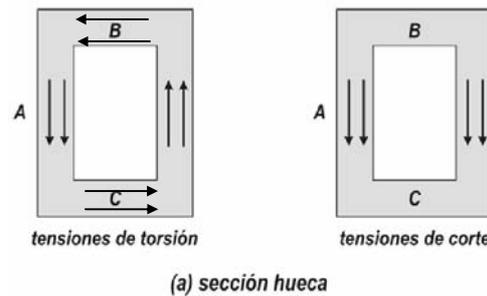
La situación más habitual en piezas de hormigón armado, como se mencionó anteriormente, es aquella en la que el momento torsor se encuentra acompañado por esfuerzos de corte y flexión.

Tanto el corte como la torsión producen tensiones tangenciales que se superponen según la cara de la pieza en cuestión:

$$\tau_v = \frac{V}{b_w \cdot d}$$

$$\tau_T = \frac{T}{2 \cdot A_0 \cdot t}$$

Sección hueca:



Sección maciza:

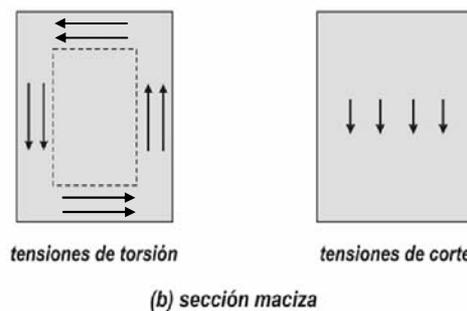


Figura 301: Tensiones de corte y torsión en secciones huecas y macizas (adaptado referencia 109)

En secciones huecas las tensiones τ se suman en una de las paredes según se observa en la figura. Para secciones fisuradas con $A_0 = 0,85 A_{oh}$ y $t = A_{oh} / p_h$, la máxima tensión tangencial adopta el valor:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \tau_v + \tau_T = \frac{V}{b_w \cdot d} + \frac{T}{2 \cdot A_0 \cdot t}$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{V}{b_w \cdot d} + \frac{T \cdot p_h}{1,7 \cdot A_{oh}^2}$$

Si el espesor de la pared en secciones huecas es $t < A_{oh} / p_h$, se modifica la expresión del segundo término, quedando la tensión tangencial máxima como:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{V}{b_w \cdot d} + \frac{T}{1,7 \cdot A_{oh} \cdot t}$$

Para secciones macizas, según ensayos e investigaciones, se adopta una ecuación de interacción elíptica, quedando la expresión de la siguiente forma:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w \cdot d}\right)^2 + \left(\frac{T_u \cdot p_h}{1,7 \cdot A_{oh}^2}\right)^2}$$

Como veremos, el Código ACI 318/05, y consecuentemente, el CIRSOC 201/05, fijan valores límites para esta tensión resultante que no deben ser sobrepasados a fin de evitar fisuraciones indeseables y evitar el aplastamiento de las bielas comprimidas de hormigón.

Criterio de diseño según CIRSOC 201/05

Las piezas resistentes a torsión deben verificar:

$$T_u \leq \phi \cdot T_n$$

ϕ = coeficiente de reducción de resistencia igual a 0,75.

T_u = momento torsor producido por las cargas mayoradas

T_n = resistencia nominal a torsión

En base al esquema resistente planteado, el término T_n resulta:

$$T_n = T_c + T_s$$

$T_c = 0$ pues la totalidad de las tracciones generadas por la torsión son absorbidas por armadura.

$$T_n = 2 \cdot A_0 \cdot \frac{A_t}{s} \cdot f_{yv} \cdot \cot g \theta \quad (I)$$

con $30^\circ < \theta < 60^\circ$

Usualmente para elementos no pretensados se adopta $\theta = 45^\circ$.

$$A_0 = 0,85 A_{oh}$$

$$T_n = 2 \cdot 0,85 \cdot A_{oh} \cdot \frac{A_t}{s} \cdot f_{yv} \cdot \cot g \theta \quad \Rightarrow \quad T_n = 1,7 \cdot A_{oh} \cdot \frac{A_t}{s} \cdot f_{yv} \cdot \cot g \theta$$

La condición resistente $\phi \cdot T_n \geq T_u$, debe ser verificada para elementos no pretensados, a una distancia “d” de la cara del apoyo. De existir un momento torsor concentrado a una distancia menor, la sección crítica se tomará directamente en la cara del apoyo. Evaluado el momento torsor último (T_u), el CIRSOC 201/05 permite ignorarlo a los efectos del diseño cuando su magnitud es tan reducida que dicho momento no afectará en forma apreciable la resistencia al corte o a la flexión de dicha pieza. Lo anterior se considera cumplido si el momento torsor último es menor o igual que $0,25 T_{cr}$:

$$T_u \leq \frac{1}{12} \cdot \phi \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}$$

donde:

A_{cp} = área delimitada por la frontera exterior de la sección transversal de hormigón. Por lo tanto, si la sección tiene huecos, los mismos no se descuentan.

p_{cp} = perímetro de la frontera exterior de A_{cp} .

A_{oh} = área cuya frontera exterior es el eje de las armaduras transversales más externas que resisten torsión (área encerrada por el eje de los estribos). Una vez más, si la sección tiene huecos, éstos no se descuentan.

p_h = perímetro de la frontera exterior de A_{oh} .

Torsión por compatibilidad

Cuando el momento torsor se origina por compatibilidad de deformaciones, debido a la redistribución de esfuerzos internos luego de la fisuración del elemento, el CIRSOC 201/05 permite reducir el máximo momento torsor mayorado, siendo posible adoptar para el diseño:

$$T_u = \frac{1}{3} \cdot \phi \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \cdot \sqrt{1 + \frac{3 \cdot N_u}{A_g \cdot \sqrt{f'_c}}}$$

A_g = Área total o bruta de la sección.

N_u = Carga axial mayorada. Positiva si es de compresión.

Esto siempre y cuando se realice el correspondiente aumento de momentos flectores (redistribución de solicitaciones).

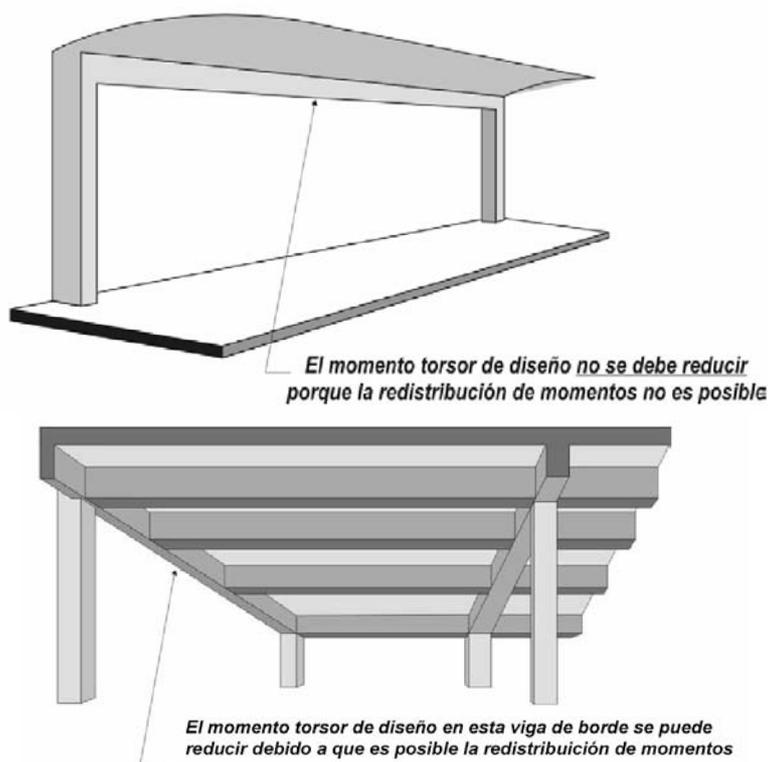


Figura 302: Situaciones de torsión según la redistribución de momentos (referencia 109)

Verificación de bielas comprimidas y fisuración

La verificación a realizar según el CIRSOC 201/05 consiste en:

Secciones macizas:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b.d}\right)^2 + \left(\frac{T_u \cdot p_h}{1,7 \cdot A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b.d} + \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} \right)$$

Para las secciones huecas, las tensiones debidas al corte y a la torsión son directamente aditivas a un lado de la pared:

$$\left(\frac{V_u}{b.d}\right) + \left(\frac{T_u \cdot p_h}{1,7 \cdot A_{oh}^2}\right) \leq \phi \left(\frac{V_c}{b.d} + \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} \right)$$

De tal forma se limitan las dimensiones de una sección transversal fundamentalmente por dos razones:

- 1) Reducir la fisuración diagonal
- 2) Prevenir el aplastamiento de la superficie perimetral de hormigón debido a la tensión de compresión diagonal producto del corte y la torsión

En una sección maciza, las tensiones de corte originadas por la torsión actúan sobre el “tubo” exterior, en tanto que las tensiones debidas al corte actúan sobre todo el ancho de la sección, por tal razón las tensiones se combinan utilizando la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados.

Por el contrario, en la sección hueca, las tensiones de corte debidas tanto a corte como a torsión se producen en las paredes del tubo, por tanto, a fin de verificar, se suman en forma directa.

Para el análisis a torsión, una sección se define como hueca cuando posee uno o más vacíos longitudinalmente de forma que verifique la siguiente expresión:

$$\frac{A_g}{A_{cp}} < 0,95\%$$

con A_g el área de la sección de hormigón solamente, que no incluye los vacíos, y que en secciones macizas coincide con el área total.

Ángulo de las diagonales comprimidas

Tal como se mencionó, el CIRSOC 201/05 permite adoptar un rango de valores de θ entre 30° y 60° . Para un elemento con armaduras conocidas, el correspondiente valor de θ puede calcularse:

$$\operatorname{tg}30^\circ \leq \operatorname{tg}\theta = \sqrt{\frac{\left(\frac{A_t}{s}\right) \cdot f_{yv}}{\left(\frac{A_l}{p_h}\right) \cdot f_{yl}}} \leq \operatorname{tg}60^\circ$$

Se sugiere al respecto adoptar para elementos no pretensados $\theta = 45^\circ$, que es concordante con el criterio adoptado para corte.

Armadura requerida para torsión

Tal como se ha desarrollado en los puntos anteriores, la armadura necesaria para absorber las tracciones derivadas de la torsión consiste en estribos que en general se disponen a 90° y armadura longitudinal a fin de limitar el espesor de las fisuras diagonales, la tensión de cálculo de la armadura se limita a $f_y \leq 420$ MPa.

a) Armadura de estribos

De las expresiones obtenidas anteriormente, se puede hallar el área requerida para estribos:

$$T_n = 2 \cdot A_0 \cdot \frac{A_t}{s} \cdot f_{yv} \cdot \cot g \theta$$

$$\frac{A_t}{s} = \frac{T_u / \phi}{2 \cdot A_0 \cdot f_{yv} \cdot \cot \theta}$$

Cuando exista un esfuerzo de corte presente junto al momento torsor, se tendrá que la cantidad de armadura correspondiente a **dos ramas** se obtiene como:

$$A_{v+t} / s = 2 \cdot [A_t / s]_{\text{Torsión}} + [A_v / s]_{\text{Corte}} \quad (2 \text{ ramas de estribos})$$

A_t / s = armadura de alma calculada suponiendo que sólo hay torsión.

A_v / s = armadura de alma calculada suponiendo que sólo hay corte.

A fin de asegurar una ductilidad adecuada, se prescribe una armadura mínima de estribos para torsión y corte de:

$$(A_v + 2 \cdot A_t) = \frac{1}{16} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b \cdot s}{f_{yv}} \geq \frac{0,33 \cdot b \cdot s}{f_{yv}}$$

con $s \leq p_h/8$ y $s \leq 30$ cm.

La armadura transversal a torsión deberá estar anclada por:

a) con un gancho a 135° alrededor de una barra,

b) con anclajes que cumplan las especificaciones de los artículos 12.13.2.1., 12.13.2.2. ó 12.3.2.3., en las zonas donde el hormigón que rodea al anclaje está protegido contra el descascamiento mediante un ala, una losa o un elemento similar.

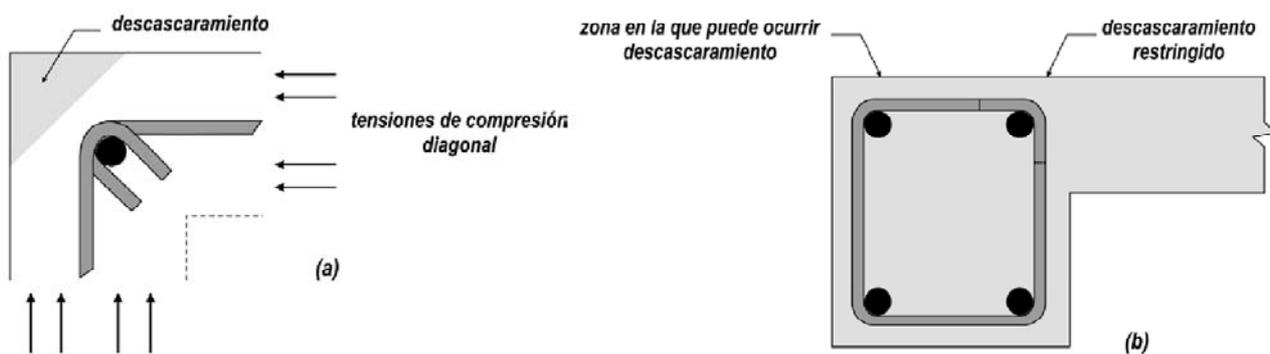


Figura 303: Descascaramiento por acción de las tensiones diagonales de compresión (referencia 109)

b) Armadura longitudinal

De las expresiones obtenidas anteriormente, se puede hallar el área requerida para la armadura longitudinal:

$$A_l = \frac{A_t}{s} \cdot p_h \cdot \frac{f_{yv}}{f_{yl}} \cdot \cot g^2 \theta \quad (II)$$

Según los ensayos e investigaciones se debe verificar la colocación de una sección mínima de armadura longitudinal tal que se verifique:

$$A_{lmin} = \frac{5 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot A_{cp}}{12 \cdot f_{yl}} - \frac{A_t}{s} \cdot p_h \cdot \frac{f_{yv}}{f_{yl}}$$

con:

$$\frac{A_t}{s} \geq \frac{1}{6} \frac{b_w}{f_{yv}}$$

La armadura longitudinal debe estar dispuesta alrededor del perímetro del estribo existente para absorber la torsión, con una separación máxima entre barras de 30 cm y un diámetro que verifique $d_b \geq s/24$ y $d_b \geq 10$ mm. En el modelo de la analogía del reticulado las bielas de hormigón comprimidas se apoyan en la armadura longitudinal, y esta armadura transfiere fuerzas a los estribos. Por lo anterior, la armadura longitudinal debe ser interior a los estribos y debe existir al menos una barra en cada esquina de los mismos. Para evitar el pandeo de la armadura longitudinal debido a la componente transversal de las bielas comprimidas, la armadura longitudinal deberá tener un diámetro mayor o igual que el indicado precedentemente.

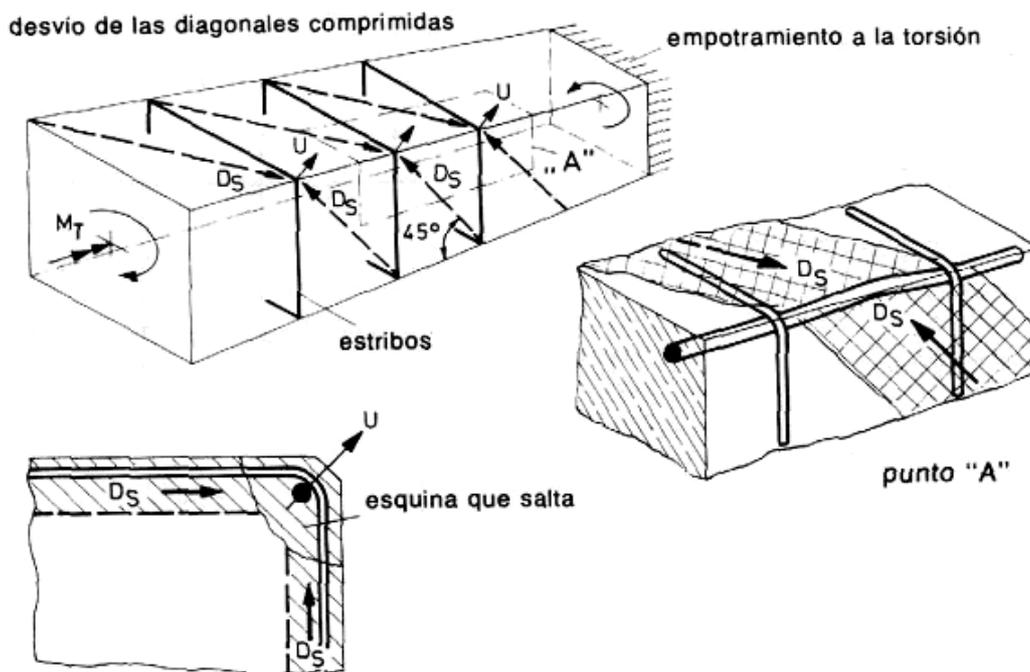


Figura 304: Disposición de armaduras a torsión (referencia 65)

Si eliminamos θ de las expresiones (I) y (II), y asumiendo $f_{yv} = f_{yt}$, se tiene:

$$T_n = 2 \cdot A_0 \cdot f_y \cdot \sqrt{\frac{A_t}{s} \cdot \frac{A_l}{p_h}} \quad (\text{III})$$

Lo que demuestra la necesidad de contar con ambas armaduras, transversal y longitudinal, para que se genere el mecanismo resistente.

Diámetros mínimos y separaciones máximas

La separación s de la armadura transversal no debe exceder los valores:

$$s \leq \begin{cases} \frac{p_h}{8} \\ 300\text{mm} \end{cases}$$

La armadura longitudinal de torsión debe estar distribuida a lo largo del perímetro del estribo cerrado, con una separación máxima de 300 mm. Las barras deben estar ubicadas dentro de los estribos con, al menos, una barra en cada esquina de los estribos.

Las barras longitudinales deben tener un diámetro d_s tal que:

$$d_s \geq \begin{cases} \frac{s}{24} \\ 10\text{mm} \end{cases}$$

siendo s la separación de los estribos.

La armadura de torsión se debe prolongar, como mínimo, una distancia $(b_t + d)$ más allá del punto en el que ya no es teóricamente necesaria.

b_t = ancho de la parte de la sección transversal que contiene los estribos cerrados que resisten la torsión.

Criterio de diseño según CIRSOC 201/82¹

Analogía del reticulado para torsión pura

Los resultados experimentales demuestran que para secciones llenas es posible calcular las tensiones con suficiente aproximación tomando como modelo una sección hueca.

La analogía del reticulado lleva a comprender el comportamiento de las armaduras que toman los esfuerzos de torsión. A lo largo de las vigas rectangulares, los esfuerzos de compresión de las zonas comprimidas oblicuas deben variar de dirección en las esquinas, por lo que se originan esfuerzos de desvío U que sólo pueden ser absorbidos por la resistencia a la tracción del hormigón hasta un determinado valor de tensión τ . Si ese valor es elevado, los vértices rompen, salvo que los estribos estén poco separados o las barras de esquina absorban los esfuerzos. Ensayos realizados con estribos de distintas separaciones demostraron que para el caso de τ elevados, este tipo de rotura puede evitarse sólo si se adopta una separación de estribos ≤ 10 cm.

En cuanto a secciones compuestas (L, T, I) exigen que la armadura transversal envuelva la totalidad de su contorno y que los vértices entrantes estén protegidos por anclajes que se crucen. Según el criterio de la norma DIN 1045, las tensiones de torsión que se utilizan para verificar una viga de hormigón armado, se calculan como si éste fuese un material elástico, lineal y homogéneo, aplicando conceptos de la teoría de la elasticidad. La teoría de Saint-Venant para barras prismáticas, permite expresar la tensión máxima tangencial de torsión τ_t como:

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t}$$

W_t = módulo resistente a la torsión, función de la forma y dimensiones.

¹ Consultar la referencia 20)

En la torsión, la sección se alabea como consecuencia de que los alargamientos específicos de las distintas fibras difieren entre sí; si suponemos que dicho alabeo no resulta impedido, esta torsión no restringida se denomina torsión de Saint-Venant. La restricción al alabeo, origina tensiones normales que se suman, las que en el caso de fisuración de la sección, se reducen de manera importante.

El dimensionado a torsión parte del concepto de que toda tracción generada en el hormigón deberá ser absorbida por armaduras. Naturalmente, ésta deberá ser dimensionada para no superar las tensiones máximas prefijadas:

$$\sigma_{adm} = \frac{\beta_s}{1,75} = 240 \text{ MPa}$$

Adicionalmente, las tensiones generadas en el hormigón en estado II, no deberán sobrepasar un límite dado. (Concepto similar al τ_{03} en corte).

Valores admisibles de las tensiones de torsión

Para realizar la verificación a torsión de una pieza de hormigón armado, la norma DIN 1045 da valores máximos de la tensión tangencial τ_t , calculada con la ecuación $\tau_t = \frac{M_t}{W_t}$.

Si la pieza está sometida a torsión solamente, (esfuerzo de corte nulo), los límites son:

- a) Sin verificación de armadura: $\tau_t \leq 0,25 \cdot \tau_{02}$
- b) Con verificación de armadura $\tau_t \leq \tau_{02}$

Si la pieza está sometida a corte y torsión las tensiones límites son:

- a) Sin verificación de armadura: $\tau_0 + \tau_t \leq \tau_{012}$
- b) Con verificación de armadura:

b.1) $\tau_0 + \tau_t \leq 1,3 \cdot \tau_{02}$

b.2) $\tau_0 \leq \tau_{03}$

b.3) $\tau_t \leq \tau_{02}$

con:

$$\tau_0 = \frac{Q}{b_0 \cdot z}$$

b: ancho de la sección en cm.

h: altura útil de la sección en cm.

$$z \cong 0,85 \cdot h$$

Las limitaciones de las tensiones dadas tienen por objeto poner un techo a las tensiones principales de compresión en el hormigón.

Cálculo de la armadura de torsión

La armadura de torsión está formada por barras longitudinales, cada una de sección A_{sl} , y separadas a_L entre sí; y por estribos de barras de sección A_{sbl} , separados entre sí t_b .

En la siguiente figura se muestran en forma esquemática estas armaduras las que forman una "jaula" que encierra la parte central de la viga, con una sección interior de hormigón A_k .

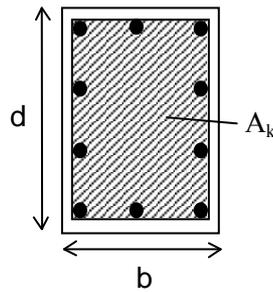


Figura 305: Nomenclatura para el cálculo de la armadura de torsión según CIRSOC 201/82

En el caso de corte y torsión simultáneos, la norma DIN 1045 admite el cálculo separado de las armaduras de corte por un lado, y torsión por el otro. Las secciones de las armaduras constituidas por estribos deben sumarse y por supuesto, disponerse una armadura longitudinal de torsión, colocándose adicionalmente la armadura de flexión que resulte necesaria.

Para efectuar el cálculo de las armaduras, se procede a verificar las tensiones admitidas por el CIRSOC 201/82, para lo cual es necesario calcular la tensión de torsión τ_t :

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t}$$

M_t : momento torsor bajo cargas de servicio.

W_t : módulo resistente a la torsión (ver Tabla 50).

En el caso de secciones rectangulares de ancho b_0 y altura total d se tiene:

$$W_t = \frac{b_0^2 \cdot d}{\beta}$$

Reemplazando, resulta:

$$\tau_t = \frac{\beta \cdot M_t}{b_0^2 \cdot d}$$

d/b	1	1,5	2	3	4	6	8	10	100
β	4,81	4,33	4,07	3,74	3,55	3,35	3,26	3,20	3

Tabla 50: Coeficientes para el cálculo del módulo resistente a torsión en secciones rectangulares de ancho b y altura d

Para el caso de una pieza sometida a torsión pura, según los valores tensionales se distinguen los siguientes casos:

- Si $\tau_t \leq 0,25 \tau_{02}$ no es necesario calcular armadura (colocar armadura mínima constructiva).
- Si $0,25 \cdot \tau_{02} \leq \tau_t \leq \tau_{02}$ se procede a calcular armadura.
- Si $\tau_t > \tau_{02}$ se debe redimensionar la sección.

En caso de piezas sometidas a torsión y corte, se distinguen estas otras situaciones:

- Si $\tau_0 + \tau_t \leq \tau_{012}$ es necesario colocar armadura mínima.
- Si $\tau_0 + \tau_t > \tau_{012}$ y se verifica que $\tau_0 + \tau_t \leq 1,3 \cdot \tau_{012}$, $\tau_0 \leq \tau_{03}$ y $\tau_t \leq \tau_{02}$, entonces se deberá determinar por separado la armadura para absorber τ_0 y τ_t . En caso de que alguna de las tres condiciones anteriores no se cumplan simultáneamente se deberá redimensionar la sección de hormigón.

Cálculo de las armaduras longitudinales

$$A_{sl} = \frac{M_t \cdot U_k}{2 \cdot A_k \cdot \sigma_s}$$

con:

$$U_k = 2 \cdot (b_k \cdot d_k)$$

Cálculo de las armaduras transversales

$$A_{sb} = \frac{M_t \cdot t_b}{2 \cdot A_k \cdot \sigma_s}$$

con:

$$A_k = b_k \cdot d_k$$

t_b = separación de los estribos.

Método alternativo de diseño a torsión

El CIRSOC 201/05 permite utilizar, para secciones macizas (Art. 11.6.7) con una relación $h/b_t \geq 3$, otro procedimiento de diseño cuyos resultados hayan sido comprobados mediante análisis y demuestren una concordancia sustancial con los ensayos. En los Comentarios del CIRSOC 201/05 se amplían los conceptos expuestos indicando referencias bibliográficas sobre un procedimiento exitoso utilizado para vigas prefabricadas de hormigón pretensado con entalladuras horizontales. Este método es de aplicación en elementos de hormigón armado, con las limitaciones indicadas precedentemente. Al respecto se puede consultar la referencia 98), en donde se plantea el método de los profesores Paul Zia y Thomas T. C. Hsu, con un ejemplo de aplicación para una viga de hormigón armado con entalladura². El procedimiento propuesto por los investigadores posee los pasos enumerados a continuación:

a) Determinar el valor de V_u y T_u .

b) Calcular la constante torsional y de corte c_t a partir de la expresión:

$$c_t = \frac{b_w \cdot d}{\sum x^2 y}$$

siendo:

x = menor dimensión de la sección rectangular

y = mayor dimensión de la sección rectangular

Las secciones deben ser divididas en rectángulos de dimensiones x e y (con $x < y$) de tal forma que la suma de los términos ($x^2 \cdot y$) sea máxima.

c) Verificar el momento torsor mínimo

$$T_{min} = \phi \cdot 1/24 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \gamma \cdot \sum x^2 y^3$$

donde:

$$\gamma = \sqrt{1 + 10 \frac{f_{pc}}{f'_c}} : \text{denominado factor de pretensado}$$

f'_c = resistencia característica a compresión del hormigón armado [MPa].

f_{pc} = tensión promedio de una sección considerando las pérdidas de pretensado [MPa].

ϕ = coeficiente de reducción a torsión = 0,75.

Si T_u resultara menor a T_{min} , la torsión no necesitaría ser considerada.

d) Verificar el momento torsor máximo a partir de la ecuación:

$$T_{max} = \frac{1/36 \cdot C \cdot \gamma \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \sum x^2 y}{\sqrt{1 + \left(\frac{C \cdot \gamma \cdot V_u}{30 \cdot c_t \cdot T_u} \right)^2}}$$

² Ver al respecto referencia 50).

³ Las fracciones surgen del pasaje de unidades al SI a partir de las ecuaciones de la referencia 50).

con:

$$C = 12 - 10 \frac{f_{pc}}{f'_c}$$

En caso de que T_u resultara mayor a $T_{m\acute{a}x}$, la sección no resulta adecuada para absorber los esfuerzos de torsión y debe ser redimensionada.

e) Calcular el esfuerzo a torsión que resiste el hormigón sometido a torsión pura.

$$T'_c = 1/15 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \sum x^2 y \cdot (2,5 \cdot \gamma - 1,5)$$

f) Calcular la resistencia a corte del hormigón sin considerar los efectos de la torsión.

$$V'_c = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

g) Calcular la resistencia del hormigón a torsión generada por los efectos combinados de corte y torsión.

$$T_c = \frac{T'_c}{\sqrt{1 + \left(\frac{T'_c \cdot V_u}{V'_c \cdot T_u} \right)^2}}$$

h) Efectuar el mismo procedimiento para el corte.

$$V_c = \frac{V'_c}{\sqrt{1 + \left(\frac{V'_c \cdot T_u}{T'_c \cdot V_u} \right)^2}}$$

i) Calcular la sección de armadura transversal por torsión.

$$\frac{A_t}{s} = \frac{T_s}{\alpha_t \cdot x_1 \cdot y_1 \cdot f_y}$$

con:

A_t = área de una rama de un estribo cerrado.

s = separación de los estribos.

$\alpha_t = 0,66 + 0,33 (y_1 / x_1) \leq 1,5$.

x_1 = menor dimensión de eje a eje de un estribo cerrado.

y_1 = mayor dimensión de eje a eje de un estribo cerrado.

$$T_s = \frac{T_u}{\phi} - T_c$$

j) Calcular la sección de armadura transversal por corte

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y}$$

con:

A_v = área de ambas ramas de un estribo cerrado.

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c$$

k) Calcular el área total de la armadura transversal

$$\frac{A_v}{s} + 2 \cdot \frac{A_t}{s}$$

El valor de armadura adoptado no debe ser menor a:

$$\frac{(A_v + 2 \cdot A_t)_{\min}}{s} = \frac{1}{3} \left(1 + 12 \frac{f_{pc}}{f'_c} \right) \cdot \frac{b_w}{f_y}$$

l) Calcular la armadura longitudinal, obteniendo el valor de diseño del mayor obtenido de las siguientes ecuaciones:

$$A_l = 2 \cdot A_t \cdot \frac{(x_1 + y_1)}{s}$$

$$A_l = \left[\frac{2,81 \cdot x}{f_y} \cdot \left(\frac{T_u}{T_u + \frac{V_u}{3 \cdot c_t}} \right) - 2 \cdot \frac{A_t}{s} \right] \cdot (x_1 + y_1)$$

El valor de A_l obtenido en esta última ecuación no debe exceder el que se halla de reemplazar

$$\frac{1}{3} \left(1 + 12 \frac{f_{pc}}{f'_c} \right) \cdot \frac{b_w \cdot s}{f_y} \text{ por } 2 \cdot A_t.$$

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 54) Dimensionado de una viga balcón

Dimensionar una viga balcón sometida a una carga uniforme $D = 12 \text{ KN/m}$ y una sobrecarga $L = 16 \text{ KN/m}$. La viga balcón es de eje recto con un ángulo a 90° . La sección tiene un ancho de $0,25 \text{ m}$ y una altura de $0,50 \text{ m}$. No se consideran las reducciones de corte admitidas por el CIRSOC 201/05.

Materiales:

Hormigón: $f'_c = 20 \text{ MPa}$

Acero: $f_y = 420 \text{ MPa}$

Solicitaciones:

$M_{u \text{ apoyo}} = 203,30 \text{ KNm}$

$M_{u \text{ final}} = 19,11 \text{ KNm}$

$V_u = 140 \text{ KN}$

$T_u = 19,11 \text{ KNm}$

Solicitaciones nominales:

$M_n \text{ apoyo} = M_u / \phi = M_u / 0,90 = 225,89 \text{ KNm}$

$M_n \text{ final} = M_u / \phi = M_u / 0,90 = 21,23 \text{ KNm}$

$V_n = V_u / \phi = V_u / 0,75 = 186,66 \text{ KN}$

$T_n = T_u / \phi = T_u / 0,75 = 25,48 \text{ KNm}$



Cálculos preliminares:

$$\begin{aligned}\sqrt{f'_c} &= 4,47 \text{ MPa} < 8,3 \text{ MPa} \\ d &= h - c_c - d_{be} - d_b/2 = 50 \text{ cm} - 2 \text{ cm} - 0,8 \text{ cm} - 1,6 \text{ cm} / 2 = 46 \text{ cm} \\ \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d &= 4470 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 0,46 \text{ m} = 514,05 \text{ KN} \\ V_c &= \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d / 6 = 4470 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 0,46 \text{ m} / 6 = 85,71 \text{ KN} \\ A_{cp} &= 0,25 \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m} = 0,125 \text{ m}^2 \\ p_{cp} &= 2 \cdot (0,25 \text{ m} + 0,50 \text{ m}) = 1,5 \text{ m} \\ A_{oh} &= 0,22 \text{ m} \cdot 0,47 \text{ m} = 0,1034 \text{ m}^2 \\ A_0 &= 0,85 \cdot 0,22 \text{ m} \cdot 0,47 \text{ m} = 0,08789 \text{ m}^2 \\ p_h &= 2 \cdot (0,22 \text{ m} + 0,47 \text{ m}) = 1,38 \text{ m}\end{aligned}$$

1) Cálculo a flexión

En el apoyo:

$$M_n = -225,89 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (b_w \cdot d^2 \cdot 0,85 \cdot f'_c) = 0,25118$$

$$k_a = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot m_n} = 0,29456 \quad \text{por lo que} \quad k_c = k_a / 0,85 = 0,3465 < 0,375 \Rightarrow A'_s = 0$$

$$A_s = k_a \cdot 0,85 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot d / f_y = 13,71 \text{ cm}^2 > A_{s\min} = 1,4 \cdot b_w \cdot d / f_y = 3,83 \text{ cm}^2$$

En el tramo:

$$M_n = 21,23 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (b_w \cdot d^2 \cdot 0,85 \cdot f'_c) = 0,0236$$

$$k_a = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot m_n} = 0,02388$$

$$A_s = k_a \cdot 0,85 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot d / f_y = 1,11 \text{ cm}^2 < A_{s\min} = 1,4 \cdot b_w \cdot d / f_y = 3,83 \text{ cm}^2$$

Se adopta $A_{s\min} = 3,83 \text{ cm}^2$.

2) Cálculo a corte

$$V_s = V_n - V_c = 186,66 \text{ KN} - 85,71 \text{ KN} = 100,95 \text{ KN}$$

$$A_v / s = V_s / (d \cdot f_y) = 5,22 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot 514,05 \text{ KN} = 342,7 \text{ KN} \text{ (verifica)}$$

3) Verificar si se debe considerar la torsión

$$T_u = 19,11 \text{ KNm} > \frac{1}{12} \cdot \phi \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} = \frac{1}{12} \cdot 0,75 \cdot 4470 \cdot \frac{(0,125 \text{ m}^2)^2}{1,50 \text{ m}} = 2,90 \text{ KNm} \text{ (debe calcularse a torsión)}$$

4) Verificación a fisuración en el alma y bielas comprimidas

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b \cdot d}\right)^2 + \left(\frac{T_u \cdot p_h}{1,7 \cdot A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b \cdot d} + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot 1000\right)$$

$$1894 \text{ KN/m}^2 \leq 2794,80 \text{ KN/m}^2 \text{ (verifica)}$$

No se verifica aquí cuantía mínima ni se adoptan barras y separaciones pues se utilizará un único estribado que integre las necesidades del corte y de la torsión.

5) Armaduras a torsión

Como se está dimensionando una pieza de hormigón no pretensado se adopta $\theta = 45^\circ$ y al utilizar un único acero se tiene $f_{yv} = f_{yl} = f_y$. Al utilizar $\theta = 45^\circ$ resulta: $A_l / p_h = A_t / s$ por lo que operando con la expresión de T_n , se obtiene:

$$\frac{A_l}{p_h} = \frac{A_t}{s} = \frac{T_n}{1,7 \cdot A_{oh} \cdot f_{yv} \cdot \cot \theta} = 3,45 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_l = 3,45 \text{ cm}^2 / \text{m} \cdot 1,38 \text{ m} = 4,76 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima:

$$A_{lmin} = \frac{5}{12} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{A_{cp}}{f_{yl}} - \frac{A_t}{s} \cdot p_h \cdot \frac{f_{yv}}{f_{yl}}$$

$$A_{lmin} = 5/12 \cdot 4,47 \text{ MPa} \cdot 1250 \text{ cm}^2 / 420 \text{ MPa} - 3,45 \text{ cm}^2 / \text{m} \cdot 1,38 \text{ m} = 0,78 \text{ cm}^2 \text{ (verifica)}$$

6) Armadura Transversal

Si se utiliza estribos en dos ramas:

$$\frac{A_v}{s} + 2 \cdot \frac{A_t}{s} = 12,12 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Cuantía mínima:

$$(A_v + 2 \cdot A_t) = \frac{1}{16} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b \cdot s}{f_{yv}} \geq \frac{0,33 \cdot b \cdot s}{f_{yv}}$$

Si despejamos:

$$(A_v + 2 \cdot A_t) / s = \frac{1}{16} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b}{f_{yv}} \geq \frac{0,33 \cdot b}{f_{yv}}$$

$$12,12 \text{ cm}^2 / \text{m} \geq 1,96 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

La separación mínima es:

$$s \leq \begin{cases} p_h / 8 = 172 \text{ mm} \\ 300 \text{ mm} \end{cases}$$

y para corte como $V_s \leq \frac{1}{3} \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d$, entonces:

$$s \leq \begin{cases} \frac{d}{2} = 23 \text{ cm} \\ 40 \text{ cm} \end{cases}$$

Se adopta $s = 12 \text{ cm}$, por lo que se arma con estribos en dos ramas $\phi 10 \text{ c} / 12 \text{ cm}$ en dos ramas ($13,16 \text{ cm}^2 / \text{m}$).

7) Armadura Longitudinal

El armado de la sección resulta de combinar los efectos de flexión y torsión:

$$A_s \text{ inferior} = A_l / 2 + A_{s \text{ tramo}} = 4,76 \text{ cm}^2 / 2 + 3,83 \text{ cm}^2 = 6,21 \text{ cm}^2$$

$$A_s \text{ principal superior (momento negativo)} = A_l / 2 + A_{s \text{ apoyo}} = 4,76 \text{ cm}^2 / 2 + 13,71 \text{ cm}^2 = 16,09 \text{ cm}^2$$

$$A_s \text{ lateral} = A_l / 2 = 4,76 \text{ cm}^2 / 2 = 2,38 \text{ cm}^2$$

Para torsión siempre se colocan barras en las cuatro esquinas. El diámetro mínimo según el estribo adoptado es:

$$d_s \geq \begin{cases} \frac{s}{24} = 5 \text{ mm} \\ 10 \text{ mm} \end{cases}$$

8) Sección final

La sección final tendrá $4\phi 20$ mm + $2\phi 16$ mm en la cara superior, $2\phi 16$ mm en los laterales (uno de cada lado) y $4\phi 16$ mm inferiores.

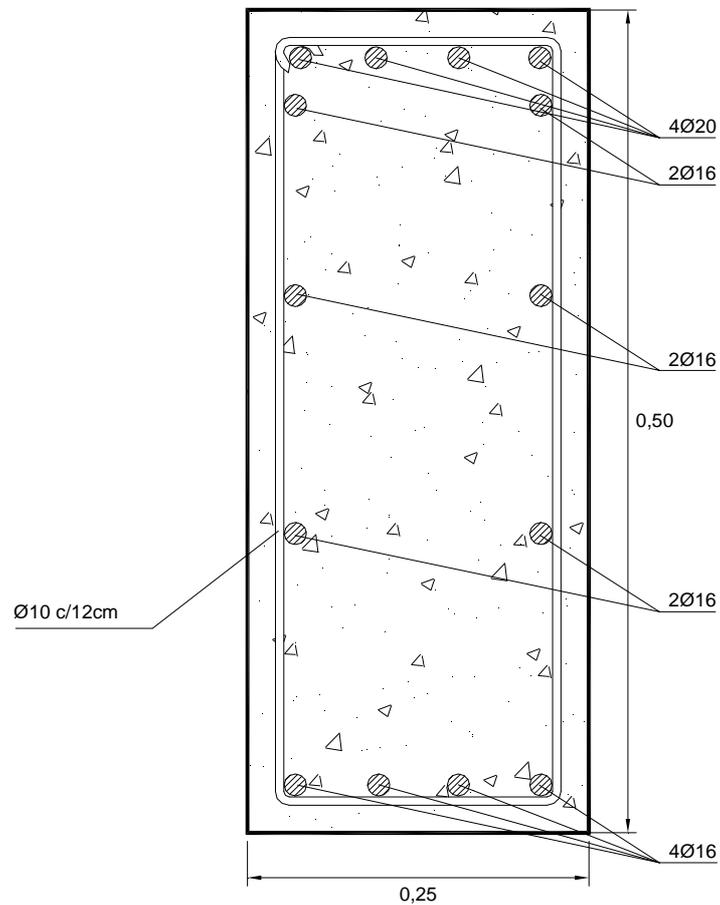


Figura 306: Armado de la viga del Ejemplo 54



Figura 307: Ejemplo de una viga balcón sometida a esfuerzos de torsión

Ejemplo 55) Calcular el ejemplo de la viga balcón según CIRSOC 201/82.

Sección de la viga:

$$b_0 = 25 \text{ cm}$$

$$d = 50 \text{ cm}$$

$$h = 46 \text{ cm}$$

Materiales:

Hormigón H-21 - $\sigma'_{bk} = 21 \text{ MPa}$

$$\beta_R = 17,5 \text{ MPa}$$

$$\tau_{012} = 0,75 \text{ MN/m}^2$$

$$\tau_{02} = 1,8 \text{ MN/m}^2$$

$$\tau_{03} = 3,0 \text{ MN/m}^2$$

Acero ADN 42/50 - $\beta_s = 420 \text{ MPa}$, $\sigma'_s = 240 \text{ MPa}$

Solicitaciones de servicio:

$$M_{\text{apoyo}} = 134,64 \text{ KNm}$$

$$M_{\text{final}} = 10,56 \text{ KNm}$$

$$Q = 77,35 \text{ KN}$$

$$M_t = 10,56 \text{ KNm}$$

Verificación de las tensiones tangenciales τ 1) Por corte $\tau_0 \leq \tau_{03}$

$$\tau_0 = \frac{Q}{b_0 \cdot z} = \frac{77,35 \text{ KN}}{0,25 \text{ m} \cdot 0,85 \cdot 0,46 \text{ m}} = 0,791 \text{ MN/m}^2 < 3,0 \text{ MPa} \quad (\text{verifica})$$

2) $\tau_t \leq \tau_{02}$ (Tensiones debidas a torsión)

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t}$$

$$d/b = 50 \text{ cm} / 25 \text{ cm} = 2$$

$$\beta = 4,07$$

$$W_t = \frac{b_0^2 \cdot d}{\beta} = \frac{(25 \text{ cm})^2 \cdot 50 \text{ cm}}{4,07} = 7678,13 \text{ cm}^3$$

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} = \frac{10,56 \text{ KNm}}{7678,13 \text{ cm}^3} = 1,376 \text{ MN/m}^2 < \tau_{02} = 1,8 \text{ MPa}$$

3) $\tau_0 + \tau_t \leq 1,30 \cdot \tau_{02}$

$$\tau_0 + \tau_t = 0,791 \text{ MPa} + 1,376 \text{ MPa} = 2,167 \text{ MPa} > \tau_{012} = 0,5 \text{ MPa} < 1,3 \cdot \tau_{02} = 2,34 \text{ MPa}$$

Hay que dimensionar armadura de torsión, corte y flexión.

Cálculo de armaduras

1) Flexión

Armadura longitudinal inferior

$$k_h = \frac{h(\text{cm})}{\sqrt{\frac{M_s(\text{KNm})}{b(\text{m})}}} = \frac{46 \text{ cm}}{\sqrt{\frac{10,56 \text{ KNm}}{0,25 \text{ m}}}} = 7,08$$

$$k_s = 4,3 \text{ (tablas de referencia 38)}$$

$$A_s = K_s \cdot \frac{M(KNm)}{h(cm)} = 4,3 \cdot \frac{10,56KNm}{46cm} = 0,99cm^2$$

$$A_{s\min} = 0,03 \cdot \frac{\beta_R}{\beta_s} \cdot b \cdot h = 1,44cm^2$$

Armadura longitudinal superior

$$k_h = \frac{h(cm)}{\sqrt{\frac{M_s(KNm)}{b(m)}}} = \frac{46cm}{\sqrt{\frac{134,64KNm}{0,25m}}} = 1,98$$

$$k_s = 5 \text{ (tablas de referencia 38)}$$

$$A_s = K_s \cdot \frac{M(KNm)}{h(cm)} = 5 \cdot \frac{134,64KNm}{46cm} = 14,64cm^2$$

2) Torsión

Armadura de estribos

$$b_k = 20 \text{ cm}$$

$$d_k = 45 \text{ cm}$$

$$A_k = b_k \cdot d_k = 20 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm} = 900 \text{ cm}^2$$

$$\frac{A_{sb}}{t_b} = \frac{M_t}{2 \cdot A_k \cdot \sigma_s} = \frac{10,56KNm}{2 \cdot 900cm^2 \cdot 240MPa} \cdot 100000 = 2,44cm^2 / m$$

La armadura de estribos definitiva será adoptada luego de conocer la necesaria para absorber el corte.

Armadura longitudinal por torsión

$$U_k = 2 \cdot (b_k + d_k) = 2 \cdot (20 \text{ cm} + 45 \text{ cm}) = 130 \text{ cm}$$

$$A_{sl} = \frac{M_t \cdot U_k}{2 \cdot A_k \cdot \sigma_s} = \frac{10,56KNm \cdot 130cm}{2 \cdot 900cm^2 \cdot 240MPa} \cdot 1000 = 3,18cm^2$$

Esta armadura se debe repartir en las cuatro caras, preferentemente disponer al menos 2 barras en correspondencia con las caras largas, zona de máximas tensiones tangenciales.

3) Corte

$$\tau_0 = \frac{Q}{b_0 \cdot z} = \frac{77,35Kn}{0,25m \cdot 0,85 \cdot 0,46m} = 0,791MPa$$

$$\tau_{012} = 0,75MN / m^2 < \text{máx} \tau_0 \leq \tau_{02} = 1,8MN / m^2$$

Se coloca una armadura de corte calculada como:

$$\tau_c = \frac{\tau_{0m\acute{a}x}^2}{\tau_{02}} = \frac{(0,791MN/m^2)^2}{1,8MN/m^2} = 0,348MN/m^2$$

Como la separación máxima de estribos debe verificar:

$$s \leq 0,60.d = 30cm \text{ ó } 25 cm$$

$$\frac{A_s}{s} = \frac{\tau_c \cdot b_0}{\beta_s / 1,75} = \frac{0,348MN/m^2 \cdot 0,25m}{420MPa / 1,75} \cdot 10000 = 3,63cm^2/m$$

Armaduras totales

- Armadura de estribos

Se suma la armadura necesaria por torsión con la de corte considerando para este caso la total requerida:

Por torsión	2 · 2,44 cm ² /m = 4,88 cm ² /m
Por corte	3,63 cm ² /m
Sección total	8,51 cm ² /m

Se adoptan $\phi 10c/15 cm$ con una sección total de 10,47 cm²/m.

- Armadura longitudinal

$$\text{Armadura superior} = 14,64 cm^2 + 3,18 cm^2 / 2 = 16,23 cm^2$$

$$\text{Armadura inferior} = 1,44 cm^2 + 3,18 cm^2 / 2 = 3,03 cm^2$$

$$\text{Armadura lateral} = 3,18 cm^2 / 2 = 1,6 cm^2$$

Ejemplo 56) Cálculo a corte y torsión de una viga L que soporta otra viga T premoldeada.

Se procederá a calcular a corte y torsión a la viga L del ejemplo mediante los métodos propuestos por el CIRSOC 201/05 y el método alternativo de Hsu y Zia. Los datos del problema son:

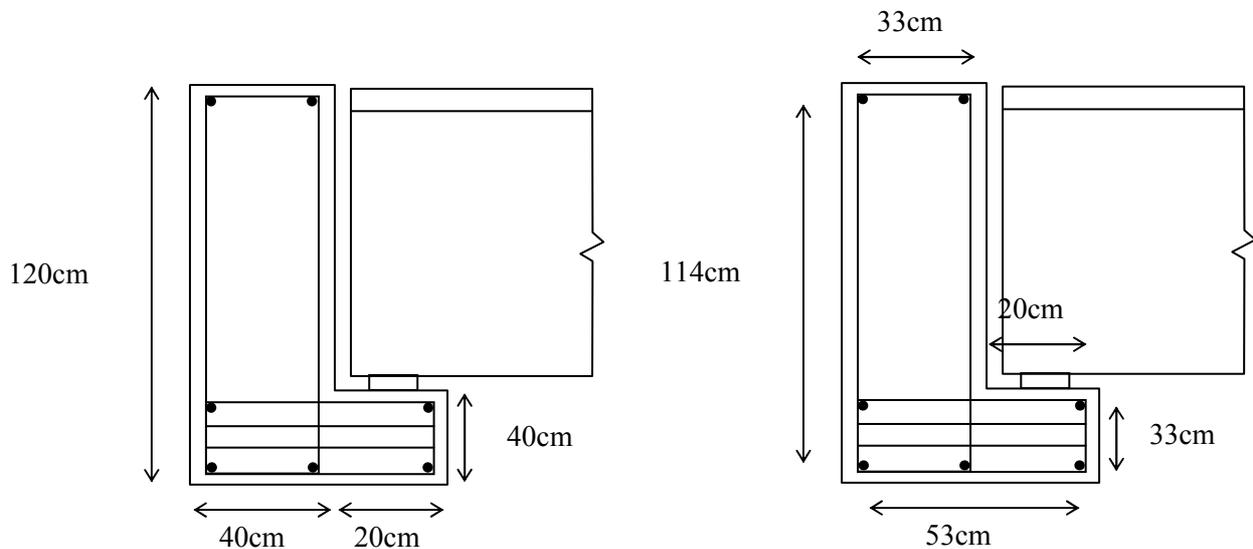


Figura 308: Esquema de la viga del Ejemplo 56

Materiales:

Hormigón H-35

Acero ADN 42/50

Solicitaciones:

$$V_u = 556,8 \text{ KN}$$

$$T_u = 147,3 \text{ KNm}$$

Solicitaciones nominales:

$$V_n = V_u / \phi = V_u / 0,75 = 742,4 \text{ KN}$$

$$T_n = T_u / \phi = T_u / 0,75 = 196,4 \text{ KNm}$$

Cálculo según CIRSOC 201/05

$$\sqrt{f'_c} = 5,916 \text{ MPa} < 8,3 \text{ MPa}$$

$$d = 115 \text{ cm}$$

$$\sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d = 5916 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,40 \text{ m} \cdot 1,15 \text{ m} = 2723 \text{ KN}$$

$$V_c = \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d / 6 = 5916 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,40 \text{ m} \cdot 1,15 \text{ m} / 6 = 453,6 \text{ KN}$$

$$A_{cp} = 1,20 \text{ m} \cdot 0,40 \text{ m} + 0,20 \text{ m} \cdot 0,40 \text{ m} = 0,56 \text{ m}^2$$

$$p_{cp} = 2 \cdot (0,40 \text{ m} + 1,20 \text{ m}) + 2 \cdot 0,20 \text{ m} = 3,6 \text{ m}$$

$$A_{oh} = 0,33 \text{ m} \cdot 1,14 \text{ m} + 0,33 \text{ m} \cdot 0,2 \text{ m} = 0,4422 \text{ m}^2$$

$$A_0 = 0,85 \cdot 0,4422 \text{ m} = 0,3759 \text{ m}^2$$

$$p_h = 2 \cdot (0,33 \text{ m} + 1,14 \text{ m}) + 2 \cdot 0,2 \text{ m} = 3,34 \text{ m}$$

1) Cálculo a corte

$$V_s = V_n - V_c = 742,4 \text{ KN} - 453,6 \text{ KN} = 288,8 \text{ KN}$$

$$A_v / s = V_s / (d \cdot f_y) = 5,98 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot 2723 \text{ KN} = 1815,33 \text{ KN (verifica)}$$

3) Verificar si se debe considerar la torsión

$$T_u = 147,3 \text{ KNm} > \frac{1}{12} \cdot \phi \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} = \frac{1}{12} \cdot 0,75 \cdot 5916 \cdot \frac{(0,56 \text{ m}^2)^2}{3,6 \text{ m}} = 42,95 \text{ KNm (debe calcularse a torsión)}$$

4) Verificación a fisuración en el alma y bielas comprimidas

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b \cdot d}\right)^2 + \left(\frac{T_u \cdot p_h}{1,7 \cdot A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b \cdot d} + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot 1000\right)$$

$$1911,95 \text{ KN/m}^2 \leq 3697,61 \text{ KN/m}^2 \quad (\text{verifica})$$

5) Armaduras a torsión

Como se está dimensionando una pieza de hormigón no pretensado se adopta $\theta = 45^\circ$ y al utilizar un único acero se tiene $f_{yv} = f_{yl} = f_y$. Al utilizar $\theta = 45^\circ$ resulta: $A_l / p_h = A_t / s$ por lo que operando con la expresión de T_n , se obtiene:

$$\frac{A_l}{p_h} = \frac{A_t}{s} = \frac{T_n}{1,7 \cdot A_{oh} \cdot f_{yv} \cdot \cot \theta} = 6,22 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_l = 6,22 \text{ cm}^2 / \text{m} \cdot 3,34 \text{ m} = 20,77 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima:

$$A_{l\text{mín}} = \frac{5}{12} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{A_{cp}}{f_{yl}} - \frac{A_t}{s} \cdot p_h \cdot \frac{f_{yv}}{f_{yl}}$$

$$A_{l\text{mín}} = 5/12 \cdot 5,92 \text{ MPa} \cdot 5600 \text{ cm}^2 / 420 \text{ MPa} - 6,22 \text{ cm}^2 / \text{m} \cdot 3,34 \text{ m} = 12,11 \text{ cm}^2 \text{ (verifica)}$$

6) Armadura Transversal

Si se utiliza estribos en dos ramas:

$$\frac{A_v}{s} + 2 \cdot \frac{A_t}{s} = 18,42 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Cuantía mínima:

$$(A_v + 2 \cdot A_t) / s = \frac{1}{16} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b}{f_{yv}} \geq \frac{0,33 \cdot b}{f_{yv}}$$

$$4,33 \text{ cm}^2 / \text{m} \geq 3,14 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Cálculo según método alternativo de Hsu - Zia

El método resulta aplicable, ya que se verifica la condición de $h/b_t \geq 3$.

a) Constante torsional y de corte

$$d = 115 \text{ cm}$$

$$b_w = 40 \text{ cm}$$

Inicialmente calcularemos el valor de $\sum x^2 y$ para la sección L con las dos posibles configuraciones:

$$\sum x^2 y = (0,4 \text{ m})^2 \cdot 0,8 \text{ m} + (0,4 \text{ m})^2 \cdot 0,6 \text{ m} = 0,224 \text{ m}^3$$

$$\sum x^2 y = (0,4 \text{ m})^2 \cdot 1,2 \text{ m} + (0,2 \text{ m})^2 \cdot 0,4 \text{ m} = 0,208 \text{ m}^3$$

$$c_t = \frac{b_w \cdot d}{\sum x^2 y} = \frac{0,40 \text{ m} \cdot 1,15 \text{ m}}{0,224 \text{ m}^3} = 2,05 \frac{1}{\text{m}}$$

c) Momento torsor mínimo

$$\gamma = \sqrt{1 + 10 \frac{f_{pc}}{f'_c}} = \sqrt{1 + 10 \frac{0}{20 \text{ MPa}}} = 1$$

$$T_u = 147,3 \text{KNm} > T_{\min} = \phi \cdot 1/24 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \gamma \cdot \sum x^2 y = 0,75 \cdot 0,0415 \cdot \sqrt{35 \text{MPa}} \cdot 1 \cdot 0,224 \text{m}^3 = 41,24 \text{KNm}$$

La torsión deberá ser considerada.

d) Momento torsor máximo

$$C = 12 - 10 \frac{f_{pc}}{f'_c} = 12 - 10 \frac{0}{20 \text{MPa}} = 12$$

$$T_{\max} = \frac{1/36 \cdot 12 \cdot 1 \cdot \sqrt{35 \text{MPa}} \cdot 0,224 \text{m}^3}{\sqrt{1 + \left(\frac{12 \cdot 1 \cdot 585,35 \text{KN}}{30 \cdot 2,05 / \text{m} \cdot 152,41 \text{KNm}} \right)^2}} = 356,3 \text{KNm} \quad (\text{verifica})$$

e) Esfuerzo a torsión que resiste el hormigón sometido a torsión pura.

$$T'_c = 1/15 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \sum x^2 y \cdot (2,5 \cdot \gamma - 1,5) = 1/15 \cdot \sqrt{35 \text{MPa}} \cdot 0,224 \text{m}^3 \cdot (2,5 \cdot 1 - 1,5) = 87,46 \text{KNm}$$

f) Resistencia a corte del hormigón sin considerar los efectos de la torsión.

$$V'_c = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 453,6 \text{KN}$$

g) Resistencia del hormigón a torsión generada por los efectos combinados de corte y torsión.

$$T_c = \frac{T'_c}{\sqrt{1 + \left(\frac{T'_c \cdot V_u}{V'_c \cdot T_u} \right)^2}} = \frac{87,46 \text{KNm}}{\sqrt{1 + \left(\frac{87,46 \text{KNm} \cdot 556,8 \text{KN}}{453,6 \text{KN} \cdot 147,3 \text{KNm}} \right)^2}} = 70,68 \text{KNm}$$

h) Efectuar el mismo procedimiento para el corte.

$$V_c = \frac{V'_c}{\sqrt{1 + \left(\frac{V'_c \cdot T_u}{T'_c \cdot V_u} \right)^2}} = \frac{453,6 \text{KN}}{\sqrt{1 + \left(\frac{453,6 \cdot 147,3 \text{KNm}}{87,46 \text{KNm} \cdot 556,8 \text{KN}} \right)^2}} = 267,2 \text{KN}$$

i) Armadura transversal por torsión

$$x_1 = 0,33 \text{ m}$$

$$y_1 = 1,14 \text{ m}$$

$$\alpha_t = 0,66 + 0,33 (y_1 / x_1) = 1,8 > 1,5 \text{ (se adopta este último valor)}$$

$$T_s = \frac{T_u}{\phi} - T_c = 196,4 \text{KNm} - 70,68 \text{KNm} = 125,72 \text{KNm}$$

$$\frac{A_t}{s} = \frac{T_s}{\alpha_t \cdot x_1 \cdot y_1 \cdot f_y} = \frac{125,72 \text{KNm}}{1,5 \cdot 0,33 \text{m} \cdot 1,14 \text{m} \cdot 420 \text{MPa}} = 5,3 \text{cm}^2 / \text{m}$$

j) Sección de armadura transversal por corte.

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = 9,84 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

k) Área total de la armadura transversal.

$$\frac{A_v}{s} + 2 \cdot \frac{A_t}{s} = 20,44 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

A su vez, el valor de armadura adoptado no debe ser menor a:

$$\frac{(A_v + 2 \cdot A_t)_{\min}}{s} = \frac{1}{3} \left(1 + 12 \frac{f_{pc}}{f'_c} \right) \cdot \frac{b_w}{f_y} = 3,2 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad (\text{verifica})$$

l) Calcular la armadura longitudinal, obteniendo el valor de diseño del mayor obtenido de las siguientes ecuaciones:

$$A_t = 2 \cdot A_t \cdot \frac{(x_1 + y_1)}{s} = 2 \cdot 5,3 \text{ cm}^2 / \text{m} \cdot (0,33 \text{ m} + 1,14 \text{ m}) = 15,6 \text{ cm}^2$$

$$A_t = \left[\frac{2,81 \cdot x}{f_y} \cdot \left(\frac{T_u}{T_u + \frac{V_u}{3 \cdot C_t}} \right) - 2 \cdot \frac{A_t}{s} \right] \cdot (x_1 + y_1) = \left[\frac{2,81 \cdot 40 \text{ cm}}{420 \text{ MPa}} \cdot \left(\frac{147,3 \text{ KNm}}{147,3 \text{ KNm} + \frac{556,8 \text{ KN}}{3,2,05 / \text{m}}} \right) - 2 \cdot \frac{5,3 \text{ cm}^2 / \text{m}}{100} \right] \cdot (33 \text{ cm} + 114 \text{ cm}) = 8,8 \text{ cm}^2$$

En este caso, es necesario considerar la sección calculada mediante la primera expresión.

A continuación se anexa la Tabla 51 en la que se comparan los resultados de sección de armadura obtenidos de la aplicación de ambos métodos. Se puede observar que existe una diferencia menor en los valores de la armadura transversal, que en parte puede atribuirse a la precisión de los decimales utilizados para su cálculo, mientras que los mayores contrastes se observan en la armadura longitudinal.

Armadura / Método	CIRSOC 201/05	Zia - Hsu	Diferencia respecto del CIRSOC 201/05
$\frac{A_v}{s} + 2 \cdot \frac{A_t}{s}$	18,42 cm ² /m	20,44 cm ² /m	10,97%
A _l	20,77 cm ²	15,6 cm ²	-24,9%

Tabla 51: Resultados brindados por los métodos de cálculo a torsión para el Ejemplo 56



Figura 309: Proceso de armado de una viga balcón



Capítulo 22

Control de las deformaciones en vigas y losas

Generalidades

Los requisitos que permiten asegurar un adecuado comportamiento bajo los estados últimos (rotura), no necesariamente garantizan un comportamiento aceptable bajo cargas de servicio.

Al respecto, el CIRSOC 201/2005, establece en el Art. 9.5 Control de Flechas:

“Los elementos de hormigón armado solicitados a flexión, se deben diseñar con una rigidez adecuada que permita limitar las flechas o cualquier deformación que pudiera afectar en forma negativa, tanto a la resistencia como al comportamiento en servicio de la estructura”.

El CIRSOC 201 presenta dos maneras para controlar las flechas en los elementos armados en una y dos direcciones solicitados a flexión.

Las flechas se pueden controlar en forma directa limitando las flechas calculadas a valores prefijados, o de manera indirecta por medio de alturas de vigas o espesores mínimos.

En décadas anteriores (1940-1965), el cálculo de las secciones de hormigón armado, se realizaba mediante el método de las tensiones admisibles, con coeficientes de seguridad altos, y por ende, tensiones de trabajo reducidas bajo cargas de servicio en hormigón y acero.

Las secciones eran en general robustas, y bajo estas condiciones el control de las flechas no resultaba relevante.

En la actualidad, el mejor conocimiento de los materiales componentes (acero y hormigón), y el desarrollo del cálculo del método de diseño límite, permitieron diseños más ajustados, con vigas más esbeltas y coeficientes de seguridad más reducidos.

Haremos una breve reseña al respecto.

El reglamento CIRSOC 201/82 establecía un coeficiente de seguridad de rotura a flexión (roturas dúctiles) de $\gamma = 1,75$.

En la versión del código ACI 318/99, asumiendo una sobrecarga igual a un medio de la carga permanente, el factor de seguridad global utilizado para roturas dúctiles era de aproximadamente 1,67.

En la actual versión del CIRSOC 201/05, basado en el ACI 318/05, para la misma relación entre sobrecarga y carga permanente, el factor de seguridad global es de aproximadamente 1,48.

Vale decir, un 15% aproximadamente menor a la versión anterior del CIRSOC 201. Esto tiene naturalmente una directa incidencia sobre las tensiones en el acero y el hormigón y por tanto, sobre las flechas en losas y vigas.

Cada vez se convierte en más importante la verificación de las flechas a fin de asegurar un comportamiento satisfactorio bajo cargas de servicio.

Naturalmente, el proceso constructivo desde la etapa de elaboración del hormigón pasando por una adecuada compactación y un correcto curado y desencofrado en los tiempos mínimos establecidos y no antes, son variables importantes en la magnitud final de las flechas. Asimismo, el acopiar materiales sobre losas que aún no alcanzan la resistencia de diseño perjudica el comportamiento.

Por lo anterior, es vital, no sólo un correcto diseño, sino también una ejecución adecuada. La flecha que se puede presentar en un elemento es una variable aleatoria tal como lo es el cálculo del ancho de fisuras en las estructuras de hormigón, por lo que sólo podremos realizar a través de un adecuado estudio, una estimación del valor que se puede producir.

El CIRSOC 201/05 propone dos métodos para el control de las flechas a nivel de cargas de servicio.

El primero de ellos es aplicable a elementos sometidos a flexión que no estén ligados a piezas (tabiques, cerramientos), no estructurales que puedan ser dañados por deformaciones excesivas.

Este método consiste en dar un espesor o altura mínima a vigas y losas tal que se garantice que las deformaciones se mantengan dentro de valores aceptables (basado en la experiencia).

El segundo método es directo, y consiste en el cálculo de la flecha del elemento en estudio y su posterior comparación con las flechas máximas admisibles establecidas por la norma.

Tipo de elemento	Deformaciones (Flechas) a considerar	Deformación (flecha) límite
<input type="checkbox"/> Cubiertas planas que no soportan ni están unidas a elementos no estructurales que puedan sufrir daños por grandes flechas	Flecha instantánea debida a la sobrecarga L	$\frac{\ell}{180}$ (*)
<input type="checkbox"/> Entrepisos que no soportan ni están unidos a elementos no estructurales que puedan sufrir daños por grandes flechas	Flecha instantánea debida a la sobrecarga L	$\frac{\ell}{360}$
<input type="checkbox"/> Cubiertas o entrepisos que soportan o están unidos a elementos no estructurales que pueden sufrir daños por grandes flechas	Parte de la flecha total que ocurre después de la construcción de los elementos no estructurales, o sea, la suma de las flechas a largo plazo debidas a las cargas de larga duración y las flechas instantáneas que ocasiona cualquier sobrecarga adicional (***)	$\frac{\ell}{480}$ (**)
<input type="checkbox"/> Cubiertas o entrepisos que soportan o están unidos a elementos no estructurales que no pueden sufrir daños por grandes deformaciones (flechas)		$\frac{\ell}{240}$ (****)
<p>(*) Este límite no tiene por objeto constituirse en un resguardo contra la acumulación de agua. Esto último se debe verificar mediante cálculos adecuados de las flechas, incluyendo las debidas al peso del agua estancada y considerando los efectos a largo plazo de todas las cargas de larga duración, la contraflecha, las tolerancias de construcción y la confiabilidad de las medidas adoptadas para el drenaje.</p> <p>(**) Este límite se puede exceder siempre que se adopten las medidas adecuadas para prevenir daños en los elementos apoyados o unidos.</p> <p>(***) Las flechas a largo plazo se deben determinar de acuerdo con el artículo 9.5.2.5. ó 9.5.4.3, pero se pueden reducir en la cantidad calculada de flecha que ocurre antes de vincular los elementos no estructurales. Esta cantidad será determinada en base a datos válidos relacionados con las características de la flecha en función del tiempo, para elementos similares a los que se estén considerando.</p> <p>(****) Este límite no puede ser mayor que la tolerancia establecida para los elementos no estructurales. Este límite se puede superar si se proporciona una contraflecha tal, que la flecha total menos la contraflecha no supere dicho límite.</p>		

Tabla 52: Flechas máximas admisibles (referencia 109)

Flechas máximas admisibles según otras especificaciones¹

El Comité ACI 435 indica que para elementos que soporten o se apoyen en tabiques o muros que puedan sufrir daños por flechas importantes, la flecha activa debe limitarse al menor de los valores:

$$\Delta_{activa} \leq \frac{l}{600}$$

$$\Delta_{activa} \leq 7,5 \text{ mm}$$

De acuerdo al ACI 318/05, dicho valor máximo se limita a 1/480. Este límite puede no ser adecuado para luces importantes.

Respecto del cálculo de las flechas debemos tener presente que por un lado tendremos las flechas instantáneas y por otro, las flechas a largo plazo (o diferidas) que pueden ser del orden de dos o más veces la inicial. Estas últimas son debidas a los fenómenos reológicos del hormigón.

A los efectos del cálculo práctico, la metodología utilizada por el CIRSOC 201/05 es tan sólo una aproximación, dado la cantidad de variables que intervienen, por lo que los valores obtenidos en dichos cálculos presentan importantes dispersiones frente a los que efectivamente se presentarán.

¹ Consultar Referencia 110)

Flechas instantáneas

Los principales factores que afectan la flecha instantánea de un elemento son:

- La edad de puesta en carga del elemento
- La magnitud y la distribución de la carga
- La luz del elemento estructural y las condiciones de vínculo
- La geometría de la sección y la cuantía del acero traccionado
- La cuantía de la armadura comprimida (en caso de existir)
- Las propiedades de los materiales
- La cantidad y extensión del cuadro de fisuras por flexión

Como se mencionó, las propiedades del hormigón inciden significativamente en el comportamiento de las vigas solicitadas a flexión, entre las que podemos mencionar:

- Resistencia a la compresión (f'_c)
- Módulo de elasticidad (E_c)
- Módulo de rotura (f_r) (tensión de rotura a tracción).

El módulo de elasticidad en particular evidencia más variación en función de la calidad del hormigón, la edad del hormigón, el nivel de tensiones originadas por las cargas y la velocidad de aplicación y duración de las cargas, en el CIRSOC 201/05, se sugiere adoptar:

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} \quad (\text{Art. 8.5})$$

Las deformaciones instantáneas se pueden expresar en forma general como:

$$\Delta = \frac{fc(\text{cargas, luces, apoyos})}{E.I}$$

Por ejemplo, la flecha instantánea de una viga simplemente apoyada con carga uniforme es:

$$\Delta = \frac{5.q.l^4}{384.E.I}$$

El inconveniente principal para calcular las flechas en vigas de hormigón armado, será determinar la rigidez a flexión ($E.I$) apropiada para un elemento constituido por un material compuesto (acero-hormigón) en donde el hormigón es heterogéneo y sufre modificaciones con el tiempo por su comportamiento reológico.

Si la viga fuese un perfil metálico de acero de sección conocida, el factor $E.I$ se evalúa con precisión y también por tanto las deformaciones en el elemento.

Si comenzamos a cargar una viga de hormigón armado sometida a flexión, para cargas reducidas, las tensiones de tracción en las fibras inferiores serán pequeñas y menores a f_r (resistencia a tracción por flexión del hormigón), por tanto, la sección de momento máximo permanecerá en estado I (sin fisuras) y su momento de inercia se puede obtener como el de la sección bruta:

$$I_g = b.h^3/12$$

Estrictamente, debería considerarse la sección homogeneizada equivalente (Estado I) (Ver Capítulo 7 del presente texto).

Para cargas mayores, comenzarán a producirse fisuras de flexión en la viga y en dichas secciones se pasará al estado II disminuyendo la rigidez. En la zona entre dos fisuras la pieza permanecerá en estado I con $I_g > I_{II}$. El momento teórico que producirá la primer fisura se denomina momento de fisuración (M_{cr}) y vale:

$$M_{cr} = f_r \cdot \frac{I_g}{y_t}$$

con y_t la distancia desde el eje neutro hasta la cara traccionada y $f_r = 0,625 \cdot \sqrt{f'_c}$.

La variación de I define el valor final de la flecha, y depende de la forma del diagrama de momentos y el patrón de fisuras. Este último es de difícil determinación, por lo que el cálculo exacto de las flechas no es posible. Se realiza un cálculo aproximado que nos brinda una idea de la magnitud de las flechas esperables.

Proceso de fisuración de una viga sometida a flexión

En general, en la pieza ya existen microfisuras entre la pasta y el agregado previo a la aplicación de cargas. Si graficamos en un diagrama momento vs. curvatura para una determinada viga sometida a carga, se observa que para momentos flectores pequeños (Tramo 0-A), la pieza se mantiene en Estado I.

Incrementando el nivel de cargas, surgirá la primera fisura en la zona de momentos máximos M_{cr} (punto A); en la medida que la intensidad de cargas aumente se producirán nuevas fisuras (Tramo A-B). Paulatinamente, la zona de hormigón traccionado que colabora disminuirá y se irá reduciendo la rigidez a flexión.

Para un determinado nivel de cargas (punto B), el proceso de formación de nuevas fisuras se detiene y de producirse nuevos incrementos de cargas, estos se traducen en un aumento del espesor de las fisuras preexistentes, sin generarse fisuras adicionales.

Al proseguir incrementando las cargas se llega (de resultar la viga subarmada) a la tensión de fluencia en la armadura traccionada (punto C). En la zona comprendida entre los puntos A y C la pieza se encuentra en Estado II. Para el nivel de cargas de servicio, el momento flector en la zona de máxima solicitación se encontrará en algún punto de la curva ubicado entre A y C, tendiendo a ubicarse en las cercanías del punto B. Coexistirán por tanto en la pieza, para el nivel de cargas de servicio, zonas en Estado II con zonas en Estado I. Dentro de las zonas en Estado II, a su vez, tendremos sectores parcialmente fisurados y otros totalmente fisurados (por encima del punto B). Las zonas entre fisuras aportarán rigidez al elemento, en donde el hormigón tomará parte de la carga a tracción (tensión stiffening), dicha colaboración tiene una incidencia significativa en el valor final de la flecha de la pieza.

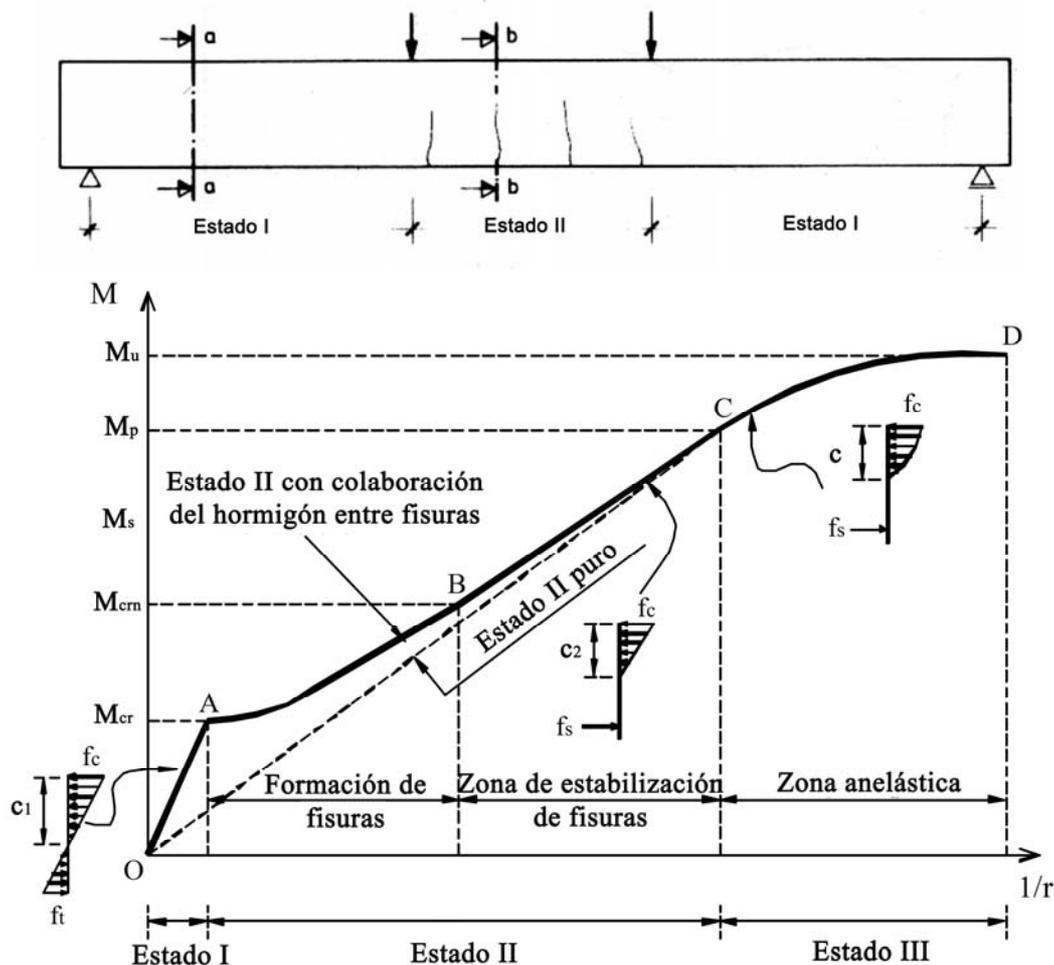


Figura 310: Diagrama momento-curvatura de una viga sometida a flexión (referencia 66)

Una importante cantidad de experiencias y ensayos, permiten determinar que con una razonable precisión se puede utilizar un momento de inercia efectivo I_e para evaluar la rigidez a flexión de la viga bajo carga, conocido como “Método de Branson”, fue adoptado por el Comité ACI 435.

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \leq I_g$$

con $M_{cr} = f_r \cdot \frac{I_g}{y_t}$

M_a = momento máximo actuante en la sección correspondiente a la etapa de carga en estudio.²

I_{cr} = momento de inercia de la sección en estado II (fisurada).

I_g = momento de inercia en estado I (sección bruta de hormigón).

El momento de inercia efectivo (I_e) proporciona una transición entre los límites superiores de I_g e inferior I_{cr} , en función del nivel de fisuración representado por M_a / M_{cr} .

La ecuación representa (o considera empíricamente) el efecto de la rigidización (contribución del hormigón entre las fisuras), para valores poco mayores que M_{cr} de M_a , el momento de inercia se aproxima a I_g .

Para valores crecientes de M_a , I_e se aproxima a I_{cr} .

Para valores de $M_a/M_{cr} > 3$, I_e es casi igual a I_{cr} .

Los valores comunes de M_a/M_{cr} para cargas completas de servicio, varían aproximadamente entre 1,50 y 2,50.

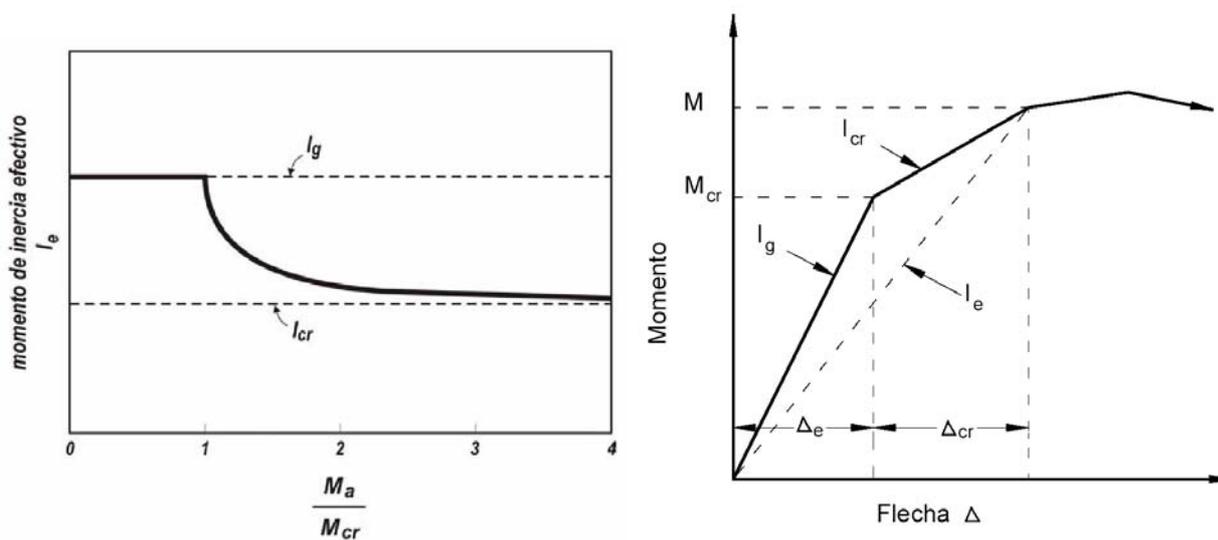


Figura 311: Relación M_a/M_{cr} (referencias 97) y 109)

Para momentos $M_a < M_{cr}$, las flechas instantáneas son proporcionales a $\Delta = f / (E_c \cdot I_g)$, para momentos mayores el momento de inercia efectivo I_e se vuelve cada vez menor y las flechas se obtienen con la expresión $\Delta = f / (E_c \cdot I_e)$, para cualquier nivel de carga de servicio.

Para vigas continuas se debería evaluar la variación de I_e en distintas secciones, por lo que se sugiere para vigas en ambos extremos continuos:

$$I_{e \text{ prom.}} = 0,70 I_{\text{medio}} + 0,15 \cdot (I_{e1} + I_{e2})$$

Para vigas con sólo un extremo continuo:

$$I_{e \text{ prom.}} = 0,85 I_{\text{medio}} + 0,15 \cdot I_{e1}$$

Para elementos prismáticos continuos la utilización de las propiedades correspondientes a la sección del centro del tramo se considera satisfactoria para cálculos aproximados, fundamentalmente porque la rigidez en el centro del tramo tiene un efecto determinante en las flechas.

Para el caso de una única carga concentrada muy elevada, sólo se debería utilizar el valor de I_e correspondiente al centro del tramo.

² Debe considerarse para evaluar M_a al máximo momento actuante en la sección en la historia de cargas de la estructura.

Método de cálculo de flechas de larga duración (CIRSOC 201/05)

La flecha adicional a largo plazo debida a los efectos combinados de contracción y de fluencia lenta provocada por las cargas de larga duración, $\Delta_{(cp+sh)}$ se puede estimar multiplicando la flecha instantánea producida por la carga de larga duración $\Delta_{i(sos)}$ por el factor λ , es decir:

$$\Delta_{(cp+sh)} = \lambda (\Delta_i)_{sos}$$

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

$$\rho' = A'_s / (b.d)$$

$$\xi = f_c(\text{tiempo})$$

5 años o más.....	$\xi = 2,0$
12 meses.....	$\xi = 1,4$
6 meses.....	$\xi = 1,2$
3 meses.....	$\xi = 1,0$
1 mes	$\xi = 0,7$

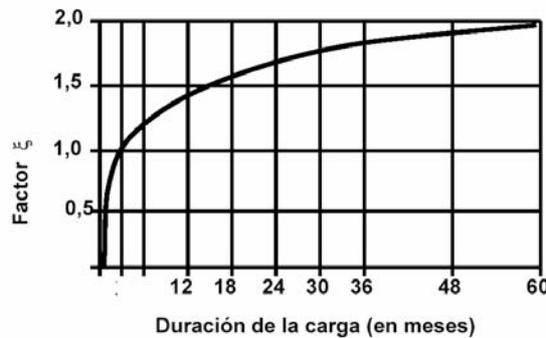


Figura 312: Variación del coeficiente ξ para cálculo de flechas larga duración (referencia 109)

La cuantía de armadura comprimida ρ' se calcula en la sección de apoyo para voladizos, y en el centro de la luz para los tramos simples y continuos.

Momento de inercia de la sección fisurada

Momento de inercia de la sección fisurada para una sección rectangular

Tomando momentos de las áreas respecto del eje neutro:

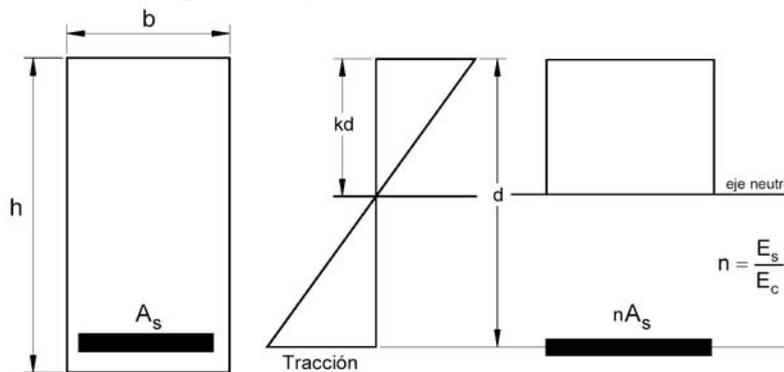


Figura 313: Sección fisurada de hormigón armado

$$b \cdot K \cdot d \cdot K \cdot d/2 = n \cdot A_s (d - K \cdot d)$$

Llamando: $B = b / (n \cdot A_s)$

$$Kd = \frac{\sqrt{2 \cdot B \cdot d + 1} - 1}{B} \quad \text{con } k \cdot d = c \text{ (profundidad del eje neutro)}$$

El momento de inercia de la sección fisurada respecto del eje neutro vale:

$$I_{cr} = \frac{b \cdot (Kd)^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - Kd)^2$$

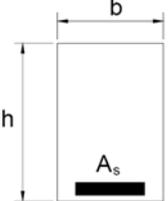
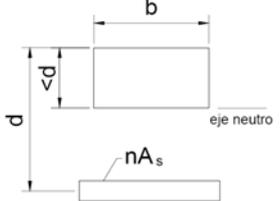
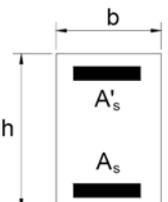
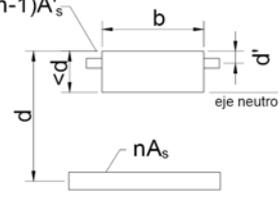
Sección bruta	Sección fisurada transformada	Momento de inercia de la sección bruta y de la sección fisurada
	 <p>Sin armadura de compresión</p>	$n = \frac{E_s}{E_c}$ $B = \frac{b}{(nA_s)}$ $I_g = \frac{bh^3}{12}$ Sin armadura de compresión: $kd = (\sqrt{2dB + 1} - 1) / B$ $I_{cr} = b(kd)^3 / 3 + nA_s(d - kd)^2$
	 <p>Con armadura de compresión</p>	Con armadura de compresión: $r = (n - 1)A'_s / (nA_s)$ $kd = \left[\sqrt{2dB + (1 + rd'/d) + (1 + r)^2} - (1 + r) \right] / B$ $I_{cr} = b(kd)^3 / 3 + nA_s(d - kd)^2 + (n - 1)A'_s(kd - d')^2$

Tabla 53: Momentos de inercia de la sección fisurada para otras secciones (referencia 97)

Comentario sobre flechas a largo plazo

Como vimos, las deformaciones a largo plazo se ven influenciadas por la temperatura, la humedad, condiciones de curado, edad del hormigón al aplicar la carga, la cuantía de la armadura comprimida, y la magnitud de la carga permanente, entre otras. Las deformaciones se incrementan rápidamente en los primeros días de aplicación de las cargas y en la medida que avanza el tiempo, crecen a una menor velocidad para llegar a valores aproximados finales cerca de los 5 años.

En la siguiente figura se puede observar un esquema con el incremento de las deformaciones en la zona comprimida del hormigón debido a cargas de larga duración y el aumento de curvaturas (ϕ) y flechas asociado a las mismas.



- ϵ_{ci} = deformación específica instantánea del hormigón comprimido
- ϵ_{ck} = deformación específica de fluencia del hormigón comprimido
- c_i = profundidad del eje neutro para $t = 0$
- c_k = profundidad del eje neutro para $t = \infty$
- $\epsilon_{c\infty} = \epsilon_{ci} + \epsilon_{ck}$ = deformación específica total de compresión en la fibra más comprimida del hormigón a largo plazo.
- ϕ_i = curvatura inicial
- ϕ_k = incremento de curvatura debido a la fluencia lenta.

Se observa que la posición del eje neutro desciende por efecto de ϵ_{ck} y que la deformación específica de la armadura traccionada ϵ_s se mantiene prácticamente constante. En realidad, al bajar el eje neutro, se reduce el brazo de palanca z , por lo que se requiere de un leve incremento en las resultantes C y T , y ϵ_s no sería constante tal como se lo supuso.

El método planteado por el CIRSOC 201/05 para evaluar las deformaciones a largo plazo es tan sólo una aproximación, y por lo tanto, si las deformaciones constituyen un problema de diseño, es conveniente evaluarlas mediante algún método más preciso. Si las deformaciones calculadas son excesivas, se puede adoptar aumentar la altura útil, incrementar ρ' o proveer al elemento de una contraflecha. El valor de la flecha resulta influenciado no sólo por la intensidad de la carga, sino también por su duración y repetición.

Por ejemplo, para una sobrecarga de servicio de corta duración (minutos) aplicada con la estructura trabajando en período elástico (zonas en estado I y otras en estado II), la deformación incremental producida se reduce prácticamente a cero al desaparecer la sobrecarga. En cambio, para el mismo tipo y nivel de carga pero de mayor duración, a raíz de la fisuración y pérdida de adherencia quedan deformaciones permanentes luego de la descarga, aún con estructuras en período elástico.

Procedimiento para el cálculo de flechas³

Dada una viga sobre la que actúa una carga permanente D (en general, sólo el peso propio), de larga duración, y una sobrecarga de corta duración de valor L , la flecha máxima esperable a largo plazo se calculará como:

$$\Delta_t = \Delta_{iD} + \lambda \cdot \Delta_{iD} + \Delta_{iL}$$

a) Flecha instantánea Δ_{iD}

Se calcula con el valor del momento de inercia efectivo (I_e) asociado con el correspondiente valor de momento flector actuante.

b) Flecha a largo plazo por cargas de larga duración

$$\Delta_{cp+sh} = \lambda \cdot \Delta_{iD}$$

c) Flecha instantánea debida a la sobrecarga, Δ_{iL}

$$\Delta_{iL} = \Delta_{i(D+L)} - \Delta_{iD}$$

d) Flecha total

$$\Delta_t = \Delta_{iD} + \lambda \cdot \Delta_{iD} + \Delta_{iL}$$

³ Consultar Ejemplo 101

Expresiones de cálculo de la flecha máxima Δ en el tramo

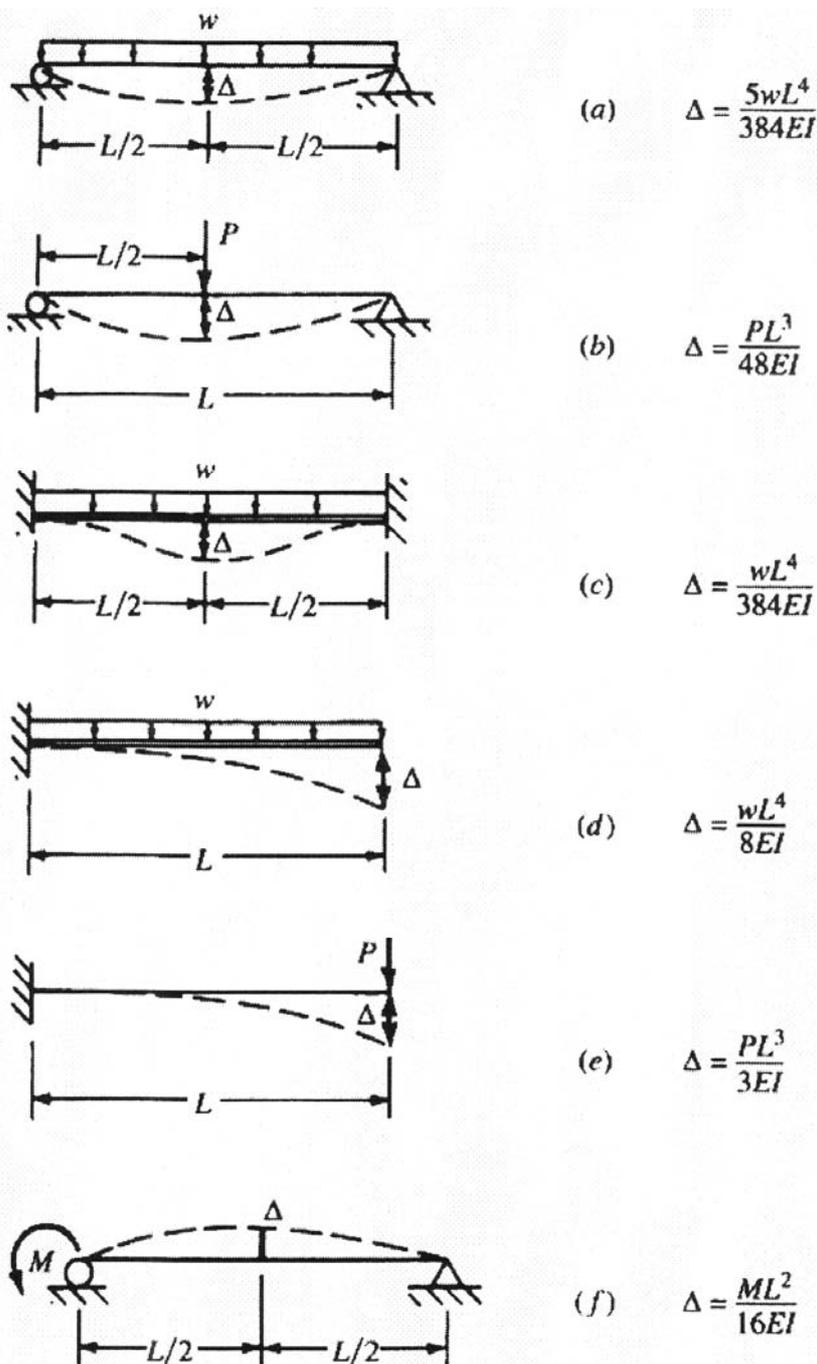


Figura 314: Expresiones de cálculo de flecha instantánea máxima en el tramo (referencia 34)

Evolución de las flechas en una estructura típica de edificios

A continuación se desarrollará el proceso de evolución de las flechas de una estructura de forma simplificada, dado que entre otras variables, no se evalúa, por ejemplo, las cargas generadas por el encofrado de los niveles superiores.

En el análisis se contempla a la flecha activa, que es aquella susceptible de afectar a los cerramientos. Al respecto, en la referencia 110) se indica la conveniencia de considerar la flecha instantánea producida por la mampostería como parte de la flecha activa, dado que los tabiques se rigidizan rápidamente luego de ser construidos y por lo tanto las cargas producidas por la ejecución de otros cierres aledaños con pocos días de diferencia, puede ocasionar flechas que dañen a los ejecutados primeramente.

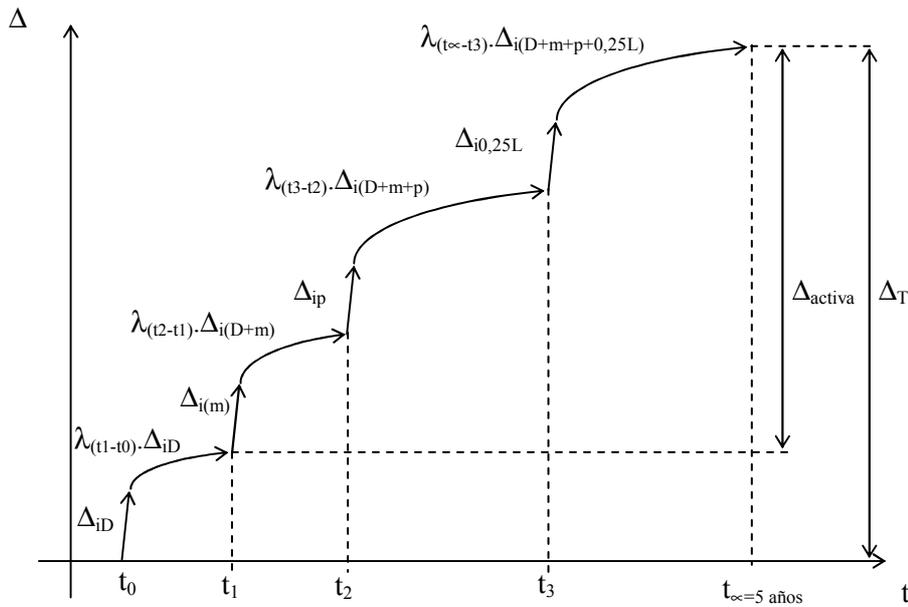


Figura 315: Evolución de las flechas en una estructura típica de edificios

$$\Delta_{T\infty} = \Delta_{i(D)} + \lambda_{(t1-t0)} \cdot \Delta_{i(D)} + \Delta_{i(m)} + \lambda_{(t2-t1)} \cdot \Delta_{i(D+m)} + \Delta_{ip} + \lambda_{(t3-t2)} \cdot \Delta_{i(D+m+p)} + \Delta_{i0,25L} + \lambda_{(t\infty-t3)} \cdot \Delta_{i(D+m+p+0,25L)}$$

donde:

$\Delta_{i(D)}$ = flecha debida al peso propio de las vigas y losas

$\Delta_{i(m)}$ = flecha debida a los muros de cerramiento

Δ_{ip} = flecha debida a la ejecución de contrapisos, pisos y cielorrasos

$\Delta_{i0,25L}$ = flecha debida al porcentaje de la sobrecarga que se considera de carácter permanente.

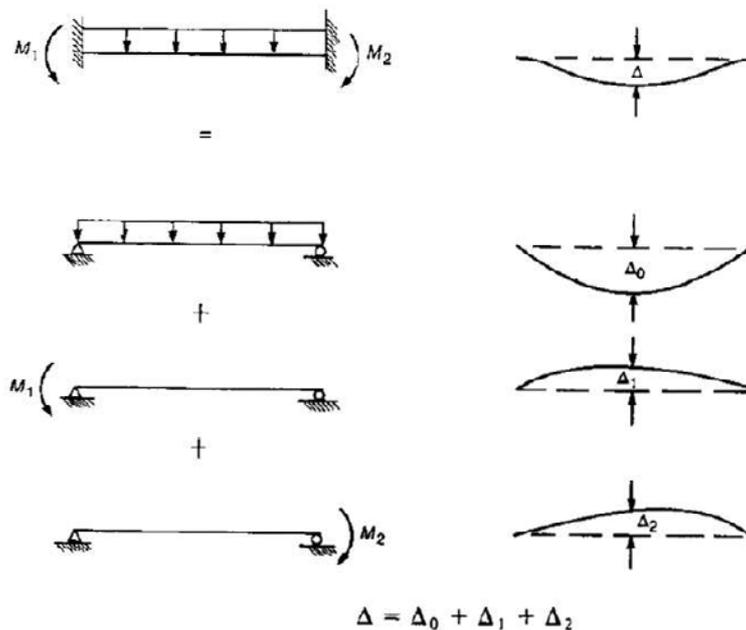


Figura 316: Determinación de la flecha instantánea total para una viga empotrada con carga distribuida

Limitación de alturas mínimas en vigas y losas, según ACI 318/05 y CIRSOC 201/05

Para losas armadas en una dirección, la luz de referencia “l” se define como el menor valor entre:

- La luz entre el eje de vigas o apoyos “lc”.
- La luz libre entre cara de apoyos más un espesor de la losa: “ln + h”.

ELEMENTOS	ALTURA O ESPESOR MÍNIMO, h			
	Simplemente apoyados	Con un extremo continuo	Ambos extremos continuos	En voladizo
	Elementos que no soporten o estén vinculados a tabiques divisorios u otro tipo de elementos susceptibles de sufrir daños por grandes flechas			
Losas macizas armadas en una dirección	$l/20$	$l/24$	$l/28$	$l/10$
Vigas o losas nervuradas en una dirección	$l/16$	$l/18,5$	$l/21$	$l/8$
<input type="checkbox"/> La luz l se expresa en mm. <input type="checkbox"/> Los valores dados en esta tabla son para elementos de hormigón de peso normal ($w_c = 2300 \text{ kg/m}^3$) y armadura con $f_y = 420 \text{ MPa}$. Para otras condiciones, los valores se deben modificar como se indica a continuación: a) Para hormigón liviano estructural de peso unitario comprendido entre 1500 y 2000 kg/m^3 , los valores de la Tabla 9.5.a) se deben multiplicar por $(1,65 - 0,0003 w_c)$, valor que debe ser mayor o igual que 1,09. b) Para $f_y \neq 420 \text{ MPa}$, los valores de esta Tabla se deben multiplicar por la expresión $(0,4 + f_y / 700)$.				

Tabla 54: Espesores mínimos para vigas y losas en una dirección (referencia 109)

Tanto el ACI 318 como el CIRSOC 201/05, admiten la existencia de vigas de rigidez “no infinita”, vale decir, flexibles como apoyos. Esto posibilita la transición continua que va desde los entrepisos sin vigas, a los entrepisos con vigas, en los cuales éstas se puedan asumir como apoyos infinitamente rígidos para losas. Esta transición se evalúa mediante la incorporación de un parámetro “ α_m ”, que es el promedio de las rigideces relativas α_i de las vigas en las que apoya la losa. De tal forma se permite cuantificar la rigidez relativa de las vigas frente a las losas que apoyan en ellas.

Espesores mínimos de losas armadas en dos direcciones

α_m	$h \geq$	Altura total mínima
≤ 0.2	Entrepisos sin vigas	
$0.2 < \alpha_m \leq 2$	$\frac{l_n \left(0.8 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 5\beta(\alpha_m - 0.2)}$	12 cm
$\alpha_m > 2$	$\frac{l_n \left(0.8 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 9\beta}$	9 cm

l_n = mayor luz libre de la losa

β = relación de lado mayor a menor de la losa.

Tabla 55: Expresiones de cálculo de espesores para losas por el criterio rigidez (adaptado referencia 109)

Cálculo de flechas según el CEB-FIP Model Code 90

A fin de evaluar en forma rápida y sencilla las flechas a largo plazo en una pieza, con una buena precisión, se puede emplear el método propuesto por el Código Modelo CEB-FIP 90⁴, el que presenta el inconveniente de que sólo permite el cálculo de las deformaciones a tiempo infinito, por tanto no es posible estimar deformaciones entre dos tiempos dados a fin de evaluar, por ejemplo, probables daños por flechas activas sobre los cerramientos. Las flechas por contracción al fragüe deben ser calculadas en forma independiente y luego sumadas, y las originadas en forma instantánea no pueden ser evaluadas. La deformación a tiempo infinito, está definida de la siguiente manera:

$$\Delta_{\infty} = (1 + \phi) \Delta_{ib}$$

para $M < M_{cr}$

⁴ Consultar Referencia 8), 30) y 110)

$$\Delta_{\infty} = \left(\frac{h}{d}\right)^3 \cdot \eta \cdot (1 - 20\rho_{cm}) \Delta_{ib}$$

para $M > M_{cr}$

Δ_{∞} = deformación total a tiempo infinito

Δ_{ib} = deformación instantánea para un valor de E_{ci} e I_g .

M = momento flector derivado de las cargas de servicio en estudio, aplicado en el centro de la luz para una viga o losa, o en el empotramiento para un voladizo.

M_{cr} = momento de fisuración

$E_{ci} = 2,15 \cdot 10^4 \cdot [(f'_c + 8)/10]^{1/3}$ = módulo de elasticidad a la edad de aplicación de la carga

ϕ = coeficiente de fluencia⁵ (Tabla 57)

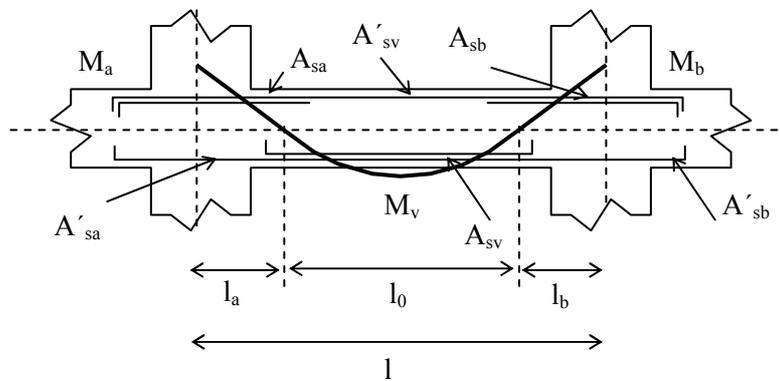
ρ_{cm} = cuantía geométrica media de la armadura de compresión porcentual calculada según ecuación (I)

ρ_m = cuantía geométrica media de la armadura de tracción porcentual, calculada según la siguiente ecuación:

$$\rho_m = \rho_a \cdot \frac{l_a}{l} + \rho_v \cdot \frac{l_0}{l} + \rho_b \cdot \frac{l_b}{l} \quad (I)$$

con ρ_a , ρ_v y ρ_b cuantías geométricas de las armaduras de tracción o compresión.

η = factor de corrección que considera el efecto de fisuración y fluencia (Tabla 56)



$$l = l_a + l_0 + l_b$$

$$\rho_a = \frac{A'_{sa}}{b \cdot d} \cdot 100$$

ρ_m (%)	0,15	0,20	0,30	0,50	0,75	1,0	1,50
η	10	8	6	4	3	2,5	2

Tabla 56: Factor de corrección para el cálculo de flechas a largo plazo

Edad de la puesta en carga t_0 (días)	Humedad relativa (%)											
	50			60			70			80		
	Espesor ficticio (mm)											
	50	150	600	50	150	600	50	150	600	50	150	600
1	5,4	4,4	3,6	4,8	4,0	3,3	4,1	3,6	3,0	3,5	3,1	2,7
7	3,8	3,1	2,5	3,3	2,8	2,3	2,9	2,5	2,1	2,5	2,2	1,9
14	3,3	2,7	2,2	2,9	2,4	2,0	2,5	2,2	1,8	2,2	1,9	1,7
28	2,9	2,4	1,9	2,6	2,1	1,8	2,2	1,9	1,6	1,9	1,7	1,5
60	2,5	2,1	1,6	2,2	1,9	1,5	1,9	1,7	1,4	1,6	1,4	1,3
90	2,3	1,9	1,5	2,0	1,7	1,4	1,8	1,5	1,3	1,5	1,3	1,2
365	1,8	1,4	1,2	1,6	1,3	1,1	1,4	1,2	1,0	1,2	1,0	0,9
1800	1,3	1,1	0,8	1,1	1,0	0,8	1,0	0,9	0,7	0,8	0,7	0,7

Tabla 57: Valores del coeficiente de fluencia ϕ (para un hormigón $f'_c = 37,5$ MPa y una temperatura de 20°C)

⁵ Ver Referencia 110)

El espesor ficticio e_f (mm) se calcula como:

$$e_f = \frac{2 \cdot A}{u}$$

con:

A = sección de la pieza

u = perímetro expuesto en contacto con la atmósfera

En caso de evaluarse las flechas totales por el criterio planteado por el Código Modelo CEB-FIP 90, deben sumarse a dichas deformaciones las originadas por contracción del hormigón (ϵ_{sh}). En general, las deformaciones por contracción no resultan relevantes frente a las totales, asimismo, en su cálculo, dado las múltiples variables de las que depende, no puede obtenerse una precisión importante. Al estar la armadura distribuida en las vigas de forma asimétrica, con la mayor cantidad de armadura ubicada en la cara traccionada por flexión, la contracción del hormigón es restringida en forma diferencial y origina deformaciones en igual sentido que las cargas externas. La armadura ubicada en la cara comprimida disminuye las deformaciones por contracción.

La deformación en una viga de hormigón armado por contracción puede calcularse como:

$$\Delta_{sh} = \frac{K \cdot S_s \cdot \epsilon_{sh} \cdot m}{I_e} \cdot l^2$$

con:

K = coeficiente que depende de las condiciones de borde de la viga (Tabla 58)

ϵ_{sh} = deformación específica generada por retracción por fragüe

S_s = momento estático de las armaduras de tracción y compresión respecto al eje que pasa por el centro de gravedad (el valor de la armadura comprimida se incorpora con signo negativo para el cálculo de S_s).

$m = E_s / E'_{ci}$

I_e = momento de inercia de la sección de hormigón

E'_{ci} = Branson sugiere tomar como valor la mitad de E_{ci} , es decir, $E'_{ci} = 0,50 E_{ci}$

$$E_{ci} = 2,15 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{f'_c + 8}{10} \right)^{1/3}$$

Respecto de los valores del coeficiente K, se suele adoptar:

Condición de borde de la viga	K
Voladizos	1/2
Viga simplemente apoyada	1/8
Viga continua de dos vanos	1/12
Vano extremo de viga continua con tres o más vanos	1/11
Vano interior de viga continua	1/15

Tabla 58: Tabla de valores para el coeficiente K

Respecto del valor de ϵ_{sh} , puede adoptarse según lo desarrollado en el Capítulo 5, Ecuación I, del presente texto. Como valores orientativos pueden consultarse los indicados en la Referencia 110).

Este valor de flecha obtenido Δ_{sh} , se suma a Δ_{∞} , calculado según el Código Modelo para obtener la flecha total a tiempo infinito de la pieza.

$$\Delta_T = \Delta_{\infty} + \Delta_{sh}$$

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 57) Evaluar la flecha a largo plazo de una viga dada según el Código Modelo CEB-FIP 90.

La viga pertenece al vano interior de un sistema apertorcado.

$$l = 8 \text{ m}$$

Cargas:

$$D = 62,50 \text{ KN/m}$$

$$L = 53,50 \text{ KN/m}$$

$$D + L = 116 \text{ KN/m}$$

Materiales:

$$\text{Hormigón H-20} \quad f'_c = 20 \text{ MPa}$$

$$\text{Acero ADN 42/50} \quad f_y = 420 \text{ MPa}$$

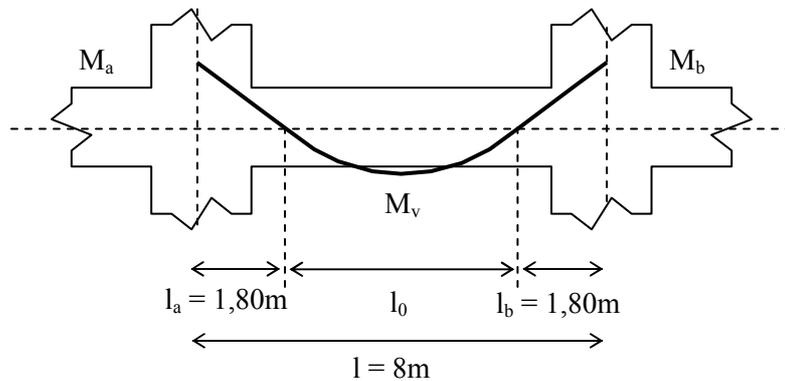
Sección:

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 80 \text{ cm}$$

$$d = 75 \text{ cm}$$

Nota: la flecha máxima a tiempo infinito se evaluará para un estado consistente en $D + 0,25 L$. Se considera a la pieza interior con una humedad del 50%.



Valores de momentos flectores de servicio:

$$M_a = M_b = -411,96 \text{ KNm}$$

$$M_v = 179,08 \text{ KNm}$$

$$D + 0,25 L = 75,87 \text{ KN/m}$$

Valores de momentos flectores últimos:

$$M_{ua} = M_{ub} = -895,51 \text{ KNm}$$

$$M_{uv} = 389,29 \text{ KNm}$$

Dimensionado de apoyo según CIRSOC 201/05:

$$M_{uapoyo} = -895,51 \text{ KNm}$$

$$M_n = M_u / 0,90 = 995 \text{ KNm}$$

Dimensiones de cálculo:

$$b_w = 0,30 \text{ m}$$

$$h = 0,80 \text{ m}$$

$$d = 0,75 \text{ m}$$

$$m_n = M_n / (f^*_c b_w \cdot d^2) = 995 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,30 \text{ m} \cdot (0,75\text{m})^2] = 0,34684$$

$$k_a = 1 - (1 - 2 m_n)^{1/2} = 0,44654$$

$$K_a = 0,44654 > K_{am\acute{a}x} = 0,375 \beta_1 = 0,375 \cdot 0,85 = 0,3187$$

(Se requiere doble armadura)

$$M_n = M_c + \Delta M_n$$

$$M_c = f_c^* \cdot b_w \cdot k_{am\acute{a}x} \cdot d^2 \cdot (1 - k_{am\acute{a}x}/2)$$

$$M_c = 0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,30 \text{ m} \cdot 0,3187 \cdot (0,75\text{m})^2 \cdot (1 - 0,3187/2) = 768,58 \text{ KNm}$$

$$\Delta M_n = M_n - M_c = 995 \text{ KNm} - 768,58 \text{ KNm} = 226,42 \text{ KNm}$$

$$A'_s = \frac{\Delta M_n}{f'_s \cdot (d - d'_s)} = \frac{226,42 \text{ KNm}}{420000 \text{ KN/m}^2 \cdot (0,75\text{m} - 0,05\text{m})} \cdot 10000 = 7,70 \text{ cm}^2$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_{am\acute{a}x} \cdot d/f_y + A'_s \cdot f'_s / f_y$$

$$A_s = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 0,3187 \cdot 75 \text{ cm}/420 \text{ MPa} + 7,70 \text{ cm}^2 = 36,72 \text{ cm}^2$$

Es posible adoptar para el apoyo $8\phi 25 \text{ mm} = 39,28 \text{ cm}^2$ superiores y $2\phi 25 \text{ mm}$ inferiores = $9,82 \text{ cm}^2$

Dimensionado del tramo según CIRSOC 201/05:

$$M_{\text{utramo}} = 389,29 \text{ KNm}$$

$$M_n = M_u / 0,90 = 432,54 \text{ KNm}$$

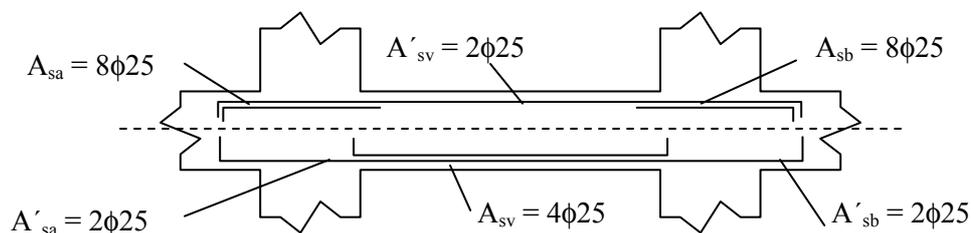
$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 432,54 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,30 \text{ m} \cdot (0,75 \text{ m})^2] = 0,15077$$

$$k_a = 1 - (1 - 2 m_n)^{1/2} = 0,164261$$

$$K_a = 0,164261 < K_{am\acute{a}x} = 0,375 \beta_1 = 0,375 \cdot 0,85 = 0,3187$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_{am\acute{a}x} \cdot d/f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 0,164261 \cdot 75 \text{ cm}/420 \text{ MPa} = 14,96 \text{ cm}^2$$

Es posible adoptar para el tramo $4\phi 25 \text{ mm} = 19,64 \text{ cm}^2$ inferiores.



Cálculo de la cuantía geométrica armadura de tracción

$$l_0 = 4,40 \text{ m}$$

$$\rho_m = \rho_a \cdot \frac{l_a}{l} + \rho_v \cdot \frac{l_0}{l} + \rho_b \cdot \frac{l_b}{l}$$

$$\rho_a = \rho_b = \frac{A_{sa}}{b.d} = \frac{39,28cm^2}{30cm \cdot 75cm} = 0,017457$$

$$\rho_v = \frac{A_{sv}}{b.d} = \frac{19,64cm^2}{30cm \cdot 75cm} = 0,0087288$$

$$\rho_m = \rho_a \cdot \frac{l_a}{l} + \rho_v \cdot \frac{l_0}{l} + \rho_b \cdot \frac{l_b}{l} = 0,017457 \cdot \frac{1,8m}{8m} \cdot 2 + 0,0087288 \cdot \frac{4,4m}{8m} = 0,0126556$$

$$\rho_m = 0,0126556 \cdot 100 = 1,265$$

Ingresando a tablas, $\eta = 2,25$

Cálculo de la cuantía geométrica armadura de compresión

$$l_0 = 4,40 \text{ m}$$

$$\rho_{cm} = \rho'_a \cdot \frac{l_a}{l} + \rho'_v \cdot \frac{l_0}{l} + \rho'_b \cdot \frac{l_b}{l}$$

$$\rho'_a = \rho'_b = \rho'_v = \frac{9,82cm^2}{30cm \cdot 75cm} = 0,004364$$

$$\rho_{cm} = \rho'_a \cdot \frac{l_a}{l} + \rho'_v \cdot \frac{l_0}{l} + \rho'_b \cdot \frac{l_b}{l} = 0,004364 \cdot \frac{1,8m}{8m} \cdot 2 + 0,004364 \cdot \frac{4,4m}{8m} = 0,004364$$

$$\Delta_\infty = \left(\frac{h}{d}\right)^3 \cdot \eta \cdot (1 - 20\rho_{cm}) \cdot \Delta_{ib} = \left(\frac{80cm}{75cm}\right)^3 \cdot 2,25 \cdot (1 - 20 \cdot 0,004364) \cdot \Delta_{ib} = 2,492 \cdot \Delta_{ib}$$

con Δ_{ib} flecha instantánea.

$$I_g = \frac{b \cdot h^3}{12} = 1280000cm^4$$

$$E_{ci} = 2,15 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{f'_c + 8}{10}\right)^{1/3} = 30303,4MPa$$

$$\Delta_1 = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I_g} = 1,04cm$$

$$\Delta_2 = \Delta_3 = \frac{M_A \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot I_g} = -0,42cm$$

$$\Delta_{ib} = 1,04 \text{ cm} - 2 \cdot 0,42 \text{ cm} = 0,2 \text{ cm}$$

$$\Delta_\infty = 2,492 \cdot \Delta_{ib} = 0,5cm$$

Nota: debe adicionarse la flecha originada por la contracción del hormigón (Δ_{sh})

Estimación de la flecha por contracción

$$\Delta_{sh} = \frac{K \cdot S_s \cdot \epsilon_{sh} \cdot m}{I_e} \cdot l^2$$

$K = 1/15$

$I_e = I_g$ (según Branson sólo para el cálculo de las deformaciones por contracción)

ϵ_{sh} (del Capítulo 5 para tiempo infinito)

$$E'_{ci} = 0,50 \cdot E_{ci} = 0,50 \cdot 2,15 \cdot 10^4 \cdot [(f'_c + 8)/10]^{1/3} = 15151,7 \text{ MPa}$$

$$m = E_s / E'_{ci} = 200000 / 15151,7 = 13,2$$

$l = 8 \text{ m}$

Tramo:

$$S_s = [19,64 \text{ cm}^2 \cdot (40 \text{ cm} - 5 \text{ cm})] - [9,82 \text{ cm}^2 \cdot (40 \text{ cm} - 5 \text{ cm})] = 343,70 \text{ cm}^3$$

Cálculo de ϵ_{sh} :

$V/S = (30 \text{ cm} \cdot 80 \text{ cm}) / (220 \text{ cm}) = 109 \text{ mm}$ y que la humedad es del 50%, se obtiene:

$k_s = 0,7$ (Figura 29)

$$k_h = \frac{(140 - H)}{70} = \frac{(140 - H)}{70} = 1,29$$

$t = 10000$ días (es posible aproximarlos a tiempo infinito)

$$\epsilon_{sh} = -k_s \cdot k_h \cdot \left[\frac{t}{35 + t} \right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} = -0,7 \cdot 1,29 \cdot \left[\frac{10000 \text{ días}}{35 + 10000 \text{ días}} \right] \cdot 0,51 \cdot 10^{-3} = -4,59 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta_{sh} = \frac{K \cdot S_s \cdot \epsilon_{sh} \cdot m}{I_e} \cdot l^2 = \frac{1/15 \cdot 343,70 \text{ cm}^3 \cdot 4,59 \cdot 10^{-4} \cdot 13,2}{1280000 \text{ cm}^4} \cdot (800 \text{ cm})^2 = 0,07 \text{ cm}$$

En tal caso, la flecha total a largo plazo se calcula como:

$$\Delta_{\infty Total} = \Delta_{\infty} + \Delta_{sh} = 0,5 \text{ cm} + 0,07 \text{ cm} = 0,57 \text{ cm}$$

Ejemplo 58) Verificación de la deformación de la viga del Ejemplo 57) según el método de Branson

$f_r \cong 3,13 \text{ MPa}$ (tensión de tracción última a flexión)

$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} = 21019 \text{ MPa}$

$E_s \cong 200000 \text{ MPa}$

$n = E_s/E_c = 9,51$

$I_g = 1280000 \text{ cm}^4$

Características de la sección fisurada

a) Tramo

$d = 75 \text{ cm}$

$A_s = 19,64 \text{ cm}^2$

$$B = b / (n \cdot A_s) = 30 \text{ cm} / (9,51 \cdot 19,64 \text{ cm}^2) = 0,161 \text{ cm}^{-1}$$

$$Kd = \frac{\sqrt{2.B.d+1}-1}{B} = \frac{\sqrt{2.75\text{cm}.0,161\text{cm}^{-1}+1}-1}{0,161\text{cm}^{-1}} = 24,94\text{cm}$$

$$I_{cr} = \frac{b.(Kd)^3}{3} + n.A_s.(d-Kd)^2 = 623190\text{cm}^4$$

b) Apoyo

d = 75 cm

A_s = 39,28 cm²

$$B = b / (n.A_s) = 30 \text{ cm} / (9,51 \cdot 39,28 \text{ cm}^2) = 0,08 \text{ cm}^{-1}$$

$$Kd = \frac{\sqrt{2.B.d+1}-1}{B} = \frac{\sqrt{2.75\text{cm}.0,08\text{cm}^{-1}+1}-1}{0,08\text{cm}^{-1}} = 32,57\text{cm}$$

$$I_{cr} = \frac{b.(Kd)^3}{3} + n.A_s.(d-Kd)^2 = 1018013\text{cm}^4$$

Momentos críticos (M_{cr})

a) Tramo

y_t = 40 cm

$$M_{cr} = f_r \cdot \frac{I_g}{y_t} = 31,3\text{kg/cm}^2 \cdot \frac{1280000\text{cm}^4}{40\text{cm}} = 10016\text{kgm}$$

b) Apoyo

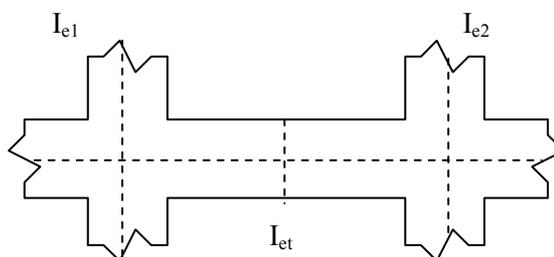
$$M_{cr} = f_r \cdot \frac{I_g}{y_t} = 31,3\text{kg/cm}^2 \cdot \frac{1280000\text{cm}^4}{40\text{cm}} = 10016\text{kgm}$$

Solicitaciones de servicio

a) Apoyo

M_A = M_B = 41196 kgm = 411,96 kNm

b) Tramo

M_t = 17908 kgm = 179,08 kNm**Momento de inercia efectivo (I_e)**

a) Apoyo

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_{cr} \leq I_g$$

$$I_{e1} = \left(\frac{10016\text{kgm}}{41196\text{kgm}}\right)^3 \cdot 1280000\text{cm}^4 + \left[1 - \left(\frac{10016\text{kgm}}{41196\text{kgm}}\right)^3\right] \cdot 1018013\text{cm}^4 = 1021778\text{cm}^4$$

I_{e1} = I_{e2}

b) Tramo

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_{cr} \leq I_g$$

$$I_e = \left(\frac{10016 \text{kgm}}{17908 \text{kgm}} \right)^3 \cdot 1280000 \text{cm}^4 + \left[1 - \left(\frac{10016 \text{kgm}}{17908 \text{kgm}} \right)^3 \right] \cdot 623190 \text{cm}^4 = 738106 \text{cm}^4$$

$$I_{e \text{ prom.}} = 0,70 I_{\text{medio}} + 0,15 \cdot (I_{e1} + I_{e2}) = 823208 \text{cm}^4$$

Flecha instantánea**Flecha debida a la carga uniforme**

$$\Delta_1 = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot 7587 \text{kg/m} \cdot (800 \text{cm})^4}{384 \cdot 210190 \text{kg/cm}^2 \cdot 823208 \text{cm}^4 \cdot 100} = 2,34 \text{cm}$$

Flecha debida al momento en A

$$\Delta_2 = \Delta_3 = \frac{M_A \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot I_{e \text{ prom}}} = \frac{41196 \text{kgm} \cdot 100 \cdot (800 \text{cm})^2}{16 \cdot 210190 \text{kg/cm}^2 \cdot 823208 \text{cm}^4} = -0,95 \text{cm}$$

Flecha instantánea

$$\Delta_{\text{Total}} = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = 0,44 \text{cm}$$

Flecha a largo plazo

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

$$\xi = 2$$

$$\rho' = 0,004364$$

$$\lambda = 1,64$$

$$\Delta_{\infty} = \lambda \cdot \Delta_i = 0,72 \text{cm}$$

Flecha total

$$\Delta_i + \Delta_{\infty} = 1,16 \text{cm}^6$$

Flecha admisible según norma

Para entrepisos que no soportan ni están unidos a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños por efecto de las flechas (tabla 9.5.b):

$$\Delta \leq 1 / 360 = 2,22 \text{cm} \quad (\text{verifica})$$

Tan sólo y a modo de ejemplo, si el entrepiso soportara elementos no estructurales que pudieran sufrir daños:

$$\Delta \leq 1 / 480 = 1,66 \text{cm} \quad (\text{verifica})$$

Control de las deformaciones en losas

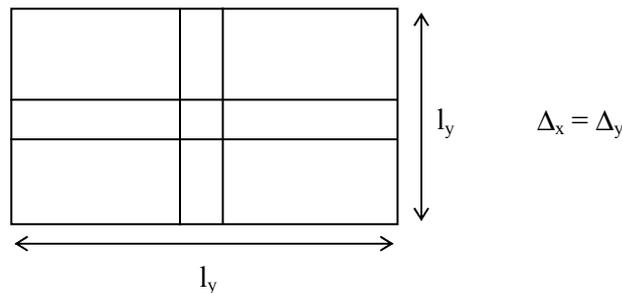
Las losas apoyadas en los bordes resultan delgadas con relación a sus dimensiones, y pueden presentar luces importantes. La manera más sencilla para evitar deformaciones excesivas resulta poner límites respecto de los espesores mínimos que deben poseer en función de las respectivas luces, según las expresiones detalladas en el Capítulo 10. El cálculo de las flechas de las losas se ve afectado por mayor número de variables que el de las vigas, debido a la restricción rotacional variable en los bordes, la influencia de la distribución de

⁶ El procedimiento planteado es una simplificación del problema real (ver procedimiento para el cálculo de flechas)

cargas, las diferentes relaciones de longitudes de cada lado, fenómenos de fisuración, retracción por fragüe, temperatura, deformabilidad de las vigas de apoyo, historia de las cargas, etc. Para losas en dos direcciones, el CIRSOC 201/05 indica en la tabla 9.5.c que el valor de I_n a utilizar se corresponde con el lado mayor. Al respecto, se analizó en el Capítulo 10 un criterio alternativo desarrollado en los Comentarios al Capítulo 9 del CIRSOC 201/05.

Evaluación de las deformaciones instantáneas

A fin de realizar un estudio simplificado que nos brinde una idea de magnitud de las deformaciones esperables, en losas armadas en dos direcciones, podemos proceder de la siguiente manera:



Analizamos en la losa dos fajas ortogonales de ancho unitario, de tal forma que en el punto de intersección de ambas, la flecha debe ser naturalmente la misma, y de resultar la losa simplemente apoyada en todo su perímetro tendremos como flecha máxima:

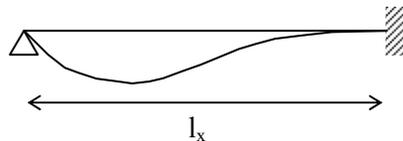
$$\Delta = \frac{5}{384} \frac{w_x \cdot l_x^4}{E_c \cdot I_{ef}}$$

con:

w = carga total de servicio

$w = w_x + w_y$

A su vez, para otras condiciones de borde y considerando las franjas como vigas independientes, obtendremos las conocidas expresiones de flechas. A modo de ejemplo, para una losa de borde según la dirección x :



$$\Delta_x = \frac{2,07 \cdot w_x \cdot l_x^4}{384 \cdot E_c \cdot I_{ef}}$$

En el caso de una losa con empotramiento perfecto en ambos bordes en estudio, la expresión es:

$$\Delta_x = \frac{1 \cdot w_x \cdot l_x^4}{384 \cdot E_c \cdot I_{ef}}$$

o bien expresado en términos de momentos según x :

$$\Delta_x = \frac{1 \cdot M_x \cdot l_x^2}{16 \cdot E_c \cdot I_{ef}}$$

Podemos resolver las losas cruzadas con el método de Marcus, y con los momentos obtenidos y en función de las condiciones de borde, calcular la deformación para la franja unitaria más larga.

El cálculo en la dirección más corta debería arribar al mismo valor pero, dada la naturaleza del procedimiento, se pueden esperar ciertas diferencias. En general, se recurre a promediar los resultados según ambas direcciones.

Para evaluar las deformaciones a largo plazo en las losas, se utiliza un factor multiplicador (según sugiere Branson) de $\lambda = 3$.

Respecto del momento de inercia a considerar para la losa, si bien lo más correcto sería aplicar el concepto de “momento de inercia efectivo”, en el caso particular de las losas, para cargas de servicio, el patrón de fisuras suele ser localizado y no muy extenso, por lo que es aceptable en general adoptar el momento de inercia bruto (I_g) de la sección.

Precauciones a considerar

A fin de reducir la posibilidad de daños sobre cerramientos en losas esbeltas, se puede dar una adecuada contraflecha a la misma, usualmente de valor:

$$\Delta_{\text{cont.}} = \Delta_{D_i} + \frac{1}{2} \cdot \Delta_{D_{\infty}}$$

con:

$\Delta_{D_{\infty}}$ = deformación a largo plazo debida a las cargas permanentes.

Asimismo es conveniente dejar madurar el hormigón el mayor tiempo posible previo a entrar en carga.

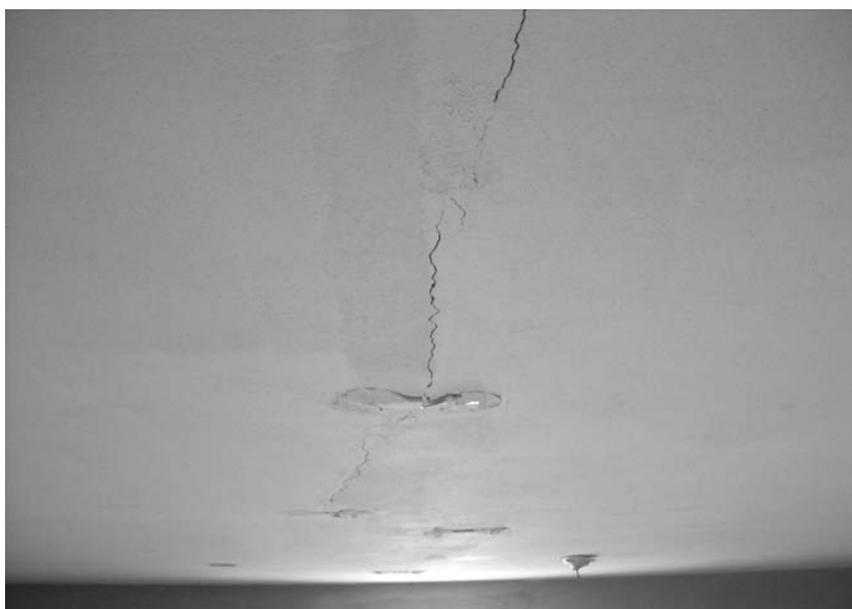


Figura 317: Deformaciones y fisuras activas en una losa armada en una dirección

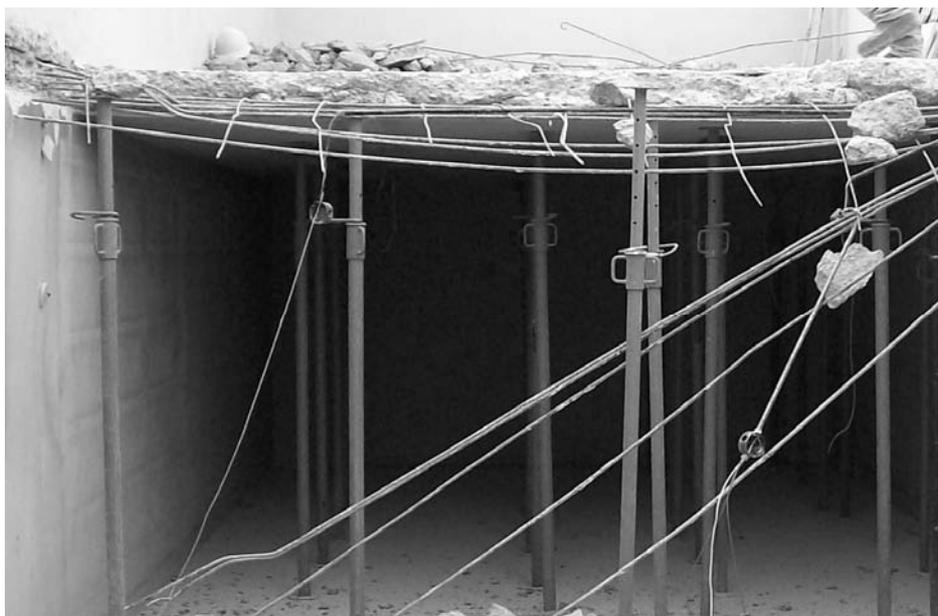


Figura 318: Demolición y vista de la armadura de la losa anterior (obsérvese el uso de acero liso y la reducida longitud de las barras dobladas en el apoyo)

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 59) Verificación de la deflexión de una losa

Verificar la deformación a largo plazo de una losa interna de un paño de entrepiso de oficinas bajo la hipótesis de que luego de 4 meses de hormigonado se instalarán sobre la misma, paneles de cerramiento que son susceptibles de sufrir daños con deformaciones excesivas.

Materiales

Hormigón H-20

Acero ADN 42/50

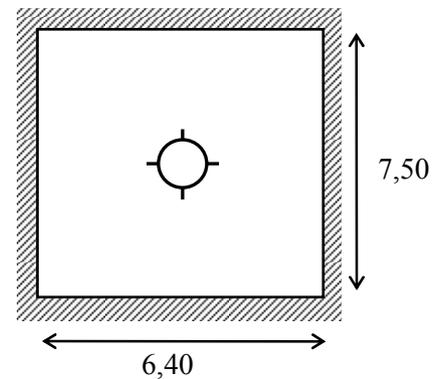
$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} = 21019 \text{ MPa}$

Dimensiones

$h = 15 \text{ cm}$

$l_x = 6,40 \text{ m}$

$l_y = 7,50 \text{ m}$



peso propio	$0,15 \text{ m} \times 2500 \text{ kg/m}^3 = 375 \text{ kg/m}^2$
contrapiso	$0,08 \text{ m} \times 1800 \text{ kg/m}^3 = 144 \text{ kg/m}^2$
carpeta	$0,02 \text{ m} \times 2000 \text{ kg/m}^3 = 40 \text{ kg/m}^2$
cielorraso aplicado	$= 21 \text{ kg/m}^2$
peso paneles prorrateados	$= 80 \text{ kg/m}^2$
piso	$= 40 \text{ kg/m}^2$
	$D = 700 \text{ kg/m}^2$
	(sobrecarga) $L = 250 \text{ kg/m}^2$
	$w = D + L = 950 \text{ kg/m}^2 = 9,50 \text{ KN/m}^2$

A los fines de analizar los momentos actuantes para el cálculo de flechas, se considera para evaluar el peso propio, a la losa empotrada en su perímetro.

Análisis para peso propio

De tablas de cálculo para losas, se obtienen los momentos resultantes:

$M_{xD} = 705 \text{ kgm}$

$M_{yD} = 447 \text{ kgm}$

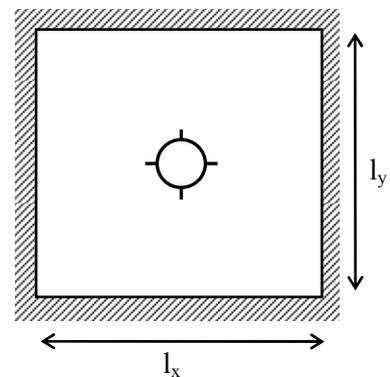
El momento de inercia se tomará como el de la sección bruta:

$I_g = 100 \text{ cm} \cdot (15 \text{ cm})^3 / 12 = 28125 \text{ cm}^4$

$$\Delta_{lxDi} = \frac{1 \cdot M_x \cdot l_x^2}{16 \cdot E_c \cdot I_{ef}} = \frac{1}{16} \cdot \frac{70500 \text{ kgcm} \cdot (640 \text{ cm})^2}{210190 \text{ kg/cm}^2 \cdot 28125 \text{ cm}^4} = 0,305 \text{ cm}$$

$$\Delta_{lyDi} = \frac{1 \cdot M_y \cdot l_y^2}{16 \cdot E_c \cdot I_{ef}} = \frac{1}{16} \cdot \frac{44700 \text{ kgcm} \cdot (750 \text{ cm})^2}{210190 \text{ kg/cm}^2 \cdot 28125 \text{ cm}^4} = 0,265 \text{ cm}$$

$$\Delta m_{Di} = \frac{\Delta_{lxDi} + \Delta_{lyDi}}{2} = 0,285$$



Análisis para sobrecarga

Para analizar las sollicitaciones debidas a la sobrecarga, se considera a la losa simplemente apoyada en su perímetro, para evaluar el caso en el que la sobrecarga sólo se encuentre presente en la losa analizada y no en las contiguas. De tablas de cálculo para losas, se obtienen los momentos resultantes:

$M_{xL} = 518 \text{ kgm}$

$M_{yL} = 356 \text{ kgm}$

$$\Delta_{lxLi} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_{xL} \cdot l_x^2}{E_c \cdot I_{ef}} = \frac{5}{48} \cdot \frac{51800 \text{ kgcm} \cdot (640 \text{ cm})^2}{210190 \text{ kg/cm}^2 \cdot 28125 \text{ cm}^4} = 0,374 \text{ cm}$$

$$\Delta_{lyLi} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_{yL} \cdot I_y^2}{E_c \cdot I_{ef}} = \frac{5}{48} \cdot \frac{35600 \text{kgcm} \cdot (750 \text{cm})^2}{210190 \text{kg/cm}^2 \cdot 28125 \text{cm}^4} = 0,353 \text{cm}$$

$$\Delta m_{Li} = \frac{\Delta_{lxLi} + \Delta_{lyLi}}{2} = 0,364 \text{cm}$$

Por lo tanto, la flecha total a largo plazo será:

$$\Delta_{t\infty} = \Delta_{iD} + \lambda \cdot \Delta_{iD} + \Delta_{iL}$$

Considerando $\lambda = 3$ para losas:

$$\Delta_{t\infty} = \Delta_{iD} + \lambda \cdot \Delta_{iD} + \Delta_{iL} = 0,285 \text{ cm} + 3 \cdot 0,285 \text{ cm} + 0,364 \text{ cm} = 1,504 \text{ cm}$$

A fin de considerar las deformaciones que pueden afectar a los paneles, se toma $\lambda_1 = 2$ ($t_i = 4$ meses), por lo que entonces se obtiene:

$$\Delta_{iP\infty} = \lambda_1 \cdot \Delta_{iD} + \Delta_{iL} = 2 \cdot 0,285 \text{ cm} + 0,364 \text{ cm} = 0,934 \text{ cm}$$

Para tal situación de proyecto, surge de la tabla 9.5.(b) del CIRSOC 201/05, que la flecha admisible máxima es:

$$\Delta \leq 1 / 480 = 640 \text{ cm} / 480 = 1,33 \text{ cm}$$

Por lo que verifica.

Comentarios referidos al ejemplo

El análisis realizado no consideró la flexibilidad de las vigas de apoyo, como tampoco analizó la pérdida de rigidez de la losa en las zonas más solicitadas. Además, se adoptó como momento de inercia el de la sección bruta de hormigón (I_g).

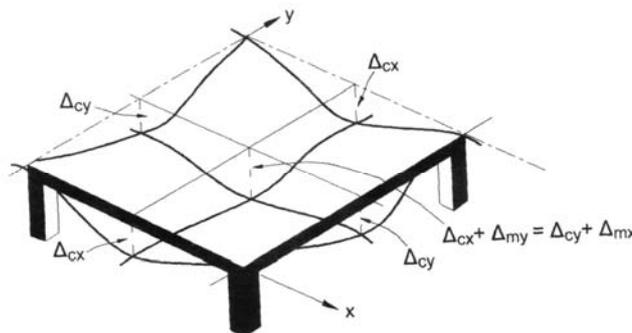


Figura 319: Deformaciones de las vigas de apoyo en una losa cruzada (referencia 47)

Δ_{cx} y Δ_{cy} = deformaciones en vigas de apoyo

$$\Delta_t = \Delta_{cx} + \Delta_{my} = \Delta_{cy} + \Delta_{mx} = \text{deformación en la losa}$$

A fin de evaluar la situación de la sobrecarga se consideró de manera conservadora a la losa con apoyos a rotación libre, aún cuando la situación más realista sería el de empotramiento elástico dada la continuidad con las losas aledañas. Al respecto, en diferentes referencias bibliográficas sugieren adoptar un 50% de grado de empotramiento, de donde surgiría una flecha instantánea para la sobrecarga igual a:

$$\Delta_{iL} = \frac{3}{32} \cdot \frac{M_i \cdot l_i^2}{E_c \cdot I_{ef}}$$

$$M = w_i \cdot l_i^2 / 8$$

w_i = fracción de carga que se transmite según i

Respecto de la incidencia de la deformabilidad de las vigas, se procesó un modelo simple de elementos finitos tipo placa de la losa, el que incluyó a las losas linderas, apoyadas las mismas sobre vigas de hormigón armado de sección rectangular.

Para las vigas de apoyo se plantearon dos variantes:

- 1) Vigas de apoyo de rigidez media
- 2) Vigas de apoyo de escasa rigidez

Para el caso 1), las secciones de vigas adoptadas fueron:

Vigas según x:

$b = 25 \text{ cm}$

$h = 60 \text{ cm}$

Vigas según y:

$b = 25 \text{ cm}$

$h = 70 \text{ cm}$

Para el caso 2), se adoptaron esbelteces cercanas al límite de referencia que surge de la tabla N° 9.5.(a) del CIRSOC 201/05. Según la misma, para vigas con ambos extremos continuos la esbeltez máxima es:

$$h \geq l_i / 21$$

Para las vigas sobre l_x :

$h \geq l_x / 20 = 32 \text{ cm}$, se adoptó $h = 35 \text{ cm}$

Para las vigas sobre l_y :

$h \geq l_y / 20 = 38 \text{ cm}$, se adoptó $h = 40 \text{ cm}$

Se tomaron las rigideces de las losas y vigas en estado I, con los siguientes resultados obtenidos:

Flechas instantáneas	Δ_{iD} (cm)	Δ_{iL} (cm)	Δ_{it} (cm)
a) Modelo simplificado	0,285	0,364	0,649
b) Modelo 1 por elementos finitos	0,251	0,384	0,635
c) Modelo 2 por elementos finitos	0,322	0,662	0,984

Tabla 59: Comparación de diferentes metodologías en la evaluación de deformaciones en losas

Δ_{iD} = flecha instantánea debida al peso propio

Δ_{iL} = flecha instantánea debida a la sobrecarga

$\Delta_{it} = \Delta_{iD} + \Delta_{iL}$

Observamos que existe una buena concordancia entre el análisis simplificado y el modelo de elementos finitos con vigas de rigidez media. Por el contrario, de resultar deformables las vigas de apoyo (modelo 2), los valores presentan una importante diferencia porcentual. En el caso del primer análisis arrojaría un 34% menor al evaluado con el modelo que considera esta variable de rigidez de vigas. Finalmente, debemos tener presente que dada la multiplicidad de variables y las simplificaciones adoptadas, sólo podemos esperar obtener una idea del orden de magnitud del problema.

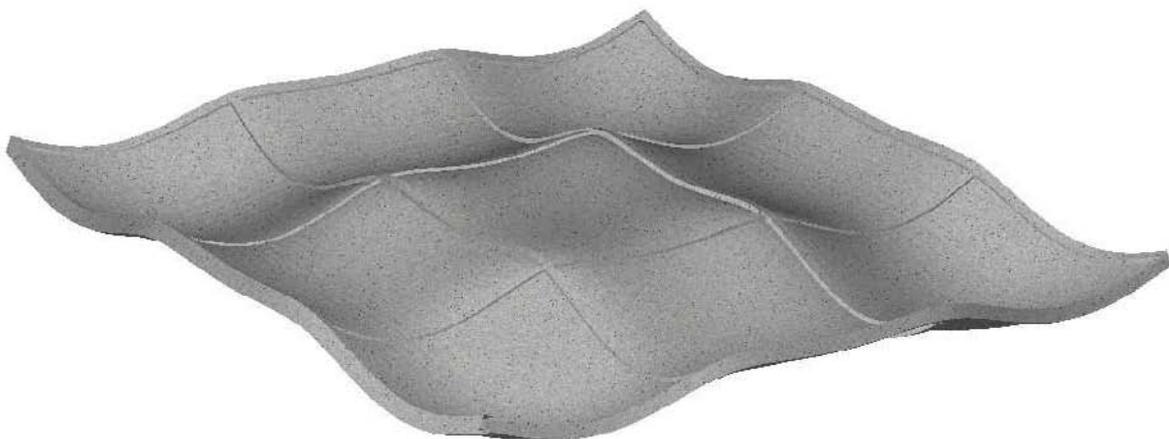


Figura 320: Deformada para peso propio de un panel de losas, modelo de elementos finitos

Capítulo 23

Vigas de gran altura

Generalidades

En el estudio de vigas a flexión simple, se supuso el mantenimiento de las secciones planas luego de haber actuado las solicitaciones (hipótesis de Bernoulli-Navier).

Si observamos una viga simplemente apoyada con una carga uniforme, la presencia de las cargas y las reacciones hace que en la zona cercana al apoyo $\sigma_y \neq 0$.

Si las cargas presentes son uniformemente distribuidas, la influencia de las tensiones verticales, y de las tangenciales que van asociadas, pueden considerarse en forma aproximada según se planteó al estudiar flexión y corte, es decir:

- Calculando la armadura de corte
- Calculando la armadura de flexión para un diagrama decalado que contemple la interacción corte – flexión

Zonas en donde no serían válidas las hipótesis de Bernoulli-Navier

Según el principio de Saint-Venant, el efecto perturbador localizado de una carga concentrada, desaparece a una distancia del orden de la mayor altura de la sección a partir de la carga aplicada.

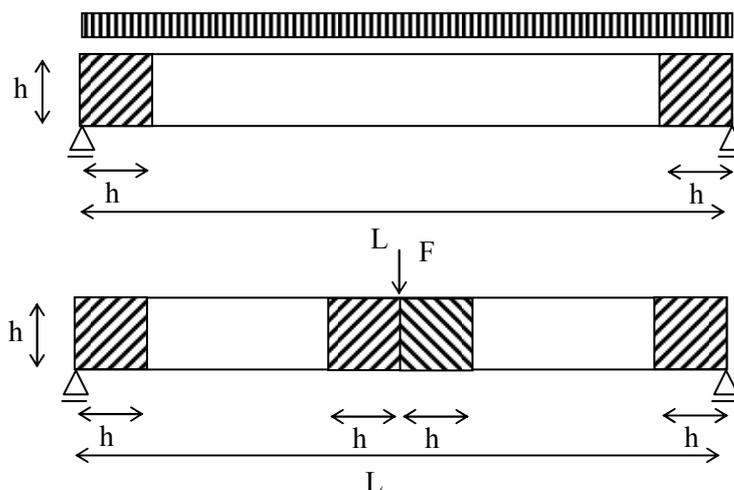


Figura 321: Ejemplos en donde no son válidas las hipótesis de Bernoulli-Navier

Si la viga tuviera una longitud $l \leq 2h$, para la primera figura, o $l \leq 4h$ para la segunda figura, no sería posible aplicar la teoría de la flexión en ninguna sección.

A este tipo de elementos los llamamos vigas de gran altura.

Vigas de gran altura

Las vigas de gran altura son utilizadas comúnmente como elementos de transición entre columnas de niveles superiores a plantas inferiores de edificios elevados, con longitudes entre columnas superiores por razones arquitectónicas o funcionales. En la Figura 321, podemos ver una viga de gran altura sometida a una carga uniformemente distribuida superior. Como se observa, la variación de esfuerzos no es lineal (antes del fisuramiento, Estado I), tal como ocurriría con las vigas esbeltas. En más de la mitad de la altura se observan esfuerzos de compresión, la magnitud del esfuerzo de tracción en la fibra inferior es bastante mayor que el de

compresión en la fibra superior. Al analizar las isostáticas, es evidente que las secciones no se conservan planas, en particular en las zonas de apoyos o de introducción de cargas. Asimismo, las deformaciones originadas por las fuerzas cortantes, son comparables a las originadas por la flexión y por tanto, no pueden ser despreciadas.

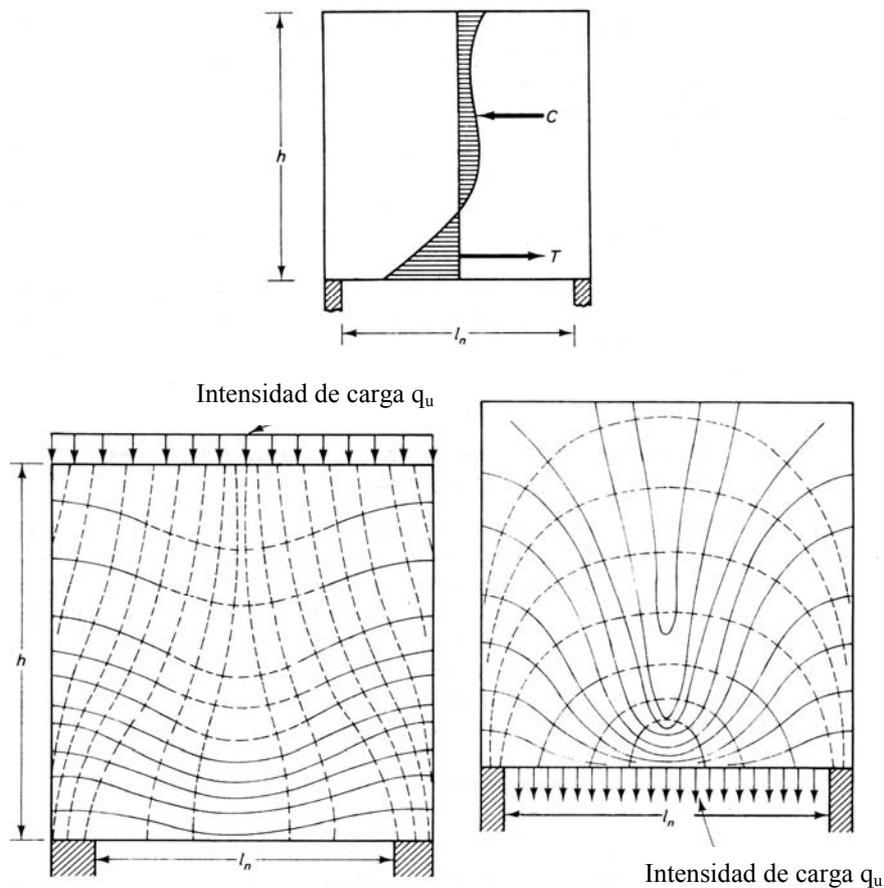


Figura 322: Isostáticas en una viga de gran altura (referencia 64)

Las curvas isostáticas de la figura muestran que los esfuerzos de tracción en la parte inferior del elemento son casi constantes a lo largo de la luz (las líneas llenas que marcan las isostáticas de tracción son casi horizontales). Cuando las cargas son suspendidas en la parte inferior, las tensiones de tracción tienen una importante inclinación y se extienden a casi toda la altura de la viga. En este caso, la carga debe ser anclada mediante armaduras verticales a los arcos comprimidos de descarga.

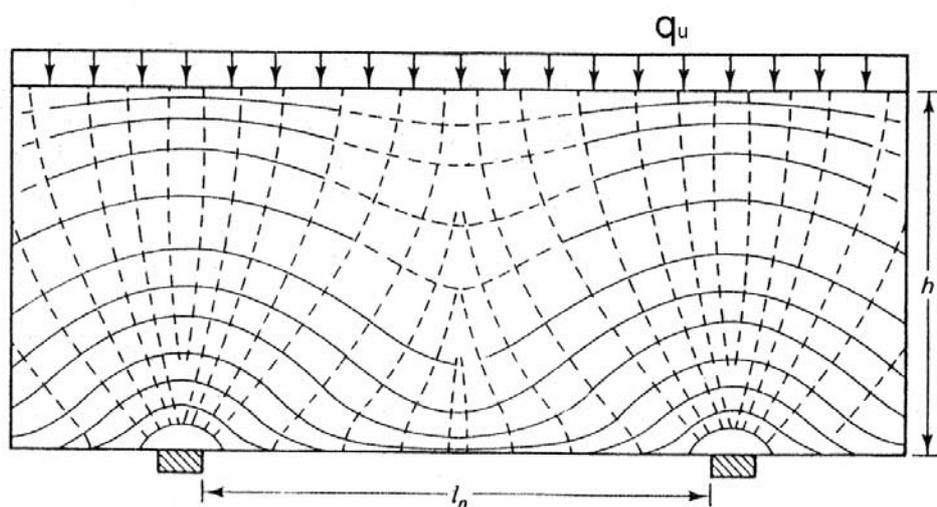


Figura 323: Isostáticas de una viga de gran altura continua con carga distribuida superior

Tipos de rotura

Si la magnitud de la carga distribuida de una viga de gran altura aplicada a su parte superior se incrementa paulatinamente, la misma puede fallar por las siguientes causas:

- a) Si la cuantía de armadura a flexión es insuficiente, puede generarse la entrada a fluencia de dicha armadura y se desencadenaría el mecanismo de falla.
- b) Dado que los esfuerzos en la armadura traccionada son prácticamente constantes hasta la zona de apoyo, puede presentarse la falla en las zonas de anclaje.
- c) Por agotamiento de la resistencia del hormigón en las diagonales comprimidas cerca de los apoyos.
- d) Los esfuerzos de compresión en los apoyos, producen un aplastamiento del hormigón en dichas zonas que resulta necesario verificar.

Consideraciones en el cálculo de vigas de gran altura

Los valores de momentos flectores y esfuerzos de corte en vigas de gran altura pueden determinarse de igual manera que para otras estructuras. Pero debe tenerse presente que los momentos en los tramos resultan mayores y en los apoyos menores que para el caso de vigas esbeltas con altura constante. Para cargas uniformes y relaciones $l/h \leq 1$, estudios han encontrado que los momentos sobre los apoyos son aproximadamente el 50% de los obtenidos para vigas esbeltas con momento de inercia constante, incrementándose en consecuencia los correspondientes momentos de tramo. Asimismo, debe considerarse que en los apoyos extremos de vigas de varios vanos, las reacciones son mayores que para vigas esbeltas (referencia 65). En sistemas hiperestáticos se debe tener en cuenta que frente a mínimas deformaciones verticales de los apoyos, las reacciones pueden variar de manera importante debido a la gran rigidez de la viga. El punto de aplicación de las cargas tiene importante influencia sobre las tensiones, debe diferenciarse si la carga actúa en la parte superior o está suspendida de la inferior, si los apoyos son directos o indirectos, etc. (referencia 65). El peso propio de una viga de gran altura constituye un caso de carga equivalente a una combinación de carga uniforme superior y a una carga inferior. El Código ACI 318 y el CIRSOC 201/05 no dan recomendaciones específicas para el diseño de vigas de gran altura a flexión, sólo indican que se deben diseñar considerando la distribución no lineal de la deformación, o de acuerdo al Apéndice A. En dicho apéndice del CIRSOC 201/05, se trata el análisis para el diseño de aquellas zonas o sectores particulares de las estructuras en donde no sea válida la hipótesis de Bernoulli, y por tanto, no se cumple con la distribución lineal de las deformaciones en la sección o zona de estudio. Se distingue entonces en un elemento estructural dado, una serie de zonas o regiones denominadas “B” (por Bernoulli), que se corresponden con la teoría de flexión desarrollada para vigas esbeltas, y zonas o regiones denominadas “D” (llamadas así por presentar perturbaciones o discontinuidades) donde ya no es válida la hipótesis de Bernoulli. Esta metodología de análisis denominada “Método de las Bielas y Tirantes”, tiene una amplia aplicación y permite representar con un aceptable grado de aproximación, el comportamiento de estas zonas particulares en las estructuras de hormigón armado, con el hormigón fisurado, idealizando los campos tensionales (isostáticas de compresión y tracción), mediante un conjunto de bielas comprimidas de hormigón y tirantes traccionados de acero, que se conectan a través de nodos de forma de poder transmitir las cargas hasta los apoyos. A estos elementos se los considera articulados en los nodos, y dichos nodos, que son zonas de intersección de bielas y tirantes, no se consideran puntuales, debido a que tanto las bielas comprimidas como los tensores, tendrán un determinado ancho, transformándose en zonas nodales con ciertas dimensiones.

En la siguiente figura podemos observar una viga de gran altura cargada superiormente con una carga uniformemente distribuida, a la cual se le ha realizado el trazado de isostáticas de compresión y tracción que surgen de un análisis elástico, y superpuesto a dicho trazado, un posible esquema idealizado de transmisión de esfuerzos mediante un mecanismo de bielas y tensores.

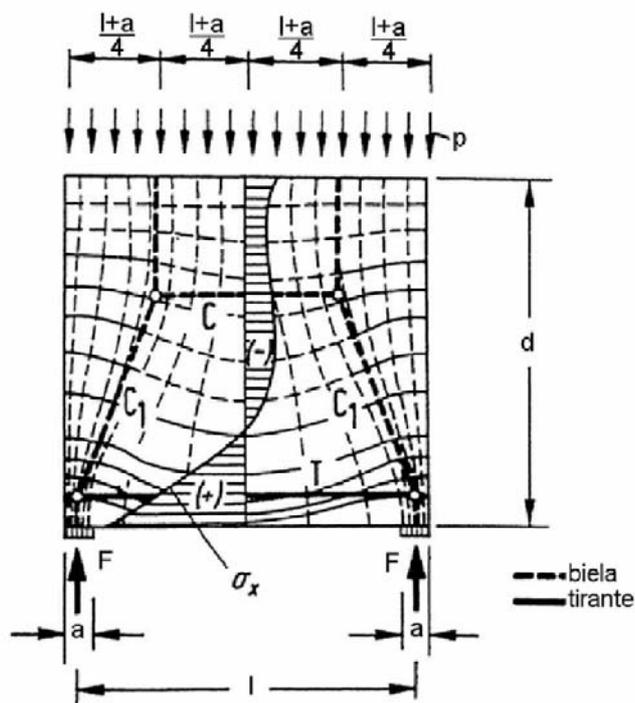


Figura 324: Campo de tensiones superpuesto con el modelo de bielas y tirantes (referencia 61)

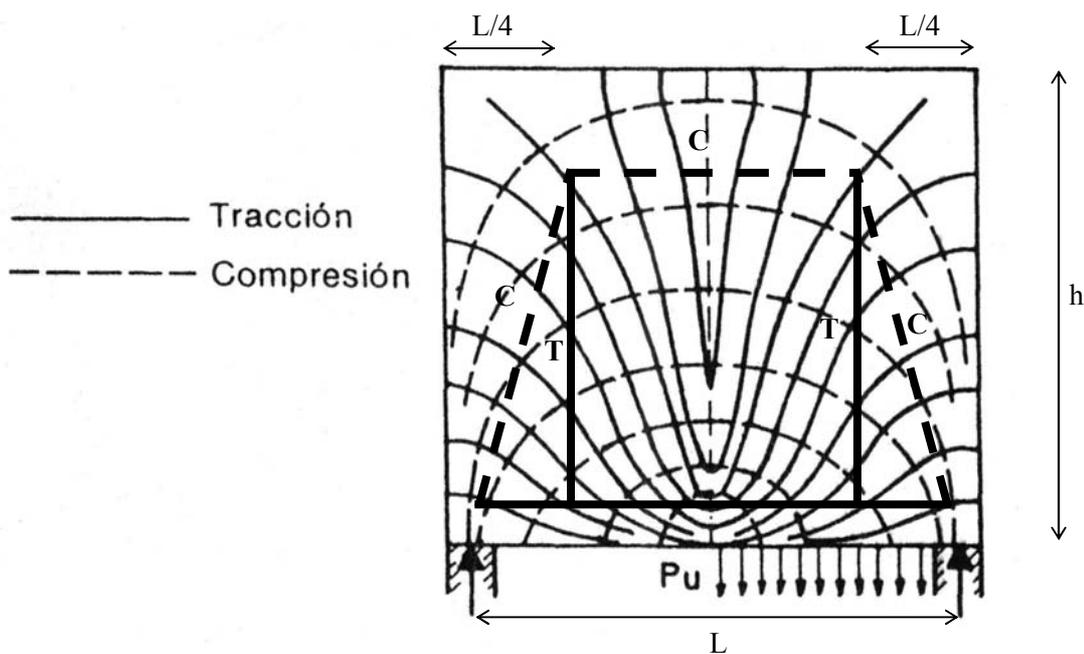


Figura 325: Diagrama de isostáticas y de bielas y tensores para una viga de gran altura con carga inferior

Cuando se hace referencia a un “posible esquema”, se quiere destacar que siempre existirán varios trazados posibles para idealizar el comportamiento estructural. Debe procederse entonces con criterio, tratando de que en general las bielas y tensores sigan lo más ajustadamente posible las trayectorias de las isostáticas en el elemento no fisurado (Estado I), y tener en cuenta que las estructuras resisten las acciones externas con el menor trabajo de deformación posible. Entre varios modelos tentativos, se debería optar por aquel que produzca el menor trabajo interno de deformación.

Respecto de esto, cabe señalar que como las bielas de hormigón son mucho más rígidas, el mayor trabajo interno de deformación estará mayormente influenciado por la longitud total de los elementos tensores de acero, que son más deformables. A modo de ejemplo de un planteo incorrecto, puede observarse la Figura 326, en donde la longitud total de los tensores es claramente superior al planteo de la Figura 324.

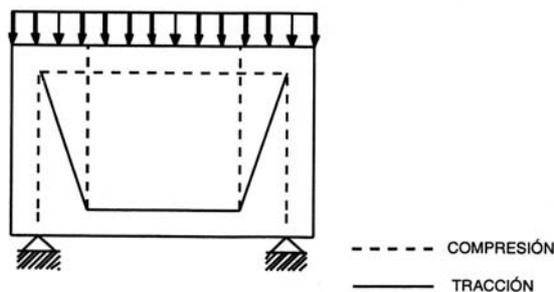


Figura 326: Planteo incorrecto de una viga de gran altura con el modelo de bielas y tirantes (ref. 80)

Resulta de gran utilidad, para plantear el modelo de bielas y tensores, el conocimiento de las trayectorias de las isostáticas de compresión y tracción en la zona o elemento en estudio.

Para el planteo del modelo del reticulado se pueden realizar algunas consideraciones básicas:

- El modelo debe estar en equilibrio con las cargas y las reacciones.
- Es preferible reticulados isostáticos dada la complejidad e indeterminaciones que se presentan para asignar rigideces a las barras para determinar los esfuerzos, en el caso de hiperestáticos.
- En un nudo plano, para que exista equilibrio deben concurrir al menos tres fuerzas.
- En el reticulado, los puntales (bielas) no pueden cruzarse.
- Los tensores pueden cruzar los puntales.
- El ángulo entre el eje de un puntal y el eje de un tensor que concurren a un mismo nudo no debe ser menor a 25°. Se evita así incompatibilidades que se provocarían por el acortamiento de las bielas comprimidas y el alargamiento de los tensores que se presentarán prácticamente en la misma dirección.

Mediante el análisis de los “caminos de las cargas”, pueden plantearse los modelos de bielas y tensores evaluando la trayectoria de las cargas desde sus puntos de aplicación hasta los apoyos. En presencia de cargas uniformemente distribuidas, éstas pueden ser reemplazadas por fuerzas concentradas equivalentes. Las curvaturas que se presentan en el trazado de los caminos de carga representan zonas de concentración de tensiones, definiéndose allí zonas nodales.

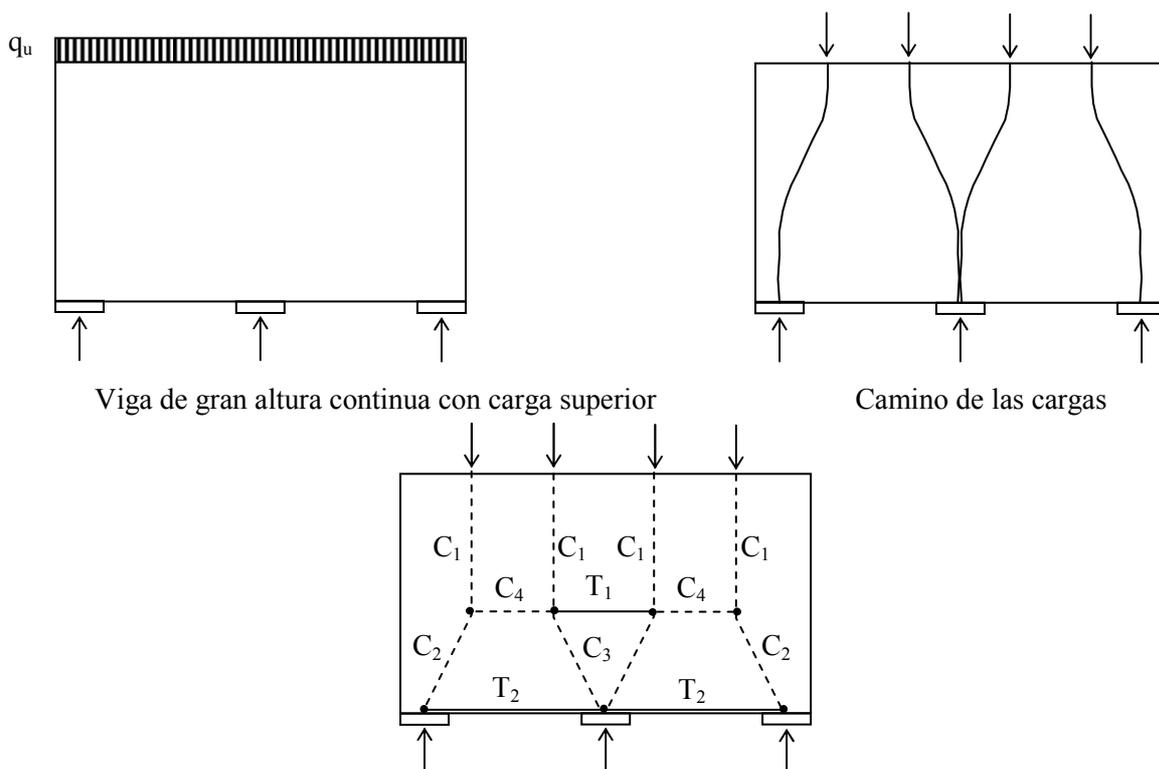


Figura 327: Modelo de bielas y tensores (referencia 95)

Finalmente, dado que el procedimiento de bielas y tensores constituye un diseño plástico de límite inferior, deberán verificarse en forma independiente las condiciones de servicio, es decir, la fisuración y las deformaciones. Por razones de extensión del presente texto, a excepción de estos breves comentarios, no se desarrollará este tema, no obstante, dada la potencialidad de su uso, se sugiere la consulta de las referencias 54), 59), 61), 93), 94), 97), 95) y 110).

Dimensionado a flexión

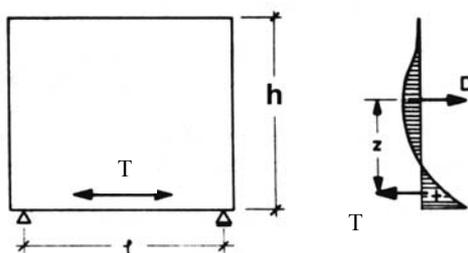
En general, para el caso de cargas uniformes, existen expresiones empíricas en numerosas bibliografías que permiten determinar con un grado aceptable de precisión las armaduras a colocar para absorber las tracciones derivadas de los momentos flectores. Entre ellas, podemos mencionar las planteadas en la referencia 64), que permiten estimar el brazo de palanca interno (z).

Vigas de un tramo

para $2 > l/h > 1$
para $l/h \leq 1$

$$z = 0,15 \cdot h \cdot (3 + l/h)$$

$$z = 0,6 \cdot l$$

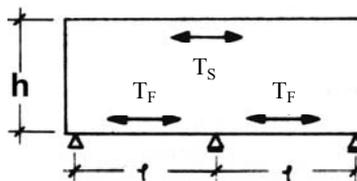


Vigas de dos tramos continuos

para $2,5 > l/h > 1$
para $l/h \leq 1$

$$z_f = z_s = 0,1 \cdot h \cdot (2,5 + 2 \cdot l/h)$$

$$z_f = z_s = 0,45 \cdot l$$



Vigas de varios tramos continuos

para $3 > l/h > 1$
para $l/h \leq 1$

$$z_f = z_s = 0,15 \cdot h \cdot (2 + l/h)$$

$$z_f = z_s = 0,45 \cdot l$$

Una vez determinado el brazo elástico, es posible calcular la armadura a tracción con las ecuaciones vistas:

$$A_s = \frac{M_u}{\phi \cdot f_y \cdot z}$$

El acero a tracción A_s , se puede distribuir en una altura de 0,15 a 0,20 h a partir del borde inferior de la viga. La armadura mínima de tracción debe ser:

$$A_{smin} \geq \frac{\sqrt{f'_c}}{4f_y} \cdot b \cdot d \quad (\text{MPa})$$

$$A_{smin} \geq \frac{1,40}{f_y} \cdot b \cdot d \quad (\text{MPa})$$

Para evitar la falla por aplastamiento del hormigón en la zona de apoyos, se debe verificar que:

$$0,5 f'_c \geq V_u / (b.c)$$

con c ancho del apoyo, según el texto Reinforced Concrete de J. G. MacGregor. Aunque algunos otros autores recomiendan un valor límite promedio de $0,6 f'_c$. Por otro lado, y para limitar las tensiones principales de compresión, Leonhardt recomienda la relación $b \geq l_n / 20$.

Para vigas continuas, numerosos autores y códigos recomiendan colocar acero total A'_s , de tal forma que cumpla $A'_s = A'_{s1} + A'_{s2}$, con A'_{s1} acero a tracción en los apoyos y A'_{s2} acero inferior a tracción en apoyos. Ello se lleva a cabo para absorber el momento negativo en el apoyo, distribuyendo la sección de armadura de modo que un porcentaje de él (A'_{s1}) se ubique dentro del 20% superior, y el restante, en el 60% siguiente.

$$A'_{s1} = 0,5 \cdot \left(\frac{l_n}{h} - 1 \right) \cdot A'_s \quad \text{a } 0,2 h \text{ del borde superior de la viga}$$

$$A'_{s2} = A'_s - A'_{s1} \quad \text{en la franja inferior adyacente de altura } 0,6 h$$

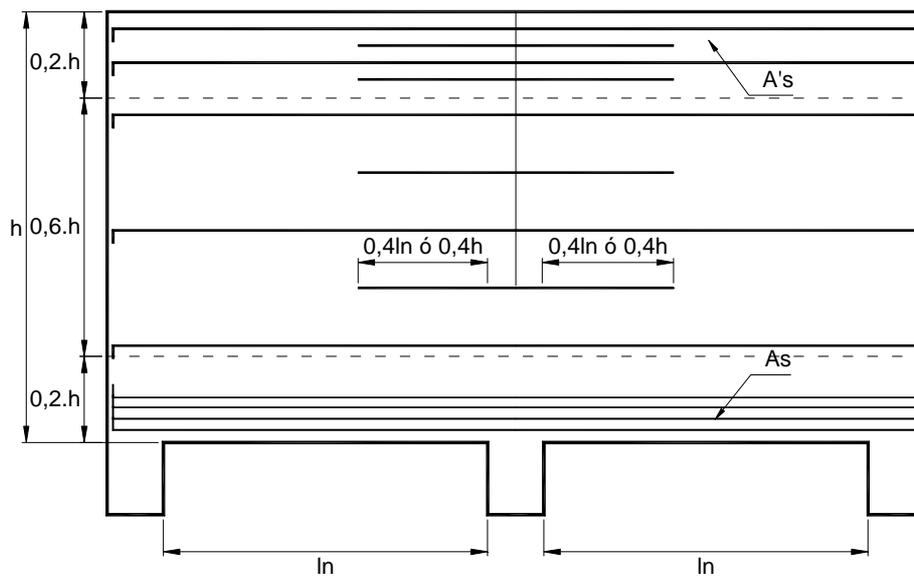


Figura 328: Distribución de armaduras en vigas de gran altura de dos tramos para relaciones $l_n/h = 2,5$

Para los casos en donde la relación $l_n/h \leq 1$, en los que según un estudio elástico no se presentarían tensiones de tracción en el borde superior de la zona de apoyos, igualmente deberá disponerse en dicha zona de una armadura mínima en forma de malla, y la armadura total de cálculo A'_s se colocará en la segunda zona ($0,60$ a $0,65 h$). La mitad de la sección del acero A'_{s1} debe continuarse en los tramos restantes.

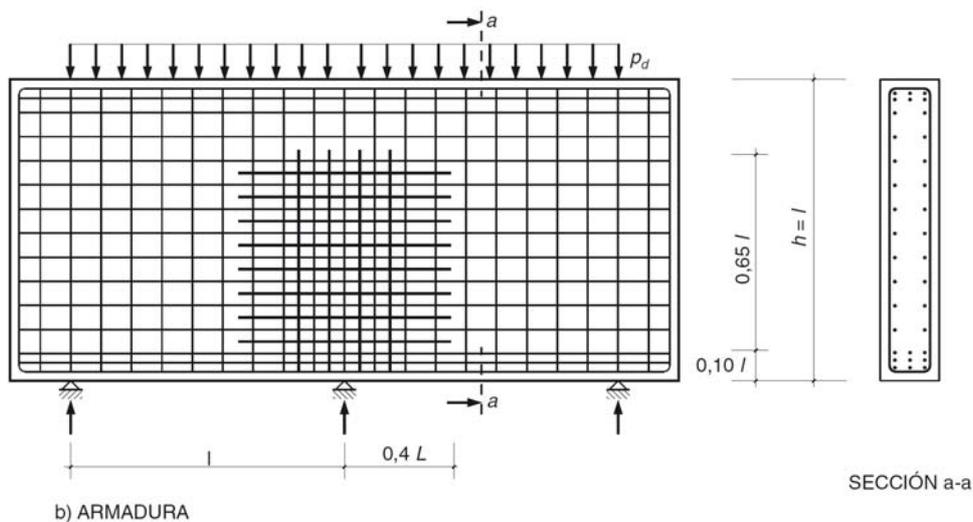


Figura 329: Distribución de la armadura en vigas de gran altura para relaciones $l_n/h = 1$ (referencia 81)

Las ecuaciones de cálculo y verificación a corte, se basan en las ya desarrolladas para vigas, sin embargo, algunas expresiones han sido modificadas en base a resultados obtenidos de ensayos. **A tal efecto, se siguen**

las prescripciones del CIRSOC 201/05 Art. 11.8, válidas para cargas aplicadas en la parte superior del elemento.

$$V_u \leq \phi \cdot V_n$$

$$V_n = V_c + V_s$$

Debe verificarse que:

$$V_n \leq \frac{5}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d$$

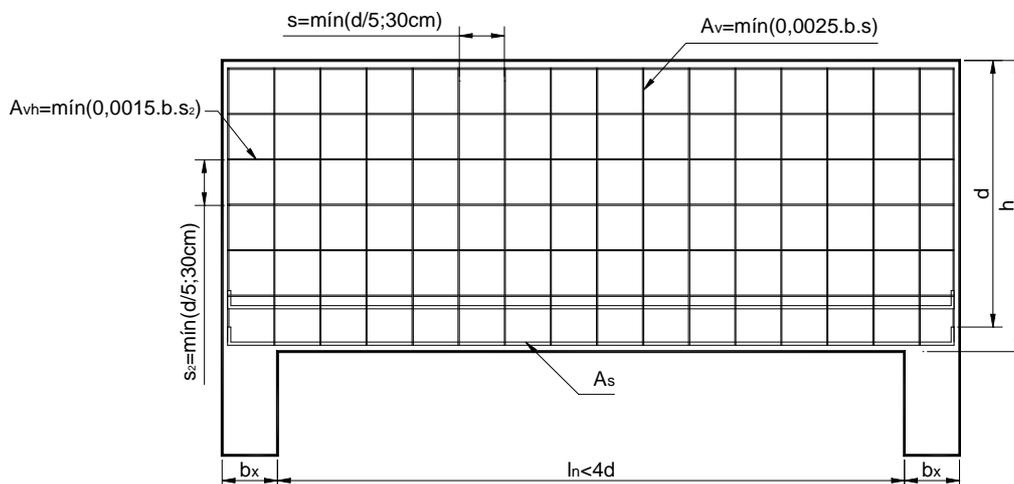


Figura 330: Distribución de armaduras en vigas de gran altura de un solo tramo según CIRSOC 201/05

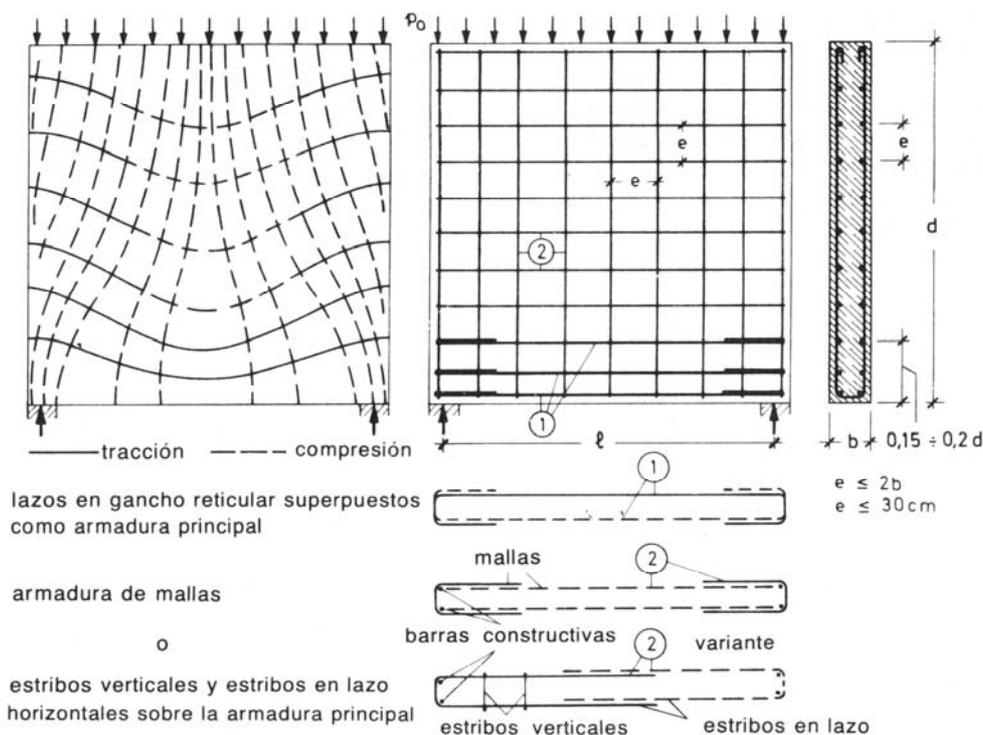


Figura 331: Esquema general y recomendaciones de la distribución de las armaduras (referencia 64)

Al respecto se debe señalar que los requerimientos respecto de las áreas de armadura vertical y horizontal del código ACI 318/05 base de nuestro CIRSOC 201/05, cambiaron respecto de los indicados en el ACI 318/99. Esto es dado que los ensayos han demostrado que la armadura de corte vertical es más efectiva que la horizontal. El área de la armadura de corte perpendicular a la luz del tramo, A_v , debe ser mayor o igual que $0,0025 b s$, y el valor de s debe ser menor o igual que $d/5$ ó 300 mm .

El área de la armadura de corte paralela a la luz del tramo, A_{vh} debe ser mayor que $0,0015 b s_2$ y el valor de s_2 deberá ser menor que $d/5$ ó 300 mm .

Cargas aplicadas en la cara inferior

Cuando las cargas son aplicadas en la zona inferior (suspendidas), deben agregarse estribos adicionales para transmitir las mismas hacia la zona superior. Estos estribos deben envolver la armadura longitudinal con una altura no menor a h o l , el menor valor de ambos.

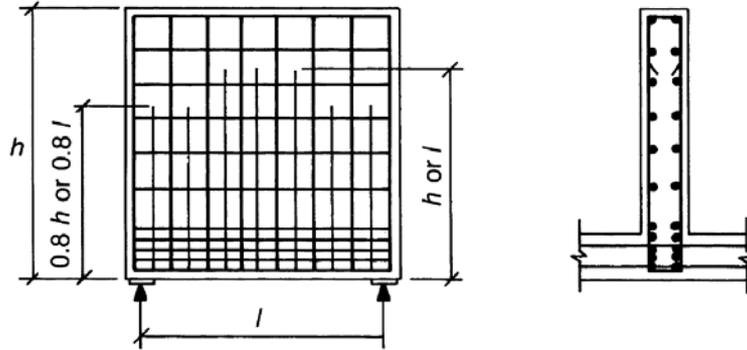


Figura 332: Armadura adicional de estribos para cargas aplicadas en la zona inferior de VGA según Código Modelo CEB-FIP 1990 (referencia 30)

Un caso típico en el que se presenta esta situación, lo constituye el de los tabiques perimetrales en un tanque prismático elevado, en donde las losas del fondo del tanque “cuelgan” de estos tabiques. En tal caso, la armadura de flexión de la losa debe “apoyar” (colocarse superiormente) sobre la armadura inferior de la viga de gran altura. Las armaduras de suspensión deben ser capaces de absorber la carga última, por tanto, si la carga es uniforme, se aplica una armadura de estribos cuya sección vale:

$$\Sigma A_v (cm^2 / m) = \frac{\Sigma q_u / \phi}{f_y}$$

con q_u la carga última uniforme inferior. El dimensionado al corte en estos casos debe realizarse en forma análoga a lo desarrollado para vigas esbeltas (CIRSOC 201/05 – Art. 11.8) (ver Ejemplo 44).

Cargas concentradas de apeo

Para el caso de cargas concentradas importantes, por ejemplo el caso del apeo de un tabique fuertemente solicitado sobre otro, pueden colocarse estribos o barras inclinadas con un ángulo $\alpha \approx 50^\circ$ ó 60° , resultando la armadura (ΔA_v) a colocar:

$$\Delta A_v = \frac{P_u / \phi}{2 \cdot \text{sen} \alpha \cdot f_y}$$

con P_u carga última de apeo. Resulta conveniente adicionar a ambos lados estribos verticales.

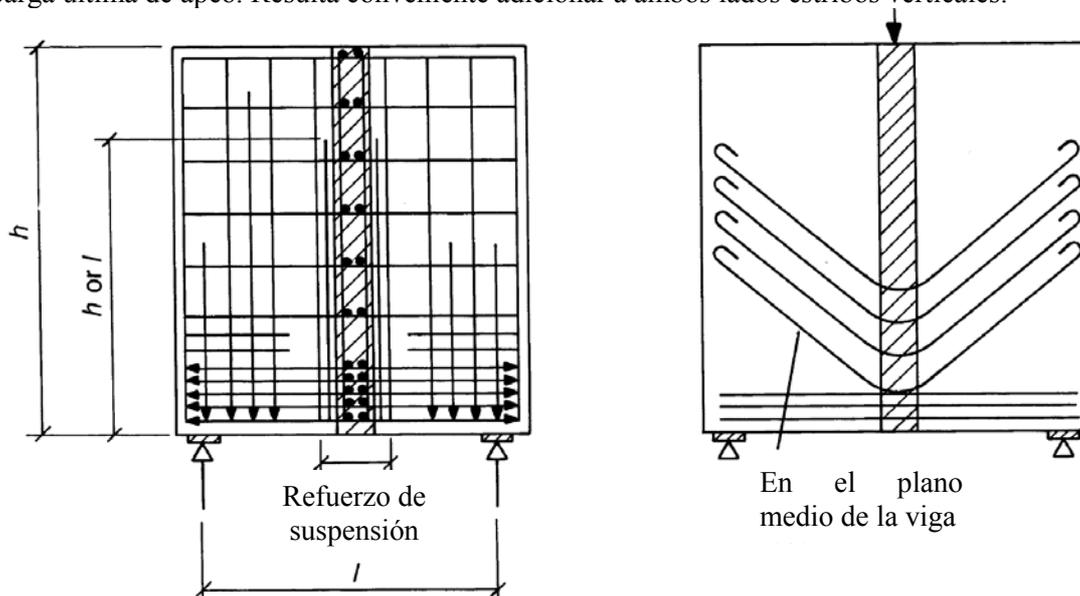


Figura 333: Barras inclinadas o estribos adicionales en VGA ante cargas concentradas (adaptado de ref. 30)

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 60) Cálculo de una viga de gran altura

Diseñar una viga de un vano de 5 m de largo medidos entre los bordes de sus apoyos, si la sobrecarga es de 10 tn/m, y posee un ancho de 20 cm y una altura total de 3,2 m. Las columnas de apoyo son de 35 cm por 35 cm. El recubrimiento es de 3 cm.

Materiales:

Hormigón H-20

Acero ADN 420

$$D = 0,20 \text{ m} \cdot 3,2 \text{ m} \cdot 2500 \text{ kg/m}^3 = 1600 \text{ kg/m}$$

$$q_u = 1,20 \cdot D + 1,6 \cdot L = 1,20 \cdot 1600 \text{ kg/m} + 1,6 \cdot 10000 \text{ kg/m} = 17920 \text{ kg/m}$$

Cálculo a flexión

$$M_{\text{máx}} = 56 \text{ tnm}$$

$$l_n / h = 5 \text{ m} / 3,2 \text{ m} = 1,56 < 4$$

Son aplicables las disposiciones para vigas de gran altura. El valor de “d”, se estima en función de la distribución de barras y sus diámetros en $d = 320 \text{ cm} - 25 \text{ cm} = 295 \text{ cm}$, valor que resulta una aproximación que luego deberá ser corregida. De acuerdo al valor de l_n / h :

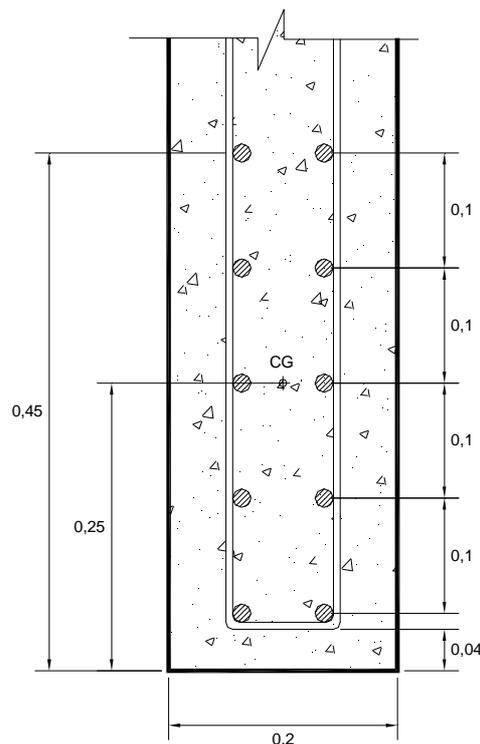
$$z = 0,15 \cdot h \cdot (3 + l/h) = 219 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M_u}{\phi \cdot f_y \cdot z} = \frac{56000 \text{ kgm}}{0,90 \cdot 4200 \text{ kg/cm}^2 \cdot 2,19 \text{ m}} = 6,76 \text{ cm}^2$$

$$A_{s\text{min}} \geq \frac{\sqrt{f'_c}}{4 f_y} \cdot b \cdot d = 15,7 \text{ cm}^2$$

$$A_{s\text{min}} \geq \frac{1,40}{f_y} \cdot b \cdot d = 19,7 \text{ cm}^2$$

Se adopta en tal caso una sección de 10 ϕ 16 mm distribuidos en 5 filas en $0,15 \cdot h = 45 \text{ cm}$ medidos desde el borde inferior de la viga. En tal caso el baricentro se encuentra a 25 cm desde el borde inferior, por lo que “d” resulta bien estimado. El aspecto del borde inferior de la viga se anexa en el siguiente detalle:



Verificación al aplastamiento del apoyo

$$f'_c \text{ aplast.} = 0,5 \cdot f'_c = 100 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_u = 44800 \text{ kg}$$

$$V_u / (b \cdot c) = 64 \text{ kg/cm}^2 < 100 \text{ kg/cm}^2 \text{ (verifica)}$$

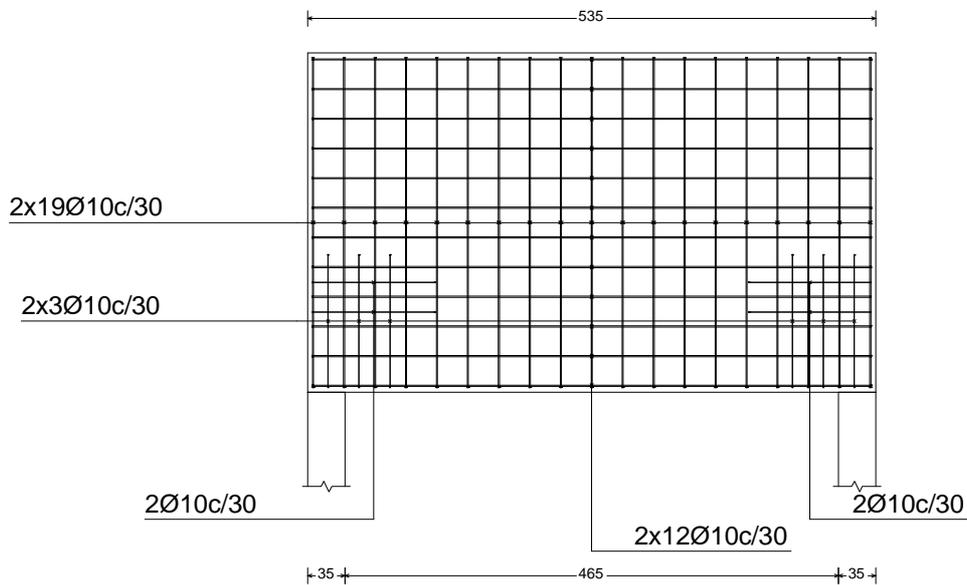
El área de la armadura de corte perpendicular a la luz del tramo, A_v , debe ser mayor o igual que $0,0025 b s$, y el valor de s debe ser menor o igual que $d/5 = 59 \text{ cm}$ ó 300 mm . Se adopta $s = 30 \text{ cm}$, por lo que $A_{v\text{mín}} = 1,5 \text{ cm}^2$.

Se seleccionan $\phi 10 \text{ mm}$ ($0,78 \text{ cm}^2 \cdot 2 = 1,57 \text{ cm}^2$).

El área de la armadura de corte paralela a la luz del tramo, A_{vh} debe ser mayor que $0,0015 b s_2$ y el valor de s_2 deberá ser menor que $d/5$ ó 300 mm . Se adopta igualmente $s = 30 \text{ cm}$, por lo que $A_{v\text{mín}} = 0,9 \text{ cm}^2$.

Se seleccionan $\phi 10 \text{ mm}$ ($0,78 \text{ cm}^2 \cdot 2 = 1,57 \text{ cm}^2$) con el objeto de uniformar el armado.

Armadura del alma



Armadura longitudinal

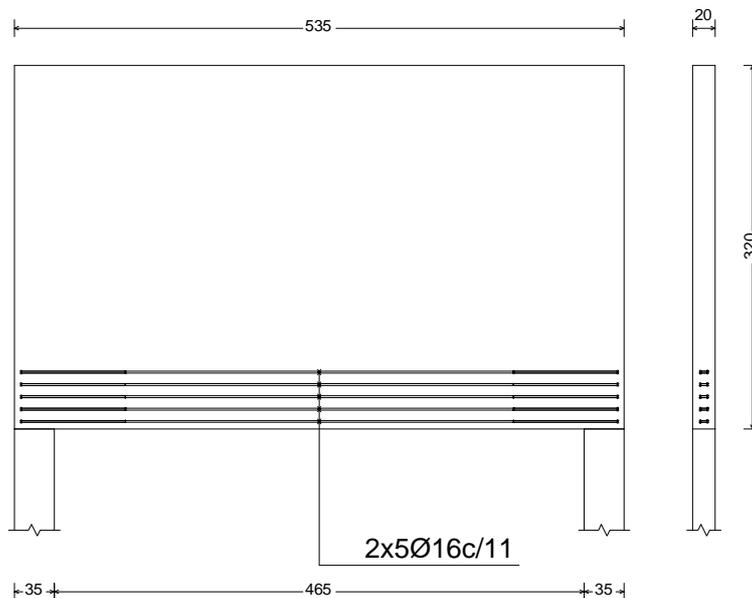


Figura 334: Armado de la viga de gran altura del ejemplo

Observación final

Las expresiones empíricas planteadas, fueron originalmente desarrolladas para cargas uniformes, en caso de existir cargas concentradas pueden presentarse diferencias de cierta importancia frente al estudio del elemento mediante el “método de las bielas y tirantes”, en particular, para relaciones de esbelteces $l_n/h < 1$. Asimismo, para relaciones de esbelteces $l_n/h < 0,8$, el estudio mediante el modelado con bielas y tensores permite detectar la necesidad de colocar armadura superior bajo la carga concentrada, armadura que de resultar omitida puede ocasionar una fisuración no debidamente controlada en dicha zona. En estos casos se debería proceder al análisis según el Anexo A del CIRSOC 201/05.

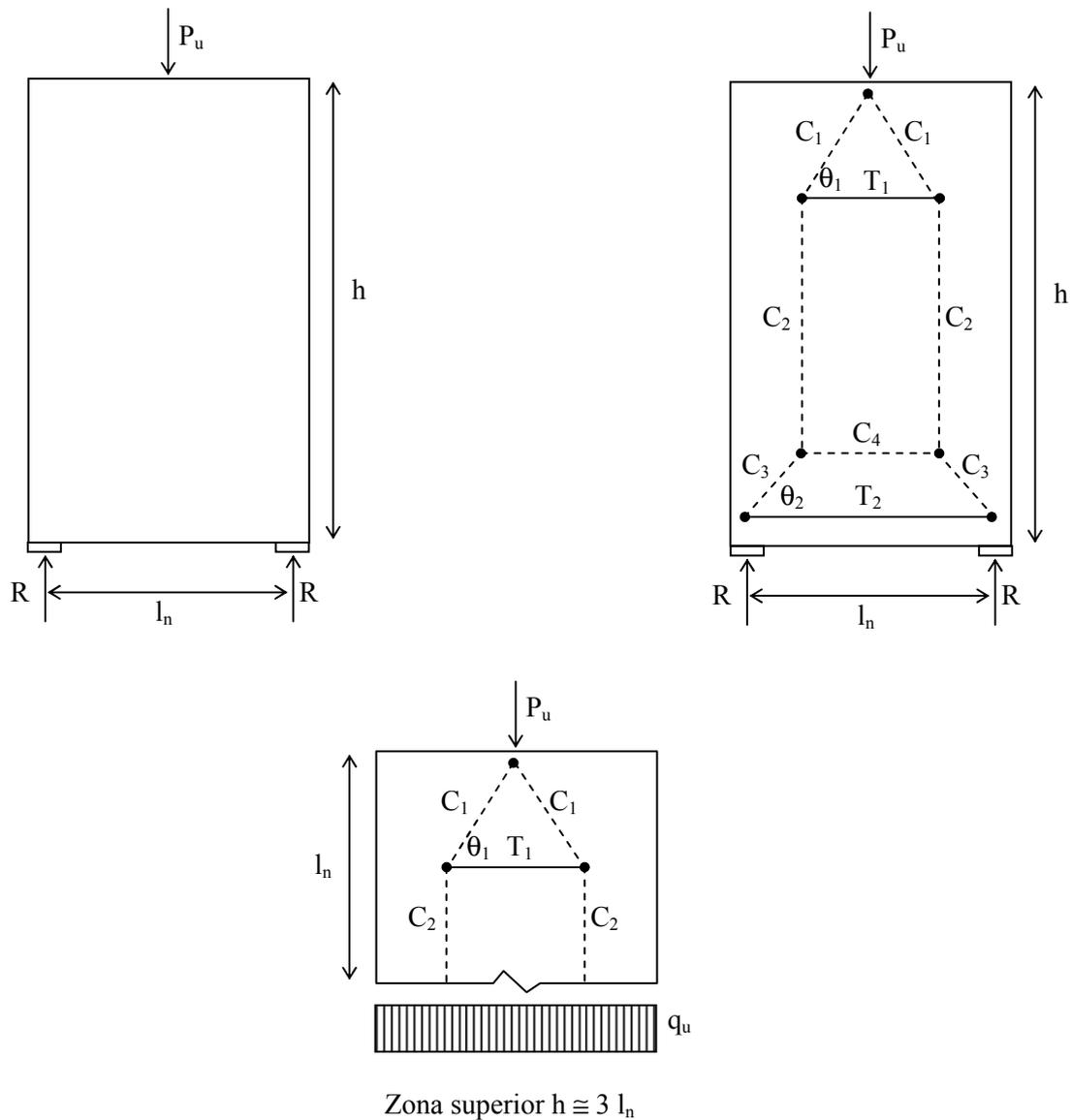


Figura 335: Viga de gran altura con carga concentrada en el centro de la luz y esbelteces $l_n/h < 0,80$ ($h \cong 3 l_n$)

Nota: la presencia de las tracciones T_1 no surgen del dimensionado con las expresiones empíricas.

Capítulo 24

Adherencia y anclajes

Adherencia

Introducción

El hormigón armado es apto para su utilización en estructuras porque la adherencia hace posible el trabajo en conjunto de ambos materiales componentes. Este trabajo en conjunto requiere de la transferencia de esfuerzos de uno a otro material, esto se materializa por tensiones que se transmiten a la armadura en el contacto de la misma con el hormigón, las cuales se denominan tensiones de adherencia.

El término adherencia, en realidad no refleja la complejidad del fenómeno que se produce en la interfase acero – hormigón. Las armaduras de acero en las estructuras de hormigón no toman carga en forma directa en general, sino, a través de las tensiones de adherencia.

Hasta la década del 60 se utilizaban barras de armadura lisas, es decir sin nervaduras en la superficie que se interpenetren en el hormigón. En estos casos, la resistencia de adherencia era provista únicamente por la unión química y la fricción mecánica entre acero y hormigón (ambos con valores reducidos). Para que la segunda componente tuviese alguna magnitud se requiere de presiones normales a la armadura. Al superarse las fuerzas de adherencia y fricción, se originaban desplazamientos relativos importantes. Para evitar el colapso de la viga se le proporcionaban ganchos de anclaje en los bordes.

Si el anclaje es adecuado, la viga no colapsa aunque la adherencia se rompa en toda la longitud de la misma. El elemento actúa como arco atirantado donde el hormigón no fisurado aparece en forma sombreada representando el arco y las barras de armadura el tensor.

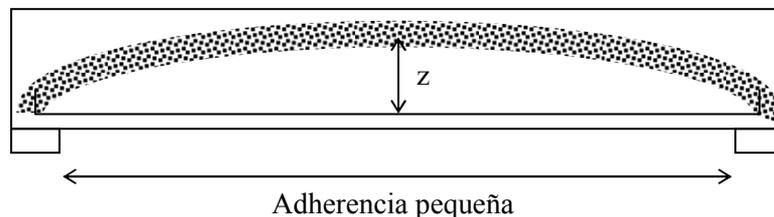


Figura 336: Esquema de diagonal comprimida y tensor

El esfuerzo a lo largo de la barra es prácticamente constante e igual a:

$$T = M_{\text{máx}} / z$$

La deformación (elongación) total de las barras es mayor que en aquellas vigas donde se mantiene la adherencia, lo que genera flechas mayores y anchos de fisura también mayores.

En la actualidad sólo se utilizan barras nervuradas que mejoran significativamente el comportamiento.

Formas de actuar de la adherencia

- adhesión hormigón – acero (contacto)
- rozamiento.
- efecto de acuñamiento (corte)

a) Adhesión hormigón – acero

Fenómeno físico-químico superficial, debido a la acción de la pasta de cemento que se adhiere al acero. Este factor tiene una modesta contribución cuantitativa en el valor final de la adherencia (<10%) y se destruye para pequeños corrimientos.

b) Rozamiento

Fenómeno mecánico debido a las incrustaciones y penetraciones de cristales y pasta de cemento en las asperezas superficiales del acero, que se oponen al deslizamiento de la barra.

Para que éste efecto de frotamiento (rozamiento), sea cuantificable (o aceptable), deben existir presiones normales a la armadura.

Estas presiones se pueden deber a compresión debido a cargas, o a la contracción de fragüe, por ejemplo.

c) Efecto de acuñamiento (sólo en barras nervuradas)

Cuando la barra tiene corrugaciones o nervaduras, al tratar de deslizar dentro del hormigón se produce un efecto de “acuñamiento”, por la formación de ménsulas de hormigón que se materializan entre las salientes de las barras. La rotura se produce, al ser el hormigón un material frágil, según la dirección de las tensiones principales de tracción.

La influencia de los recubrimientos se comprende fácilmente si se observa que al tratar de arrancar una barra, intervienen zonas cilíndricas concéntricas de hormigón.

El hormigón que rodea la barra está sometido a un estado de esfuerzos como el mostrado en la figura, (similar al de un recipiente de pared delgada sometido a presión interna). La falla de adherencia puede producirse por agrietamiento longitudinal. Cuanto mayor sea el recubrimiento y el espaciamiento de las barras, menores serán las posibilidades de fisuras longitudinales.

Observemos aquí que si bien en las hipótesis de cálculo que planteamos en los distintos temas, hemos despreciado a las tensiones de tracción que podía absorber el hormigón, vemos que al analizar el comportamiento del anclaje de una barra embebida en hormigón, en forma implícita estamos contando con dicha capacidad de tomar un valor limitado de tracciones.

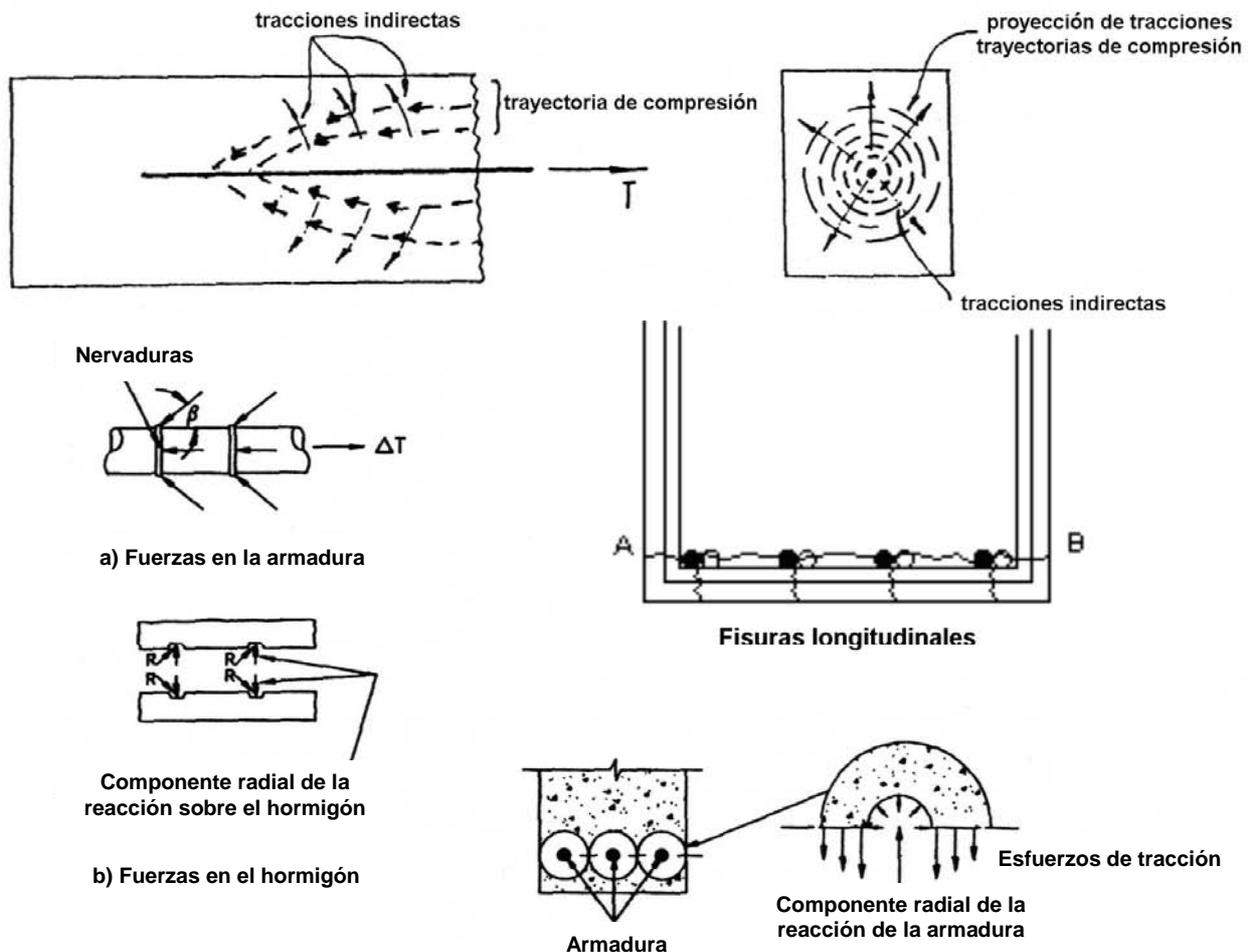


Figura 337: Tensiones generadas por el acero sobre el hormigón (adaptado referencia 45)

Ensayos para cuantificar la adherencia

Existen diversos ensayos que tienen por fin evaluar la forma en que se transmiten los esfuerzos entre acero-hormigón, un procedimiento sencillo es emplear un dispositivo consistente en una barra de acero embebida en un prisma de hormigón. Este ensayo consiste en ejercer un esfuerzo de tracción creciente sobre la barra y determinar la tensión media de adherencia, en función de los deslizamientos relativos del extremo opuesto al cargado de la barra. Como valor convencional del ensayo suele considerarse la tensión media de adherencia correspondiente a un deslizamiento de 0,10 mm del extremo no solicitado de la barra.

$$\tau_m \cdot u \cdot l = T$$

$$\tau_m = T / (u \cdot l)$$

u = perímetro de la barra

l = longitud embebida de la barra

T = esfuerzo de tracción aplicado

Existen varios aspectos relativos al ensayo que cabe mencionar:

a) El mismo no es representativo de una barra en una viga, dado que, mientras el prisma de hormigón se encuentra en compresión, la barra embebida en él está en tracción.

En una viga, ambos materiales estarán traccionados.

b) Si el apoyo del prisma sobre la placa de anclaje, no está lubricado, se generan compresiones transversales que incrementan el valor medio de la adherencia.

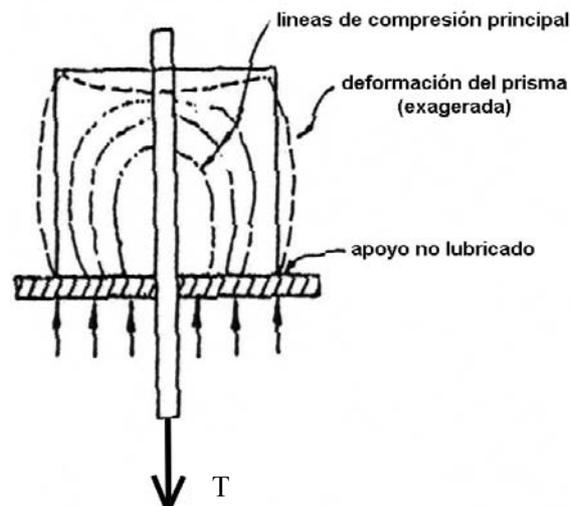


Figura 338: Ensayo para cuantificar la adherencia entre el acero y el hormigón

G. Rehm propuso una variante de este ensayo para determinar con mayor exactitud los valores de la adherencia sobre un elemento de longitud $dx = \phi$, en este caso la influencia de la presión transversal es reducida (se colocan vainas que impiden la adherencia en la restante longitud embebida).

El recubrimiento y el espaciamiento de las barras de armadura deben ser controlados, respetando los valores establecidos en las normas a fin de evitar fallas de adherencia y asimismo, posibilitar un correcto hormigonado de la pieza.

Parámetros que intervienen sobre las tensiones de adherencia

Influencia del diámetro de las barras

Son preferibles para cubrir una determinada sección de armadura, la utilización de mayor cantidad de barras de menor diámetro, porque poseen una mayor relación: perímetro / área y con ello un mejor comportamiento frente a la adherencia.

Influencia de la posición de las barras durante el hormigonado

La eficacia de la adherencia se encuentra afectada de manera importante por la ubicación que tienen las barras durante el hormigonado, según estén dispuestas al hormigonar, horizontal o verticalmente, o cerca del

fondo del encofrado, esto debido al asentamiento del hormigón fresco. Para barras horizontales, en la zona superior de las vigas, existe una mayor tendencia a que se deposite algo de agua debajo de las mismas, que posteriormente es absorbida por el hormigón, formando así oquedades o poros, con ello se reduce la calidad de la adherencia hasta valores cercanos a la mitad del valor correspondiente a la barra vertical o a aquellas barras ubicadas en la zona inferior del encofrado.

Influencia de tensiones transversales de compresión sobre la barra

Experiencias realizadas sobre probetas sometidas a presión transversal, han puesto en evidencia que la tensión de adherencia se incrementa con la misma.

Este efecto favorable, se aprecia en las zonas de apoyos de vigas o losas, en donde la compresión generada por la reacción de apoyo influye significativamente.

Antiguamente se presumía que las barras debían anclarse en zonas de compresión longitudinal.

Leonhardt ha señalado que los esfuerzos longitudinales de compresión pueden producir tracciones transversales, que finalmente disminuyen la adherencia.

De estas consideraciones surge que la zona de tracción longitudinal de las vigas es apta para anclar barras.

Estribos y armaduras transversales

Los estribos y armaduras transversales contribuyen a evitar la rotura de la vaina de hormigón que rodea a la barra, aumentando la adherencia.

Orígenes de las tensiones de adherencia

Las tensiones de adherencia aparecen cuando en un determinado segmento del elemento, varían las tensiones en el acero.

Dicha variación puede estar originada en diversas causas:

- Cargas exteriores: las variaciones de los momentos flectores originan tensiones de adherencia.
- Esfuerzos de anclaje: en los extremos de la pieza, el esfuerzo en la barra debe transferirse al hormigón por tensiones de adherencia.
- Fisuras: dan como consecuencia altos picos localizados de las tensiones de adherencia.
- Contracción por fragüe: origina redistribución de tensiones entre ambos materiales y por tanto tensiones de adherencia.
- Fluencia lenta: en elementos comprimidos de hormigón (columnas), por el acortamiento originado por la fluencia que sufre el hormigón bajo cargas de larga duración, varían las tensiones en el acero.

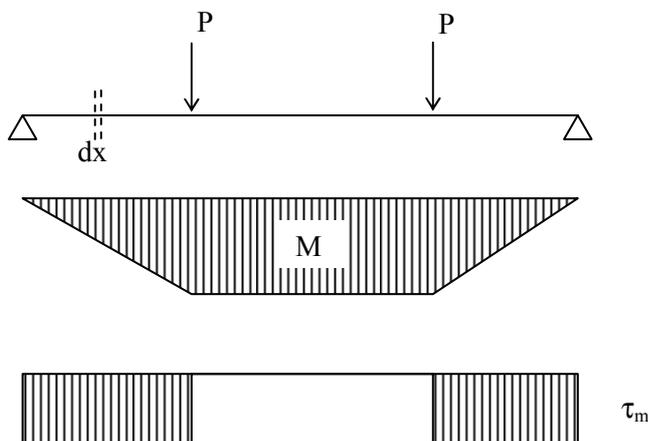
A modo de visualizar lo indicado en a), analizaremos una viga simplemente apoyada, tomaremos un segmento dx de ella, en la zona de momentos variables. Se supone la pieza fisurada, en estado II, es decir, las tracciones son absorbidas por las barras de armadura:

$$M = T \cdot z$$

$$dM = dT \cdot z + T \cdot dz$$

z = brazo de palanca

T = esfuerzo de la armadura



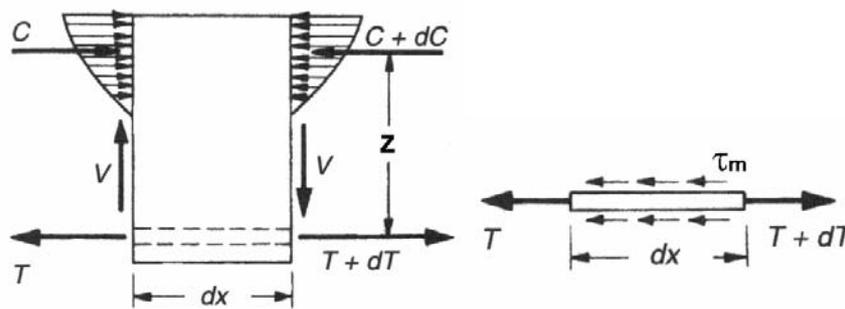


Figura 339: Esfuerzos que actúan en un dx de la viga para el hormigón y el acero

En un dx se puede asumir que z permanece constante, por tanto:

$$dz = 0$$

$$dM = dT \cdot z$$

Por efecto de la flexión, varían las tensiones en la armadura, para restablecer el equilibrio, aparecen las tensiones de adherencia.

$$dT = \pi \cdot \phi \cdot dx \cdot \tau_m$$

$$\tau_m = \left(\frac{1}{\pi \cdot \phi} \right) \left(\frac{dT}{dx} \right) \left(\frac{z}{z} \right)$$

$$\tau_m = \left(\frac{1}{\pi \cdot \phi \cdot z} \right) \left(\frac{dM}{dx} \right) = \frac{V}{p \cdot z}$$

$$\tau_m = \frac{V}{p \cdot z} \quad (I)$$

p = perímetro de la barra

donde: $dM / dx \neq 0$

El esfuerzo de adherencia unitario es proporcional al esfuerzo de corte en la sección. La expresión (I) es aplicable a barras sometidas a tracción en zonas de hormigón fisuradas en donde se asume que el hormigón no absorbe ninguna tensión.

Distribución real de los esfuerzos de adherencia en flexión

La distribución real de los esfuerzos de adherencia a lo largo de las barras de acero nervuradas es más compleja que la que representa la ecuación (I).

En realidad, el hormigón deja de absorber esfuerzos de tracción sólo en las secciones fisuradas, en ellas la tensión en el acero es máxima y tiene el valor estimado por la teoría simple:

$$T = M / z$$

Entre las fisuras, el hormigón absorbe cantidades limitadas de tracción, transmitidas mediante esfuerzos de adherencia que se ejercen a lo largo de la interfase, esto reduce la tensión en las barras de armadura en dichas zonas. Es poco habitual el caso en que las vigas se encuentran sometidas a flexión pura, generalmente, las cargas actuantes producen esfuerzos de corte (V) y momentos (M) que varían a lo largo de la luz. Cuando se produce una falla de adherencia, en general, ésta origina una fisuración del hormigón a lo largo de la barra, en planos verticales, o en planos horizontales. La fisuración horizontal se origina con frecuencia en una fisura diagonal. Como se desarrolló en corte, la acción de dovela aumenta la tendencia de fisuración, despegando la delgada lámina de hormigón.

En las expresiones de longitud de anclaje, dadas por el CIRSOC 201/05 no se utiliza el factor de reducción ϕ , dado que las mismas ya tienen incluida la tolerancia que contempla la reducción de resistencia (Capítulo XII – CIRSOC 201/05).

Anclajes

En la zona extrema de una barra traccionada, embebida en hormigón, el esfuerzo T de tracción en la misma, debe encontrarse en equilibrio con el esfuerzo C del hormigón.

El esfuerzo de compresión se expande en el hormigón a partir del extremo de la barra y se originan tensiones principales de tracción y compresión en la zona de anclaje.

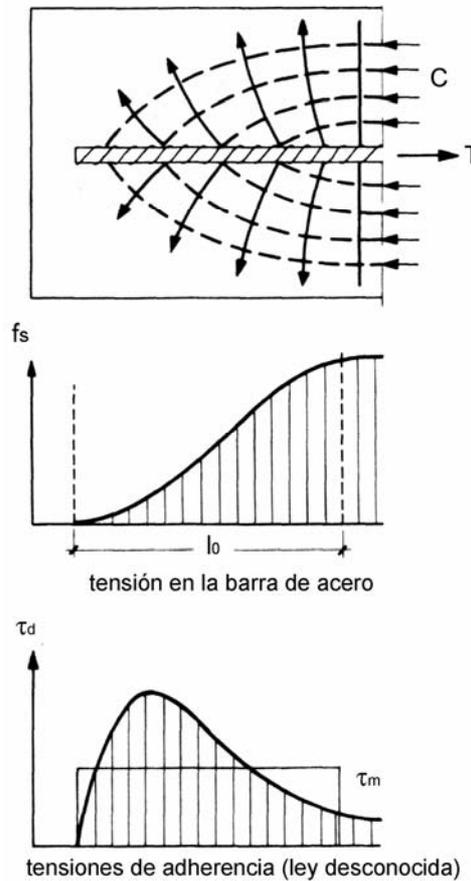


Figura 340: Distribución de las tensiones de adherencia (adaptado referencia 65)

En caso de que la relación entre el recubrimiento y el diámetro de las barras sea pequeña, o la separación entre barras sea reducida, se presenta el riesgo de que como consecuencia de estos esfuerzos de tracción, se originen en la zona de anclaje fisuras longitudinales que produzcan inclusive el desprendimiento del recubrimiento. De no existir ningún esfuerzo transversal de compresión favorable en la zona de anclaje, debe colocarse entonces una armadura exterior transversal en la longitud necesaria de anclaje de manera que absorba el esfuerzo de fractura.

Longitud de anclaje según el Reglamento CIRSOC 201/82¹

Si equilibramos la fuerza de tracción que se genera en una barra de armadura con la de adherencia que se debe materializar a través de su perímetro en una longitud l_0 , obtenemos:

$$\begin{cases} T = f_s \cdot A_s = f_s \cdot \left(\frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \right) \\ T = (\pi \cdot \phi) \cdot l_0 \cdot \tau_m \end{cases}$$

$$f_s \cdot \left(\frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \right) = (\pi \cdot \phi) \cdot l_0 \cdot \tau_m$$

¹ Consultar la referencia 20)

Llamando l_0 a la longitud básica de anclaje necesaria para la barra citada:

$$l_0 = \left(\frac{f_s}{4} \right) \cdot \frac{\phi}{\tau_m}$$

con: $f_s = \frac{f_y}{\gamma} = \frac{f_y}{1,75}$

$$l_0 = \left(\frac{f_y}{7 \cdot \tau_m} \right) \cdot \phi \quad (\text{longitud básica de anclaje})$$

τ_m = tensión de adherencia admisible = τ_u / γ' , que se encuentra tabulada de acuerdo a las zonas de adherencia, tipos de hormigón y de acero.

Conformación superficial	Zona de adherencia	Tipos de hormigón					
		H-13	H-17	H-21	H-30	H-38	H-47
Lisa AL-220 AM-500-L	I	0.6	0.65	0.7	0.8	0.9	1.0
	II	0.3	0.32	0.35	0.4	0.45	0.5
Perfilada AM-500-P	I	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6
	II	0.4	0.45	0.5	0.6	0.7	0.8
Nervurada ADN-420 ADM-420 AM-500 N	I	1.4	1.6	1.8	2.2	2.6	3.0
	II	0.7	0.8	0.9	1.1	1.3	1.5

Tabla 60: Tensiones de adherencia admisibles en MPa según CIRSOC 201/82 (referencia 28)

Según el CIRSOC 201/82, la zona I (buena adherencia) rige para:

- Todas las barras que durante el hormigonado tengan una inclinación entre 45° y 90° con respecto a la horizontal.
- Barras con una inclinación menor que 45°, ubicadas durante el hormigonado a 25 cm como máximo con respecto al borde inferior del hormigón fresco, o como mínimo a 30 cm debajo del borde superior del elemento constructivo o de una junta de hormigonado.

La zona II (adherencia deficiente) rige para:

- Todas las barras no comprendidas en la zona I.
- Todas las barras horizontales de los elementos constructivos que se ejecutan por el sistema de encofrado deslizante.

Longitud de anclaje según CIRSOC 201/05

La longitud de anclaje l_d (en mm), para barras y alambres conformados solicitados a tracción, se debe determinar según la siguiente expresión:

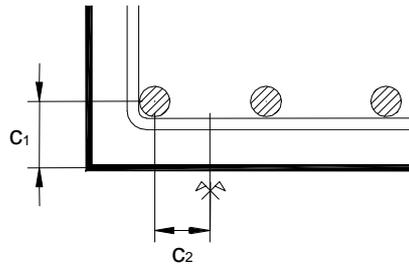
$$l_d = \left[\frac{9}{10} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot \frac{\psi_t \cdot \psi_e \cdot \psi_s \cdot \lambda}{\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right)} \right] \cdot d_b$$

debiéndose adoptar el término

$$(c_b + K_{tr}) / d_b \leq 2,5$$

para evitar fallas por arrancamiento, siendo:

c_b : menor valor entre la distancia desde el eje de la barra a la superficie de hormigón más próxima, o bien, la mitad de la separación entre barras (mm)

Figura 341: Cálculo de “c” como el menor valor entre c_1 y c_2

d_b : diámetro de la barra

K_{tr} : índice de la armadura transversal

$$K_{tr} = \frac{A_{tr} \cdot f_{yt}}{10 \cdot s \cdot n}$$

A_{tr} : sección de armadura transversal

f_{yt} : tensión de fluencia de la armadura transversal

n : número de barras que se empalman o anclan

s : separación máxima de la armadura transversal ubicada dentro de la longitud de anclaje

10: constante para resistencias en MPa.

El mínimo aplicable es de $l_d = 300$ mm.

Se permite adoptar K_{tr} cero como una simplificación de diseño aún cuando exista armadura transversal. Los factores ψ_t , ψ_e , ψ_s y λ son los que se detallan en la Tabla 61².

Factor por ubicación de la armadura	ψ_t
<ul style="list-style-type: none"> • Armadura horizontal ubicada de tal manera que se disponga, como mínimo, de 300 mm de hormigón debajo del empalme o anclaje de la barra o alambre 	1,3
<ul style="list-style-type: none"> • Otras situaciones 	1,0
Factor por revestimiento	ψ_e
<ul style="list-style-type: none"> • Armadura sin revestir 	1,0
Este Reglamento no contempla la utilización de barras, alambres y mallas soldadas de acero para armaduras, revestidos con epoxi, los que serán objeto de un documento CIRSOC específico	
Factor por diámetro de la armadura	ψ_s
<ul style="list-style-type: none"> • Barras y alambres conformados con $d_b \leq 16$ mm 	0,8
<ul style="list-style-type: none"> • Barras conformadas con $d_b > 16$ mm 	1,0
λ = factor por hormigón con agregado liviano (ver el artículo 1.1.2.2.)	
<ul style="list-style-type: none"> • Cuando se utilice hormigón con agregado liviano 	1,3
<ul style="list-style-type: none"> • Cuando se especifique el valor de f_{ct}, se permite adoptar $\lambda = \sqrt{f'_c} / 1,8 f_{ct}$, pero mayor o igual que 	1,0
<ul style="list-style-type: none"> • Cuando se utilice hormigón de densidad normal 	1,0

Tabla 61: Factores de anclaje de barras según CIRSOC 201/05 (referencia 109)

² Respecto del factor por revestimientos, ver comentarios al CIRSOC 201/05 – Art. C12.2.4

Estos valores se pueden reducir por exceso de armadura, en un factor igual a (A_s requerida/ A_s adoptada).
En caso de paquetes de barras:

$$d_{bef} = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot \Sigma A_s}$$

donde ΣA_s es el área total del paquete de barras.

La longitud de anclaje requerida depende de la resistencia a tracción del hormigón, expresada a través del parámetro $\sqrt{f'_c}$, del recubrimiento o la separación c entre barras (zonas de influencia de los anillos concéntricos traccionados) y de la ubicación de la armadura en base a las condiciones más favorables o desfavorables de adherencia a través del parámetro ψ_t . Es función también del diámetro de la armadura a través del coeficiente ψ_s dado que para cubrir un área determinada, resulta más conveniente colocar más barras de menor diámetro (relación perímetro/área más favorable), y los dos factores que consideran la densidad del hormigón y el posible revestimiento epoxi. Finalmente, interviene el factor K_{tr} que considera la influencia de la armadura transversal en la zona de anclaje. Al respecto, se fija el valor límite al término $(c_b + K_{tr})/d_b \leq 2,5$, dado que para valores que verifiquen dicho límite es probable que sólo se presenten fallas por compresión diametral, en cuyo caso, la armadura transversal aporta a mejorar el comportamiento del anclaje. Para valores de $(c + K_{tr}) / d_b > 2,5$ la falla se presenta por lo general por arrancamiento y tanto el factor de recubrimiento (c_b), como el de la armadura transversal (K_{tr}), no incrementan la capacidad

Expresión simplificada

En la mayoría de los casos prácticos que se presentan, serán $\psi_e = \lambda = 1,0$, y $f_y = 420$ MPa. Esto permite definir, a partir de las expresiones simplificadas, una serie bastante reducida de valores l_d/d_b para su uso práctico que pueden tabularse.

$$l_d = \left[\frac{9}{10} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \right] \cdot \psi_t \cdot \psi_s \cdot d_b$$

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 61) Cálculo de la longitud de anclaje de una barra de 12 mm para un hormigón H-20 en una zona de adherencia buena y otra mala.

a) Zona de adherencia buena:

$$l_d = \frac{9}{10} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot 0,8 \cdot d_b = 68 \cdot d_b = 82 \text{ cm}$$

b) Zona de adherencia mala:

$$l_d = \frac{9}{10} \cdot 1,30 \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot 0,8 \cdot d_b = 88 \cdot d_b = 106 \text{ cm}$$

Anclaje de barras sometidas a compresión

La longitud de anclaje de barras comprimidas (l_{dc}) se debe determinar de acuerdo a las siguientes expresiones, pero siempre debe ser mayor a 200 mm:

$$l_{dc} \geq \left(0,24 \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \right) \cdot d_b$$

$$l_{dc} \geq 0,04 \cdot f_y \cdot d_b$$

La unidad de la constante es en mm^2/N .

Los valores anteriores pueden afectarse de dos coeficientes reductores que tienen en consideración:

a) Armadura en exceso (A_{sreq} / A_{sadop})

b) Zunchos o estribos cerrados (envuelven la armadura longitudinal) = 0,75.

Nota: los ganchos en anclajes comprimidos no se consideran efectivos.

Anclajes de barras traccionadas con ganchos normales

El CIRSOC 201/05 considera ganchos normales a los que a continuación se detallan:

1) Ganchos con un ángulo de doblado de 180° más una prolongación de $4 d_b$, pero como mínimo 60 mm, en el extremo libre de la barra o alambre.

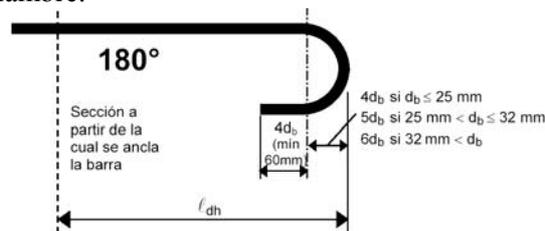


Figura 342: Anclaje con ganchos a 180° (referencia 109)

2) Ganchos con un ángulo de doblado de 90° más una prolongación, como mínimo, de $12 d_b$ en el extremo libre de la barra o alambre.

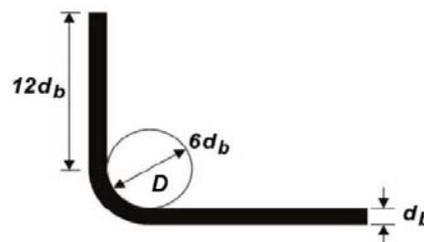


Figura 343: Anclaje con ganchos a 90° (referencia 109)

3) Ganchos para el anclaje de estribos y de estribos cerrados

Los estribos de los elementos solicitados a compresión deben ser siempre cerrados, y su función principal será la de arriostrar las barras de la armadura principal de los elementos comprimidos, y confinar el hormigón. Los estribos en los elementos solicitados a flexión pueden ser abiertos o cerrados. Cuando sean abiertos, su función será la de colaborar para soportar los esfuerzos generados por las solicitaciones de corte, y en el caso de ser cerrados, sumar su capacidad para arriostrar las barras comprimidas y absorber esfuerzos de torsión. A los fines del CIRSOC se utiliza el término “estribo cerrado” para designar a la armadura transversal de los elementos solicitados a compresión y el término “estribo” para designar genéricamente a la armadura transversal de los elementos solicitados a flexión.

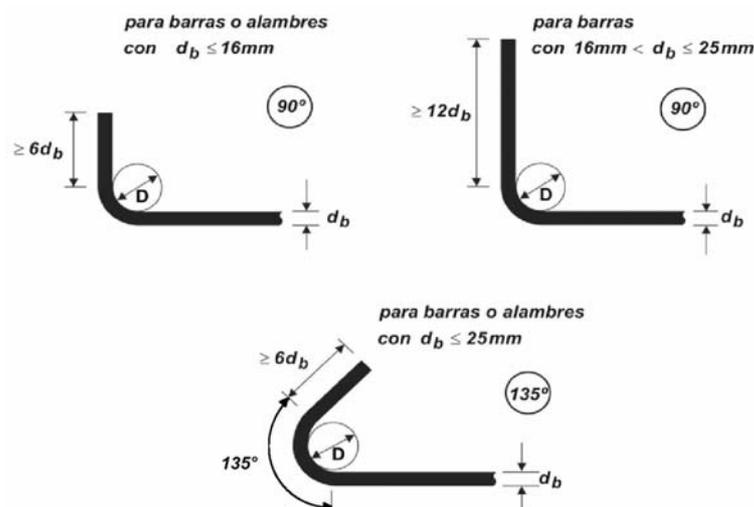


Figura 344: Anclaje de ganchos de estribos (referencia 109)

Para el cálculo de la longitud de anclaje de estos ganchos, se utiliza la expresión:

$$l_{dh} = 0,24 \cdot \psi_e \cdot \lambda \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot d_b$$

$$l_{dh} \geq 150 \text{ mm}$$

$$l_{dh} \geq 8 \cdot d_b$$

Esta expresión puede afectarse a los valores detallados en la Tabla 62.

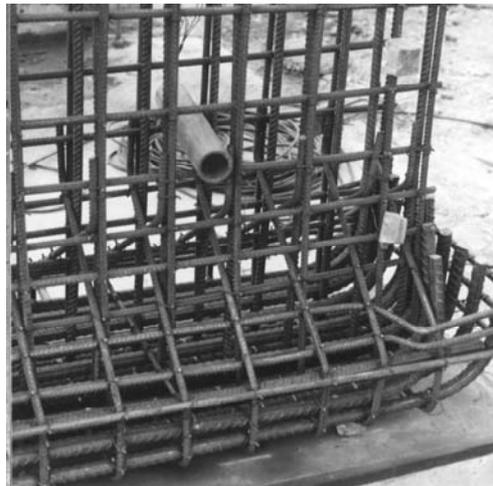


Figura 345: Anclajes con gancho en una viga premoldeada perteneciente a un puente

Condiciones de la armadura	Factor
a) <ul style="list-style-type: none"> para los ganchos de las barras con $d_b \leq 32 \text{ mm}$, con un recubrimiento lateral, perpendicular al plano del gancho $c \geq 60 \text{ mm}$ para los ganchos con un ángulo de 90°, en barras con $d_b \leq 32 \text{ mm}$, con un recubrimiento sobre la prolongación de la barra más allá del gancho, $c \geq 50 \text{ mm}$. 	0,70
b) <ul style="list-style-type: none"> para los ganchos con ángulo de 90°, en las barras con $d_b \leq 32 \text{ mm}$ que están encerradas por estribos o por estribos cerrados, perpendiculares a la barra que se debe anclar, ubicados con una separación $s \leq 3 d_b$ a lo largo de la longitud de anclaje ℓ_{dh} del gancho, (ver la Figura 12.5.3.a). Para los ganchos con un ángulo de 90°, en barras con $d_b \leq 32 \text{ mm}$ que están encerradas ya sea por estribos o por estribos cerrados, paralelos a la barra que se debe anclar, ubicados con una separación $s \leq 3 d_b$ a lo largo de la longitud de prolongación del gancho incluyendo la curvatura del mismo, (ver la Figura 12.5.3.b). 	0,80
c) <ul style="list-style-type: none"> Para los ganchos con un ángulo de 180°, en barras con $d_b \leq 32 \text{ mm}$ que están encerradas ya sea por estribos o por estribos cerrados, perpendiculares a la barra que se debe anclar, ubicados con una separación $\leq 3 d_b$, a lo largo de la longitud de anclaje ℓ_{dh} del gancho. 	0,80
d) <ul style="list-style-type: none"> Cuando no se indique en forma específica la longitud de anclaje para la tensión f_y, y se disponga de armadura en exceso con respecto a la armadura requerida por cálculo. 	$\frac{A_s \text{ requerida}}{A_s \text{ adoptada}}$

En los casos **b)** y **c)**, d_b es el diámetro de la barra o alambre que termina en gancho, y el primer estribo o estribo cerrado debe contener la parte del gancho doblada, a una distancia **$s \leq 2 d_b$** desde la parte exterior de la curvatura del gancho.

Tabla 62: Factores para cálculo de longitudes de anclaje con ganchos (referencia 109)

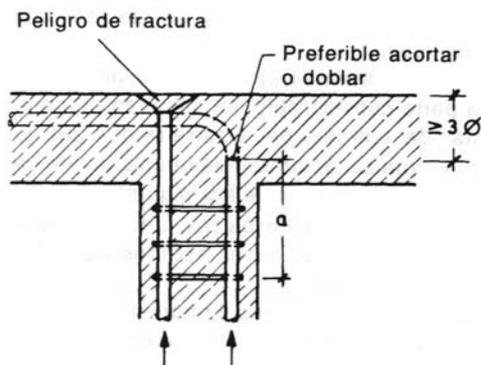


Figura 346: Peligro de fractura por deficiente ejecución de anclajes a compresión (referencia 65)

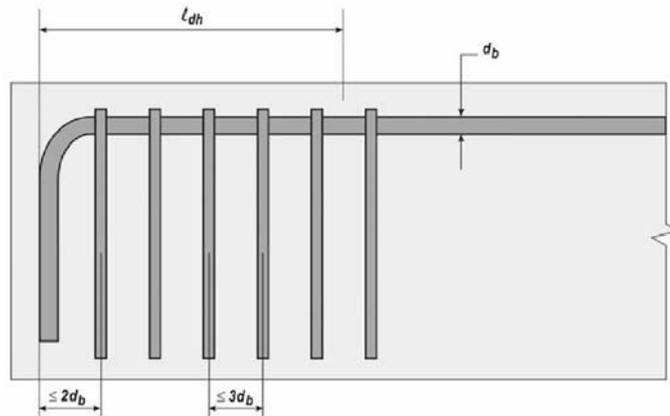


Figura 347: Anclajes mediante ganchos normales (referencia 109)

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 62) Cálculo de la longitud de anclaje requerido en el extremo de una barra con un gancho normal a 90°.

El hormigón es H-20 y el acero ADN 420. El recubrimiento de 4 barras de 25 mm es de 3 cm. De acuerdo a lo establecido anteriormente, las longitudes de anclaje de ganchos se calcula de acuerdo a:

$$l_{dh} = 0,24 \cdot \lambda \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot d_b$$

siendo:

$\lambda = 1$ (hormigón de densidad normal)

$$l_{dh} = 0,24 \cdot \lambda \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot d_b = 0,24 \cdot 1 \cdot \frac{420 \text{ Mpa}}{\sqrt{20 \text{ Mpa}}} \cdot 25 \text{ mm} = 563 \text{ mm}$$

Factores de modificación:

$\alpha_1 = 1$. Coeficiente de recubrimiento del hormigón. Si bien el diámetro de la barra es inferior a 32 mm, el recubrimiento en el extremo del gancho no satisface los requerimientos de que sea mayor o igual a 50 mm, por lo que no se puede utilizar el factor de reducción 0,70.

$\alpha_2 = 1$. Coeficiente que tiene en cuenta el empleo de estribos. A los efectos del ej. consideramos igual a 1.

$\alpha_3 = 1$. Coeficiente que tiene en cuenta el empleo de ganchos a 180°.

$\alpha_4 = 1$. Coeficiente empleado para considerar armadura en exceso.

$$l_{dhnec} = 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 563 \text{ mm} = 563 \text{ mm}$$

$l_{dhnec} > 8 d_b = 8 \cdot 25 \text{ mm} = 200 \text{ mm}$ (verifica)

$l_{dhnec} > 150 \text{ mm}$ (verifica)



Figura 348: Proceso de armado de una platea de fundación

Capítulo 25

Empalmes

Clases de empalmes

Dado que la longitud de fabricación de las barras de acero comercial es de un largo estándar de 12 m, surge la necesidad de realizar empalmes de armadura para darle continuidad a la misma.

Básicamente, existen dos tipos de empalmes:

- Directos
- Indirectos

Dentro del primer grupo encontramos los empalmes:

- Soldados
- Mecánicos

Empalmes soldados

En función de la aptitud del acero (evaluada entre otros parámetros por el contenido de carbono equivalente) deberá analizarse la soldabilidad del acero a emplear.

Los empalmes soldados pueden ser:

- a) A tope por presión
- b) Por empalme con cubrejuntas

En general, se recomienda realizar ensayos para verificar la efectividad de la unión.

Empalmes mecánicos

Manguitos prensados

Los manguitos prensados dan en general muy buen resultado, se componen de un cilindro de acero especial, que se comprime hidráulicamente en obra, de tal manera, que el manguito se inserta en las nervaduras de las barras y se alarga.

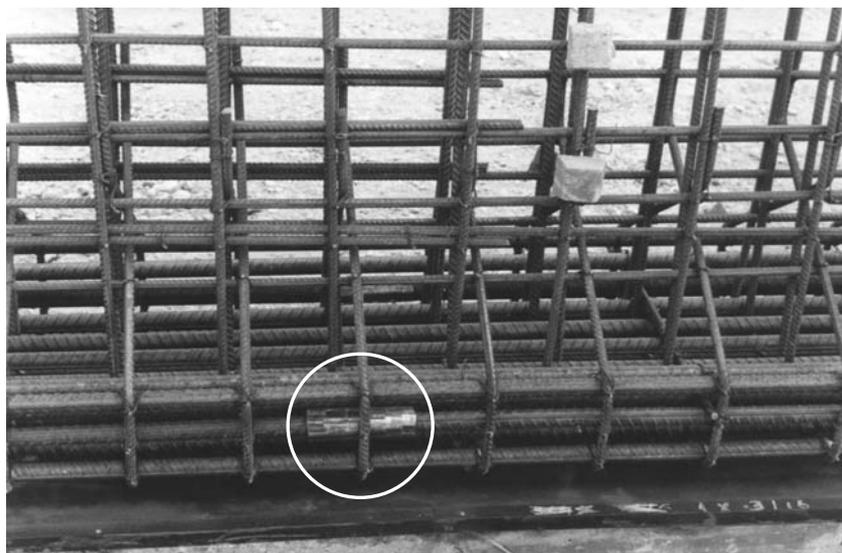


Figura 349: Ejemplo de un empalme de barras nervuradas con manguito prensado

Manguitos roscados

Los manguitos roscados deben poseer una capacidad portante de al menos 1,20 veces la de las barras a unir. Los extremos de las roscas son más delgados para evitar una sobresolicitación en los primeros filetes.

Empalmes indirectos a tracción por yuxtaposición

Se transfiere la fuerza de una barra a otra a través del hormigón que rodea ambas barras. Entra en juego la adherencia, mediante la cual se transfiere la fuerza de una barra al hormigón y de éste a la otra barra que forma el par de empalme.

En la zona final de la barra se tiene un diagrama de tensiones decrecientes, si se superpone otra tal que comience donde en la primera empiezan a disminuir las tensiones, aparecerá la siguiente configuración:

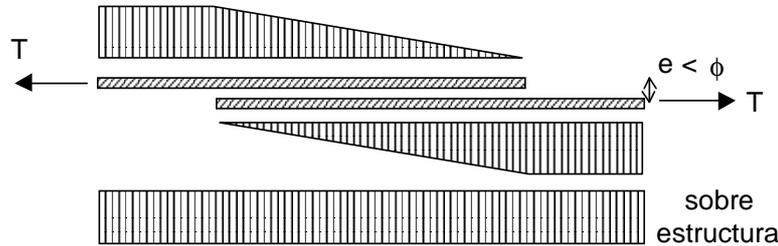


Figura 350: Esquema ideal de transferencia de esfuerzos de un empalme por yuxtaposición

En la estructura actúan la suma de los dos diagramas, por lo tanto, en cada sección se obtiene la fuerza de tracción necesaria.

El hormigón colabora transmitiendo el esfuerzo de una barra a la otra, ya sea por adherencia o por esfuerzos de transferencia mediante barras ideales oblicuas.

En este caso, aparecen esfuerzos transversales de tracción, que exigen:

- a) Un buen recubrimiento.
- b) Armadura transversal.

El esfuerzo T en una barra se transmite a la otra por diagonales ideales comprimidas, para lo cual sólo puede colaborar parte del perímetro de la barra, por este motivo no es suficiente como longitud de empalme l_e , la longitud de anclaje l_1 .

Las barras empalmadas deben estar yuxtapuestas o muy poco separadas, debiendo verificarse que $e \leq 4\phi$, siendo e la separación entre ejes de las barras a empalmar.

Las diagonales comprimidas originan en la zona de empalme esfuerzos transversales de tracción T_q que aumentan el riesgo de que salte el recubrimiento de hormigón.

Si existen varios empalmes cercanos entre sí, los esfuerzos de fractura de superponen.

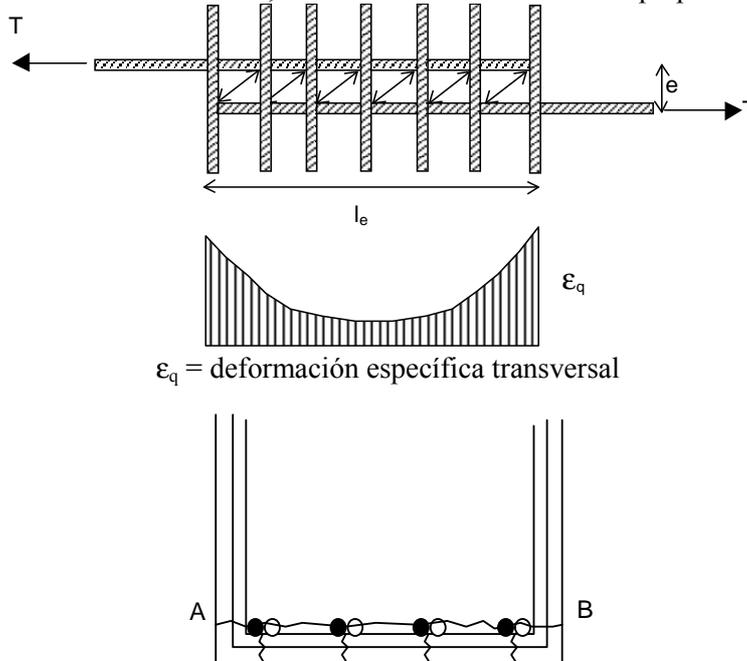


Figura 351: Distribución cualitativa de las deformaciones transversales (ϵ_q)

Armadura transversal $T_q \cong 0,80 \cdot T$

El riesgo de que el hormigón se fisure es mayor en la proximidad de los empalmes a tracción.

Ante una fisura como la de la Figura 351, sólo las ramas exteriores del estribo ofrecen resistencia contra la separación del bloque de hormigón por debajo de la armadura.

La rama horizontal del estribo es efectiva para controlar la dimensión de las fisuras longitudinales (fisuras verticales de la figura).

Siempre es conveniente escalonar los empalmes.

Longitudes de empalme según CIRSOC 201/05

El Código ACI 318/05 especifica que los empalmes de armaduras sólo se pueden realizar cuando en la documentación de obra están detallados claramente. Los planos de obra, planillas de armaduras y especificaciones técnicas deben mostrar todas las ubicaciones de los empalmes, los tipos de empalmes requeridos y para el caso de los empalmes por yuxtaposición, la longitud de empalme requerida.

No resulta suficiente que el proyectista indique que todos los empalmes deben cumplir los requisitos del código (en nuestro caso del CIRSOC 201).

Existen diversos factores que afectan los empalmes de armadura, a modo de ejemplo, algunos de los factores que influyen sobre los empalmes a yuxtaposición de barras nervuradas a tracción son:

- a) El diámetro de las barras
- b) El tipo de acero
- c) La resistencia a compresión del hormigón
- d) La ubicación en altura de las barras
- e) La separación y el recubrimiento
- f) La existencia de armadura transversal de confinamiento
- g) El número de barras empalmadas en la sección

El responsable de la construcción no puede conocer con certeza el tipo de empalme que se requiere en una ubicación dada a menos que el proyectista defina con claridad sus características.

En el caso de empalmes por yuxtaposición, es admisible materializar el empalme sin que las barras a empalmar estén en contacto entre sí, pero se limita la máxima separación al menor valor resultante de:

- a) $s' < 1/5$ long. de empalme requerida
- b) $s' < 150$ mm

Es preferible sin embargo, que las barras estén en contacto entre sí, ya que resulta más sencillo de asegurar que no se desplacen durante el hormigonado.

Para paquetes de barras, los empalmes por yuxtaposición requeridos para las barras individuales que forman parte del paquete se deben incrementar un 20% y un 33%, respectivamente, para paquetes de tres y cuatro barras.

No se permite empalmar en una misma sección las barras individuales que forman un paquete de barras.

Los empalmes de barras nervuradas solicitadas a tracción se clasifican como clase A o B, y la longitud de empalme es un múltiplo de la longitud de anclaje en tracción.

La intención de la clasificación de los empalmes en dos categorías, es inducir a los proyectistas a diseñar empalmes de barras en los puntos donde las tensiones son más bajas, y a no empalmar varias barras en una misma sección, para mejorar el comportamiento de la pieza.

La longitud de anclaje (l_d) utilizada para calcular la longitud de empalme debe ser la correspondiente a la tensión f_y en las barras a empalmar, esto dado que las clasificaciones de los empalmes ya consideran un eventual exceso de armaduras en la sección en donde se diseña el mismo.

Los empalmes se deben separar, en forma escalonada, como mínimo una distancia igual a 600 mm. Los empalmes de elementos predominantemente traccionados (tensores), se deben realizar mediante conexiones mecánicas (manguitos prensados o roscados), o uniones completamente soldadas.

Empalmes de barras comprimidas

Dado que el comportamiento por adherencia de las barras comprimidas no se ve afectado por el problema de la fisuración originada por la tracción transversal, los empalmes de las armaduras comprimidas no requieren de disposiciones tan estrictas como las establecidas para las armaduras traccionadas.

Los ensayos han demostrado que la resistencia de los empalmes de las barras comprimidas depende básicamente de la resistencia proporcionada por el apoyo extremo de la barra.

Empalmes por contacto a tope

Los empalmes por contacto a tope sólo se permiten en barras comprimidas con estribos cerrados o zunchados. Dado que es difícil lograr un buen contacto a tope cuando las barras están inclinadas, se sugiere limitar su uso a barras verticales. Los requisitos para empalmes en las columnas se basan en el concepto de proveer algo de resistencia a la tracción en todas las secciones en las cuales hay empalmes, aún cuando el análisis indique que sólo habrá compresión.

Empalmes por yuxtaposición según las disposiciones del CIRSOC 201/05

Los empalmes por yuxtaposición sólo se deben utilizar para barras con diámetros $d_b \leq 32$ mm. La longitud de empalme se calcula partiendo de la longitud l_d con la salvedad que no se debe aplicar la corrección por exceso de armadura. En primer lugar se debe definir la clase de empalme (tipo A o B), a partir de las siguientes condiciones:

Empalme clase A

- el área de la armadura adoptada a lo largo de todo el empalme es, como mínimo, el doble de la requerida por cálculo, y
- está empalmada la mitad, o menos, de la armadura total dentro de la longitud de empalme requerida

Empalme clase B

No cumplen los requisitos anteriores.

En función de lo anterior, la longitud de empalme vale:

Clase A: $1,00 l_d$.

Clase B: $1,30 l_d$.

En ambos casos mayores a 300 mm.

Empalme de barras rectas comprimidas

El CIRSOC 201/05 establece las siguientes longitudes de empalme para barras comprimidas:

$f'_c \geq 20$ MPa

- Si $f_y \leq 420$ MPa, $l = 0,07 \cdot f_y \cdot d_b$
- Si $f_y > 420$ MPa, $l = (0,13 \cdot f_y - 25,2) \cdot d_b$

Siempre $l \geq 300$ mm

Factores de corrección

- En elementos comprimidos, con zunchos transversales que contengan a la armadura empalmada, se puede aplicar un factor de corrección igual a 0,75.
- En elementos comprimidos, en los que existan estribos a lo largo de la longitud de empalme, cuya sección sea $> 0,0015 \cdot h \cdot s$, se permite aplicar un factor 0,83.

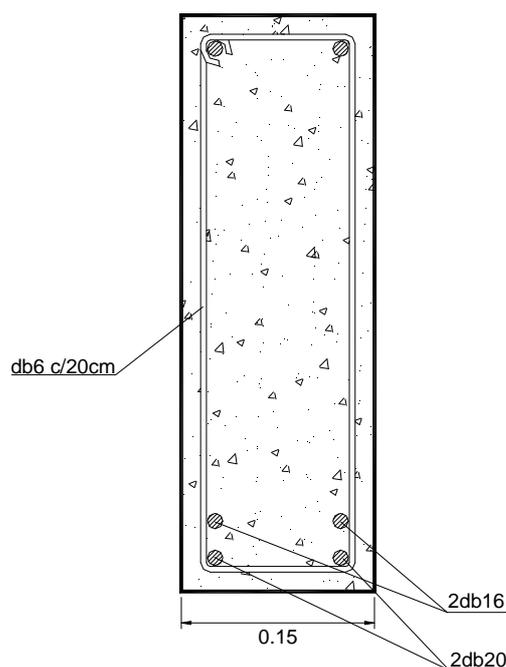
En la expresión anterior, h es la altura total del elemento, y s la separación de los estribos (ambas dimensiones en mm).

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 63) Cálculo de la longitud de anclaje de armadura ubicada en la zona de momento positivo de una viga aporricada.

El hormigón es H-20 y el acero ADN 420. Las barras a anclar son $\phi 16$ mm (segunda capa) y estribos $\phi 6$ c/20 cm. El ancho $b = 15$ cm.

$$l_d = \left[\frac{9}{10} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot \frac{\psi_t \cdot \psi_e \cdot \psi_s \cdot \lambda}{\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right)} \right] \cdot d_b$$



$$\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right) \leq 2,5$$

para evitar fallas por arrancamiento, siendo:

c : recubrimiento

d_b : diámetro de la barra

K_{tr} : índice de la armadura transversal

$$K_{tr} = \frac{A_{tr} \cdot f_{yt}}{10 \cdot s \cdot n}$$

A_{tr} : sección de armadura transversal

f_{yt} : tensión de fluencia de la armadura transversal

n : número de barras que se empalman o anclan

s : separación máxima de la armadura transversal ubicada dentro de la longitud de anclaje

10: constante para resistencias en MPa.

El mínimo aplicable es de $l_d = 300$ mm

$$c = 20 \text{ mm} + 6 \text{ mm} + 8 \text{ mm} = 34 \text{ mm}$$

$$K_{tr} = A_{sdb6} \cdot f_y / (10 \cdot s_{est} \cdot n \text{ barras ancladas})$$

$$K_{tr} = 2 \cdot 0,28 \text{ cm}^2 \cdot 420 \text{ MPa} / (10 \cdot 20 \text{ cm} \cdot 2) = 0,588 \text{ cm} = 5,88 \text{ mm}$$

$$c + K_{tr} / d_b = 5,8 > 2,50$$

Se adopta 2,50.

$$l_d = 43,2 \text{ cm} > 30 \text{ cm (verifica)}$$

Adopto: $l_d = 450$ mm.

Empalmes por yuxtaposición en las columnas

Se permite utilizar empalmes por yuxtaposición en las barras de las columnas solicitadas ya sea a compresión o a tracción. El tipo de empalme a utilizar dependerá de si las tensiones en la armadura debida a las distintas combinaciones de cargas mayoradas evaluadas en el diseño de la columna son de compresión o de tracción, y si son de tracción, dependerá de la magnitud de dicha tracción. El tipo de empalme requerido será definido por la combinación de cargas que produzca la mayor tracción en las barras empalmadas.

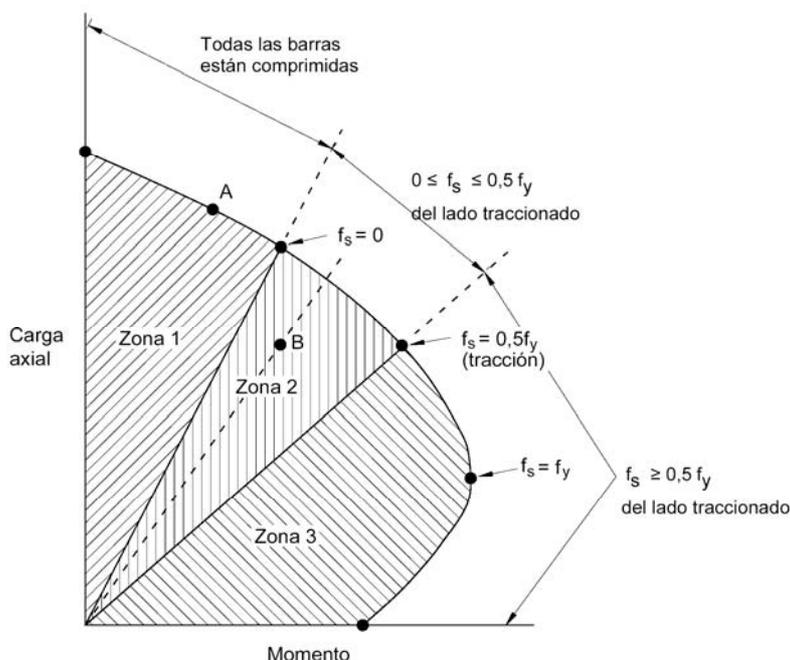


Figura 352: Zonas de empalme para barras de columnas (referencia 97)

La tensión en las barras en diferentes puntos de la curva del diagrama de interacción define segmentos de la curva en los cuales se pueden utilizar diferentes tipos de empalmes por yuxtaposición. (Zonas 1, 2, y 3).

Para las combinaciones de carga que caen sobre la curva de resistencia, la tensión en las barras se puede calcular fácilmente y así determinar el tipo de empalme requerido.

Para las situaciones de carga que son interiores a la curva del diagrama de interacción, no existe en principio un método exacto y simple que permita calcular las tensiones en las barras. Un posible enfoque consiste en considerar que las condiciones de carga ubicadas en zonas interiores a la curva, producen en las barras una tensión del mismo tipo (compresión o tracción), que la que se produce sobre el segmento de la curva del diagrama, intersectada por una línea recta que parte del centro (líneas de igual excentricidad) y que pasa por el punto correspondiente a la combinación de carga analizada.

La exactitud de esta hipótesis aumenta a medida que las combinaciones de carga en estudio se aproximan a la curva de interacción real de la columna.

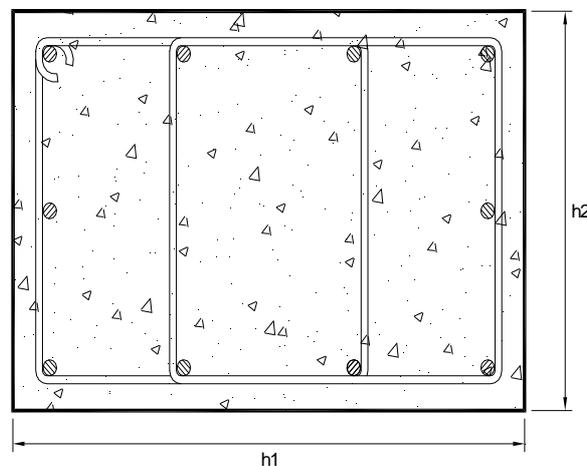
Según este enfoque, es posible establecer diferentes “zonas de tensión”, según vemos en la figura anterior.

- Para las combinaciones de cargas mayoradas que corresponden a la zona I, se considera que todas las barras de la columna están comprimidas.
- Para las combinaciones de cargas mayoradas que están en la zona II, se considera que la tracción en las barras varía entre 0 y $0,50 \cdot f_y$.
- Para combinaciones de cargas correspondientes a la zona III, se considera que la tensión en las barras en de tracción y varía entre $0,50 \cdot f_y$ y f_y .

Por ejemplo, para la combinación de cargas que se corresponde con el punto B, el empalme se debe diseñar para las condiciones de zona II, tracción con $f_y \leq (0,50) f_y$.

Para poder aplicar el factor de reducción de 0,83, el requisito de que el área efectiva sea siempre mayor o igual a $0,0015 \cdot h \cdot s$, se debe verificar en ambas direcciones, calculando por separado el área efectiva de las ramas de los estribos en ambas direcciones.

Empalmes por contacto a tope-columnas



Perpendicular a h_1 : área de los cuatro estribos $\geq 0,0015 \cdot h_1 \cdot s$

Perpendicular a h_2 : área de los dos estribos $\geq 0,0015 \cdot h_2 \cdot s$

Para las barras de las columnas que bajo todas las combinaciones de carga mayoradas evaluadas están comprimidas (zona I), se permite utilizar empalmes por contacto a tope, si bien no es usual hacerlo. Aunque según los cálculos se determine que no se presentarán esfuerzos de tracción, cuando se utilizan empalmes por contacto a tope se debe mantener una resistencia mínima a la tracción con barras continuas (no empalmadas). A cada lado de la columna debe haber barras continuas que proporcionen una resistencia a la tracción igual a $A_s \cdot f_y / 4$, con: A_s (el área total de las barras en dicho lado de la columna).

Ejemplos de aplicación

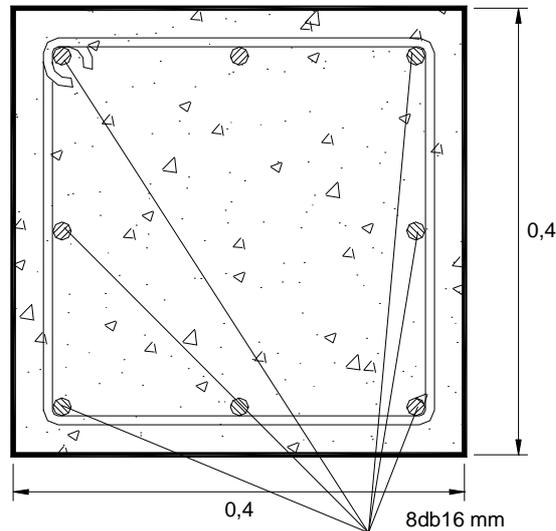
Ejemplo 64) Diseño de un empalme por yuxtaposición para una columna con estribos cerrados.

Se asume que todas las barras están siempre comprimidas para las distintas combinaciones de cargas mayoradas (zona I). El hormigón es H-20 y el acero ADN 420.

$$b = 40\text{cm}$$

$$h = 40\text{cm}$$

$$A_s = 8 \phi 16 \text{ mm}$$



a) Determinación de la longitud de empalme por yuxtaposición

$$\text{longitud empalme} = 0,07 \cdot f_y \cdot d_b = 470,4 \text{ mm} > 300\text{mm}.$$

b) Determinación de los estribos cerrados requeridos para reducir la longitud de empalme multiplicando por 0,83:

$$\text{Área efectiva estribos} \geq 0,0015 \cdot h \cdot s.$$

Si utilizo estribos $\phi 6$ mm, $d_{be} = 6$ mm. Despejo separación máxima (s)

$$2 \cdot 0,28 \text{ cm}^2 \cdot 100 \geq 0,0015 \cdot 400 \text{ mm} \cdot s$$

$$s \leq 9,3 \text{ cm}.$$

Debería reducir la separación de las ramas de estribos a:

$$s = 90 \text{ mm (sobre el empalme)}$$

A fin de poder aplicar el coeficiente reductor:

$$\text{longitud empalme} = 0,83 \cdot 470,4 \text{ mm} = 390,4 \text{ mm}$$

Se adopta $l_e = 40$ cm.

Ejemplo 65) Determinación de la longitud de anclaje de la armadura traccionada en la zona de apoyo de un pórtico cuya armadura de segunda capa superior es de $2\phi 20$ mm.

Materiales:

Hormigón: H-20

Acero: ADN 42/50

$$A_s = 6\phi 20 \text{ mm}$$

$$A'_s = 3\phi 16 \text{ mm}$$

$$c_c = 20 \text{ mm}$$

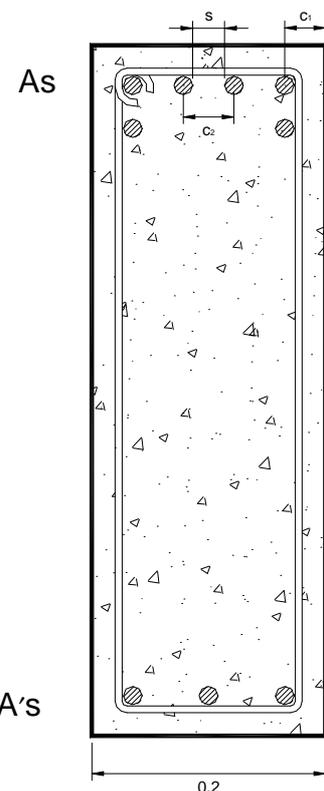
Estribos: $\phi 6$ c/15 cm

Separación libre:

$$s = \frac{b - 2 \cdot c_c - 2 \cdot d_{be} - 3 \cdot d_b}{3} = 29,33 \text{ mm}$$

$$c_2 = s/2 + d_b = 29,33 \text{ mm} / 2 + 20 \text{ mm} = 34,6 \text{ mm}$$

$$c_1 = c_c + d_{be} + d_b / 2 = 36 \text{ mm}$$



$$l_d = \left[\frac{9}{10} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot \frac{\psi_t \cdot \psi_e \cdot \psi_s \cdot \lambda}{\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right)} \right] \cdot d_b$$

$$\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right) \leq 2,5$$

$\psi_t = 1,30$ (barras superiores)

$\psi_e = 1$ (barras sin revestimiento epoxi)

$\psi_s = 1$ (hormigón de peso normal)

$\gamma = 1$ ($d_b > 16$ mm)

$$K_{tr} = \frac{A_{tr} \cdot f_{yt}}{10 \cdot s \cdot n}$$

El mínimo aplicable es de $l_d = 300$ mm

$c = 34$ mm

$$K_{tr} = A_{sdb6} \cdot f_y / (10 \cdot s_{est} \cdot n \text{ barras ancladas})$$

$$K_{tr} = 2 \cdot 0,28 \text{ cm}^2 \cdot 420 \text{ MPa} / (10 \cdot 15 \text{ cm} \cdot 2) = 0,784 \text{ cm} = 7,84 \text{ mm}$$

$$c + K_{tr} / d_b = 5,62 > 2,50$$

Se adopta 2,50 cm, ya que al superarse ese valor, se puede esperar una falla por arrancamiento y es poco probable que un aumento de recubrimiento, o de la armadura transversal aumente la capacidad de anclaje.

$$l_d = 878 \text{ mm} > 30 \text{ cm (verifica)}$$

Adoptamos: $l_d = 90$ cm

Ejemplo 66) Determinación de la longitud de empalme por yuxtaposición de una columna

$b = h = 30$ cm

$A_s = 4\phi 20$ mm

Estribos = $\phi 8$ c/25 cm

$c_c = 20$ mm

$$s = \frac{b - 2 \cdot c_c - 2 \cdot d_{be} - 3 \cdot d_b}{3} = 178 \text{ mm}$$

$$c_2 = s/2 + d_b = 178 \text{ mm} / 2 + 20 \text{ mm} = 109 \text{ mm}$$

$$c_1 = c_c + d_{be} + d_b / 2 = 36 \text{ mm}$$

El empalme por yuxtaposición, se debe diseñar para las siguientes combinaciones de carga:

1) $P_u = 1005$ KN

$M_u = 0$

Zona I

2) $P_u = 645$ KN

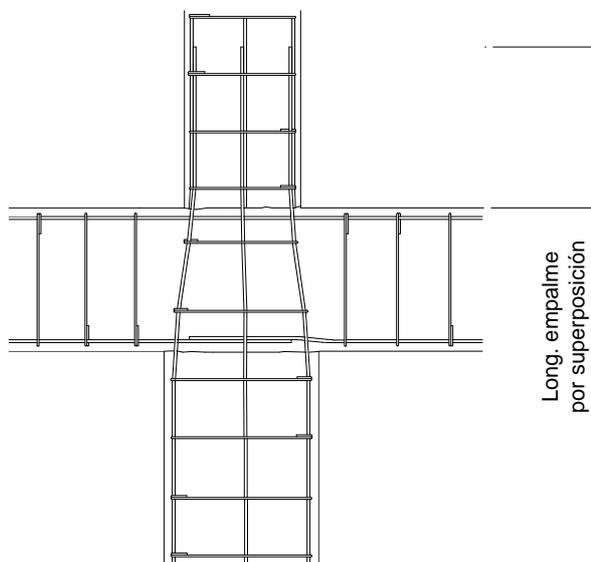
$M_u = 78,27$ KNm

Zona II

3) $P_u = 380$ KN

$M_u = 111,75$ KNm

Zona III



En el ejemplo de flexión compuesta se desarrolla el diagrama de interacción para la columna en estudio. Del mismo diagrama se observa que la situación (1) correspondiente a la denominada zona I, donde todas las barras están comprimidas y podríamos utilizar por tanto un empalme de compresión, tal cual lo visto en el Ejemplo 64. La situación (2), corresponde a la denominada zona II, en donde la tracción en las barras no es mayor que: $(0,50) f_y$, por tanto se requiere un empalme de tracción clase B, aunque también se podría utilizar un empalme clase A, si los empalmes estuvieran escalonados (pero esto último no resultaría una solución práctica para una columna con tan sólo 4 barras de armadura). La situación (3), la tensión en las barras es mayor que: $(0,50) f_y$, zona III y esto significa que se debe utilizar el empalme clase B. Por lo tanto: empalme requerido clase B = $(1,30) l_d$

$$l_d = \left[\frac{9}{10} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot \frac{\psi_t \cdot \psi_e \cdot \psi_s \cdot \lambda}{\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right)} \right] \cdot d_b$$

$$\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right) \leq 2,5$$

$$\psi_t = 1$$

$$\psi_e = 1 \text{ (barras sin revestimiento epoxi)}$$

$$\psi_s = 1 \text{ (hormigón de peso normal)}$$

$$\gamma = 1 \text{ (} d_b > 16 \text{ mm)}$$

$$K_{tr} = \frac{A_{tr} \cdot f_{yt}}{10 \cdot s \cdot n}$$

El mínimo aplicable es de $l_d = 300 \text{ mm}$

$$c = 36 \text{ mm}$$

$$K_{tr} = A_{sdb8} \cdot f_y / (10 \cdot s_{est} \cdot n \text{ barras ancladas})$$

$$K_{tr} = 2 \cdot 0,50 \text{ cm}^2 \cdot 420 \text{ MPa} / (10 \cdot 25 \text{ cm} \cdot 4) = 0,420 \text{ cm} = 4,20 \text{ mm}$$

$$c + K_{tr} / d_b = 2,013 < 2,50$$

$$l_d = \frac{9}{10} \cdot \frac{420 \text{ MPa}}{\sqrt{20 \text{ MPa}}} \cdot \frac{1}{2,0} \cdot d_b = 42 \cdot d_b$$

$$\text{long. empalme req.} = 1,30 \cdot 42 \cdot d_b = 1092 \text{ mm}$$

Adoptamos: $l_e = 110 \text{ cm}$

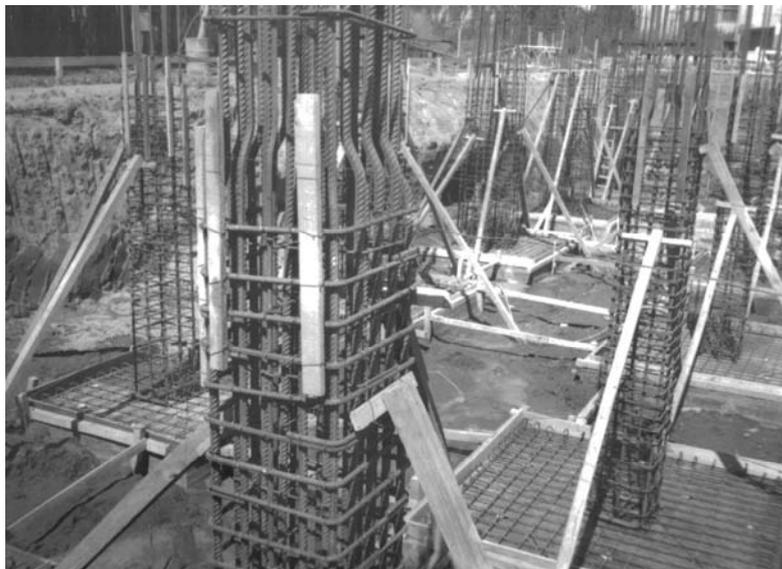


Figura 353: Preparación de armaduras para su empalme por yuxtaposición para un entrepiso sin vigas

Anclaje de la armadura de flexión

Al estudiar el comportamiento de elementos tipo viga bajo esfuerzos de corte observamos que a partir de la fisuración diagonal, el esfuerzo de tracción de la armadura es función del momento flector que se corresponde con una distancia p de la sección en estudio en el sentido de los momentos crecientes. Este fenómeno es conocido en la bibliografía como “decalaje”, y una alternativa para considerarlo es trabajar para el dimensionado de las armaduras con el diagrama de momentos desplazado una cierta cantidad tal que se cubra dicha situación.

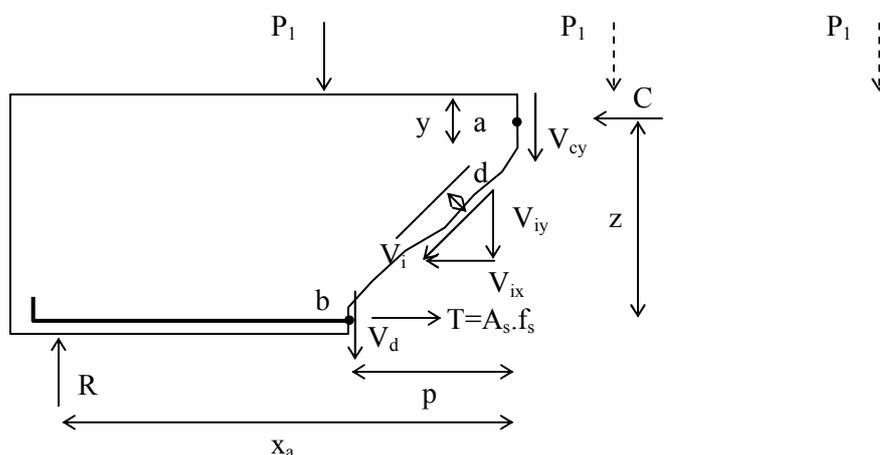


Figura 354: Fuerzas internas en una viga simplemente apoyada sometida a un sistema de cargas

$$T_b = \text{función } (M_{\text{ext}})_a$$

Existen otras razones por las cuales el diagrama de momentos considerado para el diseño puede diferir con el real, tales como asentamientos de apoyos, sistemas de cargas no consideradas, etc. El CIRSOC 201/05 requiere que las barras de armadura se prolonguen una distancia d (altura útil de la viga) o $12 \cdot d_b$ (con d_b igual al mayor diámetro de armadura utilizada), más allá de la sección en donde teóricamente ya no se necesita para absorber sollicitaciones. Adicionalmente, a partir de las secciones de máximo momento, debe prolongarse la armadura la longitud de anclaje correspondiente (l_d) según lo desarrollado anteriormente.

Como observación podemos mencionar, que si bien en la presente versión del CIRSOC 201/05 no se menciona expresamente la necesidad de decalaje del diagrama de momentos, lo requerido precedentemente (extender las barras un mínimo de d ó $12d_b$) más allá de los puntos de momento nulo, funciona en forma práctica como un decalaje.

Anclaje de la armadura para momento positivo

El requerimiento básico para la armadura de flexión es que se prolongue más allá de la sección donde trabaja a su máxima tensión (f_y), una longitud (l_d) de anclaje.

En ciertas condiciones, el requisito anterior puede no resultar suficiente contra una eventual falla de adherencia.

Cuando se analizó un segmento de una viga simplemente apoyada con cargas uniformes, encontramos que las tensiones de adherencia que aparecían por efecto de la variación de momentos sobre un dx valían:

$$\tau_m = \frac{1}{p} \left(\frac{dM}{dx} \right) = \frac{V}{p \cdot z}$$

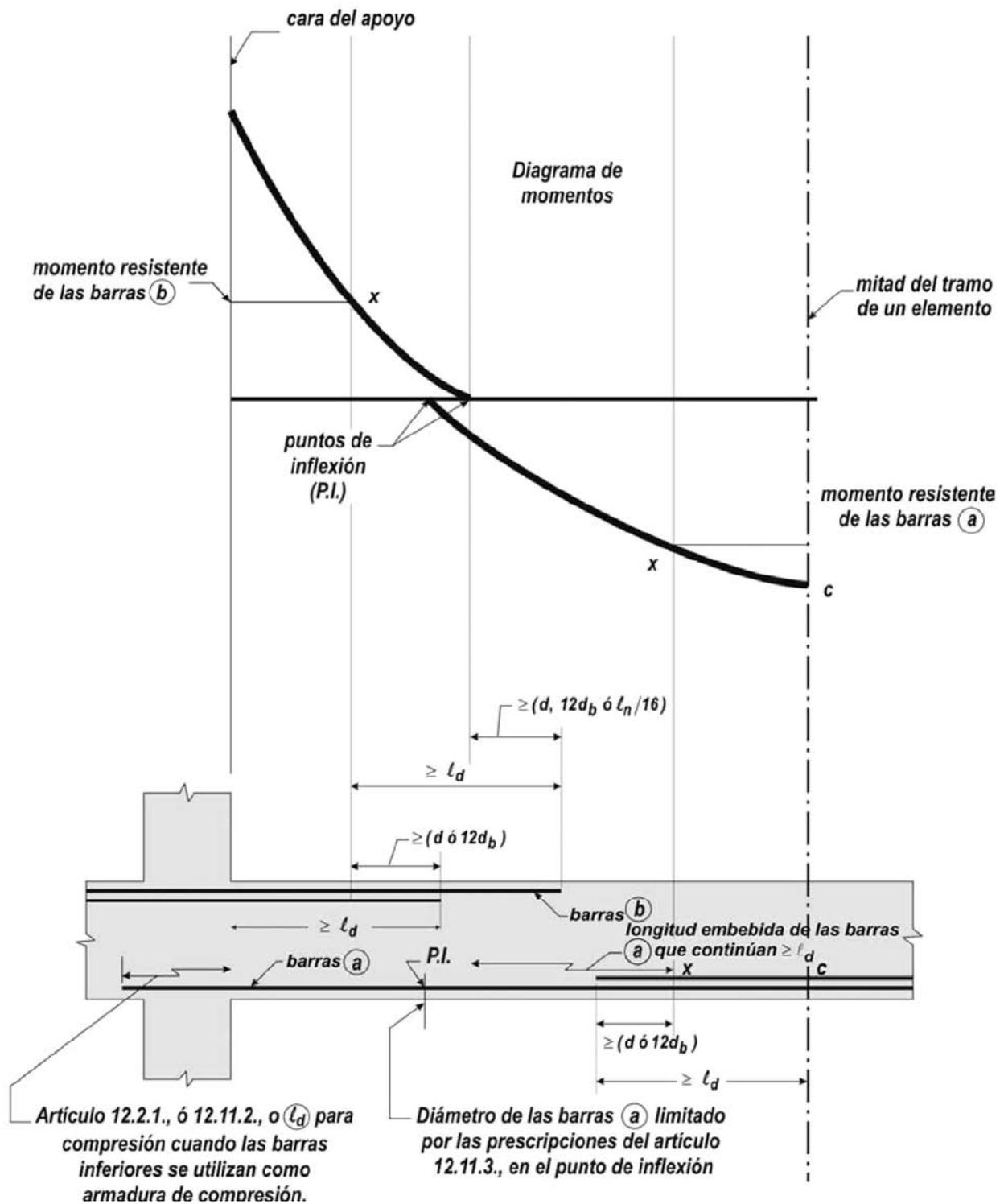
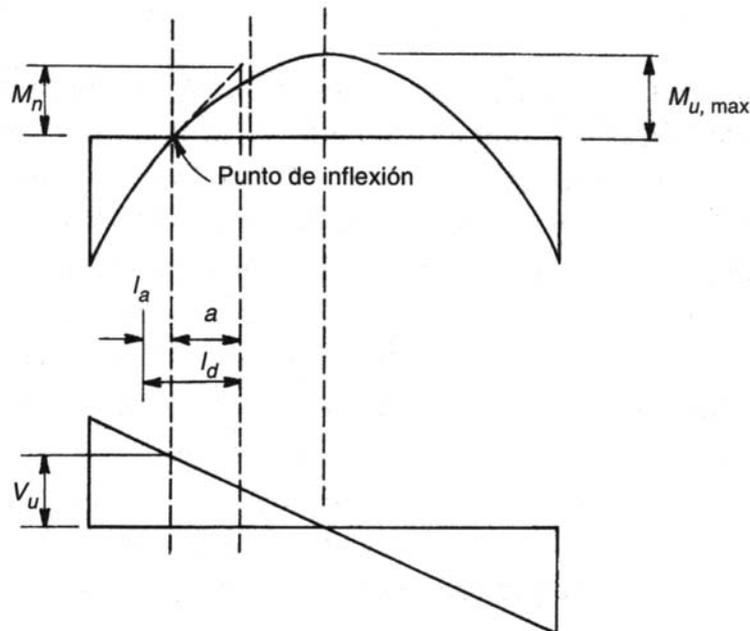


Figura 355: Prolongación de las armaduras a flexión según el CIRSOC 201/05 (referencia 109)

Tenemos por tanto que la fuerza de adherencia por unidad de longitud requerida por flexión es proporcional a la pendiente del diagrama de momentos ($dM/dx = V$), esfuerzo de corte. La mayor variación de la fuerza de adherencia por unidad de longitud se corresponde con el punto de inflexión (para momentos positivos), o en los apoyos extremos. Si M_n es la resistencia a flexión brindada por las barras de armaduras que llegan hasta el punto de momentos nulos, a una distancia x , la armadura tendrá que desarrollar una resistencia M_n :

$$x = M_n / V_u$$



Si la longitud de anclaje requerida para la barra resultara menor que dicha longitud x , las condiciones de adherencia serían aceptables.

El requisito exigido por el CIRSOC 201/05 para barras traccionadas en los puntos de inflexión es por tanto:

$$l_d \leq \frac{M_n}{V_u} + l_a$$

siendo:

M_n : el momento resistente nominal, suponiendo que toda la armadura de la sección está solicitada a la tensión de fluencia especificada f_y .

V_u : el esfuerzo de corte mayorado en la sección.

l_a : en el apoyo, debe ser la longitud embebida de la armadura que se prolonga más allá del centro del apoyo. En el punto de inflexión (o de momento nulo), debe ser el mayor valor entre la altura útil del elemento ó $12.d_b$.

Para vigas simplemente apoyadas con cargas uniformes, la situación es más favorable debido a la biela de compresión inclinada que se dirige al apoyo e incrementa las tensiones de adherencia, por tanto la verificación a realizar es:

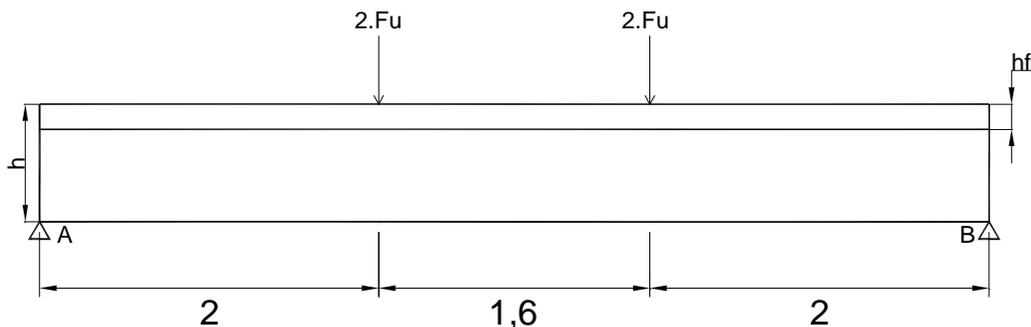
$$l_d \leq 1,30 \cdot \frac{M_n}{V_u} + l_a$$

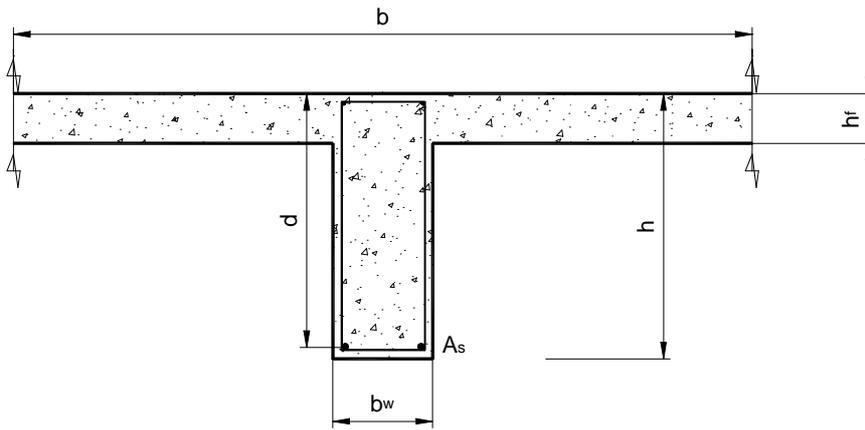
De no verificarse las relaciones anteriores, se debe reducir el diámetro de la barra a utilizar.

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 67) Cálculo del anclaje de una viga premoldeada

Verificar la longitud de anclaje de la viga simplemente apoyada, siendo la misma un elemento premoldeado de una planta industrial, apeando en los tercios de la luz dos cargas concentradas.





$b = 70 \text{ cm}$
 $b_w = 25 \text{ cm}$
 $d = 65 \text{ cm}$
 $h_f = 15 \text{ cm}$
 $F_u = 160 \text{ KN (carga mayorada)}$

Hormigón H-32
 Acero ADN 420
 $V_u = 320 \text{ KN}$
 $M_u = 640 \text{ KNm}$

Diseño de la armadura de flexión

$$M_n = M_u / \phi = 640 \text{ KNm} / 0,90 = 711,1 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 711,1 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 32000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,70 \text{ m} \cdot (0,65\text{m})^2] = 0,088396$$

$$K_a = 1 - (1 - 2m_n)^{1/2} = 0,09269$$

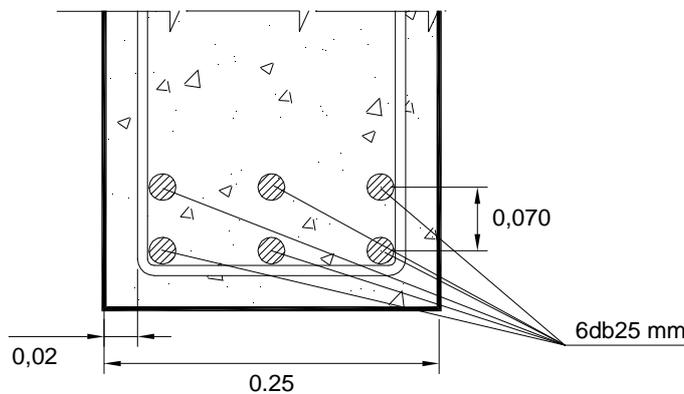
$$a = K_a \cdot d = 0,060 \text{ m} < h_f \text{ (verifica)}$$

Cálculo de la armadura

$$A_s = f_c^* \cdot b \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 32 \text{ MPa} \cdot 70 \text{ cm} \cdot 0,09269 \cdot 65 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 27,34 \text{ cm}^2$$

$$A_{s\text{mín}} = 1,40 \cdot b_w \cdot d / f_y = 5,42 \text{ cm}^2$$

Es posible adoptar $6\phi 25 \text{ mm}$ (en dos capas) = $29,46 \text{ cm}^2$.



Diseño de la armadura de corte

$$V_u \leq \phi \cdot V_n$$

$$V_n \geq V_u / \phi = 320 \text{ KN} / 0,75 = 427 \text{ KN}$$

$$V_c = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{32 \text{ MPa}} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 0,65 \text{ m} \cdot 1000 = 153,20 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 273,80 \text{ KN}$$

Control

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 612,80 \text{ KN (verifica)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{273,80 \text{ KN}}{0,65 \text{ m} \cdot 42 \text{ KN/cm}^2} = 10,02 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Adopto $\phi 10$ c/15 cm

$$\frac{n \cdot A_{vi}}{s} = \frac{2 \cdot 0,79 \text{ cm}^2}{0,15 \text{ m}} = 10,53 \text{ cm}^2 / \text{m (verifica)}$$

Control

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,25 \text{ m}}{420 \text{ Mpa}} \cdot 10000 = 1,96 \text{ cm}^2 / \text{m} < 10,53 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Separación de estribos

$$V_s = 273,80 \text{ KN} < 1/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

$$s_{\text{máx}} = \min(d/2; 0,4 \text{ m}) = 32,50 \text{ cm (verifica } s = 15 \text{ cm)}$$

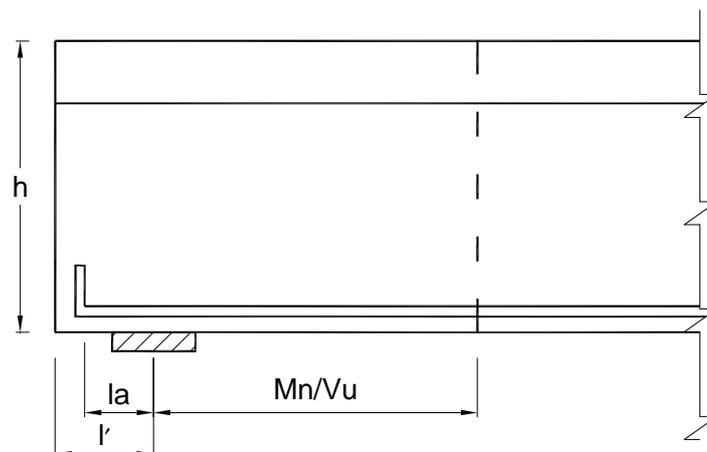
Verificación Art. 12.11.3 longitud de desarrollo

$$l_d \leq 1,30 \cdot M_n / V_u + l_a$$

En los apoyos simples el diámetro de las barras de las armaduras debe ser suficientemente pequeño como para que la longitud de desarrollo calculada l_d , de las barras satisfaga la condición anterior.

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot z = 767,13 \text{ KNm}$$

$$V_u = 320 \text{ KN}$$



$$l' = l_a + c_c$$

$$l_a = 300 \text{ mm} > 150 \text{ mm (Art. 12.11.1)}$$

$$l_d \leq 1,30 \cdot M_n / V_u + l_a = 3416 \text{ mm}$$

$$l_d = \left[\frac{9}{10} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot \frac{\psi_t \cdot \psi_e \cdot \psi_s \cdot \lambda}{\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right)} \right] \cdot d_b$$

$$\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right) \leq 2,5$$

$$\psi_t = 1$$

$$\psi_e = 1 \text{ (barras sin revestimiento epoxi)}$$

$$\lambda = 1 \text{ (hormigón de peso normal)}$$

$$\psi_s = 1 \text{ (} d_b > 16 \text{ mm)}$$

$$K_{tr} = \frac{A_{tr} \cdot f_{yt}}{10 \cdot s \cdot n}$$

$$c_1 = c_c + d_{be} + d_b / 2 = 42,50 \text{ mm}$$

$$c_2 = 70 / 2 + d_b = 60 \text{ mm}$$

$$s = (b_w - 2 \cdot c_c - 2 \cdot d_{be} - 2 \cdot d_b) / 2 = 70 \text{ mm}$$

$$K_{tr} = A_{sdb10} \cdot f_y / (10 \cdot s_{est} \cdot n \text{ barras ancladas})$$

$$K_{tr} = 2 \cdot 0,78 \text{ cm}^2 \cdot 420 \text{ MPa} / (10 \cdot 15 \text{ cm} \cdot 6) = 0,728 \text{ cm}$$

$$c + K_{tr} / d_b = 1,99 < 2,50$$

$$l_d = 33,6 \cdot d_b = 839,5 \text{ mm} < 1,30 M_n / V_u + l_a = 3416 \text{ mm}$$

Se satisface lo requerido respecto a la longitud de desarrollo establecida en la norma, sin embargo, esto no constituye una verificación de la longitud de anclaje directamente en el apoyo.

Verificación de la longitud de anclaje

Usaremos en los apoyos ganchos normales a 90°.

$$l_{dh} = 0,24 \cdot \lambda \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot d_b$$

siendo:

$$\lambda = 1 \text{ (hormigón de densidad normal)}$$

$$l_{dh} = 0,24 \cdot \lambda \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot d_b = 0,24 \cdot 1 \cdot \frac{420 \text{ Mpa}}{\sqrt{32 \text{ Mpa}}} \cdot 25 \text{ mm} = 445 \text{ mm}$$

Factor de reducción por sección de armadura:

$$A_{sreq} / A_{sexist} = 0,33$$

$$l_{dhnec} = 0,33 \cdot 445 \text{ mm} = 146,8 \text{ mm} < l_{dhexist} = 300 \text{ mm} \quad (\text{verifica})$$

$$l_{dhnec} > 8 d_b = 8 \cdot 25 \text{ mm} = 200 \text{ mm} \quad (\text{verifica})$$

$$l_{dhnec} > 150 \text{ mm} \quad (\text{verifica})$$

Observación final

De interrumpirse la armadura de flexión en las zonas solicitadas a tracción antes de la zona de apoyos, situación muy frecuente en la práctica, deberá verificarse que se cumpla al menos una de las tres condiciones indicadas en el CIRSOC 201/05.

a) El esfuerzo de corte mayorado en la sección en la que se interrumpe la armadura traccionada, debe ser menor o igual a 2/3 de la resistencia al corte de diseño, es decir:

$$V_u \leq \frac{2}{3} \cdot \phi \cdot V_n$$

b) A lo largo de la barra que se interrumpe debe colocarse un área de estribos adicionales a los requeridos por corte y torsión ΔA_v calculado a partir de:

$$\frac{\Delta A_v}{s} \geq \frac{0,40 \cdot b_w}{f_y}$$

con:

b_w = ancho de la viga en cm

La separación de dichos estribos deberá verificar:

$$s \leq \frac{d}{8} \cdot \beta_b = \frac{d}{8} \cdot \left(\frac{A_{s \text{ total}}}{A_{s \text{ interrumpida}}} \right)$$

La zona en la que deberá colocarse dicha armadura adicional se extiende a partir de 3/4 la altura útil de la pieza medida a partir del punto de corte de la armadura.

c) La armadura que continúa en el elemento flexionado (cuyo diámetro $d_b \leq 32\text{mm}$), debe tener en la sección de la barra cortada una sección igual al doble del área requerida por flexión y asimismo el esfuerzo de corte mayorado V_u no debe ser mayor que $3/4 \cdot \phi \cdot V_n$.

Las condiciones enunciadas, evalúan que en las proximidades de la zona de corte de las barras traccionadas por flexión, se produce un importante gradiente de tensiones en la armadura que propician la formación de fisuras. Al respecto, se desarrolla un detalle de lo expuesto en el ejemplo integrador del Anexo A2.



Figura 356: Empalme de armaduras en una viga portamuros



Compresión simple – Columnas de hormigón armado

Generalidades

Los casos de columnas solicitadas a compresión simple no son muy comunes en las estructuras de hormigón. Ello se debe a las características propias de las estructuras de hormigón armado, que por su proceso constructivo son en general monolíticas y que dicho proceso motiva en cierto grado, según el cuidado y control de ejecución en obra, la inevitable existencia de imperfecciones tales como corrimientos leves de armaduras, desplazamientos de encofrados, desalineación, heterogeneidades en la calidad de elaboración del hormigón, etc.

Adicionalmente, otro aspecto a evaluar es la esbeltez (altura/radio de giro) de la pieza, debido a que aún para un estado de compresión simple, éste se transforma en flexión compuesta debido a los fenómenos de segundo orden (pandeo).

Por tanto, el caso más frecuente que se presenta en elementos como las columnas, es el de flexión compuesta con pequeña excentricidad. No obstante, se estudiará el comportamiento de una pieza de hormigón armado a compresión simple a fin de aclarar conceptos acerca del mecanismo de interacción entre el acero y el hormigón.

Clases de armaduras en columnas

La función primordial de las armaduras es aportar ductilidad, adicionalmente, como veremos, colaboran algunas de ellas del trabajo resistente.

Las columnas poseen dos clases de armaduras diferentes:

- 1) Armaduras longitudinales
- 2) Armaduras transversales

1) Armaduras longitudinales

Son paralelas al eje de la pieza, y siempre aportan a la resistencia, dado que, por adherencia, se deforman de igual manera que el hormigón.

Tienen dos funciones básicas a cumplir: el aporte de resistencia, y el aporte de ductilidad.

Un elemento tipo columna sin armadura, sometido a una carga de compresión pura, rompe para una deformación específica (ϵ'_c) del orden de 1,5‰.

El mismo elemento, provisto de armadura longitudinal, colapsa para una deformación específica del orden del 2‰. (Al respecto y a los fines del diseño, el Código ACI 318, adopta $\epsilon'_c = 3‰$). Según ensayos realizados en el INTEMAC (referencia 110), aún con los procesos de carga de sólo 8 horas, la deformación específica no resultaba inferior al 3‰.

Adicionalmente, evita que, una vez llegado a la carga de colapso, la columna se desintegre, dividiéndose en varios pedazos sin vinculación mutua. Se evita de tal manera que pierda su función de vínculo estructural con otros elementos.

2) Armaduras transversales

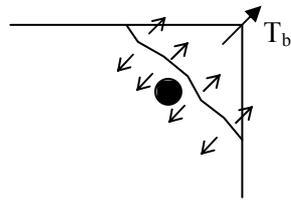
Las armaduras transversales, llamadas estribos, están ubicadas en planos perpendiculares al eje de la pieza. La excepción está dada para los estribos continuos formados por una hélice en las columnas zunchadas.

Sus funciones principales son:

- Evitar el pandeo de las armaduras longitudinales
- Evitar la disgregación, pues llegada la carga de rotura, se tiende a producir una fisuración paralela al eje de la pieza.

Las armaduras longitudinales tienen una gran esbeltez y si estuviesen solas, pandearían bajo cargas muy pequeñas.

Al estar incorporadas en la masa de hormigón, éste les impide el pandeo, pero, dado que las armaduras están cerca de los bordes, el pandeo estaría restringido sólo por el recubrimiento de hormigón trabajando a tracción.



Sección de hormigón que restringe el pandeo de la barra

En general, en las piezas de hormigón armado, no se considera la resistencia a tracción del hormigón¹, dado su escasa capacidad para tal sollicitación y su fragilidad. Por lo tanto, se coloca siempre armaduras transversales (estribos) para impedir el pandeo de las armaduras longitudinales.

Dentro del período lineal elástico del acero, y suponiendo que las barras longitudinales están “articuladas” en los estribos, la máxima tensión que puede alcanzar el material es f_s , con lo que resulta:

$$\text{Carga máxima en la barra:} \quad P'_s = \pi \cdot \phi^2 \cdot \frac{f_y}{4}$$

$$\text{Carga crítica de pandeo:} \quad P'_k = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot J}{s^2}$$

De estas expresiones se puede despejar el valor máximo de la separación entre estribos “s”, en función de la hipótesis adoptada (no hay ninguna restricción del hormigón sobre la barra):

$$s \leq \phi \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{16 \cdot f_y}}$$

Para acero ADN 42/50:

$$s \leq 17,6 \cdot \phi$$

Las normas fijan la separación máxima s entre capas de estribos, a modo de ejemplo:

- CIRSOC 201/82 (Basado en la norma alemana DIN 1045):

$$s \leq b_{\min}$$

$$s \leq 12 \cdot \phi$$

donde b_{\min} es el lado mínimo de la columna.

- Código Modelo CEB-FIP 90 y Eurocódigo EC-2:

$$s \leq 12\phi$$

- CIRSOC 201/05

$$s \leq 12 \text{ diámetros de la armadura longitudinal}$$

$$s \leq 48 \text{ diámetros de la armadura de estribos}$$

$$s \leq \text{dimensión del lado menor de la columna}$$

La restante condición $s \leq b_{\min}$ se fija a fin de evitar la rotura en trozos de la pieza.

El Código ACI 318/05 especifica una separación $s \leq 16 \cdot \phi$ en lugar de $12 \cdot \phi$.

Excentricidad originada por procesos constructivos

Como dijimos, las excentricidades llamadas inevitables, pueden originarse en los procesos constructivos, por ejemplo, las dimensiones de obra de la columna difieren de las de cálculo, por lo que el centro de gravedad de la sección no coincide con el punto de aplicación de la carga P' que se calculó. Algo similar sucede con las armaduras que se ubican en un lugar distinto al teórico, por desplazamientos de la misma al hormigonar.

¹ Salvo en ciertas condiciones de diseño y en forma indirecta como en los anclajes por adherencia.

Excentricidad por falta de homogeneidad del hormigón

La carga exterior teóricamente está centrada con el baricentro del hormigón y armadura pero el hormigón no es homogéneo, por lo que “la resultante de las fuerzas resistentes no está alineada con la carga exterior”².

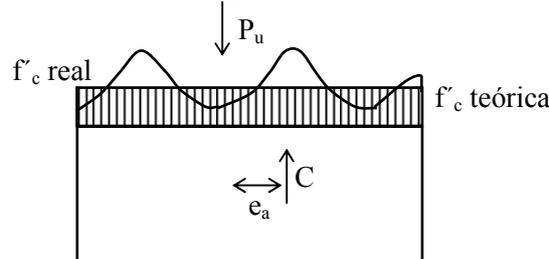


Figura 357: Excentricidad por falta de homogeneidad en el hormigón (referencia 99)

A estas excentricidades se las denomina accidentales, si bien no resulta posible calcularlas, sí son acotables. Hay dos maneras de considerar la incidencia de la excentricidad accidental:

a) Suponer que toda la pieza comprimida tiene una excentricidad mínima, por lo tanto, no existe compresión simple:

$$\text{según ACI 318 de versiones anteriores: } e_a = \frac{h}{10} \geq 2,5 \text{ cm}$$

$$\text{según EHE}^3: e_a = \frac{h}{20} \geq 2 \text{ cm}$$

b) Aumentar los coeficientes de seguridad. Según CIRSOC 201/82 (basado en la norma alemana DIN 1045), $\gamma = 2,10$ (para agotamiento sin aviso previo). Según CIRSOC 201/05 (basado en ACI 318/05), se reduce la capacidad de carga teórica a compresión pura, para considerar la inevitable presencia de estas excentricidades, mediante un coeficiente reductor $\psi = 0,80$.

Ensayo de una columna simple

Plantaremos a partir de un ensayo de compresión de una pieza de hormigón armado, la expresión de diseño de columnas sometidas a compresión simple. Ensayamos para ello una columna que, para no tomar en cuenta efectos de segundo orden, tendrá una reducida esbeltez ($\lambda \leq 25$). El ensayo será bajo cargas de larga duración (varios años), llevando la carga en pocos minutos de $P_s = 0$ a $P_s \cong 1/3 P_u$ ($t_i \cong 0$, rango aproximado de las cargas de servicio). Si dejamos la carga constante en el tiempo, el hormigón fluye, y luego de dos a tres años, la deformación por fluencia es del orden de tres a cuatro veces la deformación inicial (instantánea).

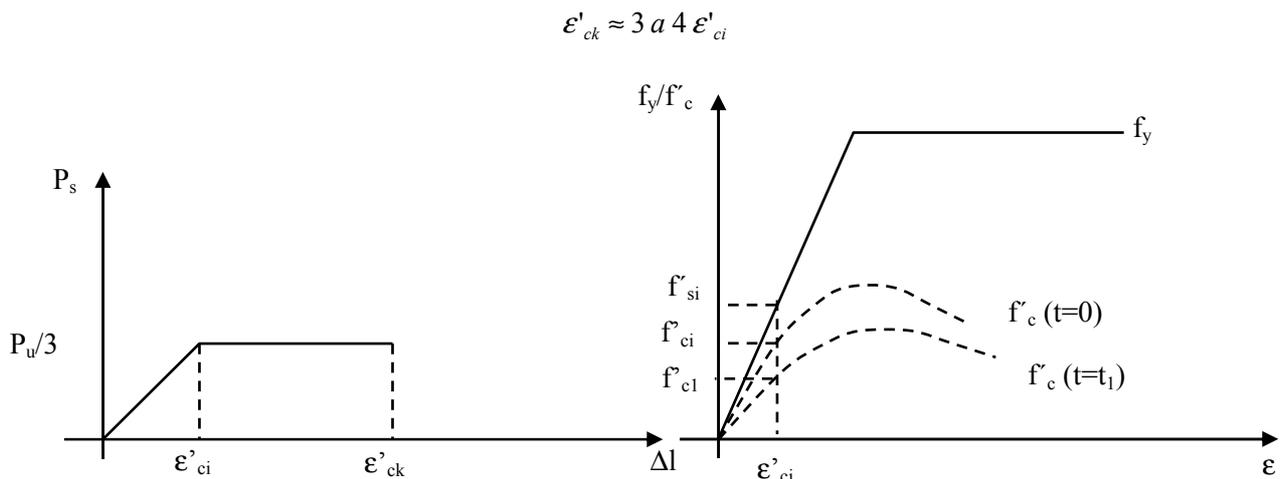


Figura 358: Diagramas de ensayo de una columna simple a compresión simple (referencia 121)

² Referencias 99) y 121).

³ Instrucción española para el cálculo de las estructuras de hormigón.

Para el instante $t = 0$, al aplicar la carga P_s , la columna se deforma un ε'_{ci} , reacciona la pieza con una fuerza C en el hormigón y una C'_s en las armaduras. La relación entre ambas fuerzas depende de la cuantía. Por la existencia de la adherencia, para $t = 0$, ε'_{ci} es:

$$\varepsilon'_{ci} = \varepsilon'_s$$

La fuerza exterior es resistida por:

$$P_s \cong A_g \cdot f'_{ci} + A_{st} \cdot f'_s$$

$$P_s = (A_g - A_{st}) \cdot f'_{ci} + A_{st} \cdot f'_s$$

Para este rango de cargas, podemos aceptar un comportamiento elástico del hormigón y por tanto, será de aplicación la Ley de Hooke, es decir:

$$f'_{ci} = \varepsilon'_c \cdot E_c$$

$$f'_s = \varepsilon'_s \cdot E_s$$

De la condición de compatibilidad de las deformaciones:

$$\frac{f'_{ci}}{E_c} = \frac{f'_s}{E_s}$$

Llamando n a la relación de módulos elásticos, $n = E_s / E_c$, se puede expresar el área homogeneizada equivalente de hormigón como:

$$A_H = (A_g - A_{st}) + n \cdot A_{st}$$

$$A_H = A_g + A_{st} \cdot (n-1)$$

Llamando ρ a la cuantía geométrica, con:

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

Se puede expresar el área homogeneizada como:

$$A_H = A_g + A_g \cdot \rho \cdot (n-1)$$

$$A_H = A_g [1 + \rho \cdot (n-1)]$$

$$P_s = f'_{ci} \cdot (A_g - A_{st}) + f'_{ci} \cdot n \cdot A_{st}$$

Extrayendo factor común f'_{ci} :

$$P_s = f'_{ci} \cdot [(A_g - A_{st}) + n \cdot A_{st}]$$

y dejando la expresión en función de A_g :

$$P_s = f'_{ci} \cdot A_g \cdot [1 + \rho(n-1)]$$

Podemos calcular las tensiones en el hormigón y en las armaduras (asumiendo las cargas de corta duración) con $t_i \cong 0$.

$$f'_{ci} = \frac{P_s}{A_g \cdot [1 + \rho \cdot (n-1)]}$$

$$f'_s = \frac{n \cdot P_s}{A_g \cdot [1 + \rho \cdot (n-1)]}$$

Estas serían las tensiones originadas en ambos materiales para cargas del orden de $1/3 \cdot P_u$ y para cargas de muy corta duración. De mantenerse la carga aplicada invariable, comenzarían a manifestarse fenómenos reológicos propios del hormigón que inciden de manera importante, como se verá, en las tensiones originadas por la carga sobre el hormigón y el acero.

Con el tiempo, debido a la fluencia, la deformación aumenta, existe solidaridad elástica y la carga P_s se mantiene constante, por lo que al aumentar $\Delta \varepsilon'_s$, disminuye f'_c y aumenta f'_s .

Vale decir, que si suponemos que el fenómeno de fluencia en el acero es despreciable, al deformarse la pieza a carga constante, el hormigón toma menos carga.

Analizando esquemáticamente el fenómeno:

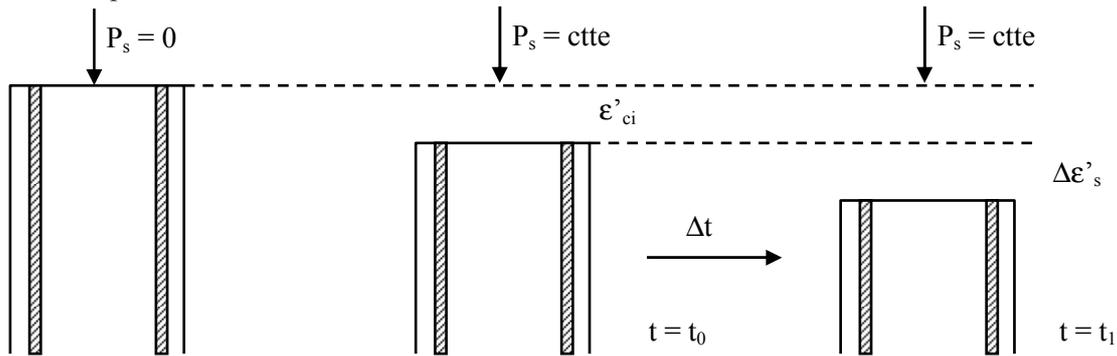


Figura 359: Análisis del fenómeno de compresión en una columna de HºAº (referencia 121)

De no existir solidaridad elástica, la pieza de hormigón se acortaría un valor ϵ'_{ck} . Pero al existir ésta, el acero impone una restricción a dicho acortamiento y su magnitud final es $\epsilon' = \epsilon'_s < \epsilon'_{ck}$. Si suponemos trabajar en período elástico, para poder tener una idea del magnitud del aumento de la tensión en el acero, al no existir fuerzas exteriores, P_s es constante y $\Delta P_s = 0$.

$$\begin{aligned} \Delta C &= \Delta C'_s \\ A_g \cdot \Delta f'_c &= A_{st} \cdot \Delta f'_s \\ \Delta f'_c &= \frac{A_{st} \cdot \Delta f'_s}{A_g} = \rho \cdot \Delta f'_s \quad (I) \end{aligned}$$

con $\rho = A_{st} / A_g$ (cuantía geométrica).

Por otra parte:

$$\epsilon'_{ck} = |\Delta \epsilon'_s| + |\Delta \epsilon_c| = \left| \frac{\Delta f'_s}{E_s} \right| + \left| \frac{\Delta f'_c}{E_c} \right| \quad (II)$$

Reemplazando (I) en (II):

$$\begin{aligned} \epsilon'_{ck} &= \frac{\Delta f'_s}{E_s} + \rho \cdot \frac{\Delta f'_s}{E_c} = \frac{\Delta f'_s}{E_s} \cdot (1 + n \cdot \rho) \\ \epsilon'_{ck} &= \frac{\Delta f'_s}{E_s} \cdot (1 + n \cdot \rho) \end{aligned}$$

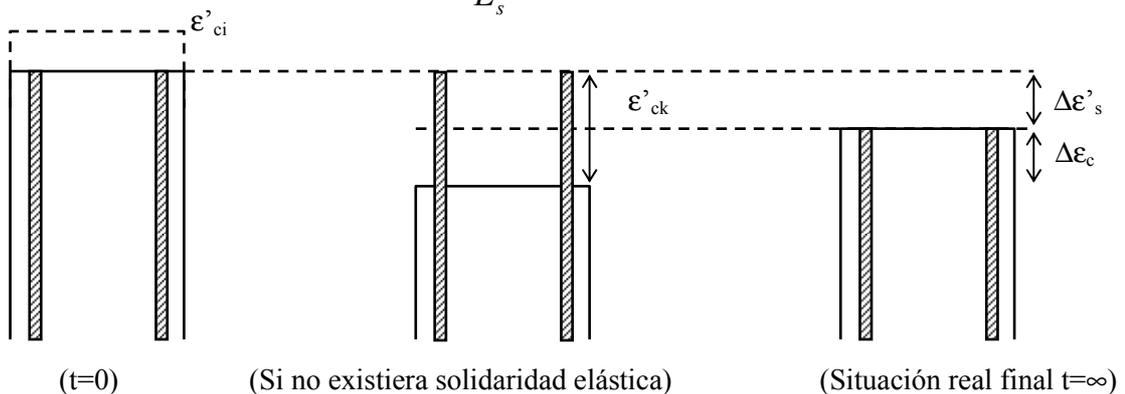


Figura 360: Deformaciones en una columna a compresión simple (referencia 121)

$$\Delta f'_s = \frac{\epsilon'_{ck} \cdot E_s}{(1 + n \cdot \rho)}$$

$$\Delta f'_c = \epsilon'_{ck} \cdot E_c \cdot \frac{n \cdot \rho}{(1 + n \cdot \rho)}$$

Para cuantificar valores:

$$\varepsilon'_{ck} \approx 3 \varepsilon'_{ci}$$

$$n = 15$$

$$\rho = 1,5\%$$

$$\varepsilon'_{ci} = \varepsilon'_{si}, \text{ entonces: } f'_{si} = \varepsilon'_{ci} \cdot E_s$$

$$\Delta f'_s = 3 \cdot \left(\frac{f'_{si}}{E_s} \right) \frac{E_s}{(1+n \cdot \rho)} \cong 2,5 \cdot f'_{si}$$

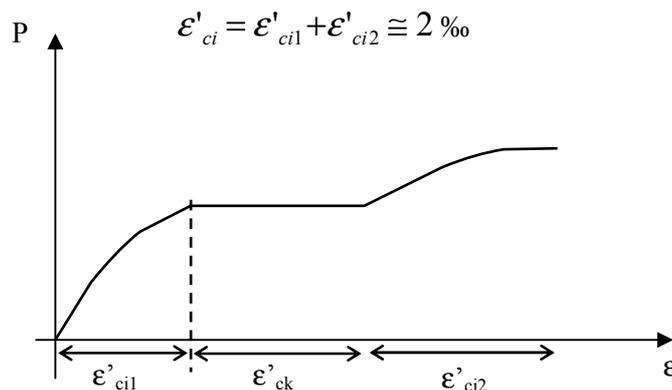
Asumiendo como una grosera aproximación un comportamiento elástico, por efecto de la fluencia lenta que afecta al hormigón bajo cargas de larga duración, el esfuerzo en el acero aumenta 2,50 veces el valor inicial. Mientras que en el hormigón tendríamos:

$$\Delta f'_c = 3 \cdot \left(\frac{f'_{ci}}{E_c} \right) \cdot E_c \frac{n \cdot \rho}{(1+n \cdot \rho)} \cong 0,40 \cdot f'_{ci}$$

La tensión en el hormigón se reduce cerca de la mitad de su valor inicial. Para una pieza con una cuantía más elevada, por ejemplo $\rho = 3\%$, la reducción de la tensión de compresión en el hormigón sería cercana al 70% de f'_{ci} .

Si ahora continuamos el ensayo cargando a la pieza hasta la rotura, con una carga rápida (en el orden de minutos), la misma rompe cuando el hormigón alcanza una deformación instantánea del 2‰.

La llamamos deformación instantánea porque el hormigón para $t = 0$ se deforma ε'_{ci1} , y luego se deforma por fluencia bajo carga constante y al ser cargado en un $\Delta t \cong 0$, se continúa deformando con un ε'_{ci2} hasta la rotura.



Podemos establecer como conclusión del ensayo:

- El hormigón rompe con una deformación instantánea del orden del 2‰ (eliminando las deformaciones por fluencia)
- El acero está en fluencia, debido al incremento de cargas que sufren las armaduras.

En base a esto, la carga de rotura que se obtiene del ensayo de larga duración es:

$$P_0 = A_g \cdot \lambda \cdot f'_c + A_{st} \cdot f_s$$

$\lambda < 1$: coeficiente que tiene en cuenta las cargas de larga duración y su efecto sobre las resistencias.

$$f'_s \leq 2.000.000 \text{ kg/cm}^2 \cdot 0,0021 = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Por tanto, el acero ADN 42 está en fluencia.

La fórmula de dimensionado según CIRSOC 201/05 resulta:

$$P_0 = \psi \cdot [\lambda \cdot f'_c (A_g - A_{st}) + f_y \cdot A_{st}]$$

$$P_0 = 0,80 \cdot [0,85 \cdot f'_c (A_g - A_{st}) + f_y \cdot A_{st}]$$

La expresión para columnas con estribos simples considera un factor de reducción de resistencia $\psi = 0,80$, que es equivalente a considerar una excentricidad accidental de un 10% aproximadamente, y adopta $\lambda = 0,85$.

La máxima carga resistente de la columna corta dependerá del tipo de estribos adoptados para la misma.

Resistencia nominal de la sección para columnas de estribos simples

$$P_{n \text{ máx}} = 0,80 \cdot [0,85 \cdot f'_c (A_g - A_{st}) + f_y \cdot A_{st}]$$

con:

f'_c = resistencia especificada a la compresión del hormigón

f_y = tensión de fluencia especificada para la armadura no tesa

A_g = área total o bruta de la sección de hormigón

A_{st} = área total de la armadura longitudinal

ϕ = coeficiente de reducción de resistencia en función del tipo de rotura:

a) Columnas simples = 0,65

b) Columnas zunchadas = 0,70

Deberá verificarse la condición:

$$P_u \leq \phi \cdot P_{n \text{ máx}}$$

Límite de cuantías

Las cuantías geométricas (ρ = armadura total / sección bruta de hormigón) deben estar comprendidas entre un valor mínimo de 0,01 y un valor máximo de 0,08. Como vimos, la armadura longitudinal debe proveer una cierta ductilidad, y asimismo observamos del ensayo que dicha armadura, por efecto de la fluencia lenta, absorbe esfuerzos adicionales que son transferidos del hormigón al acero bajo cargas sostenidas.

Esta transferencia se incrementa a medida que la cuantía disminuye y cuando ésta es muy pequeña, el acero puede entrar en fluencia bajo cargas de servicio.

Por una cuestión de orden práctico, la máxima cantidad de armadura a colocar está limitada por el valor de 0,08, para evitar congestiones y posibilitar un correcto hormigonado. Sin embargo, en la práctica, rara vez se excede del 6% por la dificultad de ejecución.

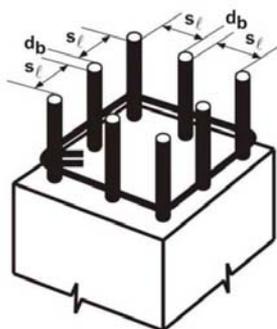
Asimismo, las piezas con cuantías de armaduras elevadas son muy sensibles frente a la acción del fuego.

En edificios aporricados de numerosos niveles, se deben evaluar con criterio las posibles deformaciones diferenciales entre columnas con intensidades de carga diferentes debidas a deformaciones de fluencia lenta, como es el caso de columnas muy solicitadas frente a columnas sobredimensionadas por razones arquitectónicas.

Disposiciones constructivas correspondientes a columnas simples

a) La mínima dimensión de una columna hormigonada en obra debe ser mayor o igual que 20 cm.

b) El diámetro a utilizar en armaduras longitudinales debe ser mayor o igual que 12 mm. Cuando se utilicen estribos cuadrados o rectangulares el número mínimo de barras longitudinales será cuatro mientras que si se utilizaran estribos triangulares este número se reduce a tres. Como ya se ha mencionado la cuantía geométrica (A_s/A_g) debe estar comprendida entre 0,01 y 0,08. Si en la columna se prevén empalmes por yuxtaposición la cuantía máxima debería limitarse a 0,04.



$$s_l \begin{cases} \geq 1,5 d_b \\ \geq 40 \text{ mm} \\ \geq 1,33 \text{ del tamaño máximo nominal del agregado grueso} \end{cases}$$

Figura 361: Separación de barras longitudinales en columnas (referencia 109)

c) Los diámetros mínimos de los estribos se obtienen a partir del diámetro de las armaduras longitudinales. Si la barra longitudinal es menor o igual a 16 mm, los estribos mínimos serán de 6mm, si $16\text{mm} < d_b < 25\text{mm}$ entonces $d_{be} = 8\text{mm}$, si $25\text{mm} < d_b < 32\text{mm}$ entonces $d_{be} = 10\text{mm}$, y para barras superiores a 32 mm, los estribos mínimos serán de 12 mm. Por otra parte, la separación “s” entre estribos debe ser menor o igual a las siguientes condiciones:

- $s \leq 12$ diámetros de la armadura longitudinal
- $s \leq 48$ diámetros de la armadura de estribos
- $s \leq$ dimensión del lado menor de la columna

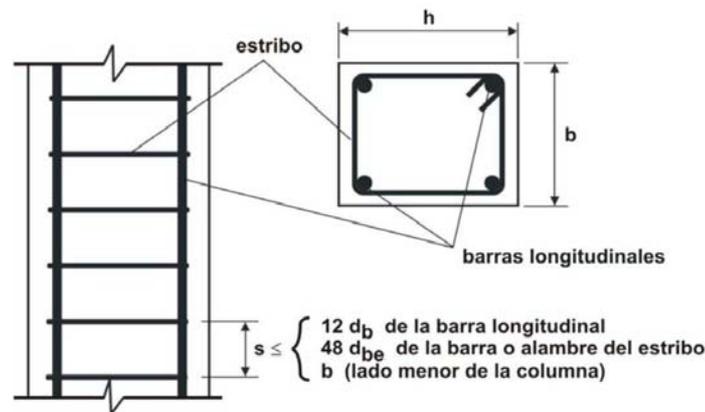


Figura 362: Separación de estribos en columnas (referencia 109)

La distancia anterior debe dividirse por dos en el caso del estribo que se encuentra al pie de la columna (el más próximo a la losa o a la fundación) y al que se encuentra en la parte superior de la columna (el más próximo a la losa o ábaco superior). Si en la parte superior existieran vigas o ménsulas sobre los cuatro lados de la columna el estribo superior debe disponerse a no más de 8 cm de la armadura inferior de la viga o ménsula de menor altura.

El CIRSOC 201/05 considera efectivamente arriostradas a las barras que se encuentren en las esquinas de los estribos y a aquellas que sin estar en una esquina de un estribo disten menos de 15 diámetros del estribo de una barra que sí lo esté. Los estribos pueden ser cuadrados, rectangulares o rómbicos con ángulos interiores menores o iguales a 135°.

Cuando las barras se encuentren distribuidas sobre una circunferencia se puede utilizar un estribo circular cerrado.

d) Los estribos se deben ubicar de forma tal que cada barra longitudinal de esquina y cada barra alternada, tengan un apoyo transversal proporcionado por la esquina de un estribo con un ángulo interior menor o igual a 135°.

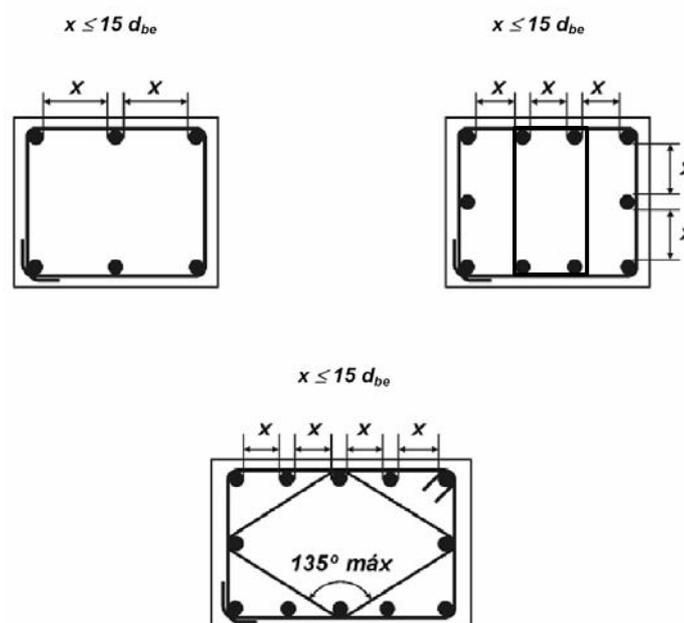


Figura 363: Ubicación de los estribos en columnas (adaptado referencia 109)

La armadura longitudinal de las columnas se empalma, en general, por encima de cada nivel de piso, o algunas veces en pisos alternos. De esta forma se permite reducir progresivamente el área de las armaduras en los niveles superiores del edificio y se evita el manejo de barras muy largas. El acero se empalma por lo común por yuxtaposición, y en ocasiones con uniones mecánicas (manguitos roscados o prensados), o soldadura a tope.

Debe prestarse especial atención al detalle de armaduras de la zona de empalmes por traslapo, por la conexión de barras y las eventuales dificultades para hormigonar.

El método más común para empalme es por yuxtaposición, en general, en forma práctica, se doblan un poco las barras inferiores y con el fin de evitar pandeo hacia fuera de las barras en el punto de doblado, se adiciona un refuerzo transversal (estribos adicionales cerrados). La armadura a agregar debe ser capaz de tomar un esfuerzo de 1,5 veces la componente horizontal de la fuerza resultante en las barras desalineadas.

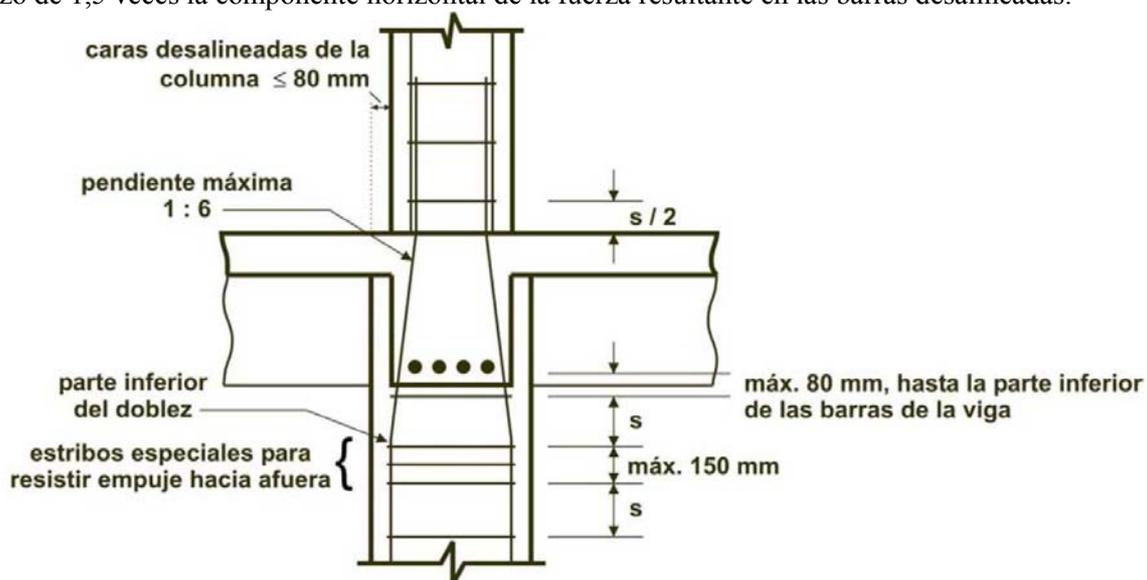


Figura 364: Cambio de sección transversal en columnas (referencia 109)

Columnas Zunchadas

Si a una columna se le provee de estribos simples, al llegar a la carga última (P_0), la falla es inmediata y frágil, al incorporarle un estribado continuo en espiral (denominado zunchado), puede en función de la cuantía del mismo, incrementarse la capacidad de carga y desarrollar grandes deformaciones. En el caso de la columna simple, al llegar a la carga última, el recubrimiento se desprende y se produce la falla por agotamiento del hormigón comprimido.

En el caso de la armadura zunchada, al llegar al valor anterior de carga, el recubrimiento se desprende, y el esfuerzo transversal de estribos comienza a actuar, restringiendo la deformación transversal y la resistencia de la pieza puede seguir incrementándose.

El núcleo de hormigón, sometido a compresión, tiende por efecto de la deformación transversal, a ensancharse transversalmente y tracciona el refuerzo en espiral.

Por equilibrio, éste comprime el núcleo en dirección radial y lo somete a un estado triaxial de tensiones que aumenta la resistencia. El zunchado cumple una función resistente, pudiendo aumentar la capacidad de carga (según la cuantía del zuncho) y aumentar notablemente la deformabilidad de la pieza.

$$P'_{0T} = P_{c \text{ simple}} + \Delta P_{\text{zuncho}}$$

con P'_{0T} la carga última de la columna zunchada.

Finalmente, se produce la falla de la pieza luego de haber alcanzado grandes deformaciones.

Las columnas zunchadas son más costosas que las columnas simples, fundamentalmente por los mayores costos de construcción, y son utilizadas cuando por ejemplo se requiere un aumento en la ductilidad (zonas sísmicas, cargas dinámicas). Debemos tener presente que por su distinta deformabilidad no deben mezclarse columnas simples con zunchadas.

En las imágenes de la Figura 368 se puede observar la capacidad de deformación de las columnas zunchadas de la planta baja del edificio y el colapso por comportamiento frágil de la columna simple de esquina del mismo edificio sometido a la acción de un sismo. Esto evidencia el comportamiento diferente de ambas clases de columnas, y el error de diseño al combinarlas en una misma estructura.

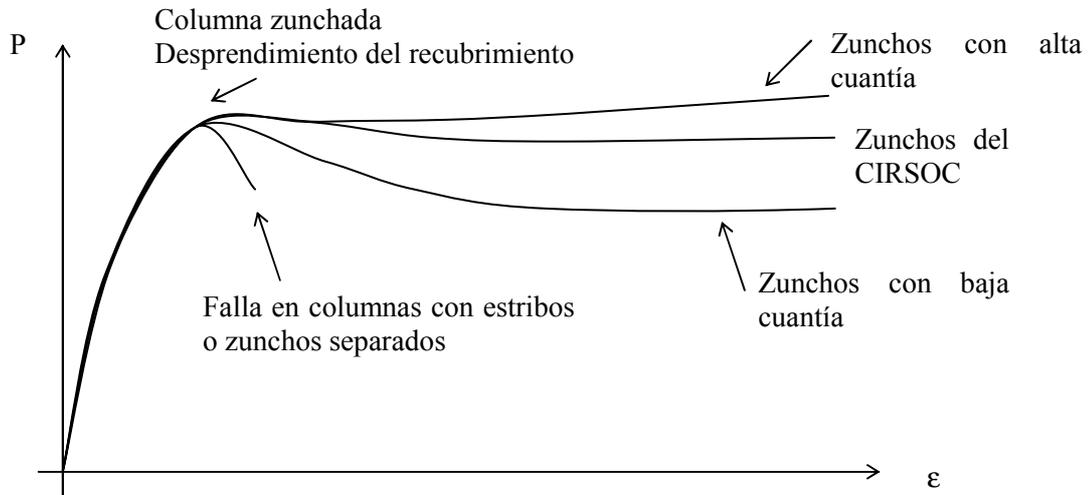


Figura 365: Diagrama de carga – deformación en columnas zunchadas para distintas hélices

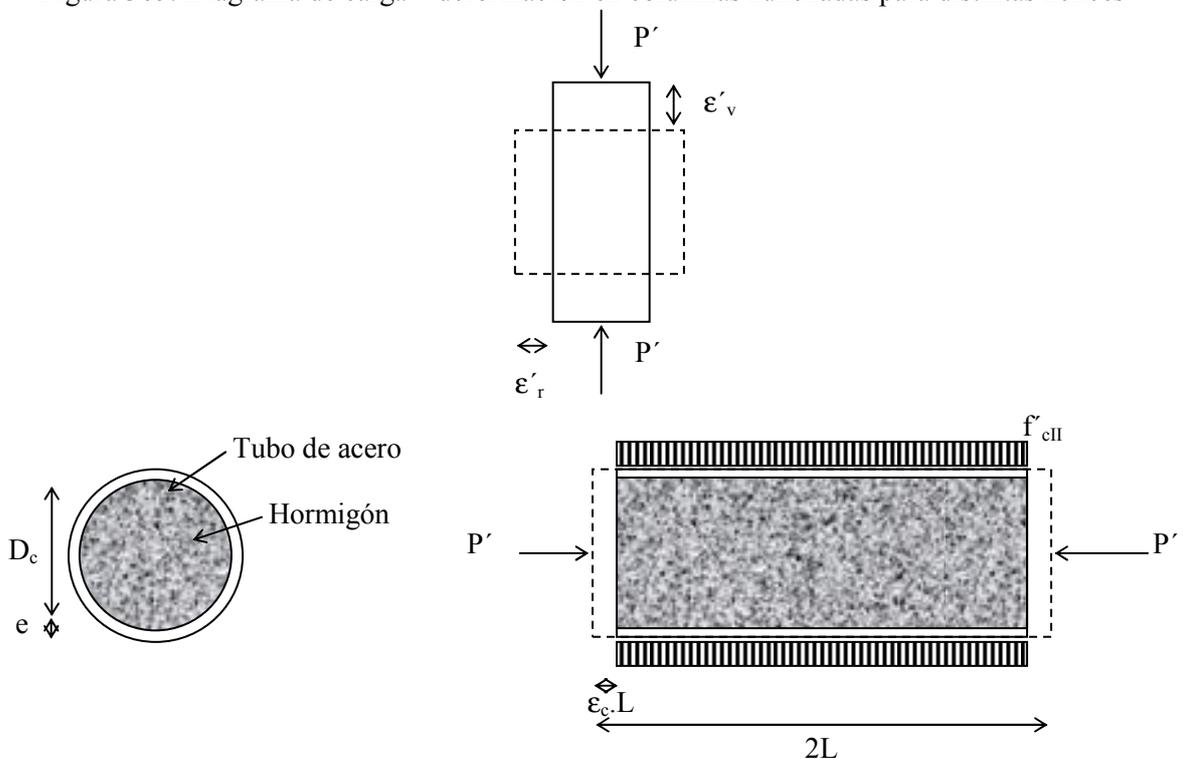


Figura 366: Esquema de deformación en columnas zunchadas sometidas a compresión simple

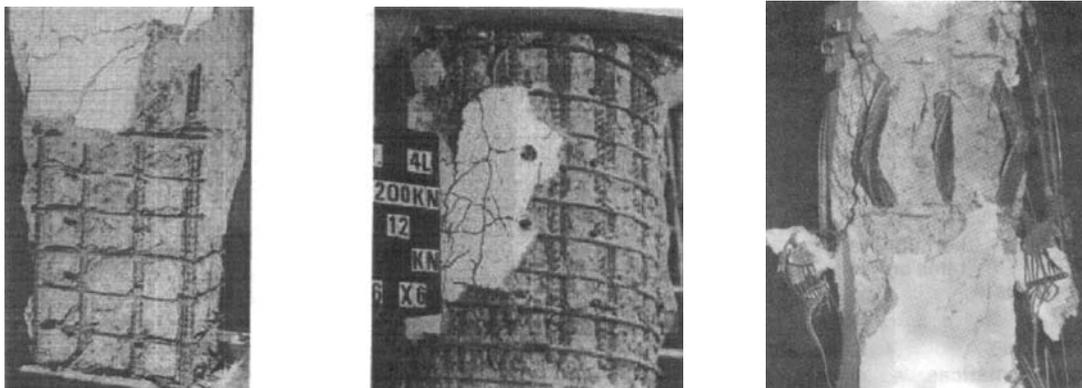


Figura 367: Distintas clases de rotura en columnas rectangulares y zunchadas (referencias 34) y 63)

Al impedir el zunchado en forma parcial la deformación radial de la pieza, crea tensiones de confinamiento, aumentando la tensión de rotura del hormigón. Dado que una vez producida la pérdida de recubrimiento, la columna queda fuera de servicio, no colapsa, pero debe reparársela. Al respecto, algunas normas definen el zuncho en cuanto a su cuantía volumétrica de forma tal que la pérdida de resistencia al producirse el descascaramiento sea compensada por el aumento de resistencia que otorga el zuncho (criterio del ACI), no pretendiendo aumentar la resistencia con respecto a la columna equivalente simple, sino tan sólo compensar dicha pérdida por descascaramiento e incrementar la capacidad de deformación. Esto es particularmente útil en zonas sísmicas, en donde los requerimientos de ductilidad son determinantes.

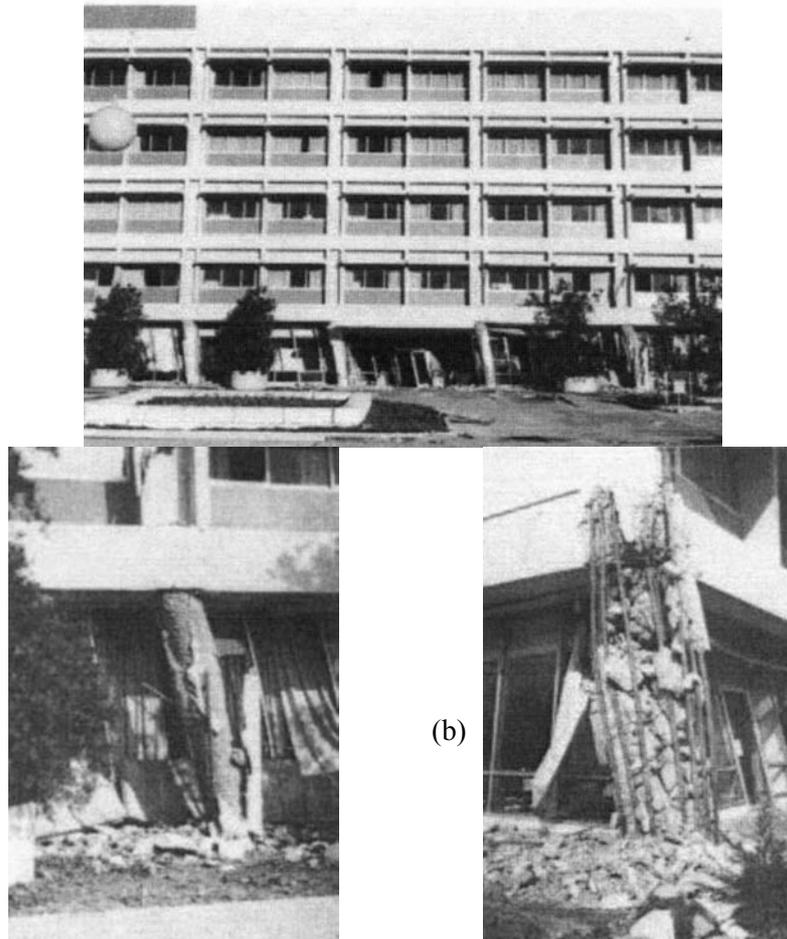


Figura 368: Imagen de la falla en el pie de columnas por falta de confinamiento. Nótese la diferencia de comportamiento de las columnas zunchadas (a) y rectangulares (b) (referencia 57)

Experimentalmente se ha determinado que el aumento de la resistencia a la compresión del núcleo de la columna, que se suministra mediante el efecto de confinamiento del acero en espiral, puede representarse mediante la ecuación:

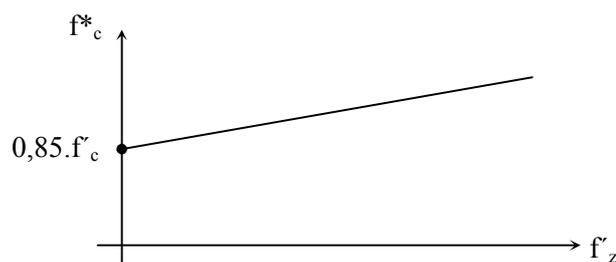
$$f_c^* = 0,85 \cdot f_c + 4 \cdot f_z$$

con:

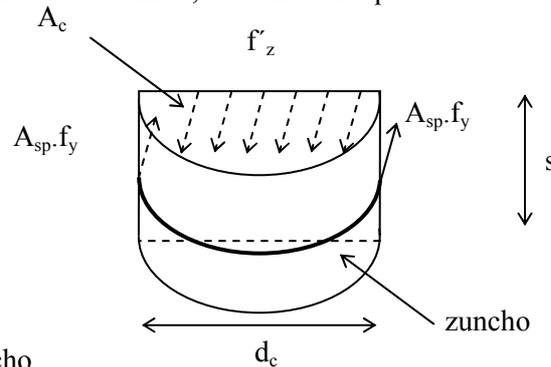
f_c^* = resistencia a la compresión del núcleo de hormigón confinado.

f_z = esfuerzo de confinamiento transversal en el núcleo de hormigón producido por la armadura en espiral.

$0,85 \cdot f_c$ = resistencia del hormigón no confinado.



El esfuerzo de confinamiento f'_z se calcula suponiendo que la espiral de acero llega a su esfuerzo de fluencia (f_y) cuando se llega a la falla de la columna. Tomando un pequeño segmento de columna de altura s (igual al paso de la hélice), el cual contiene un solo anillo, se demuestra que:



A_{sp} = área de la sección del zuncho.

f'_z = presión ejercida por el zuncho en el hormigón.

s = separación del zuncho.

d_c = diámetro del núcleo de hormigón.

Figura 369: Diagrama de cuerpo libre para un segmento de una columna zunchada

$$f'_z \cdot d_c \cdot s = 2 \cdot A_{sp} \cdot f_y$$

$$f'_z = \frac{2 \cdot A_{sp} \cdot f_y}{d_c \cdot s}$$

De la expresión de cuantía volumétrica de zunchado, es posible despejar A_{sp} :

$$\rho_s = \frac{\pi \cdot d_c \cdot A_{sp}}{\left(\pi \cdot \frac{d_c^2}{4}\right) \cdot s} = \frac{4 \cdot A_{sp}}{d_c \cdot s}$$

$$A_{sp} = \frac{\rho_s \cdot d_c \cdot s}{4}$$

Reemplazando en $f'_z = \frac{2 \cdot A_{sp} \cdot f_y}{d_c \cdot s}$:

$$f'_z = \frac{\rho_s \cdot f_y}{2}$$

Por lo tanto, el aumento de resistencia en la columna por efecto del zuncho se expresa como:

$$f^*_c = 0,85 \cdot f'_c + \Delta f'_c = 0,85 \cdot f'_c + 4 \cdot f'_z$$

o sea:

$$f^*_c = 0,85 \cdot f'_c + 4 \cdot (\rho_s \cdot f_y / 2)$$

$$\Delta f'_c = 2 \cdot \rho_s \cdot f_y$$

Por tanto:

$$\Delta C = 2 \cdot \rho_s \cdot f_y \cdot A_c$$

Para que la resistencia aportada por el refuerzo en espiral sea igual que la pérdida por desprendimiento del recubrimiento, se debe cumplir:

$$(A_g - A_c) \cdot 0,85 \cdot f'_c = 2 \cdot f_y \cdot \rho_s \cdot A_c$$

con:

A_g = área total de la sección de hormigón

A_c = área del hormigón del núcleo

f'_c = tensión de rotura del hormigón a compresión

De las ecuaciones anteriores:

$$\rho_s \cong 0,425 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot \left(\frac{A_g}{A_c} - 1\right)$$

Por seguridad el Código ACI 318 (y el CIRSOC 201/05), cambian el coeficiente 0,425 por 0,45 con lo que se obtiene la cuantía mínima del refuerzo en espiral:

$$\rho_s = 0,45 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right)$$

Finalmente, la expresión de diseño establecida por el Código ACI 318 y el CIRSOC 201/05 es:

$$P_u = \phi \cdot P_{n \text{ máx}} = 0,85 \phi [0,85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}]$$

con $\phi = 0,70$.

El coeficiente 0,85 surge de que si bien estudiamos el caso teórico de compresión pura, existen siempre excentricidades inevitables en la columna, el CIRSOC 201/05 considera razonable suponer o asumir una excentricidad mínima del orden del 5% para columnas zunchadas, por tanto, se especifica una reducción del 15% en la resistencia teórica (valor entre corchetes).

Disposiciones constructivas según CIRSOC 201/05

a) Dimensiones de la sección de hormigón: si bien no se prohíbe específicamente el uso de secciones no circulares, al hablar de dimensiones mínimas de columnas zunchadas el CIRSOC 201/05 sólo habla de un diámetro mínimo de 30 cm. En columnas zunchadas el recubrimiento de las espiras del zuncho debe ser como mínimo de 4 cm.

b) Armaduras longitudinales: el diámetro a utilizar en armaduras longitudinales debe ser mayor o igual que 12 mm. El número mínimo de barras a utilizar será seis. Al igual que en columnas simples la cuantía geométrica (A_s / A_g) debe estar comprendida entre 0,01 y 0,08 y, si en la columna se prevén empalmes por yuxtaposición, la cuantía máxima debería limitarse a 0,04.

c) Zunchos: en las expresiones de cálculo de las columnas zunchadas no aparecen las características del zuncho porque el CIRSOC 201/05 considera que éste sólo es capaz de compensar la resistencia perdida al producirse el descascaramiento de la columna. De hecho, ese es el criterio con el que se deduce el zunchado mínimo a disponer en una columna para que las expresiones de cálculo puedan considerarse de aplicación. Según el CIRSOC 201/05 el zunchado debe verificar:

$$\rho_s \geq 0,45 (A_g / A_c - 1) f'_c / f_y$$

donde:

ρ_s = relación entre el volumen de la armadura del zuncho y el volumen total del núcleo (medido desde el diámetro exterior del zuncho)

s = separación o paso del zunchado (medido al eje de las espiras)

A_g = área total o bruta de la sección de hormigón

A_c = área del núcleo zunchado tomando como diámetro el diámetro exterior del zuncho = $\pi \times d_c^2 / 4$

f_y = en la expresión anterior este valor está limitado superiormente a 420 MPa

El diámetro mínimo de los zunchos es 10 mm.

La separación "s" entre estribos debe cumplir las siguientes condiciones:

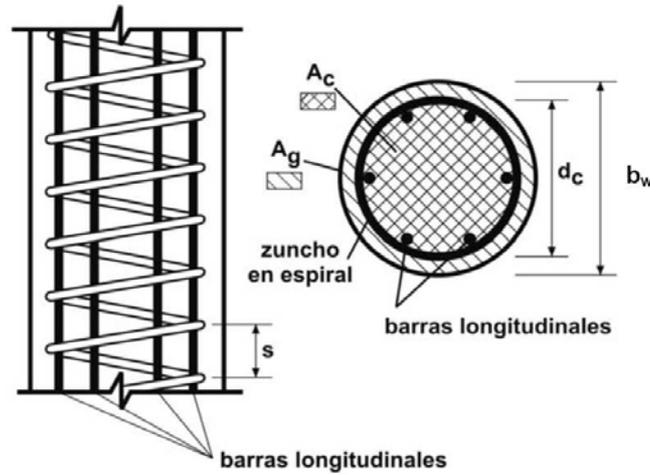
$s \leq 8$ cm

$s \geq 2,5$ cm

s > tamaño máximo del agregado grueso a utilizar

El anclaje de un zuncho dentro de una fundación o dentro de otro elemento estructural (por ej. losas, ábacos y vigas) se realiza a través de una vuelta y media de zuncho dentro del elemento en cuestión.

$$s \begin{cases} < 80 \text{ mm} \\ \geq 25 \text{ mm} \\ \geq 1,33 \text{ del tamaño máximo nominal del agregado grueso} \end{cases}$$



7.10.4.4. El **anclaje de los zunchos** se debe realizar con un aumento de **1 vuelta y media** más de la barra, o del alambre, en cada extremo del zuncho.

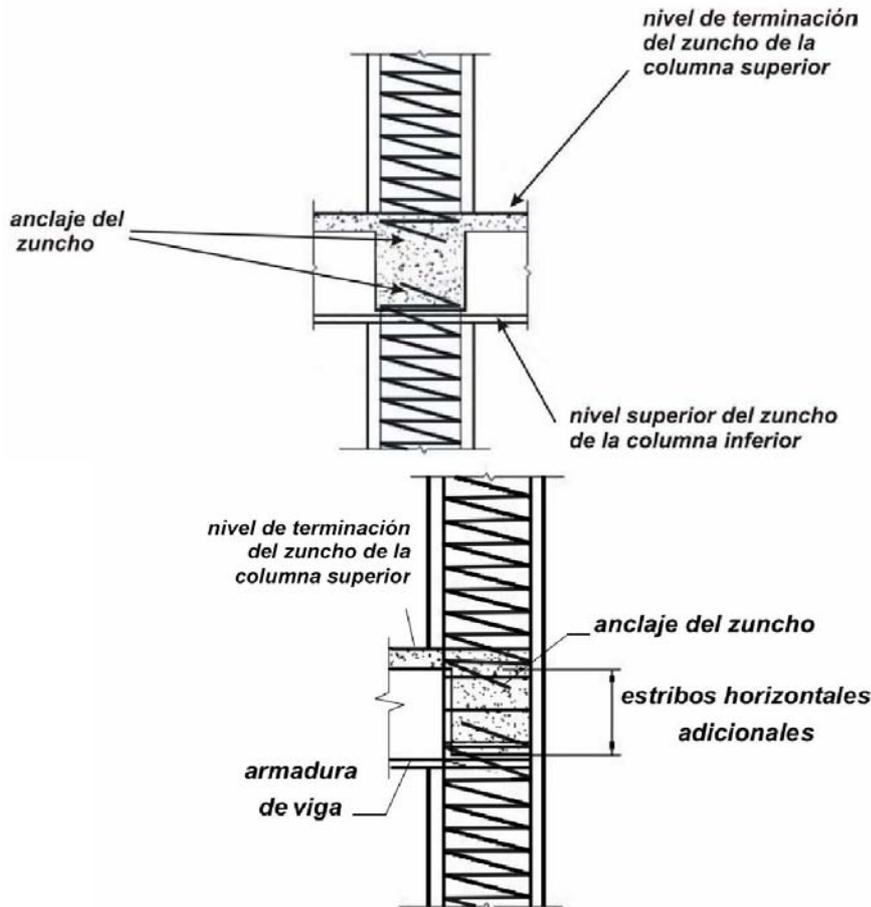


Figura 7.10.4.7. Anclaje de los zunchos para el caso de vigas en algunas caras de la columna.

Figura 370: Disposiciones de armado en columnas simples y zunchadas (referencia 109)

Si bien los zunchos pueden empalmarse mediante empalmes mecánicos y soldadura, la forma más frecuente de hacerlo es mediante empalmes por yuxtaposición. El CIRSOC 201/05 establece que las longitudes de

yuxtaposición deben ser como mínimo de 30 cm y mayores o iguales a los valores que se vuelcan en la siguiente tabla en función del diámetro del zuncho (d_{be}).

1. Barra o alambre conformado sin revestir	48 d_b
2. Barra o alambre liso sin revestir	72 d_b
3. Barra o alambre liso, sin revestir, con gancho en el extremo del zuncho, de acuerdo con el artículo 7.1.3., embebido dentro del núcleo de hormigón confinado por el zuncho en espiral.	48 d_b
Este Reglamento no contempla la utilización de barras, alambres y mallas soldadas de acero para armaduras revestidos con epoxi, los que serán objeto de un documento CIRSOC específico.	

Tabla 63: Empalmes de zunchos en espiral (referencia 109)

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 68) Proyecto de una columna sometida a compresión simple según CIRSOC 201/05.

Hormigón: $f'_c = 20$ MPa
Acero: = 420 MPa

Recubrimiento = 0,02 m

$P_D = 670$ KN; $P_L = 330$ KN
 P_u = máximo entre:

$$1,4 P_D = 1,4 \times 670 = 938 \text{ KN}$$

$$1,2 P_D + 1,6 P_L = 1,2 \cdot 670 \text{ KN} + 1,6 \cdot 330 \text{ KN} = 1332 \text{ KN}$$

$$P_n = P_u / (0,80 \cdot \phi) = 1332 \text{ KN} / (0,80 \cdot 0,65) = 2561 \text{ KN}$$

Se adopta una cuantía geométrica " $\rho = 0,02$ " por lo que resulta:

$$A_g = P_n / [0,85 f'_c + \rho \cdot (f_y - 0,85 f'_c)]$$

$$A_g = 2561 \text{ KN} / [0,85 \cdot 2 \text{ KN/cm}^2 + 0,02 \cdot (42 \text{ KN/cm}^2 - 0,85 \cdot 2 \text{ KN/cm}^2)]$$

$$A_g = 1021,94 \text{ cm}^2$$

Se adopta una columna cuadrada de $b_x = b_y = 0,35$ m con lo que resulta $A_g = 1225 \text{ cm}^2$ y la armadura se obtiene como:

$$A_{st} = (P_n - 0,85 f'_c A_g) / (f_y - 0,85 f'_c)$$

$$A_{st} = (2561 \text{ KN} - 0,85 \cdot 2 \text{ KN/cm}^2 \cdot 1225 \text{ cm}^2) / (42 \text{ KN/cm}^2 - 0,85 \times 2 \text{ KN/cm}^2)$$

$$A_{st} = 11,87 \text{ cm}^2$$

Para la armadura longitudinal se adopta: $4d_b/20 = 12,56 \text{ cm}^2$. Lo que conduce a una cuantía: $\rho = 12,56 \text{ cm}^2 / 1225 \text{ cm}^2 \cdot 100 = 1,025\%$, que se encuentra dentro de los valores límites.

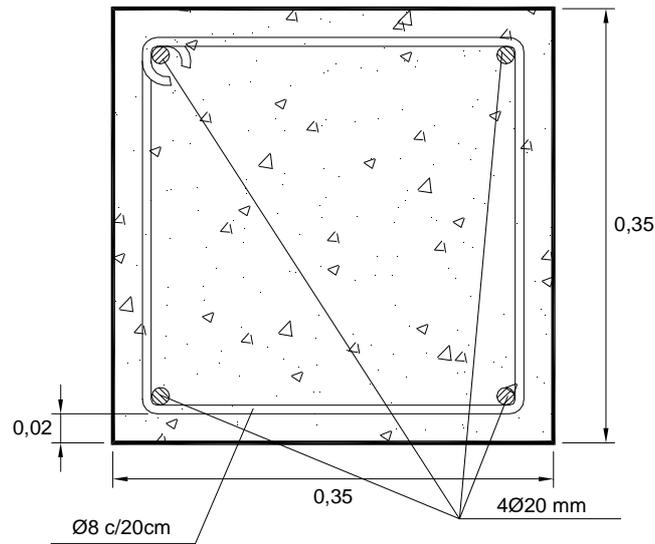
En función del diámetro de las barras longitudinales corresponde adoptar un estriado de 8 mm de diámetro con una separación igual al menor valor entre:

$$12 d_b \text{ longitudinal} = 12 \cdot 2 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$$

$$48 d_{be} = 48 \cdot 0,8 \text{ cm} = 38,4 \text{ cm}$$

$$\text{lado menor columna} = 35 \text{ cm}$$

Se adopta finalmente $s = 20$ cm.



Ejemplo 69) Cálculo de “P_u” para una columna simple con dimensiones y armaduras longitudinales mínimas según CIRSOC 201/05.

Hormigón: $f'_c = 20 \text{ MPa}$
 Acero: $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $b_x = b_y = 0,20 \text{ m}$
 Recubrimiento = $0,02 \text{ m}$
 $A_{st} = 4 d_b 12 = 4 \times 1,13 = 4,52 \text{ cm}^2$

La columna verifica las cuantías límites pues se tiene: $0,01 < 4,52 \text{ cm}^2 / 400 \text{ cm}^2 = 0,0113 < 0,08$

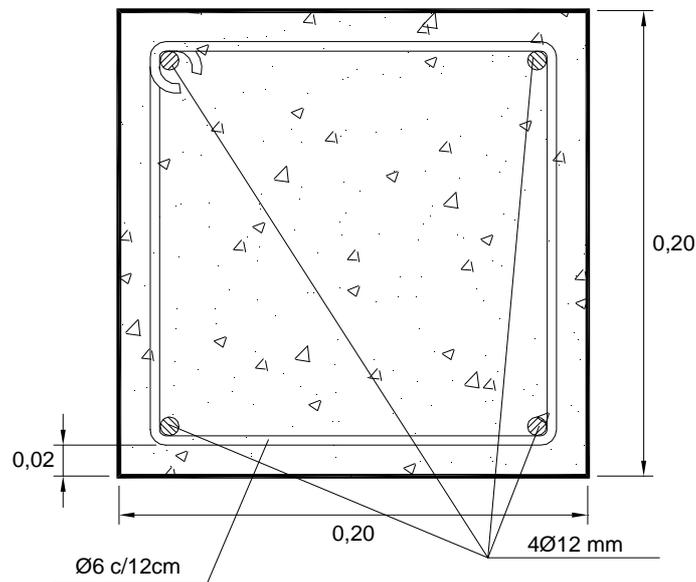
$$P_u = 0,80 \phi [0,85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}]$$

$$P_u = 0,80 \cdot 0,65 \cdot [0,85 \cdot 2 \text{ KN/cm}^2 (400 \text{ cm}^2 - 4,52 \text{ cm}^2) + 4,52 \text{ cm}^2 \cdot 42 \text{ KN/cm}^2] = 448 \text{ KN}$$

En función del máximo diámetro de las barras longitudinales corresponde adoptar un estriado de 6 mm de diámetro con una separación igual al menor valor entre:

- 12 menor d_b longitudinal = $12 \times 1,2 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$
- $48 d_{be} = 48 \times 0,6 \text{ cm} = 28,8 \text{ cm}$
- lado menor columna = 20 cm

Se adoptan 12 cm.



Ejemplo 70) Proyecto de una columna zunchada según CIRSOC 201/05.

$$f'_c = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$\text{Recubrimiento} = 0,04 \text{ m}$$

$$P_D = 350 \text{ KN}; P_L = 450 \text{ KN}$$

$$P_u = 1,2 P_D + 1,6 P_L = 1,2 \times 350 \text{ KN} + 1,6 \times 450 \text{ KN} = 1140 \text{ KN}$$

$$P_n = P_u / (0,85 \phi) = 1140 \text{ KN} / (0,85 \cdot 0,70) = 1916,97 \text{ KN}$$

Se adopta una sección de hormigón circular de 0,35 m de diámetro:

$$A_g = 962,11 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = (P_n - 0,85 f'_c A_g) / (f_y - 0,85 f'_c)$$

$$A_{st} = (1916,97 \text{ KN} - 0,85 \cdot 20 \text{ KN/cm}^2 \cdot 962,11 \text{ cm}^2) / (420 \text{ KN/cm}^2 - 0,85 \cdot 20 \text{ KN/cm}^2)$$

$$A_{st} = 6,98 \text{ cm}^2$$

que conduce a una cuantía de 0,0073 que se encuentra debajo de los límites reglamentarios. Finalmente se adopta: $8 d_b 16 = 16,08 \text{ cm}^2$, que implican una cuantía de 0,016.

La cuantía de zunchado debe verificar:

$$A_c = \pi \cdot d_c^2 / 4 = \pi \cdot (35-2 \cdot 4)^2 / 4 = 572,55 \text{ cm}^2$$

$$\rho_s \geq 0,45 (A_g / A_c - 1) f'_c / f_y$$

$$\rho_s = 0,45 \cdot (962,11 \text{ cm}^2 / 572,55 \text{ cm}^2 - 1) \cdot 20 \text{ KN/cm}^2 / 420 \text{ KN/cm}^2 = 0,0146$$

Recordando que:

$$\rho_s = 4 A_{sp} / (s d_c) \text{ queda } A_{sp} / s = \rho_s d_c / 4 = 9,86 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se adopta el diámetro mínimo reglamentario para zunchos es decir, 10 mm.

La separación se calcula como:

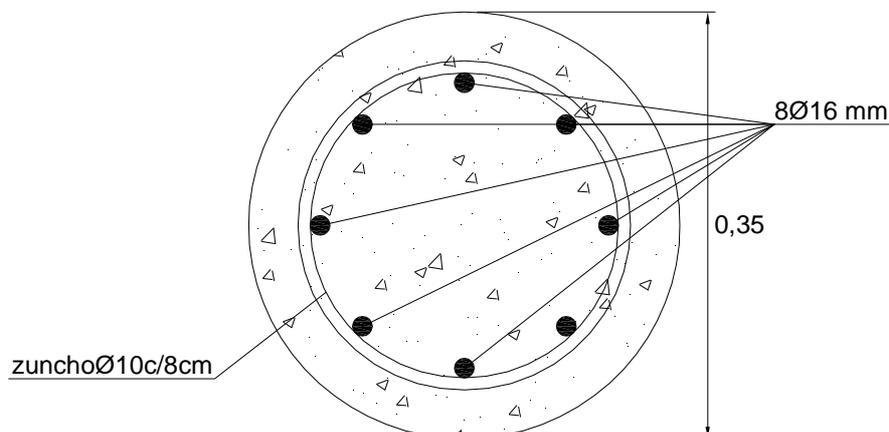
$$s = 0,785 \text{ cm}^2 / 9,86 \text{ cm}^2/\text{m} = 0,08 \text{ m} = 8 \text{ cm}$$

La separación anterior verifica:

$$s \leq 8 \text{ cm}$$

$$s \geq 2,5 \text{ cm}$$

$$s > 1,33 \text{ tamaño máximo del agregado grueso a utilizar}$$



Compresión simple según CIRSOC 201/82

La fórmula de dimensionado según CIRSOC 201/82 resulta (para esbelteces menores a 20):

$$N_{serv} \cdot \gamma \leq A_b \cdot \beta_R + A_s \cdot \beta_s$$

con:

N_{serv} = carga normal de servicio.

γ = coeficiente de seguridad, que para el presente caso resulta igual a 2,1.

A_b = sección de hormigón.

β_R = resistencia de cálculo del hormigón.

A_s = sección de acero.

β_s = tensión de fluencia del acero.

Disposiciones de armado

Columnas con estribos simples:

Cuantía geométrica mínima: $\mu = 0,8\%$.

Cuantía geométrica máxima: $\mu \leq 9\%$ (incluyendo la zona de empalme de las barras).

Cuantía geométrica del lado traccionado o menos comprimido: $\mu \geq 0,4\%$.

Dimensión mínima para elementos macizos hormigonados in situ: $d_{min} = 20$ cm.

Barras longitudinales:

Diámetro mínimo para acero ADN 42/50: $\phi_l = 12$ mm.

Separación máxima entre barras: 30 cm admitiéndose para columnas de lados $d \leq 40$ cm, una barra por esquina.

Estribos:

Diámetro mínimo: $\phi 6$ para $\phi_l \leq 20$ mm.

Diámetro mínimo: $\phi 8$ para $\phi_l > 20$ mm.

Separación máxima en altura:

Estribos principales: $a_b \leq 20$ cm ó $a_b \leq 12 \cdot \phi_l$

Estribos secundarios: $2 \cdot a_b$

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 71) Obtener la carga máxima de servicio para la siguiente columna ($\lambda \leq 20$) según CIRSOC 201/82.

$b = 20$ cm

$d = 20$ cm

Hormigón H-17

$\sigma_{bk}^2 = 170$ kg/cm²

$\beta_R = 140$ kg/cm²

Acero ADN 42

$\beta_s = 4200$ kg/cm²

Armadura: $4\phi 12$ mm (4,52 cm²)

$$N_{serv} \cdot \gamma \leq A_b \cdot \beta_R + A_s \cdot \beta_s$$

$$\mu_0 = \frac{A_s}{b \cdot d} = 1,13\%$$

$$N_{serv} = \frac{A_b \cdot \beta_R + A_s \cdot \beta_s}{\gamma} = \frac{400 \text{ cm}^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2 + 4,52 \text{ cm}^2 \cdot 4200 \text{ kg/cm}^2}{2,10} = 35707 \text{ kg} = 35,7 \text{ KN}$$

Ejemplo 72) Dimensionar una columna que soporta una carga normal de 40 tn.

Las dimensiones máximas de la sección que admite el proyecto son de 20 x 20 cm; se supone que está impedida la posibilidad de pandeo en ambas direcciones y su altura es de 2,50 m.

Hormigón H-21

$$\sigma_{bk}^2 = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$\beta_R = 175 \text{ kg/cm}^2$$

Acero ADN 42

$$\beta_s = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

a) Cálculo de la armadura

$$A_s = -\frac{1}{\beta_s} \cdot (\gamma \cdot N + A_b \cdot \beta_R)$$

$$A_s = -\frac{1}{4200 \text{ kg/cm}^2} \cdot (-2,1 \cdot 40000 \text{ kg} + 20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} \cdot 175 \text{ kg/cm}^2) = 3,33 \text{ cm}^2$$

La cuantía total resulta:

$$\mu_{0tot} = \frac{A_s}{A_b} = \frac{3,33 \text{ cm}^2}{400 \text{ cm}^2} = 0,008$$

cuantía que resulta admisible.

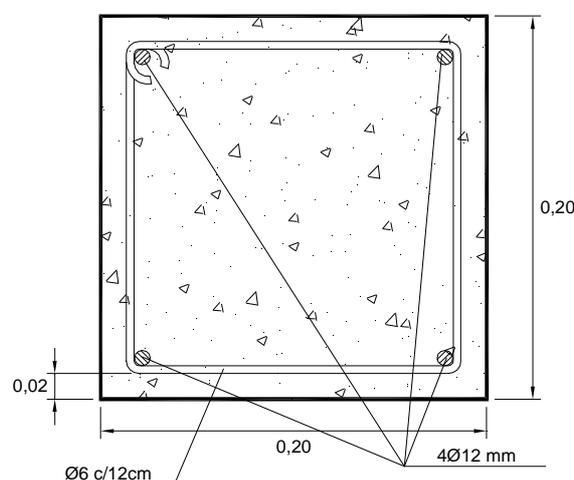
b) Disposición de la armadura

Se adoptan 4 barras ϕ 12 mm ($4,52 \text{ cm}^2$), una en cada esquina; como estribos se utilizan barras ϕ 6 mm, con una separación igual al menor de los siguientes valores:

$$a_b \leq 20 \text{ cm}$$

$$a_b \leq 12 \cdot \phi_1 = 12 \cdot 1,2 = 14,4 \text{ cm}$$

Se adoptan estribos ϕ 6c/12 cm.



Capítulo 27

Columnas compuestas de acero y hormigón

Generalidades

Durante muchos años se utilizaron los perfiles de acero laminado combinados con hormigón simple o armado sin considerar los efectos favorables respecto de la resistencia. Básicamente se los utilizaba a los perfiles embebidos en hormigón a fin de proporcionar cierto grado de protección al fuego y evitar la corrosión del acero. En las últimas décadas se incrementaron los estudios y pruebas para evaluar de mejor forma el comportamiento resistente del conjunto¹. Por ejemplo, en edificios elevados con cargas gravitatorias importantes, los tamaños de las columnas compuestas pueden ser considerablemente menores que las que se necesitarían para columnas simples de hormigón armado con igual nivel de carga. Desde un punto de vista estético, en el caso de tubos rellenos de hormigón, al ser visible la estructura de acero, se pueden lograr diseños arquitectónicos interesantes, asimismo respecto de los plazos de construcción, el tubo actúa como encofrado de hormigón y agiliza el proceso constructivo. Estas columnas pueden estar constituidas por perfiles laminados embebidos en hormigón armado, el que contendrá a su vez armadura longitudinal y estribos, o pueden estar constituidas por tubos rectangulares o redondos de acero rellenos de hormigón. Los tiempos de ejecución de este tipo de estructuras permiten optimizar las operaciones, mientras un grupo de operarios puede montar las partes metálicas (perfiles) de las columnas en los últimos niveles del edificio, otro grupo de trabajadores puede hormigonar las columnas compuestas de los niveles inferiores. Ello requiere de una cuidadosa planificación de las tareas y del control de las mismas. Los criterios de diseño son los generales desarrollados para compresión simple y flexión compuesta, determinándose los diagramas de interacción en forma análoga a lo visto para columnas de hormigón armado.

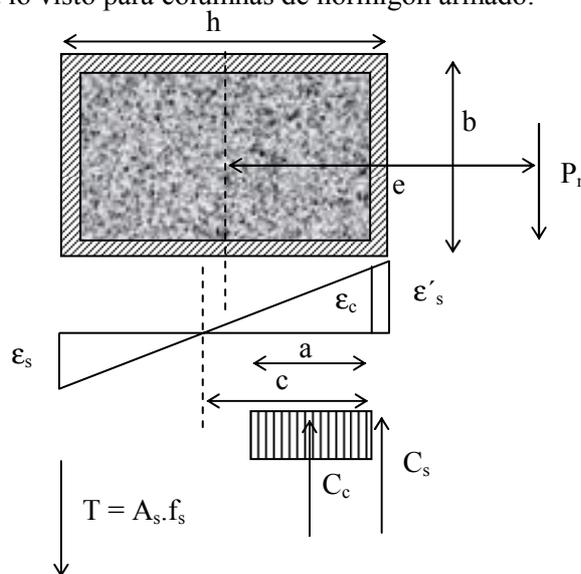


Figura 371: Nomenclatura para una columna compuesta por acero y hormigón sometida a flexión compuesta

Especificaciones del CIRSOC 201/05 para columnas compuestas

Para analizar los efectos de segundo orden se indica en el CIRSOC 201/05, Art. 10.16.5 que el radio de giro r de la sección compuesta debe ser menor o igual que:

$$r \leq \sqrt{\frac{(E_c \cdot I_g / 5) + E_s \cdot I_t}{(E_c \cdot A_g / 5) + E_s \cdot A_t}}$$

¹ El Instituto para la Construcción Tubular (CIDECT), ha llevado adelante estudios e investigaciones y posee una publicación específica referida al presente tema, así como existen códigos específicos al respecto, como el Eurocódigo 4.

con:

I_t = momento de inercia del perfil de acero respecto del eje baricéntrico de la sección compuesta.

A_t = área del perfil de acero.

Esta expresión aporta valores más conservadores que los desarrollados para las restantes columnas.

Si se decide por la opción de un cálculo más preciso, el valor del producto $E.I$ en la ecuación 10.11 del CIRSOC 201/05 se puede determinar con la expresión:

$$E.I = \frac{E_c \cdot I_g}{1 + \beta_d} + E_s \cdot I_t$$

Con β_d la relación entre la máxima carga axial mayorada de larga duración y la máxima carga axial mayorada total.

Por efecto de las cargas de larga duración (fluencia lenta), se origina tal cual se observó en su momento, una transferencia de carga del hormigón al acero, lo que motiva un aumento de tensiones en el acero. De presentar las columnas bajas cuantías de armadura, a causa de esta transferencia de carga puede ocurrir que el acero comprimido llegue a una tensión de fluencia en forma prematura, lo que se traduce en una rigidez efectiva $E.I$ menor. Este efecto no tiene mayor significación para las columnas en donde los tubos o los perfiles estructurales constituyen un porcentaje importante de la sección total.

Para el caso de columnas compuestas conformadas por tubos rellenos de hormigón, el espesor del acero de los tubos deberá ser mayor o igual que:

$$\text{espesor} \geq \begin{cases} b \cdot \sqrt{\frac{f_y}{3 \cdot E_s}} & \text{para cada cara de ancho } b \\ h \cdot \sqrt{\frac{f_y}{8 \cdot E_s}} & \text{para secciones circulares de diámetro } h \end{cases}$$

La resistencia del hormigón debe ser $f'_c \geq 20$ MPa. La tensión de fluencia de diseño del núcleo de acero debe ser la tensión de fluencia mínima indicada para dicho material pero no superior a 350 MPa.

Para columnas compuestas constituidas por un perfil estructural embebido en hormigón, se requiere que se coloquen estribos cerrados con un diámetro d_b mayor o igual a:

$$d_b \begin{cases} \geq 10mm \\ \geq 0,02 \text{ veces la menor dimensión lateral del elemento} \\ \leq 16mm \end{cases}$$

Adicionalmente, la separación vertical entre capas sucesivas de estribos cerrados debe ser:

$$\begin{aligned} s &\leq 0,5 \text{ veces la menor dimensión lateral del elemento compuesto} \\ s &\leq 48 \text{ veces el diámetro de los estribos cerrados} \\ s &\leq 12 \text{ veces el diámetro de las barras o alambres longitudinales}^{(*)} \end{aligned}$$

(*)Se adopta en el presente texto este límite para columnas compuestas dado el cambio implementado en el CIRSOC 201/05, que se aparta en este aspecto a lo indicado en el Código ACI 318/05. Cabe señalar, sin embargo, que en la versión actual del CIRSOC 201/05, el Art. 10.16 "Elementos compuestos mixtos solicitados a compresión" en 10.16.8.5 no modifica la separación máxima entre capa de estribos y mantiene el factor 16. Entendemos, debería modificarse para ser coherente con lo expresado en el Art. 7.10.5.2. Dado que el hormigón que embebe los perfiles metálicos puede sufrir, para altos niveles de carga, cierta separación de las caras lisas del núcleo de acero, requiere una mayor cantidad de estribos cerrados laterales que las columnas simples de hormigón armado. Por su parte, en cada esquina de una sección rectangular deberá colocarse una barra longitudinal, en las caras laterales la máxima separación entre barras longitudinales no deberá superar la menor dimensión lateral del elemento compuesto. El área de las barras totales longitudinales ubicadas dentro de los estribos cerrados deberá ser:

$$\begin{aligned} &\geq 0,01 \text{ veces el área neta del hormigón} \\ &\leq 0,08 \text{ veces el área neta del hormigón} \end{aligned}$$

Estas barras se consideran para determinar la capacidad resistente última de la pieza, pero no para el cálculo de I_t (a efectos de evaluar la esbeltez).

Se limitan las tensiones máximas del núcleo de acero a fin de evitar el desprendimiento del recubrimiento de hormigón. Se supone que el hormigón comprimido axialmente no se desprende con deformaciones específicas $\epsilon'_c \leq 0,0018$. Por lo tanto:

$$f_s \leq \epsilon'_c \cdot E_s = 360 \text{ MPa}$$

Fijándose como tensión máxima $f_s = 350 \text{ MPa}$.

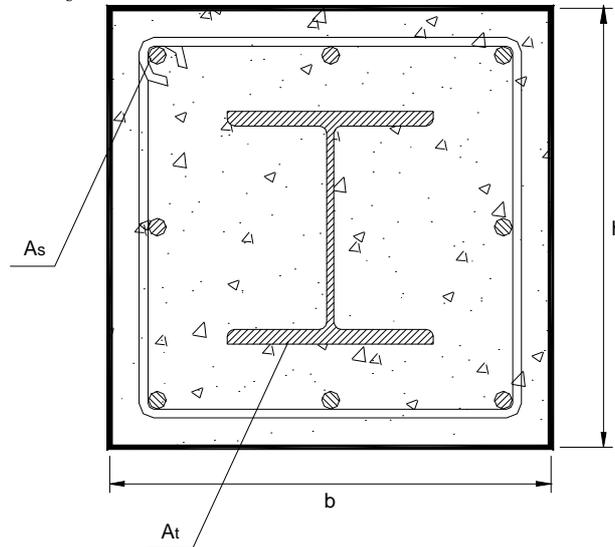


Figura 372: Sección típica de una columna compuesta por acero y hormigón

La expresión de diseño para una columna de reducida esbeltez sometida a compresión simple resulta:

$$P_u = \phi \cdot \psi \cdot P_n$$

$$P_n = 0,85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_s - A_t) + f_y \cdot A_s + f_{yt} \cdot A_t$$

con:

$$f_{yt} \leq 350 \text{ MPa}$$

$$f'_c \geq 20 \text{ MPa}$$

$$\psi = 0,80$$

En la Referencia 102) se indica que para las columnas conformadas por tubos rellenos de hormigón, al quedar el mismo confinado por el tubo de acero, no debería aplicarse el coeficiente reductor de 0,85 a la resistencia f'_c . Lo anteriormente expuesto no sería válido para esbelteces elevadas.

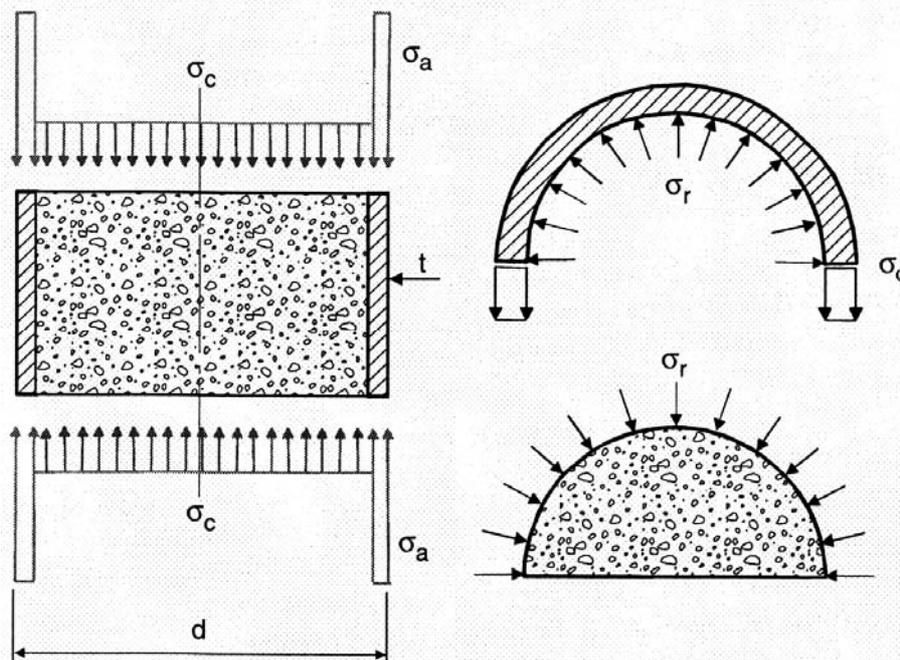


Figura 373: Efecto de confinamiento del hormigón por un tubo de acero (referencia 102)

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 73) Obtener la carga última de una columna compuesta sometida a compresión simple según CIRSOC 201/05

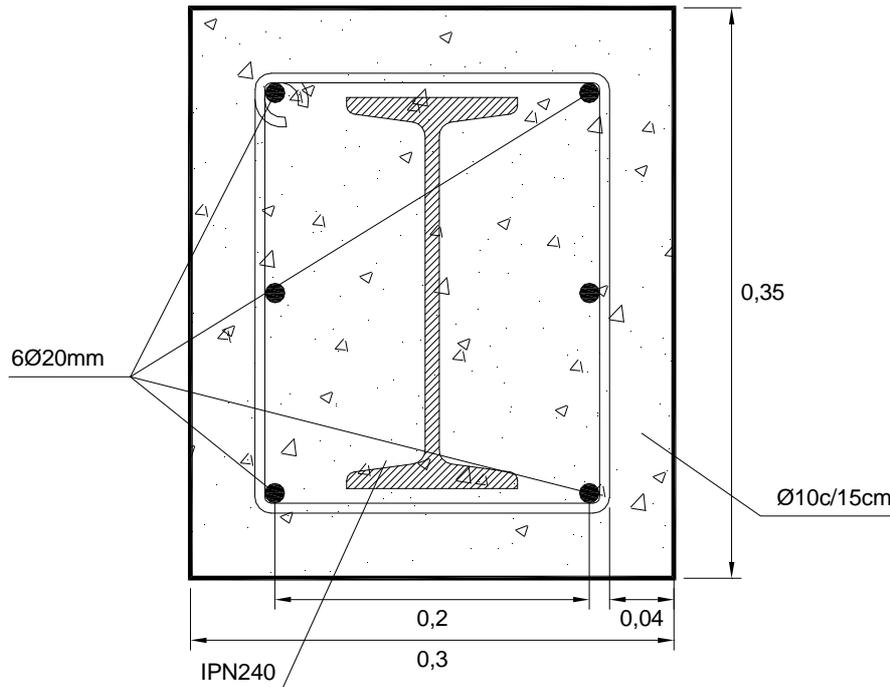
La columna tendrá una esbeltez reducida, por lo que se ignorarán los efectos de segundo orden. La pieza está constituida por un perfil IPN 240 de acero AL-24 y acero nervurado ADN-42. El hormigón es H-20 y la sección será de 30 cm por 35 cm.

Estribos: $\phi 10$ c/15 cm

$$f'_c = 20 \text{ MPa}$$

$$f_{yt} = 240 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$



Sección IPN 240

$$A_t = 46,10 \text{ cm}^2$$

$$A_g = 30 \text{ cm} \cdot 35 \text{ cm} = 1050 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 18,85 \text{ cm}^2$$

Verificación:

$$f_{yt} < 350 \text{ MPa (verifica)}$$

$$f'_c \geq 20 \text{ MPa}$$

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot h} = \frac{18,85 \text{ cm}^2}{30 \text{ cm} \cdot 35 \text{ cm}} \cdot 100 = 1,8\% \text{ (verifica)}$$

Cálculo del esfuerzo normal último:

$$P_n = 0,85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_t - A_s) + A_t \cdot f_{yt} + A_s \cdot f_y = 3572,6 \text{ KN}$$

$$P_u = \phi \cdot 0,80 \cdot P_n = 0,65 \cdot 0,80 \cdot 3573 \text{ KN} = 1857,7 \text{ KN}$$

Verificación de los estribos adoptados:

$$d_b \begin{cases} \geq 10 \text{ mm} \\ \geq 0,02 \text{ veces la menor dimensión lateral del elemento} = 0,02 \cdot b = 6 \text{ mm} \\ \leq 16 \text{ mm} \end{cases}$$

Verifica el diámetro adoptado $\phi = 10$ mm.

$$s \begin{cases} \leq 0,5 \text{ veces la menor dimensión lateral del elemento compuesto} = 0,50.b = 15\text{cm} \\ \leq 48 \text{ veces el diámetro de los estribos cerrados} = 48\text{cm} \\ \leq 12 \text{ veces el diámetro de las barras o alambres long.} = 24\text{cm} \end{cases}$$

Verifica la separación adoptada $s = 15$ cm.

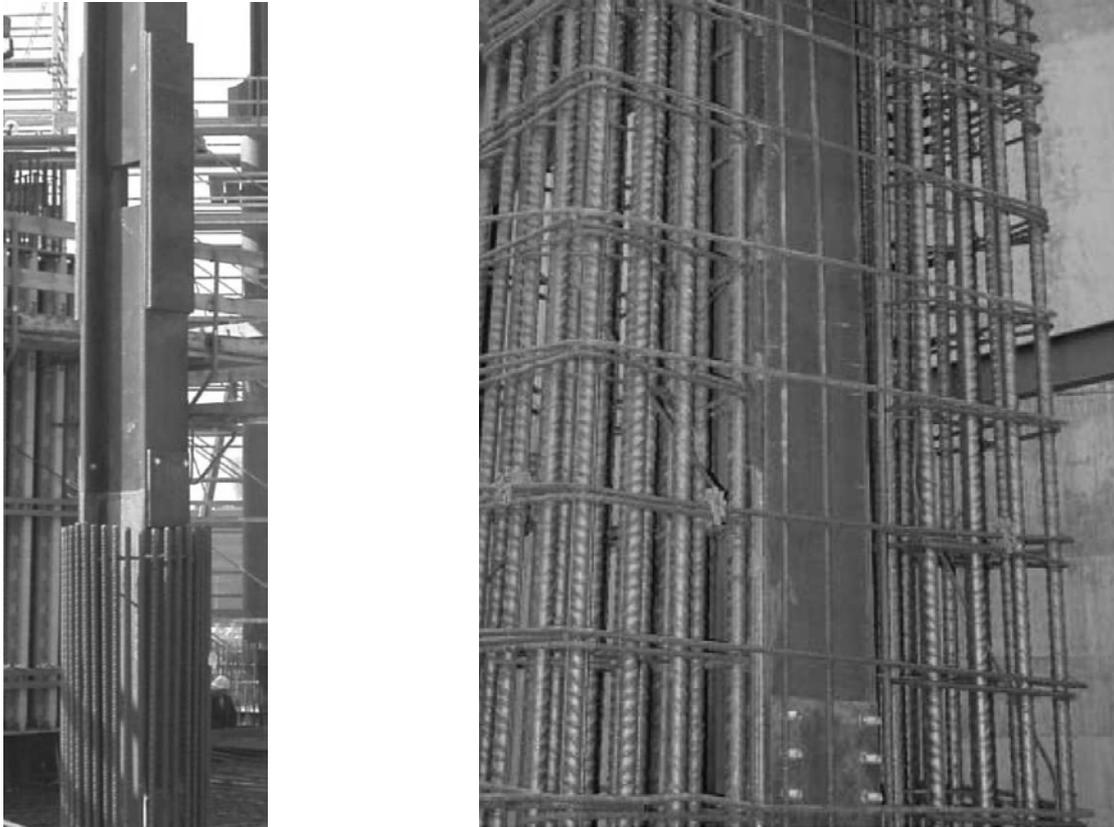


Figura 374: Distintas secciones de columnas compuestas en edificios de altura (véase la abertura del perfil para el paso de las armaduras de las losas)

Criterio de cálculo del AISC – LRFD 1994 para columnas compuestas

El diseño de este tipo de elementos está contemplado en el AISC-LRFD. Cabe destacar que los coeficientes de mayoración de cargas y sus combinaciones son coincidentes con los del ACI 318/05. El AISC-LRFD 1994 establece en la sección I2.1, una serie de limitaciones que se exponen a continuación:

- 1) El área total de la sección transversal del perfil o perfiles de acero no debe ser menor que el 4% del área total de la columna. Si no se verifica, la columna se calcula como si fuera de hormigón armado normal.
- 2) Cuando un núcleo de acero se ahoga en hormigón, el colado debe reforzarse con barras longitudinales que soporten carga y con estribos. Las barras longitudinales deben ser continuas en los niveles de los pisos; los estribos laterales deben estar espaciados a no más de $2/3$ veces la dimensión mínima del miembro compuesto. El área del estribo no debe ser menor que $0,007 \text{ in}^2$ por pulgada de separación ($1,8 \text{ cm}^2/\text{m}$) entre las barras de armadura. Debe haber por lo menos $1,5 \text{ in.}$ ($3,8 \text{ cm}$) de recubrimiento para las armaduras.
- 3) La resistencia f'_c del hormigón debe ser por lo menos de 3 ksi ($\cong 21 \text{ MPa}$), pero no mayor de 8 ksi (55 MPa), si se usa hormigón de peso normal.
- 4) Los esfuerzos de fluencia de los perfiles de acero y de las barras de armadura usados para el cálculo de la resistencia de una columna compuesta no deben ser mayores de 55 ksi (378 MPa). Esto es a los efectos de no causar un descascaramiento del recubrimiento del hormigón.
- 5) El espesor mínimo permisible para la pared de un tubular de acero relleno con hormigón es igual a

$b \cdot \sqrt{\frac{f_{yt}}{3 \cdot E}}$ para cada una de ancho b de sección rectangular y $D \cdot \sqrt{\frac{f_{yt}}{8 \cdot E}}$ para secciones circulares de diámetro exterior D .

Columnas compuestas cargadas axialmente según AISC-LRFD 1994

La resistencia de diseño de columnas compuestas se determinará de forma similar a la de columnas de acero según la sección E2 del Código LRFD, modificando los términos y adecuándolos a secciones compuestas según sección I2. Para ello se calcula inicialmente el parámetro de esbeltez λ_c :

$$\lambda_c = \frac{kL}{r_m \cdot \pi} \sqrt{\frac{f_{my}}{E_m}}$$

con:

k = factor de longitud efectiva.

r_m = radio de giro de la sección de los perfiles de acero. Para perfiles de acero ahogados en el hormigón, no debe ser menor que 0,3 veces el espesor total del miembro compuesto en el plano de pandeo.

E_m = módulo elástico modificado.

$$E_m = E + C_3 \cdot E_c \cdot \frac{A_c}{A_s}$$

f_{my} = tensión de fluencia modificada.

$$f_{my} = f_y + C_1 \cdot f_{yr} \cdot \frac{A_r}{A_s} + C_2 \cdot f'_c \cdot \frac{A_c}{A_s}$$

con:

A_c = área del hormigón.

A_s = área de la sección de acero.

A_r = sección de armaduras.

E = módulo de elasticidad del acero.

E_c = módulo de elasticidad del hormigón.

F_y = tensión de fluencia mínima del acero.

F_{yr} = tensión de fluencia de las armaduras.

C_1, C_2, C_3 = coeficientes

Para tubos y secciones tubulares rellenas de hormigón:

$$C_1 = 1,0$$

$$C_2 = 0,85$$

$$C_3 = 0,4.$$

Para perfiles ahogados en hormigón:

$$C_1 = 0,7$$

$$C_2 = 0,6$$

$$C_3 = 0,2.$$

Si bien la rigidez de un elemento es proporcional al momento de inercia, una razón de áreas A_c/A_s permite obtener mejores resultados para una columna compuesta que la que resulta de una razón de momentos de inercia. El aporte a la rigidez de la columna de hormigón varía si el mismo está confinado por un tubo de acero o está rodeando un perfil de acero.

El AISC-LRFD 1994 indica el cálculo de una tensión crítica F_{cr} bajo los efectos de segundo orden que surgen de subdividir el fenómeno en dos zonas:

a) Pandeo inelástico

b) Pandeo elástico

Para cada una de dichas zonas aplica una expresión diferente.

Table C-2. Effective Length Factors (<i>K</i>) for Columns						
Buckled shape of column is shown by dashed line	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Theoretical <i>K</i> value	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Recommended design value when ideal conditions are approximated	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0
End condition code		Rotation fixed and translation fixed				
		Rotation free and translation fixed				
		Rotation fixed and translation free				
		Rotation free and translation free				

Tabla 64: Coeficientes de longitud efectiva (referencia 92)

Para valores de $\lambda_c \leq 1,5$:

$$F_{cr} = (0,658^{\lambda_c^2}) f_{my}$$

Para $\lambda_c > 1,5$:

$$F_{cr} = \left[\frac{0,877}{\lambda_c^2} \right] f_{my}$$

La carga normal que es capaz de resistir la columna resulta entonces:

$$\phi \cdot P_n = 0,85 \cdot A_s \cdot F_{cr}$$

Para evitar esfuerzos excesivos sobre el hormigón o el acero estructural en las conexiones, en la sección I2.4 de la referencia 92) se requiere que la parte de la resistencia de diseño de columnas compuestas, cargadas axialmente, resistida por el hormigón debe desarrollarse por apoyo directo en las conexiones.

$$\phi P_{nc} = \phi P_n - \phi P_{ns}$$

donde:

ϕP_{nc} = carga de diseño resistida por el hormigón

ϕP_{ns} = carga de diseño resistida por el acero.

ϕP_n = carga de diseño resistida por la sección compuesta

Si el hormigón de soporte es más ancho en uno o más lados que el área cargada y está restringido contra expansión lateral en el o los lados restantes, la resistencia de diseño a compresión del hormigón en la columna compuesta debe calcularse con la expresión $1,7 \cdot \phi \cdot f'_c \cdot A$ con $\phi = 0,6$ para apoyo sobre hormigón, en donde A es el área cargada.

Esta resistencia de soporte es igual $0,85 \cdot \phi \cdot f'_c \cdot A$ también con $\phi = 0,6$, si el área de hormigón soportante es del mismo tamaño que la columna.

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 74) Cálculo de la capacidad de carga de la columna compuesta por un perfil embutido sometida a compresión simple según AISC-LRFD 1994

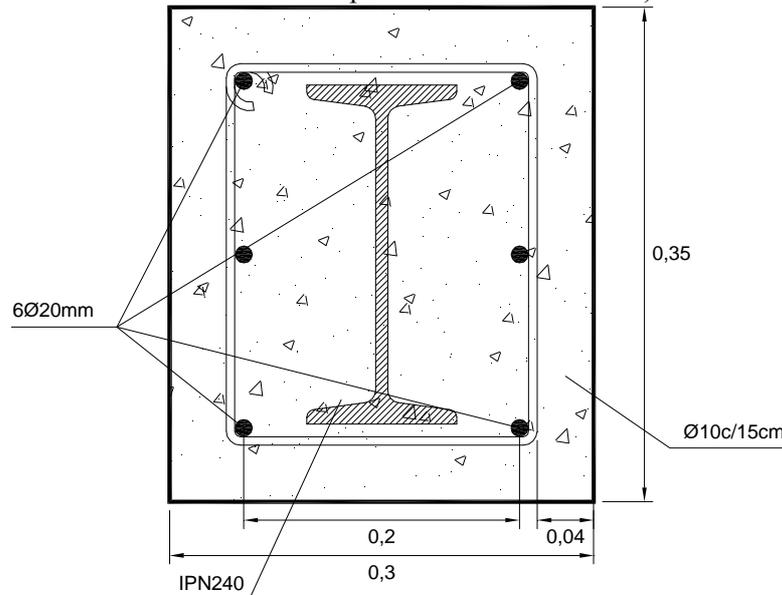
La columna tendrá una esbeltez reducida, por lo que se ignorarán los efectos de segundo orden. La pieza está constituida por un perfil IPN 240 de acero AL-24 y acero nervurado ADN-42. El hormigón es H-20 y la sección será de 30 cm por 35 cm. Se considera un valor $k.l = 4$ m.

Estribos: $\phi 10$ c/15 cm

$f'_c = 20$ MPa (se mantiene la resistencia del ejemplo anterior a los efectos de efectuar una comparación, ya que según el LRFD deberá ser mayor a 21 MPa)

$f_y = 240$ MPa

$f_{yr} = 380$ MPa (se considera la reducción definida por el AISC-LRFD 1994)



Sección IPN 240

$$A_s = 46,10 \text{ cm}^2 > 0,04 \cdot 30 \text{ cm} \cdot 35 \text{ cm} = 42 \text{ cm}^2 \quad (\text{verifica})$$

Verifican las separaciones entre barras longitudinales, ya que $2/3 \cdot 30 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$. También el recubrimiento lateral de la columna, que en este caso es de 4 cm.

$$A_r = 18,85 \text{ cm}^2$$

$$A_c = 30 \text{ cm} \cdot 35 \text{ cm} - 18,85 \text{ cm}^2 - 46,10 \text{ cm}^2 = 985,05 \text{ cm}^2$$

$$C_1 = 0,7$$

$$C_2 = 0,6$$

$$C_3 = 0,2$$

$$f_{my} = f_y + C_1 \cdot f_{yr} \cdot \frac{A_r}{A_s} + C_2 \cdot f'_c \cdot \frac{A_c}{A_s} =$$

$$= 240 \text{ MPa} + 0,7 \cdot 380 \text{ MPa} \cdot \frac{18,85 \text{ cm}^2}{46,10 \text{ cm}^2} + 0,6 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot \frac{985,05 \text{ cm}^2}{46,10 \text{ cm}^2} = 605 \text{ MPa}$$

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} = 4700 \sqrt{20 \text{ MPa}} = 21019 \text{ MPa}$$

$$E_m = E + C_3 \cdot E_c \cdot \frac{A_c}{A_s} = 210000 \text{ MPa} + 0,2 \cdot 21019 \text{ MPa} \cdot \frac{985,05 \text{ cm}^2}{46,10 \text{ cm}^2} = 299825 \text{ MPa}$$

El radio de giro del perfil corresponde a $r_x = 2,20 \text{ cm}$, pero no menor a $0,3 \cdot 30 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$.

$$\lambda_c = \frac{k.l}{r_m \cdot \pi} \sqrt{\frac{f_{my}}{E_m}} = \frac{400 \text{ cm}}{9 \text{ cm} \cdot \pi} \sqrt{\frac{605 \text{ MPa}}{299825 \text{ MPa}}} = 0,635 < 1,5$$

$$F_{cr} = \left(0,658^{\lambda_c^2}\right) f_{my} = \left(0,658^{0,635^2}\right) 605 \text{ MPa} = 511 \text{ MPa}$$

La resistencia de diseño resulta igual a:

$$\phi \cdot P_n = 0,85 \cdot A_s \cdot F_{cr} = 0,85 \cdot 46,10 \text{ cm}^2 \cdot 511 \text{ MPa} = 2002 \text{ KN}$$

Verificación del área de apoyo del hormigón

Sección IPN 240

$$f_y = 240 \text{ MPa}$$

$$A_s = 46,10 \text{ cm}^2$$

$$E = 210000 \text{ MPa}$$

$$r_y = 2,20 \text{ cm}$$

$$\lambda_c = \frac{k \cdot l}{r \cdot \pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{400 \text{ cm}}{2,20 \text{ cm} \cdot \pi} \sqrt{\frac{240 \text{ MPa}}{210000 \text{ MPa}}} = 1,96 > 1,5$$

$$F_{cr} = \left[\frac{0,877}{\lambda_c^2} \right] f_y = \left[\frac{0,877}{1,96^2} \right] 240 \text{ MPa} = 54,79 \text{ MPa}$$

$$\phi \cdot P_{ns} = 0,85 \cdot A_s \cdot F_{cr} = 0,85 \cdot 46,10 \text{ cm}^2 \cdot 54,79 \text{ MPa} = 215 \text{ KN}$$

La carga de diseño de compresión resistida por el hormigón, ϕP_{nc} , debe ser desarrollada por el apoyo directo en la conexión.

$$\phi P_{nc} = \phi P_n - \phi P_{ns} = 2002 \text{ KN} - 215 \text{ KN} = 1787 \text{ KN} \leq 1,7 \cdot \phi \cdot f'_c \cdot A$$

$$1,7 \cdot \phi \cdot f'_c \cdot A = 1,7 \cdot 0,6 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 35 \text{ cm} = 2142 \text{ KN} \quad (\text{verifica})$$

Comentarios finales

Es necesario tener en cuenta que la columna de sección compuesta se encuentran afectadas a acortamientos que deben ser controlados para no perturbar los tabiques y columnas de acero cercanas. Estos acortamientos resultan difíciles de predecir debido a las distintas etapas constructivas que se llevan a cabo en los edificios. También existe una falta de conocimiento respecto de la adherencia entre los perfiles de acero y el hormigón, lo cual resulta crítico en los nudos de vigas y columnas. Debe realizarse un diseño detallado y criterioso de ambos extremos de la columna compuesta para asegurar que la carga se introduce en la sección compuesta en forma adecuada.

El estudio y análisis de la secuencia y etapas constructivas, y asimismo, asegurar la estabilidad en todo momento de la estructura cobra mayor importancia que para una obra de hormigón in situ. Existirán etapas en las que parte de la estructura estará conformada exclusivamente por perfiles de acero y sus vigas de conexión, quienes deberán absorber las solicitaciones derivadas del peso propio, sobrecarga y viento. Esto puede requerir de elementos provisionarios de rigidización que se irán retirando conforme se hormigonan las columnas y entrepisos (losas).

Respecto de la resistencia al fuego, el aspecto resulta crítico para columnas compuestas tipo tubo relleno de hormigón². La sección de acero del tubo (sin protección especial) estará expuesta en forma directa a la acción del fuego y se manifestará en ella una rápida y significativa pérdida de resistencia. Por el contrario, el núcleo de hormigón por su masa y baja conductividad térmica, mantendrá durante un tiempo más prolongado gran parte de su capacidad portante. Se considera que en los perfiles tubulares de acero sin protección, se produce el colapso al alcanzar temperaturas del orden de los 450°C a 550°C, con una resistencia al fuego de 15 a 30 minutos, pero la falla depende del valor real de carga actuante (intensidad de carga). Para cargas de servicio menores que el 50% de la nominal, el tiempo para que se produzca la falla puede aumentar en un 20%. De utilizar armadura de barras dentro del núcleo, la misma se dispondrá en general con un recubrimiento del orden de 30 a 50 mm. Por este motivo sufrirá una pérdida de resistencia más lenta por el fuego. Por tanto, en el caso de un incendio, la parte principal de la carga que originalmente tomaba el tubo se redistribuirá al núcleo de hormigón y su armadura longitudinal. Es conveniente entonces que la parte de carga proporcional que absorbe el tubo sea minimizada, es decir, utilizar un tubo de reducido espesor (compatible con los valores mínimos indicados anteriormente) y trabajar con cuantías elevadas de armadura longitudinal y

² Consultar referencia 102)

hormigones de resistencias elevadas. Deben realizarse en las paredes del tubo pequeños orificios de drenaje (de 10 a 15 mm de diámetro) en cada nivel, con una distancia no mayor a 5 m. Resulta más conveniente realizarlos en el pie y cabeza de las columnas de cada nivel. La razón de los mismos es evitar que la columna estalle por la presión del vapor atrapado en el hormigón que lo contiene al originarse el fuego. Finalmente, cabe recordar que con el aumento de la temperatura no sólo disminuye la resistencia sino también el módulo de elasticidad, por lo que tenemos entonces que con el transcurso del tiempo, disminuye la resistencia de la columna en tanto que ésta se vuelve más deformable. Por ello deberá evaluarse el efecto de la esbeltez y la estabilidad de la misma.

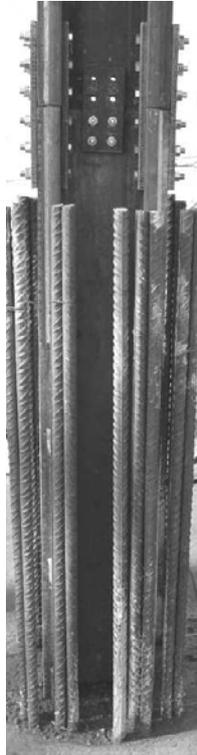


Figura 375: Empalme de perfiles de acero y barras de armadura para una columna de sección compuesta



Figura 376: Montaje del núcleo de acero de columnas compuestas

Capítulo 28

Flexión compuesta recta

Generalidades

En la práctica es poco frecuente que existan elementos solicitados a compresión pura. Los momentos flectores se originan por continuidad, ya que las columnas son parte integrante de estructuras de pórticos y se transmiten por tanto por cargas horizontales o asimetrías de cargas gravitatorias, momentos a las mismas. Aún cuando el esquema estructural idealizado para el cálculo plantee solicitaciones axiales puras, debido a las inevitables imperfecciones constructivas, se originarán excentricidades tal como hemos visto en compresión simple (denominadas accidentales) y momentos derivadas de ellas.

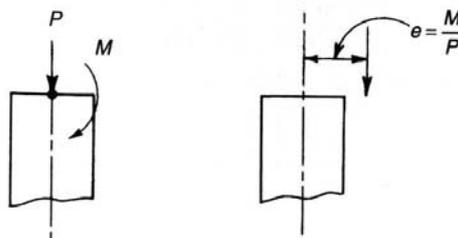


Figura 377: Acción de una carga normal y de un momento flector sobre una columna

Para grandes excentricidades, la falla se inicia por la fluencia del acero traccionado ($f_s = f_y$), cuando el hormigón alcanza su deformación última (ϵ_c) a compresión es posible que el acero comprimido esté en fluencia o no, esto se determina en base a la compatibilidad de deformaciones. Para excentricidades pequeñas, el hormigón llegará a su deformación límite ($\epsilon_c = 3\text{‰}$) la armadura de la cara más alejada puede estar en compresión y no en tensión, la falla estará controlada por compresión. El análisis tensional debe basarse en la compatibilidad de las deformaciones entre el acero y el hormigón adyacente.

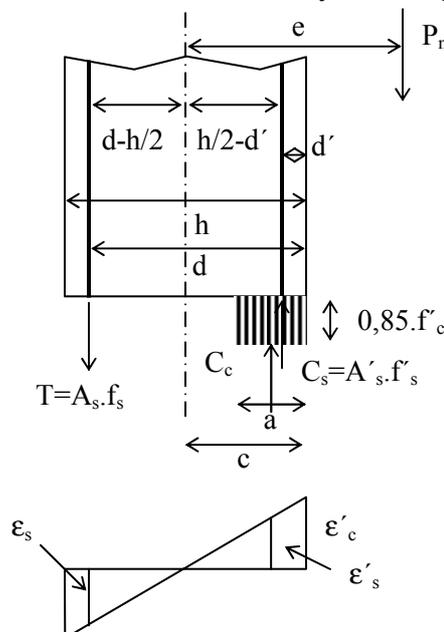


Figura 378: Columna sometida a flexión compuesta recta

Hipótesis de cálculo

- 1) Las deformaciones específicas de la armadura y en el hormigón se suponen directamente proporcionales a la distancia al eje neutro.

2) La máxima deformación en la fibra extrema de hormigón se asume $\epsilon_u = 3\%$.

3) La tensión en la armadura se tomará como:

$$\begin{aligned} f_s &= E_s \cdot \epsilon_s && \text{para } \epsilon_s < \epsilon_y \\ f_s &= f_y && \text{para } \epsilon_s \geq \epsilon_y \end{aligned}$$

4) Se desprecia la resistencia a la tracción del hormigón

5) La relación entre la tensión y las deformaciones en el hormigón se podrá suponer, rectangular, trapezoidal o parabólica. Los requisitos anteriores se pueden considerar satisfechos con una distribución rectangular del diagrama de tensiones equivalente definida tal como se desarrolló en flexión simple.

6) Para el acero se adopta el diagrama bilineal ideal.

a) Ecuaciones de equilibrio estático:

$$\Sigma F = 0$$

$$\begin{aligned} P_n &= C_c + C_s - T \\ P_n &= 0,85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b + A'_s \cdot f'_s - A_s \cdot f_s \end{aligned}$$

$\Sigma M = 0$ (tomando momentos respecto de $h/2$)

$$M_n = P_n \cdot e = C \cdot (h/2 - a/2) + C_s (h/2 - d') + T (d - h/2)$$

b) Compatibilidad de las deformaciones:

Para una excentricidad de la carga dada, que surge del análisis estructural, se pueden resolver las ecuaciones para la carga P_n y el momento M_n , que conducen a la falla:

$$\begin{aligned} \epsilon_s &= \epsilon_c \frac{(d-c)}{c} \\ \epsilon'_s &= \epsilon_c \frac{(c-d')}{c} \\ \left\{ \begin{aligned} f_s &= \epsilon_c \cdot E_s \cdot \frac{(d-c)}{c} \leq f_y \\ f'_s &= \epsilon_c \cdot E_s \cdot \frac{(c-d')}{c} \leq f_y \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Dada una determinada sección de columna, con una armadura definida en cuanto a su sección y ubicación, resulta posible definir para cada par de valores (P_n , M_n) un punto que conduzca a la falla de la pieza.

De tal forma, se puede graficar una curva denominada “diagrama de interacción”, en términos de P_n y M_n , o bien, en términos de parámetros adimensionales:

$$\begin{aligned} n &= \frac{P_n}{A_g \cdot f'_c} \\ m &= \frac{M_n}{A_g \cdot h \cdot f'_c} = \frac{P_n \cdot e}{A_g \cdot h \cdot f'_c} \end{aligned}$$

El eje de ordenadas del diagrama corresponde a solicitaciones de compresión simple, y el eje de abscisas se corresponde con flexión pura. Cualquier línea radial pasante por el origen que intersecte al diagrama, representa una excentricidad particular de carga ($e = \text{constante}$).

Para excentricidades pequeñas, la falla de la pieza estará controlada por compresión, con $\epsilon_t \leq 0,002$, en tanto que para grandes excentricidades, la falla estará controlada por tracción, con $\epsilon_t \geq 0,005$.

El diagrama de interacción en términos de esfuerzos nominales (P_n , M_n), representa la capacidad “real” de carga de una sección en forma tan precisa como resulta posible predecirla.

Es decir, para un elemento sometido a compresión y flexión de reducida esbeltez, el diseño se basa principalmente en la resistencia de la sección.

Falla balanceada

P_{nb} y M_{nb} son el par de valores que definen el límite del intervalo de falla a compresión del intervalo de falla a tracción. Como podemos ver en el diagrama de interacción, en la zona de falla a compresión, a mayor carga axial, menor será el momento que conducirá a la falla. En la zona de falla a tracción ocurre lo contrario, a mayor carga axial, mayor será el valor del momento que conduce a la falla.

En la zona de falla a tracción, una sobreestimación del valor actuante de P_n , produce una evaluación errónea e insegura del valor de M_n que conduce a la falla. Se debe analizar la mínima carga axial que pueda estar presente con el momento asociado, a modo de ejemplo, en una estructura aporticada esbelta, peso propio más viento.

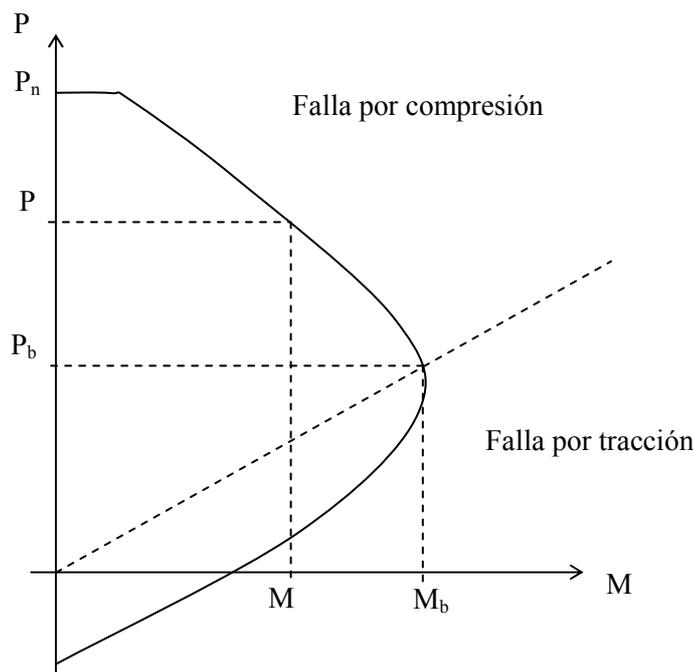


Figura 379: Diagrama de interacción de una sección rectangular

Variación del factor de reducción ϕ

Para valores de $2‰ < \epsilon_s < 5‰$, el valor del coeficiente de reducción se calcula:

$$\phi = 0,65 + (\epsilon_s - 0,002) 250/3$$

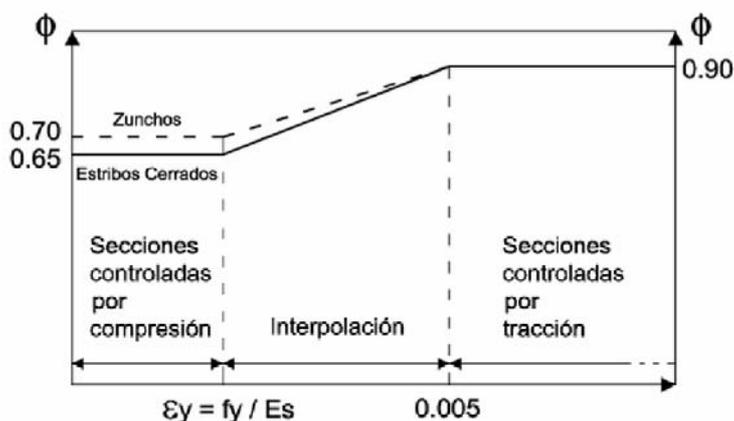


Figura 380: Variación del coeficiente ϕ para distintas deformaciones específicas del acero

Existen varios motivos que justifican el menor valor de ϕ para columnas, respecto del valor adoptado para vigas.

- Una de ellas es que la resistencia de elementos sometidos a flexión subarmados (rotura dúctil), no se ve mayormente afectada por la variación de resistencia del hormigón, dado que, dependen esencialmente de la resistencia a fluencia del acero. Por el contrario, los elementos solicitados principalmente por cargas axiales de compresión están afectados de manera importante por las variaciones propias del hormigón.
- El hormigonado de una viga, en general, es más simple que el de una columna, en donde el material vaciado desde la zona superior, al penetrar tiene una mayor tendencia a la segregación, y asimismo se dificulta la adecuada compactación.
- Adicionalmente, el grado de compromiso estructural es mayor en las columnas que en las vigas. El colapso de una columna de los primeros niveles de un edificio, puede conducir a la falla o colapso de toda la estructura.

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 75) Construcción del diagrama de interacción para una columna de sección cuadrada

Podemos para una columna, conocida su sección de hormigón, armado y calidad de los materiales de construcción de la misma, elaborar su diagrama de interacción para definir las posibles combinaciones de M_n y P_n que conducen a la falla de la pieza.

Materiales

Hormigón: $f'_c = 20$ MPa

Acero: $f_y = 420$ MPa

$A_{st} = 4\phi 20 \text{ mm} = 12,56 \text{ cm}^2$

Estribos = $\phi 8c/25 \text{ cm}$

$h = 30 \text{ cm}$

$d' = 3,50 \text{ cm}$

$d = 26,50 \text{ cm}$

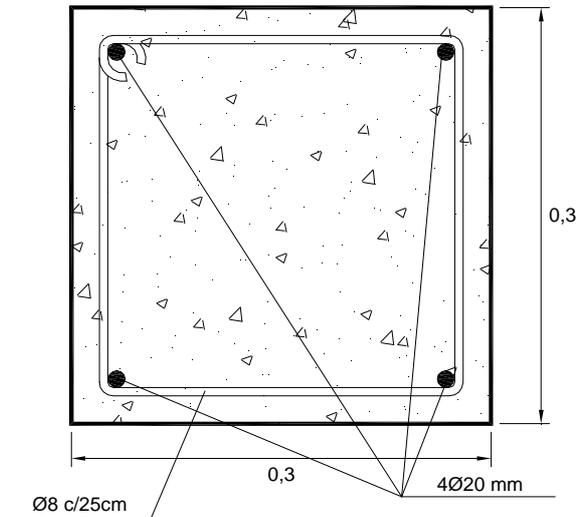
a) Caso de compresión pura $\epsilon'_c = 3\text{‰}$ ($e = 0$)

$$P_0 = 0,85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}$$

$$P_0 = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} (900 \text{ cm}^2 - 12,56 \text{ cm}^2) + 420 \text{ MPa} \cdot 12,56 \text{ cm}^2 = 2036,17 \text{ KN}$$

$$P_n = 1628,9 \text{ KN (valor nominal)}$$

$$\phi P_n = 0,65 P_n = 1059 \text{ KN}$$



b) Zona de flexocompresión con compresión dominante

$\epsilon'_u = 3\text{‰}$

$\epsilon_s = 0\text{‰}$

$d = c = 26,50 \text{ cm}$

$$a = \beta_1 \cdot c = 0,85 \cdot 26,50 \text{ cm} = 22,52 \text{ cm}$$

$$C_c = 0,85 f'_c b a = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 22,52 \text{ cm} = 1148,5 \text{ KN}$$

$$\epsilon_y = f_y / E_s = 420 \text{ MPa} / 210000 \text{ MPa} = 0,002$$

$$\epsilon'_s = \epsilon'_u \cdot (c - d') / c = 0,003 \cdot (22,52 \text{ cm} - 3,50 \text{ cm}) / 22,52 \text{ cm} = 0,00253$$

$$f'_s > f_y$$

$$C'_s = A'_s \cdot f_y = 6,28 \text{ cm}^2 \cdot 420 \text{ MPa} = 263,76 \text{ KN}$$

A partir de la condición de equilibrio, podemos determinar el valor de P_n y M_n :

$$P_n = C_c + C'_s = 1412,28 \text{ KN}$$

$$M_n = P_n \cdot e = C_c \cdot (h/2 - a/2) + C'_s \cdot (h/2 - d') = 73,29 \text{ KNm}$$

$$e = M_n / P_n = 0,0518 \text{ m}$$

Por lo tanto, para la condición $\epsilon_s = 0\text{‰}$:

$$\phi \cdot P_n = 0,65 \cdot P_n = 917,98 \text{ KN}$$

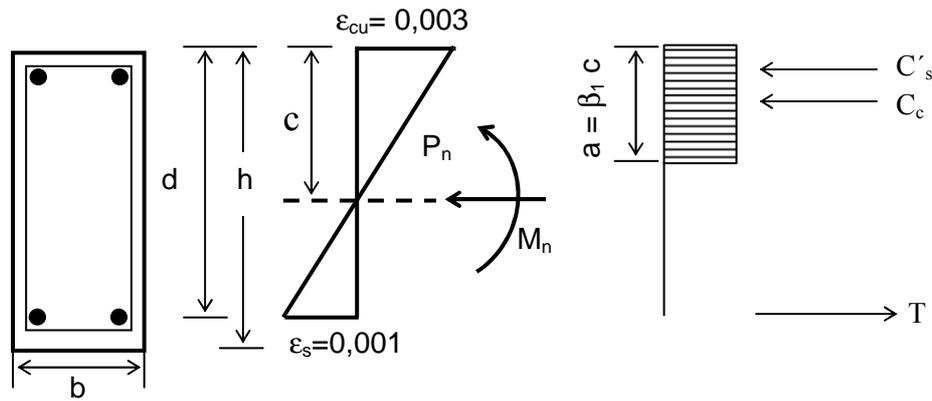
$$\phi \cdot M_n = 0,65 \cdot M_n = 47,64 \text{ KNm}$$

c) Zona de flexocompresión (falla por compresión)

$\epsilon'_u = 3\text{‰}$

$\epsilon_s = 1\text{‰} < \epsilon_y$

$$c/0,003 = (d_t - c) / 0,001$$



$$c = 0,003 \cdot d_t / (0,001 + 0,003) = 19,87 \text{ cm}$$

Deformación específica de la armadura comprimida

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_u (c - d') / c = 0,003 (19,87 \text{ cm} - 3,50 \text{ cm}) / 19,87 \text{ cm} = 0,00247 (\approx f_y)$$

$$C'_s = A_s \cdot f_y = 420 \text{ MPa} \cdot 6,28 \text{ cm}^2 = 263,76 \text{ KN}$$

$$a = \beta_1 \cdot c = 0,85 \cdot 19,87 \text{ cm} = 16,89 \text{ cm}$$

$$C_c = 0,85 f'_c b a = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 16,89 \text{ cm} = 861,39 \text{ KN}$$

$$f_s = 0,001 \cdot 210000 \text{ MPa} = 210 \text{ MPa}$$

$$T = A_s \cdot f_s = 131,88 \text{ KN}$$

A partir de la condición de equilibrio, podemos determinar el valor de P_n y M_n :

$$P_n = C_c + C'_s - T = 99327 \text{ kg} = 993,27 \text{ KN}$$

$$M_n = P_n \cdot e = C_c \cdot (h/2 - a/2) + C'_s \cdot (h/2 - d') + T \cdot (d - h/2) = 101,96 \text{ KNm}$$

$$e = M_n / P_n = 0,103 \text{ m}$$

Por lo tanto, para la condición $\varepsilon_s = 1\%$:

$$\phi \cdot P_n = 0,65 \cdot P_n = 645,62 \text{ KN}$$

$$\phi \cdot M_n = 0,65 \cdot M_n = 66,27 \text{ KNm}$$

d) Zona de flexocompresión con flexión dominante (falla por tracción)

$$\varepsilon'_u = 3\%$$

$\varepsilon_s = 5\%$ (condición de gran excentricidad)

$$c/0,003 = (d_t - c) / 0,005$$

$$c = 0,003 \cdot d_t / (0,005 + 0,003) = 9,937 \text{ cm}$$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_u (c - d') / c = 0,003 (9,937 \text{ cm} - 3,50 \text{ cm}) / 9,937 \text{ cm} = 0,00194$$

$$f'_s = 210000 \text{ MPa} \cdot 0,00194 = 407,4 \text{ MPa}$$

$$C'_s = A_s \cdot f'_s = 407,4 \text{ MPa} \cdot 6,28 \text{ cm}^2 = 255,85 \text{ KN}$$

$$a = \beta_1 \cdot c = 0,85 \cdot 9,937 \text{ cm} = 8,446 \text{ cm}$$

$$C_c = 0,85 f'_c b a = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 8,446 \text{ cm} = 430,74 \text{ KN}$$

$$f_s = f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$T = A_s \cdot f_y = 263,76 \text{ KN}$$

A partir de la condición de equilibrio, podemos determinar el valor de P_n y M_n :

$$P_n = C_c + C'_s - T = 422,83 \text{ KN}$$

$$M_n = P_n \cdot e = C_c \cdot (h/2 - a/2) + C'_s \cdot (h/2 - d') + T \cdot (d - h/2) = 106,17 \text{ KNm}$$

$$e = M_n / P_n = 0,251 \text{ m}$$

Por lo tanto, para la condición $\epsilon_s = 5\%$:

$$\phi \cdot P_n = 0,90 \cdot P_n = 380,55 \text{ KN}$$

$$\phi \cdot M_n = 0,90 \cdot M_n = 95,55 \text{ KNm}$$

e) Zona de flexocompresión

$$\epsilon'_u = 3\%$$

$$\epsilon_s = 2,5\%$$

$$\phi = 0,48 + 83 \epsilon_s = 0,696$$

$$c/0,003 = (d_t - c) / 0,0025$$

$$c = 0,003 \cdot d_t / (0,0025 + 0,003) = 14,19 \text{ cm}$$

$$\epsilon'_s = \epsilon_u (c - d') / c = 0,003 (14,19 \text{ cm} - 3,50 \text{ cm}) / 14,19 \text{ cm} = 0,00226 (f_s > f_y)$$

$$C'_s = A_s \cdot f'_s = 420 \text{ MPa} \cdot 6,28 \text{ cm}^2 = 263,76 \text{ KN}$$

$$a = \beta_1 \cdot c = 0,85 \cdot 14,19 \text{ cm} = 12,06 \text{ cm}$$

$$C_c = 0,85 f'_c b a = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 12,06 \text{ cm} = 615 \text{ KN}$$

$$f_s = f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$T = A_s \cdot f_y = 263,76 \text{ KN}$$

$$P_n = C_c + C'_s - T = 615,06 \text{ KN}$$

$$M_n = P_n \cdot e = C_c \cdot (h/2 - a/2) + C'_s \cdot (h/2 - d') + T \cdot (d - h/2) = 115,83 \text{ KNm}$$

$$e = M_n / P_n = 0,188 \text{ m}$$

Por lo tanto, para la condición $\epsilon_s = 2,5\%$:

$$\phi = 0,65 + (\epsilon_s - 0,002) 250/3 = 0,69$$

$$\phi \cdot P_n = 0,69 \cdot P_n = 424,39 \text{ KN}$$

$$\phi \cdot M_n = 0,69 \cdot M_n = 79,92 \text{ KNm}$$

f) Tracción pura

$$P_n = A_s \cdot f_y = 12,56 \text{ cm}^2 \cdot 420 \text{ MPa} = -527,52 \text{ KN}$$

g) Gran excentricidad (falla por tracción)

$$\epsilon_u = 3\%$$

$$\epsilon_s = 6,5\%$$

$$T = A_s \cdot f_y = 263,76 \text{ KN}$$

$$c = 0,003 \cdot d_t / (0,0065 + 0,003) = 8,37 \text{ cm}$$

$$a = \beta_1 \cdot c = 0,85 \cdot 8,37 \text{ cm} = 7,11 \text{ cm}$$

$$\epsilon'_s = \epsilon_u (c - d') / c = 0,003 (8,37 \text{ cm} - 3,50 \text{ cm}) / 8,37 \text{ cm} = 0,00175$$

$$f'_s = \epsilon'_s \cdot E_s = 349,1 \text{ MPa}$$

$$C_c = 0,85 f'_c b a = 362,6 \text{ KN}$$

$$C'_s = f'_s \cdot A'_s = 219,23 \text{ KN}$$

$$P_n = C_c + C'_s - T = 318,07 \text{ KN}$$

$$M_n = P_n \cdot e = 97,04 \text{ KNm}$$

$$e = M_n / P_n = 0,305 \text{ m}$$

$$\phi = 0,90$$

$$\phi \cdot P_n = 0,9 \cdot P_n = 286,26 \text{ KN}$$

$$\phi \cdot M_n = 0,9 \cdot M_n = 87,34 \text{ KNm}$$

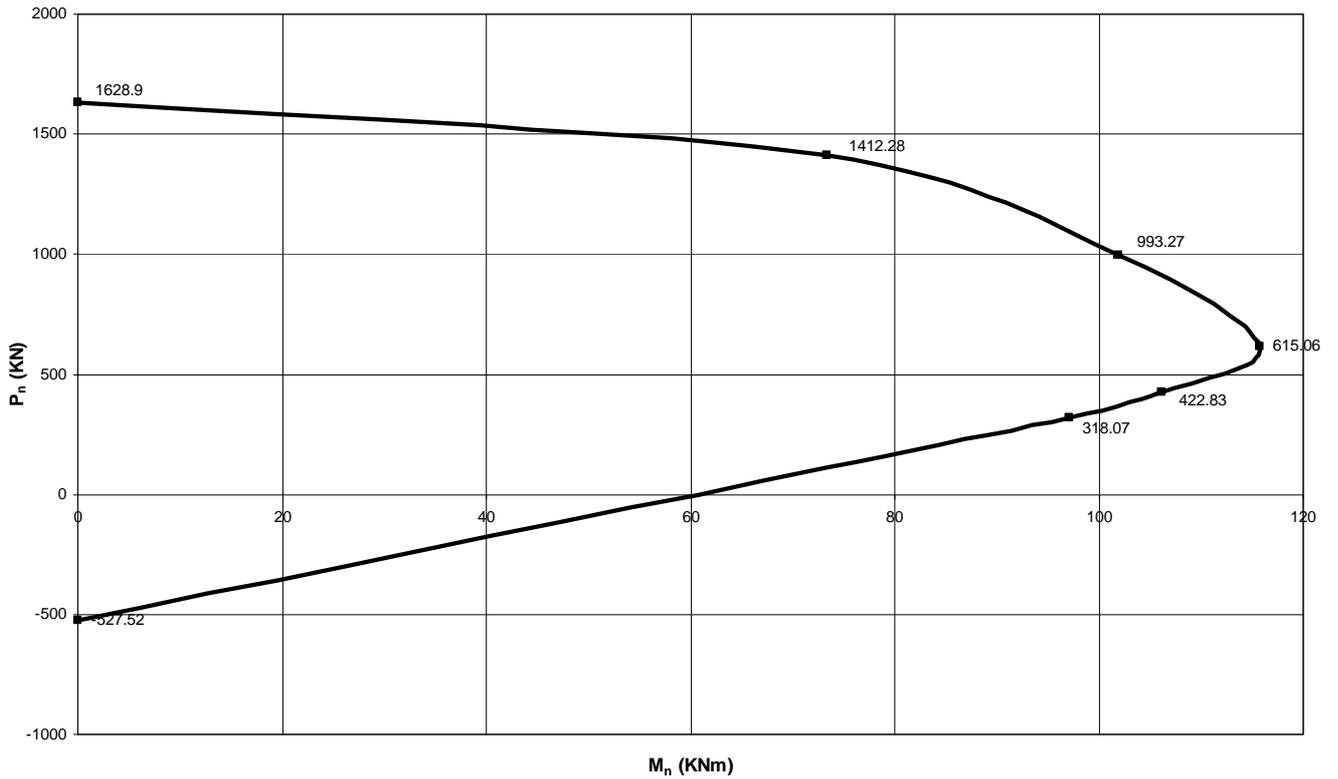


Figura 381: Diagrama de interacción del Ejemplo 75



Figura 382: Primer plano de las armaduras longitudinales y transversales de una columna de planta baja de un edificio de 10 niveles con 8φ25 mm

Ejemplo 76) Diseño de la columna de un edificio de oficinas (con esbeltez reducida), mediante los diagramas de interacción

Hormigón: $f'_c = 20 \text{ MPa}$

Acero: $= 420 \text{ MPa}$

Sección tentativa

$b = h = 40 \text{ cm}$

$\gamma = 0,80$

Estado I

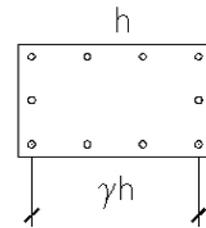
$P_u = 240000 \text{ kg} = 2400 \text{ KN}$

$M_u = 4000 \text{ kgm} = 40 \text{ KNm}$

Estado II

$P_u = 80000 \text{ kg} = 800 \text{ KN}$

$M_u = 25000 \text{ kgm} = 250 \text{ KNm}$



$$P_n = P_u / \phi$$

$$M_n = M_u / \phi$$

Del diagrama de interacción 7.1.3:

Estado I

$$n = P_n / (f'_c \cdot A_g) = 1,154$$

$$m = P_n \cdot e / (f'_c \cdot A_g \cdot h) = 0,048$$

$$\rho_g = 0,016$$

Estado II

$$n = P_n / (f'_c \cdot A_g) = 0,385$$

$$m = P_n \cdot e / (f'_c \cdot A_g \cdot h) = 0,30$$

$$\rho_g = 0,038 \text{ (elevada)}$$

$A_s = \rho_g \cdot b \cdot h = 60,80 \text{ cm}^2$. Se adoptan 12 ϕ 25 mm.

COLUMNA 7.1.3.

Diagrama de Interacción - Esfuerzo nominal Carga-Momento .

Referencia: CIRSOC 201, Capítulos 9 y 10.

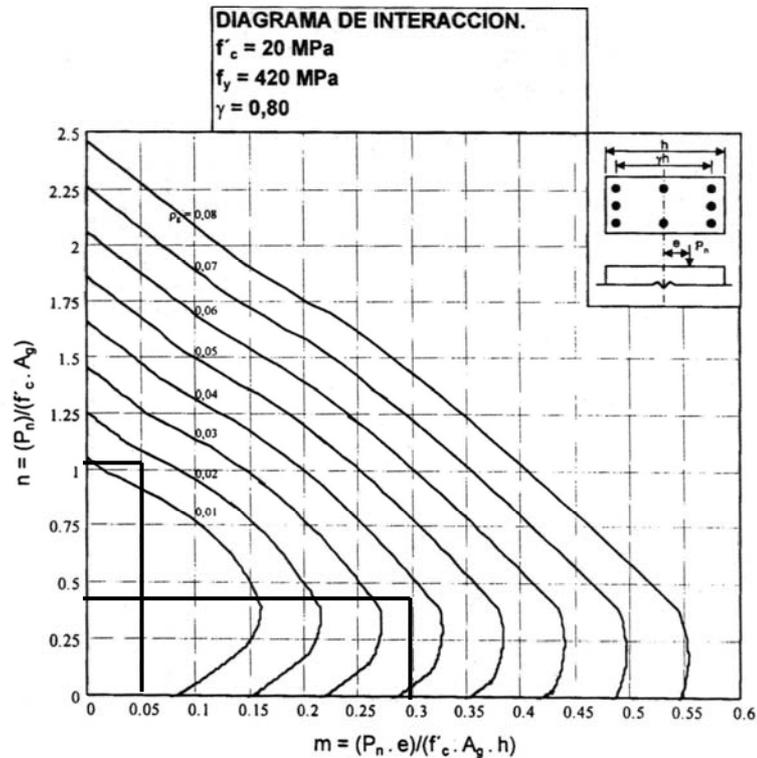


Figura 383: Diagrama de interacción 7.1.3 (adaptado de referencia 112)

Diámetro mínimo de estribos:

para $16 \text{ mm} < d_b \leq 25 \text{ mm}$, $\phi_e \geq 8 \text{ mm}$

$s \leq 12 d_b = 30 \text{ cm}$

$s \leq 48 \phi_e = 38,40 \text{ cm}$

$s \leq b = 40 \text{ cm}$

Se adoptan estribos $\phi 8 \text{ c}/30 \text{ cm}$.

Recubrimiento de estribos $\cong 3 \text{ cm}$.

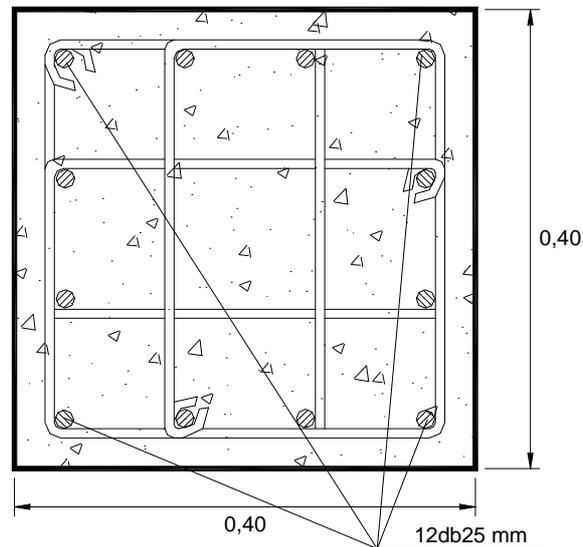


Figura 384: Distribución de las barras longitudinales en columna a flexión compuesta

Nota: los estribos deberían ser verificados al corte que acompaña a la flexión, según las expresiones desarrolladas en el Capítulo 16 para elementos con cargas normales. Asimismo, el coeficiente de reducción ϕ utilizado corresponde a 0,65, siendo la situación más desfavorable, pudiendo corroborarse la deformación de la barra más traccionada en caso de querer utilizarse un valor más preciso.



Figura 385: Encofrado y armaduras de empalme en columnas rectangulares de planta baja

Capítulo 29

Flexión compuesta oblicua

Introducción

Una columna está sometida a flexión biaxial cuando, adicionalmente al esfuerzo axial presente, esté solicitada a flexión simultánea respecto de ambos ejes principales. En general, esto ocurre en columnas de esquina, o columnas que forman parte de estructuras aporricadas que no presenten simetría en su configuración en planta. El diagrama de interacción uniaxial representa las infinitas posibilidades de combinaciones de carga axial y momento en un plano principal de la sección que conduce a la pieza a un estado límite. La resistencia de una columna bajo un estado de flexión compuesta oblicua, se puede representar como una superficie formada por las distintas curvas de interacción planas que se trazan en forma radial a partir del eje de cargas axiales (P_n). Para un estado de cargas dado, es posible plantear distintas posiciones del eje neutro, que formarán un ángulo variable θ con uno de los ejes principales de la pieza, y planteando las ecuaciones de equilibrio, determinar un punto de la superficie de interacción. Se destaca que el eje neutro, en general, no será perpendicular al plano de cargas, el proceso de iteraciones es lento y laborioso.¹

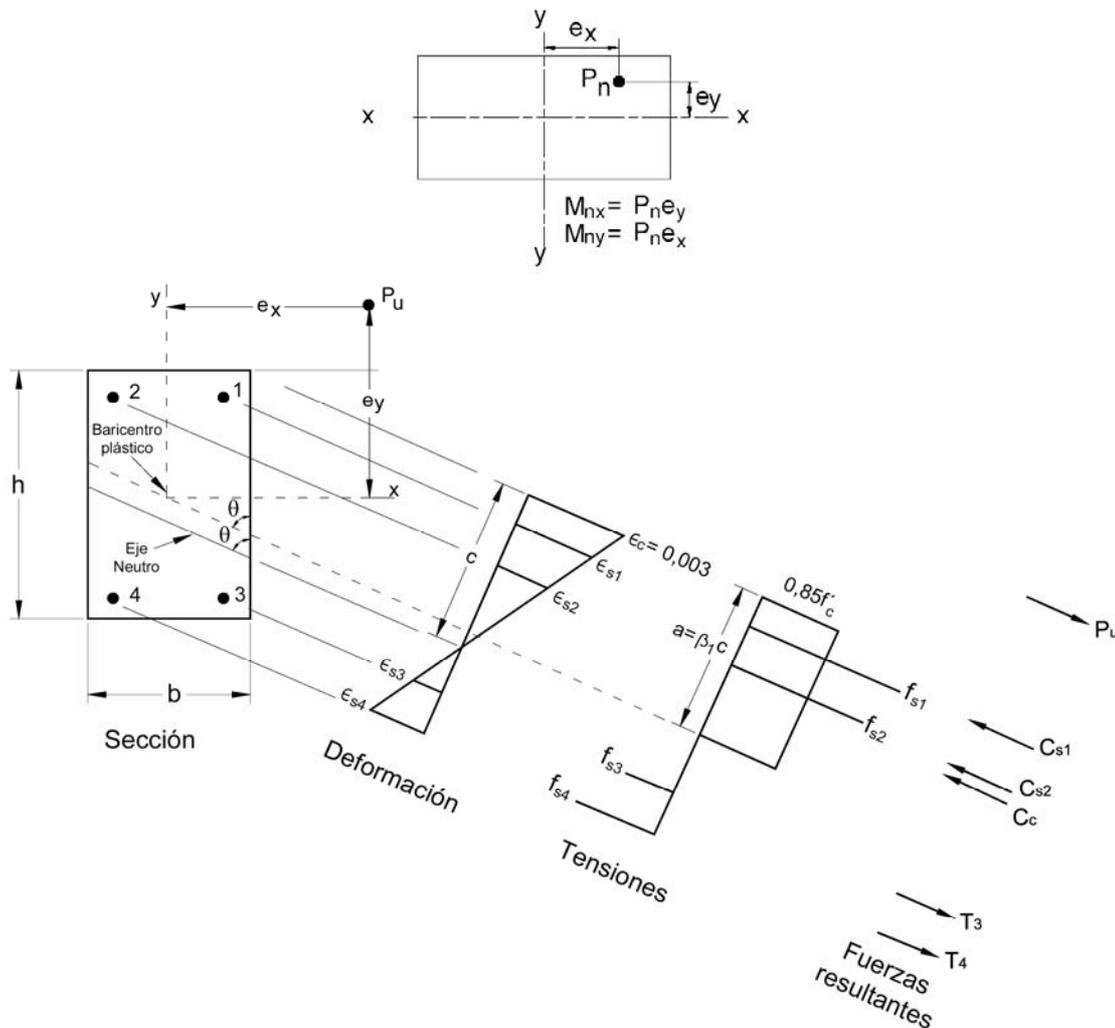


Figura 386: Columnas sometida a flexión compuesta oblicua (adaptado referencia N° 97)

De acuerdo a la Figura 386, es posible plantear las ecuaciones de equilibrio correspondientes al problema de flexión compuesta oblicua.

¹ En la referencia 89) se presentan ábacos de roseta para la resolución de la flexión compuesta oblicua según el ACI 318/05.

$$\Sigma F = 0$$

$$P_n = 0,85 \cdot f'_c \cdot A_{cn} + \sum_{i=1}^n C_{si} - \sum_{i=1}^m T_i = 0,85 \cdot f'_c \cdot \left(A_c - \sum_{i=1}^n A'_{si} \right) + \sum_{i=1}^n f_{si} \cdot A'_{si} - \sum_{i=1}^m f_{si} \cdot A_{si}$$

donde:

A_{cn} = área neta del bloque de compresión

$$A_c = \text{área del bloque de compresión} = \int_0^a b_{(y)} \cdot dy$$

A'_{si} = sección de armaduras comprimidas.

n = cantidad de barras de armadura comprimida.

A_{si} = sección de armaduras traccionadas.

m = cantidad de barras de armadura traccionada.

A_c = área del bloque de compresión.

$f_{si} = \epsilon_{si} \cdot E_s$ si se verifica que $f_{si} < f_y$, de lo contrario debe adoptarse f_y .

$$\Sigma M_x = 0 \text{ (respecto del baricentro de la sección)}$$

$$M_{nx} = 0,85 \cdot f'_c \cdot \left(A_c \cdot d_{yc} - \sum_{i=1}^n A'_{si} \cdot d'_{yi} \right) + \sum_{i=1}^n f_{si} \cdot A'_{si} \cdot d'_{yi} + \sum_{i=1}^m f_{si} \cdot A_{si} \cdot d_{yi}$$

$$\Sigma M_y = 0 \text{ (respecto del baricentro de la sección)}$$

$$M_{ny} = 0,85 \cdot f'_c \cdot \left(A_c \cdot d_{xc} - \sum_{i=1}^n A'_{si} \cdot d'_{xi} \right) + \sum_{i=1}^n f_{si} \cdot A'_{si} \cdot d'_{xi} + \sum_{i=1}^m f_{si} \cdot A_{si} \cdot d_{xi}$$

con:

d_{xc} y d_{yc} = componentes en x e y de la distancia de la fuerza del bloque de compresión al baricentro de la sección.

d_{xi} y d_{yi} = componentes en x e y de la distancia del baricentro de cada barra de armadura traccionada al baricentro de la sección.

d'_{xi} y d'_{yi} = componentes en x e y de la distancia del baricentro de cada barra de armadura comprimida al baricentro de la sección.

Los signos de las componentes de momento de las barras de armadura serán función de la distancia de las mismas al baricentro de la sección, pudiendo variar según estén comprimidas o traccionadas, lo cual está dado por las sucesivas posiciones del eje neutro.

Estas ecuaciones permiten calcular la solución más precisa al problema de flexión compuesta oblicua. La dificultad de su aplicación radica en la solución de un sistema de ecuaciones no lineales, para el cual es necesario emplear métodos numéricos (generalmente Newton-Raphson) que exceden el alcance del presente texto. En caso de realizarse, podría obtenerse una superficie de interacción para una columna dada.

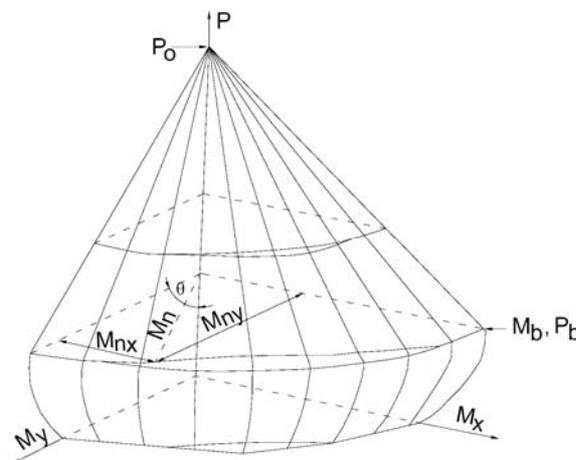


Figura 387: Flexión biaxial (referencia 97)

A fin de resolver en forma práctica el problema, existen dos métodos aproximados simples:

- Método de las cargas recíprocas
- Método del contorno de cargas

Tal como se mencionó, la resistencia nominal de una sección solicitada a flexión compuesta oblicua, varía según tres variables (P_n , M_{nx} , M_{ny}). Éstas se pueden expresar en función de las excentricidades (e_x , e_y) de la carga actuante:

$$e_x = \frac{M_{ny}}{P_n}$$

$$e_y = \frac{M_{nx}}{P_n}$$

Podemos estudiar a la superficie de falla según P_n , M_{nx} , M_{ny} , en base del diagrama uniaxial. Asimismo, es posible definir una superficie de falla en función de las variables, $S_1 = f_c(P_n, e_x, e_y)$ (superficie de falla 1). Otra posibilidad es plantear una superficie de falla recíproca $S_2 = f_c(1/P_n, e_x, e_y)$ (superficie de falla 2).

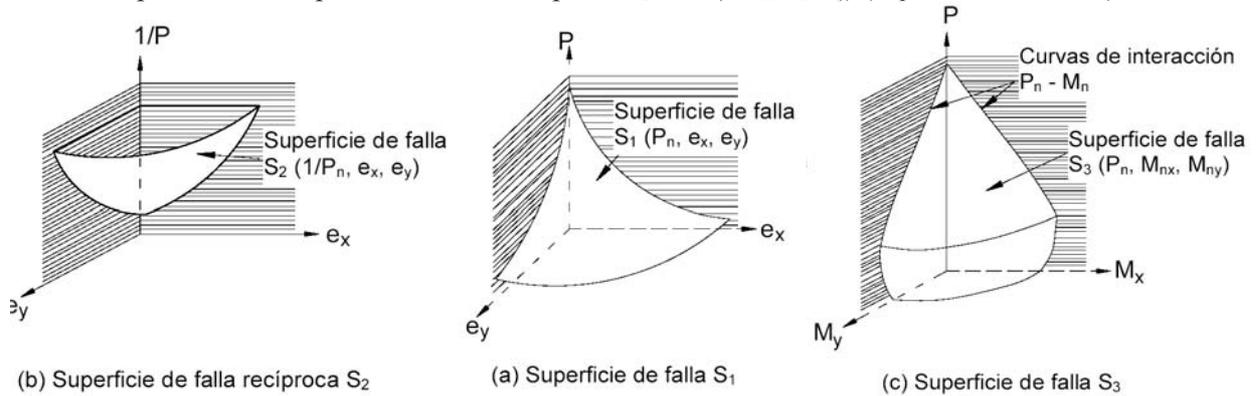


Figura 388: Superficies de falla para columnas sometidas a flexión oblicua (referencia 97)

Método de las cargas recíprocas

En este método basado en la superficie de falla S_2 , se aproxima el valor de falla real mediante un plano (S'_2) definido por tres puntos A, B y C, demostrándose que:

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_{nx0}} + \frac{1}{P_{ny0}} - \frac{1}{P_0}$$

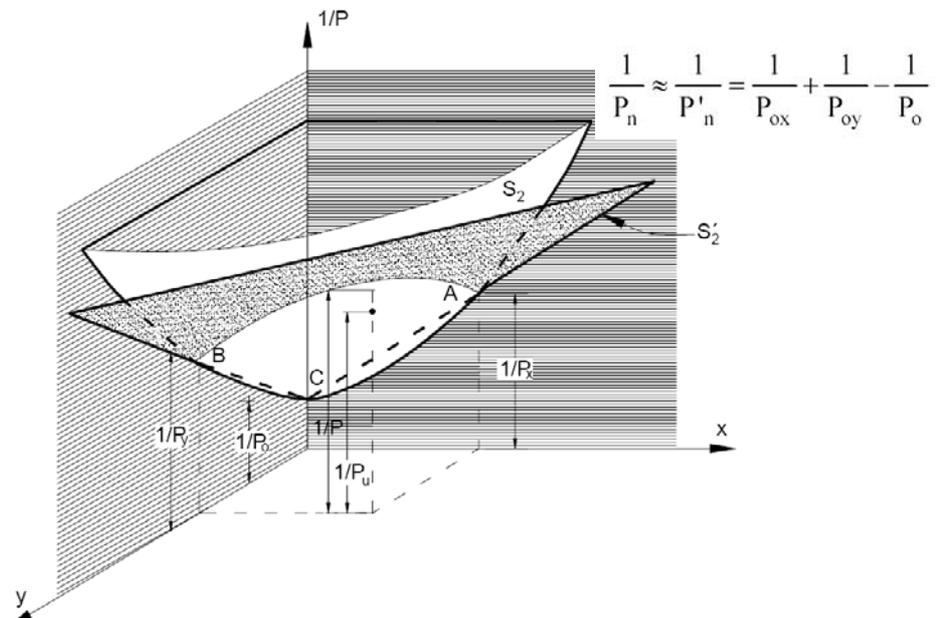


Figura 389: Superficie de falla para el Método de las cargas recíprocas de Bresler (referencia 97)

Reordenando la expresión se obtiene:

$$P_n \leq \frac{1}{\frac{1}{P_{nx0}} + \frac{1}{P_{ny0}} - \frac{1}{P_0}}$$

siendo:

P_n : la resistencia nominal para las cargas axiales con una excentricidad dada respecto de ambos ejes. (compresión pura)

P_0 : la resistencia nominal para las cargas centradas.

P_{0x} : la resistencia nominal para las cargas axiales con la excentricidad dada respecto del eje x.

$$M_{nx} = P_n \cdot e_y$$

P_{0y} : la resistencia nominal para las cargas axiales con la excentricidad dada respecto del eje y.

$$M_{ny} = P_n \cdot e_x$$

Resultados experimentales han demostrado que esta ecuación será razonablemente exacta si la flexión no predomina en el diseño. El método conduce a resultados aceptables y conservadores cuando:

$$P_n \geq 0,1 f_c A_g$$

cada punto de la superficie de falla se aproxima mediante un plano diferente (S'_{2i}).

Para este caso, en el que la flexión predomina fuertemente, la falla se inicia por fluencia del acero a tracción. En esta zona resulta conservador y bastante preciso ignorar por completo la fuerza axial y calcular la sección únicamente a flexión biaxial.

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 77) Diseño de una columna de sección rectangular sometida flexión oblicua por el método de las cargas recíprocas

$$P_u = 1000 \text{ KN}$$

$$M_{ux} = 140 \text{ KNm}$$

$$M_{uy} = 110 \text{ KNm}$$

Materiales

$$\text{Hormigón: } f'_c = 25 \text{ MPa}$$

$$\text{Acero: } f_y = 420 \text{ MPa}$$

Sección tentativa

$$b = h = 40 \text{ cm}$$

$$P_n = P_u/\phi = 1538,46 \text{ KN}$$

$$M_{nx} = M_{ux}/\phi = 215,38 \text{ KNm}$$

$$M_{ny} = M_{uy}/\phi = 169,23 \text{ KNm}$$

Debe cumplirse:

$$P_n = 1538,46 \text{ KN} > 0,10 f'_c A_g = 400 \text{ KN}$$

Se fija tentativamente la cuantía $\rho_g = 0,03$.

$$A_s = 48 \text{ cm}^2$$

En base a la ecuación:

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_{nx0}} + \frac{1}{P_{ny0}} - \frac{1}{P_0}$$

a) Se calcula:

$$P_0 = [0,85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] = 5314 \text{ KN}$$

b) Se determina P_{nx0} :

$$e_x = 0$$

$$e_y = 0,14 \text{ m}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{n}{m} = \left(\frac{P_n}{f'_c \cdot A_g} \right) \left(\frac{f'_c \cdot A_g \cdot h_y}{P_n \cdot e_y} \right) = \frac{h_y}{e_y} = \frac{0,40}{0,14} = 2,86$$

Del diagrama de interacción 7.2.3 ($\gamma = 0,80$):

$n = 0,60$

$$P_{nx0} = n \cdot f'_c \cdot A_g = 2400 \text{ KN}$$

c) Se determina P_{ny0} :

$e_y = 0$

$e_x = 0,11 \text{ m}$

$$tg \alpha = \frac{h_x}{e_x} = \frac{0,40m}{0,11m} = 3,63$$

Del diagrama de interacción 7.2.3 ($\gamma = 0,80$):

$n = 0,71$

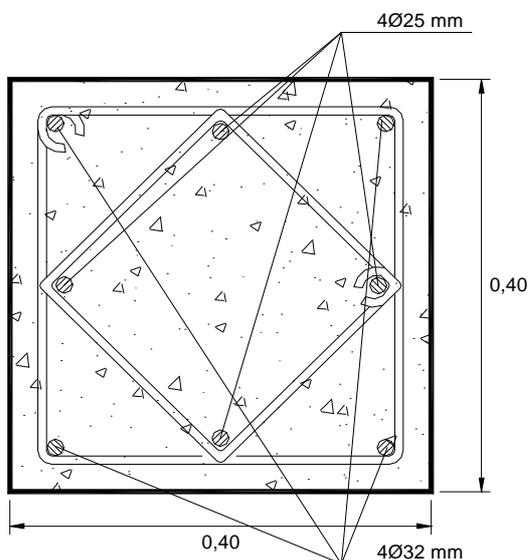
$$P_{ny0} = n \cdot f'_c \cdot A_g = 2840 \text{ KN}$$

Debe cumplirse:

$$P_n = 1538,46 \text{ KN} \leq \frac{1}{\frac{1}{2400 \text{ KN}} + \frac{1}{2840 \text{ KN}} - \frac{1}{5314 \text{ KN}}} = 1724 \text{ KN} \quad (\text{verifica})$$

Se adopta como armadura $4\phi32 + 4\phi25 = 51,64 \text{ cm}^2$

Estribos $\phi10c/30 \text{ cm}$



Método del contorno de cargas

En este método se aproxima la superficie $S_3 (P_n, M_{nx}, M_{ny})$, vista anteriormente, mediante una familia de curvas correspondientes a valores constantes de P_n . Como se ilustra, estas curvas se pueden considerar como “contornos de las cargas”.

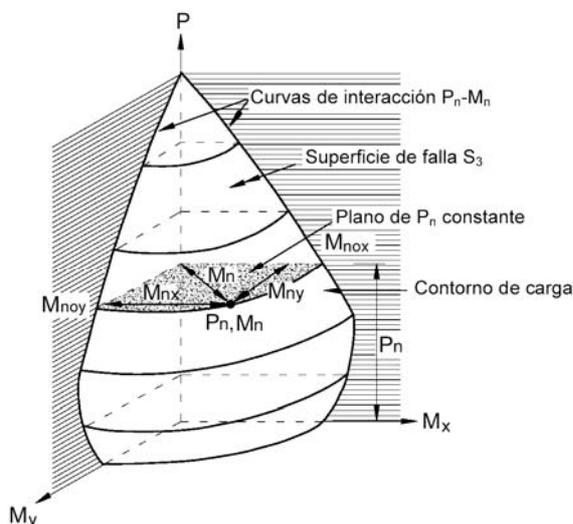


Figura 390: Superficie de falla para el Método del contorno de cargas (referencia 97)

La expresión general para estas curvas se puede aproximar por medio de una ecuación de interacción adimensional:

$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{n0x}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_{ny}}{M_{n0y}}\right)^\beta = 1$$

donde M_{nx} y M_{ny} son las resistencias nominales al momento biaxial en las direcciones de los ejes x e y, respectivamente. Observar que estos momentos son el equivalente vectorial del momento uniaxial M_n . El momento M_{n0x} es la resistencia nominal al momento uniaxial respecto del eje x, y el momento M_{n0y} es la resistencia nominal al momento uniaxial respecto del eje y. Los valores de los exponentes α y β son función de la cantidad, distribución y ubicación de la armadura, las dimensiones de la columna, y la resistencia y las propiedades elásticas del acero y el hormigón. Bresler indica que es razonable suponer $\alpha = \beta$; por lo tanto, se puede simplificar:

$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{n0x}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_{ny}}{M_{n0y}}\right)^\alpha = 1$$

Bresler indicó que α puede variar entre 1,15 y 1,55, mientras que se puede adoptar inicialmente un valor de 1,50 para columnas rectangulares o cuadradas con armadura simétrica. Si se supone $\alpha = 1$, se estarían obteniendo valores conservadores, siempre y cuando se cumpla $P_n < 0,1 f_c A_g$, en tal caso la ecuación se reduce a:

$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{n0x}}\right) + \left(\frac{M_{ny}}{M_{n0y}}\right) = 1$$

De resultar la ecuación anterior ≤ 1 , el diseño es satisfactorio, en caso contrario, debe rediseñarse la sección.

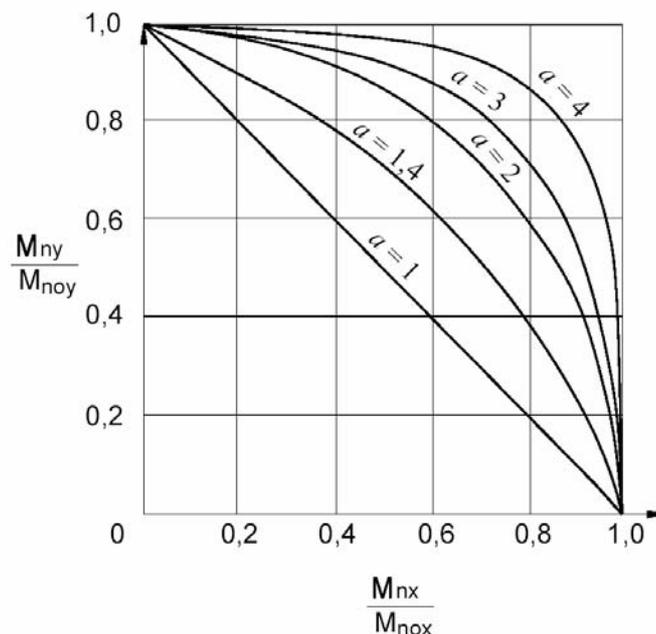


Figura 391: Valores de los coeficientes α para el Método del Contorno de Cargas (referencia 97)

Flexión compuesta oblicua según CIRSOC 201/82²

Para el cálculo de secciones rectangulares con ciertas disposiciones de armaduras, es posible obtener gráficos que permiten el cálculo en forma sencilla bajo condiciones de flexión compuesta oblicua, por ejemplo, para una sección rectangular con un cuarto de su armadura total concentrada en las esquinas, con distintos grados de recubrimiento ($b_1/b = 0,10$).

² Consultar la referencia 20)

El gráfico de la Figura 392, muestra una división en octantes, cada uno correspondiente a un valor del esfuerzo de compresión adimensional $n < 0$ constante. Las curvas representan cuantías de armadura para distintas superficies de interacción.

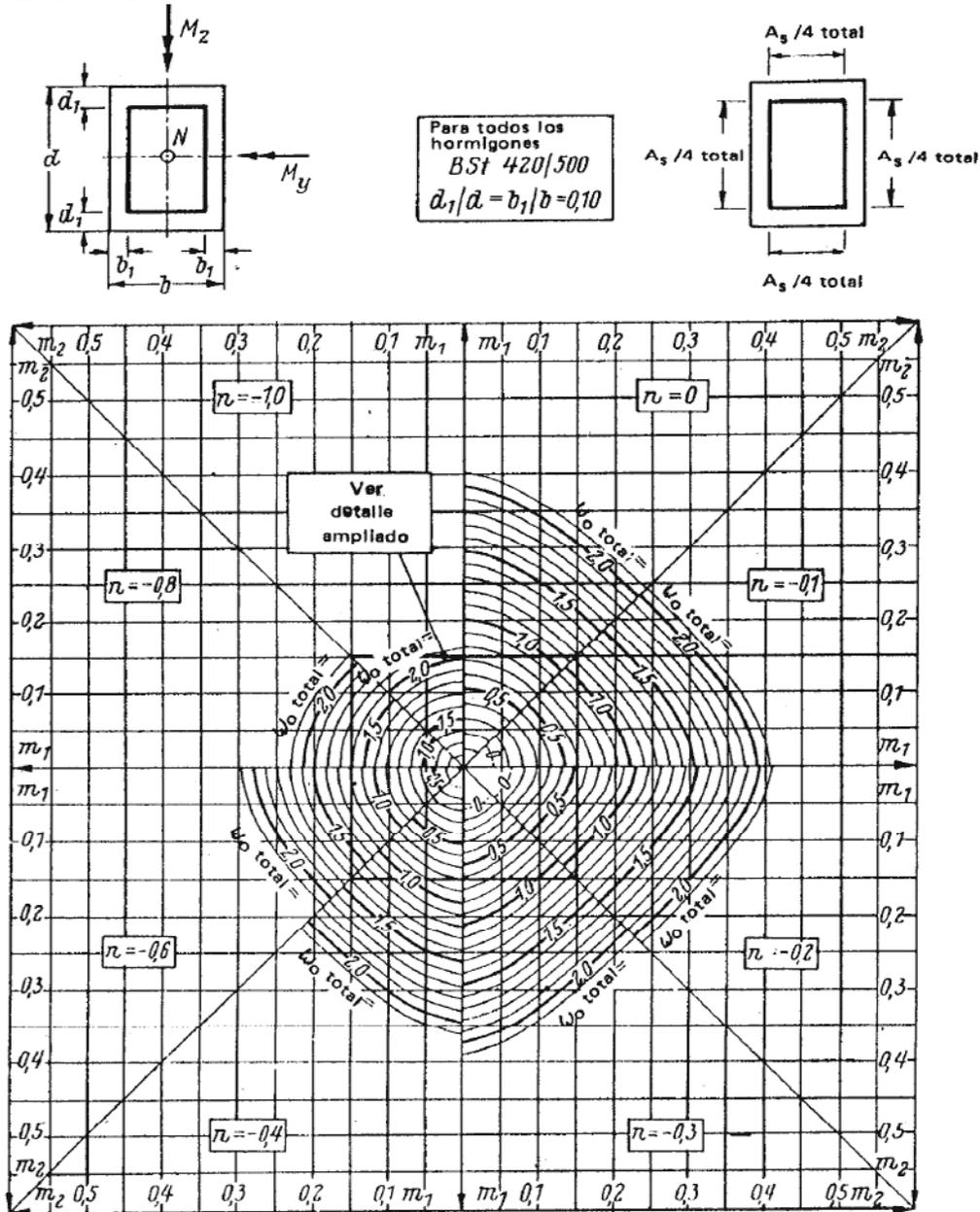


Figura 392: Diagrama para el dimensionado a flexión oblicua con esfuerzo longitudinal de secciones rectangulares (Acero 42/50) y disposición de armaduras según se indica (referencia 38)

Para utilizar este gráfico se calculan los siguientes esfuerzos reducidos:

$$m_y = \frac{|M_y|}{b \cdot d^2 \cdot \beta_R} \quad m_z = \frac{|M_z|}{b^2 \cdot d \cdot \beta_R} \quad n = \frac{|N|}{b \cdot d \cdot \beta_R}$$

Resultando N, el esfuerzo normal de compresión, y M_x y M_z , las componentes vectoriales del momento flector $M = N \cdot e$.

Con el valor de n, se ubican los dos octantes más próximos (para luego interpolar), y con m_1 y m_2 , obtenemos la cuantía mecánica total de armadura necesaria en la columna, según:

$$\text{si } m_y > m_z \rightarrow m_1 = m_y \text{ y } m_2 = m_z$$

$$\text{si } m_y < m_z \rightarrow m_1 = m_z \text{ y } m_2 = m_y$$

Se halla $\bar{\omega}_{0total}$ en ambos octantes, interpolando se halla $\bar{\omega}_{0total}$ correspondiente a n y se calcula la sección de armadura como:

$$A_{s_{total}} = \frac{\bar{\omega}_{0total}}{\beta_s / \beta_R} \cdot b \cdot d$$

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 78) Realizar el cálculo de la siguiente columna solicitada a flexión compuesta oblicua según CIRSOC 201/05 y CIRSOC 201/82.

Las solicitaciones sobre la columna en cuestión son:

$$M_{xD} = 30 \text{ KNm}$$

$$M_{xL} = 15 \text{ KNm}$$

$$M_{yD} = 25 \text{ KNm}$$

$$M_{yL} = 18 \text{ KNm}$$

$$N_D = 800 \text{ KN}$$

$$N_L = 350 \text{ KN}$$

Solución según CIRSOC 201/05

$$M_{ux} = 60 \text{ KNm}$$

$$M_{uy} = 58,8 \text{ KNm}$$

$$P_u = 1520 \text{ KN}$$

Materiales

Hormigón: $f'_c = 25 \text{ MPa}$

Acero: $f_y = 420 \text{ MPa}$

Sección tentativa

$$b = h = 35 \text{ cm}$$

$$M_{nx} = M_{ux} / \phi = 92,3 \text{ KNm}$$

$$M_{ny} = M_{uy} / \phi = 90,5 \text{ KNm}$$

$$P_n = P_u / \phi = 2338,5 \text{ KN}$$

Debe cumplirse:

$$P_n = 2338,5 \text{ KN} > 0,10 f'_c A_g = 306,25 \text{ KN} \quad (\text{verifica})$$

Se fija tentativamente la cuantía $\rho_g = 0,02$.

$$A_s = 24,5 \text{ cm}^2$$

En base a la ecuación:

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_{nx0}} + \frac{1}{P_{ny0}} - \frac{1}{P_0}$$

a) Se calcula:

$$P_0 = [0,85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] = 2552 \text{ KN}$$

b) Se determina P_{nx0} :

$$e_x = 0$$

$$e_y = 0,04 \text{ m}$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{n}{m} = \left(\frac{P_n}{f'_c \cdot A_g} \right) \left(\frac{f'_c \cdot A_g \cdot h_y}{P_n \cdot e_y} \right) = \frac{h_y}{e_y} = \frac{0,35}{0,04} = 8,75$$

Del diagrama de interacción 7.2.3 ($\gamma = 0,80$):

$$n = 0,9$$

$$P_{nx0} = n \cdot f'_c \cdot A_g = 2756 \text{ KN}$$

c) Se determina P_{ny0} :

$$e_y = 0$$

$$e_x = 0,038 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h_x}{e_x} = \frac{0,35m}{0,038m} = 9,2$$

Del diagrama de interacción 7.2.3 ($\gamma = 0,80$):

$$n = 0,85$$

$$P_{ny0} = n \cdot f'_c \cdot A_g = 2603 \text{ KN}$$

Debe cumplirse:

$$P_n = 2338,5 \text{ KN} \leq \frac{1}{\frac{1}{2756 \text{ KN}} + \frac{1}{2603 \text{ KN}} - \frac{1}{2552 \text{ KN}}} = 2815,6 \text{ KN} \quad (\text{verifica})$$

Se adopta como armadura $8\phi 20\text{mm} = 25 \text{ cm}^2$

$$12 d_b \text{ longitudinal} = 12 \cdot 2 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$$

$$48 d_{bc} = 48 \cdot 0,8 \text{ cm} = 38,4 \text{ cm}$$

$$\text{lado menor columna} = 35 \text{ cm}$$

Se adopta finalmente estribos $\phi 8\text{c}/20 \text{ cm}$.

Verificamos el valor de γ de la forma:

$$\gamma = \frac{35 \text{ cm} - 2 \cdot 0,8 \text{ cm} - 2 \cdot 2 \text{ cm} - 2 \text{ cm}}{35 \text{ cm}} = 0,78 \cong 0,8 \quad (\text{verifica})$$

Solución según CIRSOC 201/82

$$M_x = M_y \text{ (según nomenclatura correspondiente a la Figura 392)} = 4,5 \text{ tm}$$

$$M_y = M_z \text{ (según nomenclatura correspondiente a la Figura 392)} = 4,3 \text{ tm}$$

$$N = 115 \text{ tn}$$

Materiales

$$\text{Hormigón: } \sigma'_{bk} = 21 \text{ MPa}$$

$$\text{Acero: } f_y = 420 \text{ MPa}$$

Sección tentativa

$$b = d = 35 \text{ cm}$$

$$b_1 / b = d_1 / d \cong 0,1$$

$$m_y = \frac{|M_y|}{b \cdot d^2 \cdot \beta_R} = 0,06 \quad m_z = \frac{|M_z|}{b^2 \cdot d \cdot \beta_R} = 0,057 \quad n = \frac{|N|}{b \cdot d \cdot \beta_R} = 0,54$$

Ingresando al nomograma con $m_y = m_1$ y $m_z = m_2$, se obtiene interpolando los valores para $n = -0,6$ y $n = -0,4$, $w_{ot} = 0,6$.

$$A_{s_{total}} = \frac{\bar{w}_{ototal}}{\beta_s / \beta_R} \cdot b \cdot d = \frac{0,6}{4200 \text{ kg/cm}^2 / 175 \text{ kg/cm}^2} \cdot 35 \text{ cm} \cdot 35 \text{ cm} = 30,6 \text{ cm}^2$$

Verifica la cuantía mínima de 0,8%, por lo que deberían adoptarse $8\phi 25 \text{ mm}$ (39 cm^2).

Comparando los resultados, para este ejemplo en particular, la armadura de cálculo según CIRSOC 201/82 resulta aproximadamente un 25% superior a la que resulta del CIRSOC 201/05.

Capítulo 30

Pandeo en piezas de hormigón armado

Generalidades

Con el incremento de la resistencia del hormigón y de la mejora sustancial de la precisión en los métodos de cálculo, hoy en día es posible encontrarnos con diseños de columnas más esbeltas y con proyectos que desafían la estabilidad de las estructuras (ver Figura 393). Es por ello, que el análisis a pandeo de las columnas comienza a ser un aspecto importante en el cálculo estructural.



Figura 393: Edificación sobre arcadas del tren en Viena, Austria con columnas inclinadas de hasta 11 m de altura encofradas con sistemas PERI (referencia 103)

El análisis de la capacidad de carga última de elementos de hormigón armado sometidos a compresión es un problema de cierta complejidad. Tal como se mencionó en capítulos previos, las características propias de las piezas de hormigón armado (heterogeneidad, imperfecciones constructivas, imprecisión en el punto de aplicación de cargas, fenómenos reológicos, etc.), originan la inevitable presencia de momentos asociados con las fuerzas axiales actuantes. Por ello, desde el instante en que se aplica una carga de compresión, surgen momentos flectores y, por consecuencia, se originan flechas que tienden a aumentar la excentricidad que las produjo. Si analizamos un elemento comprimido con cierto rango de esbeltez, observaremos que el efecto de pandeo se manifiesta al obtener como carga última del elemento, un valor menor que el que produciría la falla de sus secciones consideradas en forma aislada. Por lo anterior, surge que para evaluar los denominados efectos de segundo orden (pandeo) en la pieza, no resulta suficiente el análisis de una sección aislada. Dado que dichos efectos $P - \Delta$, dependen de la deformabilidad del elemento considerado en forma completa con sus respectivas condiciones de borde. Un parámetro muy utilizado para evaluar la tendencia al pandeo de una columna es la esbeltez, definida como:

$$\lambda = \frac{k \cdot l}{r}$$

con:

r = radio de giro en el plano considerado.

l = longitud no soportada de la columna.

k = factor que depende de las condiciones de borde de la columna (para columnas articuladas en ambos extremos toma valor $K = 1$).

$r = \sqrt{I_g/A_g}$, es el radio de giro de la sección transversal, calculado con el momento de inercia correspondiente al eje perpendicular al plano de pandeo considerado.

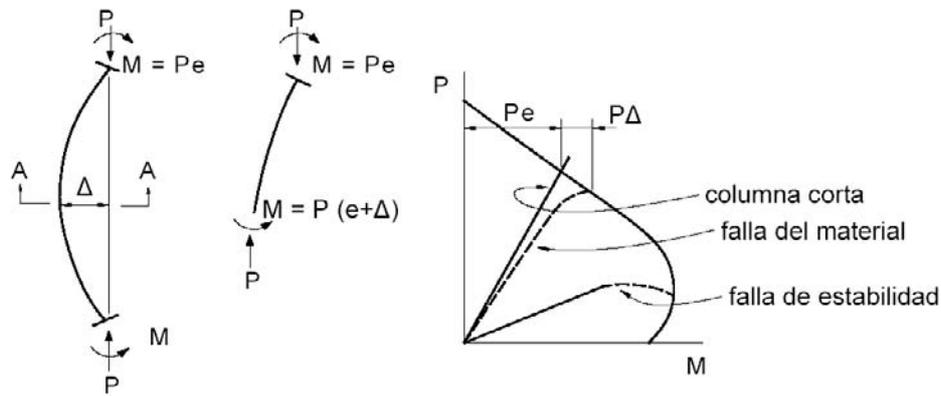


Figura 394: Tipos de fallas ocurridas en una barra (referencia 97)

En general al término de la figura anterior, suele denominárselo momento de segundo orden:

$$M^I = P \cdot e \quad M^{II} = P \cdot \Delta \quad M = M^I + M^{II}$$

Según la esbeltez del elemento, puede ocurrir que bajo un dado esfuerzo de compresión, la rotura se produzca al agotarse la capacidad de deformación del hormigón comprimido ($\epsilon'_c = 0,003$), o del acero traccionado ($\epsilon_s = 0,005$). En tal situación, que es la más común en piezas de hormigón armado de secciones usuales, tendríamos que la falla del elemento se produce por agotamiento de la capacidad de deformación del hormigón o del acero, denominado comúnmente, “rotura de la sección” o “falla del material”. En tal caso, la curva $P_u - M_u$, intersectaría al correspondiente diagrama de interacción de la pieza con esbeltez nula según la Figura 394. Por el contrario, para el rango de las grandes esbelteces, puede ocurrir una falla de estabilidad, para un par de valores $P_u - M_u$ interiores al diagrama de interacción de la pieza. Bajo cierto nivel de cargas, al incrementarse las flechas tal cual se observó, el par externo $M = P \cdot (e + \Delta)$, aumenta más que el interno y el equilibrio de la pieza se torna inestable. Observamos que no resulta posible representar los efectos de la esbeltez y los momentos amplificados ($P \cdot \Delta$), en un único diagrama de interacción. El diagrama de interacción estudiado en flexión compuesta se correspondería con el de una columna de esbeltez nula, es decir, los efectos de segundo orden no incidían en la resistencia del elemento.

Para resolver en forma práctica el diseño de elementos de hormigón estructural solicitados a compresión, recurrimos al planteo de modelos que pretenden representar el problema. Se emplea generalmente un análisis lineal que se basa en un comportamiento elástico-lineal de los materiales y en analizar el equilibrio de la estructura sin deformar. Se considera la proporcionalidad entre las cargas aplicadas y las deformaciones originadas por éstas, e ignora (o desprecia) los efectos reológicos propios del hormigón sobre el comportamiento estructural. Este camino de resolución lo denominamos cálculo de primer orden o cálculo elástico. Tal cual se estudió en temas previos, conocemos que las estructuras de hormigón no presentan realmente dicho comportamiento elástico, por ello, puede ocurrir que para una estructura esbelta dada el modelo planteado esté en equilibrio, mientras la estructura real no lo esté. La razón que puede dar origen al fenómeno anterior son los efectos de segundo orden que fueron ignorados en el análisis lineal. Debido al grado de complejidad del problema planteado, surge la necesidad de tratar su solución mediante métodos simplificados que pueden analizar la estructura en su conjunto (efecto $P \cdot \Delta$), o bien, estudiar al elemento tipo columna en forma aislada. Los códigos (ACI 318/08) y reglamentos vigentes (EHE 2008) permiten, como se tratará en este capítulo, la solución del problema en forma simplificada para esbelteces $\lambda < 100$, identificando previamente si la estructura en estudio puede clasificarse como desplazable o indesplazable.

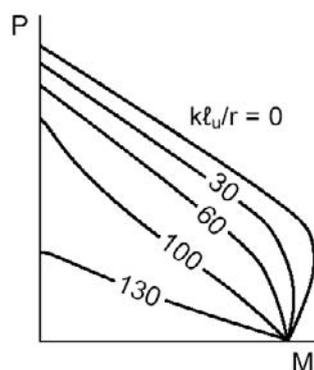


Figura 395: Curvas de interacción variables según la esbeltez $\lambda = k \cdot l / r$

Antecedentes históricos

Uno de los primeros precursores en comprender el comportamiento de las columnas rectas esbeltas, cargadas axialmente, fue Leonhardt Euler hace más de 200 años. En función de una serie de estudios y análisis, planteó las siguientes hipótesis para determinar la carga crítica de pandeo:

- 1) Las deformaciones son suficientemente pequeñas.
- 2) El material cumple indefinidamente con la Ley de Hooke, así como también con la hipótesis de Navier.
- 3) El eje de la pieza es perfectamente recto, y la carga de compresión está exactamente centrada.
- 4) La pieza tiene ambos extremos articulados y la barra es de sección constante.
- 5) La pieza no tiene tensiones residuales.

En base a lo anterior, determinó la carga mínima que producirá la falla en una columna constituida por este material ideal, la que denominó “carga crítica” (P_c).

$$P_c = \pi^2 \cdot E \cdot I / (l_k)^2$$

Para otras condiciones de borde la expresión sería:

$$P_c = \pi^2 \cdot E \cdot I / (k.l)^2$$

Se observa que la carga crítica de pandeo disminuye con el aumento de la esbeltez. Los valores de k dependen de la restricción al giro de los extremos de la barra analizada y de su desplazabilidad o indesplazabilidad.

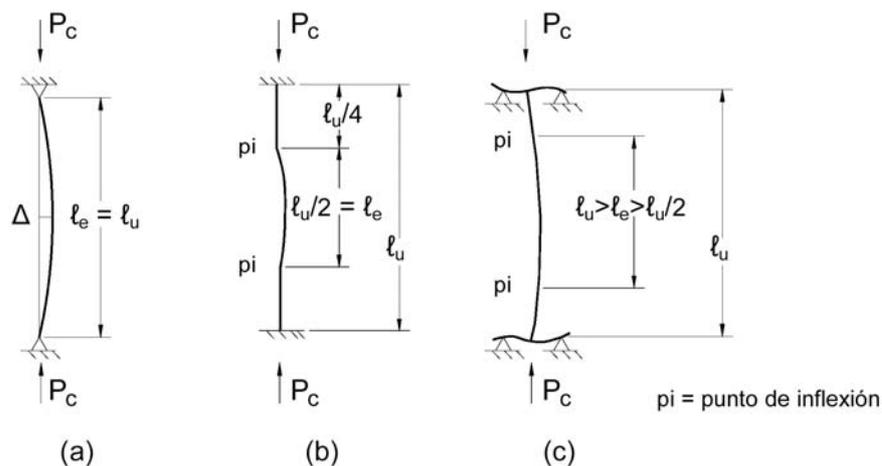


Figura 396: Longitudes de pandeo en sistemas indesplazables (referencia 97)

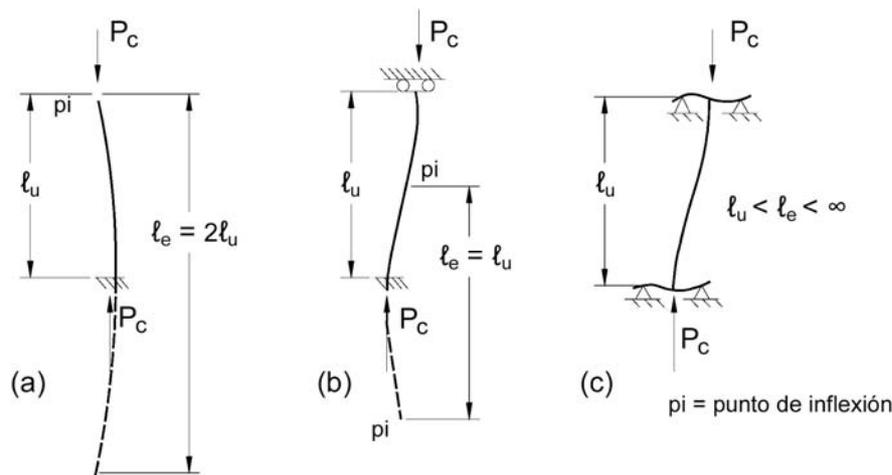


Figura 397: Longitudes de pandeo en sistemas desplazables (referencia 97)

Durante mucho tiempo se fundamentaron en estos conceptos las evaluaciones de la capacidad portante de los elementos comprimidos, tanto sea para construcciones metálicas, de madera o de hormigón armado. Respecto de las estructuras de hormigón, en décadas pasadas, en general, las columnas eran resueltas con secciones robustas, con importantes áreas de hormigón y cuantías de acero reducidas debido al alto costo de las mismas. Por ello, los riesgos derivados de una evaluación errónea en la pérdida de capacidad portante por

efectos de segundo orden eran mínimos. Asimismo, los modelos de cálculo eran más sencillos y muchas veces ignoraban los empotramientos parciales de columnas con vigas y otros elementos propios de las construcciones in situ de hormigón. Al transcurrir los años, con el avance tecnológico en los materiales en los procesos constructivos y de diseño, resultó necesario profundizar la investigación sobre el tema. Tal como hemos estudiado precedentemente, el hormigón tiene un comportamiento tensión - deformación, marcadamente no lineal al aproximarse a las cargas últimas. A su vez, la presencia natural de cargas de larga duración derivadas de las cargas de peso propio, se traduce en un incremento de las deformaciones iniciales producto de la fluencia lenta.

El incremento de las deformaciones origina un aumento en los momentos actuantes y disminuye la rigidez a flexión de la pieza debido al incremento de las fisuras. El primer desarrollo que intentó relacionar el fenómeno de pandeo con las características propias del hormigón armado fue iniciado por el CEB bajo la dirección de A. Jakobsen en 1959. Posteriormente, a mediados de la década del 60 otros investigadores (Faessel, J. R. Robinson y otros) presentaron enfoques más completos del tema.¹

Condiciones de borde de los elementos comprimidos

Las estructuras reales no presentan empotramientos perfectos ni articulaciones perfectas, tienen extremos que están parcialmente restringidos contra el giro por las vigas que concurren al nudo o la restricción que brinda la fundación. Asimismo observamos que la carga crítica es sensiblemente menor en las estructuras desplazables, y dado que en general las columnas forman parte de estructuras monolíticas y pertenecen a sistemas de pórticos, deberá evaluarse con buen criterio el grado de desplazabilidad de los mismos.

Columnas perfectamente elásticas con curvatura inicial

Estudiaremos el fenómeno de pandeo en una pieza de material idealmente elástico, la que sin carga, presenta una forma sinusoidal de ecuación:

$$y_0 = \Delta_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi \cdot x}{l}$$

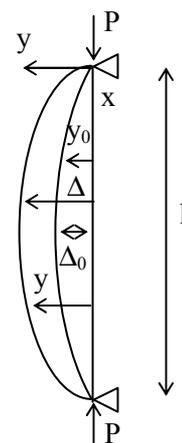
La ecuación diferencial que rige el fenómeno es:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{d^2 y_0}{dx^2} + \frac{P}{E \cdot I} \cdot y = 0$$

$$y' = \frac{\pi}{l} \cdot \Delta_0 \cdot \cos \frac{\pi \cdot x}{l}$$

$$y'' = -\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \cdot \Delta_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi \cdot x}{l}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{E \cdot I} \cdot y = -\Delta_0 \frac{\pi^2}{l^2} \cdot \text{sen} \frac{\pi \cdot x}{l}$$



Y la solución general es:

$$y = c_1 \cdot \left(\text{sen} \sqrt{\frac{P}{E \cdot I}} x \right) + c_2 \cdot \left(\cos \sqrt{\frac{P}{E \cdot I}} x \right) + \frac{\Delta_0 \text{sen} \frac{\pi \cdot x}{l}}{1 - \frac{P}{E \cdot I} \cdot \frac{l^2}{\pi^2}}$$

Condiciones de borde

Para:

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$c_1 = 0$$

$$x = l$$

$$y = 0$$

$$c_2 = 0$$

y denominando a la carga crítica:

$$P_c = \pi^2 \cdot E \cdot I / l^2$$

¹ Consultar referencia 99)

se obtiene:

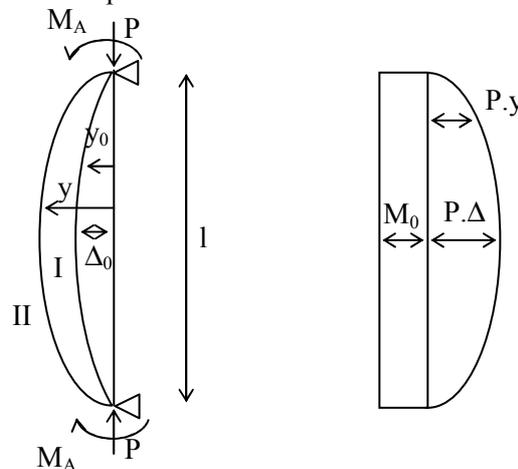
$$y = \frac{\Delta_0}{1 - \frac{P}{E.I} \cdot \frac{l^2}{\pi^2}} \cdot \text{sen} \frac{\pi \cdot x}{l} = \frac{\Delta_0}{1 - \frac{P}{P_c}} \cdot \text{sen} \frac{\pi \cdot x}{l}$$

La máxima flecha se produce en el centro de la columna y su valor es:

$$y = \Delta_0 / (1 - P / P_c)$$

Análisis de comportamiento con presencia de momentos flectores

Analizaremos ahora un caso de flexión compuesta, que según se detalló anteriormente, en la mayoría de las columnas de hormigón armado, la compresión va acompañada de un momento flector. Consideremos una columna a la que se somete a una carga axial de compresión y en ambos extremos a un momento flector (M_A). Originalmente el momento en la pieza toma un valor constante $M_0 = M_A$, al aplicar la carga P , el momento flector en una dada sección se incrementa en $P \cdot y_0$. Al incrementarse el momento, se producen deformaciones adicionales llevando a la pieza de la curva I a la curva II.



El momento flector en la sección genérica en estudio vale:

$$M = M_0 + P \cdot y$$

La deformación en el centro de la luz se obtiene según se desarrolló anteriormente como:

$$y = \Delta_0 / (1 - P / P_c)$$

Si llamamos Δ a la deformación que se corresponde con la sección de momento máximo, se puede expresar el momento resultante:

$$M_{\text{máx}} = M_0 + P \cdot \Delta$$

$$M_{\text{máx}} = M_0 + P \cdot \Delta_0 / (1 - P / P_c)$$

La ecuación anterior se puede expresar como:

$$M_{\text{máx}} = M_0 \cdot (1 + \psi \cdot P / P_c) / (1 - P / P_c)$$

Donde ψ es un coeficiente que es función del tipo de carga y varía aproximadamente entre $\pm 0,20$ en la mayoría de los casos.

Dado que la relación P/P_c es mucho menor a 1, el segundo término del numerador resulta muy pequeño en comparación con la unidad, por lo que la ecuación se puede simplificar de la manera:

$$M_{\text{máx}} = M_0 / (1 - P / P_c)$$

El término $1 / (1 - P / P_c)$ se suele denominar ‘‘Factor de amplificación de momentos’’. Se observa además, que la carga crítica P_c disminuye al aumentar la esbeltez λ , por lo que el momento máximo aumenta con este último término.

La situación planteada, suma del máximo momento producido por la carga axial P con el momento flector máximo derivado de otras cargas es, naturalmente, la situación más desfavorable, no obstante existen otros casos por plantear. Por ejemplo, si en una estructura indesplazable, los momentos de los nudos M_A , son iguales pero opuestos, se obtendría un diagrama triangular de momentos. Para este caso la ecuación que plantea la amplificación de momentos adquiere la forma:

$$y = y_0 / (1 - P / 4P_c)$$

Comparando esta ecuación con la anterior, se observa que la amplificación es menor, asimismo observamos de la Figura 398, que aunque los momentos M_0 son máximos en los extremos, los generados a partir de $P \cdot y$, toman su valor máximo a una cierta distancia de los extremos.

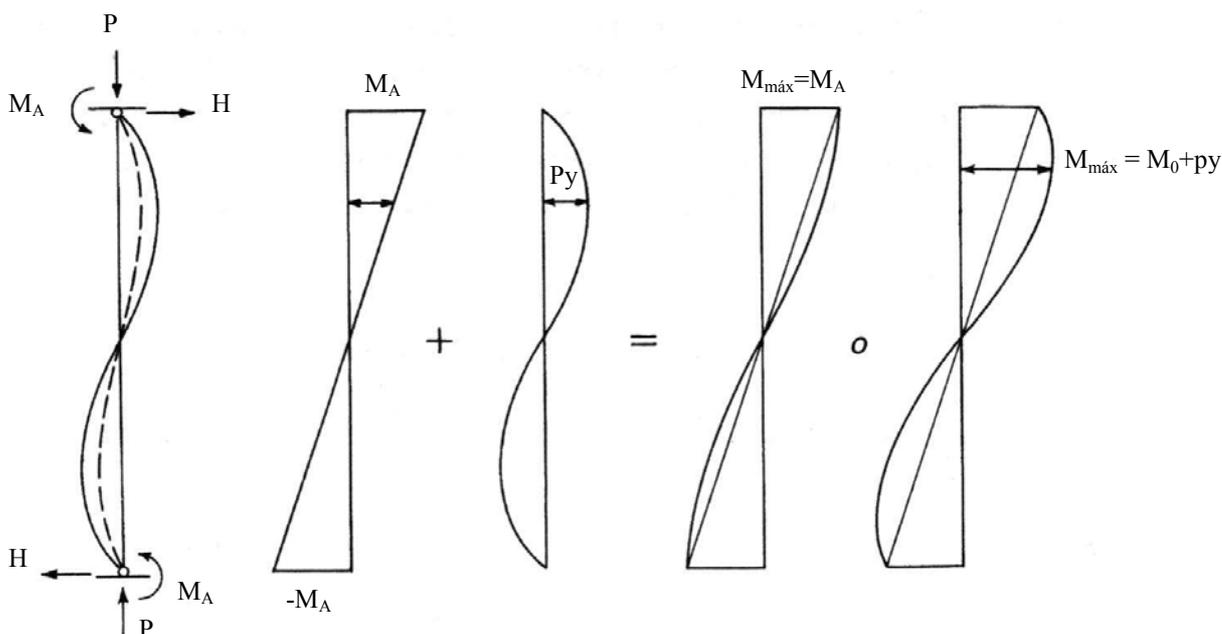


Figura 398: Momentos en elementos esbeltos sometidos a compresión más flexión (adaptado ref. 47)

$$M_{máx} = M_0 + P \cdot y \cong M_A$$

En conclusión podemos establecer que el momento M_0 se ampliará en mayor medida cuando sea coincidente la sección donde M_0 es máximo con aquella sección donde la deformación y_0 es también máxima. Esto ocurre en piezas con deformación en simple curvatura o momentos con igual signo en ambos extremos. La amplificación del momento depende de la magnitud relativa de los momentos en los extremos, podemos expresar esto mediante una modificación de la ecuación planteada:

$$M_{máx} = M_0 \cdot \frac{C_m}{1 - P/P_c}$$

$$C_m = 0,6 + 0,4 \cdot \frac{M_1}{M_2} \geq 0,4$$

con:

M_1 y M_2 , momentos en los extremos menor y mayor respectivamente.

El término M_1 / M_2 se define como positivo si los momentos de los extremos tienen curvatura simple y negativo si producen curvatura doble.

Cuando ambos momentos adoptan igual valor, el coeficiente $C_m = 1$. Este coeficiente sólo es de aplicación a estructuras indesplazables, siempre en columnas desplazables $C_m = 1$. Es posible interpretar lo anterior en una sencilla estructura aporticada, donde se asume que H es una fuerza horizontal originada, por ejemplo, por las acciones de viento. Los valores máximos de M_0 y M_p ocurren en las mismas secciones (zona de

nudos). La deformación horizontal no necesariamente se produce por cargas horizontales, puede originarse por asimetrías en la geometría del pórtico, por asimetría de cargas, o por ambas. En estructuras conformadas por pórticos con una cantidad importante de pisos, sin rigidización de tabiques, la estabilidad global del pórtico puede verse comprometida a raíz de las deformaciones horizontales. La inclinación de las columnas a lo largo de varios niveles se traduce en una excentricidad creciente de la carga total.

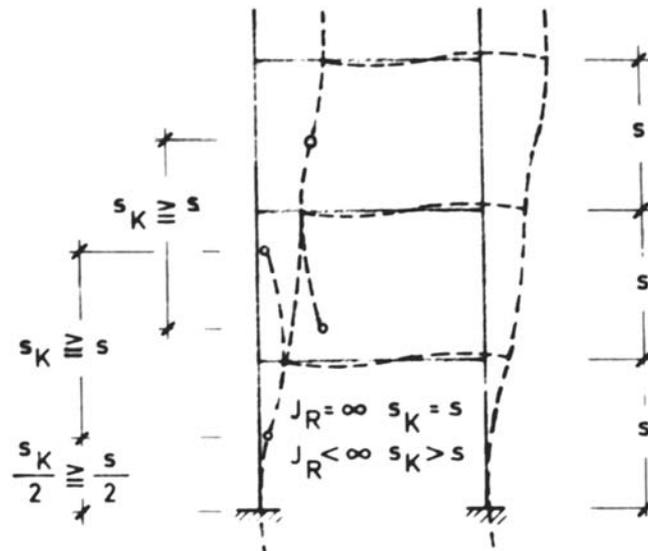


Figura 399: Compromiso de la estabilidad global de un pórtico sometido a pandeo (referencia 63)

Las disposiciones del Código ACI 318/05 y por ende del CIRSOC 201/05, se basan en el comportamiento y en las ecuaciones que se plantearon anteriormente.

Resumen de las disposiciones del CIRSOC 201/82

A los efectos de recordar, se hará una breve descripción de los lineamientos del CIRSOC 201/82 y las normas DIN referidas al cálculo a pandeo. El CIRSOC 201/82 exige realizar para piezas esbeltas comprimidas:

- 1- Verificación de primer orden.
- 2- Verificación de estabilidad, teniendo en cuenta la deformación de la pieza (según teoría de segundo orden)

Dado que la verificación conforme a la teoría de segundo orden requiere en general un cálculo laborioso, la norma DIN 1045, base del CIRSOC 201/82, propone métodos aproximados para determinados grados de:

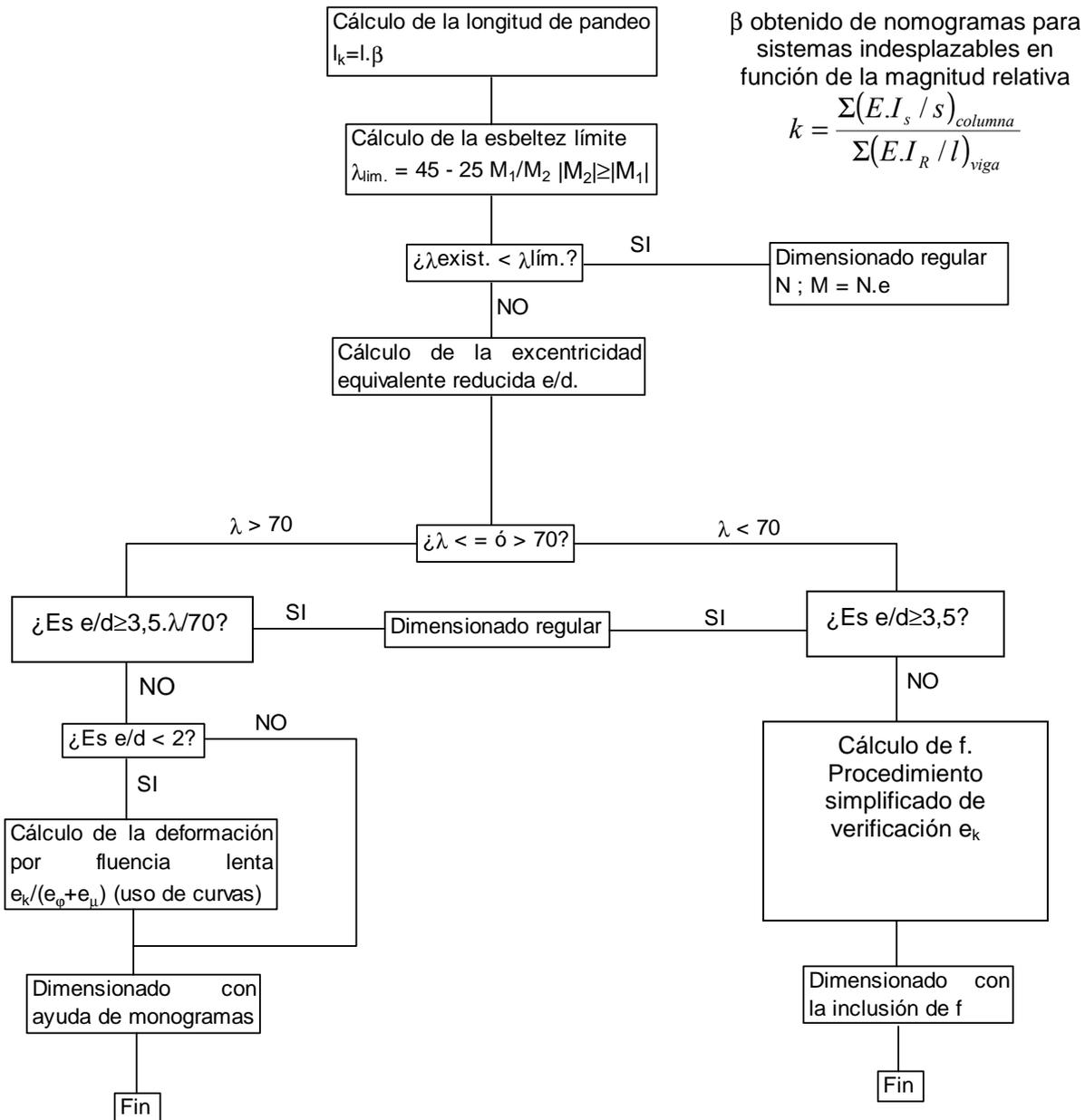
- esbeltez $\lambda = S_k / i$.
- excentricidad relativa e / d .

Para distintas esbelteces y excentricidades se distinguen tres casos:

- 1) No hace falta verificar pandeo para pequeñas esbelteces ($\lambda < 20$) y para grandes excentricidades. Se dimensiona con la columna bajo la acción de esfuerzos de primer orden.
- 2) Se realiza un “cálculo simplificado” de la deformación de la pieza (segundo orden), con fórmulas que determinan una excentricidad adicional “f”.
- 3) Columnas esbeltas ($\lambda > 70$). El dimensionado se realiza a partir de tablas y/o nomogramas, tratándose de un caso de inestabilidad del equilibrio.

Procedimiento a seguir seg3n corresponda a sistemas desplazables o indesplazables:

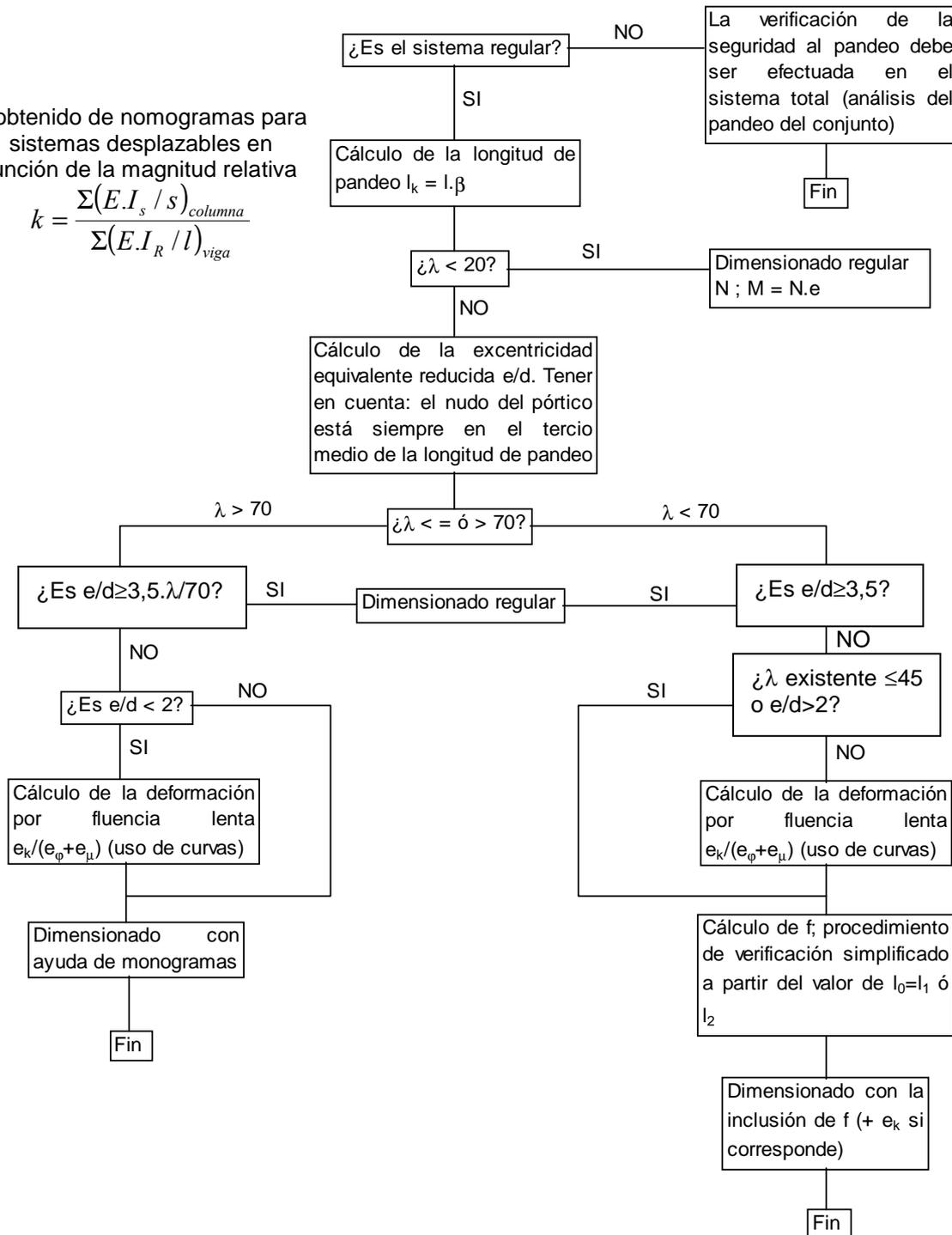
Sistemas indesplazables (seg3n CIRSOC 201/82)



Sistemas desplazables (según CIRSOC 201/82)

β obtenido de nomogramas para sistemas desplazables en función de la magnitud relativa

$$k = \frac{\sum(E.I_s / s)_{columna}}{\sum(E.I_R / l)_{viga}}$$



Estos diagramas de flujo deben complementarse con el uso de figuras y nomogramas de la referencia 38), así como de las recomendaciones y ejemplos de la referencia 63).

Evaluación de los efectos de segundo orden según el CIRSOC 201/05

El CIRSOC 201/05 establece que para relaciones de esbeltez elevadas (considerando elevadas esbelteces $\lambda > 100$), es necesario realizar un análisis de segundo orden más preciso que considere el comportamiento no lineal del material, la fisuración, los efectos de la curvatura y del desplazamiento lateral de la pieza, la duración de las cargas y los fenómenos reológicos y el comportamiento en conjunto con las fundaciones. Esto conduce a un procedimiento sumamente complejo aún para pequeñas estructuras. A su vez, para

esbelteces medias, permite la aplicación de métodos aproximados. Para el análisis de un elemento comprimido, clasifica a los sistemas que contienen a la columna en estudio en:

- Sistemas indesplazables.
- Sistemas desplazables.

A continuación se reproduce un diagrama de flujo con el procedimiento operativo para la resolución de elementos comprimidos.

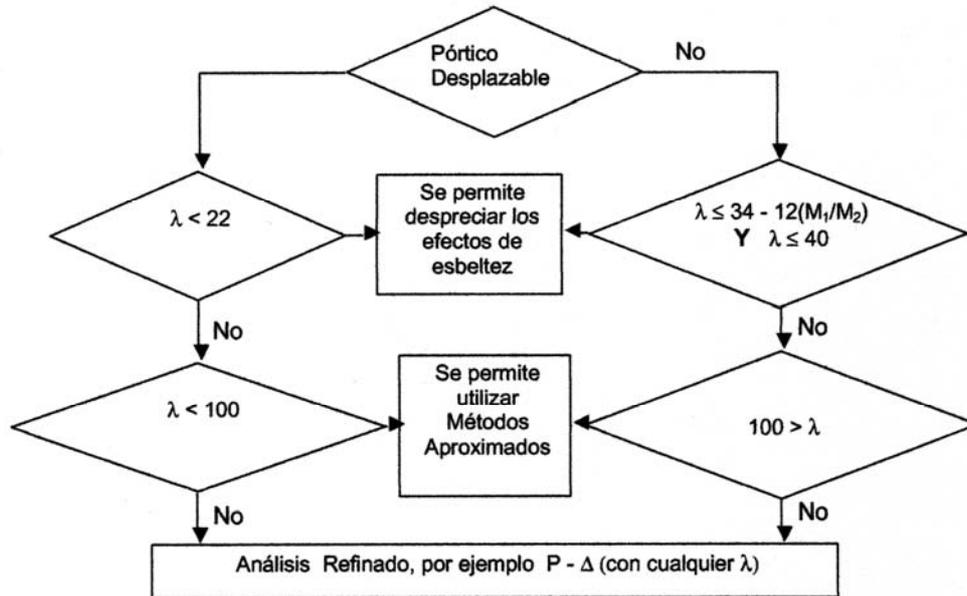


Figura 400: Diagrama de flujo para cálculo a pandeo (referencia 109)

Consideración de los efectos de la esbeltez

a) Columnas en pórticos indesplazables

Se indica que es posible despreciar los efectos de la esbeltez λ cuando:

$$\lambda > 34 - 12 \cdot \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \leq 40$$

Donde la relación (M_1 / M_2) es positiva si la columna se deforma con curvatura simple.

b) Columnas en pórticos desplazables

Es posible despreciar los efectos de segundo orden si:

$$\lambda = \frac{k \cdot l_u}{r} \leq 22$$

Para evaluar la esbeltez λ debemos determinar la longitud sin apoyo lateral (l_u) de la columna según sus dos ejes principales.

Finalmente la longitud efectiva de pandeo (l_e) se obtiene afectando a l_u por un coeficiente k que toma en cuenta las condiciones de bordes de ambos extremos.

$$l_e = k \cdot l_u$$



Figura 401: Longitudes de columnas sin apoyo lateral l_u (referencia 109)

La esbeltez queda definida de la forma:

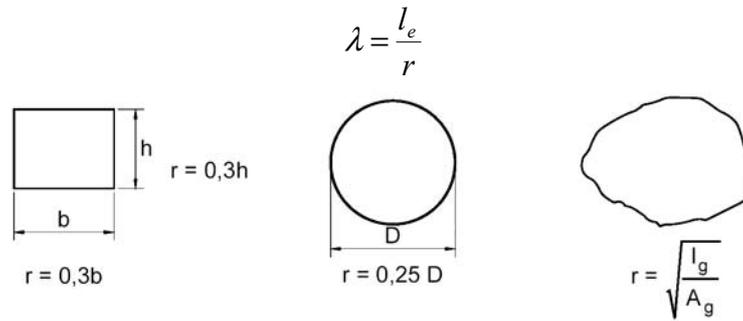


Figura 402: Radios de giro para distintas secciones (referencia 109)

Métodos aproximados de análisis

Como se mencionó precedentemente, para el caso del campo de las esbelteces medias es posible evaluar el problema mediante la aplicación de métodos aproximados, en tal caso se permite realizar el cálculo de los elementos comprimidos en base a las fuerzas axiales y momentos que se obtienen del análisis de primer orden del pórtico bajo cargas últimas, considerando para este nivel de cargas, y de acuerdo a las propiedades geométricas, los siguientes valores:

	Módulo de elasticidad	Momento de inercia [†]	Área
Vigas	E _c de 8.5.1	0,35 I _g	1,0 A _g
Columnas		0,70 I _g	
Tabiques no fisurados		0,70 I _g	
Tabiques fisurados		0,35 I _g	
Placas planas y losas planas		0,25 I _g	

[†] Dividir por (1 + β_d) cuando actúen cargas de larga duración, o para las verificaciones de estabilidad realizadas de acuerdo con 10.13.6.

Para los análisis a nivel de la carga de servicio multiplicar por 1/0,70 = 1,43.

Tabla 65: Momentos de inercia para secciones fisuradas (referencia 109)

Los valores de referencia para vigas, columnas, tabiques, etc., se han seleccionado en función de los resultados de ensayos y análisis de pórticos.

Definición de la desplazabilidad o indesplazabilidad de una estructura

Dado que todas las estructuras reales son, en cierta medida desplazables, es necesario establecer un límite a partir del cual se pueda ignorar dicho desplazamiento por no afectar el mismo significativamente el análisis de segundo orden. Al respecto, el CIRSOC 201/05, indica que se puede asumir como indesplazable una estructura, si el incremento de los momentos de la misma, debido a los efectos de segundo orden, es menor o igual que el 5% de los momentos de primer orden.

A fin de evaluar lo anterior, cuando no resulte evidente la condición de desplazabilidad de la estructura, el CIRSOC 201/05 permite utilizar la siguiente expresión:

$$Q = \text{índice de estabilidad} = \frac{\sum P_u \cdot \Delta_0}{(V_u \cdot l_c)} \leq 0,05$$

$\sum P_u$ = carga vertical total mayorada.

V_u = esfuerzo de corte horizontal total a nivel del piso considerado.

Δ_0 = desplazamiento relativo de primer orden entre la parte superior e inferior del entrepiso debido a V_u .

l_c = longitud del elemento comprimido en estudio medida entre los ejes de los nudos del pórtico (en mm).

La expresión no es aplicable cuando $V_u = 0$. De cumplirse que el índice de estabilidad de piso $Q \leq 0,05$, se puede suponer a la estructura es indesplazable (para el piso en estudio).

Usualmente, se consideran como indesplazables a aquellas estructuras constituidas por sistemas de pórticos rigidizados por tabiques de arriostramiento adecuadamente distribuidos en planta para no generar excentricidades torsionales.

Al respecto, y a título comparativo, el Código modelo CEB-FIP 1990, considera que una estructura puede considerarse como indesplazable si se cumple la siguiente condición:

$$h \sqrt{\frac{N}{\sum E_c \cdot I_g}} \leq 0,60 \quad \text{si } n \geq 4$$

$$h \sqrt{\frac{N}{\sum E_c \cdot I_g}} \leq 0,20 + 0,10 \cdot n \quad \text{si } n < 4$$

con:

n = número de pisos de la estructura.

h = altura total de la estructura hasta la fundación.

N = suma de las cargas verticales con la estructura totalmente cargada en servicio.

$\sum E_c I_g$ = suma de las rigideces a flexión de los elementos de rigidización en la dirección analizada, tomando para el cálculo la sección bruta de hormigón.

Se presume que los elementos de rigidización son tabiques de hormigón distribuidos en planta, de tal forma de no generar efectos torsionales.

Por su parte, la norma española EHE 2008, indica que puede considerarse una estructura como no desplazable si dispone de tabiques o núcleos contra viento adecuadamente dispuestos para que no generen efectos torsionales significativos y se cumple:

$$N_d \leq K_1 \left(\frac{n}{n+1,6} \right) \cdot \frac{\sum E \cdot I}{h^2}$$

con:

N_d = carga total vertical mayorada a nivel de la fundación.

$K_1 = 0,62$. De encontrarse los tabiques fisurados corresponde utilizar $K_1 = 0,31$.

n = número de niveles de la estructura.

h = altura total de la estructura medida desde el nivel de la fundación.

$\sum E \cdot I$ = suma de las rigideces de los tabiques contra viento en la dirección analizada, adoptando para I el valor I_g , es decir, la inercia en estado I.

Adicionalmente, para estructuras aporticadas de varios niveles de menos de 15 plantas se debe comprobar que el desplazamiento máximo en el tope bajo cargas horizontales características, rigideces en estado I y teoría de primer orden, es inferior a $h/750$, con h la altura total. En ese caso, se acepta según la EHE el análisis como soporte aislado.

El CIRSOC 201/82 considera las siguientes condiciones:

“Si en una estructura no es evidente que estén aseguradas la rigidez y la estabilidad, será necesaria una verificación numérica de la estabilidad de los elementos arriostrantes horizontales y verticales. En estos cálculos se deberán tener en cuenta las imperfecciones constructivas (tolerancias en las medidas) y las excentricidades no previstas...”.

“Si los elementos arriostrantes son de gran flexibilidad, en la determinación de las solicitaciones se deberán tener en cuenta, adicionalmente, las deformaciones. De esta última verificación se podrá prescindir cuando, por ejemplo, los elementos arriostrantes verticales estén formados por tabiques o cajas de escaleras y éstos satisfagan la expresión adimensional:

$$\alpha = h \cdot \sqrt{\frac{N}{E \cdot I}} \leq 0,6 \quad \text{para } n \geq 4$$

$$\alpha = h \cdot \sqrt{\frac{N}{E \cdot I}} \leq 0,2 + 0,1 \cdot n \quad \text{para } 1 \leq n \leq 4$$

siendo:

h = la altura del edificio sobre el nivel de empotramiento de los elementos arriostrantes verticales.

$E_b \cdot I$ = suma de las rigideces a la flexión de todos los elementos arriostrantes verticales en estado I, de acuerdo con la teoría de la elasticidad.

N = la suma de todas las cargas verticales del edificio.

n el número de pisos.

Esta expresión fue deducida en función de las siguientes hipótesis ideales:

- 1) Los elementos arriostrantes están distribuidos en la planta de tal forma que el centro de gravedad G y el centro de esfuerzo cortante C coincidan en un mismo punto de la sección de la planta (secciones simétricas respecto de los dos ejes).
- 2) La sección del elemento individual de arriostramiento es constante a lo largo de todo el edificio y de pared delgada en el sentido del alabeo por torsión.
- 3) Las cargas verticales son iguales en todos los pisos y están aplicadas en forma simétrica.
- 4) La resultante de las cargas verticales incide en el centro de gravedad de la sección arriostrante completa.
- 5) La altura de todos los pisos es constante
- 6) Las losas son rígidas en su plano

Además se admite que las estructuras arriostrantes verticales permanecen en estado I (no fisurado).”

Determinación de la esbeltez del elemento

A fin de realizar una correcta evaluación acerca de la capacidad portante bajo efectos de segundo orden, resulta necesario determinar la longitud efectiva (l_e) de la columna tanto para estructuras indesplazables o desplazables. El valor real de la longitud efectiva (l_e) depende de la rigidez de los elementos vinculados a los extremos superior e inferior de la columna (vigas concurrentes, restricciones de la fundación, etc.). Podemos plantear que $l_e = fc(k)$, con el siguiente rango de variación:

- a) Columnas pórticos indesplazables:

$$l_u/2 \leq l_e \leq l_u \quad \text{con } 0,50 \leq k \leq 1,0$$

k adopta un valor límite superior igual a uno.

- b) Columnas pórticos desplazables

$$1,2 \cdot l_u \leq l_e \leq n \cdot l_u$$

con n número que puede ser considerablemente mayor que 2.

Se han desarrollado ayudas de cálculo para establecer en forma aproximada estos valores de k , denominados nomogramas, tanto para estructuras indesplazables como para estructuras desplazables.

En función de un parámetro ψ en cada nudo extremo, que resulta el cociente de las rigideces relativas de columnas dividido las rigideces relativas de las vigas concurrentes, se determinan dos puntos ψ_A y ψ_B sobre el nomograma, cuya recta de unión determina en su intersección con el eje vertical el valor que posee k , factor a aplicar sobre l_u .

Las longitudes para evaluar los coeficientes ψ se miden a centro de nudos. Los valores de momentos de inercia a adoptar surgen de la tabla adjunta precedentemente.

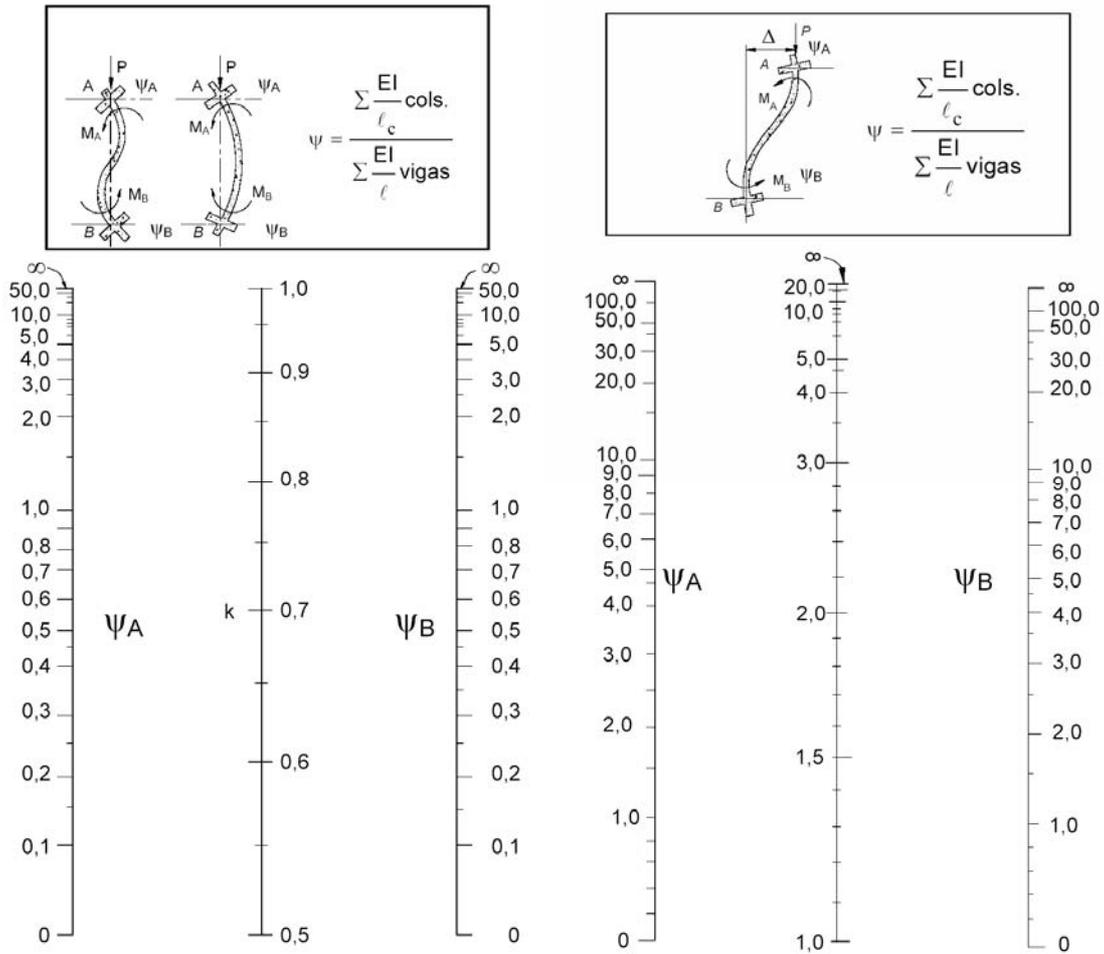


Figura 403: Nomogramas de k en sistemas indesplazables y desplazables, respectivamente (ref. 109)

Método de amplificación de momentos

Según se trató anteriormente, para elementos de esbelteces medias, el incremento del momento sobre la pieza por los efectos de segundo orden, se traducía finalmente en una falla de los materiales, cuando la curva P-Δ intersectaba el diagrama de interacción. Al llegar al punto B, la falla se produce por una combinación de sollicitaciones (P_u, M_c), con:

$$M_c = \delta_n \cdot M \quad (M_c > M_2)$$

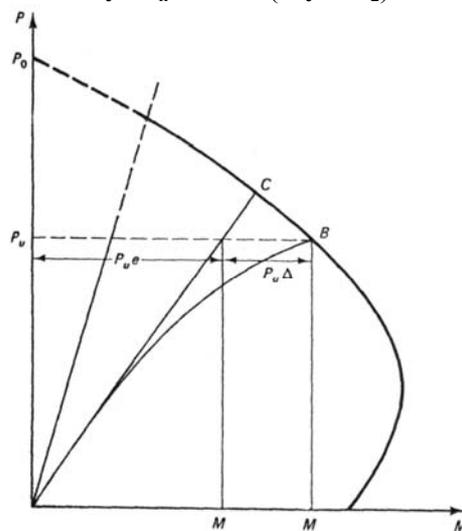


Figura 404: Diagrama de amplificación de la interacción carga – momento (P-M)

Estructuras indesplazables

El CIRSOC 201/05 permite un análisis aproximado (para esbelteces $\lambda < 100$), considerando los efectos de la esbeltez mediante un factor de amplificación de momentos (δ_{ns}). El factor de amplificación de momentos depende de la relación entre la carga axial y la carga crítica de pandeo de la columna, de los valores y los signos de los momentos de los extremos de la columna y de la deformada de la misma. El momento amplificado (mayorado, ya que se obtiene a partir de M_2) vale:

$$M_c = \delta_{ns} \cdot M_2$$

siendo:

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0,75 \cdot P_c}} \geq 1$$

$P_c =$ carga crítica de Euler $= \pi^2 EI / (l_e)^2$

$E.I = 0,4 E_c \cdot I_g / (1 + \beta_d)$

$C_m =$ factor de corrección para momentos amplificados.

$C_m = 0,60 + 0,40 M_1/M_2 \geq 0,40$ (si sobre el elemento no actúan cargas transversales)

$C_m = 1$ (si sobre el elemento actúan cargas concentradas entre los apoyos).

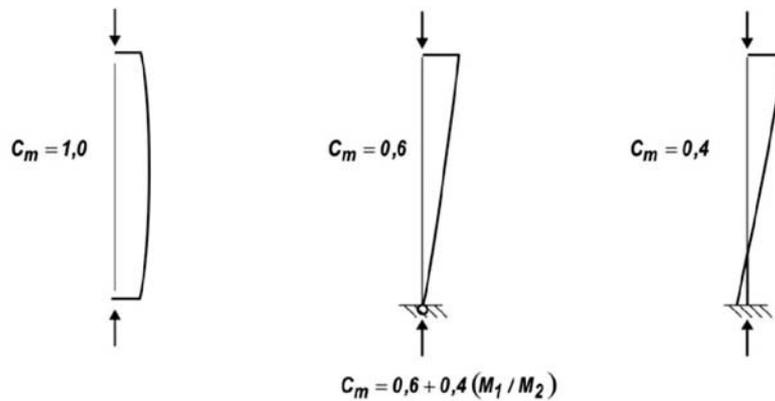


Figura 405: Valores adoptados por el factor C_m

En la expresión de cálculo del factor de corrección de momentos amplificados, la relación M_1/M_2 se considera positiva si la columna posee una curvatura simple, y negativa, si posee una curvatura doble, tal cual se indica a continuación:

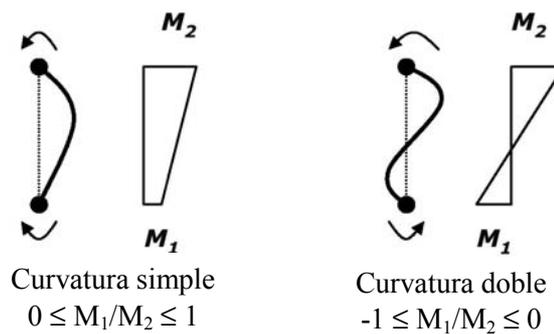


Figura 406: Valores adoptados por la relación M_1/M_2 según la curvatura de la columna

Por otra parte, debe verificarse que:

$$M_2 \geq M_{2min} = P_u \cdot (15 + 0,03 h)$$

con h la altura expresada en mm. El valor de M_{2min} considera la excentricidad accidental presente en una columna cargada axialmente. A fin de definir la carga crítica de la columna (P_c), la mayor dificultad consiste en determinar con la mayor precisión posible, el valor de la rigidez $E.I$, tal que concuerde con las variaciones

del momento de inercia, el que se ve afectado por la fisuración, la fluencia lenta, y la relación tensión-deformación en el hormigón. De los ensayos y estudios realizados, surgen dos expresiones aproximadas indicadas en el CIRSOC:

$$E.I = \frac{0,2.E_c.I_g + E_s.I_{se}}{1 + \beta_d}$$

o bien:

$$E.I = \frac{0,4.E_c.I_g}{1 + \beta_d}$$

donde:

E_c = módulo de elasticidad del hormigón

I_g = momento de inercia de la sección bruta

E_s = módulo de elasticidad del acero

I_{se} = momento de inercia de la armadura con respecto al centroide de la sección transversal

β_d = factor que considera la fluencia lenta. Para pórticos indesplazables, β_d es la relación entre la máxima carga axial mayorada que actúa en forma permanente (carga de larga duración) y la máxima carga axial mayorada asociada a la misma combinación de cargas. Para pórticos desplazables, β_d es la relación entre el máximo corte mayorado que actúa en forma permanente (carga de larga duración) en un entrepiso y el corte máximo mayorado en ese entrepiso.

La segunda expresión es una simplificación de la primera, siendo su uso más sencillo, pero, para columnas con elevadas cuantías no considera el efecto positivo de las armaduras.

Si consideramos un valor de $\beta_d = 0,60$, como podría ser para la mayoría de los casos en la que máxima carga axial mayorada sería el peso propio, participe en un 60% de las cargas de un edificio, la expresión E.I se simplifica de la manera:

$$E.I = 0,25 E_c . I_g$$

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 79) Dimensionar una columna esbelta perteneciente a una estructura indesplazable.

Materiales:

Hormigón H-25

$f'_c = 25$ MPa

Acero ADN 42/50

$f_y = 420$ MPa

Solicitaciones:

Según dirección y-z:

$P_u = 1625$ KN

$M_{ui} = 150$ KNm

$M_{us} = 200$ KNm

$l_{uy-z} = 3,20$ m (a borde inferior de losa)

(curvatura de igual signo)

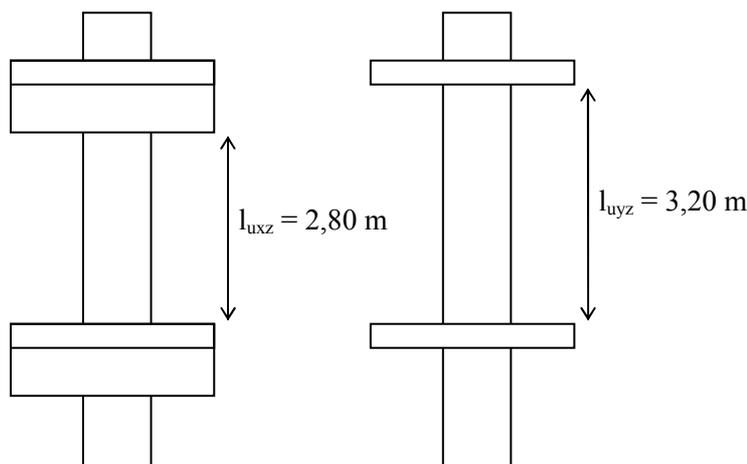
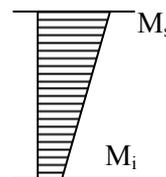
Según dirección x-z:

$M_{ui} = 0$ KNm

$M_{us} = 0$ KNm

$l_{ux-z} = 2,80$ m (a borde inferior de viga)

$\phi = 0,65$



$$M_{ui} \geq P_u \cdot (0,015 + 0,03 h) = 43,61 \text{ KNm}$$

(verifica)

Se adopta una secciçn tentativa de 0,40 m . 0,40 m.

Se adopta $k = 1$ (biarticulada)

$$r = \sqrt{\frac{I_g}{A_g}} = 11,54 \text{ cm}$$

Según x-z:

$$M_1 = M_2 = 0$$

$$\lambda_{yz} = \frac{K.l_u}{r} = \frac{1.280 \text{ cm}}{11,54 \text{ cm}} = 24,26$$

$$\lambda < 34$$

Por tanto los efectos de segundo orden pueden ser ignorados para esta direcciçn.

Según y-z:

$$\lambda_{yz} = \frac{K.l_u}{r} = \frac{1.320 \text{ cm}}{11,54 \text{ cm}} = 27,72$$

$$\lambda < 34 - 12 \cdot \left(\frac{M_1}{M_2} \right) = 34 - 12 \cdot \left(\frac{150 \text{ KNm}}{200 \text{ KNm}} \right) = 25 \quad \text{con } |M_1| < |M_2|$$

$$\lambda = 27,72 > 25$$

Se deben analizar los efectos de segundo orden.

$$C_m = 0,60 + 0,40 M_1/M_2 \geq 0,40$$

$$C_m = 0,9$$

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0,75 \cdot P_c}} \geq 1$$

$$E.I = 0,4 E_c \cdot I_g / (1 + \beta_d)$$

$$E_c = 4700 \sqrt{f_c} = 23500 \text{ MPa}$$

$$\beta_d = P_{uD} / P_{uD+L} = 0,55$$

$$I_g = 40^4 / 12 = 213333 \text{ cm}^4$$

$$E.I = 0,4 E_c \cdot I_g / (1 + \beta_d) = 1,29376 \cdot 10^{10}$$

$$P_c = \pi^2 (EI) / (k.l_u)^2 = 12469,6 \text{ KN}$$

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0,75 \cdot P_c}} = 1,089 > 1$$

$$M_c = \delta_{ns} \cdot M_2 = 1,089 \cdot 200 \text{ KNm} = 217,8 \text{ KNm}$$

Se dimensionará con:

$$P_u = 1625 \text{ KN}$$

$$M_u = 217,8 \text{ KNm}$$

$$P_n = 2500 \text{ KN}$$

$$M_n = 335,07 \text{ KNm}$$

Se verificará con:

$$P_u = 1625 \text{ KN}$$

$$M_u = 0$$

$$P_n = 2500 \text{ KN}$$

Diagramas de interacciçn:

$$\gamma = (h - 2 \cdot c_c) / h = 0,80$$

Del diagrama e interacci3n 7.2.3

$$n = P_n / (f'_c \cdot A_g) = 0,625$$

$$m = M_n / (f'_c \cdot A_g \cdot h) = 0,21$$

$$\rho_g < 0,035$$

$$A_s = \rho_g \cdot b \cdot h = 0,035 \cdot (40 \text{ cm})^2 = 56 \text{ cm}^2$$

Se adoptan 12 $\phi 25$ ($58,9 \text{ cm}^2$).

Nota: debera modificarse la secci3n para disminuir la cuantía de armado.

Estribos: $\phi 8$ c/30 cm

$$s \leq 12d_b = 30 \text{ cm}$$

$$s \leq 48d_{be} = 38,4 \text{ cm}$$

$$s \leq b = 40 \text{ cm}$$

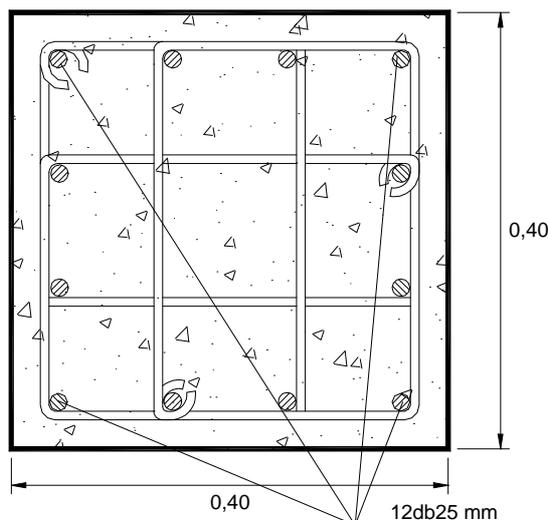


Figura 407: Secci3n final de la columna del ejemplo

Estructuras desplazables

El m3todo de amplificaci3n de momentos tiene validez para valores de esbelteces menores a 100, mientras que para valores menores a 22, resulta posible ignorar los efectos de segundo orden en columnas. En esta clase de estructuras, dado que por lo general las columnas no est3n aisladas sino que forman parte de un sistema estructural con losas rígidasy en su plano, el desplazamiento lateral de un piso involucra a todas las columnas de ese nivel, por lo que deben ser estudiadas en forma conjunta para evaluar los efectos de la esbeltez relacionados con el desplazamiento lateral. Por otra parte, tambi3n suele ocurrir que frente a determinadas condiciones, una columna de un p3rtico desplazable, pandee de un modo individual bajo cargas gravitatorias. Esta alternativa genera amplificaciones de momento originadas por las cargas gravitatorias sin desplazamiento lateral, y debe evaluarse en el diseño. El CIRSOC 201/05 plantea para este 3mbito de esbelteces, tres alternativas para el c3lculo de los momentos amplificados debidos a desplazamientos laterales ($\delta_s \cdot M_s$).

a) An3lisis el3stico de segundo orden: este an3lisis se basa en las rigideces establecidas en la Tabla 65 del presente capítulo.

b) An3lisis de segundo orden aproximado: se determina $\delta_s \cdot M_s$ a partir de la expresi3n anexa.

$$\delta_s \cdot M_s = \frac{M_s}{1 - Q} \geq M_s$$

donde Q es el índice de estabilidad de un entrepiso, calculado a partir de:

$$Q = \text{índice de estabilidad} = \Sigma P_u \cdot \Delta_0 / (V_u \cdot l_c) \leq 0,05$$

Con ΣP_u = sumatoria de todas las cargas verticales en un piso. La ecuación para el cálculo de los momentos mayorados es válida para valores de $\delta_s \leq 1,50$. De no cumplirse esta condición, deberá resolverse el caso mediante el método a) o c).

c) Análisis por el método del momento amplificado por desplazamiento lateral ($\delta_s \cdot M_s$): se calculan los momentos amplificados con la ecuación anexa a continuación.

$$\delta_s \cdot M_s = \frac{M_s}{1 - \frac{\Sigma P_u}{0,75 \cdot \Sigma P_c}} \geq M_s$$

donde:

ΣP_u : es la sumatoria de los esfuerzos normales de todas las columnas del piso

ΣP_c : es la sumatoria de las cargas críticas de todas las columnas del piso que soportan los desplazamientos laterales.

P_c : es la carga crítica de cada columna calculada en la misma forma que para las estructuras no desplazables pero con el valor k correspondiente a la estructura desplazable.

Los momentos de diseño M_1 y M_2 en los extremos de una columna individual se obtienen con las expresiones:

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s \cdot M_{1s}$$

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s \cdot M_{2s}$$

M_1 y M_2 = son los momentos mayorados en los extremos de la columna

M_{1ns} y M_{2ns} = son los momentos mayorados de primer orden debidos a cargas que no producen un desplazamiento lateral apreciable (ns: non sway)

$\delta_s \cdot M_{1s}$ y $\delta_s \cdot M_{2s}$ = son los momentos mayorados de segundo orden debidos a las cargas que producen un desplazamiento lateral apreciable (s: sway)

Es importante destacar que en aquellas estructuras que por su diseño presentan desplazamientos torsionales significativos, el procedimiento de amplificación de momentos puede subestimar las solicitaciones en las columnas más alejadas del centro de rotación. En esos casos, debería realizarse un análisis de segundo orden especial. Si la columna tiene una esbeltez importante y las cargas axiales que actúan son elevadas, se debe verificar que los momentos entre los puntos extremos de la columna sean mayores que los momentos en dichos extremos. Esta situación puede suceder cuando:

$$\frac{l_u}{r} > \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f'_c \cdot A_g}}}$$

con:

A_g (mm^2)

P_u (N)

f'_c (MPa)

Para realizar esta verificación se utiliza el factor de amplificación δ_{ns} para pórticos indesplazables. La columna se diseña para la carga mayorada P_u y el momento M_c , donde este último valor se calcula de acuerdo a:

$$M_c = \delta_{ns} \cdot M_2 = \left[\frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0,75 \cdot P_c}} \right] \cdot (M_{2ns} + \delta_s \cdot M_{2s})$$

con:

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0,75 \cdot P_c}} \geq 1$$

Amplificaci3n de momentos para vigas concurrentes a nudo

La resistencia de una estructura constituida por p3rticos desplazables depende de la estabilidad de las columnas integrantes del p3rtico y de la restricci3n al giro en los nudos que proporcionan las vigas que concurren al mismo.

Por esto, si en las vigas concurrentes se forman r3tulas pl3sticas prematuras, la capacidad resistente del sistema aporticado se reduce significativamente, se deben dise1nar, entonces, las vigas concurrentes al nudo para poder absorber los momentos amplificados de las columnas.

Estabilidad estructural global bajo cargas gravitatorias

En estructuras desplazables debe evaluarse la posibilidad de inestabilidad por desplazamiento lateral de la estructura en su conjunto frente a las cargas gravitatorias mayoradas. La mencionada verificaci3n se puede realizar de tres maneras, seg3n el m3todo utilizado para calcular $\delta_n \cdot M_s$:

a) Cuando se halla aplicado el m3todo a) An3lisis el3stico de segundo orden, se debe satisfacer la siguiente relaci3n: Deformaciones laterales de segundo orden / Deformaciones laterales de primer orden $\leq 2,50$. Para evaluar lo anterior, debe utilizarse una combinaci3n de cargas $U = 1,40 D + 1,70 L$ con la adici3n de la carga horizontal aplicada a la estructura. El p3rtico se debe analizar dos veces para el conjunto de cargas mencionado, el primer an3lisis deber3a ser un an3lisis de primer orden, y el segundo, un an3lisis de segundo orden. Respecto de la carga horizontal, se pueden tomar las reales utilizadas en el dise1no, o bien, puede ser una carga horizontal 3nica aplicada en la parte superior del p3rtico.

b) Cuando se haya aplicado el criterio el m3todo directo $P-\Delta$, el valor de Q debe cumplir:

$$Q = \text{3ndice de estabilidad} = \Sigma P_u \cdot \Delta_0 / (V_u \cdot l_c) \leq 0,60$$

donde este valor de Q corresponde a:

$$\delta_s = \frac{1}{1-Q} = 2,50$$

c) Cuando aplicado el factor de amplificaci3n, el valor δ_s debe verificar:

$$0 \leq \delta_s \leq 2,50$$

Tanto para la situaci3n a), b) o c), el valor de β_d ser3a la relaci3n entre la m3xima carga axial mayorada de larga duraci3n y la m3xima carga axial mayorada total.

Como aplicaci3n pr3ctica del tema, se desarrollar3a un ejemplo de dise1no de una estructura aporticada desplazable seg3n los criterios a) y b) antes expuestos.

Ejemplo de aplicaci3n

Ejemplo 80) Dise1no de una columna a pandeo perteneciente a un sistema desplazable

Dise1nar la columna C2 en planta baja, perteneciente a un edificio de oficinas de cuatro niveles, de 4 m de altura en planta baja y 3,50 m de altura en los pisos superiores. Las cargas horizontales actuantes son originadas por el viento ($q_{\text{servicio}} = 120 \text{ kg/m}^2$).

Materiales

Hormiç3n H-20	$f'_c = 20 \text{ MPa}$
Acero ADN 42/50	$f_y = 420 \text{ MPa}$

Secci3n columnas:

$$b_x = b_y = 40 \text{ cm}$$

$$A_g = 1600 \text{ cm}^2$$

$$I_g = 213333 \text{ cm}^4$$

Secci3n vigas:

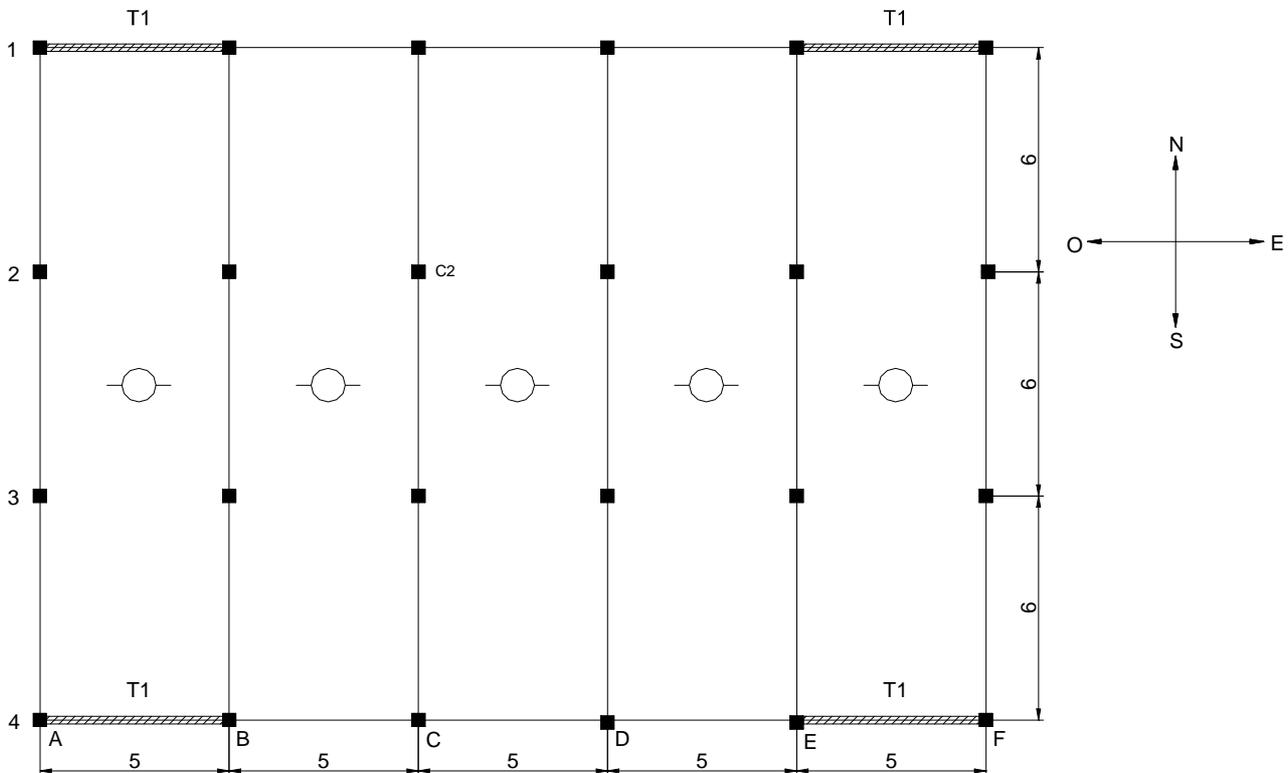
$$b = 20 \text{ cm}$$

$$d = 50 \text{ cm}$$

$$A_g = 1000 \text{ cm}^2$$

$$I_g = 208333 \text{ cm}^4$$

Se asume a la estructura como indesplazable en la direcciçn E-O, existiendo cuatro tabiques que absorben las cargas horizontales. Evaluaremos la situaciçn de desplazabilidad en la direcciçn N-S, donde los elementos arriostrantes son los pòrticos tipos. Realizaremos un anàlisis elàstico de primer orden y para considerar la presencia de regiones fisuradas a lo largo del elemento, utilizaremos las propiedades de secciones modificadas.



Vigas:

$$F = 1 \cdot A_g \text{ (Área)} \quad I = 0,35 \cdot I_g \text{ (Inercia)}$$

Columnas:

$$F = 1 \cdot A_g \text{ (Área)} \quad I = 0,70 \cdot I_g \text{ (Inercia)}$$

Anàlisis direcciçn N-S:



$$h_v \geq 1 / 18,50 = 32,40 \text{ cm}$$

$$h_1 \geq 1 / 24 = 20,80 \text{ cm}$$

Anàlisis de carga de la losa

peso propio	$0,2 \text{ m} \times 2500 \text{ kg/m}^3 = 500 \text{ kg/m}^2$
contrapiso	$0,05 \text{ m} \times 1800 \text{ kg/m}^3 = 90 \text{ kg/m}^2$
cielorraso	$= 20 \text{ kg/m}^2$
piso.....	$= 40 \text{ kg/m}^2$
	$D = 650 \text{ kg/m}^2$
(sobrecarga) L =	250 kg/m^2
q = D + L =	900 kg/m^2

$$650 \text{ kg/m}^2 / 900 \text{ kg/m}^2 = 0,72$$

$$250 \text{ kg/m}^2 / 900 \text{ kg/m}^2 = 0,28$$

Carga sobre vigas

$$D = 650 \text{ kg/m}^2 \cdot 5 \text{ m} + 0,20 \text{ m} \cdot 0,30 \text{ m} \cdot 2500 \text{ kg/m}^3 = 3400 \text{ kg/m}$$

$$L = 250 \text{ kg/m}^2 \cdot 5 \text{ m} = 1250 \text{ kg/m}$$

Combinaciones de estados de carga

- 1) 1,40 . D
- 2) 1,20 . D + 1,60 . L
- 3) 0,90 . D + 1,60 . W
- 4) 1,20 . D + 0,50 . L + 1,60 . W

Nota: en la direcci3n E-O, al poseer tabiques de arriostamiento se considera al sistema como indesplazable.

Cargas axiales y momentos mayorados para la columna C2 del primer piso

Dado que se trata de un p3rtico sim3trico, las cargas gravitatorias no provocar3n una deformaci3n lateral apreciable:

Estado de carga	Carga axial (kg)	Momento flector (kgm)	
		Superior	Inferior
Permanente (D)	102888	140	50
Sobrecarga (L)	37820	50	20
Viento (W)	300	3740	7920
1,40 . D	144043	196	70
1,20 . D + 1,60 . L	183977	248	92
0,90 . D + 1,60 . W	93079	5984	12717
1,20 . D + 0,50 . L + 1,60 . W	142855	6177	12742

Determinaci3n de la condici3n de desplazabilidad del p3rtico del primer piso

ΣP_u = carga vertical total mayorada en el entrepiso correspondiente al caso de carga horizontal para el cual ΣP_u es m3ximo.

$$Q = \text{3ndice de estabilidad} = \Sigma P_u \cdot \Delta_0 / (V_u \cdot l_c) \leq 0,05$$

$$V_u = 52,50 \text{ tn} \cdot 1,60 = 84 \text{ tn}$$

$$\text{Superficie del primer piso} = 450 \text{ m}^2$$

$$\text{N3mero de pisos} = 5$$

$$\text{N3mero de vigas por piso (para el caso seleccionado)} = 18$$

En este caso, la carga vertical mayorada m3xima corresponde al caso de carga horizontal 1,20D+0,5L+1,6W, por lo que se calcula como:

$$\Sigma P_u = 5 \cdot [1,20 \cdot 450 \text{ m}^2 \cdot 650 \text{ kg/m}^2 + 0,50 \cdot 450 \text{ m}^2 \cdot 250 \text{ kg/m}^2] + \\ + 1,20 \cdot 5 \cdot 6 \text{ m} \cdot 18 \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 0,30 \text{ m} \cdot 2500 \text{ kg/m}^3 + 1,60 \cdot 0 = 2133,45 \text{ tn}$$

$$l_c = 4 \text{ m}$$

$$\Delta_0 \text{ (desplazamiento generado por viento)} = 1,6 \cdot 0,008625 \text{ m} = 0,0138 \text{ m}$$

$$Q = \Sigma P_u \cdot \Delta_0 / (V_u \cdot l_c) = 0,088 > 0,05$$

Por lo que el p3rtico a nivel del entrepiso se considera desplazable.

Diseño de la columna C2

Determinamos si es necesario considerar los efectos de la esbeltez. Si:

$$\lambda = \frac{K l_u}{r} < 22 \Rightarrow \text{los efectos de segundo orden se pueden despreciar}$$

$$b_x = b_y = 40 \text{ cm}$$

$$r = 0,30 \cdot b = 12 \text{ cm}$$

Según N-S, la altura a considerar es $l_u = 3,50 \text{ m}$ (por la existencia de la viga superior) con K a determinar, y para la direcci3n E-O, $l_u = 3,80 \text{ m}$ y $K = 1$ (sistema indesplazable).

Evaluaci3n de K para la direcci3n N-S

$$\psi = \frac{\sum \frac{E.I}{l_c}}{\sum \frac{E.I}{l_v}}$$

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} = 210290 \text{ kg/cm}^2$$

$$\psi_i \cong 0 \text{ (se asume empotramiento en la base)}$$

$$l_v = 600 \text{ cm}$$

$$l_c = 350 \text{ cm}$$

$$\psi_s = \frac{\frac{2.E.0,70I_{gc}}{l_c}}{\frac{2.E.0,35I_{gv}}{l_v}} = 3,51$$

De los nomogramas se extrae que $K = 1,51$.

Por lo que para la direcci3n N-S:

$$\lambda = \frac{K l_u}{r} = \frac{1,51 \cdot 350 \text{ cm}}{12 \text{ cm}} = 44 > 22$$

Deben considerarse los efectos de segundo orden.

Combinaciones de carga a estudiar

$$(I) 1,20 \cdot D + 1,60 \cdot L$$

$$P_u = 183977 \text{ kg}$$

$$M_{1ns} = 1,2 \cdot 140 \text{ kgm} + 1,6 \cdot 50 \text{ kgm} = 248 \text{ kgm}$$

$$M_{2ns} = 1,2 \cdot 50 \text{ kgm} + 1,6 \cdot 20 \text{ kgm} = 92 \text{ kgm}$$

$$(II) 1,20 \cdot D + 0,50 \cdot L + 1,60 \cdot W$$

$$P_u = 142855 \text{ kg}$$

$$M_{1ns} = 1,2 \cdot 140 \text{ kgm} + 0,5 \cdot 50 \text{ kgm} = 193 \text{ kgm}$$

$$M_{1s} = 1,6 \cdot 3740 \text{ kgm} = 5984 \text{ kgm}$$

$$M_{2ns} = 70 \text{ kgm}$$

$$M_{2s} = 12672 \text{ kgm}$$

$$(III) 0,90 \cdot D + 1,60 \cdot W$$

$$P_u = 93079 \text{ kg}$$

$$M_{1ns} = 126 \text{ kgm}$$

$$M_{1s} = 5984 \text{ kgm}$$

$$M_{2ns} = 45 \text{ kgm}$$

$$M_{2s} = 12672 \text{ kgm}$$

Se calculan los estados (II) y (III):

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s \cdot M_{2s}$$

$$\delta_s \cdot M_{2s} = \frac{M_{2s}}{1-Q} \geq M_{2s}$$

Estado II (1,20 · D + 0,50 · L + 1,60 W)

$$\Sigma P_u = 2133,45 \text{ tn}$$

$$l_c = 4 \text{ m}$$

$$V_u = 84 \text{ tn}$$

$$\Delta_0 = 0,0138 \text{ m}$$

$$Q = \Sigma P_u \cdot \Delta_0 / (V_u \cdot l_c) = 0,0876$$

$$\delta_s = \frac{1}{1-Q} = 1,096 < 1,50 \quad (\text{verifica})$$

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s \cdot M_{2s} = 70 \text{ kgm} + 1,096 \cdot 12672 \text{ kgm} = 13959 \text{ kgm}$$

$$P_u = 142855 \text{ kg}$$

$$M_u = 13959 \text{ kgm}$$

Estado III (0,90 · D + 1,60 W)

$$\Sigma P_u = 1389,15 \text{ tn}$$

$$l_c = 4 \text{ m}$$

$$V_u = 84 \text{ tn}$$

$$\Delta_0 = 0,0138 \text{ m}$$

$$Q = \Sigma P_u \cdot \Delta_0 / (V_u \cdot l_c) = 0,05705$$

$$\delta_s = \frac{1}{1-Q} = 1,0605 < 1,50 \quad (\text{verifica})$$

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s \cdot M_{2s} = 13484 \text{ kgm}$$

$$P_u = 93079 \text{ kg}$$

$$M_u = 13484 \text{ kgm}$$

Del ingreso con las combinaciones (I), (II) y (III) al diagrama de interacci3n 7.1.2 ($\gamma = 0,70$), la cuantía m3s desfavorable obtenida es del 2%.

$$A_s = 0,02 \cdot 40 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} = 32 \text{ cm}^2$$

Se adoptan: 4 ϕ 25mm + 4 ϕ 20mm (32,20 cm²)

Verificaci3n a compresi3n pura:

$$P_u \leq 0,80 \cdot \phi \cdot [0,85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + f_y \cdot A_{st}] = 2117,6 \text{ KN} \quad (\text{verifica})$$

Verificaci3n seg3n Art. 10.13.5 CIRSOC 201/05: se verifica adicionalmente que el momento m3ximo entre nudos no sea determinante en el dise1o, por lo que debe cumplirse la expresi3n inferior.

$$\frac{l_u}{r} < \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f'_c \cdot A_g}}}$$

con:

$$P_u = 1839,77 \text{ KN}$$

$$l_u = 3,80 \text{ m}$$

$$r = 12 \text{ cm}$$

$$\frac{l_u}{r} = 31,67 < \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f'_c \cdot A_g}}} = 46,16 \quad (\text{verifica})$$

Debería realizarse adicionalmente la verificaci3n de la estabilidad global de la estructura bajo cargas gravitatorias.

Resolución según criterio a)

Resuelto el pórtico en estudio, mediante un análisis elástico de segundo orden P- Δ mediante un software comercial, adoptando las rigideces relativas sugeridas por el CIRSOC para estados últimos:

Vigas:

$$I = 0,35 \cdot I_g \text{ (Inercia)}$$

Columnas:

$$I = 0,70 \cdot I_g \text{ (Inercia)}$$

Se observa para la columna C2 de estudio:

Análisis de primer orden:

$$M_{Is} = 5734,4 \text{ kgm}$$

$$M_{Ii} = 11553 \text{ kgm}$$

Análisis de segundo orden P- Δ :

$$M_{IIs} = 6238,40 \text{ kgm}$$

$$M_{IIi} = 12735 \text{ kgm}$$

Las diferencias resultan:

$$\Delta_s = 8,80 \%$$

$$\Delta_i = 10,23 \%$$

$$\Delta_{\text{medio}} = 9,52 \%$$

Observación final: según el análisis realizado por el método aproximado del CIRSOC 201/05, la diferencia media es de aproximadamente $\Delta = 9,60\%$.



Figura 408: Columnas circulares de 6 m de altura para una estructura de hormigón armado.

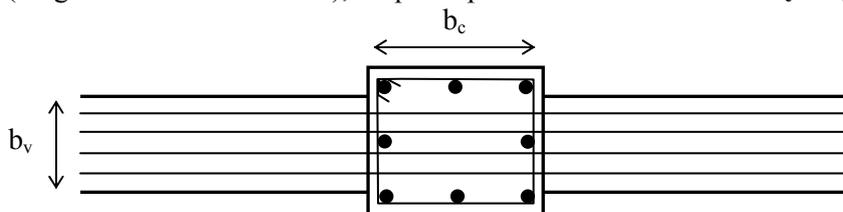
Capítulo 31

Nudos de pórticos

Diseño de nudos

En muchas ocasiones la falla de una estructura de hormigón armado se da, no por errores en el análisis, sino, por no prestar la debida atención al detallado de las armaduras. En estos casos, el problema suele estar localizado en las uniones de los elementos principales. Se suele volcar un esfuerzo importante en definir las armaduras seccionales (en las diferentes secciones críticas) y dejar a criterio del constructor (que desconoce el proyecto en profundidad) el detalle de estas zonas. El requerimiento que deben cumplir las uniones es que las fuerzas existentes en los extremos se transmitan a través de la unión a los elementos contiguos (vigas o columnas). De una importante cantidad de ensayos a escala real de uniones viga-columna, se han elaborado métodos de diseño tratados por el Comité ACI 352 “Recommendations For Design of Beams-Columns Structures”, que aunque no forma parte del Código ACI 318, brindan una base para un diseño adecuado para este tipo de uniones. Debe prestarse atención asimismo, al diseño práctico del nudo, esto es:

- Las armaduras superiores e inferiores de vigas ortogonales que concurren al nudo, no deben estar a la misma altura.
- Las armaduras superiores e inferiores de vigas deben pasar en forma interior a la armadura máxima exterior (longitudinal de la columna), lo que implica en consecuencia un $b_c > b_v$.



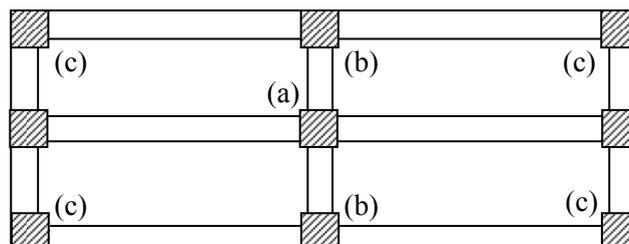
En la referencia mencionada, se clasifican las uniones en dos categorías:

- Uniones tipo 1: para estructuras de edificios sometidas a cargas gravitatorias y viento, pero no para cargas de naturaleza predominantemente dinámica.
- Uniones tipo 2: para estructuras sismorresistentes (que incurran en el período anelástico)

A continuación sólo se tratarán las uniones tipo 1.

Se presentan distintos tipos de uniones vigas-columna:

- Unión interior (a): sería un nudo sobre el cual concurren vigas en forma ortogonal.
- Unión exterior (b): sería un nudo sobre el cual sólo concurren dos vigas (ortogonales o continuas), o tres en forma de T.
- Unión de esquina (c): sería un nudo en donde sólo concurrirían dos vigas, o una.



En los casos tipo (a), (b) y (c) aunque concurren al nudo vigas en dos direcciones, puede realizarse el análisis del nudo en cada dirección en forma independiente.

Diagrama del cuerpo libre de un nudo de un pòrtico sometido a cargas gravitatorias

Con momentos de vigas concurrentes $M_1 > M_2$, su diferencia se equilibra con la suma de los momentos en las columnas (M_3 y M_4). Segùn las recomendaciones del Comitè ACI 352, las fuerzas que deben incluirse en el diseo del nudo no son las determinadas a partir del anàlisis elàstico del pòrtico, usamos en lugar de ello, las fuerzas en base a las *resistencias nominales* de los elementos. En el contacto entre una viga subarmada y la cara de la columna, la fuerza de tracciòn en la parte superior de la viga generada por la armadura para momento negativo se toma $T = A_s \cdot f_y$. En tanto la compresiòn es $C = T$

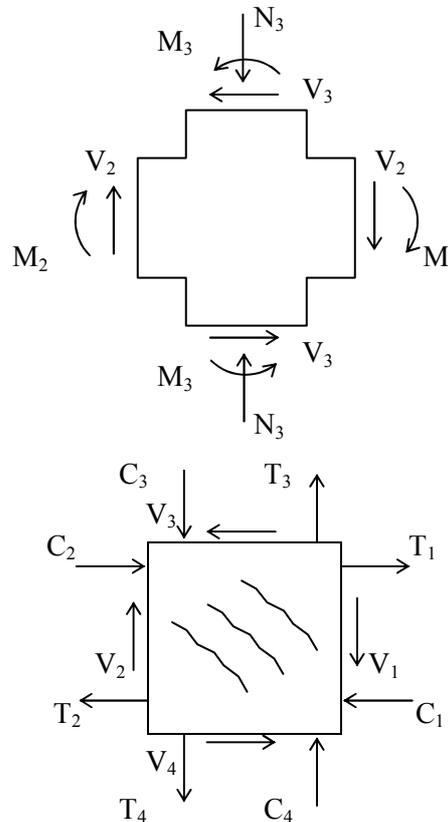


Figura 409: Fuerzas actuantes en un nudo de pòrtico

El momento de diseo aplicado en la cara del nudo es el correspondiente a estas fuerzas màmimas:

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot (d - a/2)$$

Se destaca que la inclusiòn de un coeficiente de reducciòn de resistencia (ϕ), no serìa conservador, dado que reducirìa las fuerzas de diseo del nudo (se toma $\phi = 1$). Una vez que se aplican los momentos determinados de esta manera a cada una de las caras del nudo, las fuerzas correspondientes de la columna para el diseo de la uniòn, son las que se requieren para mantener el nudo en equilibrio. De manera de ilustrar lo anterior, los cortantes de la columna V_3 y V_4 de la figura anterior se calculan en base al diagrama de cuerpo libre de la columna entre puntos de inflexiòn (asumidos a la mitad de altura de la columna).

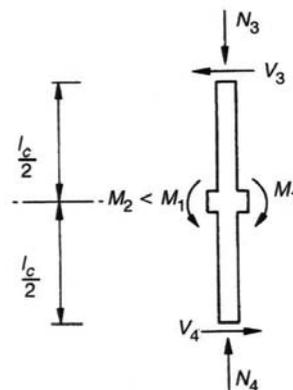


Figura 410: Diagrama de cuerpo libre para una columna perteneciente a un pòrtico

Verificación de la resistencia al corte del nudo

Un nudo solicitado a fuerzas va a presentar un cuadro de fisuración diagonal originado por los esfuerzos de tensión diagonal, que, a su vez, resultan de las fuerzas normales y cortantes indicadas. El método planteado por el Comité ACI 352, se basa en limitar la fuerza cortante en un plano horizontal a través del nudo a un valor determinado mediante ensayos.

$$V_u \leq \phi \cdot V_n$$

Utilizamos $\phi = 0,75$ para concordar con las especificaciones del Código ACI 318/05, aunque el Comité ACI 352 que es anterior, utiliza un valor de $\phi = 0,85$. La fuerza cortante V_u , se calcula en un plano horizontal a la mitad de la altura del nudo, tal como el a-a de la figura, sumando las fuerzas horizontales que actúan en el nudo por encima de este plano.

$$V_u = T_1 + C_2 - V_3$$

con:

$$C_2 = A_{s2} \cdot f_y$$

$$T_1 = A_{s1} \cdot f_y$$

La resistencia nominal a cortante V_n , se establece como:

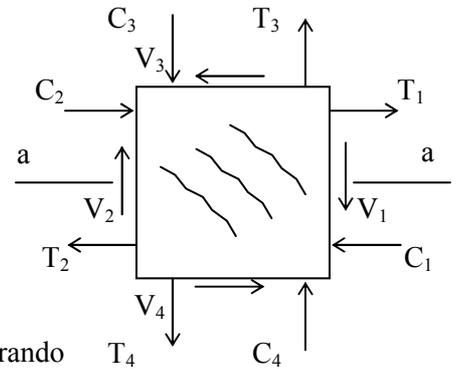
$$V_n = 0,265 \cdot \gamma \cdot \sqrt{f'_c \text{ (kg/cm}^2\text{)}} \cdot b_j \cdot h$$

con:

$$f'_c < 420 \text{ kg/cm}^2$$

b_j = ancho efectivo de la junta

h = espesor de la columna en la dirección de la carga que se está considerando



Valores de γ

Tipo de junta	Clasificación de la junta		
	(a) interior	(b) exterior	(c) esquina
1	24	20	15
2	20	15	12

Tabla 66: Tabla de coeficientes de juntas en nudos de pórticos

Para determinar el ancho de la junta (b_j), se debe definir previamente el ancho de diseño de la viga (b_b) en la dirección de la carga. Si sólo hay una viga en la dirección de la carga, b_b debe tomarse igual al ancho de dicha viga. Si hay dos vigas en dirección de la carga, b_b debe considerarse como el promedio de los anchos de estas dos vigas. Cuando el ancho de diseño b_b de la viga excede del ancho de la columna b_c (se permite en las juntas tipo 1), el ancho efectivo de la junta debe considerarse igual a b_c . Cuando el ancho de diseño b_b de la viga es menor que el ancho de la columna, el ancho efectivo de la junta debe determinarse como sigue:

$$b_j = \frac{(b_b + b_c)}{2} \leq b_b + \frac{h}{2}$$

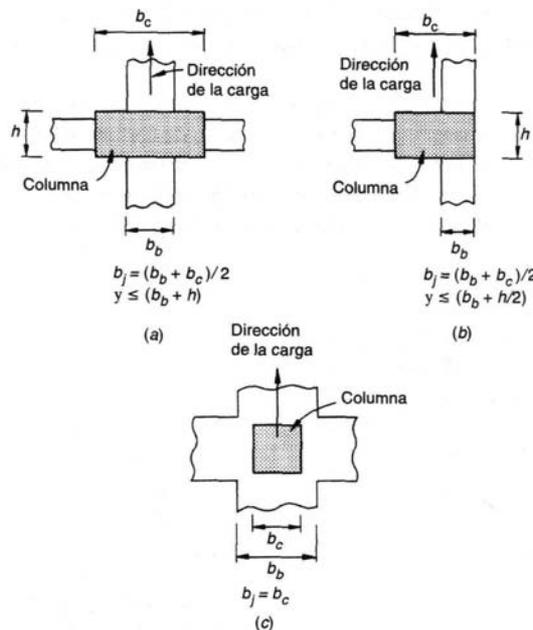


Figura 411: Determinación del ancho efectivo b en nudos de pórticos (referencia 48)

El comportamiento adecuado de una unión viga-columna depende fundamentalmente del confinamiento del nudo.

Este confinamiento mejora la performance del nudo puesto que:

- Aumenta la resistencia del núcleo de hormigón y mejora su capacidad de deformación.
- Evita el pandeo hacia fuera de las barras verticales de la columna.

Este confinamiento puede lograrse mediante las vigas aledañas al nudo, o por estribos en la columna, en la zona del nudo. Una junta interior (tipo a), tiene elementos horizontales que se unen a ella por los cuatro lados, sin embargo, para ser clasificada como una junta interior, los elementos horizontales del nudo deben cubrir por lo menos $\frac{3}{4}$ del ancho de la columna, y el elemento horizontal de menor altura, no debe ser menor que $\frac{3}{4}$ del mayor elemento (viga) concurrente al nudo. Las juntas interiores que no verifiquen lo anterior, se deben clasificar como juntas exteriores al seleccionar el valor de γ de la Tabla 66. Lo mismo ocurre con las juntas exteriores (tipo b) de no cumplir con los requisitos de un adecuado confinamiento por las vigas concurrentes, se las clasifica como juntas de esquina (tipo c) y así se obtiene el valor correspondiente de γ . A fin de complementar la información del tema se sugiere la consulta de la referencia 48) "Diseño de juntas viga-columna en estructuras de concreto ACI-352".

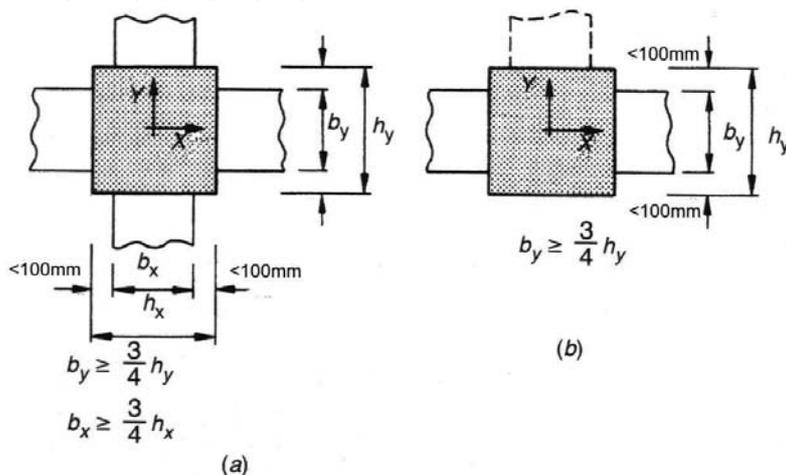


Figura 412: Confinamiento de nudos de pórticos mediante vigas a) dirección x e y, b) confinamiento en dirección x (adaptado referencia 48)

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 81) Diseño de un nudo de un pórtico con una junta tipo 1 exterior.

Vigas: 45 cm x 60 cm.

Armadura de viga:

A_s (superior) = $5\phi 16$ mm ($10,05$ cm²)

A'_s (inferior) = $3\phi 16$ mm ($6,03$ cm²)

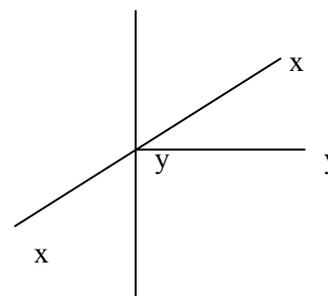
Columna: $b_x = b_y = 60$ cm.

Armadura de columna: $8\phi 25$ mm ($39,28$ cm²)

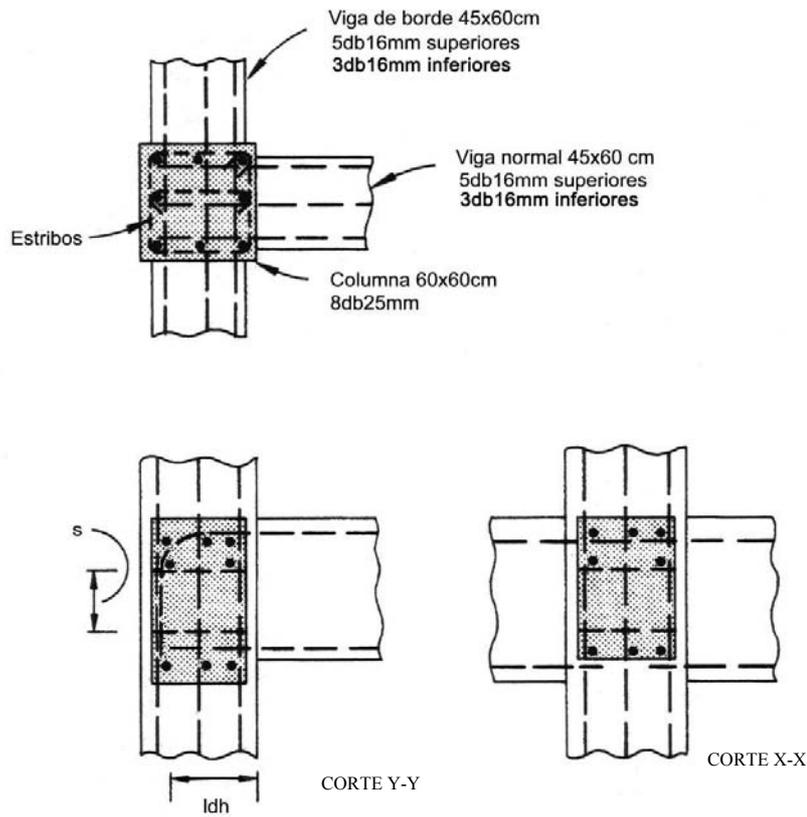
$l = 3,70$ m

Hormigón H-25

Acero AND 42/50



El cortante no es un problema en la dirección x-x, dada la continuidad, no se prevén en esta dirección momentos importantes no equilibrados. En ambas direcciones se cumple que $b_y > \frac{3}{4} h_y$; $b_x > \frac{3}{4} h_x$ (confinamiento adecuado). A lo largo del nudo deben colocarse estribos cerrados que envuelvan la armadura de la columna según ACI 318/05 ya que existe una cara libre.



Análisis según y-y

$$M_n = A_s f_y (d - a/2)$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b_w} = 4,14 \text{ cm}$$

$d = 54 \text{ cm}$

$$M_n = A_s f_y (d - a/2) = 218,62 \text{ KNm}$$

$$V_{col} = M_n / 3,70 \text{ m} = 59,09 \text{ KN}$$

$$T = A_s \cdot f_y = 422,10 \text{ KN}$$

$$V_u = T - V_{col} = 363,01 \text{ KN}$$

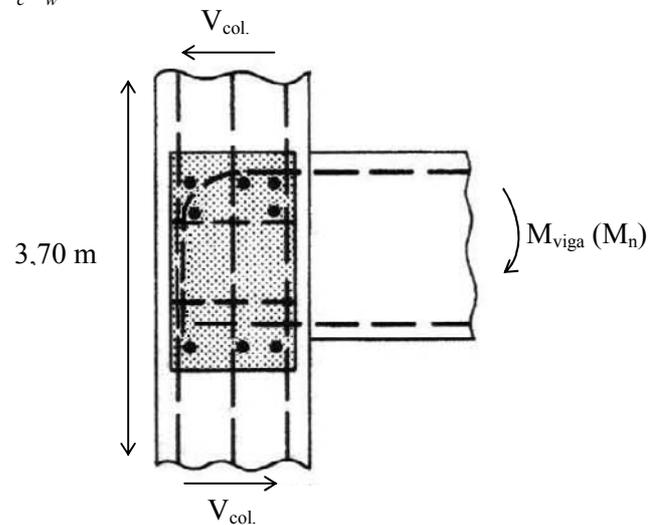
Resistencia a cortante junta (V_n)

$$b_j = (60 \text{ cm} + 45 \text{ cm}) / 2 = 52,50 \text{ cm}$$

$\gamma = 20$

$h = 60 \text{ cm}$

$\phi = 0,75$



$$V_n = 0,265 \cdot \gamma \cdot \sqrt{f'_c} (\text{kg/cm}^2) \cdot b_j \cdot h = 261457 \text{ kg}$$

$$V_u \leq \phi \cdot V_n$$

$$36301,4 \text{ kg} < 0,75 \cdot 261457 \text{ kg} = 196093 \text{ kg}$$

Se debe calcular la longitud de anclaje de la armadura de la viga en el nudo.

$$l_{dh} = 0,24 \cdot \lambda \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot d_b = 0,24 \cdot 1 \cdot \frac{420 \text{ Mpa}}{\sqrt{25 \text{ Mpa}}} \cdot 16 \text{ mm} = 322,5 \text{ mm}$$

$l_{dh} > 150 \text{ mm}$ y $l_{dh} > 8 \text{ db}$.

Se adopta $l_{dh} = 500 \text{ mm}$.

Estribos en zona del nudo Art. 7.9 CIRSOC 201/05

En los nudos de los elementos principales de pórticos, tales como vigas y columnas, se debe realizar el confinamiento de las zonas de empalme de la armadura continua y del anclaje de las barras que terminan en dichos nudos. El confinamiento en los nudos se debe materializar mediante hormigón externo, estribos cerrados o zunchos interiores.

Art. 11.11.2 CIRSOC 201/05

Excepto en el caso de nudos de pórticos que estén confinados en sus cuatro lados por vigas o losas de aproximadamente igual altura, los nudos tendrán una armadura transversal mayor o igual que la requerida por la expresión (11-13) dentro de la columna, hasta una profundidad mayor o igual que la del elemento de mayor altura que se aportique en el nudo. (viga de mayor altura h concurrente al nudo).

$$A_v \geq \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} \frac{b_w \cdot s}{f_y} \geq 0,33 \cdot \frac{b_w \cdot s}{f_y} \quad (11-13)$$

A_v = área de la armadura de corte existente en un sector s si $f_y = 420$ MPa.

$$\frac{A_v}{s} \geq \frac{b_w}{12,60} = 4,76 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$d_{\text{bcol}} = 25$ mm

$d_{\text{be}} = 8$ mm

$s = 15$ cm

$$\frac{n \cdot A_{vi}}{s} = \frac{2,0,50 \text{ cm}^2}{0,15 \text{ m}} = 6,67 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$s \leq 12 d_b = 30$ cm

$s \leq 48 d_{be} = 38,40$ cm

$s \leq 60$ cm

Se colocan dos capas de estribos horizontales, interiores al nudo de $\phi 8\text{c}/15$ cm.

Según el Comité ACI 352 para nudos de sistemas principales para resistir cargas laterales, $s \leq 15$ cm. De no resultar confinado el nudo, deben proveerse al menos dos caras de estribos entre los niveles superior e inferior de la armadura de la viga de mayor altura que une al nudo.

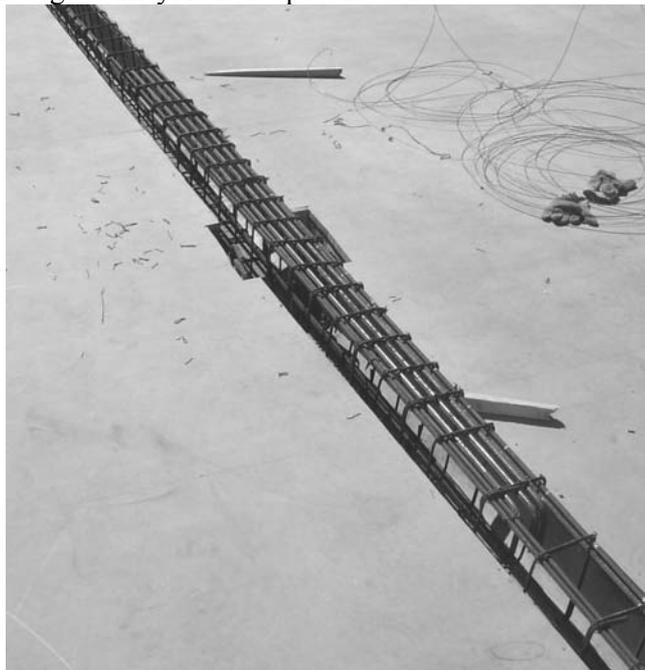


Figura 413: Aspecto del nudo de unión viga – columna previo al montaje de las armaduras de la losa

Capítulo 32

Tabiques de hormigón armado

Generalidades

Una posibilidad de generar la suficiente rigidez ante la acción de esfuerzos horizontales en edificios es mediante la construcción de muros estructurales también conocidos como tabiques de hormigón armado. Es frecuente que estos muros sean utilizados como elementos que encierran escaleras y núcleos de ascensores.

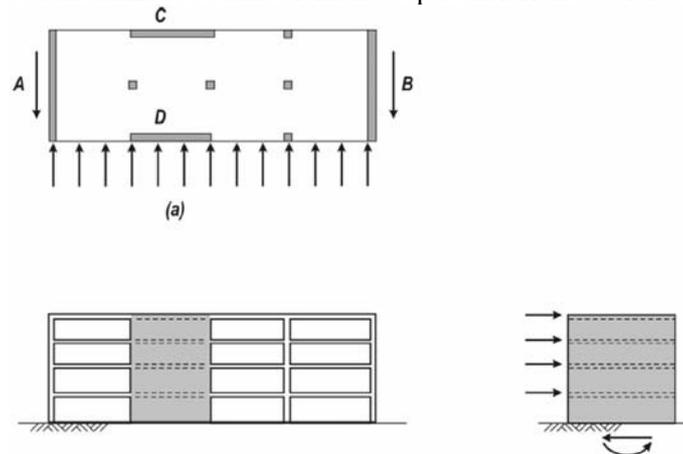


Figura 414: Tabiques de hormigón armado

Normalmente, actúan como vigas en ménsula ante la acción de cargas horizontales, “empotrados” en su base, por lo que las acciones principales a las que se ven sometidos involucran esfuerzos de corte, momentos flectores y una carga normal generada por el propio peso de la estructura. Los diagramas de solicitaciones en dichos tabiques, son más complejos, cuando se vinculan los muros a la estructura de pórticos que complementan el edificio, por lo que en tal caso, es posible hacer uso de las herramientas de software disponibles para una modelación más precisa.

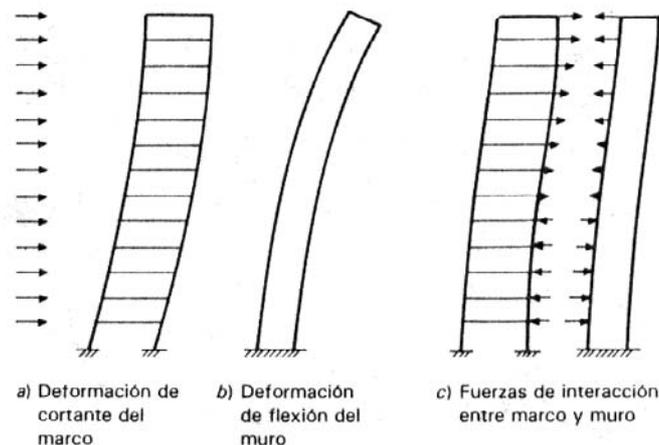


Figura 415: Interacción pòrtico – tabique

En la medida que la esbeltez del tabique crece, es decir, aumenta la relación h_w/l_w , en estructuras mixtas constituidas por pórticos y tabiques (que conforman el tipo estructural más habitual en edificios de altura), se presenta como se mencionó, una interacción entre el tabique y el pórtico de compleja evaluación. El tabique presenta un modo de deformación flexional, mientras que el pórtico presenta un modo de deformación a corte, esto es, en el pórtico, la deformación relativa de un piso, referida a la de otro inferior, es proporcional a la fuerza lateral total aplicada por encima de dicho nivel, de forma que el desplazamiento relativo del piso, tiende a ser mayor en los niveles inferiores que en los superiores.

En un tabique esbelto, por el contrario, los desplazamientos relativos crecen en los niveles superiores dado que la deformación es semejante a la de una viga en voladizo.

En los pisos inferiores, la rigidez del tabique es elevada y limita la deformación de los pórticos en dichos niveles. En forma inversa, y para los pisos superiores el tabique tiende a sufrir deformaciones importantes, mayores en general que las que experimentarían los pórticos si tuvieran que absorber toda la carga.

En conclusión, para que un tabique o sistema de tabiques, rigidicen la estructura de manera eficiente, sus secciones deben tener momentos de inercia que eviten que se presente el fenómeno anteriormente citado. En edificios de alturas correspondientes a aquellos entre 10 y 15 pisos, es simple cumplir con la condición anterior, aprovechando espacios cerrados conformados por escaleras y ascensores.

Respecto de la disposición en planta de los tabiques, se busca evitar asimetrías capaces de generar fenómenos torsionales frente a acciones horizontales.

Un método aproximado para evaluar la interacción pórtico-tabique en estructuras en donde los efectos torsionales pueden ser despreciados, es el citado por Khan y Sbarounis¹.

En los tabiques esbeltos, se tiende a concentrar la armadura próxima a ambos bordes, de modo de generar un par interno capaz de equilibrar los importantes momentos actuantes producto de las cargas horizontales. Debido a la importante sección transversal, la carga axial última de compresión es bastante menor que la que provocaría la condición de falla balanceada, por lo que a raíz de ello, se suele aumentar la capacidad de absorber momentos por las fuerzas de gravedad en los tabiques.

Debe prestarse atención a los posibles fenómenos de inestabilidad de tabiques delgados en los extremos comprimidos.

De resultar necesario se puede aumentar la rigidez a flexión del muro mediante un ensanchamiento local de los extremos que adicionalmente permitirá colocar la armadura resultante de flexión con un mayor brazo elástico. En dicha zona se requiere un esquema de estribos semejantes a los de las columnas.

De los fundamentos analizados en el Capítulo 28, se puede deducir la resistencia a flexión de un tabique rectangular que presente un refuerzo vertical distribuido uniformemente y solicitado adicionalmente a cargas axiales. Respecto de esto, la bibliografía de la referencia 89) contiene una gama de diagramas de interacción para tabiques de hormigón armado con armadura distribuida y concentrada en los extremos.



Figura 416: Armado de tabique núcleo de ascensor y escalera (se observa el ensanchamiento del mismo en los bordes para alojar la armadura)

Respecto de los núcleos extremos, suelen disponerse con un ancho del 20% de la longitud total del tabique, con armaduras confinadas mediante estribos, o mallas electrosoldadas. En caso de que el espesor de los núcleos no sea suficiente para almacenar la armadura necesaria, suelen ensancharse.

¹ Referencias 110)

Diseño según CIRSOC 201/05

Respecto de la convención asignada por el CIRSOC 201/05 en el capítulo 14, se define:

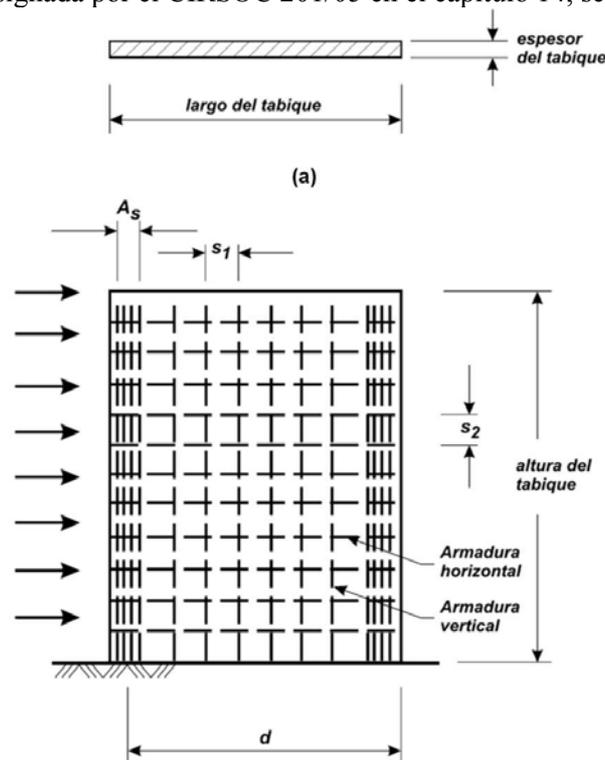


Figura 417: Nomenclatura CIRSOC 201/05 tabiques de hormigón armado (referencia 109)

Al respecto, la longitud horizontal de un tabique l_w , que se puede considerar como efectiva para cada carga concentrada debe ser:

$$l_w \leq \begin{cases} \text{que la distancia entre los centros de cargas} \\ \text{que el ancho del elemento o apoyo que transmite la} \\ \text{carga concentrada más cuatro veces el espesor del tabique.} \end{cases}$$

Disposiciones constructivas

Respecto de la armadura mínima vertical y horizontal a colocar en los tabiques, el CIRSOC 201/05 establece:

La cuantía mínima de la armadura vertical deberá ser:

- 0,0012, para las barras o alambres conformados con $d_b \leq 16$ mm, con $f_y \geq 420$ MPa,
- 0,0015, para las barras conformadas, con $d_b > 16$ mm,
- 0,0012, para malla de acero soldada de alambres lisos o conformados con $d_b \leq 16$ mm

La cuantía mínima de la armadura horizontal deberá ser:

- 0,0020, para las barras o alambres conformados con $d_b \leq 16$ mm, con $f_y \geq 420$ MPa,
- 0,0025, para las barras conformadas, con $d_b > 16$ mm,
- 0,0020, para malla de acero soldada de alambres lisos o conformados con $d_b \leq 16$ mm.

Los tabiques con un espesor mayor que 25 cm, excepto los tabiques de submuración o de contención enterrados, deben contar con armadura en cada dirección, ubicada en dos capas paralelas a las caras del tabique, de acuerdo con las siguientes indicaciones:

- Una capa con una sección de armadura comprendida entre 1/2 y 2/3 de la armadura total necesaria en cada dirección, se debe colocar a una distancia de la superficie exterior, mayor o igual que 50 mm, pero menor que 1/3 del espesor del tabique.
- La otra capa, consistente en el resto de la armadura necesaria en esa dirección, se debe colocar a una distancia de la superficie interior, mayor o igual que 20 mm, pero menor o igual que 1/3 del espesor del tabique.

La separación de las armaduras vertical y horizontal debe ser según el Art. 7.6.5 CIRSOC 201/05:

- Menor o igual que 2,5 veces el espesor del tabique
- Menor a $25 d_b$ de la barra o alambre de menor diámetro
- Menor o igual que 300 mm.

La armadura vertical no necesita estar encerrada por estribos horizontales cerrados cuando:

- sea $\leq 0,01$ veces el área de la sección total de hormigón, o
- no se requiera como armadura de compresión.

Además de la armadura mínima exigida, se deben colocar por lo menos dos barras o alambres con $d_b = 16$ mm en los bordes de todas las aberturas de ventanas y puertas. Estas barras o alambres se deben prolongar más allá de las esquinas de las aberturas, una longitud:

- igual a la longitud de anclaje de las barras,
- ≥ 600 mm.

Método de diseño empírico

Este método permite el cálculo sencillo de tabiques de hormigón armado, siempre y cuando se cumpla que la resultante de todas las cargas mayoradas esté ubicada dentro del tercio central del espesor total del tabique.

Para ello, la resistencia de diseño a carga axial se obtiene a partir de la expresión:

$$\phi.P_{mw} = 0,55 \cdot \phi \cdot f'_c \cdot A_g \left[1 - \left(\frac{k.l_c}{32.h} \right)^2 \right]$$

donde $\phi = 0,70$, k es el factor de longitud efectiva definido a partir de la tabla adjunta, A_g el área total de la sección transversal del muro y f'_c la resistencia específica del hormigón. En caso de aplicarse este método, los espesores mínimos de los tabiques no serán menores que el máximo de los siguientes valores (se adjuntan más criterios que los requeridos por el CIRSOC 201/05):

- 1/25 de la altura no arriostrada del muro estructural
- 1/25 del ancho no arriostrado del muro estructural
- 15 cm para alturas máximas de 4,5 m, siempre que se satisfagan las condiciones de resistencia, y en edificios de hasta 2 niveles. Para alturas mayores a 4,5 m, aumentar en 2,5 cm cada 7,5 m.
- 20 cm en muros de sótanos

<ul style="list-style-type: none"> • Para tabiques arriostrados contra el desplazamiento lateral en la parte superior e inferior: <ol style="list-style-type: none"> restringidos contra la rotación en uno o ambos extremos (superior y/o inferior) no restringidos contra la rotación en ambos extremos 	<p>0,8</p> <p>1,0</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Para tabiques no arriostrados contra el desplazamiento lateral 	<p>2,0</p>

Tabla 67: Factor de longitud efectiva (referencia 109)

El coeficiente de pandeo utilizado para este tipo de estructuras responde a la consideración de que a pesar de ser elementos cargados axialmente por fuerzas de compresión importantes, los arriostramientos laterales que les suelen conferir las losas y placas de los distintos entrepisos, actúan como diafragmas rígidos otorgándoles un soporte lateral.

Dimensionado a corte

Rigen las consideraciones generales desarrolladas en el capítulo correspondiente, con las disposiciones especiales del Capítulo 11 del CIRSOC 201/05, respecto de los valores límite de la resistencia a corte absorbida por el hormigón (V_c) y la nominal (V_n):

$$V_n \leq \frac{5}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot h \cdot d$$

$$V_c \leq \begin{cases} \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot h \cdot d & \text{para tabiques con } N_u \text{ en compresión} \\ \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot h \cdot d \cdot \left(1 + \frac{0,3 \cdot N_u}{A_g}\right) & \text{para tabiques con } N_u \text{ en tracción} \end{cases}$$

donde d es la altura útil del tabique, N_u negativo para el caso de tracción (N_u/A_g en MPa), que se puede estimar en 0,8.1, salvo que se defina de una análisis por compatibilidad de las deformaciones y h el espesor del tabique. En cuanto al valor a adoptar para V_c , se recurrirá al menor resultado de:

$$V_c = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot h \cdot d + \frac{N_u \cdot d}{4 \cdot l_w}$$

$$V_c = \left[\frac{1}{2} \cdot \sqrt{f'_c} + \frac{l_w \cdot \left(\sqrt{f'_c} + 2 \cdot \frac{N_u}{l_w \cdot h} \right)}{\frac{M_u}{V_u} - \frac{l_w}{2}} \right] \cdot \frac{h \cdot d}{10}$$

donde N_u es negativo en caso de tracción. En caso de que el término $\frac{M_u}{V_u} - \frac{l_w}{2}$ fuese negativo, no podrá utilizarse la última expresión. En caso de que se verifique la expresión:

$$V_u \leq \phi \cdot \frac{V_c}{2}$$

se colocará la armadura mínima a corte indicada anteriormente, en caso contrario, **la armadura horizontal** podrá calcularse según:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{s_2}$$

con:

$$s_2 \leq \begin{cases} \frac{1}{5} \cdot l_w \\ 3 \cdot h \\ 500 \text{mm} \end{cases}$$

y una cuantía mínima $\rho_h \geq 0,0025 \cdot b \cdot l$.

Respecto de la armadura vertical, deberá verificarse que ρ_n sea mayor o igual que:

$$\rho_n \geq \begin{cases} 0,0025 + 0,5 \cdot \left(2,5 - \frac{h_w}{l_w}\right) \cdot (\rho_h - 0,0025) \\ 0,0025 \end{cases}$$

con una separación s_1 :

$$s_1 \leq \begin{cases} \frac{1}{3} \cdot l_w \\ 3 \cdot h \\ 500 \text{mm} \end{cases}$$

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 82) Diseño de un tabique de hormigón armado

Diseñar el tabique contra viento de una estructura aportricada en el nivel de planta baja, según los datos que se indican.

Solicitaciones últimas

Estado I:

$$M_u = 12300 \text{ KNm}$$

$$V_u = 250 \text{ KN}$$

$$N_u = 6670 \text{ KN}$$

Estado II

$$M_u = 0$$

$$N_u = 7600 \text{ KN}$$

Hormigón H-25

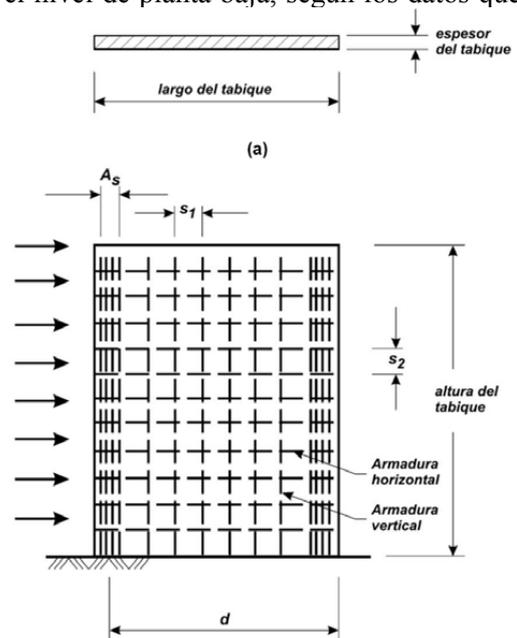
Acero ADN 42/50

Sección:

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$l_w = 500 \text{ cm}$$

$$l_c \text{ (altura del tabique en planta baja)} = 300 \text{ cm}$$



a) Verificación aproximada al pandeo

$$b \geq l_w / 25 = 20 \text{ cm (verifica)}$$

$$\phi \cdot P_{nw} = 0,55 \cdot \phi \cdot f'_c \cdot A_g \cdot \left[1 - \left(\frac{k \cdot l_c}{32 \cdot h} \right)^2 \right]$$

con:

$$k = 0,80$$

$$\phi = 0,70$$

$$f'_c = 25 \text{ MPa}$$

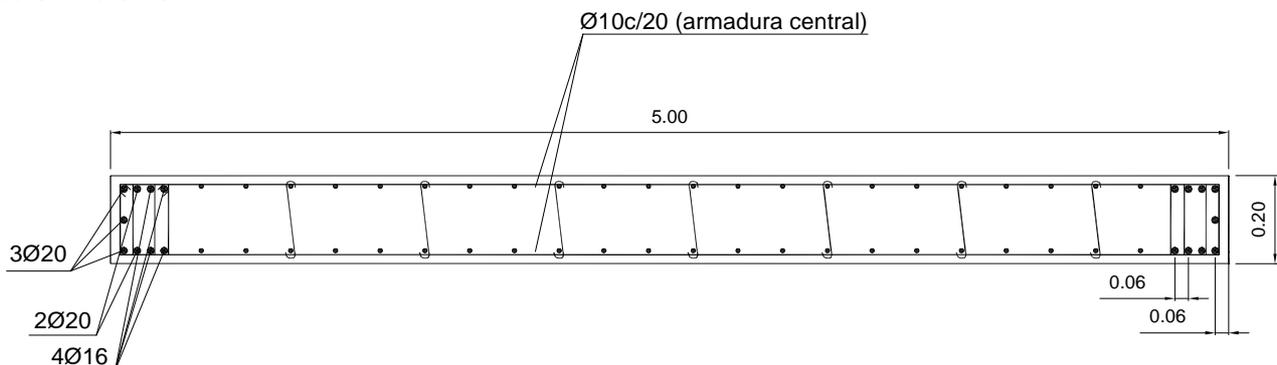
$$l_c = 300 \text{ cm}$$

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$\phi \cdot P_{nw} = 0,55 \cdot 0,70 \cdot 25 \text{ MPa} \cdot \frac{5000 \text{ cm} \cdot 200 \text{ cm}}{1000} \cdot \left[1 - \left(\frac{0,80 \cdot 3000 \text{ cm}}{32 \cdot 200 \text{ cm}} \right)^2 \right] = 8272 \text{ KN}$$

$$P_u = 7600 \text{ KN} \leq \phi \cdot P_{nw} = 8272 \text{ KN}$$

Se predimensiona el tabique y luego se verificará por medio de un análisis de compatibilidad de las deformaciones:



b) Compresión Pura

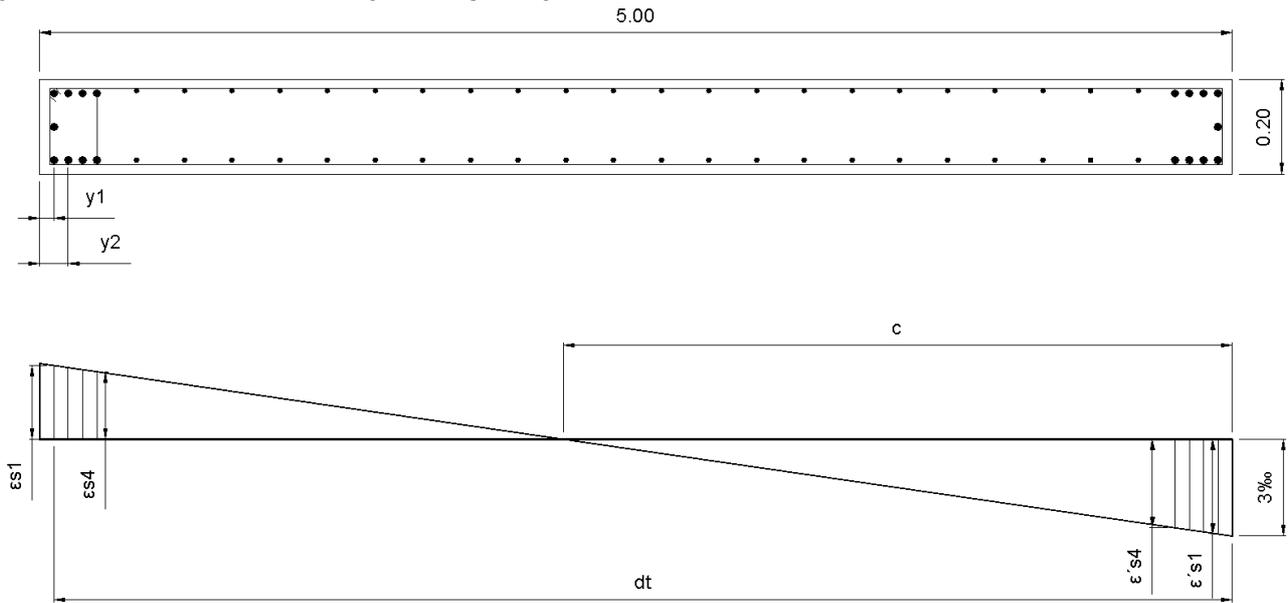
$$\Sigma A_{si} = 96 \text{ cm}^2$$

$$P_0 = \phi \cdot 0,80 \cdot 0,85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_s) + f_y \cdot A_s = 13147,5 \text{ KN}$$

c) Flexión

Para la verificación del tabique a flexión compuesta se estudiará el estado I de cargas, se considerarán las armaduras de zonas de extremos (5φ20 + 4φ16), con sus correspondientes posiciones relativas. Para el planteo de las ecuaciones de equilibrio, no se considerará la armadura φ10c/20 cm repartida sobre ambas

caras. Asumiremos una dada posición del eje neutro, con $\epsilon'_c = 3\%$ y el valor de ϵ_s que corresponda, e iremos planteando las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad, hasta la resolución mediante iteraciones sucesivas.



$$\frac{c}{\epsilon'_c} = \frac{d_t}{\epsilon'_c + \epsilon_s}$$

$$\frac{\epsilon_{s2}}{d_t - c - y_2} = \frac{\epsilon_{s1}}{d_t - c}$$

$$f_{si} = E_s \cdot \epsilon_{si} \leq f_y$$

Luego de algunas iteraciones, planteamos:

$$\epsilon'_c = 3\%$$

$$\epsilon_{s1} = 2,5\%$$

$$c = 269,4 \text{ cm}$$

$$a = \beta_1 \cdot c = 229 \text{ cm}$$

$$C_c = 0,85 \cdot f'_c \cdot b \cdot a = 9732,50 \text{ KN}$$

$$\epsilon_{s2} = 2,43\%$$

$$\Rightarrow f_{s2} = f_y$$

$$\epsilon_{s3} = 2,37\%$$

$$\Rightarrow f_{s3} = f_y$$

$$\epsilon_{s4} = 2,30\%$$

$$\Rightarrow f_{s4} = f_y$$

De igual manera:

$$\epsilon'_{s1}, \epsilon'_{s2}, \epsilon'_{s3} \text{ y } \epsilon'_{s4} \geq \epsilon'_{sy}$$

$$f_{s1} = f_{s2} = f_{s3} \text{ y } f_{s4} = f_y$$

$$P_n = (C_c + \Sigma f'_{si} \cdot A_{si}) - \Sigma f_{si} \cdot A_{si} \cong 9732,50 \text{ KN}$$

Ignorando el aporte de la armadura $\phi 10c/20 \text{ cm}$:

$$M_n = C_c \cdot \left(\frac{l_w}{2} - \frac{a}{2} \right) + \Sigma f'_{si} \cdot A_{si} \cdot \left(\frac{l_w}{2} - y'_i \right) + \Sigma f_{si} \cdot A_{si} \cdot \left(\frac{l_w}{2} - y_i \right) = 17920,31 \text{ KNm}$$

$$e_n = \frac{M}{N} = 1,841 \text{ m}$$

con $\epsilon_{st} < \epsilon_s = 5\%$, $\phi_t < \phi = 0,90$:

$$\epsilon_s = 2,50\%$$

$$\phi = 0,65 + (\epsilon_s - 0,002) 250/3 = 0,692$$

Por lo tanto, los valores últimos serán:

$$M_u \leq \phi \cdot M_n = 12400,85 \text{ KNm}$$

$$P_u \leq \phi \cdot P_n = 6734,9 \text{ KNm}$$

$$\phi \cdot M_n > 12300 \text{ KNm}$$

$$\phi \cdot P_n > 6670 \text{ KNm}$$

En tal caso, la sección aportada de armadura verifica.

d) Corte

$$M_u = 12300 \text{ KNm}$$

$$V_u = 250 \text{ KN}$$

$$N_u = 6670 \text{ KN}$$

$$V_n = V_u / \phi = 333,33 \text{ KN}$$

$$d = 494 \text{ cm}$$

La resistencia al corte proporcionada por el hormigón V_c se calcula como:

$$V_c = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot h \cdot d + \frac{N_u \cdot d}{4 \cdot l_w} = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 4,94 \text{ m} \cdot 1000 + \frac{6670 \text{ KN} \cdot 4,94 \text{ m}}{4 \cdot 4,5 \text{ m}} = 2752,1 \text{ KN}$$

$$V_c = \left[\frac{1}{2} \cdot \sqrt{f'_c} + \frac{l_w \cdot \left(\sqrt{f'_c} + 2 \cdot \frac{N_u}{l_w \cdot h} \right)}{\frac{M_u}{V_u} - \frac{l_w}{2}} \right] \cdot \frac{h \cdot d}{10}$$

Esta última expresión no es aplicable ya que el término $M_u/V_u - l_w/2$ resulta negativo. A su vez, debe verificarse que:

$$V_c \leq \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot h \cdot d = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 4,94 \text{ m} \cdot 1000 = 736,4 \text{ KN}$$

En tal caso, esta situación controla, por lo que $V_c = 736,4 \text{ KN}$.

Armadura de corte horizontal:

Como $V_u > \phi \cdot \frac{V_c}{2}$, entonces se debe proveer una armadura de corte horizontal dada por:

$$V_u \leq \phi \cdot (V_c + V_s) \quad \Rightarrow \quad V_u \leq \phi \cdot V_c + \frac{\phi \cdot A_v \cdot f_y \cdot d}{s_2}$$

$$\frac{A_v}{s_2} = \frac{(V_u - \phi \cdot V_c)}{\phi \cdot f_y \cdot d} = \frac{(250 \text{ KN} - 0,75 \cdot 736,4 \text{ KN})}{0,75 \cdot 42 \text{ KN/cm}^2 \cdot 4,94 \text{ m}} < 0$$

Se adoptan estribos horizontales mínimos $\phi 8\text{c}/15\text{cm}$ ($6,70 \text{ cm}^2/\text{m}$), con $s_2 < 1/5 = 100 \text{ cm}$, $s_2 < 3 \cdot b = 60 \text{ cm}$ y $s_2 < 35 \text{ cm}$.

$$\rho = 0,00252 > 0,0025 \quad (\text{verifica cuantía mínima})$$

Armadura de corte vertical:

$$\rho_n \geq \begin{cases} 0,0025 + 0,5 \cdot \left(2,5 - \frac{h_w}{l_w} \right) \cdot (\rho_n - 0,0025) \\ 0,0025 \end{cases}$$

$\rho_n = 0,0025$ con una separación máxima $s_1 < 1/3 = 167 \text{ cm}$, $s_1 < 3 \cdot b = 60 \text{ cm}$ y $s_1 < 35 \text{ cm}$. En tal caso verificarían los estribos $\phi 10\text{c}/15\text{cm}$, dispuestos inicialmente en el núcleo central del tabique.

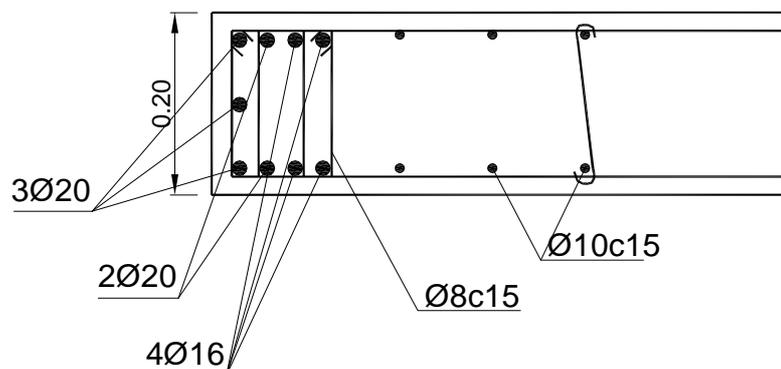


Figura 418: Disposición final de las armaduras del Ejemplo 82

Capítulo 33

Entramado de vigas

Introducción

En general, los entramados o emparrillados, como se conocen en el lenguaje de la construcción, consisten en la disposición de vigas de forma de nervios interconectados que permiten una mayor superficie libre. La diferencia fundamental que poseen con las losas alivianadas (ya sea casetonadas o nervuradas) es que los nervios en los emparrillados cuentan con una mayor sección puesto que cubren mayor superficie total, y debido a ello, deben contar con armadura de corte. Recordemos, que según el CIRSOC 201/05 la separación máxima de nervios para losas nervuradas es de tan sólo 800 mm. Es por ello, que cuando las superficies a cubrir resultan importantes, se recurre a esta clase de estructuras, en las que se pueden combinar con losas alivianadas a los efectos de disminuir el peso propio de la totalidad del sistema.

Respecto de la torsión, los emparrillados presentan un caso típico de torsión por compatibilidad, ya que las vigas interiores generan momentos torsores en las principales. Estos esfuerzos, hacen que cuando la pieza se fisura (pasa al estado II), la rigidez a la torsión disminuya de 5 a 8 veces respecto de la rigidez a la flexión, por tanto, estos momentos torsores de compatibilidad disminuyen considerablemente al producirse las fisuras en la viga principal, lo que motiva que en general puedan ser despreciados. Esto deja de tener validez, cuando la planta de la estructura no es regular.

Disposiciones constructivas

En este tipo de construcciones, las vigas secundarias suelen apoyar sobre vigas principales configurando así un “apoyo indirecto”, puesto que la transferencia de cargas no se produce directamente hacia las columnas. Los ensayos realizados para esta clase de elementos, muestran que la reacción de la viga secundaria no está uniformemente distribuida en la altura de la viga principal. El modelo permite idealizar un puntal a compresión que transmite la reacción mediante un empuje a la zona inferior de la viga principal.

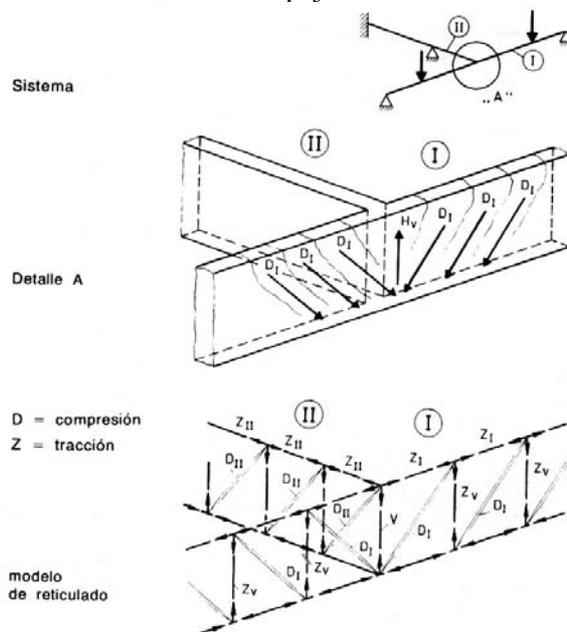
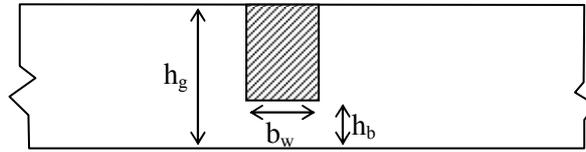


Figura 419: Modelo del reticulado de un apoyo indirecto (referencia 65)

Para evitar el colapso de la viga soporte en su zona inferior, deben colocarse estribos adicionales de suspensión lo suficientemente anclados para absorber el esfuerzo transmitido por el puntal (D), en el extremo de la viga. Estos estribos hacen las veces de tensores que distribuyen los esfuerzos a la zona comprimida de la viga (Z_v). Desde el punto de vista constructivo, suelen utilizarse los mismos diámetros de armaduras a corte en la viga principal, separados a menor distancia, con el objeto de cubrir la sección adicional necesaria debida a la suspensión de la viga.

Si bien siempre se recomienda la colocación de barras adicionales para estas situaciones, puede ocurrir que si la viga es de menor altura a la principal, los estribos no sean necesarios pues los propios existentes pueden absorber el esfuerzo generado. Es posible calcular los estribos de suspensión para que resistan una fuerza hacia abajo mediante una expresión que contempla la altura h_b (distancia vertical medida desde el borde inferior de la viga principal hasta el borde inferior de la viga secundaria) y h_g (altura de la viga principal), y V_u es la reacción en el extremo generada por la viga secundaria:



$$A_i \geq \frac{\left(1 - \frac{h_b}{h_g}\right) \cdot V_u}{\phi \cdot f_y}$$

donde A_i es la sección de estribos a colocar. Asimismo, se puede estudiar el problema mediante la modelación de la zona con el esquema de bielas y tensores ya señalado en capítulos previos.

En cuanto a la distribución de la armadura, es importante destacar que los estribos de suspensión, deberán pasar alrededor de las barras de flexión de la viga principal. Si ambas vigas poseen la misma altura, las barras a flexión de la viga principal deberán pasar por debajo de la secundaria para proveer una plataforma de reacción para el puntal diagonal a compresión. Sin embargo, es usual que las vigas principales posean una altura mayor que permita alojar la armadura a flexión de las vigas secundarias por encima de los estribos de la misma. Para cargas elevadas, es recomendable distribuir la armadura de suspensión en una zona de cruce como se indica en la referencia 65):

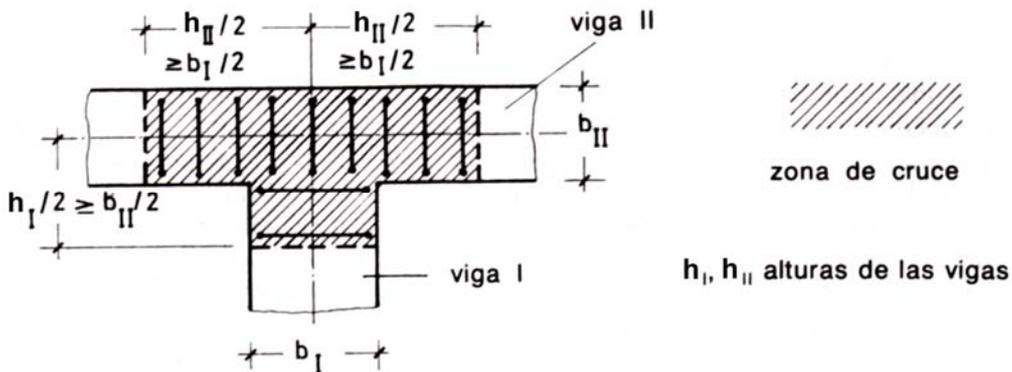


Figura 420: Recomendación de la distribución de estribos en apoyos indirectos (referencia 65)

Anexamos adicionalmente las recomendaciones referidas a este tema provenientes de la CSA A23.3-04, respecto de la zona de refuerzo de estribos.

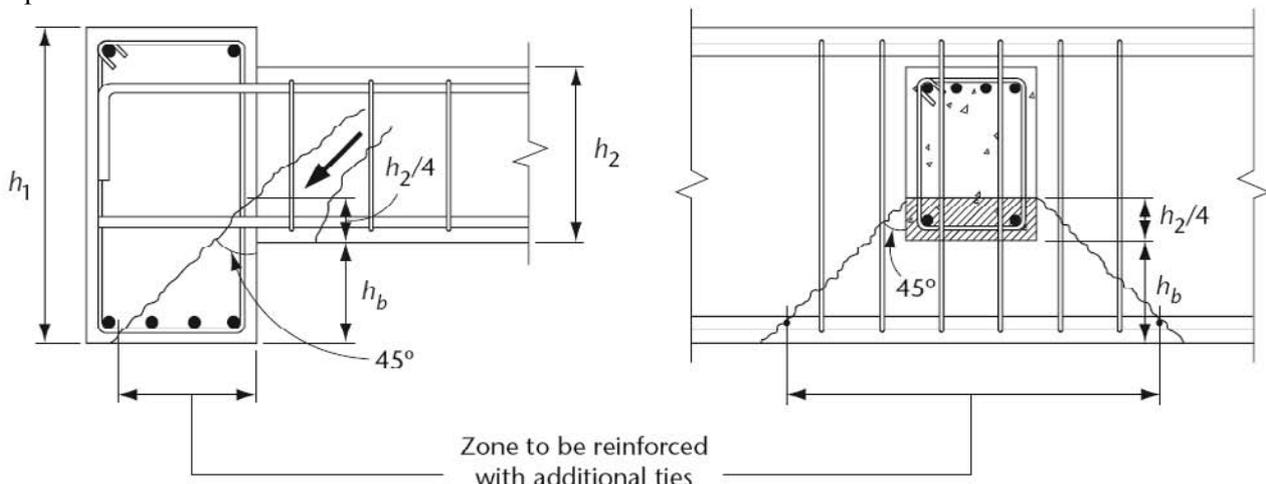


Figura 421: Zona de refuerzo para apoyos indirectos en vigas (referencia 29)

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 83) Diseño de un emparrillado de vigas

Dimensionado de las vigas principales y secundarias del primer nivel de un emparrillado que debe cubrir una superficie libre de obstáculos de 110 m² para un edificio consistente en planta baja y primer piso. El primer nivel pertenece a una planta de oficinas, y la altura de planta baja es de 3,5 m.

Hormigón: $f_c = 20$ MPa

Acero: $f_y = 420$ MPa

Resulta conveniente que las vigas interiores posean una altura útil menor, lo cual conlleva a una menor rigidez y en lo referente al armado, se evita el cruce de armaduras inferiores en un mismo plano.

Sección transversal vigas principales:

$b_w = 0,30$ m; $h = 0,90$ m

$c_c = 2,5$ cm

Sección transversal vigas secundarias:

$b_w = 0,30$ m; $h = 0,75$ m

$c_c = 2,5$ cm

a) Espesor mínimo de las losas

Se divide la superficie en un emparrillado de 3,5 m por 3,5 m según el esquema adjunto, por lo que el espesor mínimo de las losas es:

$$h_L \geq \frac{l_n}{41} \quad \text{estimando inicialmente } \alpha_m > 2 \text{ y } \beta = 1$$

$$h_L \geq 8,5 \text{ cm}$$

Se adopta tentativamente $h_L = 12$ cm.

Analizaremos el caso de las vigas internas, que resultan de menor rigidez:

$$\begin{cases} \frac{h_v}{h_L} = \frac{75}{12} = 6,25 \\ \frac{b_w}{h_L} = \frac{30}{12} = 2,5 \end{cases}$$

$$I_b = h_v^3 \cdot \frac{b_w}{12} = 75^3 \cdot \frac{30}{12} = 1054687,5 \text{ cm}^4 (*)$$

$$I_{S_{E-O}} = I_{S_{N-S}} = b \cdot \frac{h_L^3}{12} = 350 \cdot \frac{12^3}{12} = 50400 \text{ cm}^4$$

(*) En forma simplificada y conservadora se calcula el momento de inercia como viga rectangular.

N-S = E-O:

$$\alpha_i = \frac{E_{cb} \cdot I_b}{E_{cs} \cdot I_s} = 20,93$$

$$\alpha_m = 20,93 \gg 2 \quad (\text{vigas de considerable rigidez})$$

$$\beta = \frac{L_{mE-O}}{L_{mN-S}} = 1$$

$$l_n = 3,50 \text{ m} - 0,60 \text{ m} = 2,90 \text{ m}$$

$$h \geq \frac{l_n \left(0,80 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 9\beta} = 7,10 \text{ cm}$$

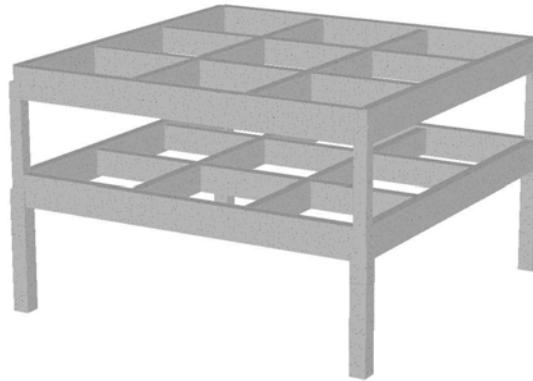
$$h_{\min} \geq 9 \text{ cm} \quad (\text{verifica } h = 12 \text{ cm})$$

b) Análisis de cargas en losas:

peso propio	0,12 m x 2500 kg/m ³ = 300 kg/m ²
contrapiso	0,07 m x 1600 kg/m ³ = 112 kg/m ²
cielorraso	0,02 m x 1200 kg/m ³ = 24 kg/m ²
piso (mosaico)	0,025 m x 2000 kg/m ³ = 10 kg/m ²
	D = 446 kg/m ²
	(sobrecarga) L = 250 kg/m ²

c) Detalle de cargas actuantes en las vigas

Se analizaron las sustentaciones de las losas, y de ellas se extrajeron las reacciones por peso propio y sobrecarga, a las que se adicionaron el peso propio de la viga y de la mampostería.

**Vigas perimetrales**

Peso propio de la viga: $0,30 \text{ m} \cdot 0,90 \text{ m} \cdot 2500 \text{ kg/m}^3 = 675 \text{ kg/m}$

Peso propio mampostería: $0,30 \text{ m} \cdot 2,10 \text{ m} \cdot 1600 \text{ kg/m}^3 = 1008 \text{ kg/m}$

Vigas internas

Peso propio de la viga: $0,30 \text{ m} \cdot 0,75 \text{ m} \cdot 2500 \text{ kg/m}^3 = 563 \text{ kg/m}$

Peso propio mampostería: $0,15 \text{ m} \cdot 2,25 \text{ m} \cdot 1600 \text{ kg/m}^3 = 540 \text{ kg/m}$

De acuerdo al detalle de cargas sobre vigas, se procedió a modelar la estructura, incorporando las cargas individualmente (peso propio y sobrecarga) y luego ingresando un nuevo estado mayorando las existentes según la relación:

$$q_u = 1,2 \cdot D + 1,6 \cdot L$$

d) Se deja al lector la verificación de la flecha según lo desarrollado en el Capítulo 22.

e) Dimensionado de las vigas

Se procedió a dimensionar las vigas a flexión y corte considerando a las mismas como vigas placa, ya que se prevé un hormigonado continuo con las losas, y uniformando el dimensionado para las ubicadas en dirección x y en dirección de y.

Se adopta un recubrimiento $c_c = 0,025 \text{ m}$ y un diámetro $d_b = 20 \text{ mm}$

Vigas perimetrales

$M_u \text{ máx tramo} = 1086 \text{ KNm}$

$M_u \text{ máx apoyo} = -861 \text{ KNm}$

$V_{u \text{ máx}} = 620 \text{ KN}$

Flexión - tramo:

Determinación del ancho efectivo

$$b = b_w + b_{e \text{ izq}}$$

$$b \leq l/12 = 10,5 \text{ m} / 12 = 0,875 \text{ m}$$

$$b_e = 6 h_f = 0,72 \text{ m}$$

$$b_e = 1/2 l_T = 1/2 \cdot 3,5 \text{ m} = 1,75 \text{ m}$$

$$b = b_w + b_{e \text{ izq}} = 0,30 \text{ m} + 0,72 \text{ m} = 1,02 \text{ m} < 1/4$$

Se adopta $b = 1,02 \text{ m}$, por lo que las dimensiones de cálculo son:

$$b = 1,02 \text{ m}$$

$$b_w = 0,30 \text{ m}$$

$$h = 0,90 \text{ m}$$

$$h_f = 0,12 \text{ m}$$

$$d = h - c_c - d_{be} - d_b/2 = 0,90 - 0,025 - 0,006 - 0,020/2 = 0,86 \text{ m}$$

Se adopta $d = 0,86 \text{ m}$

$$M_n = M_u / 0,90 = 1086 \text{ KNm} / 0,90 = 1207 \text{ KNm}$$

Verificación $A_{s\text{mín}}$

$$A_{s\text{mín}} = 1,40 \cdot b_w \cdot d/f_y = 1,40 \cdot 30 \text{ cm} \cdot 86 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 8,6 \text{ cm}^2$$

Suponemos (como ocurre generalmente), que $a \leq h_f$, es decir, que el eje neutro se encuentra dentro de la losa, por lo que la sección se comportará como rectangular de ancho constante b . En tal caso, debe verificarse: $k_a \leq hf/d = 0,12 / 0,86 = 0,14$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b \cdot d^2) = 1207 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/cm}^2 \cdot 1,02 \text{ m} \cdot (0,86\text{m})^2] = 0,094$$

$$k_a = 1 - (1 - 2 m_n)^{1/2} = 0,099 < hf/d = 0,14$$

por lo que verifica el supuesto.

$$K_c = K_a / \beta_1 = 0,099/0,85 = 0,116 < 0,375$$

por lo que no es necesaria la armadura de compresión.

$$A_s = f_c^* \cdot b \cdot k_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 102 \text{ cm} \cdot 0,099 \cdot 86 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 35,2 \text{ cm}^2$$

Se adoptan $12\phi 20 \text{ mm}$ ($37,7 \text{ cm}^2$)

Flexión - apoyo:

$$M_n = M_u / 0,90 = 957 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 957 / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/cm}^2 \cdot 0,30 \text{ m} \cdot (0,86\text{m})^2] = 0,254$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,298 < 0,375$$

Verificación de K_a :

Cuantía mínima

$$k_{\text{mín}} = \frac{1,40}{0,85 \cdot f_c^*} = 0,082 \quad \text{verifica } K_a > K_{\text{mín}}$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d/f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 0,298 \cdot 86 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 31,12 \text{ cm}^2$$

Es posible adoptar $10\phi 20 \text{ mm}$ como armadura en los apoyos extremos, y $2\phi 16 \text{ mm}$ como perchas.¹

Corte:

$$\sqrt{f_c^*} = 4,47 \text{ MPa} (< 8,3 \text{ MPa})$$

$$\sqrt{f_c^*} \cdot b_w \cdot d = 0,447 \text{ KN/cm}^2 \cdot 30\text{cm} \cdot 86\text{cm} = 1153 \text{ KN}$$

$$V_n = V_u / \phi = 620 \text{ KN} / 0,75 = 827 \text{ KN}$$

Resistencia del hormigón:

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f_c^*} \cdot b_w \cdot d = 1153 \text{ KN} / 6 = 192 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 827 \text{ KN} - 192 \text{ KN} = 635 \text{ KN}$$

Verificación:

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f_c^*} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot 1153 \text{ KN} = 770 \text{ KN} \text{ (verifica)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{635 \text{ KN}}{0,86\text{m} \cdot 420 \text{ KN/cm}^2} = 17,8 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

¹ A los efectos de reducir las deformaciones diferidas sería deseable incrementar la cuantía de armadura comprimida adoptada.

Estribado mínimo:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,30m}{420Mpa} \cdot 10000 = 2,36cm^2 / m < 17,8cm^2 / m \text{ (verifica)}$$

Se adopta tentativamente ϕ 12 c/10 cm (22,6 cm²/m)

Separación máxima:

$$s_{\max} = \min(d/4; 0,2m) = 0,2 \text{ m (verifica)}$$

Debido a que en las zonas de apoyo de la viga con la columna se registran los valores de corte más importantes, se mantiene el armado desarrollado anteriormente. Sin embargo, en el tramo de la viga, el valor de corte es más reducido (494 KN), por lo que el armado en esa zona es de:

$$V_n = V_u / \phi = 494 \text{ KN} / 0,75 = 659 \text{ KN}$$

Resistencia del hormigón:

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 1153 \text{ KN} / 6 = 192 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 659 \text{ KN} - 192 \text{ KN} = 467 \text{ KN}$$

Verificación:

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot 1153 \text{ KN} = 770 \text{ KN (verifica)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{467 \text{ KN}}{0,86m \cdot 420 \text{ KN/cm}^2} = 12,9cm^2 / m$$

Estribado mínimo:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,30m}{420Mpa} \cdot 10000 = 2,36cm^2 / m < 12,9cm^2 / m \text{ (verifica)}$$

Se adopta tentativamente ϕ 12 c/15 cm (15,08 cm²/m)

Separación máxima:

$$s_{\max} = \min(d/4; 0,2m) = 0,2 \text{ m (verifica)}$$

Vigas interiores

Se realiza de igual forma que las principales considerando a la viga como T, y no L como se desarrolló en la zona de borde.

f) Armado de las vigas

Se realizó una verificación a corte respecto de la unión de las vigas secundarias con las principales, en función de la carga concentrada (438 KN) que afecta a la viga principal. Al respecto, la separación de estribos elegida, permite mantener el armado tal cual se indica en el tramo.

$$A_i \geq \frac{\left(1 - \frac{h_b}{h_g}\right) \cdot V_u}{\phi \cdot f_y} = \frac{\left(1 - \frac{0,15}{0,90}\right) \cdot 438 \text{ KN}}{0,75 \cdot 420 \text{ KN/m}^2} = 11,6cm^2$$

Adicionalmente, se procedió a doblar horizontalmente los ganchos de anclaje de las barras inferiores de las vigas secundarias, según lo recomendado por la referencia 65), y se colocaron 3 barras de 10 mm de diámetro a lo largo del alma y a ambos lados de las vigas con el objeto de minimizar las posibles fisuras generadas, con una separación de 20 cm.

g) Verificación de la longitud de anclaje de los nudos de las barras superiores traccionadas

Cálculo de la longitud de anclaje de las barras de la posición 2:

$$\psi_e = 1$$

$$\lambda = 1$$

$$A_{s\text{ nec}} / A_{s\text{ exist}} = 31,12 \text{ cm}^2 / 35,43 \text{ cm}^2 = 0,88$$

$$l_{dh} = 0,24 \cdot \psi_e \cdot \lambda \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot d_b = 0,24 \cdot \frac{420 \text{MPa}}{\sqrt{20 \text{MPa}}} \cdot 20 \text{cm} = 450,8 \text{mm}$$

$$l_{dh} = 0,88 \cdot 450,8 \text{ mm} \cong 400 \text{ mm}$$

$$l_{dh} \geq 150 \text{ mm}$$

$$l_{dh} \geq 8 \cdot d_b = 8 \cdot 20 \text{mm} = 160 \text{ mm.}$$

Longitud del gancho:

$$l \geq 12 \cdot d_b = 12 \cdot 1,6 \text{ cm} = 19,2 \text{ cm} \cong 20 \text{ cm}$$

Cálculo de la longitud a partir del punto de inflexión: $\psi_t = 1,3$ (barras superiores), $\psi_e = 1$ (barras sin revestimiento epoxi) y $\lambda = 1$ (hormigón de peso normal).

$$A_{s\text{ nec}} / A_{s\text{ exist}} = 31,12 \text{ cm}^2 / 35,43 \text{ cm}^2 = 0,88$$

$$l_d = \left[\frac{9}{10} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \right] \cdot \psi_t \cdot \psi_s \cdot d_b = 220 \text{cm}$$

$$l_d = 0,88 \cdot 220 \text{ cm} = 193 \text{ cm}$$

La armadura debe extenderse d ó $12d_b$ más allá de la sección donde teóricamente ya no es necesaria:

$$d = 86 \text{ cm}$$

$$12 \cdot 2,0 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$$

Se adopta 86 cm.

Además, por lo menos 1/3 de la armadura debe atravesar el punto de inflexión con una longitud igual a la mayor de:

$$d = 86 \text{ cm}$$

$$12d_b = 24 \text{ cm}$$

$$1/16 \text{ luz libre} = 1050 \text{ cm} / 16 = 65,6 \text{ cm}$$

Se adopta 86 cm.

Longitud del gancho:

$$l \geq 12 \cdot d_b = 12 \cdot 2 \text{ cm} = 24 \text{ cm} \cong 25 \text{ cm}$$

h) Verificación de la longitud de anclaje de las barras inferiores traccionadas

Cálculo de la longitud de anclaje de las barras de la posición 3: $\psi_t = 1$ (barras inferiores), $\psi_e = 1$ (barras sin revestimiento epoxi) y $\lambda = 1$ (hormigón de peso normal).

$$A_{s\text{ nec}} / A_{s\text{ exist}} = 35,2 \text{ cm}^2 / 37,7 \text{ cm}^2 = 0,93$$

$$l_{dh} = 0,24 \cdot \psi_e \cdot \lambda \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot d_b = 169 \text{cm}$$

$$l_d (20 \text{ mm}) = 0,93 \cdot 169 \text{ cm} = 157 \text{ cm}$$

Además, la armadura adicional debe extenderse d ó $12d_b$ más allá de la sección donde teóricamente ya no es necesaria:

$$d = 86 \text{ cm}$$

$$12 \cdot 2 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$$

Se adoptan 90 cm.

Iguales valores se adopta para las barras de la posición 4.

Respecto de las barras de la posición 5, es necesario verificar, adicionalmente a los valores anteriores, que las longitudes de las barras inferiores sean tales que superen 15 cm dentro de los apoyos y que en los puntos de momento nulo para los diámetros adoptados, la longitud de anclaje permita que en todas las secciones el momento resistente sea mayor que el momento último:

$$l_d \leq \frac{M_n}{V_u} + l_a$$

$$A_s = 5\phi 20 \text{ mm}$$

$$M_n \text{ (resistente por las barras)} = 496 \text{ KNm} / 0,9 = 551,11 \text{ KNm}$$

$$V_u = 620 \text{ KN}$$

$$l_a = \text{máx} (d; 12 \cdot d_b) = 86 \text{ cm}$$

$$l_d = 157 \text{ cm} < M_n / V_u + l_a = 175 \text{ cm} \quad (\text{verifica})$$

Adicionalmente, deberá verificarse que las barras de armaduras a flexión interrumpidas en las zonas solicitadas a tracción antes de la zona de apoyos, cumplan algunas de las tres condiciones expuestas en el Capítulo 24.

Para las barras ubicadas en la posición 3:

$$V_u \leq \frac{2}{3} \cdot \phi \cdot V_n$$

Distancia de corte de la armadura (medidos al eje de la columna) = 3,45 m

$$V_{u(\text{corte de la armadura})} = 1,75 \text{ m} \cdot 494 \text{ KN} / 5,20 \text{ m} = 166 \text{ KN}$$

$$V_n = 494 \text{ KN} / 0,75 = 659 \text{ KN}$$

$$V_u = 166 \text{ KN} \leq \frac{2}{3} \cdot \phi \cdot V_n = 330 \text{ KN} \quad (\text{verifica})$$

Para las barras ubicadas en la posición 4:

Distancia de corte de la armadura (medidos al eje de la columna) = 1,75 m

$$V_{u(\text{corte de la armadura})} = 3,45 \text{ m} \cdot 494 \text{ KN} / 5,20 \text{ m} = 328 \text{ KN}$$

$$V_n = 494 \text{ KN} / 0,75 = 659 \text{ KN}$$

$$V_u = 328 \text{ KN} \leq \frac{2}{3} \cdot \phi \cdot V_n = 330 \text{ KN} \quad (\text{verifica})$$

i) Verificación del ancho de fisuras en el tramo

$$A_s = 12\phi 20$$

$$\beta = 1,20$$

$$f_s = f_y / 1,5 = 280 \text{ MPa}$$

$$d_c = 2,5 \text{ cm} + 1,2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} / 2 = 47 \text{ mm}$$

$$A = \frac{2 \cdot d_c \cdot b}{n^\circ \text{ barras}} = \frac{2 \cdot 47 \text{ mm} \cdot 300 \text{ mm}}{12} = 2350 \text{ mm}^2$$

$$w_k = \frac{1}{90000} \cdot \beta \cdot f_s \cdot \sqrt[3]{d_c \cdot A} = \frac{1}{90000} \cdot 1,20 \cdot 280 \text{ MPa} \cdot \sqrt[3]{47 \text{ mm} \cdot 2350 \text{ mm}^2} = 0,179 \text{ mm} < 0,30 \text{ mm}$$

j) Verificación de flechas

A desarrollar por el lector según los conceptos planteados en el Capítulo 22.

Viga perimetral

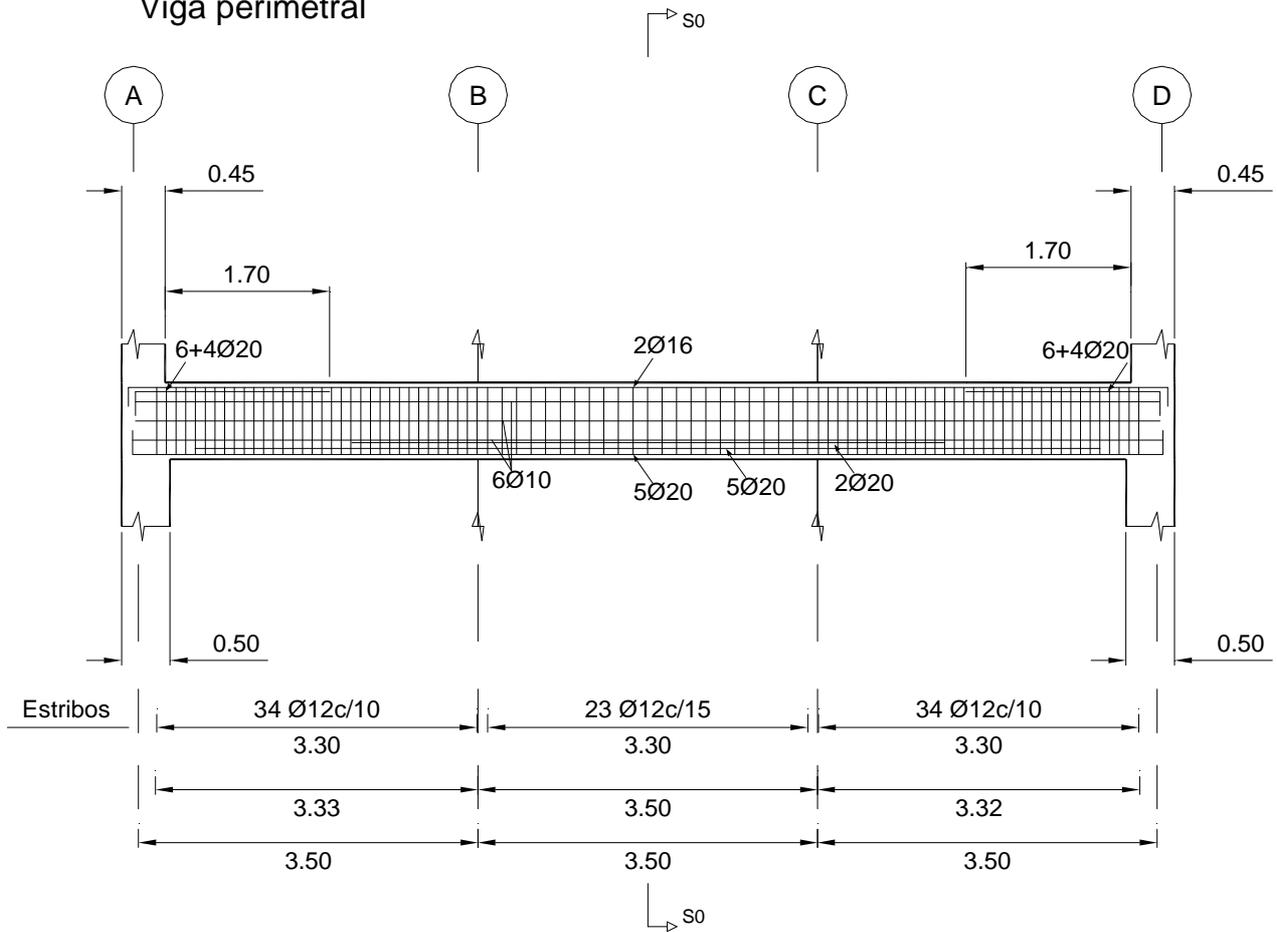


Figura 422: Armado viga perimetral

S0

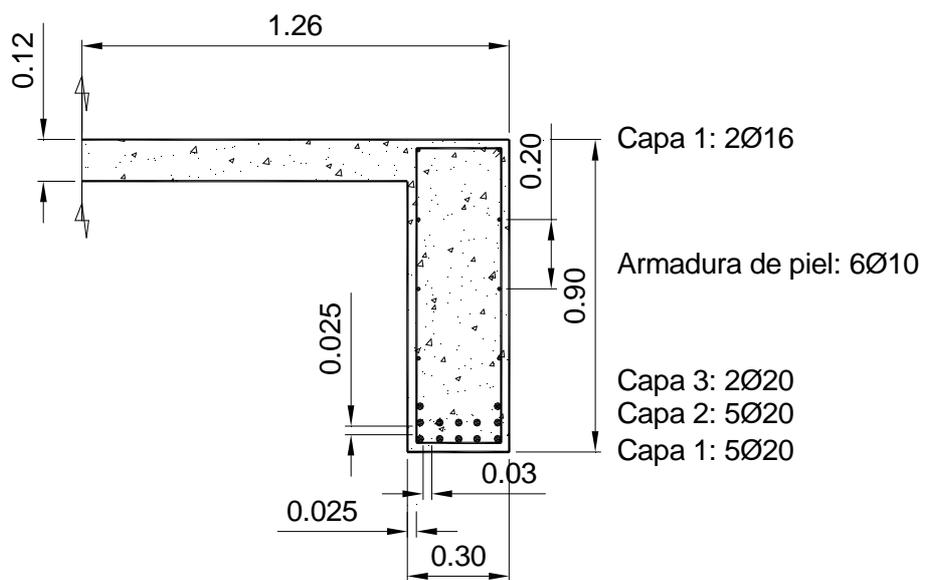


Figura 423: Corte de la viga

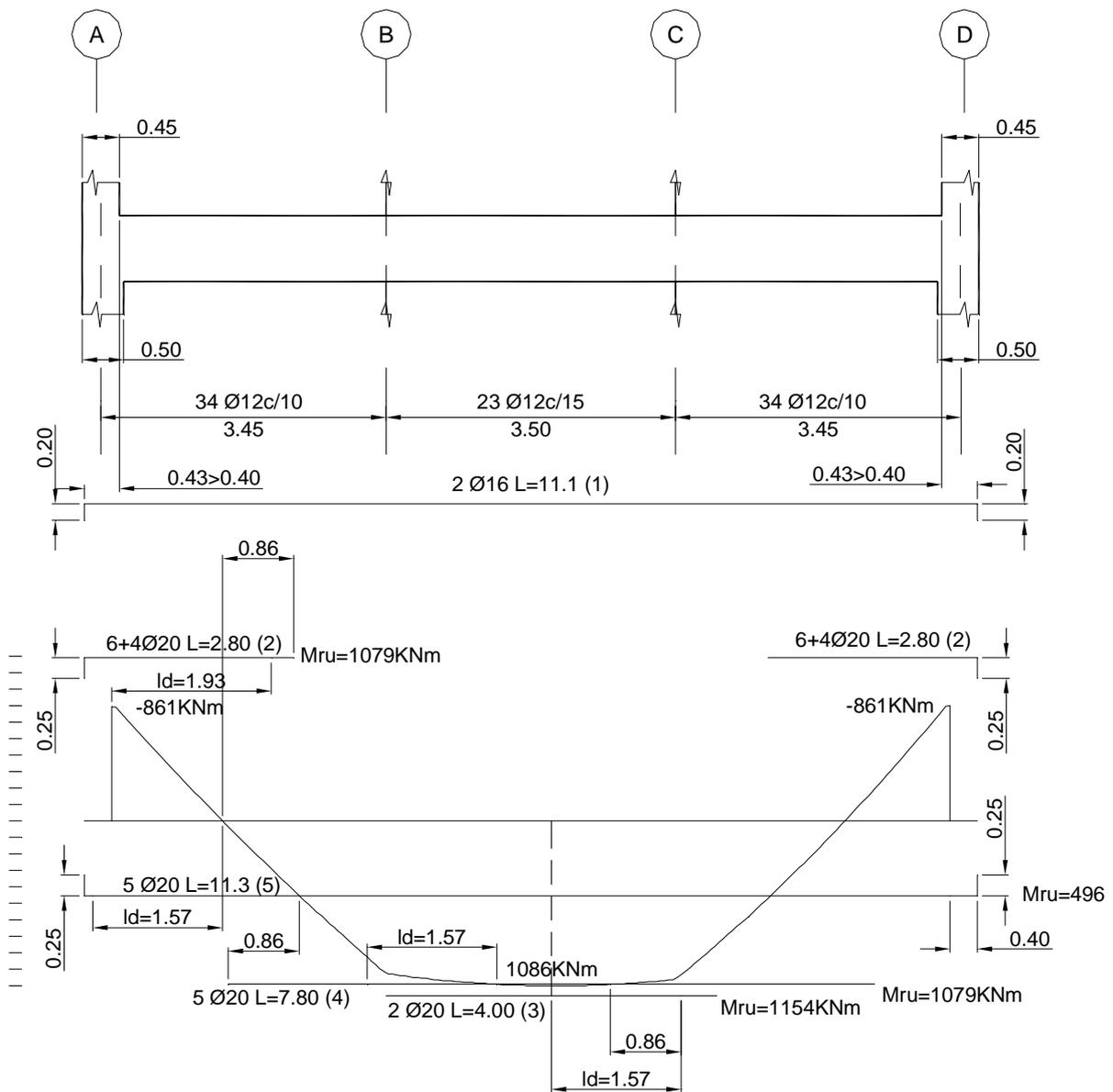


Figura 424: Despiece de armaduras principales de viga perimetral

Nota: se define como M_{ru} al momento último resistente por las barras de armadura.



Figura 425: Entramado de vigas principales y secundarias sobre columnas circulares de planta baja

Capítulo 34

Entrepisos sin vigas

Introducción

Los entrepisos sin vigas son sistemas de losas armadas en dos direcciones que apoyan en forma directa sobre columnas. Constituyen una tipología estructural que puede resultar competitiva en ciertos tipos de proyectos tales como:

- Cocheras en subsuelo, en donde la ausencia de vigas permite reducir la altura total de piso y por ende el volumen de excavación.
- Edificios de oficinas, en los que se deban generar amplias plantas abiertas con posibilidades dinámicas de disponer de tabiquería removible.

Asimismo, esta clase de construcciones evita el encofrado de vigas y la ausencia de éstas permite el pasaje sin interferencias de los distintos servicios de instalaciones y sistemas contra incendio. Resultan también competitivos para plantas industriales con importantes sobrecargas de uso.

Ciertos códigos de edificación limitan la altura máxima de las construcciones, por lo que en estos casos el uso de entrepisos sin vigas permite, dada la mayor altura por piso, la construcción de más niveles, optimizando el proyecto. Como desventaja, poseen mayores espesores de losas, determinados en general por el fenómeno de punzonado, y mayores volúmenes totales de hormigón. Esto incrementa el peso propio y puede encarecer las fundaciones. De utilizárselo en zonas sometidas a movimientos sísmicos, al poseer mayor masa, se generarán mayores solicitaciones en los distintos elementos estructurales.

Su comportamiento frente a cargas horizontales es poco eficaz, dado que el sistema resistente estará conformado por pórticos virtuales, cuyos nudos están constituidos por la columna superior e inferior concurrente a la losa y la “viga” es en realidad un cierto sector de la losa aledaño a la columna, que trabajaría como ancho colaborante, que debe ser evaluado con criterio. En general, dada la escasa rigidez de los nudos y la importante desplazabilidad de estos pórticos, se suele recurrir a tabiques contraviento capaces de absorber la totalidad de los esfuerzos horizontales. De acuerdo a cómo descansa la losa sobre las columnas, se distinguen los siguientes sistemas:

- a) Apoyo directo (placa plana)
- b) Losa con refuerzo (losa plana)
- c) Columna con capitel

El CIRSOC 201/05 establece en su Art. 9.5.3.2, que el espesor mínimo surgirá de la tabla 9.5.c, pero no podrá ser inferior a los siguientes valores:

- 1) Para losas sin refuerzos $h \geq 12$ cm
- 2) Para losas con refuerzos $h \geq 10$ cm

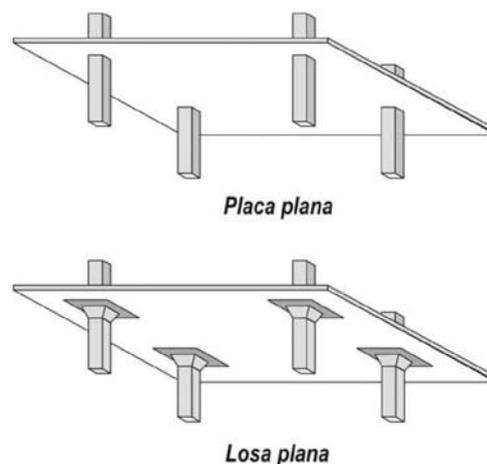


Figura 426: Clases de entrepisos sin vigas (referencia 109)

Determinación de las solicitaciones

Respecto del análisis estructural de los entrepisos sin vigas, el CIRSOC 201 permite utilizar cualquier procedimiento que satisfaga las condiciones de equilibrio y compatibilidad de las deformaciones, verificando tanto los estados límites de resistencia así como los estados límites de servicio. Dado que en los pórticos virtuales en que se puede subdividir la estructura para su análisis, la losa es mucho más ancha que la columna, los nudos de estos pórticos presentan un comportamiento de cierta complejidad para su evaluación, pues parte del momento transferido por la losa a la columna se realiza (de acuerdo a lo desarrollado en el Capítulo 17) mediante un mecanismo de torsión, por lo que deben modelarse los pórticos adoptando rigideces que consideren en forma aproximada este fenómeno. Se suele trabajar con una rigidez ficticia de la columna, o puede intercalarse entre el dintel y la columna una barra ficticia con rigidez torsional tal que permita representar la particularidad de estos nudos. Debe tenerse presente que los fenómenos reológicos (fluencia lenta, fisuración variable de las losas y contracción de fragüe) y la concentración de armadura en la zona de columna, modifican las solicitaciones “teóricas” que se obtengan con métodos elásticos. En la práctica, para la resolución de estos sistemas se puede recurrir a modelos de elementos finitos de placas, o bien, para el análisis de cargas gravitatorias, a métodos aproximados que brinden resultados satisfactorios si se verifican previamente los supuestos de aplicación de los mismos. Se debe remarcar que el grado de precisión factible de obtener con el método de elementos finitos es limitado en función de las variables e incertidumbres previamente expuestas, y adicionalmente, el proyectista debe asegurarse de la calidad del software y de la validez de su aplicación al caso de estudio. Dentro de los métodos aproximados se encuentran:

- a) Método directo
- b) Método de los pórticos equivalentes

Ambos métodos se encuentran desarrollados en el CIRSOC 201/05. Respecto del análisis de cargas horizontales, puede evaluarse mediante un modelo general de elementos finitos tipo placa, o bien, con modelos de pórticos virtuales (pórticos equivalentes), en los cuales se considere como se mencionó, la rigidez de estos nudos particulares. Dado que resulta complejo evaluar el efecto de la fisuración sobre la rigidez, se suele utilizar un valor límite inferior para la rigidez del nudo. En las hipótesis de la losa totalmente fisurada con una baja cuantía de acero, se considera razonable adoptar para la losa una rigidez igual a un 25% de la basada en la sección bruta de hormigón. En la referencia 17), se puede evaluar dos posibles enfoques del tema a partir de propuestas de Parme y estudios por elementos finitos de Darwall y Allen.

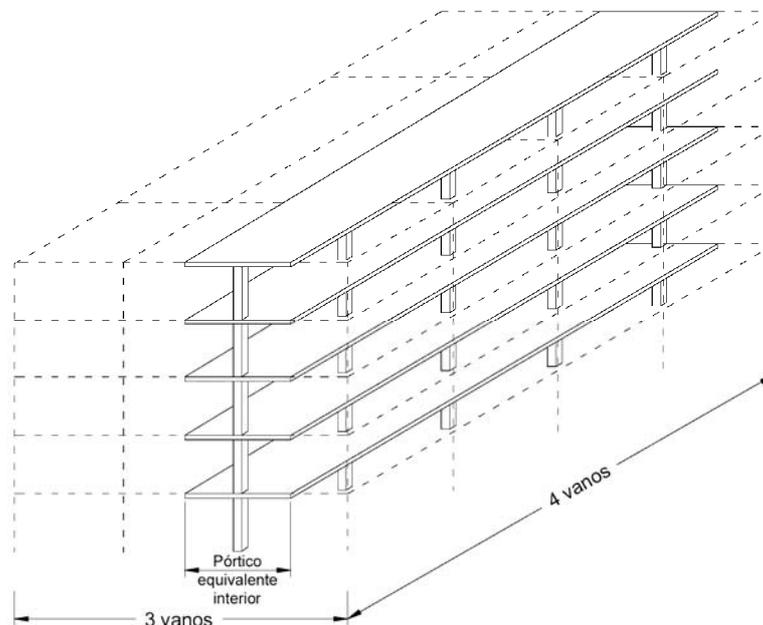


Figura 427: Pórtico equivalente inferior de un edificio de cinco niveles (referencia 97)

Debe considerarse que el desplazamiento lateral puede incidir de manera importante sobre los momentos en las columnas, siendo de gran importancia también con respecto a la estabilidad global de la estructura (efecto P- Δ). Obtenidos los momentos debidos a cargas horizontales con un modelo adecuado, pueden superponerse con los determinados para peso propio y sobrecargas mediante algunos de los métodos aproximados

indicados. Es particularmente relevante estudiar el proceso constructivo en esta tipología estructural, ya que dada la importante componente de peso propio, las solicitaciones generadas por el hormigonado de un nivel de losa encofrada y soportada en la inferior, pueden ocasionar valores superiores a los derivados de servicio. Tan sólo a nivel de ejemplo de lo indicado, retomemos el Ejemplo 47 del Capítulo 17 del presente texto. En la solución planteada como alternativa a), se adoptaba un espesor de 24 cm, por lo tanto tenemos:

- Peso propio de la losa a hormigonar: $D = 0,24 \text{ m} \cdot 2500 \text{ kg/m}^3 = 600 \text{ kg/m}^2$
- Encofrados, personal y equipos de hormigonado se estima en: $C_D + C_p = 100 \text{ kg/m}^2$
- Sobrecarga producto del hormigonado de la losa de nivel superior (se considera con factor 1): 700 kg/m^2

Condición de diseño para el proceso constructivo:

- Peso propio losa hormigonada: 600 kg/m^2
 - Sobrecarga producto del hormigonado de la losa superior: 700 kg/m^2
- $$D = 600 \text{ kg/m}^2 + 700 \text{ kg/m}^2 = 1300 \text{ kg/m}^2$$
- $$U = 1,40 \cdot D = 1820 \text{ kg/m}^2$$

La combinación de carga adoptada resultó en el ejemplo:

$$U = 1,2 \cdot D + 1,6 \cdot L = 1514 \text{ kg/m}^2$$

Se observa que la situación constructiva constituye una carga última más desfavorable que la adoptada para el diseño (un 20% superior) y, adicionalmente, dicha sobrecarga podría plantearse en un período de tiempo anterior a los 28 días, con un hormigón que aún no ha conseguido su resistencia de diseño. Debe estudiarse con cuidado en la etapa de proyecto la solución de encofrado de plantas consecutivas dado que puede llegar a agravar la situación incrementando aún más las solicitaciones. El tema es tratado en el Capítulo 33 de la referencia 17). De los métodos aproximados sólo se tratará, por razones de extensión, el método directo.

Método directo

El método directo es de aplicación para configuraciones estructurales esencialmente regulares, con líneas de columnas que formen mallas ortogonales. Es un método aproximado que estima los momentos flectores en base a coeficientes tabulados que tienen validez si se cumple una serie de requerimientos con respecto a las características estructurales y al tipo de carga. El método directo se aplica en las dos direcciones de armado de la losa. Para el análisis, la losa se divide en secciones conformadas por una franja de columna y dos franjas medias centrales, una a cada lado. Estas secciones son evaluadas como vigas anchas y de pequeño espesor, y se trabajan de forma independiente una de otra. Supone un reparto plástico en las dos franjas del momento total, es decir, un valor constante del momento para cada franja. Esto difiere naturalmente del obtenido con métodos elásticos, donde se presentan crestas de momentos en la zona de apoyos.

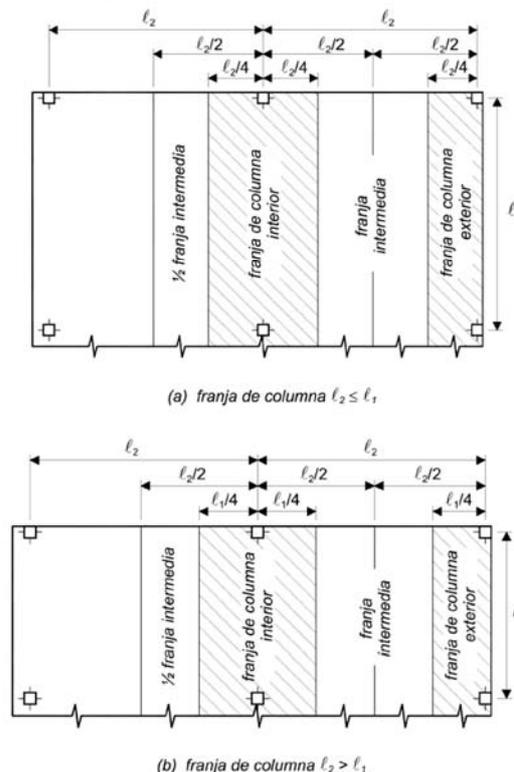


Figura 428: Disposición de las franjas según el Método Directo (referencia 109)

Restricciones para la aplicación del Método Directo

- Deben existir al menos tres tramos en cada dirección.
- Los paños deben ser rectangulares, con una relación de lados mayor/menor ≤ 2
- Las longitudes de los tramos sucesivos en cada dirección, medidas de centro a centro de los apoyos, no deben diferir en más de 1/3 de la luz mayor.
- Las columnas pueden encontrarse desplazadas con respecto a cualquier eje que une los centros de las columnas sucesivas, hasta un máximo del 10% de la luz del tramo, en la dirección del desalineamiento.
- Todas las cargas deben ser uniformemente distribuidas y la sobrecarga no debe superar 2 veces el valor de la carga permanente.

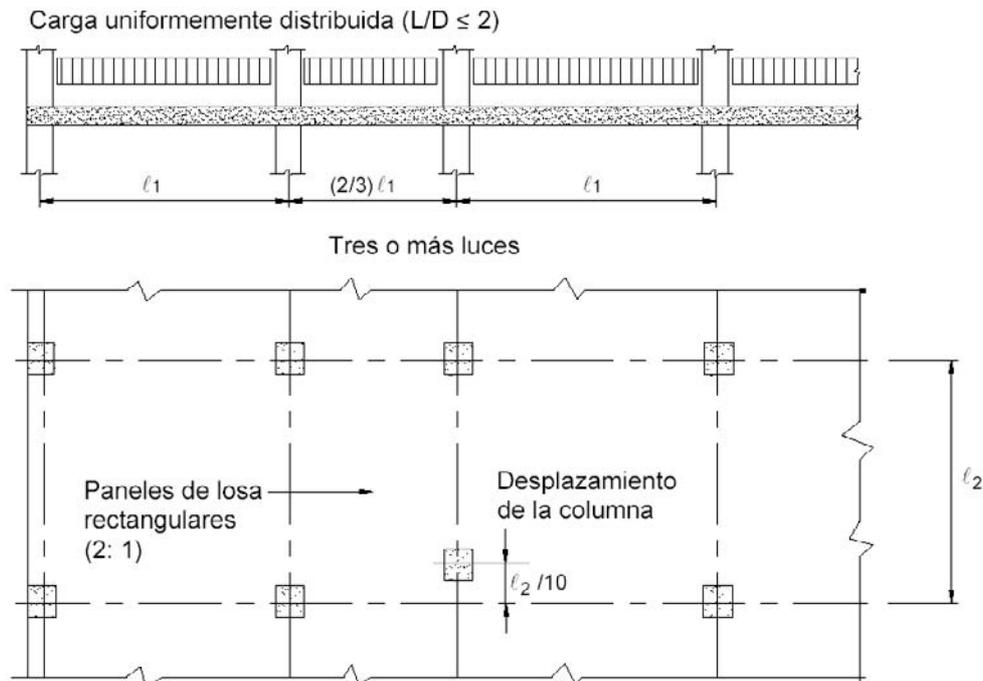


Figura 429: Limitaciones del Método Directo (referencia 97)

Procedimiento

El Método Directo consta básicamente de tres etapas:

1) Determinación del momento estático total (M_0), igual a la suma del momento positivo al centro de la luz y la semisuma de los momentos negativos en los apoyos:

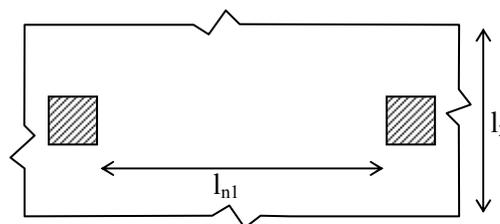
$$M_0 = \frac{q_u \cdot l_2 \cdot l_{n1}^2}{8}$$

$$M_0 = M_t + \frac{1}{2}(M_A + M_B)$$

con:

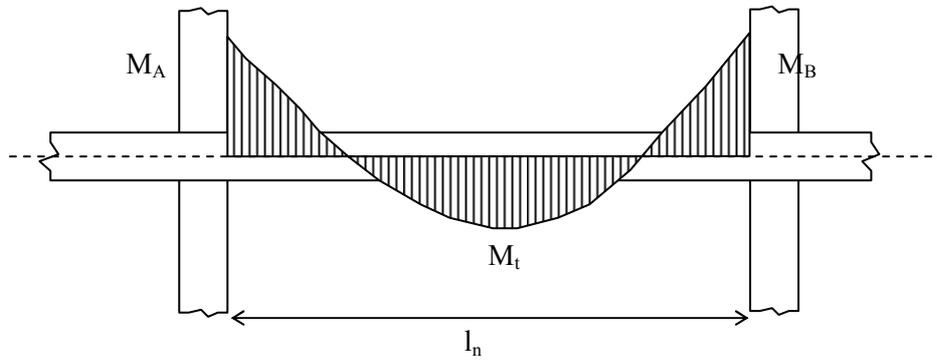
$$q_u = 1,20 D + 1,60 L$$

$$q_u = 1,40 D$$



2) Distribución del momento total estático entre los apoyos y el centro de la luz.

3) Distribución de los momentos positivos y negativos en la franja de la columna y las medias franjas centrales, respectivamente.



1) Determinación del momento estático total

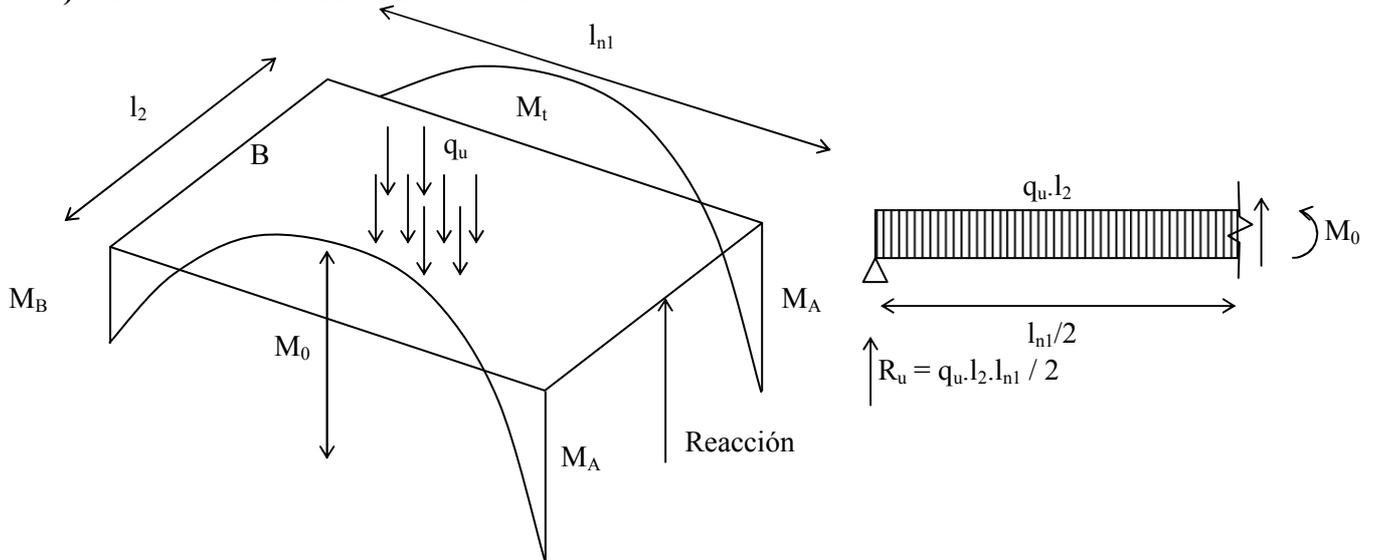


Figura 430: Momento M0 que actúa sobre una losa sin vigas

Analizando un paño inferior de un entrepiso sin vigas, cargado con una carga uniforme q_u , evaluando el momento total según x (M_0), la simetría anula los efectos de corte y los momentos torsores a lo largo de los bordes del elemento aislado. Si no existe restricción al giro a lo largo de los extremos A y B, se puede considerar al paño como simplemente apoyado en la dirección x .

Tomando una sección en la mitad de la luz, y si se considera ese sector del paño como un diagrama de cuerpo libre, podemos obtener el momento M_0 en dicha sección.

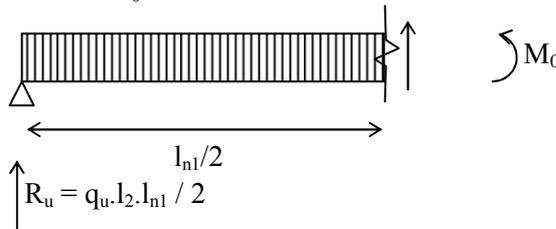


Figura 431: Diagrama del cuerpo libre

$$M_0 = q_u \cdot l_2 \cdot \left(\frac{l_{n1}}{2}\right) \cdot \left(\frac{l_{n1}}{2}\right) - q_u \cdot \frac{l_2 \cdot l_{n1}}{2} \cdot \left(\frac{l_{n1}}{4}\right)$$

$$M_0 = q_u \cdot \frac{l_2 \cdot l_{n1}^2}{8} \text{ (momento estático total para cargas mayoradas)}$$

con:

l_n = luz libre entre caras de las columnas, capiteles, ménsulas o muros, no menor que $0,65 l_1$.

Dado que por la continuidad existen restricciones al giro, M_0 se distribuye en función de la rigidez de apoyos y vano.

$$M_0 = M_t + \frac{1}{2}(M_A + M_B)$$

El mismo análisis podría realizarse según y .

2) Asignación de momentos a las secciones críticas

Los porcentajes se indican en la tabla adjunta, correspondiente al CIRSOC 201/05:

Momento mayorado M_0	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	Borde exterior articulado	Losas con vigas entre todos los apoyos	Losas sin viga entre apoyos interiores		Borde exterior empotrado
			Sin viga de borde	Con viga de borde	
Negativo interior	0,75	0,70	0,70	0,70	0,65
Positivo	0,63	0,57	0,52	0,50	0,35
Negativo exterior	0	0,16	0,26	0,30	0,65

Tabla 68: Distribución de momentos totales (M_0) (referencia 109)

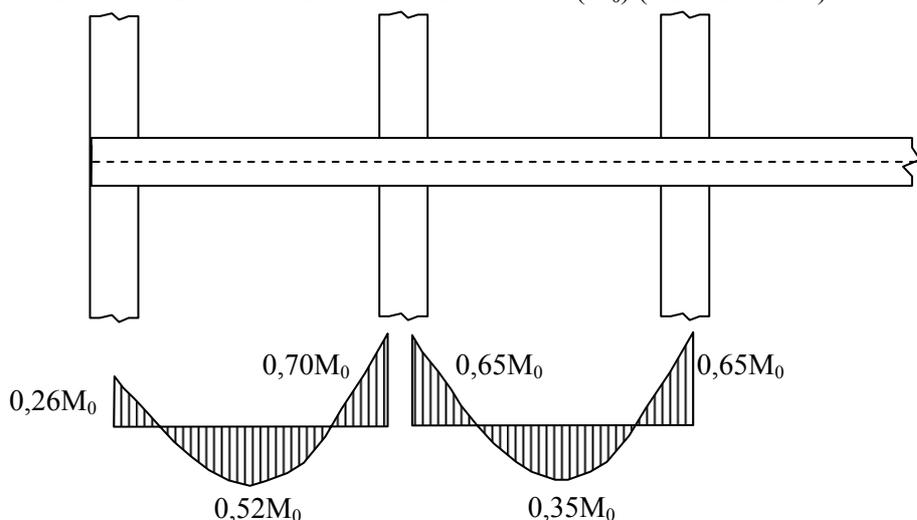


Figura 432: Ejemplo de la distribución de momentos totales sin vigas de borde

En las luces interiores, el momento estático total M_0 , se reparte entre las secciones críticas a flexión positiva y negativa, según las siguientes relaciones:

$$M_t = + 0,35 \cdot M_0$$

$$M_A = M_B = - 0,65 \cdot M_0$$

Para vanos extremos sin vigas de borde, la distribución es la siguiente:

$$M_t = + 0,52 \cdot M_0$$

$$M_A = - 0,26 \cdot M_0$$

$$M_B = - 0,70 \cdot M_0$$

Restaría ahora distribuir el momento de las secciones críticas en las franjas de columna y laterales.

3) Distribución lateral de momentos

Una vez distribuido el momento M_0 en las secciones de momento positivo y negativo, tal como se vio, debemos distribuir estos momentos en el ancho del vano (l_2). Dada la mayor rigidez de la franja de columna, ésta absorbe el mayor porcentual del momento total. El porcentaje que no es resistido por la franja de columna se asigna, en forma proporcional, a cada una de las semifranjas intermedias que corresponda. Naturalmente, cada franja intermedia se deberá dimensionar para tomar la suma de los momentos asignados a las dos mitades de la franja.

La distribución de momentos entre la franja de columna y las laterales será función de la relación de lados (l_2/l_1), de la existencia o no de vigas entre las columnas (parámetro α_1) y del grado de restricción rotacional que suministre la viga de borde transversal, en caso de existir la misma, que se manifiesta mediante el parámetro β_t .

En caso de existir vigas entre las columnas, el método es de aplicación siempre que no existan apoyos de vigas sobre vigas, y que asimismo se verifique cierto rango de rigideces relativas de las vigas en dos direcciones perpendiculares, debiendo cumplirse:

$$0,20 \leq \frac{\alpha_1 \cdot l_2^2}{\alpha_2 \cdot l_1^2} \leq 5$$

con:

$$\alpha_1 = \frac{E_{cv} \cdot I_v}{E_{cl} \cdot I_l}$$

I_v = momento de inercia de la viga

I_l = momento de inercia de la losa

$$I_l = \frac{l_2 \cdot h_f^3}{12}$$

b = ancho eficaz de la viga (según se adjunta)

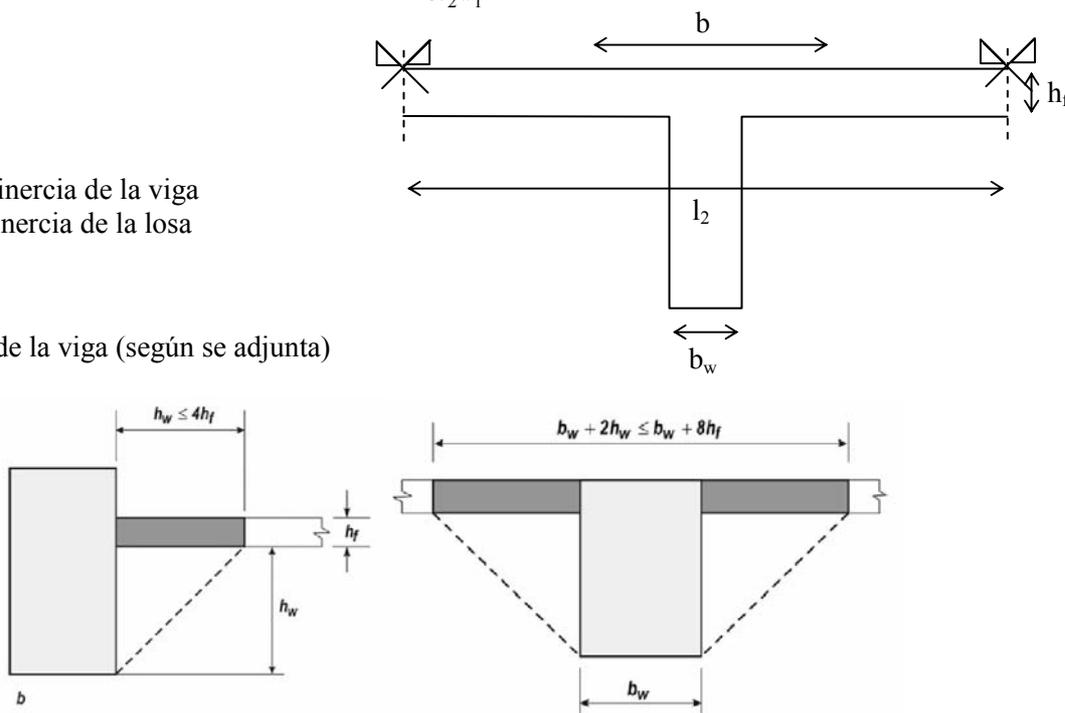


Figura 433: Anchos efectivos de vigas (referencia 109)

El parámetro β_t se define con la siguiente relaci3n:

$$\beta_t = \frac{E_{cv} \cdot C}{2 \cdot E_{cl} \cdot I_l}$$

con:

C = constante que define la rigidez a torsi3n de las vigas transversales efectivas

$$C = \sum \left(1 - 0,63 \frac{x}{y} \right) \cdot \frac{x^3 \cdot y}{3}$$

x = menor dimensi3n

y = mayor dimensi3n

Para secciones no rectangulares, se divide a la misma en secciones rectangulares y se suman las componentes. En caso de no existir vigas entre las columnas, $\alpha_1 = 0$, y de no existir vigas de borde, $\beta_t = 0$. En el Art. 13.6.4, tablas 13.6.4.1 y 13.6.4.2, el CIRSOC 201/05 plantea la distribuci3n porcentual de los momentos negativos en apoyos interiores y en apoyos exteriores en la franja de la columna.

l_2 / l_1	0,5	1,0	2,0
$(\alpha_1 \cdot l_2 / l_1) = 0$	75	75	75
$(\alpha_1 \cdot l_2 / l_1) \geq 1,0$	90	75	45

Para valores intermedios se debe interpolar linealmente

Tabla 69: Momentos negativos interiores mayorados en las franjas de columnas (referencia 109)

l_2/l_1		0,5	1,0	2,0
$(\alpha_1 l_2/l_1) = 0$	$\beta_1 = 0$	100	100	100
	$\beta_1 \geq 2,5$	75	75	75
$(\alpha_1 l_2/l_1) \geq 1,0$	$\beta_1 = 0$	100	100	100
	$\beta_1 \geq 2,5$	90	75	45

Para valores intermedios se debe interpolar linealmente

Tabla 70: Momentos negativos exteriores mayorados en las franjas de columnas (referencia 109)

Por su parte, en la tabla 13.6.4.4, se indican los porcentuales de momentos positivos en la franja de columna.

l_2/l_1	0,5	1,0	2,0
$(\alpha_1 l_2/l_1) = 0$	60	60	60
$(\alpha_1 l_2/l_1) \geq 1,0$	90	75	45

Para valores intermedios se debe interpolar linealmente

Tabla 71: Momentos positivos mayorados en las franjas de columnas (referencia 109)

Asimismo, en el Art. 13.6.5 se indica cómo proceder con la distribución de momentos en la franja de columna cuando existan vigas entre las mismas. En este caso, dependerá de la relación de rigidez relativa entre losa y viga.

Se indica en el Art. 13.6.5, que de cumplirse que la relación:

$$\frac{\alpha_1 l_2}{l_1} \geq 1$$

las vigas entre apoyos se deben dimensionar para absorber el 85% de los momentos de la franja de columna.

Momentos flectores sobre columnas de borde

Las columnas de borde construidas monolíticamente con las losas se deben dimensionar para absorber el momento que se aplica desde el borde de la losa.

De tener una losa sin viga de borde, el momento a transmitir entre la losa sin viga y la columna de borde es $0,30 M_0$.

Para columnas interiores, considerando la distribución más desfavorable de la sobrecarga, debe diseñarse la columna para absorber un momento:

$$M = 0,07 \cdot [(q_D + 0,50q_L)l_2 l_n^2 - q'_D l'_2 l_n^2]$$

donde:

q'_D , l'_2 y l_n son los valores que corresponden al tramo más corto.

El momento M se distribuye entre el tramo superior e inferior de la columna en proporción a sus rigideces flexionales.

Huecos en los sistemas de losas

Las losas podrán presentar aberturas de cualquier dimensión siempre que se demuestre que dichas discontinuidades no afectan la resistencia de la losa ni su comportamiento bajo cargas de servicio.

El Código ACI 318 y por extensión, el CIRSOC 201/05, sugiere dimensiones máximas de aberturas según su ubicación en la losa.

La menor restricción se da para la zona de intersección de las dos fajas centrales, en tal caso no se limita el tamaño. De existir aberturas en la zona de intersección de las franjas de columnas, sus dimensiones no serán mayores que $1/8$ del ancho de la franja en la dirección respectiva. Un grado intermedio de limitaciones, se da cuando la abertura se ubica en el cruce de la franja de columna con una franja central, en el que el tamaño de tal hueco no puede ser superior a $1/4$ del ancho de la franja central o de la franja de columna.

Debe colocarse a ambos lados de la abertura una cantidad de armadura igual a la del refuerzo interrumpido.

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 84) Resolución de un entrepiso sin vigas por el Método Directo

Continuaremos con el proceso de dimensionado del ejemplo de entrepisos sin vigas planteado en el Capítulo 17. Para ello partiremos dentro de las distintas opciones de solución para dicho ejemplo, de la alternativa (a), en la que se adoptaba como espesor de losa $h = 24$ cm, sin el uso de capiteles. Del análisis de cargas oportunamente efectuado, se tenía como carga última de diseño:

$$q_u = 1,20 D + 1,60 L = 15,14 \text{ KN/m}^2$$

Los paños resultaban de sección cuadrada $l_1 = l_2 = 6,60$ m y las columnas de 60×60 cm. El hormigón era de clase H-20 y el acero ADN 42/50. Las cargas horizontales se tomaban con tabiques adecuadamente dispuestos. Se dispone de una viga perimetral de borde, asumiéndose $\beta_t > 2,50$. En la primera parte fue realizado el diseño al corte de las losas y ahora procederemos a realizar el diseño a flexión.

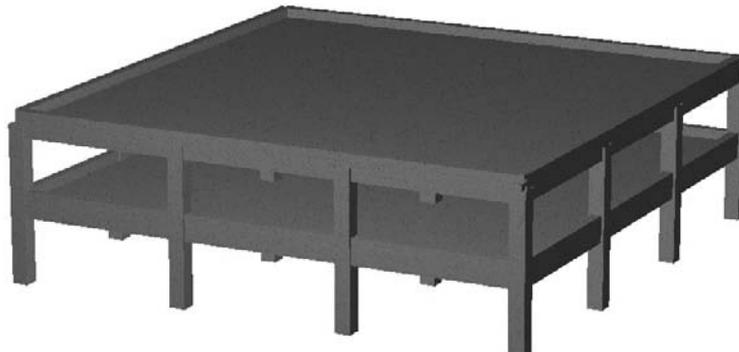


Figura 434: Esquema del entrepiso sin vigas

Verificación de la aplicabilidad del Método Directo

- Las longitudes de los vanos sucesivos son iguales.
- Las columnas están alineadas.
- Existen tres tramos en cada dirección.
- Las cargas gravitatorias son uniformemente distribuidas y la sobrecarga es menor que 2 veces la carga permanente.

Se verifican por tanto, las condiciones de aplicación.

Obtención del momento estático total (M_0)

$$M_0 = q_u \cdot \frac{l_2 \cdot l_{n1}^2}{8}$$

con:

$$l_2 = 6,60 \text{ m}$$

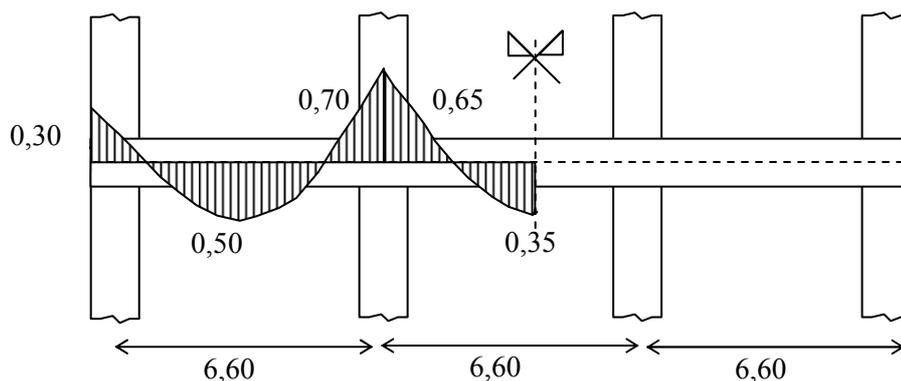
$$l_{n1} = l_1 - b_c = 6 \text{ m}$$

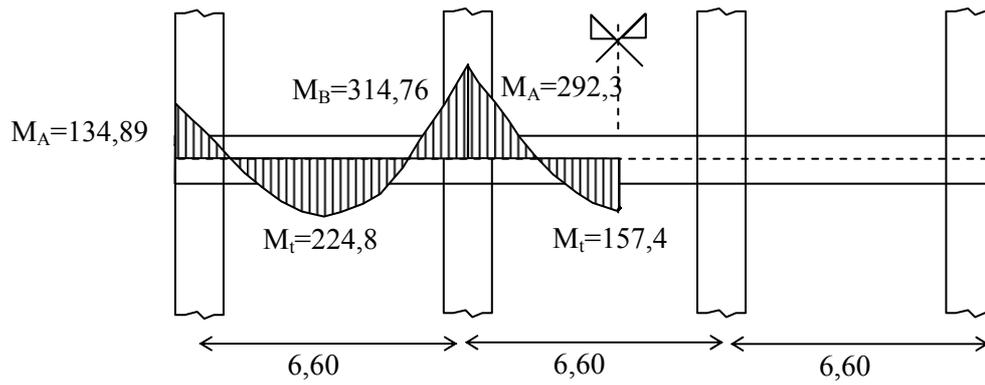
$$q_u = 15,14 \text{ KN/m}^2$$

Por tanto:

$$M_0 = q_u \cdot \frac{l_2 \cdot l_{n1}^2}{8} = 449,66 \text{ KNm}$$

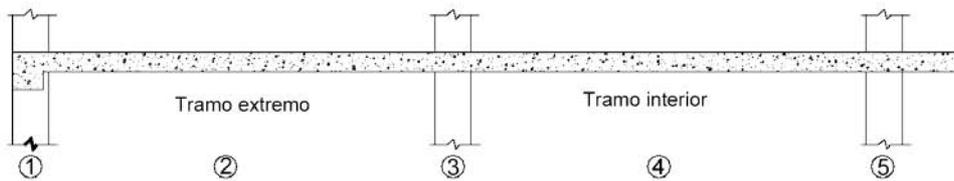
Factores de distribución del momento estático total





Dada la simetría de la estructura, el esquema es válido según x y según y.

Distribución de momentos en las franjas de columnas y franjas centrales ($\alpha_i = 0$ y $\beta_i \geq 2,50$)

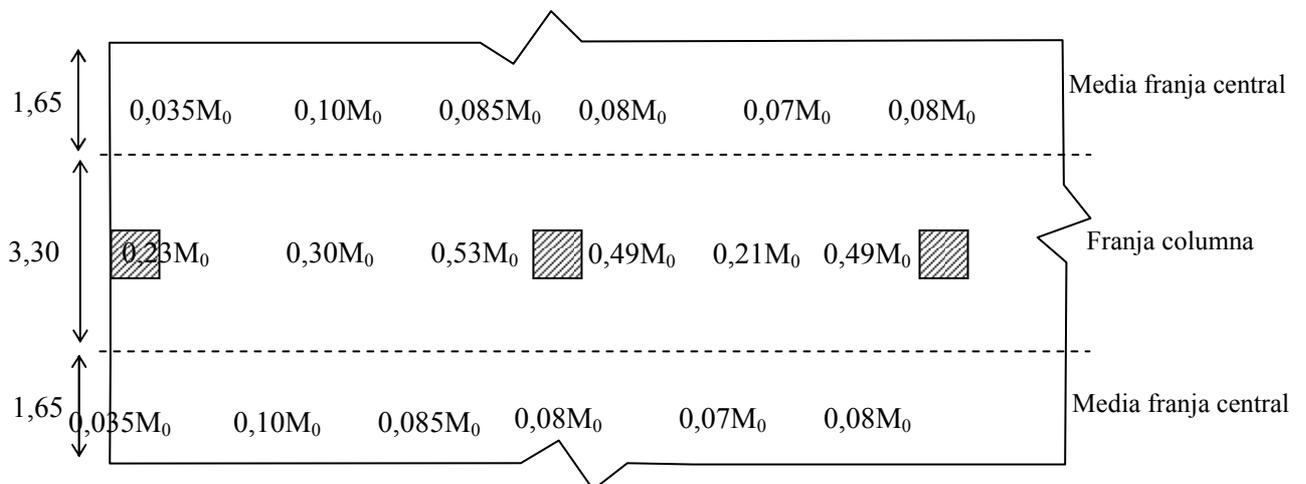


Momentos en la losa	Tramo extremo			Tramo interior	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	Negativo exterior	Positivo	Primer negativo interior	Positivo	Negativo interior
Momento total	0,30 M_o	0,50 M_o	0,70 M_o	0,35 M_o	0,65 M_o
Franja de columna	0,23 M_o	0,30 M_o	0,53 M_o	0,21 M_o	0,49 M_o
Franja intermedia	0,07 M_o	0,20 M_o	0,17 M_o	0,14 M_o	0,16 M_o

Notas: (1) Todos los momentos negativos corresponden a la cara del apoyo.
 (2) La rigidez torsional de la viga de borde es tal que se verifica $\beta_i \geq 2,5$. Para valores de β_i menores que 2,5 el momento negativo exterior de la franja de columna se incrementa a $(0,30 - 0,03\beta_i) M_o$.

Figura 435: Tabla de coeficientes de momento para entrepisos sin vigas, con vigas de borde (ref. 97)

Valores de los coeficientes de distribución de momentos:



Valores de los momentos en KNm:



A los efectos del c3lculo de las secciones de armaduras, se adoptar3 como altura 3til seg3n y, $d_y = 21 \text{ cm}$ y seg3n x, $d_x = 20 \text{ cm}$.

Determinaci3n del par3metro β_t

$$\beta_t = \frac{E_{cv} \cdot C}{2 \cdot E_{cl} \cdot I_l}$$

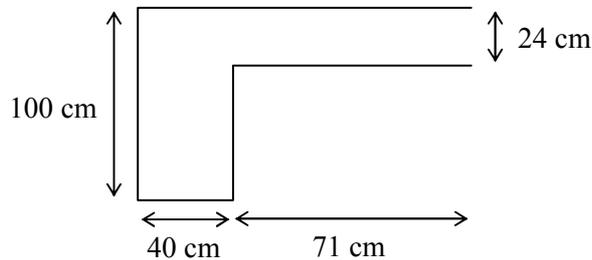
con:

$$E_{cv} = E_{cl}$$

$$I_l = \frac{l_2 \cdot h_f^3}{12} = \frac{330 \text{ cm} \cdot (24 \text{ cm})^3}{12} = 380160 \text{ cm}^4 \text{ (faja de borde)}$$

$$C = \Sigma(1 - 0,63 \cdot x/y) \cdot x^3 \cdot y/3$$

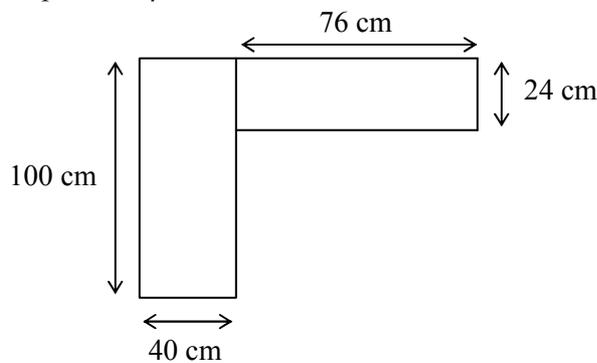
Viga de borde:



$$\beta_t = \frac{E_{cv} \cdot C}{2 \cdot E_{cl} \cdot I_l} = \frac{1876250}{2 \cdot 380160} = 2,467$$

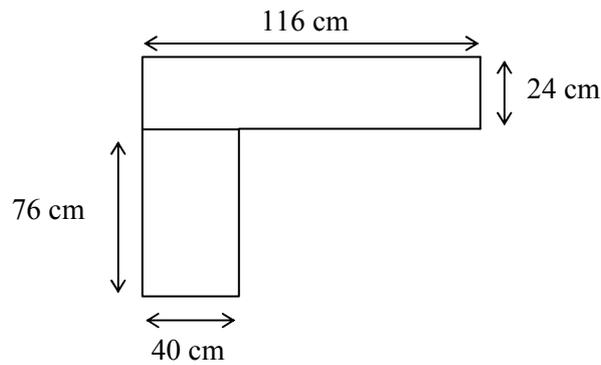
Se acepta por lo tanto, el valor adoptado de $\beta_t = 2,50$.

Subdivisi3n 1:



$$C_1 = \left(1 - 0,63 \frac{40}{100}\right) \cdot \frac{40^3 \cdot 100}{3} + \left(1 - 0,63 \frac{24}{76}\right) \cdot \frac{24^3 \cdot 76}{3} = 1876250 \text{ cm}^4$$

Subdivisión 2:



$$C_2 = \left(1 - 0,63 \frac{40}{76}\right) \cdot \frac{40^3 \cdot 76}{3} + \left(1 - 0,63 \frac{24}{116}\right) \cdot \frac{24^3 \cdot 116}{3} = 1549711 \text{ cm}^4$$

Cálculo de la armadura requerida por flexión según x

Determinaremos para cada sección crítica la armadura necesaria para la franja de columna y las medias franjas laterales. Se controlará la cuantía mínima, la que según el Art. 13.3 del CIRSOC 201/05 debe ser de:

$$A_{s\min} \geq 0,0018 \cdot b \cdot h = 4,32 \text{ cm}^2/\text{m}$$

con una separación de las barras $s \leq 2 \cdot h$ y $s \leq 30 \text{ cm}$.

Para el cálculo se trabajarán las solicitaciones por metro, por lo que las armaduras mínimas serán de:

$$\left. \begin{array}{l} A_{sx} \\ A_{sy} \end{array} \right\} \geq 4,32 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

con $s \leq 48 \text{ cm}$ y $s \leq 30 \text{ cm}$.

A modo de ejemplo, detallaremos el procedimiento para la sección de apoyo extremo en la franja de la columna:

$$M_u = -103,42 \text{ KNm}$$

$$M_n = M_u / \phi = 114,91 \text{ KNm}$$

Ancho de franja de la columna $b = 3,30 \text{ m}$.

$$M'_n = M_n / b = 34,82 \text{ KNm/m}$$

$b_w = 100 \text{ cm}$

$$m_n = M_n / (f^*_c \cdot b_w \cdot d^2) = 34,82 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 1,00 \text{ m} \cdot (0,21\text{m})^2] = 0,046445$$

$$K_a = 1 - (1 - 2m_n)^{1/2} = 0,0476$$

Verifica $K_a < K_a \text{ máx}$

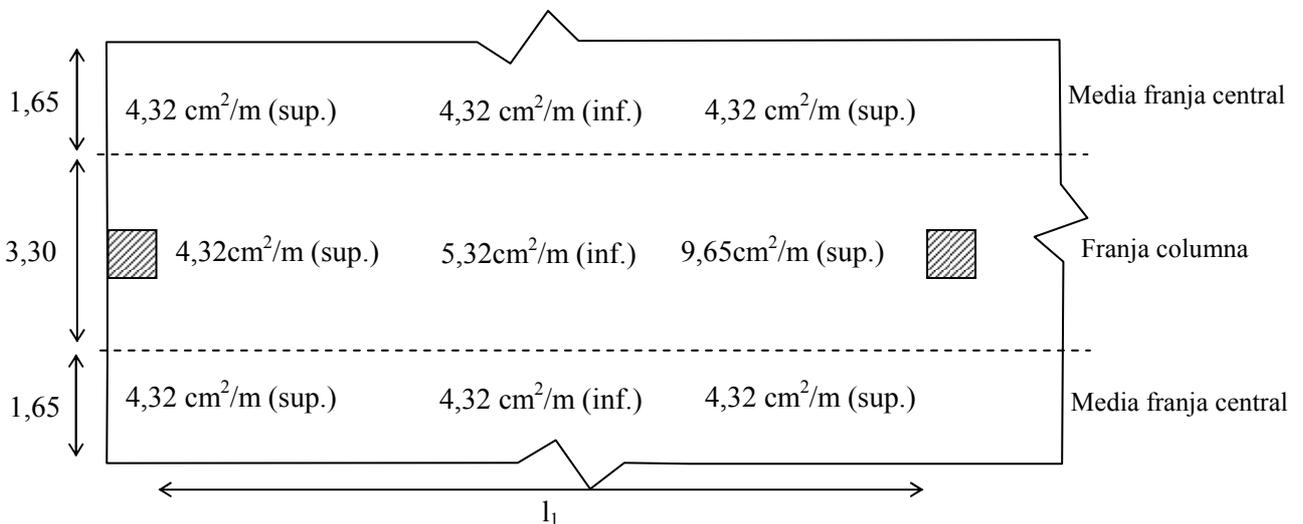
Cálculo de la armadura

$$A_s = f^*_c \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \cdot 100 \cdot 0,0476 \cdot 21 / 420 = 4,05 \text{ cm}^2/\text{m} < A_{s\min}$$

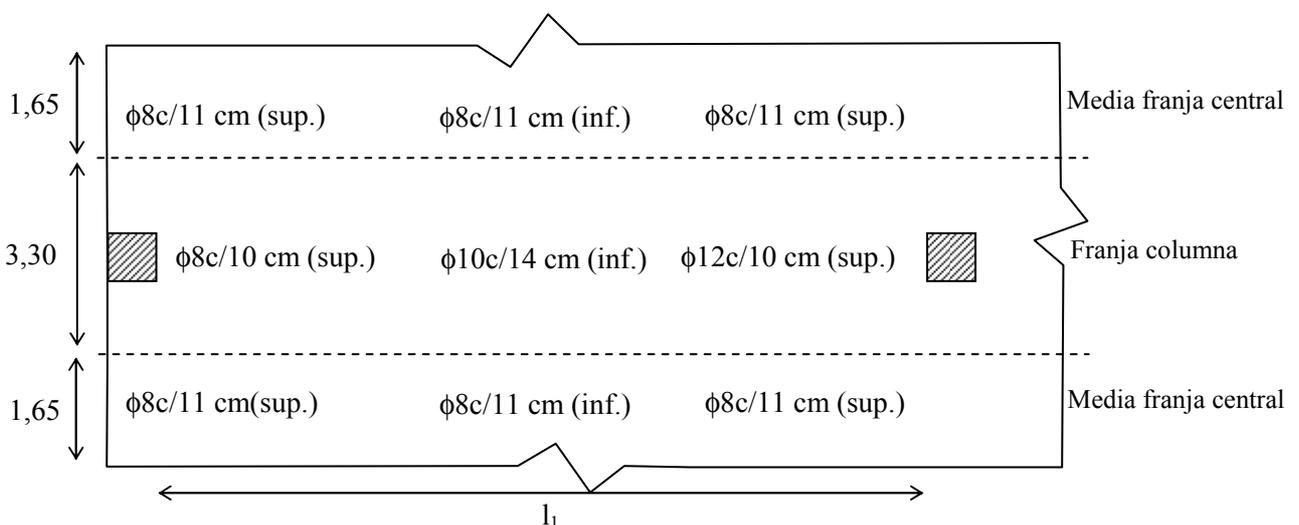
De igual manera se obtienen los valores de sección necesaria para el vano extremo según x, los que se expresan en el siguiente cuadro de resumen:

Sección	Franja	Momento (KNm)	Ancho de franja	Momento unitario (KNm/m)	m_n	K_a	A_s (cm ² /m)	Observación
Apoyo extremo	Columna	-103,42	3,30	-34,82	0,046445	0,0476	4,05 (*)	(*) Menor a la cuantía mínima
Apoyo extremo	½ Franja lateral	-15,74	1,65	-10,60	0,014138	0,0143	1,22 (*)	(*) Menor a la cuantía mínima
Zona tramo	Columna	+134,89	3,30	+45,42	0,06058	0,06256	5,32	
Zona tramo	½ Franja lateral	+44,97	1,65	+30,28	0,040389	0,04124	3,51 (*)	(*) Menor a la cuantía mínima
Apoyo interior	Columna	-238,22	3,30	-80,24	0,10703	0,1135	9,65	
Apoyo interior	½ Franja lateral	-38,22	1,65	-25,74	0,03433	0,035	2,69 (*)	(*) Menor a la cuantía mínima

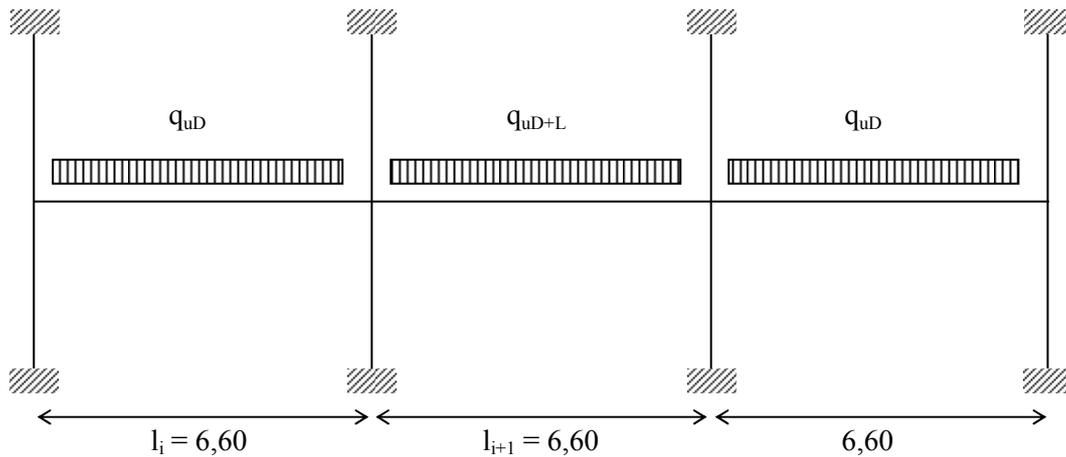
Secciones de armaduras necesarias en el vano extremo según x



Armadura adoptada según x tentativamente



Verificación de la armadura de flexión para momentos no balanceados



$L = 350 \text{ kg/m}^2$
 $q_{uL} = 1,60 L = 560 \text{ kg/m}^2 = 5,60 \text{ KN/m}^2$

Momento transferido a la columna interior

$$M = 0,07 \cdot 0,50 q_{uL} \cdot l_2 \cdot l_n^2 = 46,57 \text{ KN/m}^2$$

Recordando que para dicha columna interior se verificó el punzonado sin tener en cuenta el efecto del momento balanceado (dada la ausencia de cargas horizontales y la simetría de los vanos consecutivos). Por otro lado, para que los momentos no balanceados se generen por asimetría de cargas, sobre un paño la carga actuante debe ser mínima, y por tanto el valor de V_u será menor al utilizado para la verificación realizada. A partir de lo expuesto, se adoptará en forma conservadora para definir la armadura de flexión necesaria sobre el ancho efectivo b_f , definido como:

$$b_f = c + 2 \cdot 1,50 \cdot h_f$$

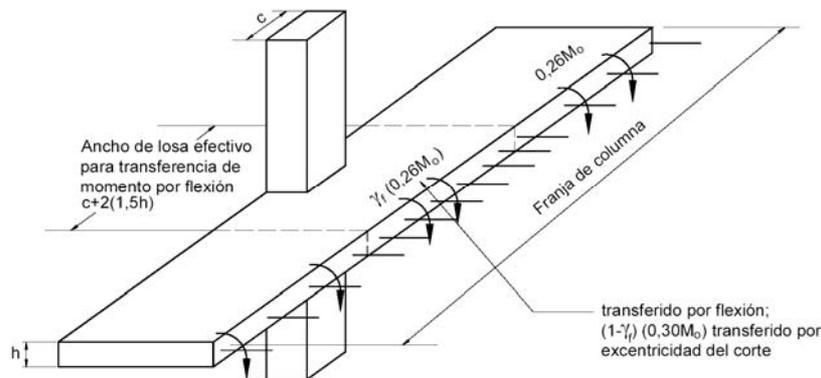


Figura 436: Transferencia de un momento negativo en el apoyo exterior de un entrepiso sin vigas (ref. 97)

con c el ancho de la columna, un valor de $\gamma_f = 1$, por lo que el momento flector a transmitir por la unión losa-columna vale:

$$M_{uf} = \gamma_f \cdot M_u = 46,57 \text{ KNm}$$

$$b_f = c + 2 \cdot 1,50 \cdot h_f = 132 \text{ cm}$$

$$M_n = M_u / \phi$$

$$M'_n = M_n / b_f = -39,20 \text{ KNm/m}$$

$b_w = 100 \text{ cm}$

$$m_n = M_n / (f^*_c \cdot b_w \cdot d^2) = 39,20 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 1,00 \text{ m} \cdot (0,21\text{m})^2] = 0,05228$$

$$K_a = 1 - (1 - 2m_n)^{1/2} = 0,05373$$

Cálculo de la armadura

$$A_{sf} = f^*_c \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 0,05373 \cdot 21 \text{ cm} / 420\text{MPa} = 4,44 \text{ cm}^2/\text{m} > A_{smin}$$

En tanto que la armadura existente de flexión en la franja de la columna en el apoyo interior es de 9,65 cm²/m, incrementaremos la armadura en esa zona a $\phi 12c/8$ cm. Respecto del apoyo exterior, se deberá dimensionar la viga de borde para absorber la torsión originada por la parte proporcional de momentos exteriores negativos mayorados que le corresponda. Dada la existencia de la viga de borde, y a falta de un análisis más preciso, se adopta $\gamma_f = 0,60$ para evaluar el momento a absorber por la franja eficaz de la columna:

$$b_f = c + 2 \cdot 1,50 \cdot h_f = 132 \text{ cm}$$

$$M_{uf} = \gamma_f \cdot M_u = 0,60 \cdot 103,42 \text{ KNm} = 62,05 \text{ KNm}$$

$$M'_n = M_n / b_f = -52,23 \text{ KNm/m}$$

$b_w = 100 \text{ cm}$

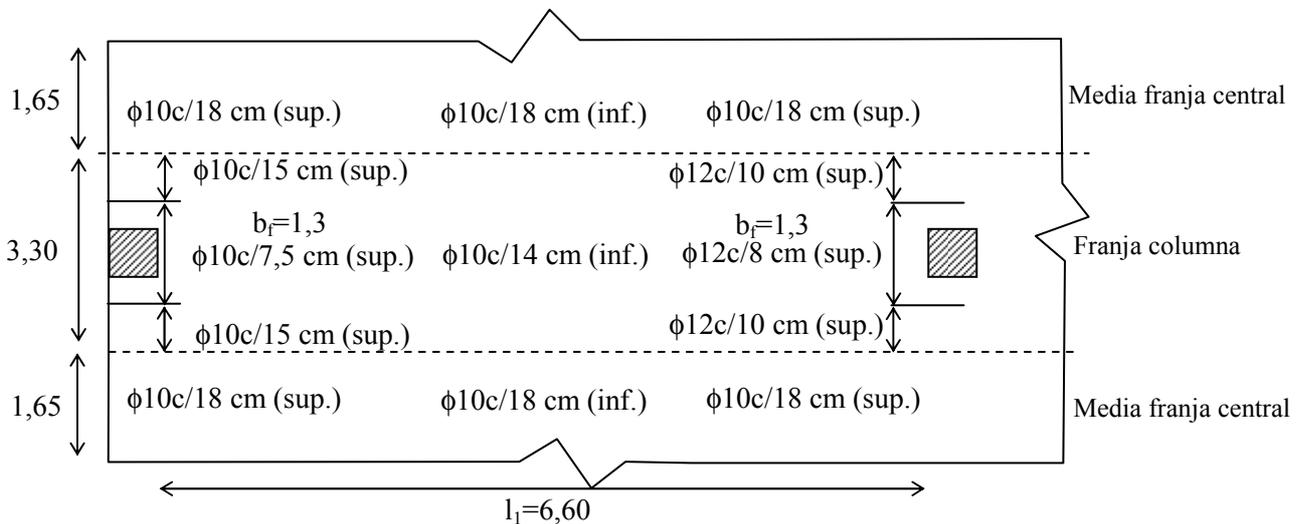
$$m_n = M_n / (f^*_c \cdot b_w \cdot d^2) = 52,23 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 1,00 \text{ m} \cdot (0,21\text{m})^2] = 0,06966$$

$$K_a = 1 - (1 - 2m_n)^{1/2} = 0,07232$$

Cálculo de la armadura

$$A_{sf} = f^*_c \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20\text{MPa} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 0,07232 \cdot 21 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 6,15 \text{ cm}^2/\text{m} > A_{smin}$$

Por su parte, tenemos que la armadura necesaria en la franja de la columna es de 4,13 cm²/m. Se colocará armadura sobre el ancho de ~1,30 m de $1\phi 10c/7,5\text{cm}$ (10,47 cm²/m). Se adopta finalmente, la siguiente armadura según x:



$$\phi 10c/18 \text{ cm} = 4,38 \text{ cm}^2/\text{m} > A_{smin}$$

Respecto del trazado de armaduras, se puede adoptar el propuesto por el CIRSOC 201/05, en la figura 13.3.8, transcrita en la Figura 438.

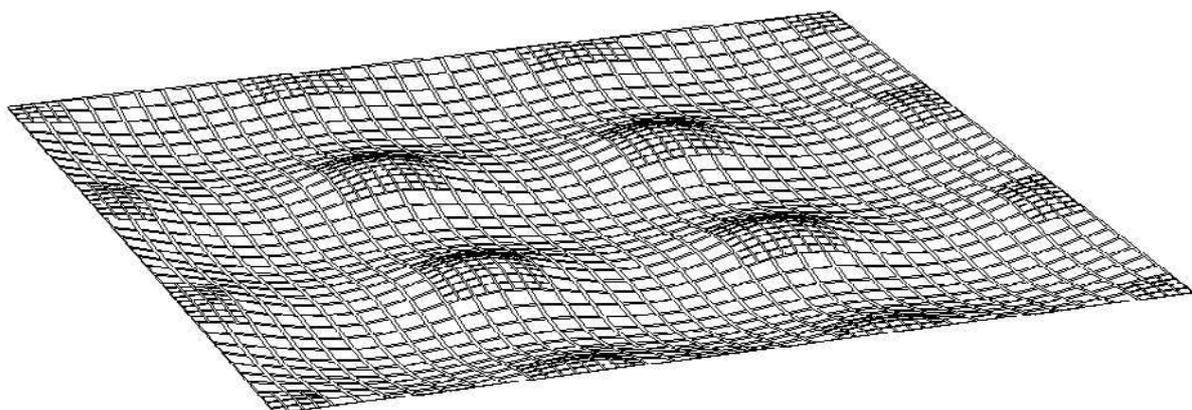


Figura 437: Aspecto de la deformada del entresillo sin vigas del ejemplo

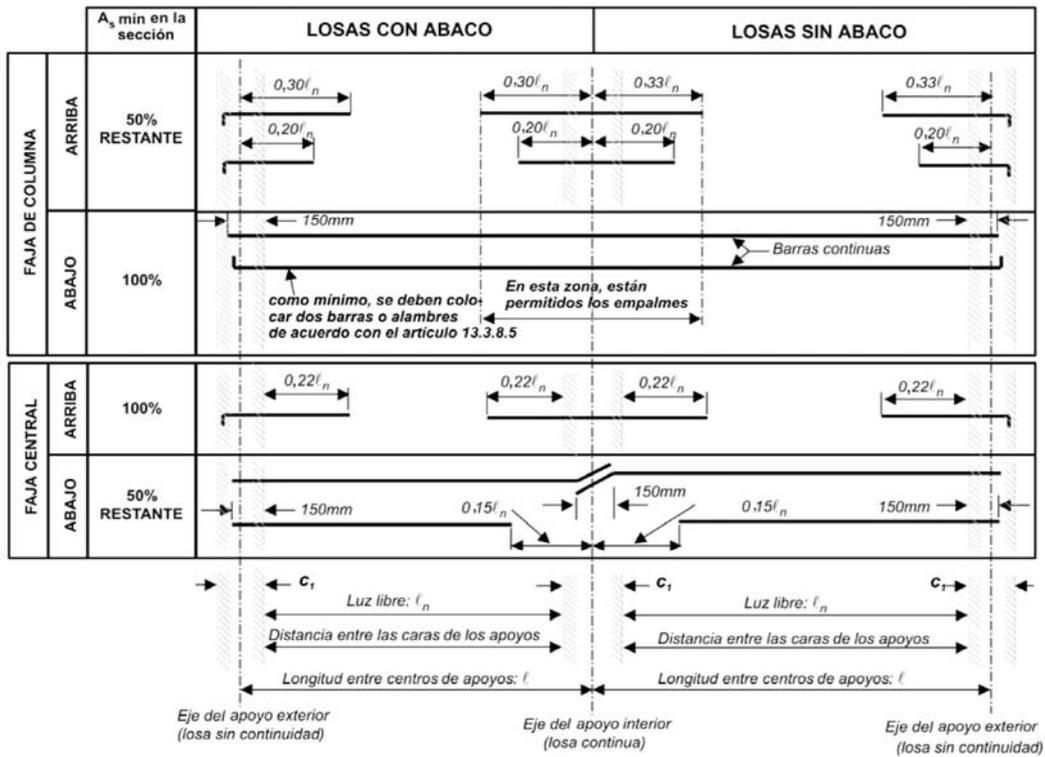


Figura 438: Prolongaciones mínimas para las armaduras en entrepisos sin vigas (referencia 109)

Caso de losa de entrecimso con voladizo

Este caso no es tratado, en general, por las distintas normativas (ACI, EHE, etc.), pero se presenta frecuentemente en los proyectos. A fin de evaluar el valor y la distribución del momento en los voladizos y determinar si la columna exterior debe ser considerada o no como interior (resultando en tal caso $M_{ap} = 0,65 \cdot M_0$), se sugiere consultar la referencia 17) del Prof. Ing. Calavera Ruiz.



Figura 439: Sistema de placas planas en el Burj Khalifa (referencia 120)

Capítulo 35

Fundaciones directas

Generalidades

Las fundaciones son los elementos estructurales encargados de transmitir las cargas de la estructura al suelo de apoyo asegurando la estabilidad de la misma. A fin de evaluar el tipo y características de la fundación más conveniente para un proyecto dado, se requiere de un análisis previo que contemple diversos aspectos tales como: características de los estratos de suelo, homogeneidad o no de los mismos, compresibilidad de los suelos, nivel freático, equipos disponibles para ejecutar las fundaciones en la zona, características de la superestructura y requerimientos de la misma, agresividad de suelos, edificios linderos, etc. En conclusión, se conjugan diferentes temas que deben estudiarse y compatibilizarse para lograr un diseño seguro y económico. Para el dimensionado en sí de estas estructuras, como se desarrollará más adelante, se aplicarán los conocimientos adquiridos en los capítulos previos con algunas consideraciones particulares propias para estos elementos.

Con el objeto de introducirnos en el tema, se plantea como ejemplo un edificio fundado sobre bases aisladas, en donde las cargas concentradas de las columnas se transmiten al suelo de fundación a través de las mismas. En estos casos es frecuente analizar la estructura como un sistema independiente de la fundación, asumiendo ciertas condiciones de borde ideales para las columnas de los pórticos, condiciones que representarían a las fundaciones y el suelo. En general, se asume como condición de borde el empotramiento o la articulación para los nudos, y luego, a las reacciones de apoyo obtenidas de los pórticos, se las considera como acciones sobre las fundaciones evaluadas en forma independiente. Este procedimiento ignora la interacción entre la superestructura y su fundación, ya que las deformaciones que las cargas producen en las bases modifican las fuerzas internas en las estructuras de los pórticos. Esta simplificación puede considerarse aceptable cuando no se produzcan deformaciones importantes en los apoyos que alteren en forma significativa las solicitaciones de la estructura; en caso contrario, debe modelarse el sistema en conjunto.

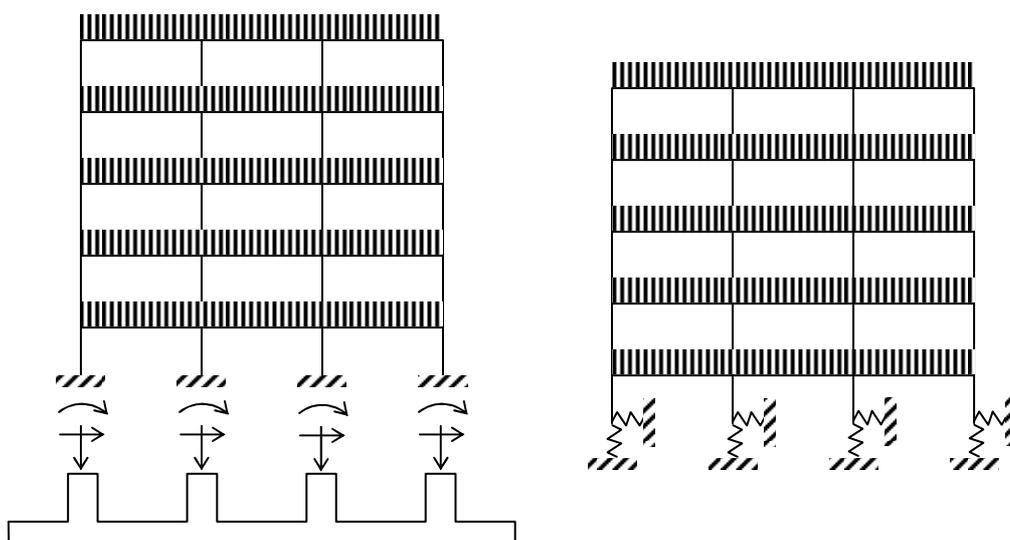


Figura 440: Modelo de análisis de la estructura y de la fundación individual y conjunta

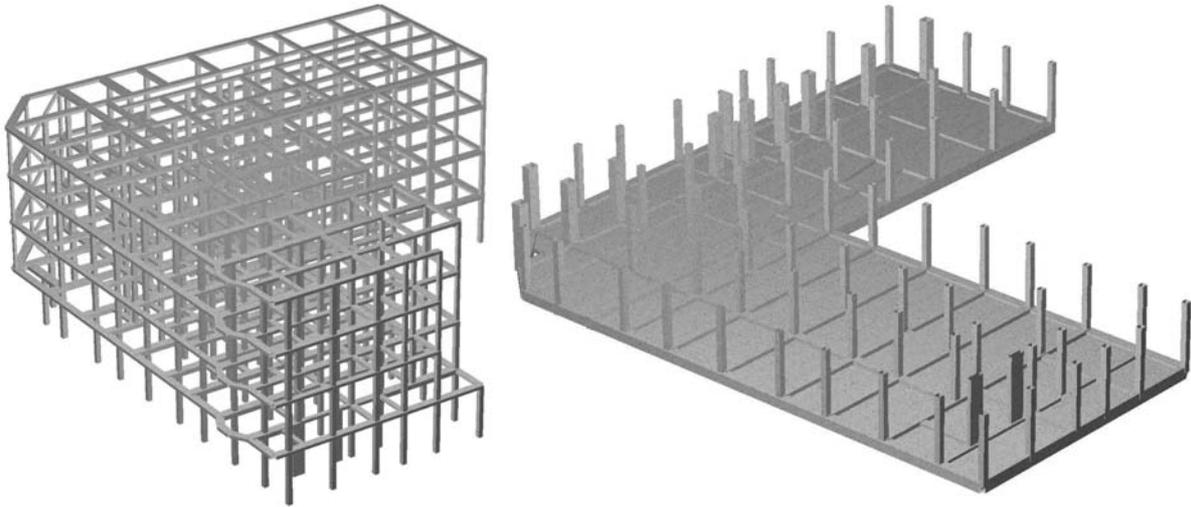


Figura 441: Ejemplo de una modelación independiente de la estructura y su fundación

Clases de fundaciones

Fundaciones directas o superficiales

1) Base individual o aislada: suele utilizarse en casos de presiones mayores a 1 kg/cm^2 a profundidades normales, cuando el estrato resistente del suelo se ubica a poca profundidad y el suelo es homogéneo; y se trabaja por sobre el nivel freático. Su forma es, en general, tronco – piramidal, y puede o no requerir encofrado, según el volumen de la misma. Se las subclasifican en:

- a) Base centrada: en caso de columnas centradas.
- b) Base excéntrica: en caso de columnas sobre eje medianero
- c) Base doblemente excéntrica: en caso de columnas ubicadas sobre la esquina de dos ejes medianeros.



Figura 442: Sistema de bases centradas

2) Base combinada: utilizada generalmente cuando existe superposición de bases, debido a cercanía de dos o más columnas, o bien, a causa de grandes cargas asociadas a resistencias de suelo bajas. Pueden contar o no con nervios rigidizadores.



Figura 443: Aspecto de una base combinada para tres columnas (área posterior)
y otra para tabique (área frontal)

3) Base corrida: normalmente resulta de soporte de muros o tabiques de hormigón armado. Resulta útil para casos en los que la resistencia del suelo supera los $0,5$ ó 1 kg/cm^2 .

4) Platea o losa de fundación: consiste en una losa de hormigón armado emplazada sobre el suelo (previo hormigón de limpieza) para casos en los que este último no posee resistencias elevadas. Puede presentarse simple, o bien con nervios o vigas superiores o inferiores.



Figura 444: Platea de fundación con vigas superiores

Fundaciones indirectas o profundas

1) Pozos de fundación (Romanos): consisten en pilotes de diámetro intermedio, vinculados entre sí mediante un encadenado de fundación. Se componen de una armadura longitudinal y otra helicoidal, y resultan útiles particularmente cuando el suelo apto se encuentra a cierta profundidad.

2) Pilotes: elementos generalmente cilíndricos necesarios para estructuras de gran porte, con cargas elevadas que requieren de resistencias de suelo elevadas. Suelen ser utilizados para resistir esfuerzos horizontales y momentos flexores. Su resistencia se genera por punta y por fricción lateral. Para su vinculación con las columnas, tabiques, o con la estructura superior existente, se requieren de cabezales de hormigón armado. Existe una multiplicidad de clases de pilotes, ya sea por su método de colocación, fabricación o por el material que los componen.



Figura 445: Cabezal premoldeado de dos pilotes aún sin hormigonado in situ

Bases aisladas

En función de los resultados del estudio de suelos, se definirán las tensiones admisibles de trabajo en el contacto suelo-base, a fin de garantizar una adecuada seguridad contra la falla del mismo (hundimiento) y evitar asentamientos totales y diferenciales que ocasionen daños en la estructura o patologías indeseables. Respecto de esto, se señala que lo más crítico para la estructura resultan en general los asentamientos diferenciales. A título orientativo, puede suponerse que si el cociente entre el asiento diferencial entre dos columnas y la distancia entre sus ejes es menor que $1/500$ no se producen en general fisuración en los cerramientos. A fin de minimizar los asientos diferenciales se debe tratar que la presión de contacto (bajo cargas permanentes) en el suelo-base, para las distintas bases aisladas sea similar. De resultar lo anterior, con columnas muy diferentes, se generarían bases de secciones diferentes, debiendo evaluarse en tal caso los bulbos de presiones que afectarán eventualmente distintos estratos y su incidencia en posibles asentamientos diferenciales. Respecto de la zona afectada del suelo (profundidad activa) que incide sobre el comportamiento de las bases, depende no sólo del tamaño de las mismas y de la carga actuante, sino también de cómo varíe la rigidez del suelo con la profundidad. Se suele asociar la rigidez al módulo tangente inicial del suelo, si éste aumenta con la profundidad, la profundidad activa no supera en general el ancho mayor de la base, por el contrario, si el módulo tangente inicial del suelo disminuye con la profundidad, la zona activa puede resultar varias veces la dimensión de la base. Debe señalarse que para definir la tensión admisible de contacto suelo – base, se debería considerar el tamaño de la base, la omisión de lo anterior ha conducido al fracaso en el diseño de las fundaciones en diversos proyectos.

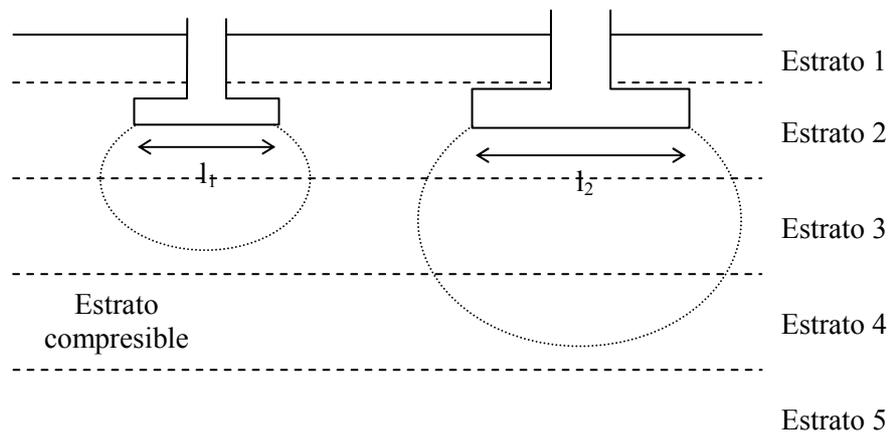


Figura 446: Efecto del bulbo de presiones sobre bases de distintas dimensiones

Distribución de tensiones en el terreno

La distribución de tensiones en el terreno por debajo de la zapata es función del tipo de suelo, de la rigidez de la base y de la intensidad de la carga.

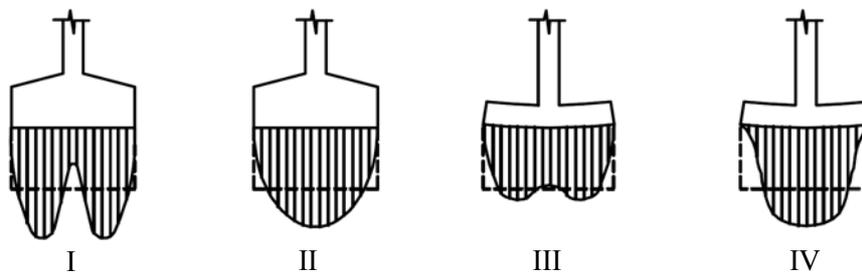


Figura 447: Esquemas de tensiones según la rigidez de la base y clase de suelo

- I: base rígida, suelo cohesivo
- II: base rígida, suelo no cohesivo
- III: base flexible, suelo cohesivo
- IV: base flexible, suelo no cohesivo

A fin de poder adoptar la hipótesis de tensiones en el suelo de contacto con variación lineal, debe cumplirse que las bases posean un mínimo de rigidez, usualmente se considera cumplida esta condición si:

$$h \geq \frac{l-a}{4}$$

con:

h = altura total de la base

l = longitud de la base

a = ancho del tronco de la columna

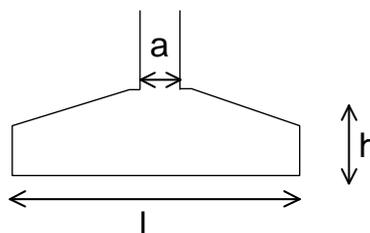


Figura 448: Esquema de una base rígida

De no verificarse la condición anterior, en rigor, se deben evaluar los esfuerzos en la base y las tensiones en el suelo según el concepto de “vigas sobre fundación elástica”, tal cual se desarrollará posteriormente.

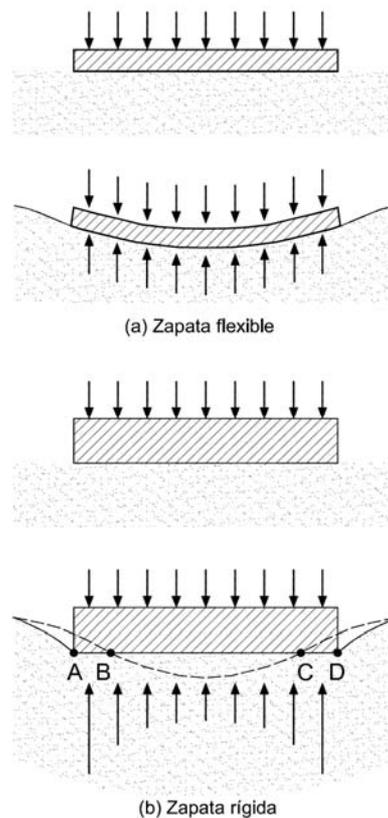


Figura 449: Distribución de presiones en bases rígidas y flexibles para un mismo suelo

Intensidad de la carga actuante

Respecto de la real ley de variación de tensiones en el contacto base-suelo de fundación, debemos diferenciar el estado de cargas de servicio, para el cual verificamos no sobrepasar las tensiones admisibles del suelo, del estado o estados de combinaciones de carga últimos, para los cuales dimensionamos la base a flexión y corte. Para esta última situación, es de suponer un comportamiento no lineal tanto para la estructura de hormigón de la base, como así también para el suelo de fundación. Por tanto, a los fines prácticos, para el caso de bases rígidas, se suele idealizar el comportamiento del suelo (reacción sobre la base) mediante la aplicación de una de las dos opciones simplificadas:

- Se supone una variación lineal de tensiones en el suelo, en donde se considera inactiva cualquier zona que arroje tensiones de tracción entre el suelo y la base.
- Se asume una reacción uniforme, la que sólo coincide con la hipótesis anterior cuando la carga es centrada.

Se estaría planteando entonces, la hipótesis de plastificación total del suelo. Frente a cargas excéntricas, esta hipótesis implica que la reacción del suelo uniforme sólo actuará en un rectángulo equivalente que arroje una reacción de magnitud y posición tal que equilibre la carga incidente de la base.

De tal forma, para un estado de cargas que esté definido por un esfuerzo axial y un momento, la reacción última uniforme equivalente será:

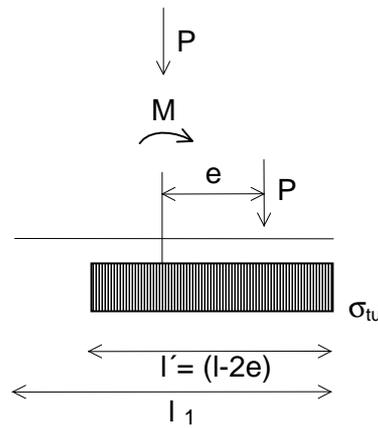
$$\sigma_u = \frac{P_u}{l - 2e}$$

con:

$e = M / N =$ excentricidad de la carga

$l =$ lado de la base

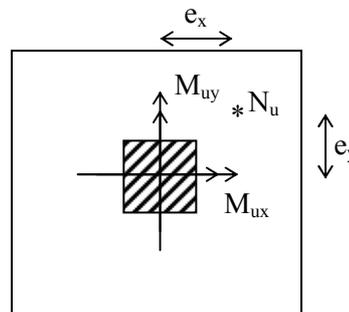
$l' = l - 2e =$ ancho del diagrama equivalente



Al respecto, pueden consultarse las referencias 18) y 49). En cualquier caso, se recomienda que la excentricidad resultante máxima, verifique que $e \leq l / 3$.

En caso de actuar momentos según ambas direcciones, la expresi3n resulta:

$$\sigma_{tu} = \frac{P_u}{(l_x - 2e_x) \cdot (l_y - 2e_y)}$$



Teniendo presente lo anterior y tomando conocimiento de la incertidumbre respecto de las tensiones reales actuantes, en el texto aplicaremos el primer criterio planteado.

Bases centradas

Criterios de diseño

Como punto de partida, es necesario determinar la superficie requerida a partir de la presi3n de contacto existente con el suelo y la que éste admite. Los estados de carga de servicio (D + L) se utilizan para dimensionar la superficie de contacto entre la base y el suelo, debido a que la resistencia del suelo se la cuantifica mediante tensiones admisibles y no últimas.

A fin de comenzar con el proceso de diseño de la base, puede estimarse el área necesaria de contacto suelo-fundaci3n (para el caso de bases no sujetas a momentos flectores importantes) de la siguiente manera:

$$A_{req} = \frac{v \cdot (D + L)}{\sigma_{adm}}$$

Donde v es un coeficiente de mayoraci3n que intenta contemplar el peso propio de la base y el peso del suelo de tapada. Se puede estimar en primera instancia $v = 1,10$.

De presentarse momentos con las cargas gravitatorias, si la excentricidad resultante $e = M/P$ es tal que cae fuera del núcleo central, s3lo una parte del suelo bajo la base estará comprimido, y sobre la restante zona no actuarán tensiones del terreno, dado que el mismo es incapaz de absorber tracciones.

De resultar la excentricidad $e < L/6$, toda la zona de contacto suelo-base estará comprimida, en tal caso, aplicando las ecuaciones de la esttica, se pueden determinar las tensiones en el suelo de fundaci3n.

$$\sigma_{\text{terreno}} = \frac{P}{l_x \cdot l_y} \pm \frac{M_y \cdot x}{I_{yy}} \pm \frac{M_x \cdot y}{I_{xx}}$$

con:

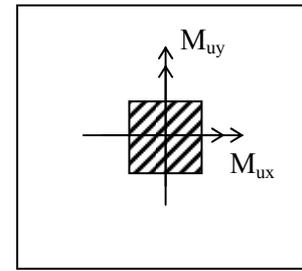
P, M_x, M_y = cargas de servicio

l_x, l_y = lados de la base

$M_y = P \cdot e_x < P \cdot l_x / 6$

$M_x = P \cdot e_y < P \cdot l_y / 6$

σ_{terreno} = tensión resultante de la fundación $< \sigma_{\text{adm}}$



$$I_{xx} = l_x \cdot l_y^3 / 12$$

$$I_{yy} = l_y \cdot l_x^3 / 12$$

De esa manera, la expresión resulta:

$$\sigma_{\text{terreno}} = \frac{P}{l_x \cdot l_y} \pm \frac{12 \cdot P \cdot e_x \cdot x}{l_x^3 \cdot l_y} \pm \frac{12 \cdot P \cdot e_y \cdot y}{l_y^3 \cdot l_x}$$

Las tensiones máximas se ubicarán en el perímetro de la base, por lo que resulta:

$$x = l_x / 2$$

$$y = l_y / 2$$

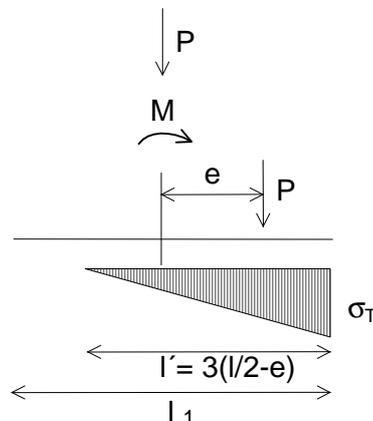
$$\sigma_{\text{terreno}} = \frac{P}{l_x \cdot l_y} \pm \frac{6 \cdot P \cdot e_x}{l_x^2 \cdot l_y} \pm \frac{6 \cdot P \cdot e_y}{l_y^2 \cdot l_x}$$

$$\sigma_{\text{terreno}} = \frac{P}{A} \left(1 + \frac{6 \cdot e_x}{l_y} + \frac{6 \cdot e_y}{l_x} \right)$$

De resultar por el contrario $e > L/6$, las expresiones anteriores no son válidas, y el diagrama de tensiones en el suelo pasa de trapezoidal a triangular, resultando la tensión máxima en el suelo:

$$\sigma_{\text{terreno}} = \frac{2 \cdot P}{3 \cdot \left(\frac{l_y}{2} - e \right) \cdot l_x}$$

donde l_x es el ancho de la base.



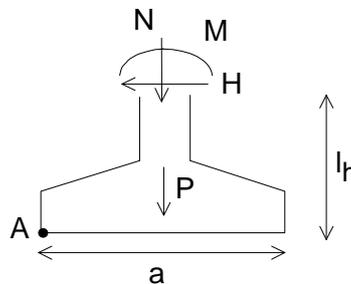
En el caso de bases aisladas sometidas adicionalmente a momentos y cargas horizontales, previo a cualquier análisis relativo al dimensionado, deben realizarse las verificaciones que aseguren la estabilidad de la misma. Esto es, la verificación al vuelco y al deslizamiento.

Verificación de la estabilidad

Verificación al volcamiento

Para la verificación al vuelco, deben considerarse las acciones que tienden a evitar el mismo, se suele afectar a los momentos estabilizantes de un coeficiente reductor $\delta = 0,90$.

El cociente entre los momentos estabilizantes y los momentos volcadores, debe ser mayor o igual a un coeficiente de seguridad de $\gamma_1 = 1,5$.



La condición correspondiente se obtiene expresando que los momentos estabilizadores de las fuerzas exteriores, respecto de un punto A, superan a los momentos de vuelco:

$$\delta \cdot (N + P) \cdot \frac{a}{2} \geq (M + H \cdot l_h) \cdot \gamma_1$$

N, M, H: esfuerzo normal, momento flector y esfuerzo horizontal en la cara superior de la base.

P: peso propio de la base

a: ancho de la base

l_h : altura total de la base

γ_1 : coeficiente de seguridad al volcamiento

Esta verificación puede ser una condición crítica de diseño. Por ejemplo, esto suele suceder en cubiertas livianas industriales (estructuras metálicas), en donde las cargas por peso propio no son tan importantes y eventualmente sí lo son las acciones horizontales originadas por el viento sobre los cerramientos laterales.

Verificación al deslizamiento

Respecto del deslizamiento, se considera como fuerza estabilizante sólo el rozamiento entre la base y el terreno, no teniendo en cuenta el empuje pasivo sobre la superficie lateral de la misma. La ecuación tiene la forma:

$$(N + P) \cdot \text{tg} \varphi_d \geq \gamma_2 \cdot H \text{ para suelos sin cohesión (arenas)}$$

$$A \cdot c_d \geq \gamma_2 \cdot H \text{ para suelos cohesivos (arcillas)}$$

con:

N, H: esfuerzo normal y esfuerzo cortante en la cara superior de la base.

P: peso propio de la base.

$\varphi_d = 2/3 \varphi$ (ángulo de rozamiento interno de cálculo minorado).

$c_d = 0,5 c$ (valor de cálculo minorado de la cohesión).

A: superficie de la base de la zapata.

γ_2 : coeficiente de seguridad al deslizamiento, que suele tomarse igual o mayor a 1,5.

Diseño a flexión de bases rígidas

Las bases rígidas se comportan como losas en voladizos sometidas a la reacción vertical del suelo de abajo hacia arriba. Por tanto, en la zona inferior de las bases aisladas (superficie de contacto del hormigón con el suelo de fundación), se generan tracciones en ambos sentidos para las cuales se debe calcular y colocar la armadura necesaria según veremos en los próximos párrafos. Adicionalmente, la cuantía de armadura colocada para absorber los esfuerzos de flexión, deberá verificar los valores mínimos establecidos en el CIRSOC 201/05 para controlar las fisuras de contracción y temperatura.

Los ensayos llevados a cabo, permitieron determinar que de manera similar a lo evaluado para entrepisos sin vigas, se debe determinar la armadura de flexión en cada dirección para absorber todo el momento estático producido por la reacción del suelo sobre la base. Dimensionamos, en tal caso, en cada dirección a flexión en forma independiente. Consideremos la nomenclatura a seguir:

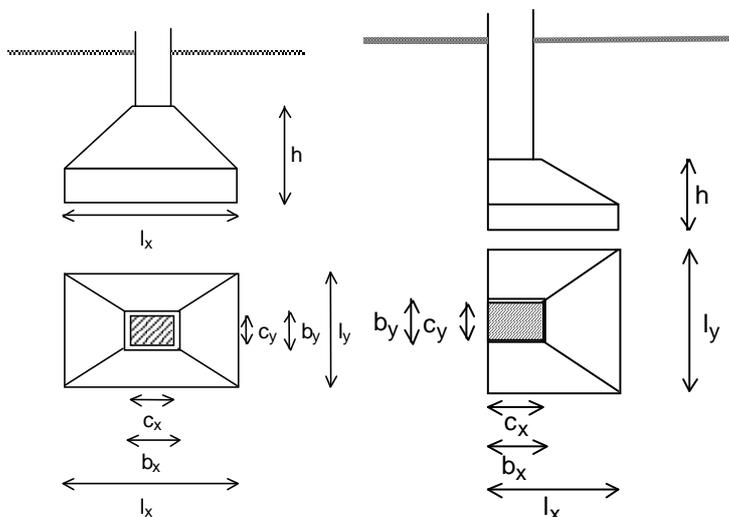


Figura 450: Nomenclatura para el diseño de bases

Para el análisis a flexión, se considera el momento producido en las secciones de la figura por la presión generada por el suelo en esa superficie. Es por eso, que se analizan líneas tangentes a las caras de la columna según la sección crítica indicada:

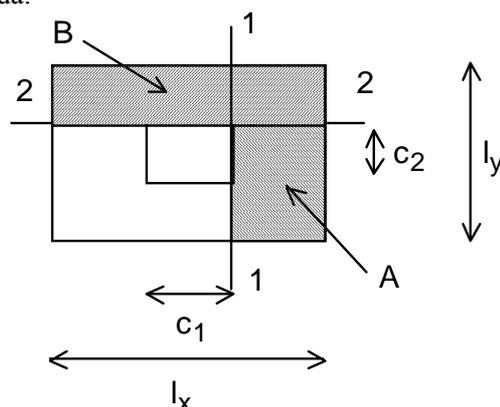


Figura 451: Secciones críticas a flexión para una base centrada

En el caso de bases cuadradas, la armadura se distribuye uniformemente en cada una de las dos capas que conformarán la armadura final, sin embargo, las alturas útiles para cada capa es distinta, y la armadura superior será mayor que la inferior debido a su menor valor de "d". Generalmente, "en obra" se busca utilizar el mismo diámetro de armadura en las dos direcciones, con una altura útil media a ambas y uniformando el armado.

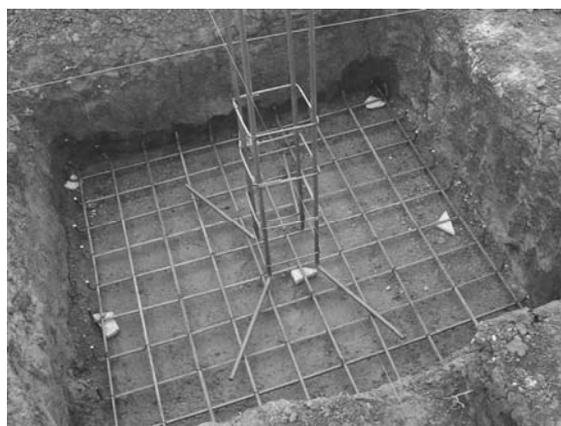


Figura 452: Aspecto de la armadura a flexión de una base centrada (véase el hormigón de limpieza)

En el caso de bases rectangulares armadas en dos direcciones, la armadura se distribuirá de la siguiente manera:

- a) Las armaduras en la dirección más larga se distribuirán de manera uniforme en todo el ancho B de la base.
- b) La armadura en la dirección corta se distribuirá por bandas.

La parte del refuerzo total (A_{st}) dada por la ecuación I, se distribuirán uniformemente sobre una banda central de ancho igual al lado B de la base. La armadura restante se distribuirá uniformemente en las zonas alledañas (A_{s2}). Si llamamos β a la relación del lado largo respecto del corto de la zapata:

$$\text{Armadura banda central / Armadura total en la dirección corta} = A_{s2} / A_{st} = 2 / (\beta + 1) \quad (I)$$

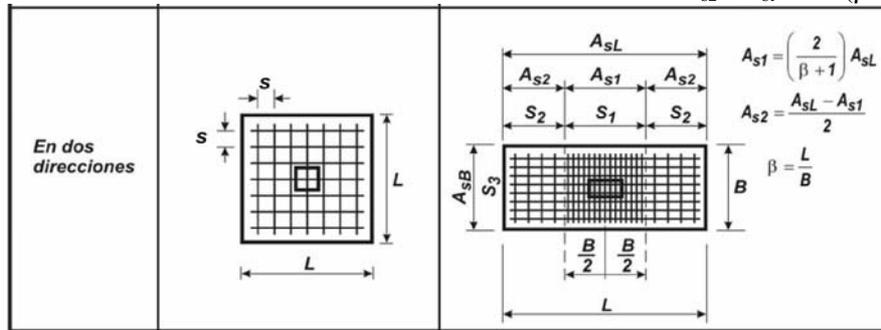


Tabla 72: Distribución de la armadura en bases rectangulares (referencia 109)

Respecto de cuestiones constructivas debe destacarse que:

- La ejecución de un hormigón de limpieza del orden de los 10 cm de espesor, previo al hormigonado de la base
- Es conveniente que el diámetro de la armadura de flexión no sea menor a 10 mm, y asimismo respetar los recubrimientos mínimos especificados.
- La altura del talón de la base debe ser mayor o igual a 15 cm.

Corte

En bases aisladas, la altura útil “d” queda definida por los esfuerzos de corte, o bien, por la condición de rigidez. Como las bases se ven sometidas a esfuerzos de flexión en las dos direcciones alrededor de la columna, su comportamiento es muy similar al de los entrepisos sin vigas. El esfuerzo de corte en bases se divide en corte en dos direcciones o punzonamiento y corte en una dirección o también llamado, corte en vigas.

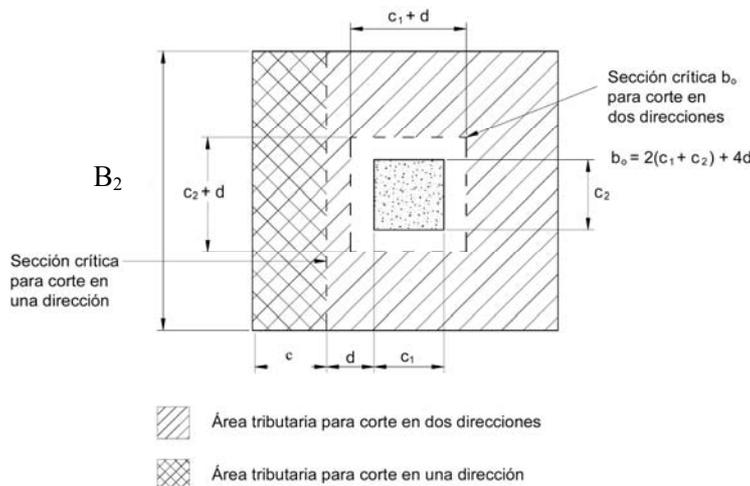


Figura 453: Secciones críticas a corte en una y en dos direcciones (adaptado referencia 97)

Corte en una dirección

Las bases, en general, no se arman a corte, por lo que el esfuerzo V_u deberá ser resistido por el hormigón V_c . Los esfuerzos de corte se determinan a una distancia “d” (altura útil de la base) medida desde la cara de la columna:

$$V_u \leq \phi \cdot V_c$$

$$\phi = 0,75$$

$$V_u = q_u \cdot B_2 \cdot c$$

con:

q_u = tensión última = P_u / A

B_2 = lado de la base que se está analizando (I_x ó I_y)

$c = (B_1/2 - c_1/2 - d)$

Debiendo cumplirse:

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d \geq V_u / \phi$$

Para determinar el valor de q_u se considera el valor de P_u sin tener en cuenta el peso propio de la base y el del suelo que está sobre la misma dado que estas cargas se equilibran con los Δq_u generados por éstas y no originan esfuerzos internos en las bases.

Corte en dos direcciones (punzonado)

Para evitar fenómenos de punzonado, el CIRSOC 201/05 establece que el esfuerzo V_c debe cumplir:

$$V_c \leq \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \text{MPa} \cdot b_0 \cdot d}{6} \\ \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \text{MPa} \cdot b_0 \cdot d}{12} \\ \frac{\sqrt{f'_c} \text{MPa} \cdot b_0 \cdot d}{3} \end{cases}$$

Tal cual se desarrolló en el Capítulo 17. Estas expresiones son de naturaleza empírica y surgen de extensas investigaciones, ya que el comportamiento real es de tipo tridimensional y de gran complejidad.

Las primeras expresiones poseen validez si $\beta_c > 2$, y la última si $\beta_c \leq 2$, en donde:

β_c : relación entre el lado mayor y el lado menor de la columna.

$$\alpha_s \begin{cases} 40 \text{ para bases centradas} \\ 30 \text{ para bases medianeras} \\ 20 \text{ para bases en esquina} \end{cases}$$

$b_0 = 2 \cdot (c_1 + c_2) + 4 \cdot d$ = perímetro de la sección crítica según la figura anterior, en mm.

d : altura útil en la sección crítica, en mm.

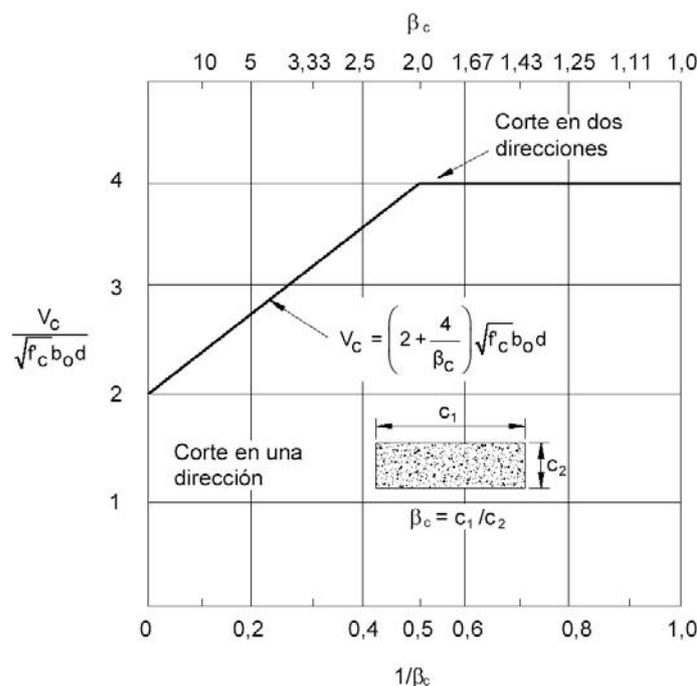


Figura 454: Resistencia al corte del hormigón en una zapata (referencia 109)

Cuando se presenta en la base el caso de flexión en ambas direcciones, surgen esfuerzos que comprimen la zona crítica en dichas direcciones y existen adicionalmente esfuerzos de compresión que son aplicados en la columna y se distribuyen en la base. En la sección crítica se genera un estado de compresión triaxial favorable para la resistencia al corte. En la medida que la relación de dimensiones de la columna se aparte de la sección cuadrada, este efecto positivo se atenúa y la resistencia al corte disminuye, asemejándose al comportamiento de corte en una dirección (corte tipo viga). Lo anterior es contemplado a través del parámetro β_c de la primera ecuación. De resultar la base solicitada también por momentos flectores, debe procederse entonces, para la verificación por punzonado, de acuerdo a lo desarrollado en el Capítulo 17, dado que el momento flector se transmite de la columna a la losa mediante dos mecanismos, una parte por flexión y la restante por excentricidad de corte. Las tensiones de corte resultantes de V_u y M_u , deberán verificar:

$$\frac{\tau_{ua}}{\phi} \leq \tau_n = \frac{V_c}{b_0 \cdot d}$$

Respecto de la incidencia de los momentos flectores sobre la resistencia al punzonado¹, cabe mencionar lo especificado en el Model-Code CEB-FIP (1978), el que en presencia de momentos afecta la resistencia al punzonado obtenida para carga axial (V_{pu}) por un coeficiente $\phi < 1$, según la expresión:

$$V_{pue} = V_{pu} \cdot \phi = V_{pu} \cdot \left(\frac{1}{1 + 1,5 \cdot (e_x + e_y) / b} \right) \quad (\text{II})$$

con V_{pu} la resistencia última del elemento al punzonado solicitado únicamente por cargas axiales (obtenido según el criterio del Model Code CEP-FIP), $e_x = M_{xd}/N_{xd}$, $e_y = M_{yd}/N_{yd}$ y b el lado menor de la columna. Lo anterior resulta válido para columnas interiores, es decir, centradas con respecto a su base. **Se destaca que la mención de la expresión (II) es sólo ilustrativa, esto dado que, nunca deben combinarse criterios de distintos códigos y reglamentos pues puede conducir a errores graves de diseño.** Debemos señalar que en muchos casos, los momentos flectores reales actuantes son menores a los obtenidos del cálculo teórico en caso de plantearse hipótesis simplificativas habituales tales como que la columna presenta un empotramiento perfecto en la base. Un cálculo que considere la deformabilidad del terreno bajo la base, permitirá una mayor aproximación a la situación real y conducirá seguramente a menores solicitaciones de flexión asociadas con el esfuerzo axial actuante en la fundación. Si los momentos flectores son importantes, no puede omitirse su análisis para evaluar la resistencia al punzonado y obtenerse así la seguridad requerida contra este tipo de falla que resulta netamente frágil.

Resistencia al aplastamiento

Cuando una columna apoya sobre una base, transfiere sólo a una parte del elemento estructural su carga. Resulta frecuente que la capacidad resistente del hormigón de la base sea inferior que la requerida en el hormigón de la columna. En la zona del apoyo de la base, el hormigón adyacente suministra un apoyo al área cargada, generándose un estado de compresión que debe ser verificado. La tensión de aplastamiento del hormigón en el elemento de apoyo no debe ser mayor que la resistencia al aplastamiento del hormigón permitida. La resistencia al aplastamiento debe cumplir:

$$\phi \cdot P_n = 0,85 \cdot \phi \cdot f'_c \cdot A_1 \cdot \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 2,0 \cdot 0,85 \cdot \phi \cdot f'_c \cdot A_1$$

A_1 = área de la columna cargada.

A_2 = área de la base inferior de la mayor pirámide, cono truncado o cuña que queda contenida en su totalidad dentro del apoyo y que tiene por base superior el área cargada, y pendientes laterales de 1 en vertical por 2 en horizontal.

$\phi = 0,65$

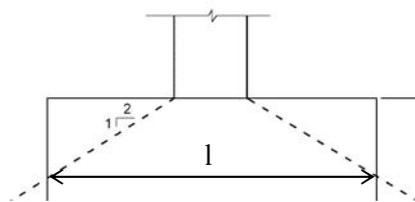


Figura 455: Esquema para determinar el área inferior por aplastamiento

¹ Consultar referencia 18)

En caso de que $\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} > 2$, se toma este último valor. El factor $\sqrt{\frac{A_2}{A_1}}$ se define como grado de confinamiento.

Altura del talón de la base

Según recomendaciones generales, el talón de la base suele tener en cuenta la suma del recubrimiento, los diámetros de barras en ambas direcciones y una revancha de alrededor de 15 cm, aunque su valor surge predominantemente de las condiciones requeridas por rigidez.

Bases sobre juntas de dilatación

Las bases ubicadas en correspondencia con una junta de dilatación, no deben cortarse en la zona de la junta, y resulta conveniente colocar una armadura superior en la base que “cosa” dicha zona. Saltos térmicos en la superestructura generan eventualmente solicitaciones de tracción en la parte superior de la base, las que producirán un cuadro de fisuración de que debe ser controlado.

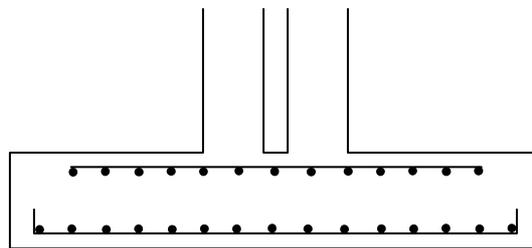
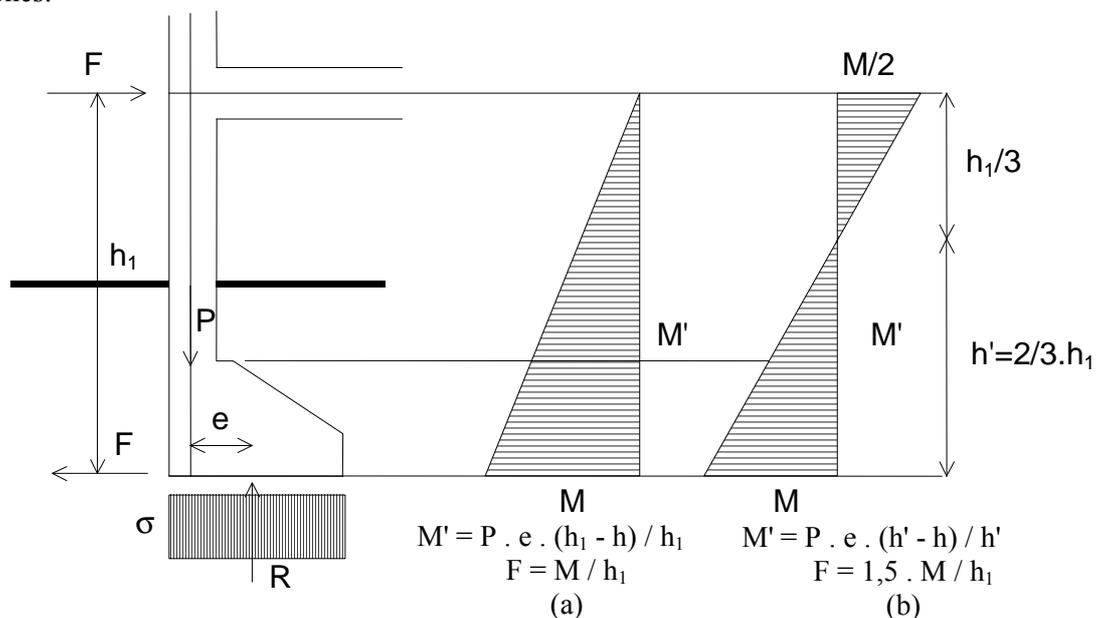


Figura 456: Base sobre junta de dilatación

Bases rígidas en esquina y excéntricas

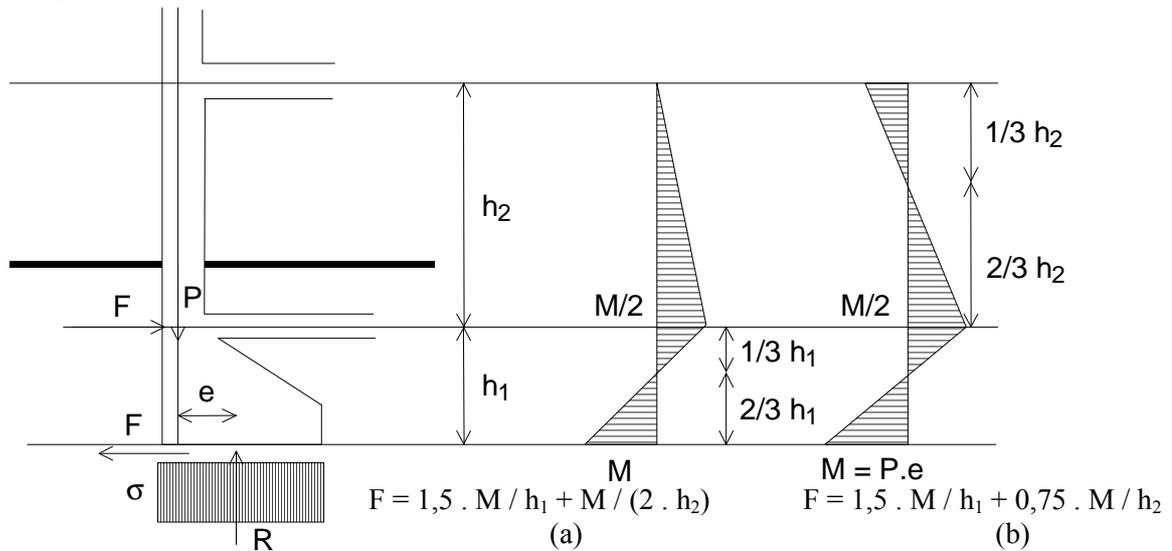
Según la disposición de las columnas, es frecuente que algunas se ubiquen en el límite del terreno, por lo que en tal situación, las bases de dichas columnas no resultarán centradas. De diseñarse una base excéntrica rígida, la resultante de la reacción del terreno ya no coincidirá con la recta de acción de la carga de la columna, originando dicha excentricidad un momento que puede resultar condicionante para su diseño. De resultar la base de esquina, la columna estará sometida a flexión compuesta oblicua por la existencia de las excentricidades señaladas según ambos ejes. En esta clase de fundaciones, a fin de disminuir el momento sobre la columna, se suele recurrir a la utilización de tensores, variando los momentos de la misma según la disposición, rigidez y cantidad de tensores. A modo de ejemplo, a continuación se plantean cuatro posibles situaciones:



donde:

h_1 = altura desde la base hasta la viga superior

h = altura de la base



- (a): columna articulada en la viga superior
- (b): columna empotrada en la viga superior

La verificación al deslizamiento se efectúa de acuerdo a lo explicado anteriormente y los tensores se dimensionan según el procedimiento desarrollado en el Capítulo 13.

Para el caso de una base excéntrica, la columna estará sometida a flexión compuesta, y los momentos flectores resultantes diferirán de acuerdo a un esquema simplemente apoyado o empotrado de la columna en la viga superior.

	Sin tensor en la base		Con tensor en la base	
	Articulada	Empotrada	Articulada	Empotrada
M'_x	$P \cdot e_x \cdot (h_1 - h) / h_1$	$P \cdot e_x \cdot (h' - h) / h'$	$P \cdot e_x / 2$	$P \cdot e_x / 2$
M'_y	$P \cdot e_y \cdot (h_1 - h) / h_1$	$P \cdot e_y \cdot (h' - h) / h'$	$P \cdot e_y / 2$	$P \cdot e_y / 2$
F_x	M_x / h_1	$1,5 \cdot M_x / h_1$	$1,5 \cdot M_x / h_1 + M_x / (2 \cdot h_2)$	$1,5 \cdot M_x / h_1 + 0,75 \cdot M_x / h_2$
F_y	M_y / h_1	$1,5 \cdot M_y / h_1$	$1,5 \cdot M_y / h_1 + M_y / (2 \cdot h_2)$	$1,5 \cdot M_y / h_1 + 0,75 \cdot M_y / h_2$

Base medianera vinculada a otra base interior

De resultar las cargas incidentes sobre la columna medianera con valores importantes, puede ser dificultoso o antieconómico resolver la base medianera según los esquemas presentados.

Una solución posible consiste en vincular la base excéntrica con otra base interior mediante una viga denominada centradora, permitiendo así eliminar el momento que actúa sobre la columna medianera (producto de las excentricidades entre la carga actuante sobre la misma y la resultante de reacción del suelo sobre la base). Siendo B_1 la base medianera y B_2 la base interior, se presentan los siguientes casos:

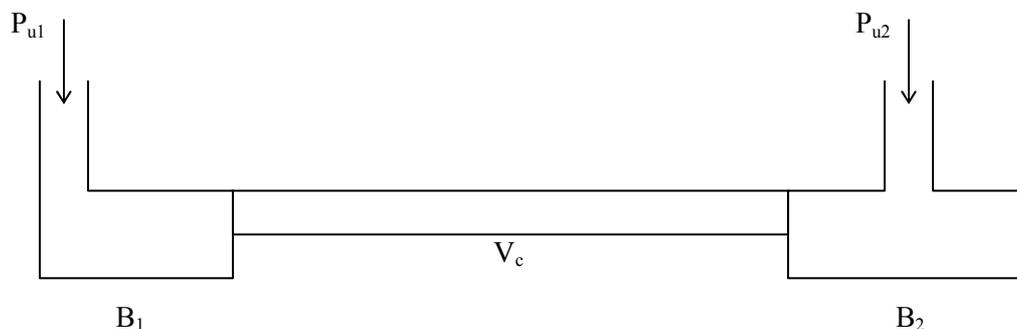


Figura 457: Solución con viga centradora de sección constante de ejecución simple

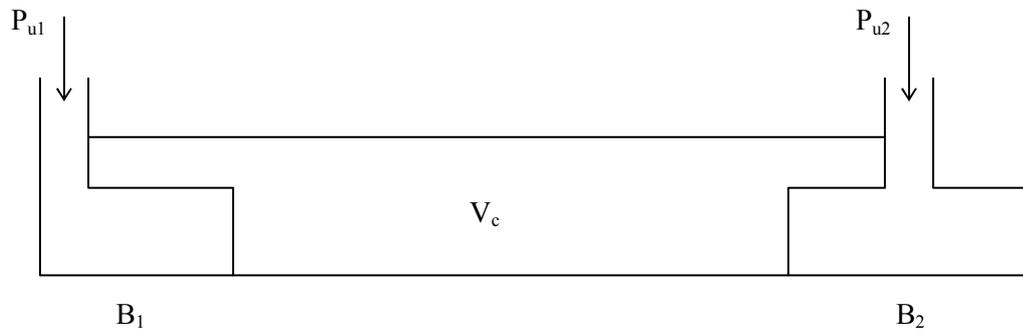


Figura 458: Viga centradora de mayor rigidez

El caso de la viga centradora de la Figura 458 presenta el inconveniente de que por lo general se requiere un hormigonado en dos etapas, la primera hasta la cara superior de la base y la segunda hasta su altura definitiva. Esto motiva la necesidad de comprobar el esfuerzo rasante en la junta entre hormigones de distintas etapas.

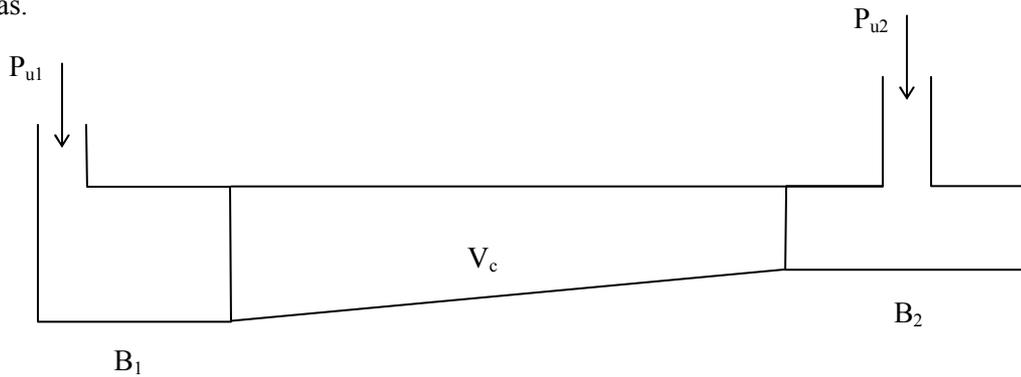


Figura 459: Viga centradora de sección variable

El caso indicado en la Figura 459 presenta el problema de una mayor dificultad de armado de la viga centradora por su sección variable.

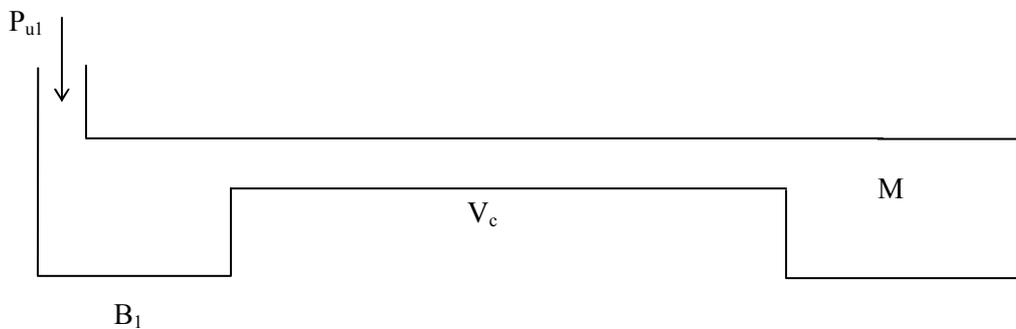
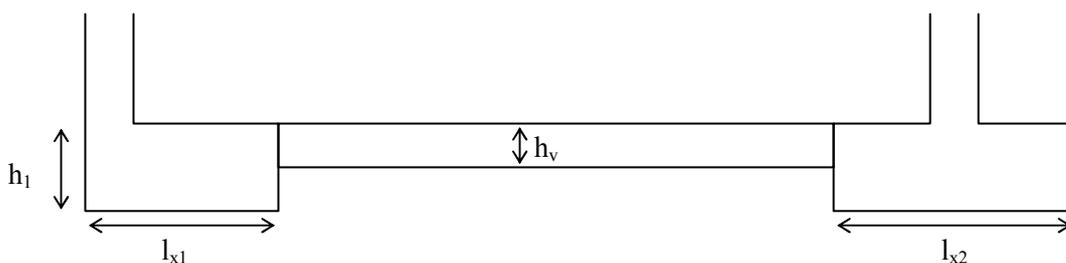
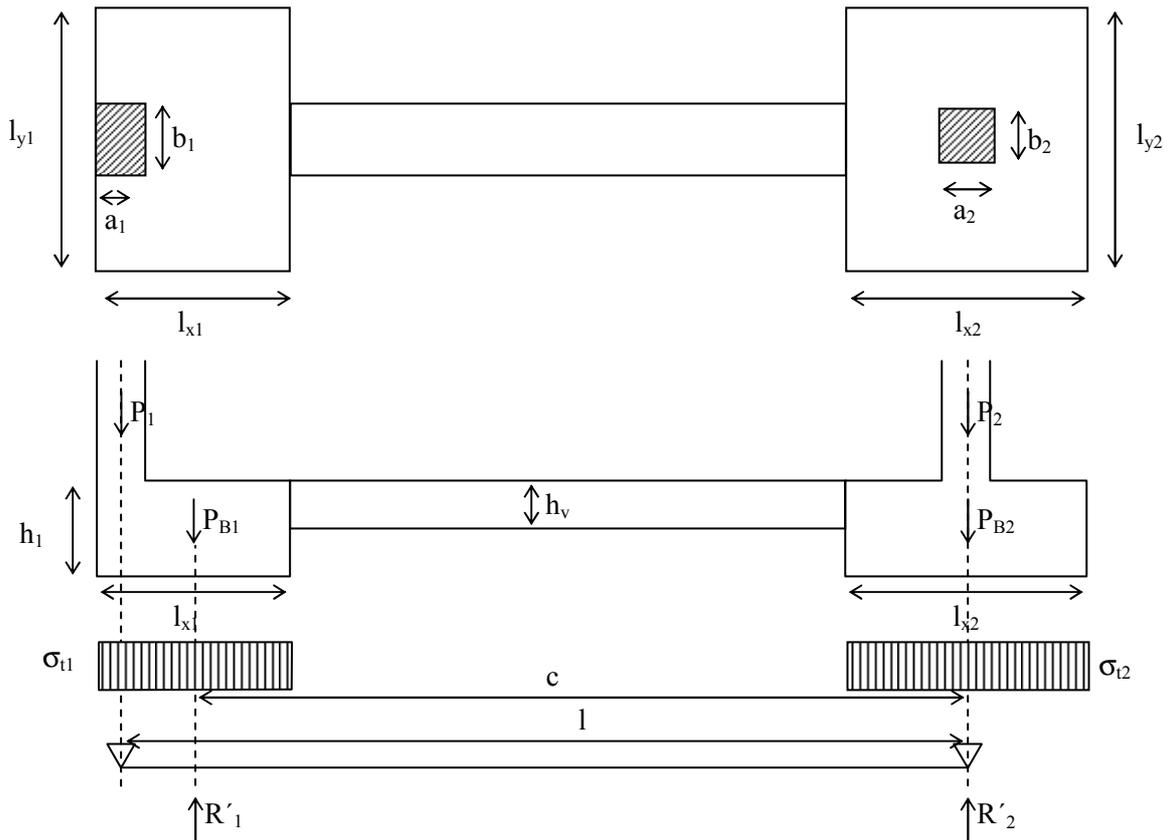


Figura 460: Contrapeso interior (M) al no existir base cercana

A continuación desarrollaremos con algún detalle el esquema planteado en la Figura 457. Debido a la gran rigidez del conjunto bases-viga centradora, puede adoptarse el siguiente esquema estructural simplificado:





Nomenclatura:

P_1 = carga incidente de la columna medianera

P_2 = carga incidente de la columna interna

P_{B1} = peso propio de la base excéntrica

P_{B2} = peso propio de la base centrada

c = distancia entre resultantes de reacciones de ambas bases supuestas uniformes

l = distancia entre ejes de aplicación de cargas de ambas columnas

σ_{ti} = tensión del terreno de la base i .

Ecuaciones de equilibrio

$$\Sigma F = 0$$

$$P_1 + P_{B1} + P_2 + P_{B2} - R'_1 - R'_2 = 0$$

$$\Sigma M = 0$$

$$P_1 \cdot l - (R'_1 - P_{B1}) \cdot c = 0$$

$$R'_1 = P_1 \cdot \frac{l}{c} + P_{B1}$$

$$R'_2 = P_2 + P_{B2} - P_1 \left(\frac{l}{c} - 1 \right)$$

Debe verificarse que la fuerza que tiende a levantar la base interior sea menor a la carga incidente sobre la misma ($R'_2 > 0$). Es decir:

$$(P_{2D} + P_{B2}) > P_{1(D+L)} \cdot (l/c - 1)$$

Para la fuerza P_2 se puede considerar actuando sólo el peso propio (D), en forma conservadora, en tanto que sobre P_1 consideramos la carga total ($D+L$). A fin de verificar las tensiones en el terreno sobre la base excéntrica, se obtiene:

$$\sigma_{t1} = \frac{R'_1}{l_{y1} \cdot l_{x1}} = \frac{P_1 \cdot \frac{l}{c} + P_{B1}}{l_{y1} \cdot l_{x1}}$$

Para el diseño de la viga centradora, no se considera el peso propio de las bases y la viga, de tal manera:

$$R_1 = P_{u1} \cdot \frac{l}{c}$$

$$\sigma_{t1} = \frac{P_{u1} \cdot l}{l_{y1} \cdot l_{x1} \cdot c}$$

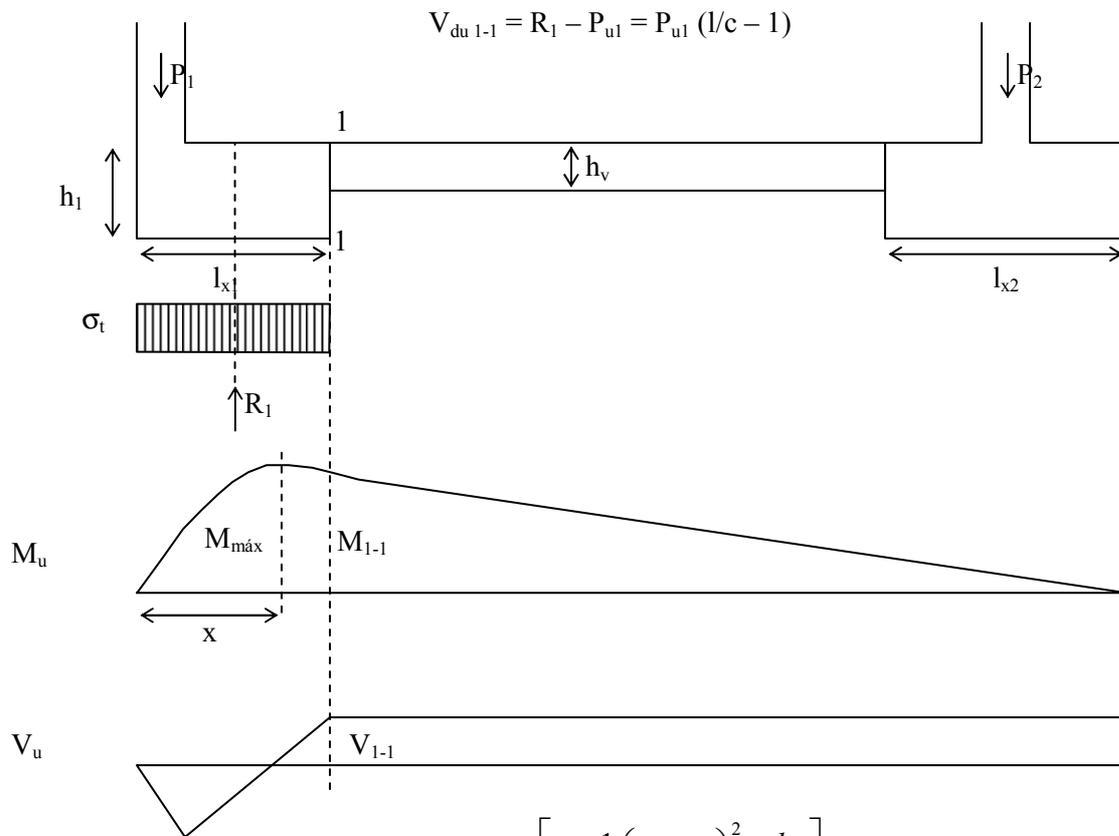
con $P_{u1} = 1,20 D + 1,6 L$.

Es necesario señalar que para el diseño de la viga centradora como para el de las bases, se utilizarán cargas últimas. De este modo, el momento último negativo sobre la viga se obtiene a partir de la expresión:

$$M_{1-1} = -R_1 \cdot \frac{l_{x1}}{2} + P_{u1} \cdot \left(l_{x1} - \frac{a_1}{2} \right)$$

El momento máximo se presenta en la zona interior de la base excéntrica, pero en general, dada la mayor sección de la misma frente a la viga, el momento M_{1-1} resulta ser el condicionante para la misma.

El valor del esfuerzo de corte es constante sobre la viga, y puede calcularse a partir de:



$$M_{u(x)} = P_{u1} \left[x - \frac{1}{2} \left(\frac{a_1}{2} + x \right)^2 \cdot \frac{l}{l_{x1} \cdot c} \right]$$

$$\frac{dM_{u(x)}}{dx} = P_{u1} \left[1 - \left(\frac{a_1}{2} + x \right) \cdot \frac{l}{l_{x1} \cdot c} \right]$$

$$x_{m\acute{a}x} = l_{x1} \cdot \frac{c}{l} - \frac{a_1}{2}$$

Por tanto el valor de $M_{um\acute{a}x}$ (momento máximo en el interior de la base excéntrica) es:

$$M_{um\acute{a}x} = \frac{P_{u1}}{2} \cdot \left(l_{x1} \cdot \frac{c}{l} - a_1 \right)$$

Respecto del dimensionado de la base interna, se realiza de la misma manera que lo desarrollado en bases centradas.

Nota: en el caso de no contarse con una columna interior cercana, puede analizarse la posibilidad de colocar una base interna que oficie de contrapeso (Figura 460).

Base combinada rígida

Cuando por razones arquitectónicas se encuentran columnas cercanas, o bien, las áreas requeridas de las bases aisladas se superponen, se puede recurrir como alternativa a una base que vincule varias columnas, llamada base combinada. Suele recurrirse también a bases combinadas cuando las superestructuras son sensibles a los asentamientos diferenciales. De resultar la base combinada con dimensiones tales que se comporte como rígida, obtendremos la distribución de esfuerzos de la Figura 461. Para estas situaciones se acepta tomar las cargas incidentes de las columnas como concentradas para analizar sus efectos sobre las bases combinadas.

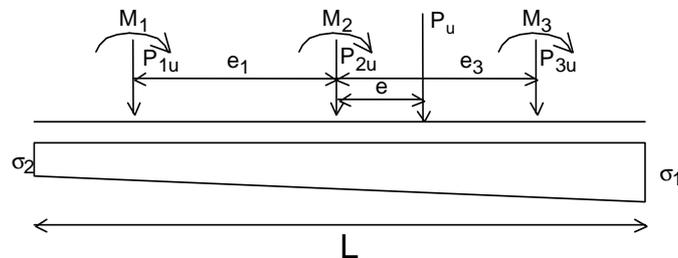


Figura 461: Distribución de tensiones para una base combinada rígida

Tomando momentos respecto del baricentro G de la base resulta:

$$e_u = \frac{P_{u3} \cdot e_3 - P_{u1} \cdot e_1 + M_{u1} + M_{u2} + M_{u3}}{P_u}$$

donde:

$$P_u = P_{1u} + P_{2u} + P_{3u}$$

luego, de verificarse $e_u < L/6$, las tensiones en el terreno resultan:

$$\sigma_{1-2} = \frac{P_u}{l_x \cdot l_y} \left(1 \pm \frac{6 \cdot e_u}{l_x} \right)$$

Para verificar las tensiones del terreno, se utilizan las cargas de servicio:

$$P = D + P_1 + P_2 + P_3$$

$$\sigma_{1-2} = \frac{P}{l_x \cdot l_y} \left(1 \pm \frac{6 \cdot e}{l_x} \right) \leq \sigma_{t adm}$$

donde debe ser $\sigma_1 \leq \sigma_{t adm}$.

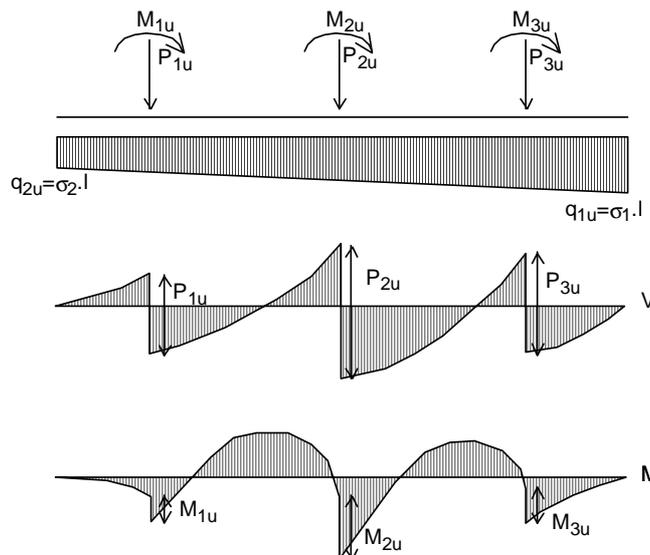


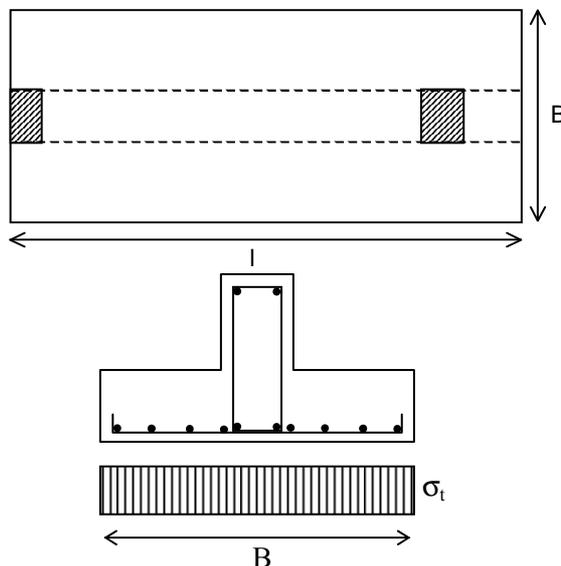
Figura 462: Diagramas clásicos de esfuerzos en bases combinadas rígidas

Es importante indicar que no deben obtenerse las sollicitaciones en la base resolviendo una viga continua apoyada en las columnas, ya que en este caso se conocen previamente las reacciones en los apoyos; se deben calcular M y V suponiendo la base como un cuerpo cargado con el diagrama $q_i = \sigma_i \cdot l_y$ y con las cargas de columnas, con l_y ancho de la base combinada.

En función de lo anterior, resolveríamos el cálculo a flexión longitudinal. Respecto del diseño a flexión transversal, cabría distinguir dos situaciones:

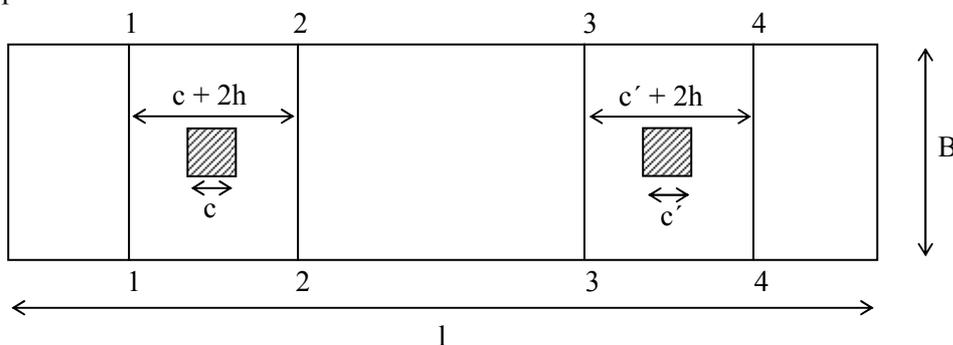
- 1) Base combinada con nervios rigidizadores
- 2) Base combinada sin nervios rigidizadores

En el primer caso, se acepta una transmisión uniforme de cargas al nervio, por tanto, se dimensiona con una tensión σ_t constante por fajas.

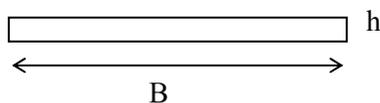


Para el segundo caso, en cambio, se sugiere considerar siguiendo el criterio planteado por el Ing. Calavera Ruiz en la referencia 18), por el que se utilizan dos voladizos virtuales (1-1 – 2-2) y (3-3 – 4-4), ubicados en correspondencia con cada columna, con un ancho igual al de la columna más dos veces la altura de la base (h). Este voladizo se dimensiona a flexión para la carga total de la columna, en las zonas restantes se determina una armadura para cubrir un momento igual al 20% del longitudinal, verificando la cuantía mínima establecida por el CIRSOC 201/05.

Planta:



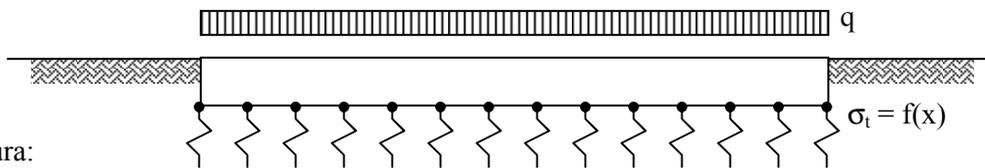
Corte:



Bases combinadas flexibles

En este caso no resulta válida la hipótesis de que las tensiones de reacción del suelo que accionan sobre la base tienen una variación lineal. Una metodología suficientemente precisa en la mayoría de los casos, consiste en modelar la base continua como una viga sobre fundación elástica, apoyada sobre un conjunto de resortes, cuya constante (coeficiente de balasto) será función de la clase de suelo. Se supone que la tensión en cada punto es proporcional al descenso de la viga en dicho punto. Este factor de proporcionalidad es, según se mencionó, el coeficiente de balasto del suelo, que a su vez es función del tamaño de la base y de la relación de las dimensiones de la misma. En Plateas de Fundación, se plantearán expresiones para realizar el ajuste de dicho coeficiente a las dimensiones de la fundación en estudio. Se parte de la hipótesis de que la reacción del suelo es vertical, proporcional a la deformación y en cada punto es independiente de las fuerzas y deformaciones de los otros puntos. Este planteo ignora la interacción de cada segmento del suelo con sus

adyacentes, por tanto no hay deformación por corte ni deformación flexional en el suelo. Debe destacarse que, en realidad, el suelo es un medio continuo y por ende, una carga aplicada en un determinado punto produce deformaciones en los restantes puntos de la fundación. Existe, en ese caso, interacción entre cargas y asentamientos entre los distintos puntos en que éstas están aplicadas. Asimismo, el suelo tiene un comportamiento no lineal que afecta los resultados, fundamentalmente para suelos de elevada compresibilidad para los que esta modelación no es adecuada. Consultar en estos casos la referencia 49). Aceptando la simplificación, entonces, se podría resolver el problema a partir del planteo de la resolución teórica de vigas sobre fundación elástica:



Nomenclatura:

σ_t = reacción del suelo

K = coeficiente de balasto

y = deformada en un punto dado

I = momento de inercia de la base

q = carga aplicada

B = ancho de la base

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{E.I} \quad (I)$$

$$\frac{dy}{dx} = -V \quad (II)$$

$$\frac{dV}{dx} = -\frac{d^2 M}{dx^2} = q.B - \sigma_t.B = B(q - K.y)$$

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = -\frac{d^4 y}{dx^4}$$

Reemplazando en la ecuación (I):

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + K.B.y - q.B = 0$$

y llamando:

$$\theta = \frac{x}{L_e}$$

con:

$$L_e = \sqrt[4]{\frac{4.E_c.I}{k.B}}$$

se obtiene:

$$\frac{d^4 y}{d\theta^4} + 4.y - \frac{4}{K}.q = 0 \quad (III)$$

La solución de la ecuación diferencial, fijando las condiciones de borde, nos permite determinar para la abscisa x :

$$y = f(x) \text{ (deformada)}$$

$$\sigma_t = K.f(x) \text{ (tensión del terreno)}$$

$$M = -EI \frac{d^2 y}{dx^2} \text{ (momento flector)}$$

$$V = EI \frac{d^3 y}{dx^3} \text{ (esfuerzo de corte)}$$

Dado que el planteo realizado es elástico, en régimen lineal, es válido el principio de superposición de efectos. Existen soluciones tabuladas para diferentes casos de carga² que permiten con ciertos procedimientos y aplicando el principio de superposición de efectos, resolver un problema determinado. No obstante, no resulta ser el método más aplicado. En la actualidad, existen numerosos softwares de cálculo por elementos finitos que permiten una modelación rápida y sencilla de esta clase de fundaciones. La mayor fuente de incertidumbre resulta ser el valor del coeficiente de balasto (k) a adoptar. Respecto de los resultados obtenidos con la presente modelación, debe destacarse que de obtener valores de tracción en algunos de ellos (dado que físicamente tal situación significaría tracción entre la base y el terreno), deben eliminarse dichos resortes e iterarse nuevamente. El grado de rigidez de la base se puede evaluar de forma aproximada mediante la citada teoría de vigas sobre fundación elástica, considerando un parámetro definido como “longitud elástica ficticia (L_e)”. De verificarse que la separación entre columnas (s) es menor que:

$$s < \pi/2 \cdot L_e$$

puede asumirse como aproximación aceptable, que la base combinada es rígida. En general:

$$l_1 < 0,88 \cdot L_e$$

$$l_2 < 1,75 \cdot L_e$$

donde:

l_1 = distancia del eje de la columna al borde externo de la base combinada.

l_2 = separación entre columnas

La longitud elástica ficticia se puede calcular como:

$$L_e = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot E_c \cdot I}{k \cdot B}}$$

E_c = módulo de elasticidad del hormigón en kg/cm^2

I = momento de inercia de la base de ancho B en cm^4

B = ancho de la base en cm.

k = coeficiente de balasto del suelo en kg/cm^3

Longitud elástica L_e

Respecto del presente parámetro, cabe realizar las siguientes consideraciones:

$$L_e = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot E_c \cdot I}{k \cdot B}}$$

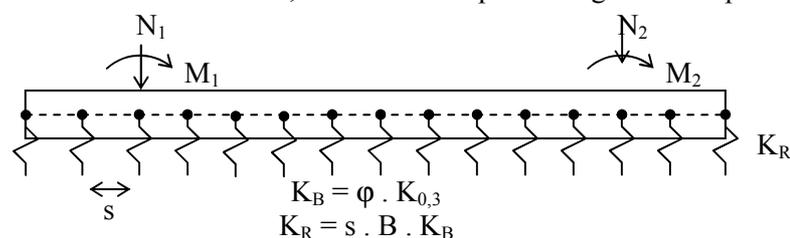
El término $[E_c I / B]$ indica que la longitud elástica es proporcional a la rigidez de la base.

El coeficiente K considera la rigidez del suelo soporte. Por lo tanto, si la base es de gran rigidez con respecto al suelo, el valor de la longitud elástica se incrementará. En tanto que de resultar el suelo con una importante rigidez con respecto a la base, el valor de L_e será menor.

Es de destacar, tal como ya se ha indicado en capítulos previos, que el módulo de elasticidad del hormigón (E_c) no resulta constante, y asimismo, varía en función del tipo y tiempo de aplicación de las cargas.

Por su parte, el valor del momento de inercia de la base dependerá en sus diferentes secciones del grado de fisuración de la misma. De todas maneras, el hecho de que los parámetros que intervienen estén bajo la raíz cuarta, atenúa los posibles errores e indeterminaciones en los valores de E_c , I y K .

Para la distribución de los mencionados resortes, se deberán adoptar las siguientes expresiones:



con:

$K_{0,3}$ = coeficiente de balasto del ensayo

B = ancho de la base

φ = coeficiente de corrección

Al final del presente capítulo se desarrollarán ejemplos de este tipo de bases.

² Ver referencias 18) y 21)

Base corrida o para muros

Se basa en los mismos principios que para vigas, con algunas modificaciones. El momento máximo se calcula en la mitad de la distancia entre el centro y la cara del muro, puesto que la mampostería es menos rígida que el hormigón. La ecuación resulta:

$$M_u = q_u \cdot (b-a)^2 / 8 \quad (\text{caso a})$$

con “b” ancho de la base y “a” ancho del tabique de hormigón.

Para determinar los esfuerzos de corte, se ubica la sección a una distancia d de la cara del muro:

$$V_u = q_u \cdot [(b-a)/2 - d]$$

Las armaduras longitudinales se determinan por retracción y fraguado, por lo que valen las disposiciones realizadas al respecto en temas anteriores.

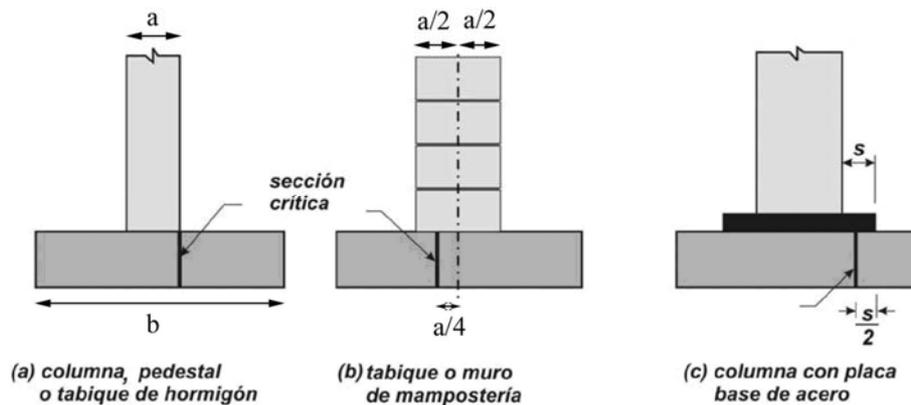


Figura 463: Secciones críticas a flexión según CIRSOC 201/05 (referencia 109)

Asentamientos diferenciales en bases combinadas

El tema de asentamientos diferenciales en bases continuas es abordado en los cursos de mecánica de suelos, por tanto, sólo realizaremos un breve comentario.

Dado que la superestructura y la fundación están unidas por las columnas y los tabiques, la rigidez de la superestructura contribuye a limitar los asentamientos de la fundación.

En general, el aporte más significativo estará dado por los tabiques a la rigidez de la superestructura.

En forma simplificada, el Comité ACI 336/88, plantea el siguiente método para estimar asentamientos diferenciales, en función de un coeficiente denominado “factor de rigidez” (K_{rt}), con:

$$K_{rt} = \frac{E_c \cdot I_b}{E_s \cdot B^3}$$

donde:

E_s = módulo de elasticidad del suelo

E_c = módulo de elasticidad del hormigón

B = ancho de la base continua

I_b = momento de inercia de la estructura

El término $E_c \cdot I_b$ se puede expresar como:

$$E_c \cdot I_b = E_c \cdot \left(I_F + \sum I'_b + \sum \frac{a \cdot h^3}{12} \right)$$

con:

$E_c \cdot I_F$ = rigidez de la base continua

$\sum E_c \cdot I'_b$ = rigidez a flexión de las vigas de la superestructura en todos los niveles, en la dirección L.

$\sum a \cdot h^3 / 12$ = rigidez a flexión de los tabiques de hormigón en la dirección estudiada.

a = espesor del tabique

h = altura del tabique

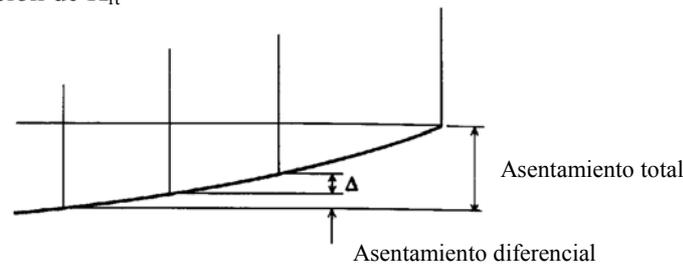
En función del valor obtenido del “factor de rigidez”, se estima el valor de asentamiento diferencial respecto del total a partir de la expresión:

$$\Delta dif = \delta \cdot \Delta total$$

$\Delta total$ = asentamiento total de la fundación calculada

Δ_{dif} = máximo asentamiento diferencial estimado

δ = coeficiente de relación función de K_{rt}



a) Si $K_{rt} > 0,50$, la base puede estudiarse como rígida y adoptar $\delta = 0$.

b) Si $K_{rt} \cong 0,50$, se estima que $\delta \cong 0,10$

c) Si $K_{rt} \cong 0$, se estima:

c1) Para bases cuadradas ($B/L = 1$), $\delta = 0,35$

c2) Para bases de planta alargada, $\delta = 0,50$

Como valores orientativos del módulo de elasticidad del suelo, se mencionan algunos indicados:

Tipo de suelo	Valor orientativo E_s (MN/m ²)
Arena suelta	10,4-24
Arena de densidad media	18-28
Arena densa	34-55
Arena limosa	10,4-18
Arena y grava	69-173

Tabla 73: Valores orientativos de módulos elásticos de suelo

Los asentamientos diferenciales pueden originar fisuras en muros de mampostería, problemas con las carpinterías, problemas de funcionalidad, por ejemplo, en puentes grúas, producir eventualmente una inclinación de la estructura en su conjunto que comprometa su estabilidad. Un caso famoso sobre el tema lo constituye la Torre de Pisa de 55 metros de altura, en donde el asentamiento diferencial entre el lado norte y el lado sur llegó a ser de aproximadamente 1,80 m. Los asentamientos admisibles son función de diversos parámetros según el tipo de la estructura, cerramientos y también de la velocidad y de la causa con que se producen. Por tanto, sólo se pueden dar valores orientativos de referencia.

Armadura de espera

Las fuerzas axiales y los momentos flectores deben ser transmitidos de la columna a la base mediante barras longitudinales que ubican en la zapata que luego se prologan por encima de ella para empalmar con las de la columna. Las barras de la columna apoyan sobre la base de la zapata.

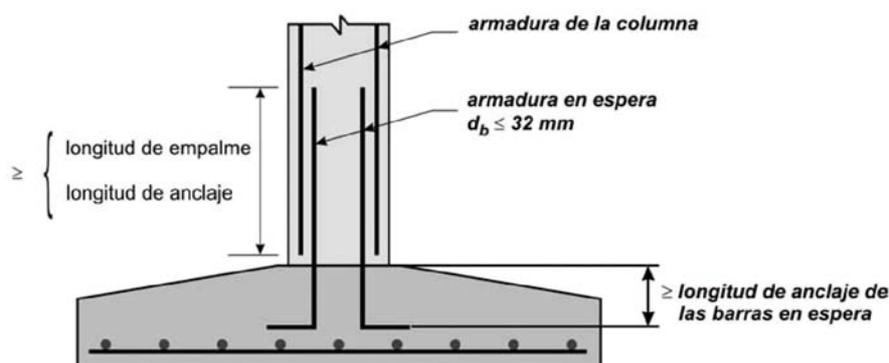


Figura 464: Armaduras de espera en zapatas (referencia 109)

Para asegurar la continuidad de la transferencia de esfuerzos, la norma exige que el área mínima de las barras que atraviesan la zona de refuerzos sea:

$$A_s \geq 0,005 A_g$$

donde A_g es el área bruta de la sección de la columna.

Cuando se empalman barras de distintos diámetros, la longitud de empalme será la mayor de los cálculos independientes desarrollados para la columna y zapata. Respecto de los requerimientos para las longitudes de empalme y anclajes, vale lo desarrollado en los Capítulos 24 y 25. Para definir la longitud requerida de

empalme de la armadura de espera de la base, deberá analizarse la combinación más desfavorable de P_u y M_u .



Figura 465: Barras de espera en una base aislada

Anclaje de las barras

Las longitudes de anclaje de las barras de las columnas que concurren a la base y de las barras a flexión inferiores se calculan de la forma indicada en el Capítulo 24. Al respecto, deberá cuidarse que la longitud de anclaje de las barras de columna o bien de las barras de espera sea menor a la altura total de la base menos el recubrimiento necesario.

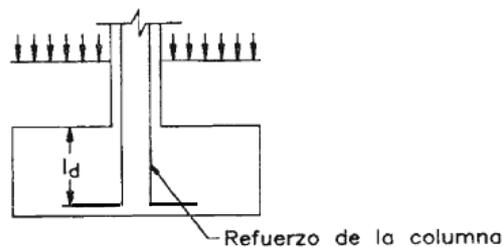


Figura 466: Longitud de anclaje de las barras de columna

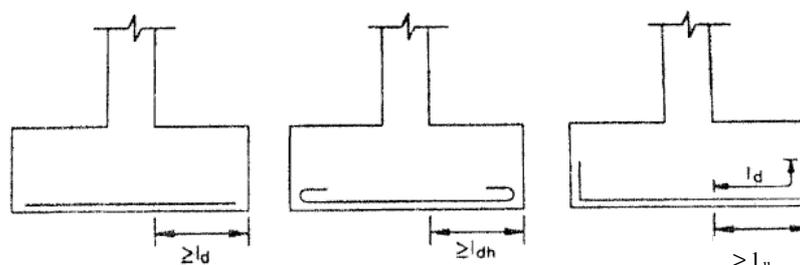


Figura 467: Longitudes de anclaje de las armaduras de flexión

Platas de fundación

De resultar el terreno con baja capacidad portante hasta mantos de cierta profundidad, o bien encontrarse los mantos aptos por debajo del nivel freático, o de resultar el terreno relativamente heterogéneo y con posibilidades por tanto de generar asentamientos diferenciales importantes, puede resultar conveniente la resolución de la fundación mediante una platea que cubra todo el terreno a construir. Asimismo, puede optarse en ciertas condiciones por la resolución con plateas cuando existan subsuelos y deba fundarse por debajo del nivel freático. Se debe tratar que la resultante de las acciones de peso propio y sobrecargas de la estructura se sitúe lo más cerca posible del centro de gravedad de la losa, a fin de conseguir un reparto de tensiones lo más uniforme posible y evitar asentamientos diferenciales que puedan generar una inclinación del edificio en su conjunto. Esta inclinación de la estructura puede ser más importante si la losa es muy rígida. Si bien los valores límites de asentamientos tolerables dependen de las características de la estructura, se puede indicar tan sólo como valor de referencia que los asentamientos máximos no deberían superar los 5 cm cuando el suelo de apoyo no es cohesivo (arenas), ni superar los 7 cm en suelos cohesivos (arcillas). Esto derivado en la menor velocidad con la que estos se presentan. Además, la distorsión máxima entre dos puntos cualesquiera de la fundación debe limitarse a 1/500. En suelos arenosos, los asentamientos se

producen con rapidez, por tanto, si bien la condición inicial es más crítica para la estructura, las deformaciones residuales son pequeñas y es por eso menos probable que dañen los cerramientos y la tabiquería. Si el edificio a construir presenta distintos cuerpos con alturas muy diferentes o el terreno presenta heterogeneidades muy acentuadas, puede resultar conveniente la adopción de juntas en la losa y en la estructura para que se puedan producir los asentamientos diferenciales sin ocasionar daños.

Clasificación de plateas

Es posible clasificar a las plateas según su sección en:

- Plateas macizas o de espesor constante: utilizada para casos en los que las cargas transmitidas por las columnas no resultan de envergadura, lo que hace sencilla su construcción debido a espesores poco prohibitivos y ahorros en los encofrados. Para casos en los que las profundidades así lo permiten, significan un ahorro en la ejecución de contrapisos³. Cuando las luces entre columnas comienzan a tener importancia, los espesores de platea requieren de mayor volumen de hormigón.
- Plateas con capiteles: se caracterizan por poseer un refuerzo en el área adyacente de las columnas con capiteles que pueden ser superiores o inferiores. Resulta ser una tipología constructiva intermedia a la platea maciza y a la construida con nervios rigidizadores. La construcción de capiteles inferiores tiene la ventaja de realizarse sobre la excavación y permiten que la sección superior de la losa permanezca a nivel.
- Plateas con nervios rigidizadores o nervuradas: se caracterizan por estar formadas por vigas que unen a las columnas y soportan a su vez las cargas que le transmite la losa inferior. Suelen ser utilizadas en casos en los que las cargas transmitidas por las columnas resultan superiores a las del primer caso, y no resulta económico utilizar una platea de espesor considerable para mantener la rigidez de la misma. Los nervios pueden disponerse superior o inferiormente. La primera opción cuenta con la ventaja de una mejor transmisión de los esfuerzos del terreno hacia la fundación, pero requiere de un relleno superior, mayor complejidad en los encofrados, de un mayor volumen final de excavación. Como contraparte, los nervios inferiores tienen la desventaja de que la transmisión de cargas se produce hacia la sección superior de los nervios, aunque no requieren rellenos y si se adoptan los recaudos necesarios pueden ser hormigonados en excavación del terreno.
- Plateas cajón: se construyen utilizando los muros interiores y exteriores del edificio, constituyendo un elemento rígido y de sección hueca.

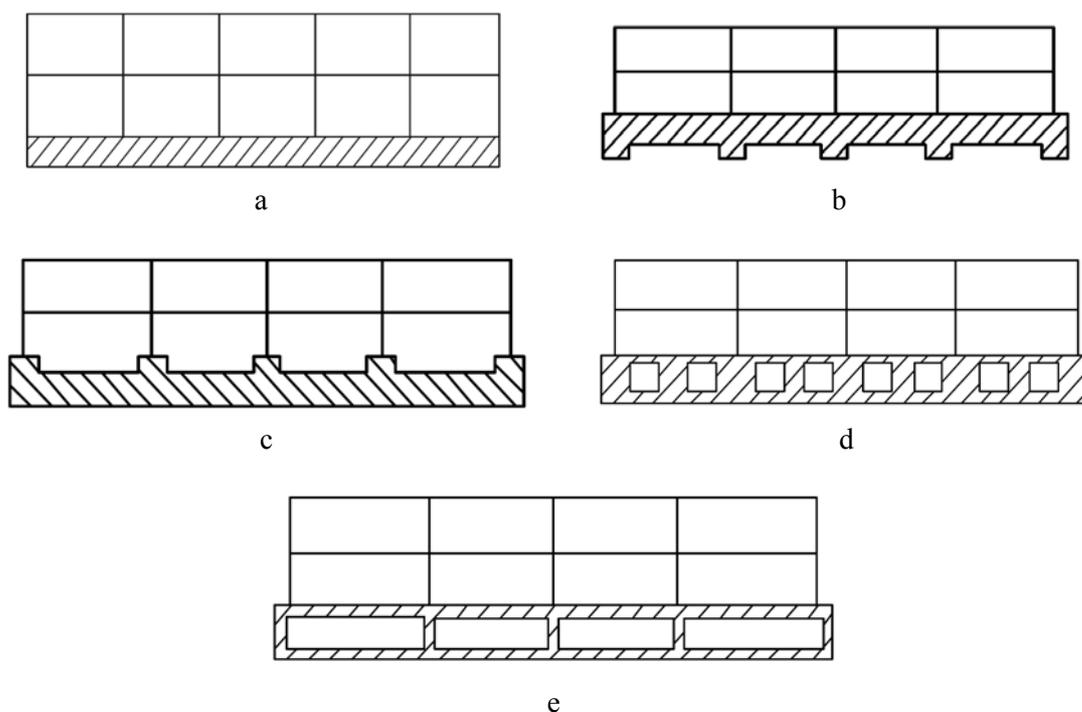


Figura 468: Secciones típicas de plateas macizas (a), nervuradas (b y c), cajón (d y e)

³ Sólo para obras de muy pequeño porte, dado que cualquier futura construcción lindera puede generar el descalce parcial de algún sector de la platea.

Consideraciones de diseño

El análisis de las tensiones en el plano de fundación y los esfuerzos originados en la platea por los mismos, resulta una tarea que requiere de un criterioso estudio de la interacción terreno- platea dado que, en general, las losas son relativamente más flexibles que las bases aisladas.

En la adopción del coeficiente de balasto debe considerarse el tamaño de la platea, dado que los valores de referencia que suelen encontrarse en la bibliografía de consulta, surgen de un ensayo de una placa de dimensiones normalizadas, pudiendo disminuir el mismo según el tipo de suelo y dimensiones hasta un 25% del anterior. Al final del presente capítulo se realizarán comentarios al respecto. En suelos que sean susceptibles de sufrir deformaciones importantes a largo plazo por problemas de consolidación, el enfoque anterior no resulta el más adecuado, para estos casos es muy importante que la resultante de las cargas permanentes coincida con el centro geométrico de la fundación. En la referencia 4) se realizan consideraciones respecto de la modelación del suelo en contacto con la platea. En general, se suele utilizar el modelo de “resortes no acoplados”, en los que básicamente se considera al suelo concentrado en cada nudo donde se lo reemplaza por un resorte equivalente (cimentación de Winkler) de valor:

$$K_r = \text{área tributaria} \cdot K_{BL}$$

Con K_{BL} coeficiente de balasto adaptado a las dimensiones de la placa.

Para un análisis más riguroso se deberían considerar los resortes acoplados. Un ejemplo simple de las diferencias de ambos criterios sería el de un tanque de agua apoyado sobre el suelo que ocasionaría una carga uniforme sobre el mismo. En el modelo de resortes acoplados se producirá un perfil de deformaciones cóncavo de la losa de fundación, mientras que en el modelo de resortes no acoplados, se obtendrá una deformación constante de la losa. Para ampliar este tema, se sugiere la consulta de la referencia mencionada.

Respecto del diseño y dimensionado de la platea se pueden realizar algunas sencillas consideraciones:

1) Dado que las solicitaciones en la misma son obtenidas en general en base a suposiciones más o menos simplificadas, no tiene mayor sentido el pretender realizar un ajustado trazado de armaduras, se debe cubrir las solicitaciones de diversas hipótesis con criterio amplio y dar continuidad a las barras de armadura a fin de cubrir eventuales solicitaciones no contempladas por divergencia con respecto al comportamiento del suelo asumido.

2) Debe tenerse presente que al reducir la altura de la platea, se convierte la misma en un elemento más flexible y disminuyen los esfuerzos solicitantes, por lo contrario en esta situación aumentan las tensiones en el terreno y las posibilidades de mayores asentamientos se incrementa.

3) Respecto de cuestiones constructivas, de ejecutar una platea con nervios rigidizadores, es conveniente dar una altura diferente a los nervios en direcciones ortogonales, esto a fin de que las armaduras superiores de los mismos no se intersecten a igual altura en la zona de nudos.

4) En general los nervios tendrán un ancho superior al de las columnas que apean sobre la platea, por tanto es probable que requieran un armado de estribos de corte de varias ramas.

5) En el caso de adoptar una platea de fundación con espesor constante deberá evaluarse con cuidado el fenómeno de punzonado según lo visto en el Capítulo 17. En el caso de adoptar una platea rigidizada por nervios en un solo sentido, las losas trabajarán en una sola dirección y la solicitación que controla el diseño de la misma es el corte, determinado a una distancia d de la cara de la viga de nervio.

Respecto de la carga total a considerar para evaluar las tensiones del suelo, una platea ubicada a cierto nivel por debajo del terreno natural, por ejemplo, un subsuelo, implica que el suelo ha sido descargado durante la excavación, por lo que para calcular las tensiones debemos considerar la “carga neta” ($q_{t \text{ neta}}$) como:

$$q_{t \text{ neta}} = q_{t \text{ efectiva}} - \text{peso efectivo del suelo excavado}$$

con:

$q_{t \text{ efectiva}} = \text{carga total del edificio incluido el peso propio de la platea}$

6) Deben adoptarse recubrimientos adecuados a las armaduras y resulta conveniente trabajar sobre una superficie libre, para lo cual se realiza previamente una capa de hormigón de limpieza de espesor no menor a 10 cm.



Figura 469: Deformada a partir de la modelación por elementos finitos de una platea con nervios rigidizantes

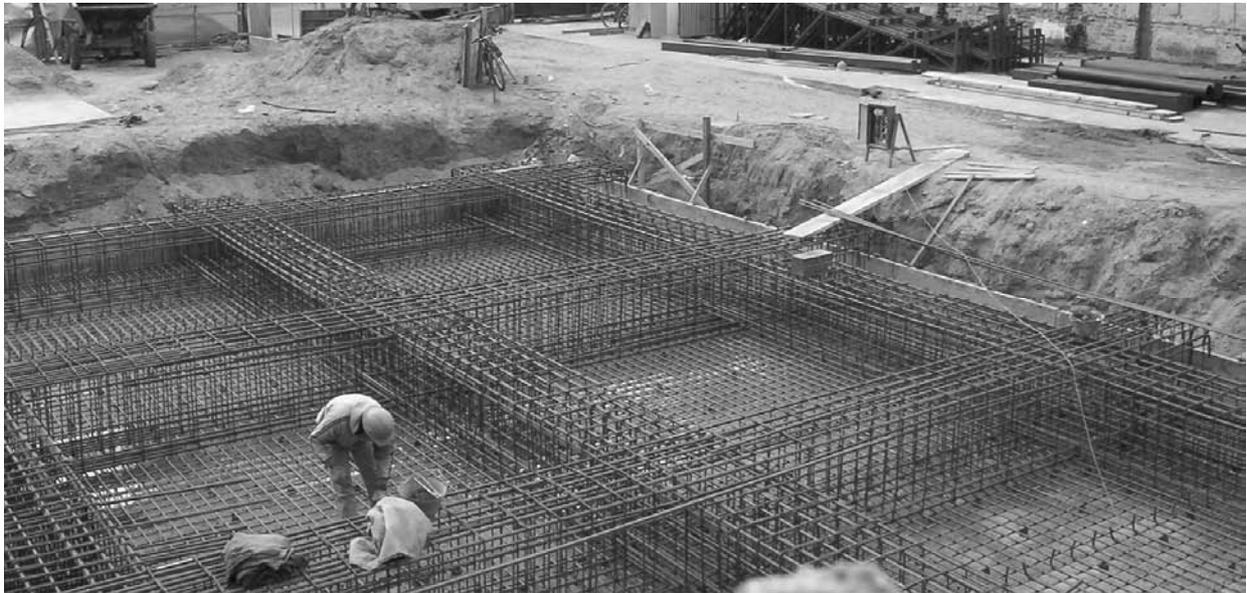


Figura 470: Armado de una platea de fundación con nervios en ambas direcciones

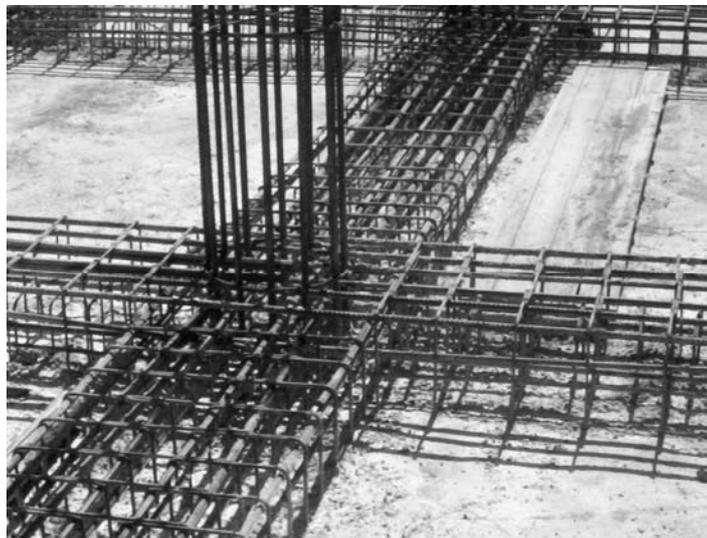


Figura 471: Detalle del armado de nervios (véanse las distintas alturas para evitar interferencias)

7) De resultar la platea de fundación con un espesor considerable, tal que deba ser hormigonada en dos tongadas, se debería disponer en tal caso, en la cara superior de la primer tongada, una armadura en forma de malla con una cuantía $A_{sx} = A_{sy} \geq 0,0018 \cdot b \cdot h_1$, con h_1 la altura de la capa tongada del hormigón.

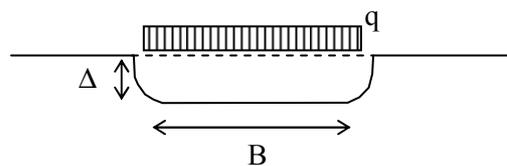
8) Es conveniente, de resultar factible, que las vigas de nervio tengan voladizos, de manera que se atenúen las concentraciones de tensiones bajo las columnas de borde (ver Figura 470).

Consideraciones sobre el coeficiente de balasto

Al someter a una base flexible de ancho (B) a una carga por unidad de área (q), se observará que la misma sufrirá un asentamiento (Δ).

En función de ello, definiremos al coeficiente de balasto como:

$$K = \frac{q}{\Delta} = [KN/m^3]$$



El valor de coeficiente de balasto no es una constante para un determinado suelo, el mismo depende de varios factores:

- La longitud de la base (L)
- El ancho de la base (B)
- La profundidad de la fundación

Según los estudios realizados por Terzaghi, se determinó que el valor del coeficiente disminuye con el ancho de la fundación. Los estudios de campo se realizan cargando placas de 0,30 m por 0,30 m a fin de determinar el valor de K. Es por ello, que dicho valor se obtiene como la relación entre la tensión que origina una penetración de la placa en el terreno de 0,127 cm, y se lo denomina $K_{0,3}$. Este valor, se correlaciona con bases cuadradas de dimensiones BxB de la siguiente forma.

Suelos arenosos:

$$K_{BxB} = K_{0,3} \cdot \left(\frac{B + 0,3}{2 \cdot B} \right)^2$$

Suelos cohesivos:

$$K_{BxB} = K_{0,3} \cdot \left(\frac{0,3}{B} \right)$$

con:

$B = [m]$

$K_{0,3} = [KN/m^3]$

$K = [KN/m^3]$

Para bases de forma rectangular con dimensiones B.L, el valor anterior se afecta por la siguiente expresión:

$$K = K_{BxB} \cdot \frac{\left(1 + 0,5 \cdot \frac{B}{L} \right)}{1,50}$$

Para el caso de plateas con una dimensión predominante, K puede valer:

$$K = 0,67 \cdot K_{B \times B}$$

Debe destacarse que la rigidez del suelo varía según el tiempo en que actúen las cargas, disminuyendo para cargas de larga duración.

A continuación, se detallan algunos valores de coeficientes de balasto a modo de referencia, extraídos de la referencia 104):

Arena (seca o húmeda)	$K_{0,3}$ (MN/m ³)
Suelta	8-25
Media	25-125
Densa	125-375
Arena saturada	
Suelta	10-15
Media	35-40
Densa	130-150
Arcilla	
Rígida	12-25
Muy rígida	25-50
Dura	50

Tabla 74: Valores de referencia de coeficientes de balasto en suelos (referencia 104)

Debe realizarse, además, un estudio de suelos que brinde la suficiente información acerca de los estratos ubicados en la zona del bulbo de presiones afectado por la platea.

La placa de ensayo (30x30 cm), afecta una zona superficial del suelo, no así el cuerpo de la platea.

Finalmente, en base a las indeterminaciones acerca del valor representativo a adoptar del coeficiente K de balasto, se sugiere analizar la platea con los valores del mismo que difieran en un 100% del orden de magnitud y cubrir ambas posibilidades de solicitaciones para el dimensionado de la platea.

Métodos de cálculo de plateas de hormigón armado

Es posible desarrollar el cálculo de plateas de hormigón armado a través de dos métodos: rígido y flexible. Es evidente que todos los métodos plantean una serie de simplificaciones de un problema que resulta extremadamente complejo en función de la relación de las rigideces de la estructura – fundación – suelo, y de una disposición espacial que en muchos de ellos se reduce a una solución lineal. En general, y tal como se ha planteado previamente, lo más frecuente para el caso de plateas de fundación es que su comportamiento se asemeje a las fundaciones flexibles, no obstante, se realizarán consideraciones de diseño y posteriormente un ejemplo de aplicación para una platea rígida con el objeto de resolver la mayoría de los métodos.

Métodos rígidos aproximados

Estos métodos son aplicables para casos en los que la losa sea rígida, más allá del comportamiento que presente la estructura superior. Para verificar la rigidez de la fundación, se suele dividir en fajas cuyo ancho total surge de la suma de las mitades de las longitudes que separan a cada eje de columnas.

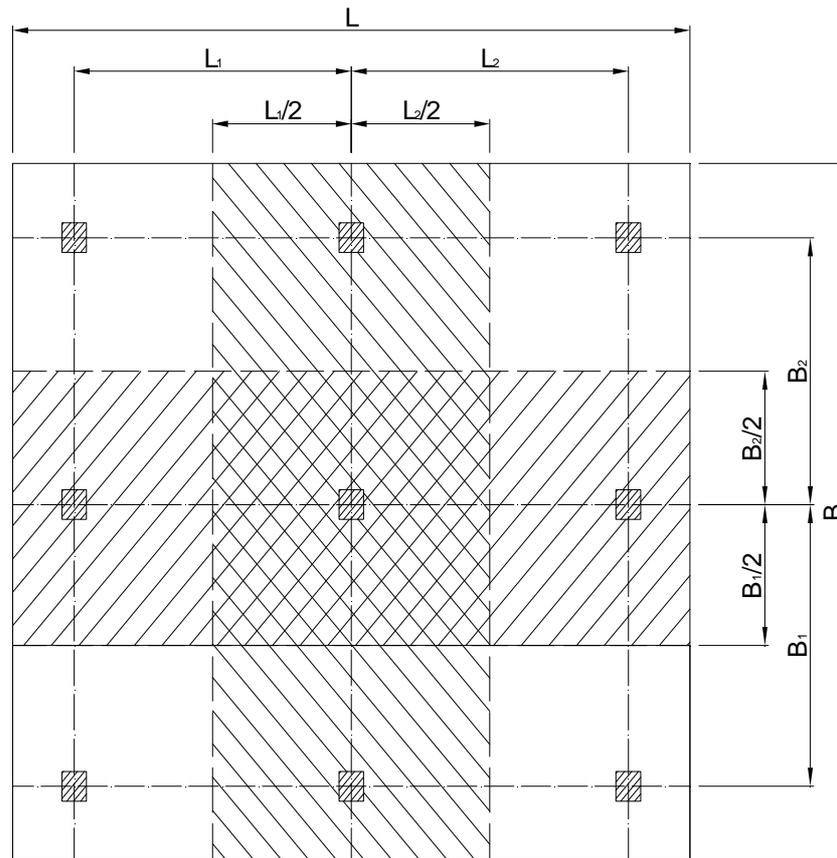


Figura 472: División de una placa rígida en fajas

Según el Comité ACI 336.2R-88, las losas de placa podrán diseñarse como rígidas si se verifica:

$$l_c < 1,75/\beta$$

con:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{B \cdot K_r}{4 \cdot E_c \cdot I}}$$

l_c = longitud entre columnas.

K_r = coeficiente de balasto para la franja en estudio de ancho B_i y longitud L .

E_c = módulo elástico del hormigón.

I = momento de inercia bruto de la faja de ancho B_i .

La referencia 18) plantea, adicionalmente, que las luces de los posibles voladizos deberán verificar:

$$l_v < 0,88/\beta$$

Por otro lado, las columnas deben presentar una configuración regular en planta, alineadas de tal forma que las luces entre vanos consecutivos no difieran en más de un 20%, y las cargas entre columnas aledañas no deben variar en más de un 20%.

Método simplificado de las fajas

Bajo las consideraciones planteadas anteriormente, es posible aplicar este método, el cual consiste en dividir a la placa en fajas y bajo las hipótesis de placa rígida, las tensiones de contacto en el suelo variarán según una ley lineal. En cada franja de estudio, se deberá ajustar el valor de las cargas y las reacciones de manera que se verifique:

$$\int_{A_i} \sigma_{ui} dA_i = \Sigma P_{ui}$$

con:

A_i = área de la faja en estudio

ΣP_{ui} = suma de las cargas de las columnas pertenecientes a la faja

Para lograr el equilibrio en una faja dada entre las cargas de las columnas y del diagrama de presiones, así como de los eventuales momentos generados por la excentricidad de aplicación de las fuerzas, la referencia 49) recomienda suponer un área tributaria debajo de cada columna con un ancho inicialmente igual al de la faja, calculando cada presión como:

$$p_i = P_{ui} / A_i$$

siendo i la posición de la columna sobre la faja en cuestión. Con el valor inicial del ancho de la faja, la igualdad de fuerzas está garantizada, pero para cumplir el de momentos de las cargas externas, puede ser necesario ajustar el ancho de cada franja iterativamente. Con la distribución final de presiones, es posible calcular el valor de las solicitaciones para cada faja como viga independiente según los conceptos de estabilidad.

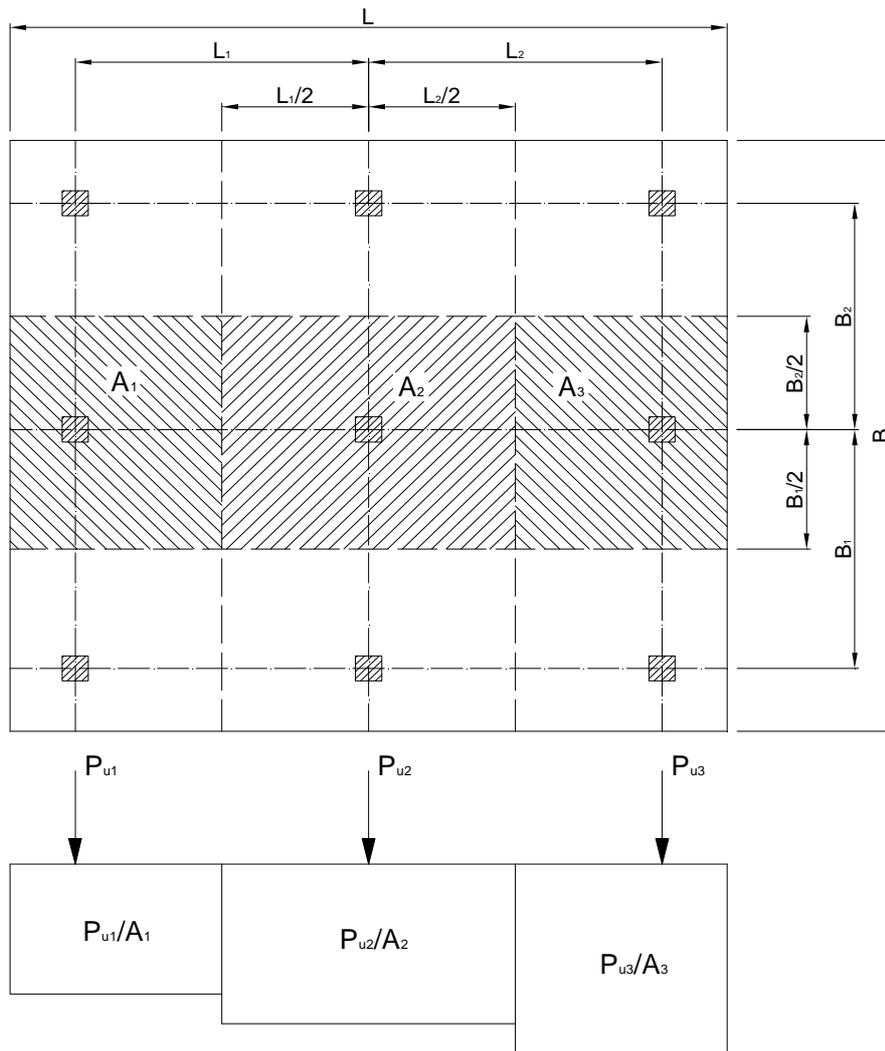


Figura 473: Cargas en la faja central para cada área tributaria de las fuerzas P_i

La distribución de las armaduras en el ancho de la faja se suele concentrar en la zona próxima a la línea de columnas. Siguiendo los lineamientos de la referencia 18), se considera como banda central (coincidente con el eje de las columnas), un ancho igual al 50% del ancho de faja, aunque no menor al ancho de la columna más tres veces la altura del espesor de la platea.

$$b_i \begin{cases} 0,50 \cdot b_{faja} \\ b_{columna} + 3 \cdot h \end{cases}$$

De esa manera, la armadura se distribuirá como se detalla.

En la zona de momentos positivos:

75% A_s : de forma uniforme sobre la banda de la columna.

25% A_s : se distribuye en partes iguales en las dos semibandas centrales.

En la zona de momentos negativos:

60% A_s : en forma uniforme en la banda de la columna.

40% A_s : en forma uniforme en las dos semibandas centrales aledañas.

Método aproximado de la losa invertida

Por este método, planteado en la referencia 49) para plateas con nervios rigidizadores, se supone que la reacción del suelo se aplica como una carga distribuida sobre la losa, la cual descarga en las vigas, y éstas en apoyos fijos constituidos por las columnas. Por ende, no existe coincidencia entre la carga real de la columna con la reacción de la platea, ya que no se han tomado en cuenta los valores de carga de las columnas independientemente, y las reacciones de los apoyos fijos supuestos, rara vez coinciden con los de P_{ui} . Tampoco se tienen en cuenta las variaciones de la reacción del suelo por la existencia de excentricidades o de los asentamientos del suelo, pues se lo considera como indeformable.

En muchos casos los errores cometidos con el uso de este método resultan groseros. A criterio de los autores no resulta aconsejable su uso.

Nota 1: el utilizar métodos rígidos bajo las hipótesis planteadas conduce a cálculos conservadores que en muchas ocasiones se alejan de los valores “reales”. Adicionalmente, el considerar la descomposición de la losa en fajas elementales como se plantea en el primer método, implica desprestigiar los efectos de las cargas de las fajas aledañas y de los hundimientos de la losa en su totalidad. Por otro lado, la imposibilidad de que exista igualdad entre las acciones y reacciones genera la necesidad de iteraciones en los diagramas de presión de cada una de las fajas para lograr el equilibrio de fuerzas y eventuales momentos por excentricidad, lo que hace laboriosa su aplicación. Las simplificaciones impuestas hacen que sólo sea posible utilizarlos en contadas situaciones.

Asimismo, no existe una justificación plena de la división en fajas de una losa, ya que el comportamiento de la misma difiere sustancialmente del de las vigas. El sustento de estos métodos surge de la facilidad del cálculo para aquellos momentos en los que no se contaba con computadoras y métodos numéricos que resolvieran ecuaciones diferenciales.

Métodos flexibles aproximados

Se expone a continuación una serie de métodos de análisis aproximados para la solución de plateas flexibles.

Método simplificado de la viga sobre lecho elástico

Este método se plantea para estructuras de fundación que mantengan las consideraciones de regularidad geométrica y de cargas expuestas para los métodos rígidos.

Consiste en asimilar a cada franja de la platea a una viga de fundación emplazada sobre un medio elástico. Para ello, se utilizan nomogramas que surgen de la solución de la ecuación diferencial:

$$\frac{d^4 y}{d\theta^4} + 4 \cdot y - \frac{4}{K} \cdot q = 0 \quad (I)$$

Los gráficos plantean la solución para varias condiciones de borde, por lo que a partir de los valores de una abscisa se pueden obtener:

$$\sigma_t = K \cdot f(x) \quad (\text{tensión del terreno})$$

$$M = -EI \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (\text{momento flector})$$

$$V = EI \frac{d^3 y}{dx^3} \quad (\text{esfuerzo de corte})$$

En la referencia 18) se expone uno de estos métodos, por el que es posible encontrar las solicitaciones sobre la viga en función de la unidad elástica α .

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot E_c \cdot I}{B \cdot K_r}}$$

Con la unidad elástica, de dimensiones de longitud, se calcula la longitud elástica de la franja analizada y de cada uno de sus segmentos de la forma:

$$\lambda = \frac{l}{\alpha}$$

Los gráficos GT-13 a GT-28 de la referencia mencionada plantean soluciones para los valores de λ y de los puntos de aplicación de las cargas. El método usa el principio de superposición, por lo que la totalidad de las cargas pueden ser descompuestas en varios sistemas individuales. Bajo esta hipótesis, la obtención de las solicitaciones y de las presiones sobre el suelo se calculan como:

$$M = \Sigma P \cdot \alpha \cdot \eta_M$$

$$V = \Sigma P \cdot \eta_V$$

$$\sigma = \Sigma P / \alpha \cdot \eta_\sigma$$

Otra forma de cálculo de similares características es la desarrollada a partir de las tablas del Prof. J. Hahn.

Método simplificado para diseño de plateas sobre lechos elásticos

El presente método se encuentra sólo mencionado en el ACI 336.2R-88, que remite al lector al ACI 336.2R-66 y a los ACI Journals publicados por Shukla (1984) y Hetenyi (1946). El mismo se encuentra desarrollado en las referencias 18) y 73) es una aproximación al cálculo de las solicitaciones generadas en una platea emplazada sobre un lecho elástico, y si bien es sumamente laborioso, difiere de los anteriores métodos ya que considera la influencia de las cargas de las columnas que circundan a un punto bajo análisis. Por ende, analiza a la platea de manera bidimensional y no lineal. Asimismo, no requiere que se cumplan las condiciones de regularidad en cargas y geometría.

Para el desarrollo del cálculo, se comienza con la rigidez flexional D de la sección de la platea, de la forma:

$$D = \frac{E_c \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$$

donde:

E_c = módulo de elasticidad del hormigón

h = espesor total de la platea

μ = módulo de Poisson del hormigón, con valores que van entre 0,15 a 0,25 (mayor cuanto más edad posea el hormigón)

Posteriormente, se calcula el coeficiente de balasto K_r modificado según la geometría de la platea y la clase de suelo en el que se encuentra fundada (arenoso o cohesivo).

Luego, se determina el radio elástico:

$$L = \sqrt[4]{\frac{D}{K_r}}$$

Se asume un valor de 4 veces L para establecer el radio de influencia de una carga sobre un punto de análisis. Más allá de esa distancia, se considera que la influencia de la carga resulta despreciable. Este hecho puede observarse en los gráficos de la referencia 18) para el cálculo de solicitaciones para una viga sobre lecho elástico, citadas anteriormente.

A partir de los parámetros mencionados, se calculan los valores de momento, corte y deflexión mediante expresiones que surgen de la solución de la ecuación diferencial (VI) y que fueron publicadas por Hetenyi. Aquellas soluciones fueron expresadas en términos de la carga aplicada en un punto y de funciones Z. Para cualquier punto ubicado a una distancia radial r de una carga puntual P, se define el momento radial M_r y tangencial M_t de la forma:

$$M_r = -\frac{P}{4} \cdot \left[Z_4 \left(\frac{r}{L} \right) - (1 - \mu) \frac{Z_3 r/L}{r/L} \right]$$

$$M_t = -\frac{P}{4} \left[\mu Z_4 \left(\frac{r}{L} \right) - (1-\mu) \frac{Z_3' r/L}{r/L} \right]$$

El corte está dado por:

$$V = \frac{P}{4L} \cdot Z_4' r/L$$

y la deformación:

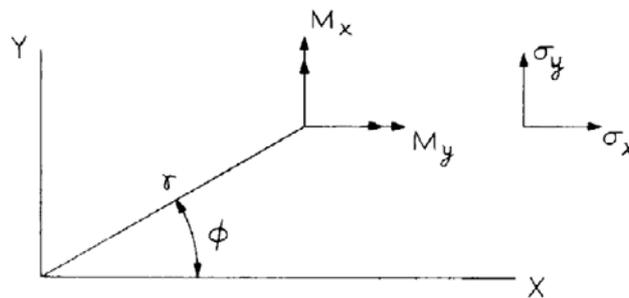
$$w = \frac{P \cdot L^2}{4D} \cdot Z_3 r/L$$

donde:

r = es la distancia del punto considerado a la carga P .

$Z r/L$ = son funciones tabuladas.

Los momentos M_x y M_y se calculan a partir de la composición trigonométrica de M_r y M_t utilizando el ángulo que forma el radio vector con el punto analizado (ϕ):



$$M_x = M_r \cdot \cos^2 \phi + M_t \cdot \sin^2 \phi$$

$$M_y = M_r \cdot \sin^2 \phi + M_t \cdot \cos^2 \phi$$

Con el objeto de simplificar el cálculo de las expresiones, se suelen reescribir de la forma:

$$M_r = C_1 \cdot P \quad (\text{II})$$

$$M_t = C_2 \cdot P \quad (\text{III})$$

$$V = C_3 \cdot \frac{P}{L} \quad (\text{IV})$$

$$w = C_4 \cdot \frac{P \cdot L^2}{D} \quad (\text{V})$$

donde:

$$C_1 = -\frac{1}{4} \left[Z_4(\rho) - (1-\mu) \frac{Z_3'(\rho)}{\rho} \right]$$

$$C_2 = -\frac{1}{4} \left[\mu Z_4(\rho) - (1-\mu) \frac{Z_3'(\rho)}{\rho} \right]$$

$$C_3 = -\frac{1}{4} \cdot Z_4'(\rho)$$

$$C_4 = \frac{1}{4} \cdot Z_3(\rho)$$

$$\rho = \frac{r}{L}$$

Los coeficientes C_1 , C_2 , C_3 y C_4 se extraen de la Figura 474.

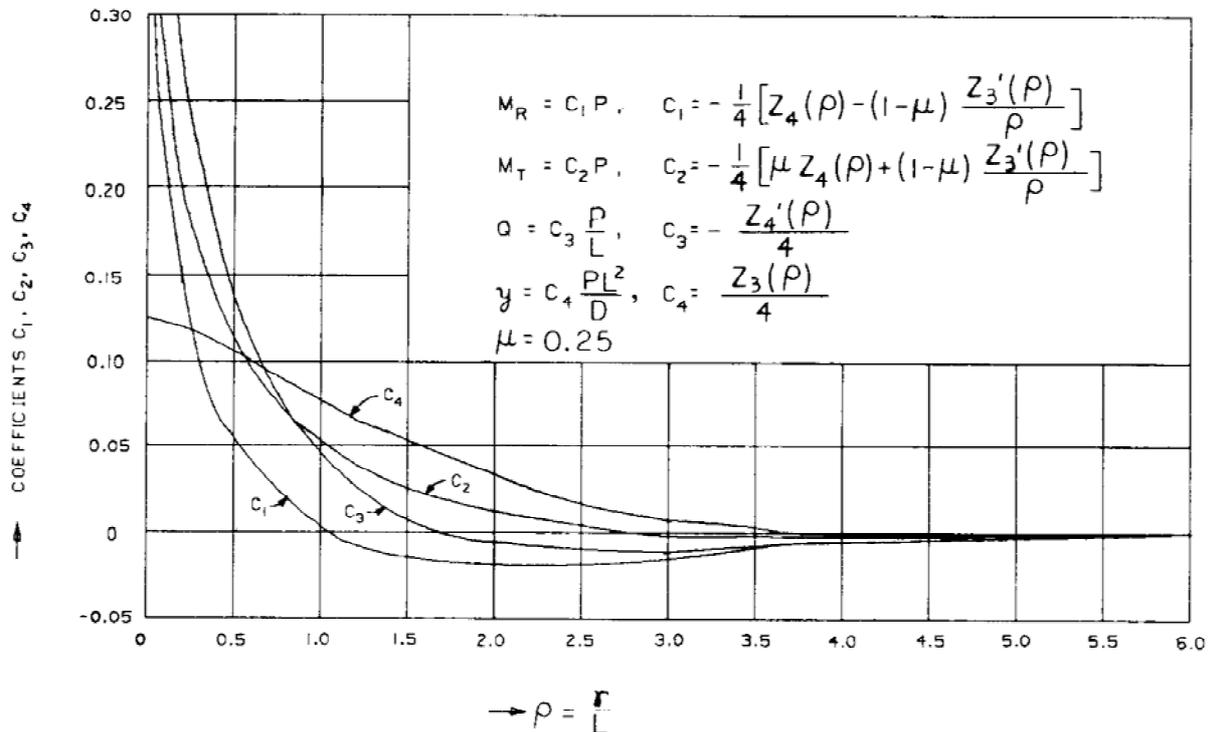


Figura 474: Coeficientes de cálculo para el método aproximado de cálculo de plateas (referencia 1)

El valor total de la sollicitación se calcula con la generada por cada una de las cargas de las columnas dentro del radio de influencia asociado al punto de estudio, aplicando el principio de superposición.

Es de destacar que los valores de los coeficientes C_i , están planteados para un módulo de Poisson de 0,25, valor que se encuentra en el límite superior para el hormigón, cuando el usual es 0,15. Sin embargo, los valores de los momentos M_r y M_t no son extremadamente sensibles a cambios en el módulo μ . Es por ello, que se suele considerar el valor 0,25 como conservador. Obsérvese que más allá del radio de influencia establecido como $4L$, los coeficientes C_i tienden a cero, por lo que las cargas no plantean sollicitaciones. Por otro lado, las sollicitaciones generadas por la carga aplicada en el mismo punto son infinitas. Para evitar esto, se suelen calcularlas en las caras de las columnas en lugar del punto central, suponiendo que son uniformes en toda su superficie. A los efectos del diseño se usan los valores máximos de M_x y M_y en las caras de las columnas, pues se consideran uniformes bajo las mismas.

Cuando el eje de la platea se encuentra dentro del radio de influencia de una columna, se calculan los valores de las sollicitaciones con las ecuaciones (II) a (V) suponiendo que la losa es continua. La losa se divide en fajas en ambas direcciones y se le asocia una a cada una de ellas una viga semi-infinita (puede usarse el método anterior), se calculan los momentos y esfuerzos de corte opuestos a los resultantes para restablecer el equilibrio.

Nota 2: el primer método desarrollado para casos de plateas flexibles, plantea las dificultades mencionadas para los métodos rígidos. El segundo, en cambio, se torna muy laborioso y pierde aplicabilidad frente a la existencia de softwares que agilizan el diseño y mejoran la precisión.

Método del entramado de vigas

Prescinde de las placas de hormigón y las reemplaza por vigas cuya altura iguala a la de la platea, y cuyo ancho es el que surge a partir del espaciamiento utilizado para las mismas. Las cargas se aplican directamente en los nudos de encuentro de las vigas, y los apoyos son resortes con coeficientes de balasto adecuados a las secciones definidas. Es evidente que la modelación mediante vigas es mucho más precisa que el método de las fajas, ya que contempla la influencia de la totalidad de las cargas sobre la fundación, y no sólo la ubicada en la línea de la faja.

Para aplicar el método del entramado de vigas es necesario tener en cuenta que las rigideces a flexión y torsión de las vigas corresponden a las zonas de la losa que representan. La rigidez a flexión de las vigas corresponde a la losa comprendida entre la línea media entre dos barras, aunque se suele despreciar el término $(1-\mu^2)$ que aparece en el denominador de la rigidez a flexión de la losa ya que su valor es pequeño. La rigidez a torsión de cada barra debería ser igual a la mitad del valor de la rigidez a torsión de la viga. Ello se debe a que la rigidez torsional de las losas considera únicamente las tensiones tangenciales longitudinales, mientras que en las vigas, se integran las rigideces longitudinales y tangenciales verticales. Se pueden ampliar conceptos del tema en el Capítulo 10 del presente texto.

Método de elementos finitos

Los métodos de elementos finitos se basan en la solución con diferencias finitas de la ecuación diferencial (VI) expresada en coordenadas cartesianas de la deformada de una placa sobre un medio elástico:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + K_s w = \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} \quad (\text{VI})$$

donde:

$$D = \frac{E_c \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$$

w = deformada para el punto de coordenadas (x,y)

P = carga concentrada en el punto de coordenadas (x,y)

K_s = coeficiente de balasto del suelo

No desarrollaremos el análisis matemático de los métodos de elementos finitos, que de hecho se pueden consultar en numerosas referencias bibliográficas, algunas de ellas ya citadas en el presente texto. Sí consideraremos algunos aspectos relevantes de la modelación de plateas mediante elementos finitos (EF).

El primero de ellos es tener en cuenta que existen diversos modelos de interacción con el suelo en los que se basan los softwares de EF. El más usado es el de Winkler o de los resortes, que ya hemos expuesto en el presente capítulo, aunque se encuentran también otros métodos como el de Pasternak, que describe las características del suelo a compresión y las del que se encuentra en el borde de la fundación, o el del Semi-espacio elástico, que caracteriza al suelo a través del módulo transversal G y del módulo de Poisson μ .

Otro aspecto a considerar es el grado de división de la malla de EF, ya que esto afectará directamente el error cometido en el cálculo de las deformaciones, y por ende, en el de momentos y corte. La división de la malla puede ser función de la geometría de la platea y del tipo de cargas aplicadas (superficiales, lineales o puntuales). Asimismo, una malla con una elevada cantidad de divisiones genera tiempos de espera considerables y resultados que no siempre difieren en gran medida de una de menor calidad del mallado.

Asimismo, para el caso de cargas puntuales sobre las plateas, surgen como resultado de la discretización del problema, valores de momento negativos que en muchas ocasiones distan sustancialmente de los "reales". Una solución recomendada por algunos autores para atenuar el fenómeno, es la de distribuir la carga de la columna en la superficie que ésta representa, o bien, dividir la carga por el área proyectada de la columna al eje medio de la platea. Respecto de esta última variante, citada en la referencia bibliográfica 71), se debe proceder con mucha cautela y evaluar comparativamente los resultados con otros modelos. Es por ello, que se considera más correcto el criterio anteriormente expuesto.

Algunos programas incluyen la integración de los valores de momento en franjas de ancho definido por el proyectista, o bien, propuestos por el propio software, lo cual coincide con el armado final de la fundación. Ello, independientemente de la situación expuesta en el párrafo anterior.

Un condicionante de la mayoría de las modelaciones por EF, es que para el caso de plateas con nervios rigidizadores, los centros de gravedad de la placa no suelen coincidir con los de la viga, lo que afecta la transferencia de cargas en el modelo. Existen, por cierto, soluciones a tal inconveniente en los programas de cálculo utilizando barras rígidas, sin embargo, deberá ejercerse el criterio del proyectista para su uso, ya que el mismo en algunos casos no suele ser del todo apropiado.

Como recomendaciones finales, pueden enumerarse:

- 1) Verificar los datos ingresados al modelo, así como las unidades con las que éste trabaja.
- 2) Verificar mediante métodos aproximados los resultados arrojados por modelaciones con EF.
- 3) Utilizar un grillado adecuado a las dimensiones de la platea y al tipo de cargas aplicadas.

- 4) Buscar coincidencia entre la precisión lograda en un modelo de EF y la de los datos de ingreso al mismo. Un estudio de suelos que proporcione datos de poca precisión no merece una malla con pequeñas divisiones, o a la inversa.
- 5) Procurar que las divisiones de placas no generen que elementos de gran tamaño se encuentren cercanos a otros pequeños. Para ello, procurar que los segmentos de placa sean similares, adecuándolos a las longitudes de las mismas. Existen recomendaciones al respecto, por las que el lado mayor sea menor al doble del lado menor de los segmentos de placa.
- 6) Realizar una lectura pormenorizada del Capítulo 13 de la referencia 110).

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 85) Cálculo del coeficiente de balasto para una platea

A modo de ejemplo, supongamos una platea que se funda a $-2,50$ m del terreno natural, sobre un suelo arenoso con una densidad tal que el coeficiente de balasto medido en el ensayo de carga adopta el valor $K_{0,3} = 16000 \text{ KN/m}^3$.

Se detectó en el estudio de suelos que el manto es uniforme en la zona afectada por el bulbo de presiones de la platea. La misma posee las siguientes dimensiones:

Ancho $B = 16$ m

Largo $L = 25$ m

$$K_{BxB} = K_{0,3} \cdot \left(\frac{B + 0,3}{2 \cdot B} \right)^2 = 0,2594 \cdot K_{0,3}$$

$$K_{BxB} = 4150,8 \text{ KN/m}^3 \quad (\text{para sección cuadrada})$$

$$K = K_{BxB} \cdot \frac{\left(1 + 0,5 \cdot \frac{B}{L} \right)}{1,50} = 0,88 \cdot K_{BxB}$$

$$K = 3652,7 \text{ KN/m}^3$$

Este valor es el 23% aproximadamente del obtenido en el ensayo de la placa de carga.

Ejemplo 86) Diseño de una base aislada rígida

Diseñar la siguiente zapata que está sometida a las siguientes solicitaciones correspondientes a estados de carga de servicio y último:

Carga de servicio ($S = D + L$)

$P = 35$ tn

$M_x = 0,6$ tnm

$M_y = 1,3$ tnm

Carga última ($U = 1,2 \cdot D + 1,6 \cdot L$)

$P_u = 52$ tn

$M_{ux} = 1$ tnm

$M_{uy} = 2$ tnm

Columna:

$c_x = 30$ cm

$c_y = 40$ cm

La capacidad resistente del suelo es de $q = 2 \text{ kg/cm}^2$, la resistencia del hormigón es H-20 y el acero es ADN 420. La cota de fundación es de 1,50 m por debajo de la superficie del suelo, cuyo peso específico es de 1700 kg/m^3 . Se asume verificada la base al volcamiento.

Dimensionado de la superficie de la base

Los estados de carga de servicio ($S = D + L$) se utilizan para dimensionar la superficie de contacto entre la base y el suelo de soporte, debido a que la resistencia del suelo se la cuantifica mediante esfuerzos admisibles. Se calcula primeramente la sección transversal requerida sin tener en cuenta la acción de los momentos flectores:

$$A = \frac{P}{q} = \frac{35000 \text{ kg}}{2 \text{ kg/cm}^2} = 17500 \text{ cm}^2$$

Las dimensiones aproximadas requeridas para carga axial pura serían:

$$l_x = 1,40 \text{ m}$$

$$l_y = 1,40 \text{ m}$$

Las excentricidades de carga son:

$$e_x = \frac{M_y}{P} = \frac{130000 \text{ kgcm}}{35000 \text{ kg}} = 3,7 \text{ cm}$$

$$e_y = \frac{M_x}{P} = \frac{60000 \text{ kgcm}}{35000 \text{ kg}} = 1,7 \text{ cm}$$

Se verifica que la carga esté ubicada en tercio medio de la cimentación:

$$e_x < l_y/6$$

$$3,7 \text{ cm} < (140 \text{ cm}/6)$$

$$e_y < l_x/6$$

$$1,7 \text{ cm} < (140 \text{ cm}/6)$$

Para que la base puede asumirse como rígida y aceptar los diagramas lineales de presión, debe cumplirse:

$$h \geq \frac{(l-b)}{4} = \frac{(140\text{cm} - 35\text{cm})}{4} = 26\text{cm}$$

Se adopta $h = 40 \text{ cm}$.

Si se supone que el suelo trabaja con un comportamiento elástico, y debido a que la carga se encuentra en el tercio medio de la cimentación, puede aplicarse la siguiente expresión para calcular el esfuerzo máximo en el suelo:

$$q_{m\acute{a}x} = \frac{P}{A} \left(1 + \frac{6 \cdot e_x}{l_y} + \frac{6 \cdot e_y}{l_x} \right) = \frac{35000 \text{ kg}}{140\text{cm} \cdot 140\text{cm}} \left(1 + \frac{6 \cdot 3,7 \text{ cm}}{140 \text{ cm}} + \frac{6 \cdot 1,7 \text{ cm}}{140 \text{ cm}} \right) = 2,20 \text{ kg/cm}^2$$

El esfuerzo máximo $2,20 \text{ kg/cm}^2$ es superior al esfuerzo admisible de 2 kg/cm^2 , por lo que requiere incrementar la sección transversal de cimentación en aproximadamente el 10 % ($2,20/2=1,10$).

$$A = 1,10 \cdot 19600 \text{ cm}^2 = 21560 \text{ cm}^2$$

De ello podemos determinar como dimensiones básicas:

$$l_x = 1,50 \text{ m}$$

$$l_y = 1,50 \text{ m}$$

$$A = 150 \text{ cm} \cdot 150 \text{ cm} = 22500 \text{ cm}^2$$

La carga está ubicada en el tercio medio de la cimentación, por lo que el esfuerzo máximo de reacción del suelo es:

$$q_{m\acute{a}x} = \frac{P}{A} \left(1 + \frac{6 \cdot e_x}{l_y} + \frac{6 \cdot e_y}{l_x} \right) = \frac{35000 \text{ kg}}{150\text{cm} \cdot 150\text{cm}} \left(1 + \frac{6 \cdot 3,7 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} + \frac{6 \cdot 1,7 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} \right) = 1,89 \text{ kg/cm}^2$$

El esfuerzo máximo de reacción del suelo es inferior al esfuerzo admisible.

Las dimensiones finales propuestas para la base son:

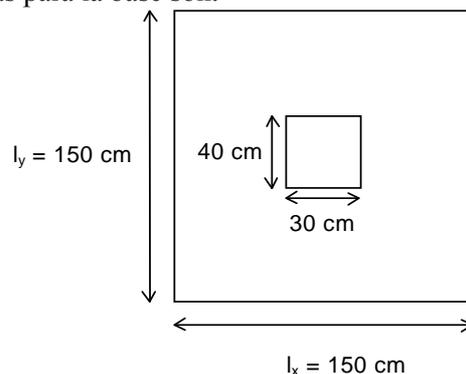


Diagrama de tensiones del suelo bajo cargas últimas

Las solicitaciones últimas resultan:

$$P_u = 52 \text{ tn}$$

$$M_{ux} = 1 \text{ tnm}$$

$$M_{uy} = 2 \text{ tnm}$$

Las excentricidades de carga son:

$$e_x = \frac{M_{uy}}{P_u} = \frac{200000 \text{ kgcm}}{52000 \text{ kg}} = 3,85 \text{ cm}$$

$$e_y = \frac{M_{ux}}{P_u} = \frac{100000 \text{ kgcm}}{52000 \text{ kg}} = 1,92 \text{ cm}$$

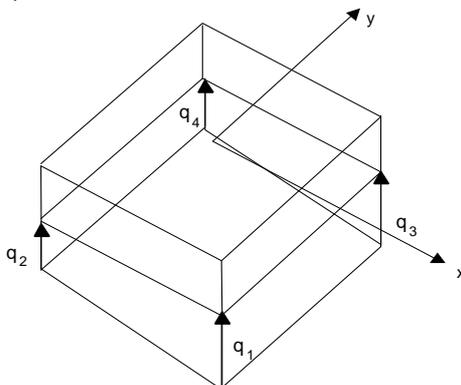
La carga está ubicada en el tercio medio de la cimentación, por lo que los cuatro esfuerzos últimos que definen el volumen de reacciones del suelo se pueden calcular mediante las siguientes expresiones:

$$q_1 = \frac{P_u}{A} \left(1 + \frac{6 \cdot e_x}{l_y} + \frac{6 \cdot e_y}{l_x} \right) = \frac{52000 \text{ kg}}{150 \text{ cm} \cdot 150 \text{ cm}} \left(1 + \frac{6 \cdot 3,85 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} + \frac{6 \cdot 1,92 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} \right) = 2,84 \text{ kg/cm}^2$$

$$q_2 = \frac{P_u}{A} \left(1 - \frac{6 \cdot e_x}{l_y} + \frac{6 \cdot e_y}{l_x} \right) = \frac{52000 \text{ kg}}{150 \text{ cm} \cdot 150 \text{ cm}} \left(1 - \frac{6 \cdot 3,85 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} + \frac{6 \cdot 1,92 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} \right) = 2,13 \text{ kg/cm}^2$$

$$q_3 = \frac{P_u}{A} \left(1 + \frac{6 \cdot e_x}{l_y} - \frac{6 \cdot e_y}{l_x} \right) = \frac{52000 \text{ kg}}{150 \text{ cm} \cdot 150 \text{ cm}} \left(1 + \frac{6 \cdot 3,85 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} - \frac{6 \cdot 1,92 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} \right) = 2,49 \text{ kg/cm}^2$$

$$q_4 = \frac{P_u}{A} \left(1 - \frac{6 \cdot e_x}{l_y} - \frac{6 \cdot e_y}{l_x} \right) = \frac{52000 \text{ kg}}{150 \text{ cm} \cdot 150 \text{ cm}} \left(1 - \frac{6 \cdot 3,85 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} - \frac{6 \cdot 1,92 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} \right) = 1,78 \text{ kg/cm}^2$$

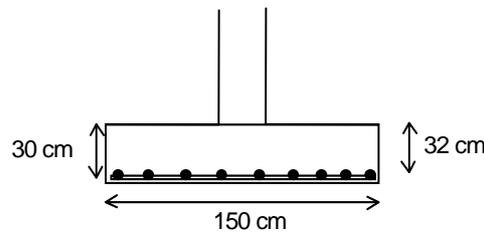


Los estados de carga últimos se emplean para verificar el espesor de la base y la armadura requerida.

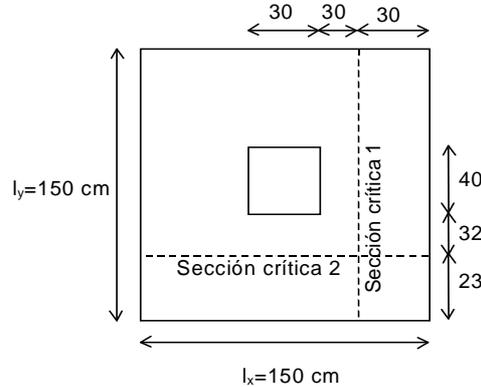
Verificación a corte en una dirección

Se verifica la altura de la base definida por condiciones de rigidez bajo esfuerzos de corte y punzonado, con estados de carga últimos.

Se asume una altura tentativa de $h = 40 \text{ cm}$ para la zapata y una distancia de la cara inferior de hormigón hasta la capa de refuerzo de 10 cm en la dirección x y de 8 cm en la dirección y (se ha supuesto un recubrimiento mínimo de $7,5 \text{ cm}$ para el acero (superior a los 5 cm exigidos por norma) y un diámetro aproximado de las barras de acero en las dos direcciones de 16 mm).



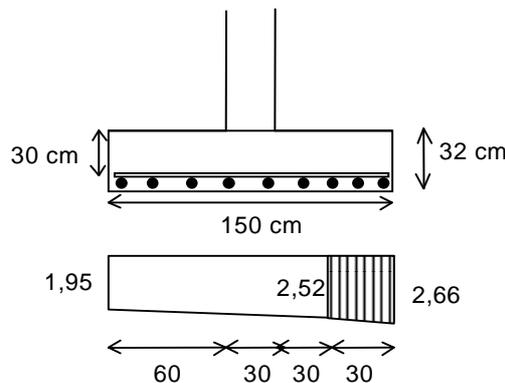
La sección crítica al cortante tipo viga se encuentra a $d = 30$ cm (altura útil) de la cara de la columna en la dirección x, y a $d = 32$ cm (altura útil) de la cara de la columna en la dirección y.



Diseño en la dirección x: la variación lineal de los esfuerzos de reacción del suelo, y el hecho de que la carga está ubicada en el tercio medio de la cimentación, determina que el promedio de todos los esfuerzos del suelo en la dirección x sean los esfuerzos sobre el eje centroidal, en dicha dirección.

$$q_{m\acute{a}x} = \frac{P_u}{A} \left(1 + \frac{6 \cdot e_x}{l_y} \right) = \frac{52000 \text{ kg}}{150 \text{ cm} \cdot 150 \text{ cm}} \left(1 + \frac{6 \cdot 3,85 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} \right) = 2,66 \text{ kg/cm}^2$$

$$q_{m\acute{a}x} = \frac{P_u}{A} \left(1 - \frac{6 \cdot e_x}{l_x} \right) = \frac{52000 \text{ kg}}{150 \text{ cm} \cdot 150 \text{ cm}} \left(1 - \frac{6 \cdot 3,85 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} \right) = 1,95 \text{ kg/cm}^2$$



La fuerza cortante que actúa sobre la sección crítica es:

$$V_{ux} = q_u \cdot l_y \cdot c = \left(\frac{2,66 \text{ kg/cm}^2 + 2,52 \text{ kg/cm}^2}{2} \right) \cdot 150 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} = 11655 \text{ kg} = 116,55 \text{ KN}$$

El esfuerzo de corte que es capaz de resistir el hormigón es:

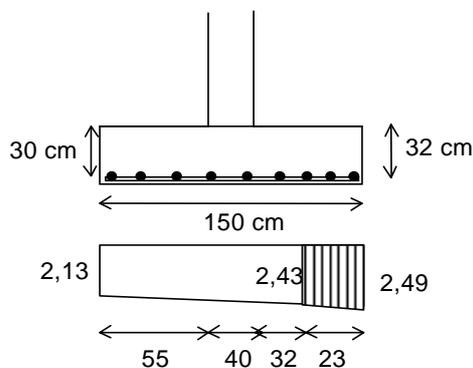
$$\phi V_c = 0,75 \cdot 1/6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot l_y \cdot d = 0,75 \cdot 1/6 \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 1,50 \text{ m} \cdot 0,30 \text{ m} \cdot 1000 = 25297 \text{ kg} = 252,97 \text{ KN}$$

El esfuerzo cortante solicitante es inferior a la capacidad resistente del hormigón, por lo que la altura de la base verifica.

Diseño en la dirección y: los esfuerzos de reacción del suelo sobre el eje centroidal en la dirección y son:

$$q_{m\acute{a}x} = \frac{P_u}{A} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot e_y}{l_x}\right) = \frac{52000 \text{ kg}}{150\text{cm} \cdot 150\text{cm}} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot 1,92 \text{ cm}}{150 \text{ cm}}\right) = 2,49 \text{ kg/cm}^2$$

$$q_{m\acute{a}x} = \frac{P_u}{A} \cdot \left(1 - \frac{6 \cdot e_y}{l_x}\right) = \frac{52000 \text{ kg}}{150\text{cm} \cdot 150\text{cm}} \cdot \left(1 - \frac{6 \cdot 1,92 \text{ cm}}{150 \text{ cm}}\right) = 2,13 \text{ kg/cm}^2$$



La fuerza cortante que actúa sobre la sección crítica es:

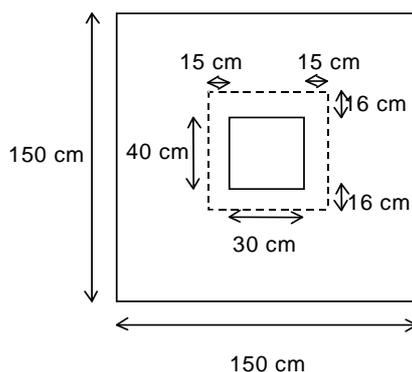
$$V_{wy} = q_u \cdot l_x \cdot c = \left(\frac{2,49 \text{ kg/cm}^2 + 2,13 \text{ kg/cm}^2}{2}\right) \cdot 150 \text{ cm} \cdot 23 \text{ cm} = 8487 \text{ kg} = 84,87 \text{ KN}$$

El esfuerzo de corte que es capaz de resistir el hormigón es:

$$\phi V_c = 0,75 \cdot 1/6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot l_x \cdot d = 0,75 \cdot 1/6 \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 1,50 \text{ m} \cdot 0,32 \text{ m} \cdot 1000 = 26983 \text{ kg} = 269,83 \text{ KN} \text{ (verifica)}$$

Verificación a corte por punzonamiento

La sección crítica a punzonamiento se sitúa alrededor de la columna con una separación de d/2 de sus caras (15 cm en la dirección x y de 16 cm en la dirección y).



$$\bar{q} = \frac{P_u}{A} = \frac{52000 \text{ kg}}{150\text{cm} \cdot 150\text{cm}} = 2,31 \text{ kg/cm}^2$$

La fuerza cortante que actúa sobre la sección crítica es:

$$V_u = P_u - q_u \cdot (b_x + d_x) \cdot (b_y + d_y) = q_u [A - (b_x + d_x) \cdot (b_y + d_y)]$$

$$V_u = 2,31 \text{ kg/cm}^2 \cdot [(150 \cdot 150) - (30 + 15 + 15) \cdot (40 + 16 + 16)] \text{ cm}^2 = 42000 \text{ kg} = 420 \text{ KN}$$

Para el cálculo del valor τ_u , se procederá a utilizar la expresión de momentos no balanceados⁴ considerando la transferencia de corte para la situación más desfavorable, es decir, el sector donde la acción de ambos momentos flectores se superpone:

$$\tau_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot c_y}{I_x} + \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot c_x}{I_y}$$

donde:

c_y, c_x = distancia del baricentro de la sección crítica al borde de la misma.

A_c = área de la sección crítica.

γ_{vx}, γ_{vy} = coeficientes de transferencia de momentos no balanceados para cada dirección.

I_y, I_x = momentos de inercia de la sección crítica de acuerdo a los ejes analizados.

$$A_c = b_0 \cdot d = 2 \cdot d \cdot [(b_x + d) + (b_y + d)] = 2 \cdot 31 \text{ cm} \cdot [(30 \text{ cm} + 31 \text{ cm}) + (40 \text{ cm} + 31 \text{ cm})] = 8184 \text{ cm}^2$$

$$\gamma_{vx} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{l_y}{l_x}}} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{40 \text{ cm} + 31 \text{ cm}}{30 \text{ cm} + 31 \text{ cm}}}} = 0,418$$

$$\gamma_{vy} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{l_x}{l_y}}} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{30 \text{ cm} + 31 \text{ cm}}{40 \text{ cm} + 31 \text{ cm}}}} = 0,382$$

$M_{ux} = 10 \text{ KNm}$ $M_{uy} = 20 \text{ KNm}$

$d = 31 \text{ cm}$ (promedio)

$$I_y = d \cdot \left[\frac{l_x^3}{6} + \frac{l_y \cdot l_x^2}{2} \right] + \frac{l_x \cdot d^3}{6} =$$

$$= 31 \text{ cm} \cdot \left[\frac{(30 \text{ cm} + 31 \text{ cm})^3}{6} + \frac{(40 \text{ cm} + 31 \text{ cm}) \cdot (30 \text{ cm} + 31 \text{ cm})^2}{2} \right] + \frac{(30 \text{ cm} + 31 \text{ cm}) \cdot (31 \text{ cm})^3}{6} = 5570571 \text{ cm}^4$$

$$I_x = d \cdot \left[\frac{l_y^3}{6} + \frac{l_x \cdot l_y^2}{2} \right] + \frac{l_y \cdot d^3}{6} =$$

$$= 31 \text{ cm} \cdot \left[\frac{(40 \text{ cm} + 31 \text{ cm})^3}{6} + \frac{(30 \text{ cm} + 31 \text{ cm}) \cdot (40 \text{ cm} + 31 \text{ cm})^2}{2} \right] + \frac{(40 \text{ cm} + 31 \text{ cm}) \cdot (31 \text{ cm})^3}{6} = 6967999 \text{ cm}^4$$

$c_y = l_y / 2 = (40 \text{ cm} + 31 \text{ cm}) / 2 = 35,5 \text{ cm}$

$c_x = l_x / 2 = (30 \text{ cm} + 31 \text{ cm}) / 2 = 30,5 \text{ cm}$

$$\tau_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot c_y}{I_x} + \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot c_x}{I_y} = \frac{420 \text{ KN}}{0,8184 \text{ m}^2} + \frac{0,418 \cdot 10 \text{ KNm} \cdot 0,355 \text{ m}}{0,06967999 \text{ m}^4} + \frac{0,382 \cdot 20 \text{ KNm} \cdot 0,305 \text{ m}}{0,05570571 \text{ m}^4} = 576,3 \text{ KN} / \text{m}^2$$

El esfuerzo resistente a corte por punzonamiento es:

$b_0 = 2 \cdot (30+15+15) + 2 \cdot (40+16+16) = 2640 \text{ mm}$

$d = 310 \text{ mm}$ (promedio)

$\beta_c = 40 \text{ cm} / 30 \text{ cm} = 1,33$

$\alpha_s = 40$

⁴ Ver al respecto el Comité ACI 421.1R-4.

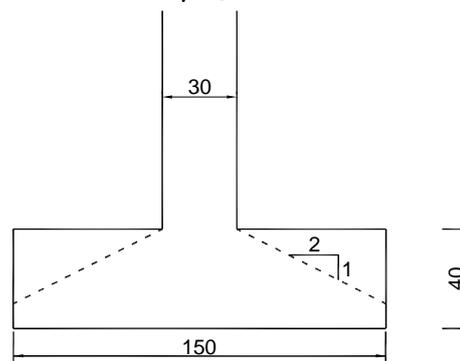
$$V_c \leq \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c \text{ MPa}} \cdot b_0 \cdot d}{6} = 1527 \text{ KN} \\ \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c \text{ MPa}} \cdot b_0 \cdot d}{12} = 2042 \text{ KN} \\ \frac{\sqrt{f'_c \text{ MPa}} \cdot b_0 \cdot d}{3} = 1220 \text{ KN} \end{cases}$$

$$\tau_u = 576,3 \text{ KN/m}^2 \leq \phi \cdot \tau_c = 0,75 \cdot 1220 \text{ KN} / 0,8184 \text{ m}^2 = 1118 \text{ KN/m}^2 \text{ (verifica)}$$

Verificaci3n al aplastamiento

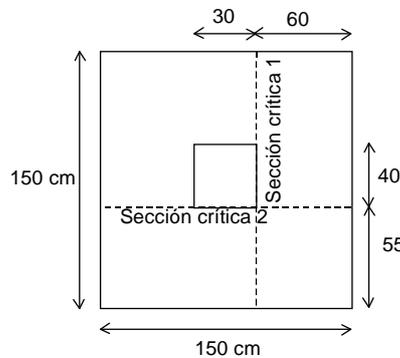
Como $\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} > 2$, se utiliza a 2:

$$\phi \cdot P_n = 0,85 \cdot \phi \cdot f'_c \cdot A_1 \cdot \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = 265,2 \text{ tn} > P_u = 52 \text{ tn}$$

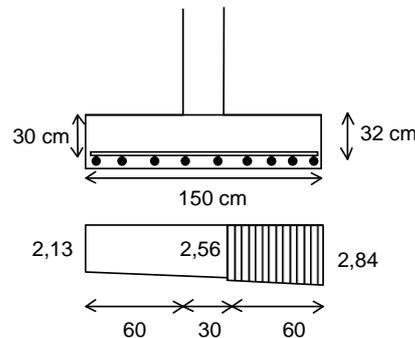


Diseño a flexi3n

Las secciones cr3ticas de diseño a flexi3n en las dos direcciones principales se ubican en las caras de las columnas.



Diseño a flexi3n en la direcci3n x: el refuerzo requerido por flexi3n ser3 mayor en la franja en la que se encuentra el m3ximo esfuerzo espacial de reacci3n del suelo.



Para calcular el momento flector en la zona cr3tica, que subdivide la carga trapezoidal en una carga rectangular de ordenada 2,56 kg/cm², m3s una carga triangular de ordenada m3xima 0,28 kg/cm² (2,84 – 2,56 = 0,28).

$$M_u = \left[\frac{2,56 \text{ kg/cm}^2 \cdot (60 \text{ cm})^2}{2} + \left(\frac{0,28 \text{ kg/cm}^2 \cdot 60 \text{ cm}}{2} \right) \cdot \frac{2}{3} \cdot 60 \text{ cm} \right] \cdot 150 \text{ cm} = 74,16 \text{ KNm}$$

La secciçn de acero requerida, en la direcciçn x para resistir el momento ùltimo es:

$$M_n = M_u / \phi = 0,082 \text{ MNm}$$

$$b_y = 40 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 45 \text{ cm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(MNm)}{b(m)}}} = \frac{0,30m}{\sqrt{\frac{0,082MNm}{0,45m}}} = 0,70m / \sqrt{MN}$$

$$K_e = 25,46 \text{ cm}^2/MN \text{ (de Tabla 12)}$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 25,46 \text{ cm}^2/MN \cdot 0,082 \text{ MNm} / 0,30 \text{ m} = 6,96 \text{ cm}^2$$

La cuantía mìnima de armado es:

$$A_{s,min} \geq 0,0018 \cdot b \cdot h = 0,0018 \cdot 150 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} = 10,8 \text{ cm}^2 \text{ (totales)}$$

Se adoptan 12φ12 (13,57 cm²) ó en este caso φ12c/12 cm.

Las separaciones lmites son:

- 2,5 · h = 2,5 · 40 cm = 100 cm
- 25 · d_b menor = 25 · 1,2 cm = 30 cm
- 30 cm

Por lo que la separaciçn verifica.

Diseño a flexiçn en la direcciçn y: el procedimiento resulta similar segùn la figura inferior, por lo que se adopta la misma secciçn de armadura.

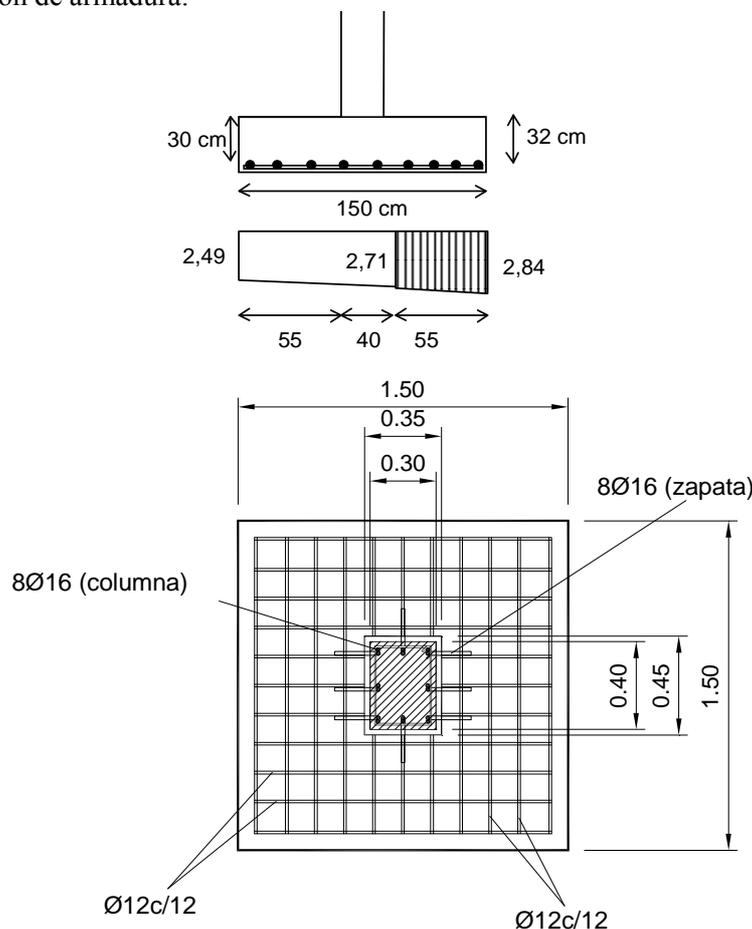


Figura 475: Armadura a flexiçn y barras de espera para la base aislada

Barras de espera

Se adoptan 8φ16 mm (16,08 cm²) a modo de armadura de espera, para lograr el empalme con las barras de la columna. Las mismas deberán ser verificadas respecto de su longitud de anclaje en el interior de la base para el caso de barras sometidas a tracción debido a la acción simultánea de los momentos actuantes.

Longitud de anclaje de las barras de espera

Se procederá a calcular la longitud de anclaje de las barras de espera dentro de la zapata a partir de la expresión para ganchos a 90°.

$$l_{dh} = 0,24 \cdot \psi_e \cdot \lambda \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot d_b = 0,24 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{420 \text{ MPa}}{\sqrt{20 \text{ MPa}}} \cdot 16 \text{ mm} = 360,63 \text{ mm}$$

Se adopta $l_{dh} = 35$ cm, lo cual verifica para la altura de zapata adoptada ($h = 40$ cm) y el recubrimiento necesario. A los efectos de apoyar dicha armadura de columna sobre la armadura de parrilla de la base, sería conveniente incrementar la altura de la base a $h = 45$ cm.

Longitud de anclaje de las barras de flexión

Se procederá a calcular la longitud de anclaje de las barras de flexión.

$$l_{dh} = 0,24 \cdot \psi_e \cdot \lambda \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot d_b = 0,24 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{420 \text{ MPa}}{\sqrt{20 \text{ MPa}}} \cdot 12 \text{ mm} = 270 \text{ mm}$$

Se adopta $l_{dh} = 30$ cm, lo cual verifica para la longitud disponible de la zapata ($l = 150 \text{ cm} / 2 - 45 \text{ cm} / 2 = 52,5$ cm) y el recubrimiento lateral necesario.

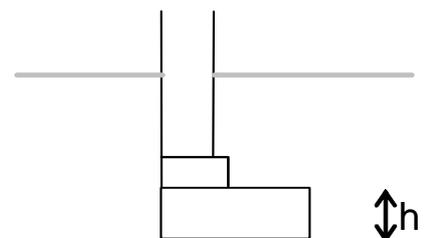
Longitud de empalme de las barras

Para la determinación de las longitudes de empalme de las barras de espera, deberá realizarse el cálculo de los mismos en función de la situación en la que se encuentre la columna según su posición en el diagrama de interacción, de acuerdo a lo desarrollado en el Capítulo 28.

Verificación a la fisuración

$$s \leq \begin{cases} 380 \cdot \frac{280}{f_s} - 2,5 \cdot c_c = 380 \cdot \frac{280}{280} - 2,5 \cdot 50 \text{ mm} = 255 \text{ mm} \\ 300 \cdot \frac{280}{280} = 300 \text{ mm} \end{cases} \quad s = 120 \text{ mm}$$

(verifica)

**Ejemplo 87) Diseño de una base rígida de medianera**

Diseñar la base de la siguiente columna, ubicada en medianera:

Cargas:

$$P_D = 40000 \text{ kg} = 400 \text{ KN}$$

$$P_L = 20000 \text{ kg} = 200 \text{ KN}$$

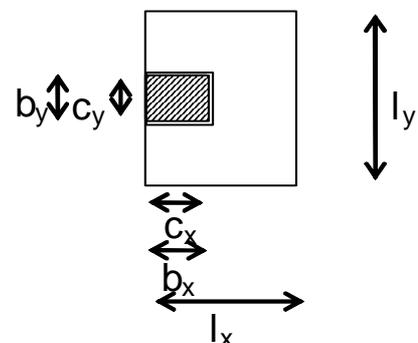
Columna:

$$c_x = 45 \text{ cm}$$

$$c_y = 45 \text{ cm}$$

$$b_x = 50 \text{ cm}$$

$$b_y = 50 \text{ cm}$$



La capacidad resistente del suelo es de $q = 2 \text{ kg/cm}^2$, la resistencia del hormigón es H-20 y el acero es ADN 420. El ángulo de fricción interna del suelo es de 30°.

Carga total de servicio:

$$P = P_D + P_L = 60000 \text{ kg} = 600 \text{ KN}$$

Dimensionado de la superficie de contacto entre la base y el suelo de soporte

Se adiciona a la carga normal, el peso de la base y del terreno por sobre la misma, considerando una reacción uniforme, ya que se dará a la base una altura suficiente como para que sea rígida:

$$A = \frac{P}{q} = \frac{1,10 \cdot 60000 \text{ kg}}{2 \text{ kg/cm}^2} = 33000 \text{ cm}^2$$

A fin de disminuir la excentricidad originada por la falta de alineación entre el eje de la columna y el centro de la base (e_x), se define la base con una mayor longitud en el sentido del eje medianero. Por ello, se adopta tentativamente una relación de lados:

$$\frac{l_y}{l_x} = 2,5$$

$$l_x = \sqrt{\frac{P}{2,50 \cdot \sigma_t}} = 114,8 \text{ cm}$$

Las dimensiones quedarán definidas como:

$$l_x = 120 \text{ cm}$$

$$l_y = 300 \text{ cm}$$

$$h \geq \frac{(l-b)}{4} = 62,5 \text{ cm}$$

Se adopta $h = 65 \text{ cm}$.

La excentricidad de la carga se calcula como:

$$e_x = 120 / 2 - 45 / 2 = 37,50 \text{ cm}$$

Para este caso, supongamos que no existe una vinculación rígida entre la viga superior ubicada a 4,50 m y la columna inferior, adoptando la hipótesis de columna articulada en su extremo superior, por lo que el momento adicional al pie de la columna se calcula a partir de la expresión:

$$M' = P \cdot e \cdot (h_1 - h) / h_1 = 19250 \text{ kgm} = 192,50 \text{ KNm}$$

con:

$$h_1 = 4,50 \text{ m}$$

$$h = 65 \text{ cm}$$

$$e_x = 37,5 \text{ cm}$$

Verificación al deslizamiento

f = fuerza friccional entre la base y el terreno

$$\phi = 30^\circ$$

γ = coeficiente de seguridad

$$F = M / h_1 = 4277,77 \text{ kg}$$

$$f = P_t \cdot \text{tg } \phi \geq \gamma \cdot F$$

$$f = 66000 \text{ kg} \cdot \text{tg } 30^\circ = 38105 \text{ kg} > 2 \cdot 4278 \text{ kg} = 8556 \text{ kg} \text{ (verifica)}$$

Dimensionado de la columna

La columna debe dimensionarse a flexión compuesta:

$$P_D = 400 \text{ KN}$$

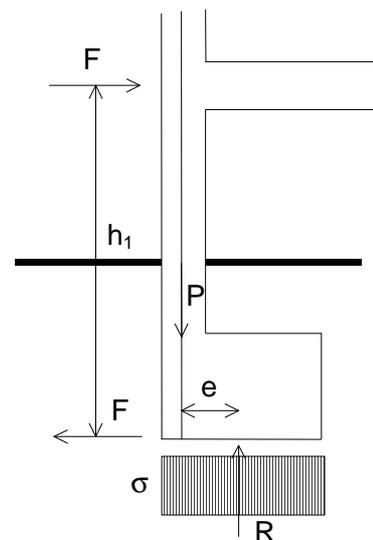
$$P_L = 200 \text{ KN}$$

$$M_D = P_D \cdot e_x = 15000 \text{ kgm} = 150 \text{ KNm}$$

$$M_L = P_L \cdot e_x = 8500 \text{ kgm} = 85 \text{ KNm}$$

$$P_U = 1,20 P_D + 1,6 P_L = 800 \text{ KN}$$

$$M_U = 1,20 M_D + 1,6 M_L = 316 \text{ KNm}$$



$$n = \frac{N}{b \cdot d \cdot f'_c} = \frac{800 \text{ KN}}{0,45 \text{ m} \cdot 0,45 \text{ m} \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 1000} = 0,197$$

$$m = \frac{m}{b \cdot d^2 \cdot f'_c} = \frac{316 \text{ KNm}}{0,45 \text{ m} \cdot (0,45 \text{ m})^2 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 1000} = 0,173$$

Ingresando al diagrama de interacción 7.1.3:

$$\rho = 0,02$$

$$A_s = \rho \cdot A_b = 40,5 \text{ cm}^2$$

Se adoptan 10 ϕ 25 mm (49,10 cm²). Dado la elevada cuantía que requiere la columna, podría estudiarse la posibilidad de aumentar la dimensión de la misma según la dirección x.

Longitud de anclaje de las barras de la columna

Se procederá a calcular la longitud de anclaje de las barras de la columna dentro de la zapata a partir de la expresión para ganchos a 90°.

$$l_{dh} = 0,24 \cdot \psi_e \cdot \lambda \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot d_b = 0,24 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{420 \text{ MPa}}{\sqrt{20 \text{ MPa}}} \cdot 25 \text{ mm} = 560 \text{ mm}$$

Se adopta $l_{dh} = 55 \text{ cm}$, lo cual verifica para la altura de zapata adoptada ($h = 65 \text{ cm}$) y el recubrimiento necesario.

Verificación a corte en una dirección

Se adopta una altura útil $d = 57 \text{ cm}$.

Diseño en la dirección x

La fuerza cortante que actúa sobre la sección crítica es:

$$q_u = P_u / A = 2,22 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_{ux} = q_u \cdot l_y \cdot (l_x - c_x - d_x) = 2,22 \text{ kg/cm}^2 \cdot 300 \text{ cm} \cdot (120 \text{ cm} - 45 \text{ cm} - 57 \text{ cm}) = 11988 \text{ kg} = 119,88 \text{ KN}$$

El esfuerzo de corte que es capaz de resistir el hormigón es:

$$\phi V_c = 0,75 \cdot 1 / 6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot l_y \cdot d = 0,75 \cdot 1 / 6 \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 3 \text{ m} \cdot 0,57 \text{ m} \cdot 1000 = 95592 \text{ kg} = 955,92 \text{ KN}$$

El esfuerzo cortante solicitante es inferior a la capacidad resistente del hormigón, por lo que la altura de la base es aceptable para la sollicitación analizada.

Diseño en la dirección y

La fuerza cortante que actúa sobre la sección crítica es:

$$V_{uy} = q_u \cdot l_x \cdot (l_y / 2 - c_y / 2 - d_y) = 2,22 \text{ kg/cm}^2 \cdot 120 \text{ cm} \cdot (300 \text{ cm} / 2 - 45 \text{ cm} / 2 - 57 \text{ cm}) = 18780 \text{ kg} = 187,8 \text{ KN}$$

El esfuerzo de corte que es capaz de resistir el hormigón es:

$$\phi V_c = 0,75 \cdot 1 / 6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot l_x \cdot d = 0,75 \cdot 1 / 6 \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 1,20 \text{ m} \cdot 0,57 \text{ m} \cdot 1000 = 38236 \text{ kg} = 382,4 \text{ KN} \text{ (verifica)}$$

Verificación a corte por punzonamiento

La fuerza cortante que actúa sobre la sección crítica es:

$$V_u = 2,22 \text{ kg/cm}^2 \cdot [(300 \cdot 120) - (45 + 57/2) \cdot (45 + 57/2)] \text{ cm}^2 = 92000 \text{ kg} = 920 \text{ KN}$$

El esfuerzo resistente a corte por punzonamiento es:

$$b_0 = 2(c_x + d/2) + c_y + d = 2490 \text{ mm}$$

$$d = 570 \text{ mm}$$

$$\beta_c = 45 \text{ cm} / 45 \text{ cm} = 1$$

$$\alpha_s = 30$$

$$V_c \leq \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c \text{ MPa}} \cdot b_0 \cdot d}{6} = 3174 \text{ KN} \\ \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c \text{ MPa}} \cdot b_0 \cdot d}{12} = 4690 \text{ KN} \\ \frac{\sqrt{f'_c \text{ MPa}} \cdot b_0 \cdot d}{3} = 2115,7 \text{ KN} \end{cases}$$

$$V'_c = 0,75 \cdot V_c = 0,75 \cdot 2115,7 \text{ KN} = 1586,7 \text{ KN}^5$$

$$V_u = 920 \text{ KN} \leq \phi \cdot V'_c = 0,75 \cdot 1586,7 \text{ KN} = 1190,8 \text{ KN} \text{ (verifica)}$$

Diseño a flexión

La sección de acero requerida, en la dirección y para resistir el momento:

$$M_{uy} = \frac{P_u (l_y - c_y)^2}{l_y \cdot 8} = 208,12 \text{ KNm}$$

$$M_{uy} = 0,208 \text{ MNm}$$

$$M_n = M_u / \phi = 0,23 \text{ MNm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_{ny}(\text{MNm})}{b_x(m)}}} = \frac{0,57 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,23 \text{ MNm}}{0,50 \text{ m}}}} = 0,84 \text{ m} / \sqrt{\text{MN}}$$

$$K_e = 24,945 \text{ cm}^2/\text{MN} \quad (\text{de Tabla 12})$$

$$A_s = K_e \cdot M_n / d = 24,945 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,23 \text{ MNm} / 0,57 \text{ m} = 10 \text{ cm}^2$$

La cuantía mínima de armado resulta de acuerdo al control definido en losas:

$$A_{s_{min}} \geq 0,0018 \cdot b \cdot h = 0,0018 \cdot 120 \text{ cm} \cdot 65 \text{ cm} = 14,04 \text{ cm}^2 \text{ (totales)}$$

Se adoptan $7\phi 16 \text{ mm}$ ($14,07 \text{ cm}^2$) ó $\phi 16 \text{ c}/15 \text{ cm}$ ($13,4 \text{ cm}^2/\text{m}$).

Las separaciones límites son:

$$- 2,5 \cdot h = 2,5 \cdot 65 \text{ cm} = 162 \text{ cm}$$

$$- 25 \cdot d_b \text{ menor} = 25 \cdot 1,2 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

$$- 30 \text{ cm}$$

Por lo que la separación verifica.

⁵ A fin de poder ignorar el efecto del momento actuante sobre la resistencia al punzonamiento se adopta $V'_c = 0,75 \cdot V_c$ (CIRSOC 201/05 Art. 13.5.3.3)

Diseño a flexión en la dirección x:

$$M_{ux} = \frac{P_u (l_x - c_x)^2}{l_x} = 163,2 \text{ KNm}$$

$$M_{ux} = 0,163 \text{ MNm}$$

$$M_{nx} = M_u / \phi = 0,18 \text{ MNm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(\text{MNm})}{b_y(m)}}} = \frac{0,57 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,18 \text{ MNm}}{0,50 \text{ m}}}} = 0,95 \text{ m} / \sqrt{\text{MN}}$$

$$K_e = 24,675 \text{ cm}^2/\text{MN} \quad (\text{de Tabla 12})$$

$$A_s = K_e \cdot M_n / d = 24,675 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,18 \text{ MNm} / 0,57 \text{ m} = 7,8 \text{ cm}^2$$

$$A_{s \text{ min}} \geq 0,0018 \cdot b \cdot h = 0,0018 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 65 \text{ cm} = 11,7 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

En principio, se adoptan $\phi 16$ c/15 cm ($13,4 \text{ cm}^2/\text{m}$).

Verificación a la fisuración

$$s \leq \begin{cases} 380 \cdot \frac{280}{f_s} - 2,5 \cdot c_c = 380 \cdot \frac{280}{280} - 2,5 \cdot 50 \text{ mm} = 255 \text{ mm} \\ 300 \cdot \frac{280}{280} = 300 \text{ mm} \end{cases} \quad s_{\text{máx}} = 200 \text{ mm (verifica)}$$

Diseño del tensor

$$M_u = 340 \text{ KNm}$$

$$F_u = M_u / h_1 = 340 \text{ KNm} / 4,50 \text{ m} = 75,53 \text{ KN}$$

Hormigón $f'_c = 20 \text{ MPa}$

Acero $f_y = 420 \text{ MPa}$

Sección transversal:

$b_w = 20 \text{ cm}$ $h = 30 \text{ cm}$

Recubrimiento = $0,03 \text{ m}$

Estribos: $\phi 6 \text{ mm}$

Solicitaciones actuantes:

$$P_u = 75,53 \text{ KN}$$

$$P_n = P_u / \phi = 75,53 \text{ KN} / 0,90 = 83,94 \text{ KN}$$

Armadura por condición de rotura

$$A_s = \frac{P_n}{f_y} = \frac{83,94 \text{ KN}}{42 \text{ KN/cm}^2} = 2 \text{ cm}^2$$

Armadura por condición de ductilidad

$$\rho \geq \frac{A_s}{A_g} \geq \frac{\sqrt{f'_c}}{1,80 \cdot f_y} = 0,0059$$

$$A_s \geq A_g \cdot \rho_{\text{min}} = 3,55 \text{ cm}^2$$

Se adoptan $4\phi 12 \text{ mm} = 4,52 \text{ cm}^2$.

Verificación a la fisuración

$$d_c = c_c + d_{est} + d_b/2 = 30\text{mm} + 6\text{mm} + 12\text{mm}/2 = 42\text{mm}$$

$$A = A_g / 4 = 11300\text{mm}^2$$

$$f_s = f_y / 1,50 = 280\text{MPa}$$

$$w_k = \frac{1}{90000} \cdot \beta \cdot f_s \cdot \sqrt[3]{d_c \cdot A} = 0,24\text{mm} < 0,30\text{mm}$$

Ejemplo 88) Diseño de una base combinada rígida

Diseñar una base combinada con un nervio rigidizador que debe soportar dos columnas cuyo extremo no puede sobresalir más allá de la cara externa de la columna externa.

Cargas columna exterior:

$$P_{D1} = 20\text{tn} = 200\text{KN}$$

$$P_{L1} = 15\text{tn} = 150\text{KN}$$

Cargas columna interior:

$$P_{D2} = 30\text{tn} = 300\text{KN}$$

$$P_{L2} = 25\text{tn} = 250\text{KN}$$

$$P_{u1} = 1,20 \cdot 20\text{tn} + 1,60 \cdot 15\text{tn} = 48\text{tn} = 480\text{KN}$$

$$P_{u2} = 1,20 \cdot 30\text{tn} + 1,60 \cdot 25\text{tn} = 76\text{tn} = 760\text{KN}$$

l (separación entre columnas) = 3,70 m

$$c_1 = 30 \times 30\text{cm}$$

$$c_2 = 30 \times 30\text{cm}$$

$$\sigma_{tadm} = 1,50\text{kg/cm}^2$$

$$K_{0,3} = 16000\text{KN/m}^3$$

l (distancia entre columnas) = 3,70 m

Hormigón H-20

Acero ADN 420

Determinación del centro de gravedad

$$P = 35\text{tn} + 55\text{tn} = 90\text{tn}$$

Tomando momentos respecto de P_1

$$M_1 = P_2 \cdot 3,70\text{m} - P \cdot x = 0$$

$$x = 2,25\text{m}$$

Longitud total de la base

Adoptando al baricentro de cargas como eje de simetría de formas:

$$l_x = 2 \cdot (2,25\text{m} + 0,15\text{m}) = 4,8\text{m}$$

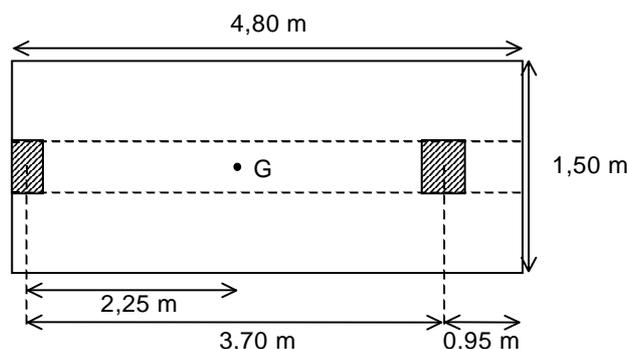
Se adopta $l_x = 4,80\text{m}$

Ancho de la base

$$A = 90000\text{kg} / 1,50\text{kg/cm}^2 = 60000\text{cm}^2$$

$$l_y = 60000\text{cm}^2 / 480\text{cm} = 1,25\text{m}$$

Se adopta $l_y = 1,50\text{m}$



Como dimensiones iniciales, se adopta una base combinada con una placa inferior de $h = 55 \text{ cm}$ ($d = 50 \text{ cm}$) y una viga de rigidez de $h = 100 \text{ cm}$ ($d = 95 \text{ cm}$) y ancho $b = 30 \text{ cm}$. Al respecto, deberá verificarse la rigidez de la viga para establecer la validez de una diagrama uniforme de tensiones.

Dimensionado a flexión de la placa inferior

$$q_u = \frac{P_{U1} + P_{U2}}{1,50 \text{ m} \cdot 4,80 \text{ m}} = 17222 \text{ kg/m}^2$$

Momento al borde de la columna:

$$M_u = q_u \cdot l^2 / 2 = 17222 \text{ kg/m}^2 \cdot (1,50 \text{ m} / 2 - 0,30 \text{ m} / 2)^2 / 2 = 3100 \text{ kgm/m} = 31 \text{ KNm}$$

$$M_u = 0,031 \text{ MNm}$$

$$M_{nx} = M_u / \phi = 0,034 \text{ MNm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(\text{MNm})}{b(m)}}} = \frac{0,50 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,034 \text{ MNm}}{1 \text{ m}}}} = 2,71 \text{ m} / \sqrt{\text{MN}}$$

$$K_e = 24,301 \text{ cm}^2/\text{MN} \quad (\text{de Tabla 12})$$

$$A_s = K_e \cdot M_n / d = 24,301 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,034 \text{ MNm} / 0,50 \text{ m} = 1,65 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Cuantía mínima:

$$A_{s \text{ min}} \geq 0,0018 \cdot b \cdot h = 0,0018 \cdot 55 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 9,9 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Se adoptan $\phi 16 \text{ c}/20 \text{ cm}$ ($10,05 \text{ cm}^2/\text{m}$)

Verificación al corte en una dirección de la placa

Es posible calcular el valor del esfuerzo de corte sobre la sección crítica ubicada a una distancia “d” tomada desde la izquierda de la columna interior:

$$V_u = q_u \cdot (l_y / 2 - c / 2 - d) = 17222 \text{ kg/m}^2 \cdot (1,50 \text{ m} / 2 - 0,30 \text{ m} / 2 - 0,50 \text{ m}) = 1722,2 \text{ kg/m}$$

El esfuerzo de corte que es capaz de resistir el hormigón es:

$$\phi V_c = 0,75 \cdot 1 / 6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot d = 0,75 \cdot 1 / 6 \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot 1000 = 27951 \text{ kg/m}$$

El esfuerzo cortante solicitante es inferior a la capacidad resistente del hormigón, por lo que la altura de la placa es aceptable para la sollicitación analizada.

Dimensionado a flexión de la viga de nervio

$$q_u = 17222 \text{ kg/m}^2 \cdot 1,50 \text{ m} = 25,8 \text{ tn/m}$$

Previo al dimensionado, es necesario verificar si la viga es rígida para el planteo del diagrama de tensiones. Para ello, afectaremos al coeficiente de balasto a la corrección y calcularemos el valor de la longitud ficticia elástica:

$$K_{0,3} = 16000 \text{ KN/m}^3$$

$$B = 1,50 \text{ m}$$

$$L = 4,80 \text{ m}$$

$$K_{BxB} = K_{0,3} \cdot \left(\frac{B+0,3}{2 \cdot B} \right)^2 = 0,36 \cdot K_{0,3}$$

$$K_{BxB} = 5760 \text{ KN/m}^3 \quad (\text{para sección cuadrada})$$

$$K = K_{BxB} \cdot \frac{\left(1 + 0,5 \cdot \frac{B}{L} \right)}{1,50} = 0,77 \cdot K_{BxB}$$

$$K = 4440 \text{ KN/m}^3$$

Para determinar la rigidez de la base combinada con un nervio central, se supone a la misma con un voladizo de longitud l_1 y un tramo central de longitud l_2 :

$$l_1 < 0,88 \cdot L_e$$

$$l_2 < 1,75 \cdot L_e$$

$$L_e = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot E_c \cdot I}{k \cdot b}}$$

donde:

$$l_2 = 370 \text{ cm}$$

$$b \text{ (ancho de la viga)} = 30 \text{ cm}$$

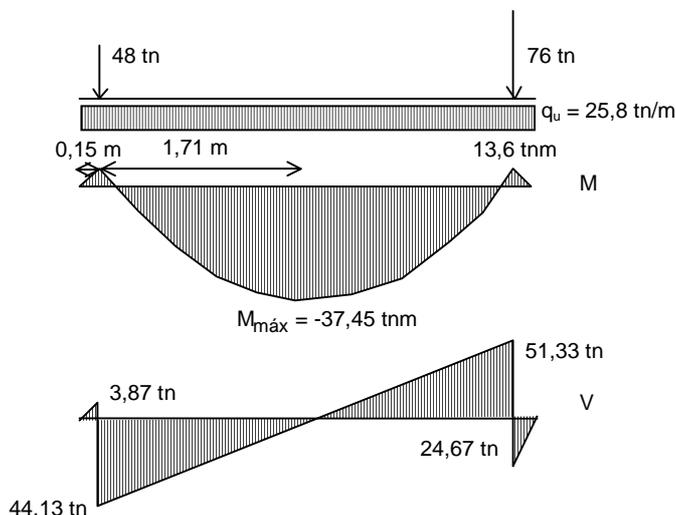
$$E = 4700 \sqrt{20} = 21019 \text{ MPa}$$

$$I = 30 \text{ cm} \cdot (95 \text{ cm})^3 / 12 = 2143437 \text{ cm}^4$$

$$K = 4440 \text{ KN/m}^3 = 0,444 \text{ kg/cm}^3$$

$$l_2 = 370 \text{ cm} < 1,75 \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \cdot E_c \cdot I}{k \cdot b}} = 994,5 \text{ cm} \quad (\text{verifica})$$

Luego del cálculo anterior, es posible desarrollar los diagramas actuantes sobre la viga y proceder al cálculo de las armaduras:



Armadura superior:

$$M_u = -0,3745 \text{ MNm}$$

$$M_{nx} = M_u / \phi = -0,416 \text{ MNm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(\text{MNm})}{b(m)}}} = \frac{0,95m}{\sqrt{\frac{0,416\text{MNm}}{0,3m}}} = 0,807m / \sqrt{\text{MN}}$$

$$K_e = 25,034 \text{ cm}^2/\text{MN} \quad (\text{de Tabla 12})$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 25,034 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,416 \text{ MNm} / 0,95 \text{ m} = 11 \text{ cm}^2$$

Se adoptan 6 ϕ 16 mm (12,06 cm²).

Armadura inferior:

$$M_u = 0,136 \text{ MNm}$$

$$M_{nx} = M_u / \phi = 0,15 \text{ MNm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(\text{MNm})}{b(m)}}} = \frac{0,95m}{\sqrt{\frac{0,15\text{MNm}}{0,3m}}} = 1,34m / \sqrt{\text{MN}}$$

$$K_e = 24,301 \text{ cm}^2/\text{MN} \quad (\text{de Tabla 12})$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 24,301 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,15 \text{ MNm} / 0,95 \text{ m} = 3,84 \text{ cm}^2$$

La armadura mínima vale:

$$k_{amin} = \frac{1,40}{0,85 \cdot f'_c} = 0,082$$

$$A_{s \text{ min}} = f^*_c \cdot b_w \cdot K_{amin} \cdot d / f_y = 9,46 \text{ cm}^2$$

Se adoptan 5 ϕ 16 mm (10,05 cm²).

Para la zona inferior (viga placa con ala traccionada), el CIRSOC 201/05 en su Art. 10.5.2 indica que la cuantía mínima se puede establecer reemplazando en la expresión $2 \cdot b_w$ por b_w :

$$A_{s \text{ min}} = 0,85 \cdot f'_c \cdot 2 \cdot b_w \cdot k_{amin} \cdot d / f_y = 18,92 \text{ cm}^2$$

Por su parte, la armadura existente longitudinal consiste tentativamente en ϕ 16c/20 cm (con el objeto de verificar la armadura mínima) sumados a 5 ϕ 16mm en la zona del nervio, resultan:

$$7\phi 16 + 5\phi 16 = 24,12 \text{ cm}^2 \text{ (verifica)}^6$$

Dimensionado a corte de la viga de nervio

$$V_n = V_u / \phi = 513,3 \text{ KN} / 0,75 = 684 \text{ KN}$$

⁶ El CIRSOC 201/05 indica en el Art. 10.6.6 que cuando las alas de las vigas placa están traccionadas, parte de la armadura de tracción por flexión debe distribuirse en la zona traccionada sobre un ancho no mayor a $b_e < 1/10$, o el ancho colaborante, el que resulte menor. En el presente ejemplo, dada la escasa cuantía de cálculo, se colocan las 5 barras de 16 mm en el nervio y se complementa para cubrir la armadura mínima en las alas con ϕ 16c/20 cm.

Resistencia aportada por el hormigón:

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 1/6 \cdot \sqrt{20} \cdot 0,30 \cdot 0,95 \cdot 1000 = 212,4 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 684 \text{ KN} - 212,4 \text{ KN} = 471,6 \text{ KN}$$

El CIRSOC 201/05 requiere:

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot \sqrt{20} \cdot 0,30 \cdot 0,95 \cdot 1000 = 850 \text{ KN (verifica)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{471,6 \text{ KN}}{0,95 \text{ m} \cdot 42 \text{ KN/cm}^2} = 11,82 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Estribado mínimo:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,30 \text{ m}}{420 \text{ Mpa}} \cdot 10000 = 2,36 \text{ cm}^2 / \text{m} < 11,82 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ (verifica)}$$

Se adopta tentativamente ϕ 10 c/10 cm. Por lo que entonces tenemos:

$$\frac{2,0,785 \text{ cm}^2}{0,10 \text{ m}} = 15,71 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ (verifica)}$$

Separación máxima:

$$s_{\text{máx}} = 0,24 \text{ m (verifica)}$$

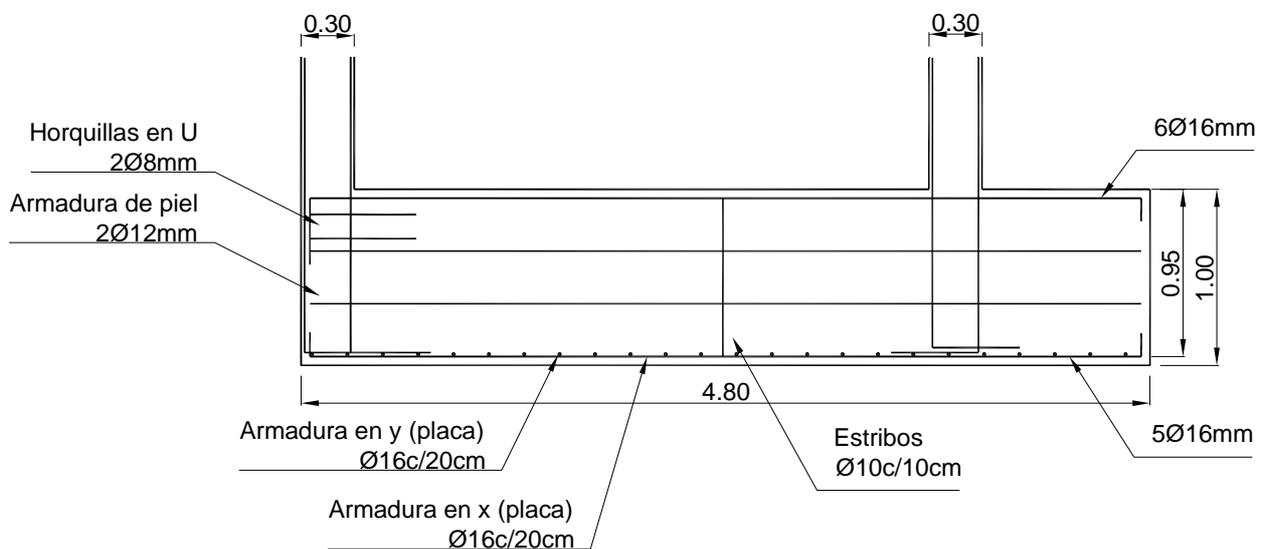


Figura 476: Armado de la viga de la base correspondiente al Ejemplo 88

Ejemplo 89) Diseño de una base combinada flexible

Diseñar una base combinada que vincula una columna sobre eje medianero con una columna aledaña.

Cargas columna exterior:

$$P_{D1} = 200 \text{ KN}$$

$$P_{L1} = 150 \text{ KN}$$

Cargas columna interior:

$$P_{D2} = 300 \text{ KN}$$

$$P_{L2} = 200 \text{ KN}$$

$$P_{u1} = 1,20 \cdot 20 \text{ tn} + 1,60 \cdot 15 \text{ tn} = 48 \text{ tn} = 480 \text{ KN}$$

$$P_{u2} = 1,20 \cdot 30 \text{ tn} + 1,60 \cdot 20 \text{ tn} = 68 \text{ tn} = 680 \text{ KN}$$

l (separación entre columnas) = 3,70 m

$c_1 = 30 \times 30$ cm

$c_2 = 30 \times 30$ cm

$b_1 = 35 \times 35$ cm

$b_2 = 35 \times 35$ cm

$\sigma_{tadm} = 1,20$ kg/cm²

$K_{0,3} = 19000$ KN/m³

Hormigón H-20

Acero ADN 420

La superficie total de la base debe ser:

$$P = P_{D1} + P_{L1} + P_{D2} + P_{L2} = 85000 \text{ kg}$$

$$A = 85000 \text{ kg} / 1,20 \text{ kg/cm}^2 = 70833 \text{ cm}^2$$

Se adopta una base con las dimensiones:

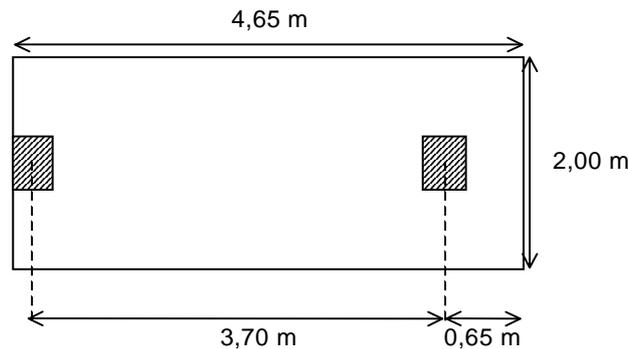
$l_y = 4,65$ m

$l_x = 2,00$ m

En principio definimos la altura de la base para que verifique la condición de rigidez según x, y luego deberá verificarse el punzonado, constatando la altura adoptada.

$$h \geq \frac{l_x - b}{4} = \frac{200\text{cm} - 35\text{cm}}{4} = 41,25\text{cm}$$

Se opta por una altura $h = 45$ cm.



Según el eje principal y, de no colocar un nervio rigidizador, la base se comportará como flexible, dada la relación de dimensiones. Por ello, a los efectos de su diseño, se modelará como una viga sobre fundación elástica. En primer lugar, se evaluará el valor de la constante del resorte a aplicar en el modelo.

El valor del coeficiente de balasto obtenido del ensayo de carga es:

$K_{0,3} = 19000$ KN/m³

$B = 2$ m

$L = 4,65$ m

Por lo tanto, se ajustará el valor a las dimensiones de la fundación:

$$K_{BxB} = K_{0,3} \cdot \left(\frac{B + 0,3}{2 \cdot B} \right)^2 = 6281 \text{ KN} / \text{m}^3 \text{ (para sección cuadrada)}$$

$$K = K_{BxB} \cdot \frac{\left(1 + 0,5 \cdot \frac{B}{L} \right)}{1,50} = 5088 \text{ KN} / \text{m}^3$$

Modelando la viga sobre apoyos elásticos, con una separación entre resortes $s_1 = 0,37$ m y $s_2 = 0,295$ m, se obtendrá un valor para la constante del resorte a ingresar como dato de:

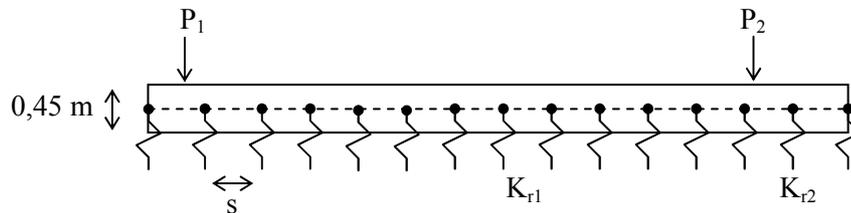
$$K_{r2} = s_1 \cdot B \cdot K = 0,37 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} \cdot 5088 \text{ KN/m}^3 = 3765 \text{ KN/m}$$

$$K_{r2} = s_2 \cdot B \cdot K = 0,295 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} \cdot 5088 \text{ KN/m}^3 = 3001,92 \text{ KN/m}$$

Parámetros de la sección (Estado I)

$$\text{Área} = 200 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm} = 9000 \text{ cm}^2$$

$$\text{Inercia} = 200 \text{ cm} \cdot (45\text{cm})^3 / 12 = 1518750 \text{ cm}^4$$



Se ejecuta el modelo con un software comercial, obteniendo los siguientes resultados:

Tensión máxima de contacto suelo – base⁷:

$$\sigma_{t\text{máx}} = \frac{5905\text{kg}}{29,5\text{cm} \cdot 200\text{cm}} = -1\text{kg/cm}^2$$

Verifica $\sigma_{t\text{adm}} = 1,2 \text{ kg/cm}^2$.

Momentos flectores de diseño totales sobre el ancho de 2 m:

Tramo $M_u = -327,86 \text{ KNm}$

Apoyo $M_u = 87,75 \text{ KNm}$

Valores del esfuerzo de corte:

Apoyo izquierdo $V_u = 340 \text{ KN}$

Apoyo derecho $V_u = 403,85 \text{ KN}$

Observación: en general, se proyecta a las bases combinadas con nervios rigidizadores, tal cual se desarrolló en el ejemplo anterior.

Diseño de la armadura longitudinal

De acuerdo a las solicitaciones obtenidas se puede desarrollar el diseño de la armadura longitudinal, considerando la siguiente distribución de armaduras:

Tramo $M_u = -327,86 \text{ KNm}$ (define la armadura superior)

Apoyo $M_u = 87,75 \text{ KNm}$ (define la armadura inferior)

La cuantía mínima de armadura es:

$$A_{s\text{min}} = 0,0018 \cdot b \cdot h = 8,10 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$b = 200 \text{ cm}$

$h = 45 \text{ cm}$

$d = 40 \text{ cm}$

Tramo:

$$M_n = M_u / 0,90 = 364,29 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 364,29 / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 2,0 \text{ m} \cdot (0,40\text{m})^2] = 0,06696$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,06941$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 0,06941 \cdot 40 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 11,237 \text{ cm}^2/\text{m} > A_{s\text{min}}$$

Se adopta como armadura superior $\phi 12\text{c}/10 \text{ cm}$ ($11,31 \text{ cm}^2/\text{m}$).

⁷ En función de las hipótesis planteadas respecto del coeficiente de balasto y a la sensibilidad del modelo frente a la distribución de los resortes ficticios, sólo se puede pretender obtener un valor aproximado de la presión de contacto.

Apoyo:

$$M_n = M_u / 0,90 = 97,50 \text{ KNm}$$

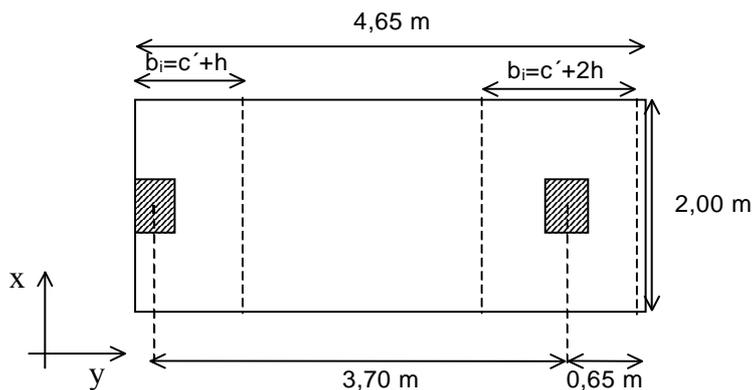
$$m_n = M_n / (f^*_c \cdot b_w \cdot d^2) = 97,50 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 2,0 \text{ m} \cdot (0,40\text{m})^2] = 0,0179228$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,00181$$

$$A_s = f^*_c \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 0,0181 \cdot 40 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 2,93 \text{ cm}^2/\text{m} < A_{s\text{min}}$$

Se adopta como armadura inferior la mínima de $\phi 12\text{c}/14 \text{ cm}$ ($8,10 \text{ cm}^2/\text{m}$).

Diseño de la armadura transversal (A_{sx})



Se calculará la armadura transversal de la placa inferior a partir del criterio de voladizos virtuales debajo de las columnas.

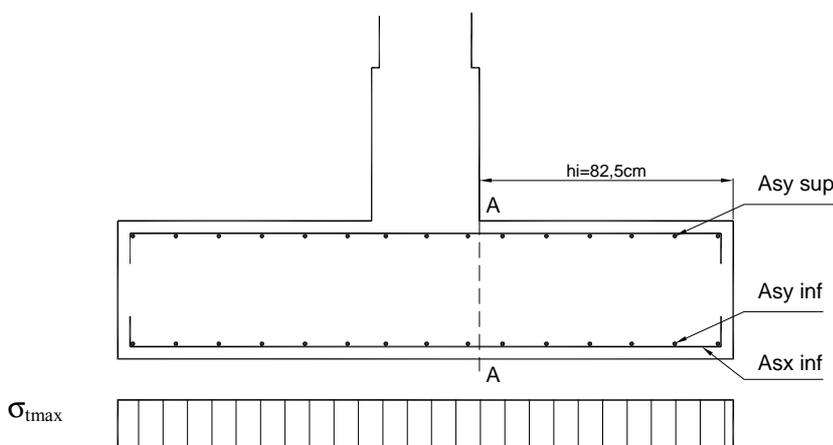
Columna 1

La máxima presión última vale:

$$b_i = c' + h = 35 \text{ cm} + 45 \text{ cm} = 80 \text{ cm}$$

$$P_{ul} = 480 \text{ KN}$$

$$\sigma_{tu \text{ máx}} = \frac{48000 \text{ kg}}{200 \text{ cm} \cdot 80 \text{ cm}} = 3 \text{ kg/cm}^2 = 300 \text{ KN/m}^2$$



$$M_{ux \text{ a-a}} = \sigma_{tu} \cdot l^2 / 2 = 300 \text{ KN/m}^2 \cdot (0,825 \text{ m})^2 / 2 = 102,1 \text{ KNm}$$

$$M_{nx \text{ a-a}} = M_{ux \text{ a-a}} / 0,90 = 113,44 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 113,44 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,8 \text{ m} \cdot (0,39\text{m})^2] = 0,0548$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,056$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 80 \text{ cm} \cdot 0,056 \cdot 39 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 7,07 \text{ cm}^2/\text{m} < A_{s\text{min}}$$

Columna 2

La máxima presión última vale:

$$b_i = c' + 2 \cdot h = 35 \text{ cm} + 2 \cdot 45 \text{ cm} = 125 \text{ cm}$$

$$P_{u2} = 680 \text{ KN}$$

$$\sigma_{tu\text{máx}} = \frac{680 \text{ KN}}{2,00 \text{ m} \cdot 1,25 \text{ m}} = 272 \text{ KN} / \text{m}^2 < 300 \text{ KN} / \text{m}^2$$

Esta presión resulta menor que la anterior, por lo que también lo será la armadura a colocar. Como la armadura calculada debajo de los voladizos virtuales es menor a la mínima, se dispone de una armadura de $\phi 12\text{c}/14 \text{ cm}$ constante en toda la longitud para cumplir el valor de $8,10 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Verificación a corte

Se procederá a verificar al corte a la fundación considerándola como viga ancha:

$$V_u = 403,85 \text{ KN}$$

$$V_n = V_u / \phi = 403,85 \text{ KN} / 0,75 = 538,46 \text{ KN}$$

Resistencia aportada por el hormigón:

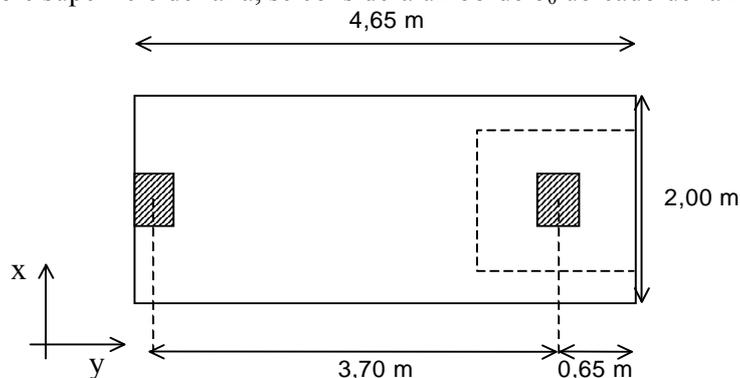
$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f_c^*} \cdot b_w \cdot d = 1/6 \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 2,0 \text{ m} \cdot 0,40 \text{ m} \cdot 1000 = 596,28 \text{ KN}$$

De tal forma de no colocar armaduras: $V_c > V_n = 596,28 \text{ KN} > 538,46 \text{ KN}$ (verifica)

Verificación a punzonado

a) Columna interior

A fin de evaluar la posible superficie de falla, se considera un borde b_0 ubicado de la forma:



$$b_0 = (c_x + d) + 2 \cdot (c_y + d) = 75 \text{ cm} + 2 \cdot 75 \text{ cm} = 225 \text{ cm} = 2250 \text{ mm}$$

$$d = 400 \text{ mm}$$

$$\beta_c = 35 \text{ cm} / 35 \text{ cm} = 1$$

$$\alpha_s = 30$$

$$P_{u2} = 680 \text{ KN}$$

$$V_c \leq \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \frac{\sqrt{f_c^* \text{ MPa}} \cdot b_0 \cdot d}{6} = 2012 \text{ KN} \\ \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \frac{\sqrt{f_c^* \text{ MPa}} \cdot b_0 \cdot d}{12} = 2460 \text{ KN} \\ \frac{\sqrt{f_c^* \text{ MPa}} \cdot b_0 \cdot d}{3} = 1342 \text{ KN} \end{cases}$$

$$V_u = 680 \text{ KN} \leq \phi \cdot V_c = 0,75 \cdot 1342 \text{ KN} = 1006,5 \text{ KN} \text{ (verifica)}$$

b) Columna de borde

El esfuerzo resistente a corte por punzonamiento para la columna de borde es:

$$b_0 = (c_x + d/2) + 2 \cdot (c_y + d) = 55 \text{ cm} + 2 \cdot 55 \text{ cm} = 165 \text{ cm} = 1650 \text{ mm}$$

$$d = 400 \text{ mm}$$

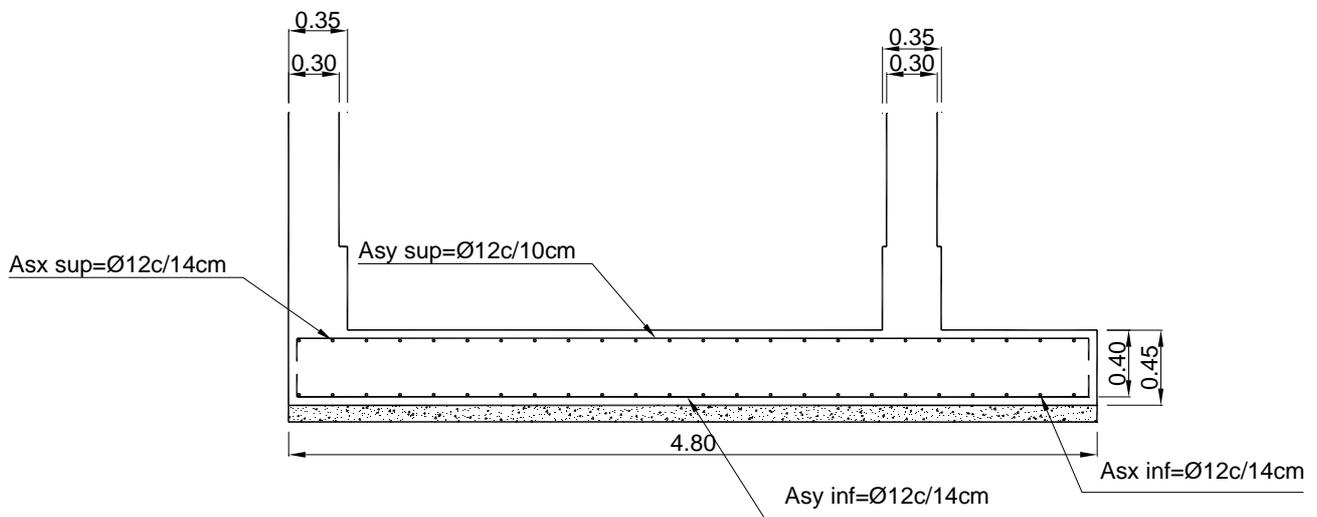
$$\beta_c = 35 \text{ cm} / 35 \text{ cm} = 1$$

$$\alpha_s = 30$$

$$P_{ul} = 480 \text{ KN}$$

$$V_c \leq \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c \text{ MPa}} \cdot b_0 \cdot d}{6} = 1475 \text{ KN} \\ \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c \text{ MPa}} \cdot b_0 \cdot d}{12} = 2281 \text{ KN} \\ \frac{\sqrt{f'_c \text{ MPa}} \cdot b_0 \cdot d}{3} = 984 \text{ KN} \end{cases}$$

$$V_u = 480 \text{ KN} \leq \phi \cdot V_c = 0,75 \cdot 984 \text{ KN} = 738 \text{ KN} \text{ (verifica)}$$

**Ejemplo 90) Diseño de una fundación continua**

Diseñar una fundación continua de hormigón armado para un muro de mampostería de 30 cm de espesor, con las siguientes cargas de servicio:

$$D = 6 \text{ tn/m} = 60 \text{ KN/m}$$

$$L = 4,4 \text{ tn/m} = 44 \text{ KN/m}$$

El suelo es una arcilla firme con una capacidad portante de 1 kg/cm^2 a una profundidad de 0,75 m.

Materiales:

Hormigón H-20

Acero ADN 420

$$q = D + L = 104 \text{ kg/cm} = 104 \text{ KN/m}$$

La base tendrá un ancho (por metro de longitud) de:

$$B = 1,15 \cdot 104 \text{ kg/cm} / 1 \text{ kg/cm}^2 = 120 \text{ cm}$$

$$U = 1,2 D + 1,6 L = 14,24 \text{ tn/m} = 142,4 \text{ KN/m}$$

$$q_u = U / B = 14,24 \text{ tn/m} / 1,20 \text{ m} = 11,87 \text{ tn/m}^2 = 118,7 \text{ KN/m}^2$$

Como recomendación, se estima para este tipo de fundaciones, que la altura útil deber ser mayor que:

$$d \geq \begin{cases} 15 \text{ cm} \\ \frac{B - b}{4} = \frac{120 \text{ cm} - 30 \text{ cm}}{4} = 22,5 \text{ cm} \end{cases}$$

Adoptamos un altura útil $d = 35 \text{ cm}$, y una altura total de $h = 40 \text{ cm}$.

Verificación a corte

La verificación a corte se desarrolla a una distancia d del plano crítico a momento, que en el caso de las fundaciones corridas para muros es de $b/4$, como indica la Figura 477.

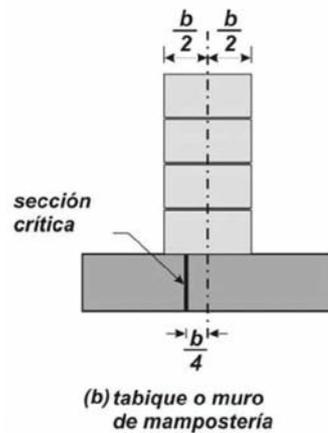


Figura 477: Sección crítica de una fundación continua (referencia 109)

$$c = 120 \text{ cm} / 2 - 30 \text{ cm} / 4 - 35 \text{ cm} = 17,5 \text{ cm}$$

$$\tau_u = q_u \cdot c/d = 1,187 \text{ kg/cm}^2 \cdot 17,5 \text{ cm} / 35 \text{ cm} = 0,6 \text{ kg/cm}^2 = 60 \text{ KN/m}^2$$

$$\phi v_c = 0,75 \cdot 1 / 6 \cdot \sqrt{f'_c} = 0,75 \cdot 1 / 6 \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} = 5,6 \text{ kg/cm}^2 = 560 \text{ KN/m}^2 \text{ (verifica)}$$

Cálculo a flexión

$$M_u = q_u \cdot (120 \text{ cm} / 2 - 30 \text{ cm} / 4)^2 / 2 = 0,1635 \text{ MNm}$$

$$M_n = M_u / \phi = 0,182 \text{ MNm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(\text{MNm})}{b(m)}}} = \frac{0,35 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,182 \text{ MNm}}{1 \text{ m}}}} = 0,82 \text{ m} / \sqrt{\text{MN}}$$

$$K_e = 24,945 \text{ cm}^2/\text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 24,945 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,182 \text{ MNm} / 0,35 \text{ m} = 13,35 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se adoptan $\phi 12 \text{ c}/8 \text{ cm}$ ($14,14 \text{ cm}^2/\text{m}$)

En la dirección perpendicular, se deberá adoptar armadura mínima, por efectos de contracción y temperatura.

Las restantes verificaciones, se realizan de igual manera que en los ejemplos anteriores.

Ejemplo 91) Resolución de una platea rígida

Se tiene como fundación un suelo arenoso de mediana densidad, con una tensión admisible $\sigma_{\text{ladm}} = 1,20 \text{ kg/cm}^2$ y un coeficiente de balasto medido en placas cuadradas de $0,30 \text{ m}$ de $K_{0,3} = 25000 \text{ KN/m}^3$. La cota de fundación será de $-1,50 \text{ m}$ respecto del nivel del terreno natural, determinándose que los estratos inferiores hasta una profundidad del orden de 2 veces el largo de la platea son uniformes. Las dimensiones de la misma son:

$$L = 11 \text{ m}$$

$$B = 9,4 \text{ m}$$

Las columnas se encuentran alineadas según ambos ejes y se verifica que las cargas entre columnas adyacentes no difieren en más del 20%. Se verifica asimismo, que el espaciamiento entre columnas

adyacentes no varía en más de un 20%. La sección de todas las columnas es de 40 cm por 40 cm. Las cargas aplicadas se dan en la Tabla 75.

Carga columna N°	P_D (KN)	P_L (KN)	$P_s = P_D + P_L$ (KN)	$P_u = 1,2 \cdot P_D + 1,6 P_L$ (KN) ^(*)
P ₁	330	230	560	764
P ₂	370	260	630	860
P ₃	330	230	560	764
P ₄	380	275	655	896
P ₅	410	290	700	956
P ₆	380	275	655	896
P ₇	310	225	535	732
P ₈	332	240	572	782,4
P ₉	310	225	535	732
Total			5402	7382,4

Tabla 75: Cargas aplicadas sobre las columnas del Ejemplo 91

(*) Se considera esta combinación de estados de carga pues es la más desfavorable entre:

$$P_{u1} = 1,4 \cdot P_D$$

$$P_{u2} = 1,2 \cdot P_D + 1,6 P_L$$

Los materiales utilizados son:

Hormigón H-20 $f'_c = 20$ MPa

Acero ADN 42/50 $f_y = 420$ MPa

La ubicación en planta de las columnas surge de la Figura 478.

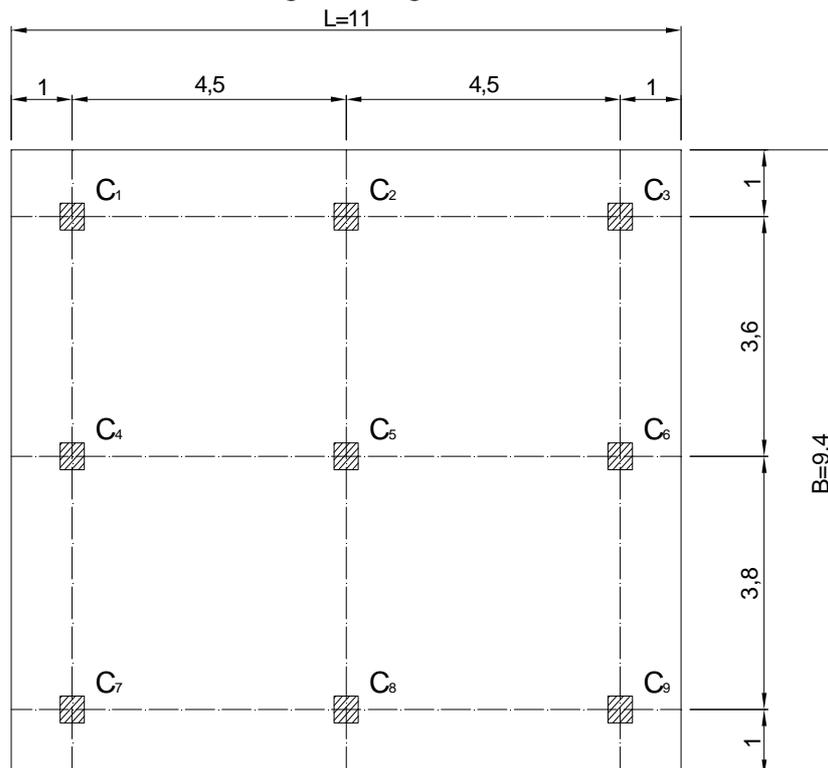


Figura 478: Representación en planta de las columnas de la platea

Determinación del espesor de la platea

Estimaremos el espesor de la platea para no requerir armadura de punzonado, es decir, lograr que $V_s=0$. Se considera a tal efecto el mayor valor de $P_u = 956$ KN. Debe cumplirse:

$$\phi \cdot V_c \geq V_u$$

$$b_0 = 4 \cdot b_x + 4 \cdot d$$

con:

b_x = lado de la columna.

La fuerza cortante que actúa sobre la sección crítica es:

$$V_u = 956 \text{ KN}^8$$

Se estima a priori un valor de $h = 60 \text{ cm}$ y una altura útil promedio $d = 53 \text{ cm}$. El esfuerzo resistente a corte por punzonamiento es:

$$b_0 = 4 \cdot (400 \text{ mm} + 530 \text{ mm}) = 3720 \text{ mm}$$

$$d = 530 \text{ mm}$$

$$\beta_c = 40 \text{ cm} / 40 \text{ cm} = 1$$

$$\alpha_s = 40$$

$$V_c \leq \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{6} = 4409 \text{ KN} \\ \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{12} = 5657 \text{ KN} \\ \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{3} = 2939 \text{ KN} \end{cases}$$

$$V_u = 956 \text{ KN} \leq \phi \cdot V_c = 0,75 \cdot 2939 \text{ KN} = 2204,25 \text{ KN}$$

El esfuerzo de corte por punzonamiento solicitante es inferior a la capacidad resistente del hormigón, por lo que verifica.

Condición de rigidez de la platea

Con el objeto de determinar la condición de rigidez de la platea, se dividirá a la misma en fajas según las recomendaciones vistas.

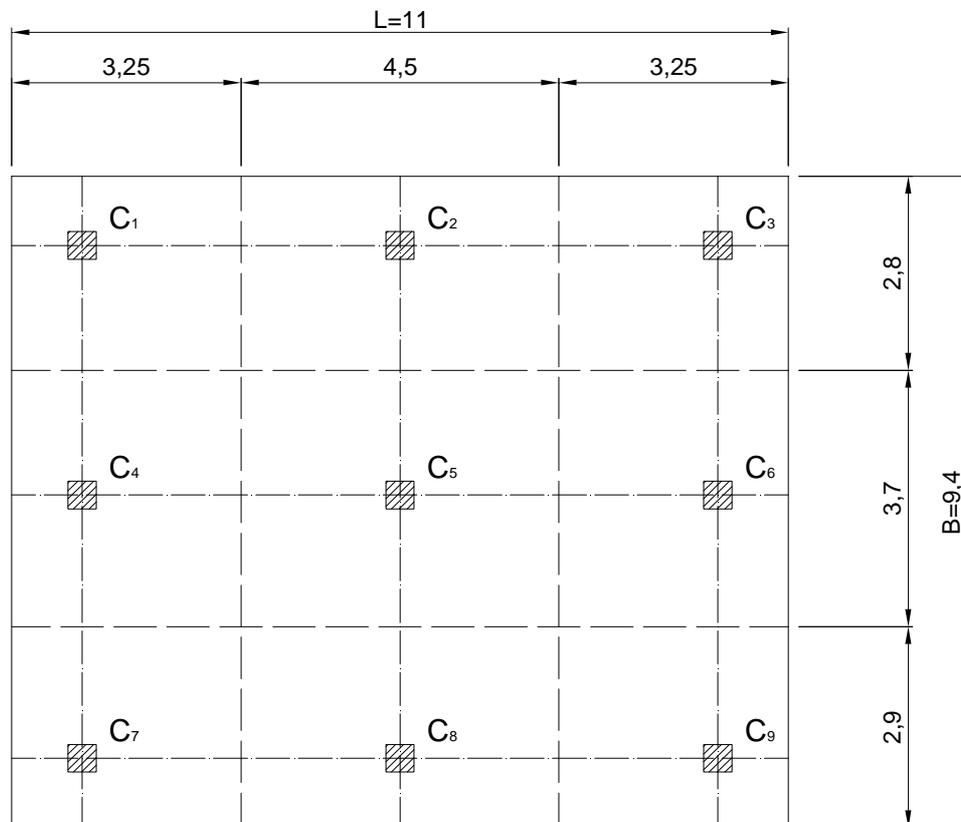


Figura 479: División de la platea del ejemplo en fajas

⁸ Se ignora de manera conservadora la reacción ubicada dentro de la zona del cono de punzonado.

Tomando para el análisis a la faja más desfavorable, es decir, la extrema superior:

Ancho de faja $B_i = 2,8$ m

Largo de faja $L_i = 11$ m

$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} = 21019$ MPa

$h = 60$ cm

$I_g = B_i \cdot h^3 / 12 = 5040000$ cm⁴

$$K_{BxB} = K_{0,3} \left(\frac{B+0,3}{2 \cdot B} \right)^2 = 25000 \text{KN/m}^3 \cdot \left(\frac{2,8\text{m}+0,3}{2 \cdot 2,8\text{m}} \right)^2 = 7661 \text{KN/m}^3$$

$$K_r = K_{BxB} \cdot \frac{\left(1 + 0,5 \cdot \frac{B}{L}\right)}{1,50} = 7661 \text{KN/m}^3 \cdot \frac{\left(1 + 0,5 \cdot \frac{2,8\text{m}}{11\text{m}}\right)}{1,50} = 5757,4 \text{KN/m}^3 = 0,5757 \text{kg/cm}^3$$

A su vez:

$l_c = 4,50$ m

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{B \cdot K_r}{4 \cdot E_c \cdot I}} = \sqrt[4]{\frac{280\text{cm} \cdot 0,5757 \text{kg/cm}^3}{4 \cdot 210190 \text{kg/cm}^2 \cdot 5040000 \text{cm}^4}} = 0,00248 \text{cm}^{-1}$$

$$l_c = 450 \text{ cm} < 1,75/\beta = 705 \text{ cm}$$

por lo que puede considerarse como platea rígida.

Verificación de las tensiones en el suelo de fundación

Al asumirse a la platea como rígida, los diagramas de tensiones en el suelo tendrán una variación lineal. Para controlar que las tensiones no superen las admisibles, se trabajará con las cargas de servicio. Para ello, primeramente obtendremos la resultante de cargas y su punto de aplicación.

$$P_T = \sum P_{i(D+L)}$$

$$P_T = 5402 \text{ KN}$$

La tensión sobre un punto genérico de coordenadas (x, y) bajo la platea, se obtendrá con la ecuación:

$$\sigma_i = \frac{P_T}{A} \pm \frac{M_x \cdot y}{I_x} \pm \frac{M_y \cdot x}{I_y} \leq 1,20 \text{ kg/cm}^2$$

con:

$$A = B \cdot L = 11 \text{ m} \cdot 9,40 \text{ m} = 103,4 \text{ m}^2$$

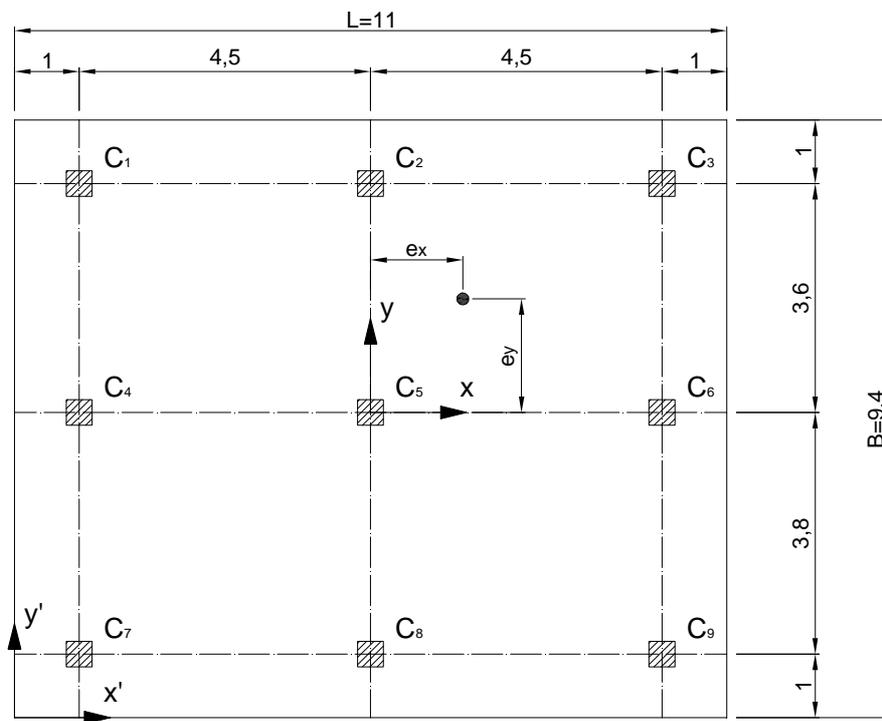
$$I_x = \frac{B^3 \cdot L}{12} = 761,37 \text{ m}^4$$

$$I_y = \frac{B \cdot L^3}{12} = 1042,62 \text{ m}^4$$

$$M_x = P_T \cdot e_y$$

$$M_y = P_T \cdot e_x$$

El punto de aplicación de la resultante se determinará definiendo las excentricidades e_x y e_y . Se definirán dos ejes auxiliares (x' e y'), por lo que:



$$x' = \frac{P_1 \cdot x'_1 + P_2 \cdot x'_2 + \dots + P_i \cdot x'_i}{P_T} = 5,38\text{m}$$

$$e_x = x' - \frac{L}{2} = -0,12\text{m}$$

$$y' = \frac{P_1 \cdot y'_1 + P_2 \cdot y'_2 + \dots + P_i \cdot y'_i}{P_T} = 4,81\text{m}$$

$$e_y = y' - \frac{B}{2} = 0,11\text{m}$$

Con los valores correspondientes a las excentricidades, los momentos de cálculo resultan:

$$M_x = 594,22 \text{ KNm}$$

$$M_y = 648,24 \text{ KNm}$$

En tal caso, la tensión máxima registrada en la losa será:

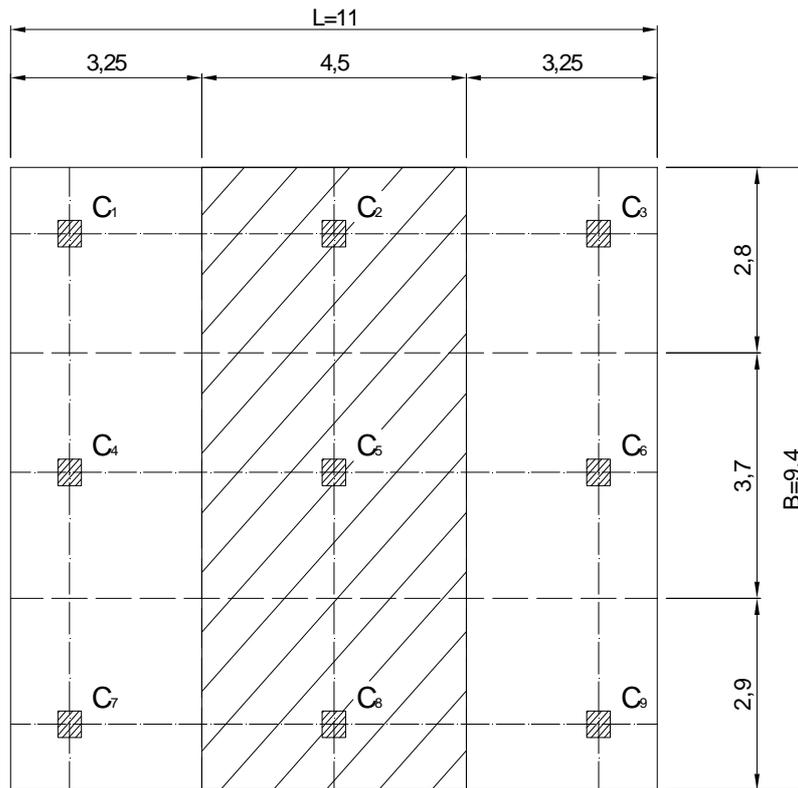
$$\sigma_i = \frac{P_T}{A} \pm \frac{M_x \cdot y}{I_x} \pm \frac{M_y \cdot x}{I_y} = \frac{5402\text{KN}}{103,4\text{m}^2} + \frac{594,22\text{KNm} \cdot 4,60\text{m}}{761,37\text{m}^4} + \frac{648,24\text{KNm} \cdot 5,5\text{m}}{1042,62\text{m}^4} = 59,25\text{KN/m}^2 = 0,59 \text{ kg/cm}^2 \leq 1,20 \text{ kg/cm}^2$$

Dimensionado de la losa

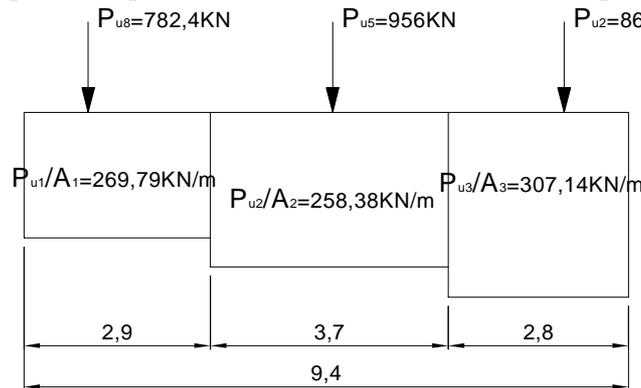
A fin de obtener las sollicitaciones de dimensionado sobre la losa, se trabajará con cargas últimas.

a) Método simplificado de las fajas

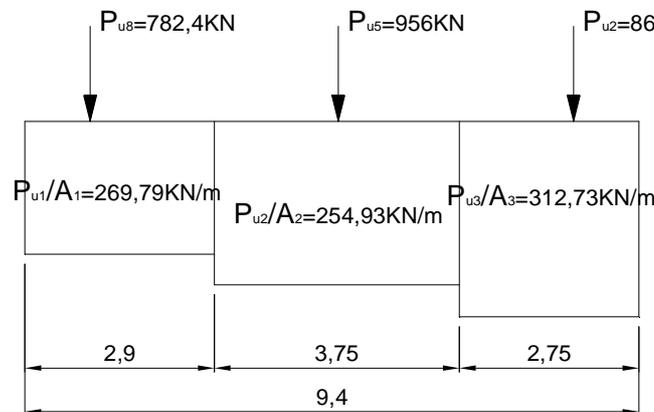
Se aplicará este método para la faja central de la losa de \$4,50\text{m}\$ de ancho, con las cargas de las columnas \$C_8, C_5\$ y \$C_2\$.



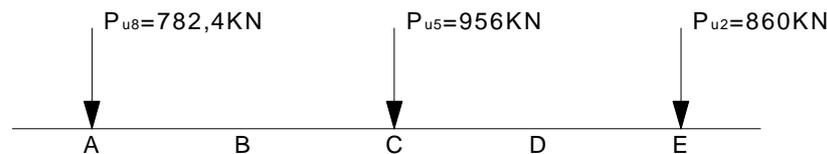
El esquema de cargas y de presiones para el área tributaria de cada columna queda inicialmente de la forma:



Las cargas se han llevado a unidades de fuerza por unidad de longitud con el objeto de calcular los valores de los momentos flectores. Se observa, en un primer cálculo, que existe un equilibrio de fuerzas, pero no de momentos, por lo que se procede a redefinir el ancho de las fajas en la dirección perpendicular de manera iterativa hasta equilibrar el sistema. La nueva configuración queda de la forma:



Para el sistema indicado y utilizando cálculos de estática, los valores de momentos flectores resultantes para los puntos indicados son:



Punto	M_u (KNm)
A	134,9
B	-352,1
C	114,0
D	-322,5
E	156,4

Tabla 76: Valores de momentos flectores para la faja central modelada por el método de las fajas

De la misma forma, es posible determinar que el máximo valor de corte resulta en el punto E con 547,3 KN.

b) Viga sobre fundación elástica (con aplicación de software)

Sólo a modo de comparación, se ha modelado la faja como una viga de $h = 60$ cm sobre resortes con un coeficiente de balasto ajustado según las dimensiones de la faja:

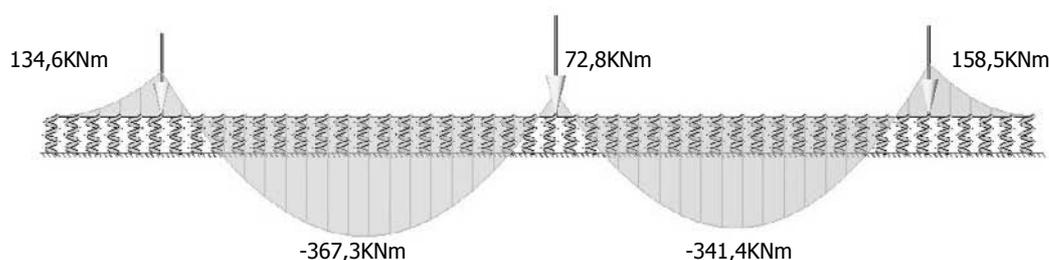
$$B_i = 4,5 \text{ m}$$

$$L_i = 9,4 \text{ m}$$

$$K_{BxB} = K_{0,3} \left(\frac{B + 0,3}{2 \cdot B} \right)^2 = 25000 \text{ KN/m}^3 \cdot \left(\frac{4,5 \text{ m} + 0,3}{2 \cdot 4,5 \text{ m}} \right)^2 = 7111,11 \text{ KN/m}^3$$

$$K_r = K_{BxB} \cdot \frac{\left(1 + 0,5 \cdot \frac{B}{L} \right)}{1,50} = 7111,11 \text{ KN/m}^3 \cdot \frac{\left(1 + 0,5 \cdot \frac{4,5 \text{ m}}{9,4 \text{ m}} \right)}{1,50} = 5875,5 \text{ KN/m}^3 = 0,5876 \text{ kg/cm}^3$$

Para ello, se ubicaron resortes distanciados a 20 cm, lo que afectado al ancho de la faja, resultó en un valor de $k = 5288$ KN/m y de 2644 KN/m para los extremos. El resultado del diagrama de momentos se adjunta a continuación, manifestando la similitud de los resultados de la faja, por tratarse de un sistema rígido.



Punto	M_v (KNm)
A	134,6
B	-367,3
C	72,8
D	-341,4
E	158,5

Tabla 77: Valores de momentos flectores para la faja central modelada con resortes

A continuación, aplicaremos los restantes métodos a los efectos de generar una conclusión acerca de su aplicabilidad y de los resultados logrados.

c) Método simplificado de la viga sobre lecho elástico

Se utilizó el coeficiente de balasto modificado para las dimensiones de la faja, a la cual asimilaremos a una viga sobre lecho elástico, utilizando para su solución, las tablas de la referencia 18).

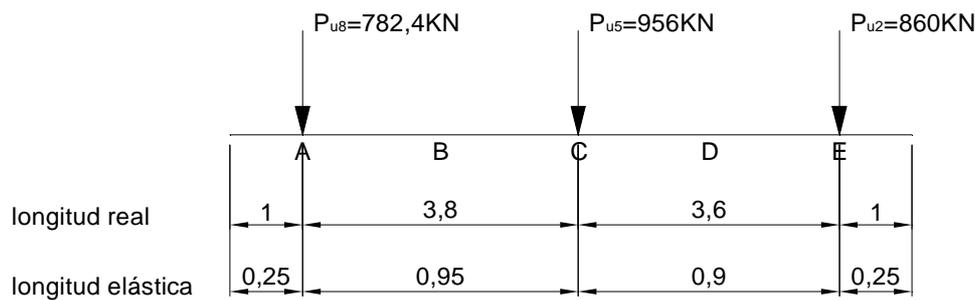
$K_r = 0,59 \text{ kg/cm}^3$

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot E_c \cdot I}{B \cdot K_r}} \cong 400 \text{ cm} = 4 \text{ m}$$

La longitud elástica de la viga es en tal caso:

$$\lambda = \frac{l}{\alpha} = \frac{9,4 \text{ m}}{4 \text{ m}} = 2,35$$

Las dimensiones de la viga quedan convertidas a valores elásticos de la forma:



En la Tabla 78 se adjuntan los valores a los que se arribó y las tablas consultadas para la interpolación de los coeficientes que requiere el método. El valor total del momento flector para cada punto se obtiene a partir de la ecuación:

$$M_i = \Sigma P \cdot \alpha \cdot \eta_M = 4 \text{ m} \cdot (78,24 \text{ tn} \cdot \eta_{M1} + 95,6 \text{ tn} \cdot \eta_{M2} + 86 \text{ tn} \cdot \eta_{M3})$$

Representación de la longitud elástica	Punto analizado	A	B	C	D	E
 0,25 2,1 GT-14 y GT-19	Distancia elástica del punto de aplicación de la carga al punto analizado	$\lambda = 0$	$\lambda = 0,48$	$\lambda = 0,95$	$\lambda = 1,4$	$\lambda = 1,85$
	Coefficiente η_{M1}	0,075	-0,14	-0,09	-0,03	0
 1,2 1,15 GT-16 y GT-17	Distancia elástica del punto de aplicación de la carga al punto analizado	$\lambda = 0,95$	$\lambda = 0,4$	$\lambda = 0$	$\lambda = 0,45$	$\lambda = 0,9$
	Coefficiente η_{M2}	0	0,08	0,21	0,07	0,01
 2,1 0,25 GT-14 y GT-19	Distancia elástica del punto de aplicación de la carga al punto analizado	$\lambda = 1,85$	$\lambda = 1,38$	$\lambda = 0,9$	$\lambda = 0,45$	$\lambda = 0$
	Coefficiente η_{M3}	0	-0,03	-0,09	-0,12	0,075
M_i (tnm)		23,47	-23,54	21,18	-23,90	29,62
M_i (KNm)		234,7	-235,4	211,8	-239	296,2

Tabla 78: Coeficientes y momentos obtenidos por el método de la viga sobre lecho elástico

d) Método simplificado para diseño de plateas sobre lechos elásticos

Desarrollaremos a continuación el método recomendado por el ACI 336.2R-66, el cual difiere de los anteriores en que se practica sobre la totalidad de la placa y no por fajas. Para ello, calcularemos la rigidez flexional de la placa, de la forma:

$$E_c = 210190 \text{ kg/cm}^2$$

$$h = 60 \text{ cm}$$

$$\mu = 0,15$$

$$D = \frac{E_c \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} = \frac{210190 \text{ kg/cm}^2 \cdot (60 \text{ cm})^3}{12 \cdot (1 - 0,15^2)} = 38705 \text{ tnm} = 387050 \text{ KNm}$$

De acuerdo a las dimensiones totales de la placa, se corrigió el coeficiente de balasto:

$$K_{BxB} = K_{0,3} \cdot \left(\frac{B + 0,3}{2 \cdot B} \right)^2 = 25000 \text{ KN/m}^3 \cdot \left(\frac{9,4 \text{ m} + 0,3}{2 \cdot 9,4 \text{ m}} \right)^2 = 6655,30 \text{ KN/m}^3$$

$$K_r = K_{BxB} \cdot \frac{\left(1 + 0,5 \cdot \frac{B}{L} \right)}{1,50} = 6655,30 \text{ KN/m}^3 \cdot \frac{\left(1 + 0,5 \cdot \frac{9,4 \text{ m}}{11 \text{ m}} \right)}{1,50} = 6332,6 \text{ KN/m}^3$$

El radio elástico vale:

$$L = \sqrt[4]{\frac{D}{K_r}} = \sqrt[4]{\frac{387050 \text{ KNm}}{6332,6 \text{ KN/m}^3}} = 2,74 \text{ m}$$

El radio de influencia vale:

$$4 \cdot L \cong 11 \text{ m}$$

A continuación se anexa la Tabla 79 con una serie de valores auxiliares necesarios para hallar los momentos flectores según x e y para el punto ubicado sobre la columna C5. Como se puede observar, la principal desventaja del método es lo laborioso del cálculo. Para cada punto se calculó el radio r como la distancia entre C5 y la columna analizada, y el ángulo ϕ formado por este vector con la horizontal. Como el radio elástico es de aproximadamente 11 metros, la totalidad de las cargas influyen en C5 y no deberían ser despreciadas. Los coeficientes C_1 y C_2 se obtuvieron de la Figura 474.

Punto según radio de influencia	P (KN)	r (m)	r/L	C_1	C_2	ϕ	M_r (KNm)	M_t (KNm)	M_{xu} (KNm)	M_{yu} (KNm)
C6	896	4,50	1,64	-0,02	0,02	0	-17,92	17,92	-17,92	17,92
C3	764	5,76	2,1	-0,02	0,01	38,6°	-15,88	7,94	-6,61	-1,33
C2	860	3,6	1,31	-0,01	0,03	90°	-8,6	25,8	25,8	-8,6
C1	764	5,76	2,1	-0,02	0,01	128,6°	-15,88	7,94	-1,33	-6,61
C4	896	4,50	1,64	-0,02	0,02	180°	-17,92	17,92	17,92	-17,92
C7	732	5,89	2,15	-0,02	0,01	220,2°	-14,64	7,32	-5,50	-1,82
C8	782,4	3,8	1,4	-0,01	0,03	270°	-7,82	23,5	23,5	-7,82
C9	732	5,89	2,15	-0,02	0,01	310,2°	-14,64	7,32	-1,83	-5,49
C5	764	0,20	0,07	0,25	0,30	0°-90°	191	229,2	229,2	229,2
Total									263,23	197,53

Tabla 79: Valores de M_{xu} y M_{yu} para el centro de la placa (C5) según el Método simplificado de plateas sobre lechos elásticos

e) Método del entramado de vigas

Se procedió a subdividir a la platea en vigas elementales de sección 0,20 m de ancho por 0,60 m de alto sobre resortes con un coeficiente de balasto para la fundación de $K_r = 6332,6 \text{ KN/m}^3$, pero afectado a las separaciones a las que se encuentra cada uno para un entramado de 0,20 m por 0,20 m para el centro de la platea ($K_r = 253,3 \text{ KN/m}$), 0,20 m por 0,10 m para los laterales y 0,10 por 0,10 para las esquinas. De la modelación, se extrajeron los valores de los momentos flectores M_u para la faja central, adjuntos en la Tabla 80.

Punto	M_u viga entramado (KNm)	$M_{um\acute{a}x}$ (KNm/m)
A	43,2	216
B	-24	-120
C	49,7	248,5
D	-23,2	-116
E	48	240

Tabla 80: Valores de M_u para la zona central de la platea según el método del entramado de vigas

f) Método de elementos finitos

Se modeló la platea mediante un software de EF con una malla de 0,20 m por 0,20 m, de tal forma de generar la suficiente precisión acorde a las dimensiones de la fundación y de manera de subdividirla en unidades de área equivalentes a la superficie de las columnas (de 40 x 40 cm). Las alternativas planteadas fueron:

- 1) MEF 1: modelación de la platea mediante placas sobre resortes con $K_r = 253,3 \text{ KN/m}$ para nudos centrales, $K_r = 126,7 \text{ KN/m}$ para nudos laterales y $K_r = 63,3 \text{ KN/m}$ para nudos en esquina, con cargas concentradas en coincidencia con el centro de las columnas. (ver Figura 480)
- 2) MEF 2: modelación de la platea mediante placas con resortes de idénticas características, pero con cargas distribuidas en la superficie de las columnas (0,4 m por 0,4 m). (ver Figura 481). Esta recomendación puede observarse en el capítulo de placas sobre fundación elástica de la referencia 127).

Adicionalmente, se procedió a realizar las mismas modelaciones con un software alternativo de elementos finitos (MEF' 1 y MEF' 2), cuyos resultados se adjuntan en la Figura 482 y Figura 483.

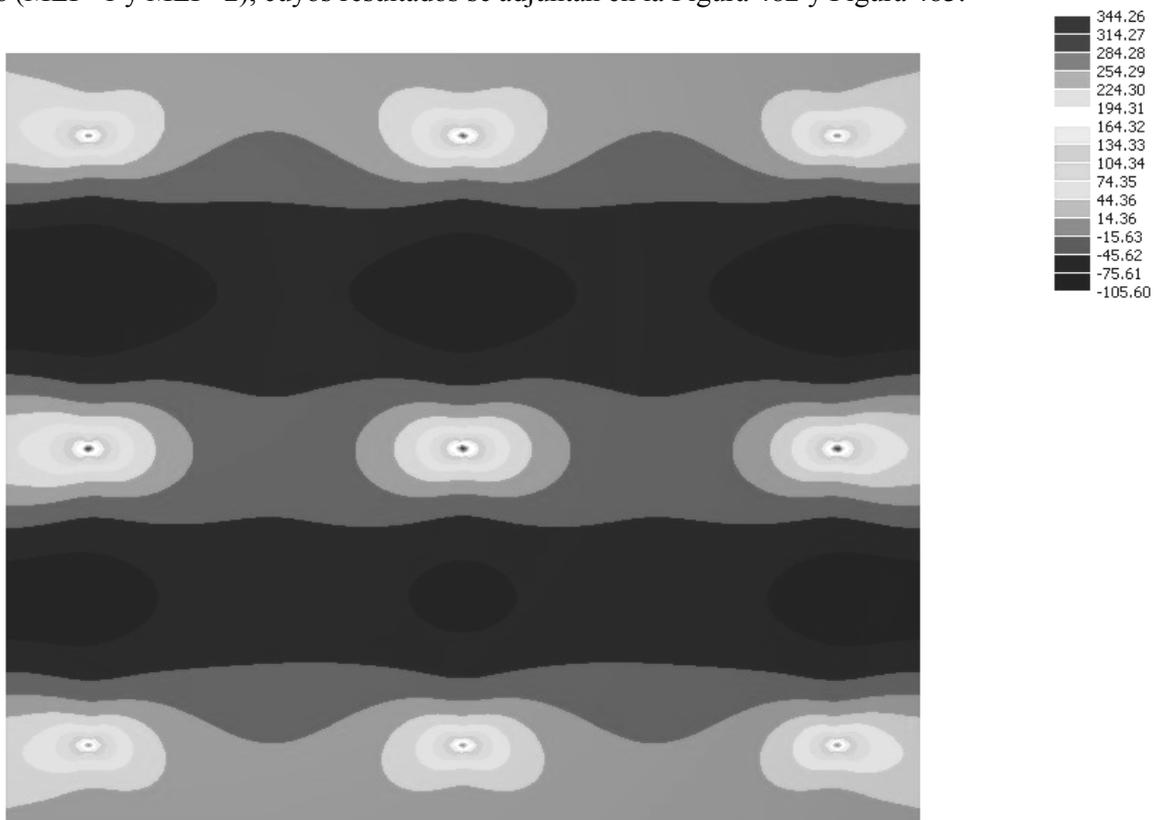


Figura 480: Modelación con un software comercial del MEF 1

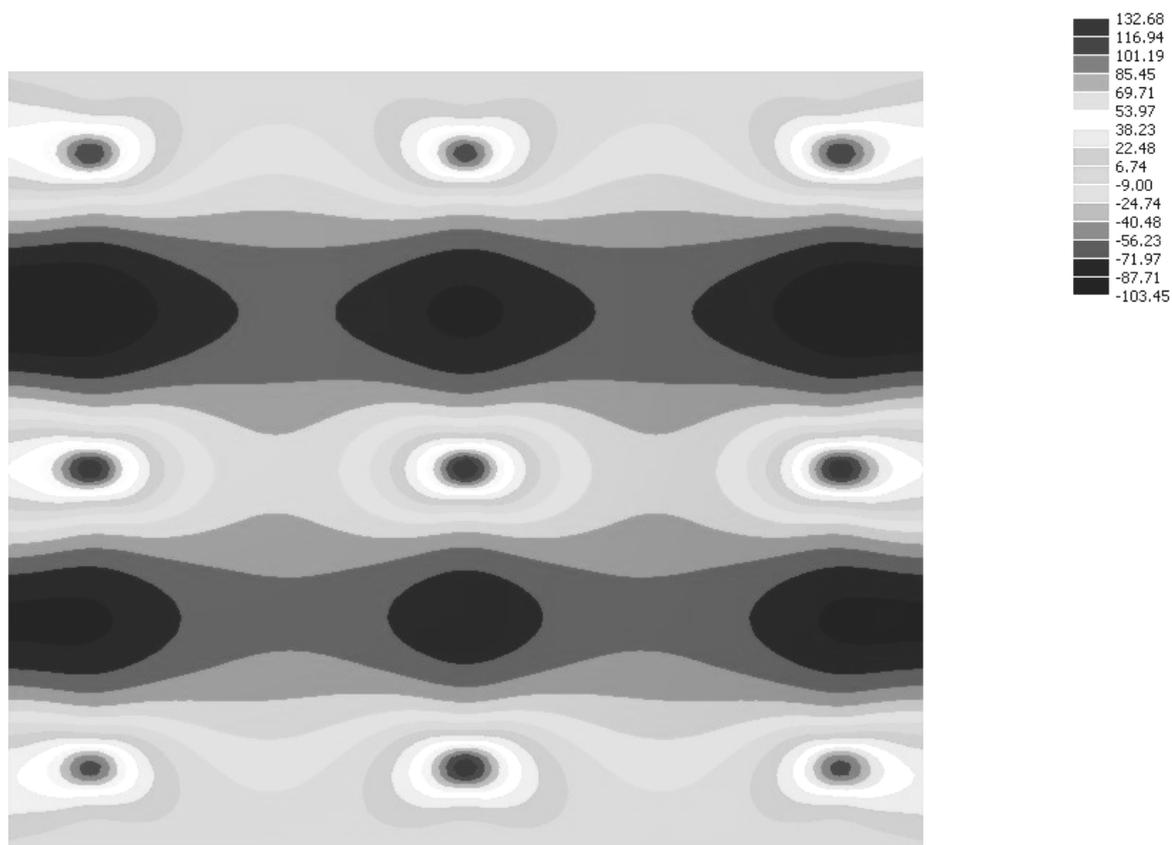


Figura 481: Modelación con un software comercial del MEF 2

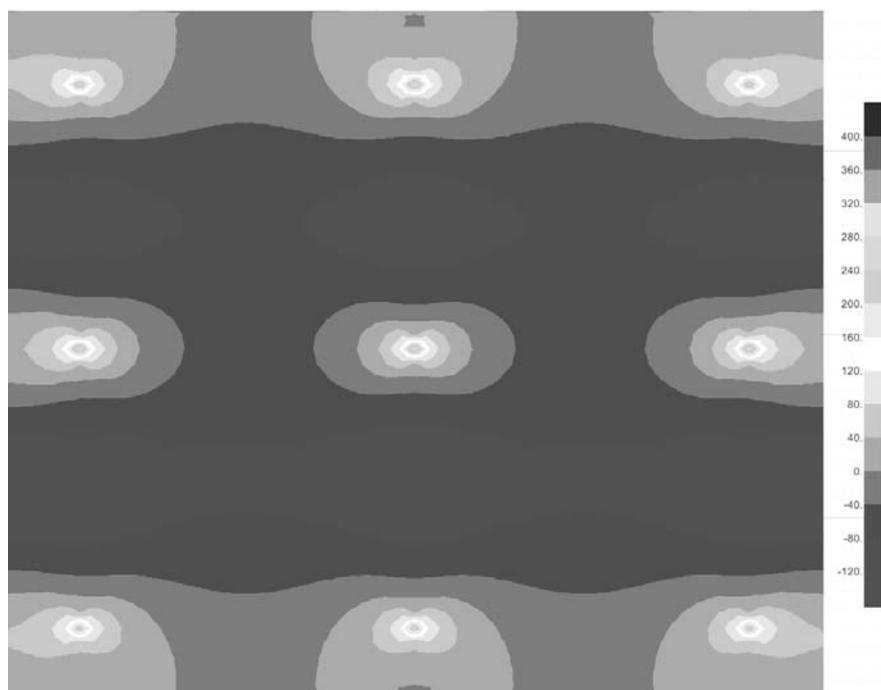


Figura 482: Modelación con un software alternativo del MEF 1

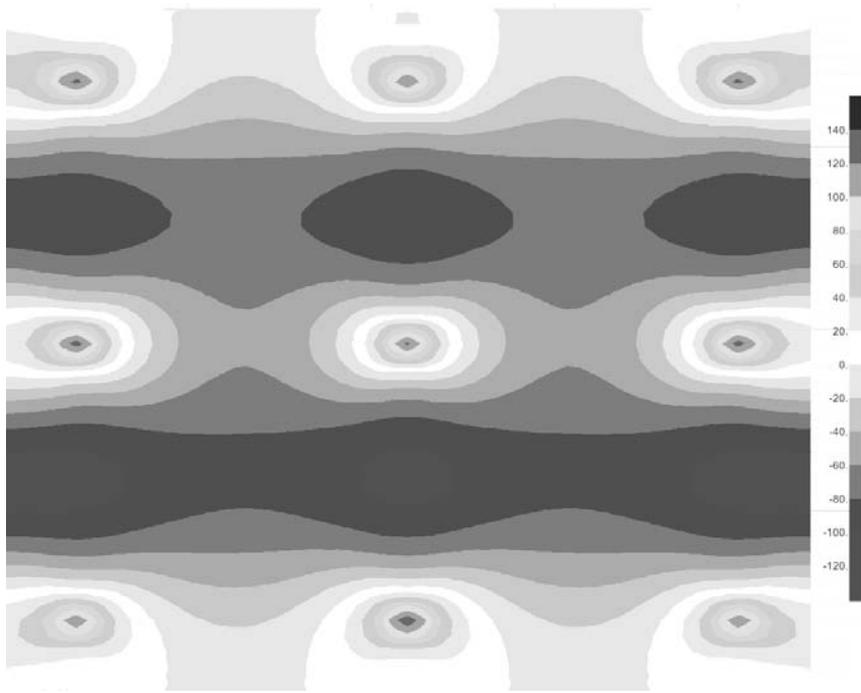


Figura 483: Modelación con un software alternativo del MEF' 2

Punto	$M_{umáxEF1}$ (KNm/m)	$M_{umáxEF'1}$ (KNm/m)	$M_{umáxEF2}$ (KNm/m)	$M_{umáxEF'2}$ (KNm/m)
A	288,10	252,86	112,4	119,3
B	-82,37	-104,4	-90,8	-96,6
C	344,26	290,9	132,7	124,9
D	-93,53	-98,7	-83,9	-105,5
E	317,9	283,2	129,6	136

Tabla 81: Resultados obtenidos de M_u máximos a partir de dos softwares de EF para las dos modelaciones

Se evidencia en la Tabla 81 la marcada diferencia de los resultados de los momentos flectores máximos M_u , debido a la singularidad generada en la modelación 1) con picos elevados en el punto de carga. Se demuestra que el tamaño de la superficie de carga tiene una importante influencia en el cálculo de las solicitaciones, hecho que se aprecia en la Figura 484, la cual grafica ambas situaciones de carga (puntual y distribuida en la superficie de la columna).

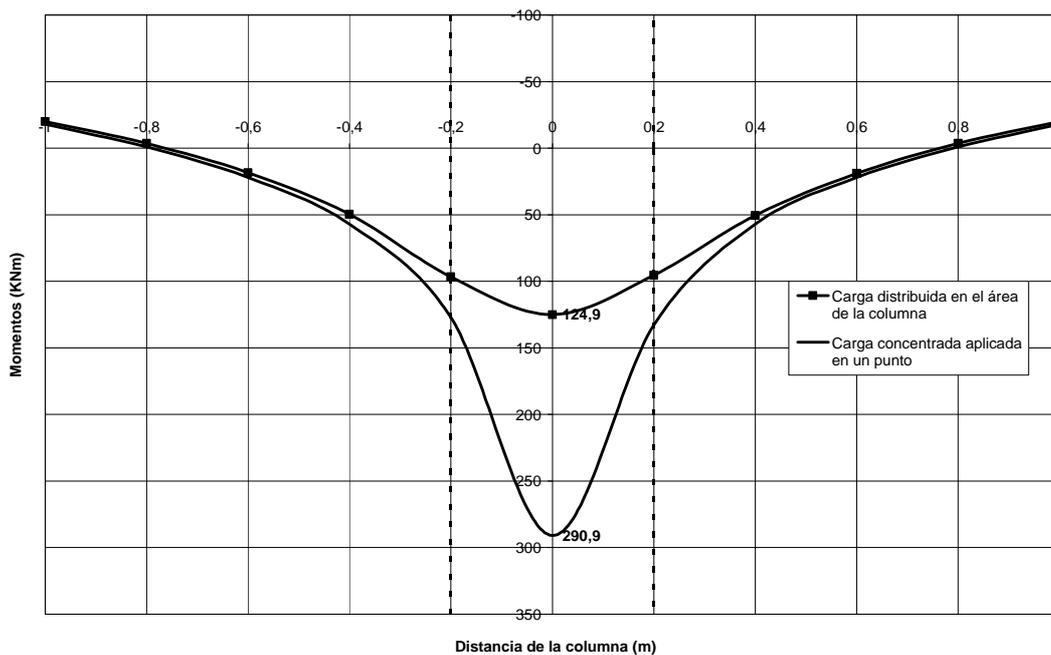


Figura 484: Variación de M para el entorno del punto C para el método de EF'1 y EF'2

Para obtener el resultado “correcto”, sería necesario contrastar los modelos con resultados experimentales o bien mediante la modelación con EF tridimensionales, lo que requiere de mayores precisiones acerca de las características del suelo.

Es necesario aclarar que estos resultados son máximos, es decir, que son independientes de la variación en el ancho, y que para el dimensionado se suelen utilizar valores medios de las franjas de armado, o bien, calcular promedios o, en el mejor de los casos, integrar los valores en anchos de 1 m.

Por otro lado, no siempre es posible realizar la distribución de cargas en las superficies, ya sea por geometrías más complicadas, o bien, por la existencia de plateas con nervios rigidizadores, cuya interacción con las placas corresponde a un análisis más complejo.

A continuación, y a modo de resumen, se incluye una tabla con la totalidad de los resultados para los distintos modelos. En los modelos de EF y del entramado de vigas, se ha considerado un ancho de 1 m a los efectos de comparar los resultados de M_u totales registrados por los restantes métodos. Las singularidades registradas en el punto de aplicación de la carga se atenúan.

Punto	M_u fajas (KNm)	M_u viga lecho elástico (KNm)	M_u platea lecho elástico (KNm)	M_u entramado (KNm)	M_{uEF1} (KNm)	$M_{uEF' 1}$ (KNm)	M_{uEF2} (KNm)	$M_{uEF' 2}$ (KNm)
A	134,9	234,7	-	164,3	131,3	146,7	70	79,8
B	-352,1	-235,4	-	-117,12	-92,6	-97	-82,2	-93,3
C	114,0	211,8	197,53	185,5	141,4	137	82,6	76,6
D	-322,5	-239	-	-113,7	-81,7	-104	-89,9	-103
E	156,4	296,2	-	182,9	145,4	136,9	83,7	82,7

Tabla 82: Resumen de los momentos flectores totales para la faja analizada

Conclusiones

Más allá de los valores obtenidos, de las simplificaciones impuestas, y aún de los límites que presentan los EF, se pueden hallar las siguientes conclusiones:

- Los métodos rígidos conducen generalmente a cálculos conservadores, especialmente en los vanos entre los puntos de aplicación de las cargas, lo que se suma a la situación de que son unidimensionales, y no evalúan la influencia bidimensional de la placa ni de las influencias de las cargas aledañas. Su aplicación es reducida a casos que en la práctica no suelen presentarse, ya sea por espesores de plateas económicamente prohibitivos, o por una distribución de cargas y geometría que no suelen hallarse.
- En casos de plateas de envergadura, las modelaciones por EF permiten optimizar la estructura por la rapidez del cálculo y la diversidad de alternativas que se pueden plantear. Sin embargo, deben evaluarse las consideraciones ya descritas y el hecho de que una gran precisión en el cálculo viene acotada enormemente por las imprecisiones en los datos que se ingresan y por el comportamiento no lineal del hormigón.
- Obsérvese que las principales diferencias se encuentran en los puntos de aplicación de las cargas para los últimos métodos.
- En relación a los dos programas de EF utilizados, se observa una gran similitud en los valores hallados.
- El objeto de haber descrito los métodos aproximados y de EF en el cálculo de plateas de fundación es a los efectos de que los profesionales conozcan la multiplicidad de herramientas de cálculo existentes y que reconozcan la complejidad del problema al que se enfrentan. La incertidumbre existente en las variables que alimentan el problema, así como su propia solución, hacen que se priorice la experiencia y el buen criterio de cada proyectista acerca de los resultados entregados por los métodos o por los softwares existentes en el mercado. En el capítulo de fundaciones, sólo se ha tratado de volcar una serie de lineamientos generales de carácter básico, y de referencias bibliográficas a nuestro criterio relevantes, siendo entera responsabilidad del proyectista fijar un criterio acorde con el problema particular planteado de diseño.

Los principales factores que deberán ser considerados al respecto son:

- a) Las características del suelo debajo de la fundación
- b) Las características del suelo hallado a mayores profundidades de acuerdo al bulbo de presiones.
- c) El tamaño de la fundación propuesta.
- d) La forma de la fundación.
- e) La excentricidad de las cargas.
- f) La deformabilidad de la fundación.
- g) La rigidez y deformaciones admisibles de la superestructura.
- h) El módulo de reacción del suelo.
- i) Nivel freático.
- j) Construcciones linderas y su posible afectación por la obra.
- k) Características y limitaciones del software utilizado.

Observación final

El CIRSOC 201/05 no indica el criterio a seguir para verificar cuantías de flexión para el caso más habitual en nuestro medio de bases aisladas de forma troncopiramidal.

No obstante, a fin de verificar la cuantía mínima en tal caso, pueden seguirse los lineamientos de la publicación “Bases de hormigón armado” desarrollada por los Ings. Hernández Balat y F. Bissio que adopta como criterio para hormigones $f'_c \leq 30$ MPa la siguiente expresión:

$$A_{smin} \geq 2 \cdot b_w \cdot 1,40 \cdot d / f_y$$

con b_w el ancho del tronco de la columna.

Respecto del dimensionado de bases de sección tronco piramidal, práctica constructiva habitual de nuestro país, es necesario corregir las expresiones de cálculo de corte absorbido por el hormigón con un valor del ancho b igual a:

$$b = [0,25 \cdot b_{min} + 0,75 \cdot (b_{máx} + b_{min}) / 2]$$

con:

$(b_{máx} + b_{min}) / 2 =$ ancho promedio a partir de los anchos máximos y mínimos que presenta la sección de la base.

Esta expresión es de tipo aproximada y corresponde a una recomendación efectuada en la publicación de ejemplos de bases del INTI - CIRSOC 201/05.



Figura 485: Hormigonado de un sector de la platea de fundación del Burj Khalifa (Burj Dubai) (ref. 120)

Capítulo 36

Fundaciones indirectas

Generalidades

Cuando la capacidad portante de los estratos superiores del suelo no es adecuada, o bien, el nivel freático se encuentra próximo a la superficie y el suelo a dicho nivel no es apto para fundar, o eventualmente, las acciones horizontales y consecuentemente los momentos son importantes, se suele emplear un sistema de fundación indirecta. El mismo se encuentra constituido por elementos de gran longitud denominados pilotes, que transmiten la carga de la superestructura a los estratos aptos. Los pilotes transmitirán al terreno los mencionados esfuerzos básicamente mediante dos mecanismos:

- 1) Fricción (en el caso de limos o arcillas)
- 2) Punta (para el caso de rocas, gravas densas u otras)

El elemento de vinculación entre las columnas o tabiques de la superestructura y los pilotes, se lo denomina cabezal.

Aspectos generales referidos al diseño de cabezales y pilotes

En función de la capacidad de carga individual de los pilotes, definida por el especialista en mecánica de suelos, y de la carga total a transmitir de parte de la columna, se determinará la cantidad de pilotes requerida y por tanto las dimensiones del cabezal.

A fin de distribuir de una forma uniforme la carga incidente de la columna en cada uno de los pilotes, se diseña en general al cabezal con una importante rigidez.

Asimismo, a fin de minimizar el costo del cabezal se trata de ubicar los pilotes lo más cercanos posible uno de otros, en tanto esto, sea compatible con las condiciones de hincas de los mismos y de su adecuado funcionamiento.

En general, la separación mínima entre pilotes es de 3 veces el diámetro del pilote. Se asume, también, que los esfuerzos principales sobre los pilotes de la mayoría de las estructuras son axiales, si bien existe un cierto grado de empotramiento en los cabezales y en el terreno, como se indicó, se suelen considerar a estos esfuerzos como secundarios. La excepción se presenta en el caso de pilotes utilizados para estructuras portuarias, los que alcanzan importantes longitudes de empotramiento, y en los que los esfuerzos horizontales causados por maniobras de atraque de las embarcaciones o por su acción durante el amarre, provocan momentos adicionales importantes frente a las cargas axiales.

De resultar el cabezal con suficiente rigidez, y contar con un número N de pilotes, y si de la columna incidente se transmiten solicitaciones axiales y momentos flectores según ambos ejes, es posible obtener la reacción en cada pilote individual como:

$$R_i = P \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{y_c \cdot y_i}{\sum y_i^2} + \frac{x_c \cdot x_i}{\sum x_i^2} \right)$$

con:

R_i = reacción del pilote i.

y_i = distancia en y del eje del cabezal al centro de gravedad total

x_i = distancia en x del eje del cabezal al centro de gravedad total

x_c = excentricidad de la carga P en la dirección x

y_c = excentricidad de la carga P en la dirección y

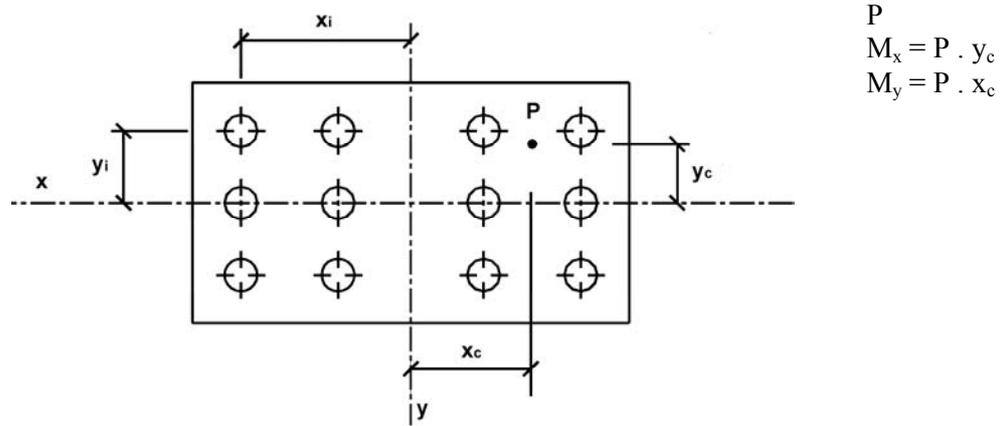
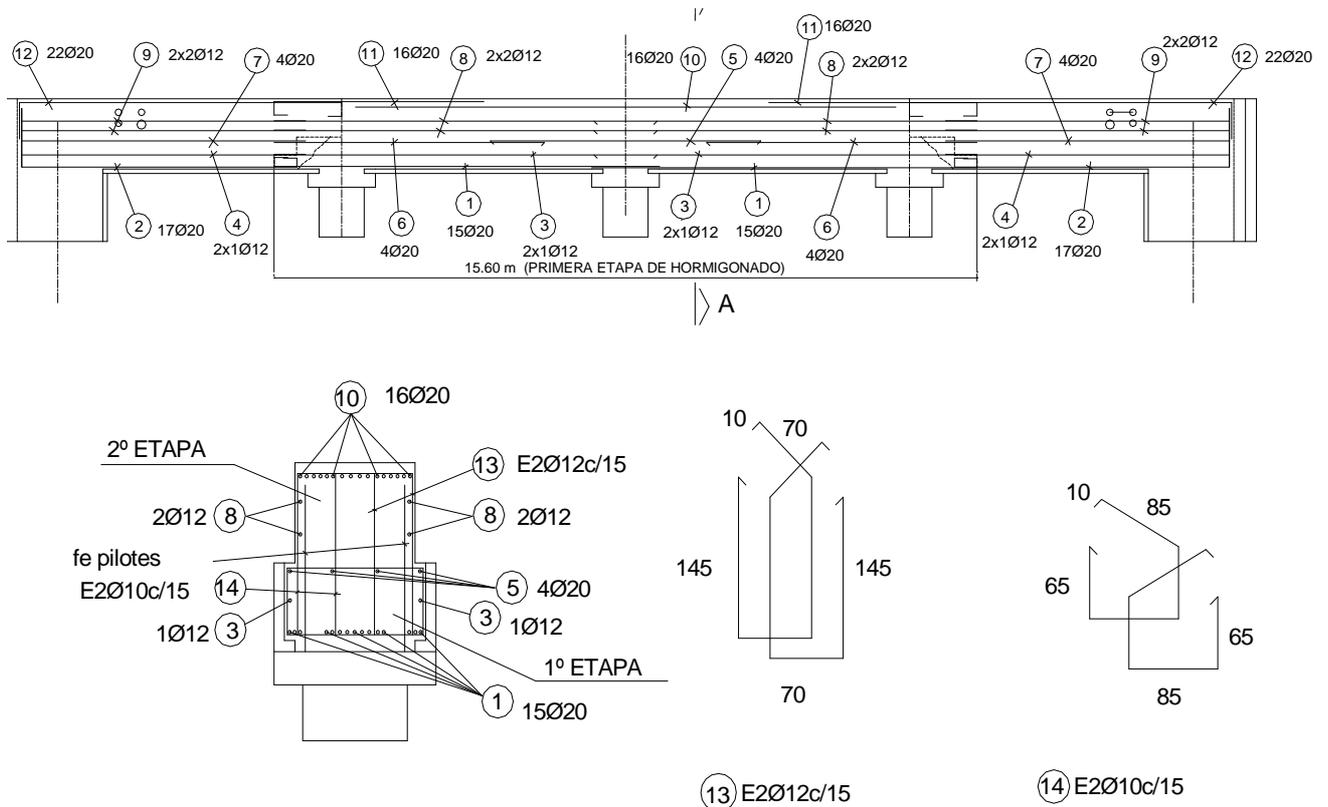


Figura 486: Esquema de un cabezal con múltiples pilotes



CORTE A-A

Figura 487: Ejemplo de la disposición de la armadura de un cabezal de hormigón armado

Diseño y dimensionado de cabezales

Como referencia, podemos decir que los cabezales tienen un espesor que es función de la distancia entre los pilotes, de manera tal que se pueda materializar un mecanismo de transmisión de fuerzas tipo biela, es decir, bielas de compresión inclinadas entre la columna y los pilotes. Las componentes horizontales de estas bielas se absorben mediante armaduras que actúan como tensores. Esta armadura se dispone preferentemente sobre los pilotes, y está fuertemente comprimida en dirección vertical en la zona ubicada por encima de los mismos.

Estudios experimentales demuestran que el esquema de transmisión de fuerzas, tiene aplicación cuando el ángulo formado por éstas y la dirección horizontal es cercano a 45°. Para inclinaciones menores a 40°, es conveniente considerar al cabezal flexible. De tener grandes separaciones entre los pilotes, debería colocarse armadura inferior en la zona entre los mismos, dado que parte de las bielas de compresión comprimen dicha armadura hacia abajo, colocándose en tal caso una armadura de suspensión tipo estribos.

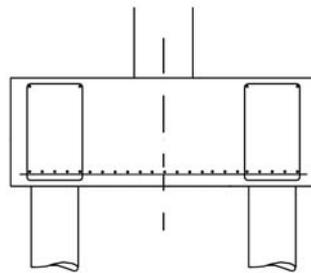


Figura 488: Armadura de suspensión en un cabezal

Según el CIRSOC 201/05 la altura útil mínima de un cabezal debe ser de $d \geq 300\text{mm}$.

Cabezales con varios pilotes

Cuando el número de pilotes es importante, el cabezal adquiere grandes dimensiones en planta, y en tal caso, ya no es factible calcularlo con los conceptos anteriores, dado que ello requeriría de una altura útil d elevada. En estos casos, se calcula el cabezal a flexión, verificando corte y punzonado.

Una forma general de resolver esta clase de elementos estructurales es con el enfoque planteado en la referencia 54), que figura como Anexo A del CIRSOC 201/05, no obstante, el mismo requiere de cierta experiencia en su aplicación, pero permite determinar zonas traccionadas no advertidas, y realizar un armado y detallado de armaduras más racional.

A modo de ejemplo, veamos el caso de un cabezal de un estribo de puente, en el que los esfuerzos horizontales predominan sobre las fuerzas axiales, y por tanto los momentos sobre el cabezal son determinantes, en tal caso, el pilote trasero puede resultar con una tracción neta.

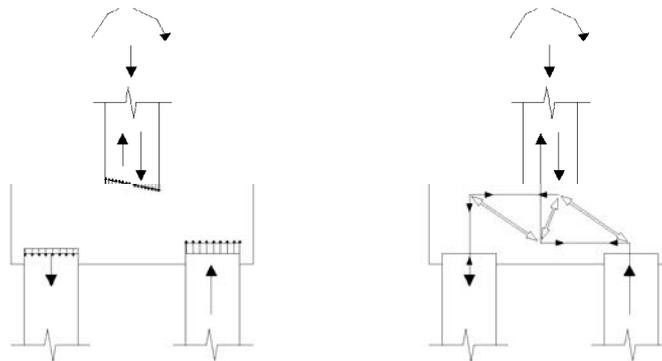


Figura 489: Combinación de esfuerzos para un cabezal de puente (referencia 79)

Planteando el modelo general de bielas y tensores, se pueden determinar las tracciones sobre la cabeza del pilote trasero y sobre la cara superior del cabezal y las necesidades del anclaje en ambos casos.

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 92) Dimensionado de un cabezal de hormigón armado

Diseñar un cabezal de 3,10 m de lado para cuatro pilotes sobre el que descansa una columna cuadrada de 0,30 m de lado. Los pilotes resultan cuadrados, de 0,35 m de lado.

Materiales:

Hormigón H-25

Acero: ADN 42/50

Solicitaciones:

$P_D = 445 \text{ KN}$

$M_D = 0$

$P_L = 222 \text{ KN}$

$M_L = 320 \text{ KNm}$

$P_u = 889,20 \text{ KN}$

$M_u = 512 \text{ KNm}$

δ (separación del eje del pilote externo al borde de la columna central) = 0,95 m

$\alpha = 24^\circ$ (cabezal flexible)

Reacción de pilotes

$$R_i = \frac{P}{N} \pm \frac{M \cdot x}{\sum x_i^2} = \frac{890 \text{ KN}}{4} \pm \frac{512 \text{ KNm}}{2.2,20 \text{ m}} = -338,9 \text{ KN}$$

Solicitaciones de diseño para el cabezal

$$M_u = 338,86 \text{ KN} \cdot 2 \cdot \delta = 643,91 \text{ KNm}$$

$$V_u = 677,8 \text{ KN}$$

Determinación de la altura del cabezal

Corte como viga ancha:

$$V_n \geq V_u / \phi = 903,73 \text{ KN}$$

De no colocar armadura de corte:

$$V_s = 0$$

En tal caso:

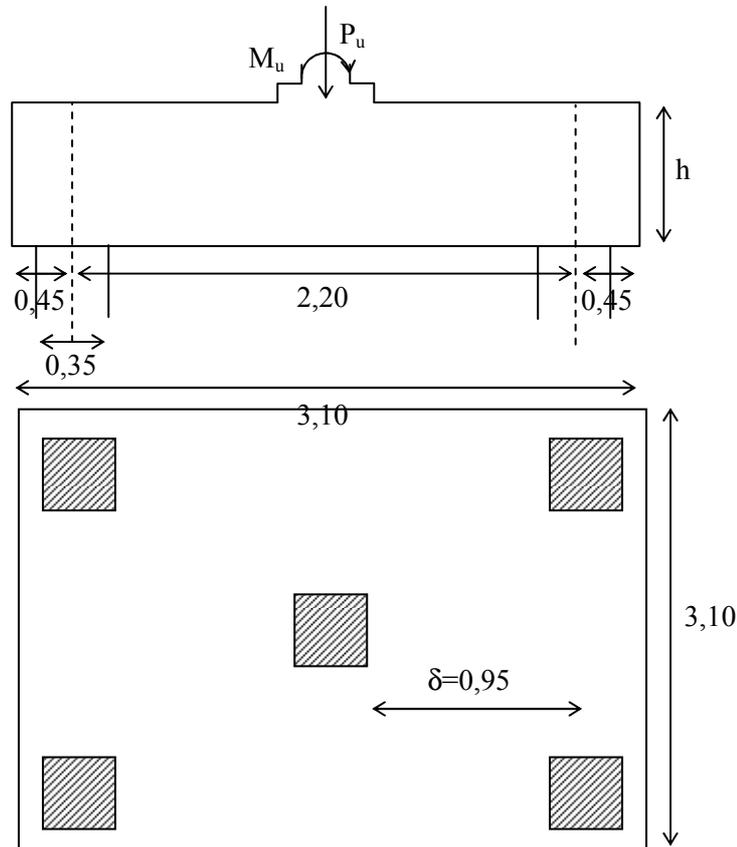
$$V_n = V_c$$

$$V_c = 1/6 \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d = 904 \text{ KN}$$

$$d \geq \frac{6 \cdot V_n}{\sqrt{f'_c} \cdot b} = 0,35 \text{ m}$$

Se adopta $d = 0,60 \text{ m}$.

$$h = d + d_b/2 + c_c = 0,60 \text{ m} + 0,01 \text{ m} + 0,05 \text{ m} \cong 0,70 \text{ m}$$

**Corte en dos direcciones**

a) Columna (punzonado zona central)

Sección:

$$c_x = c_y = 30 \times 30 \text{ cm}$$

$$b_x = b_y = 40 \text{ cm}$$

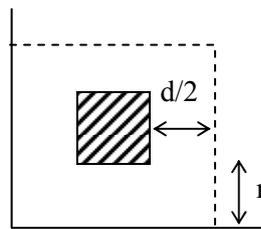
$$b_0 = (4 b_x + 4 d) = 4000 \text{ mm}$$

$$V_n \geq V_u / \phi = 889,20 \text{ KN} / 0,75 = 1186 \text{ KN}$$

$$V_c = 1/3 \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d = 4000 \text{ KN (verifica)}^1$$

¹ En rigor debería considerarse la influencia del momento flector

b) Pilote (punzonado zona borde)
 Sección = 350 x 350 mm
 $b_0 = [2 b_x + 2 (d/2 + r)] = 1850 \text{ mm}$



$$V_u = 338,9 \text{ KN}$$

$$V_n \geq V_u / \phi = 338,9 \text{ KN} / 0,75 = 452 \text{ KN}$$

$$V_c = 1/3 \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d = 1850 \text{ KN (verifica)}$$

Dimensionado a flexión

$$M_n = M_u / \phi = 715,45 \text{ KNm}$$

$b = 0,40 \text{ m}$

$$m_n = M_n / (0,85 \cdot f'_c \cdot b \cdot d^2) = 715,45 \text{ KNm} / [21250 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,40 \text{ m} \cdot (0,60 \text{ m})^2] = 0,2338$$

$$K_a = 0,2704$$

$$A_s = 0,85 f'_c \cdot b \cdot K_a \cdot d / f_y = 27,91 \text{ cm}^2$$

$$A_s \geq 0,0018 \cdot b \cdot h = 39,06 \text{ cm}^2$$

Sobre la línea de pilotes: $5\phi 20 \text{ mm}$ en cada dirección ($15,70 \text{ cm}^2$). Como parrilla se coloca $1\phi 12 \text{ c}/20 \text{ cm}$.
 Armadura total s/x = $10\phi 20 + 15\phi 12$ ($48,35 \text{ cm}^2$)

Armadura total s/y = A_{sx}

$$\rho_t = \frac{48,35 \text{ cm}^2}{b \cdot h} = 0,0022 > 0,0018 \quad (\text{verifica})$$

Siguiendo el criterio de la referencia 65), se adicionan en cada faja de armadura (sobre la zona entre pilotes) cinco estribos cerrados de dos ramas $\phi 10 \text{ c}/35 \text{ cm}$ que actúan como estribos de suspensión.

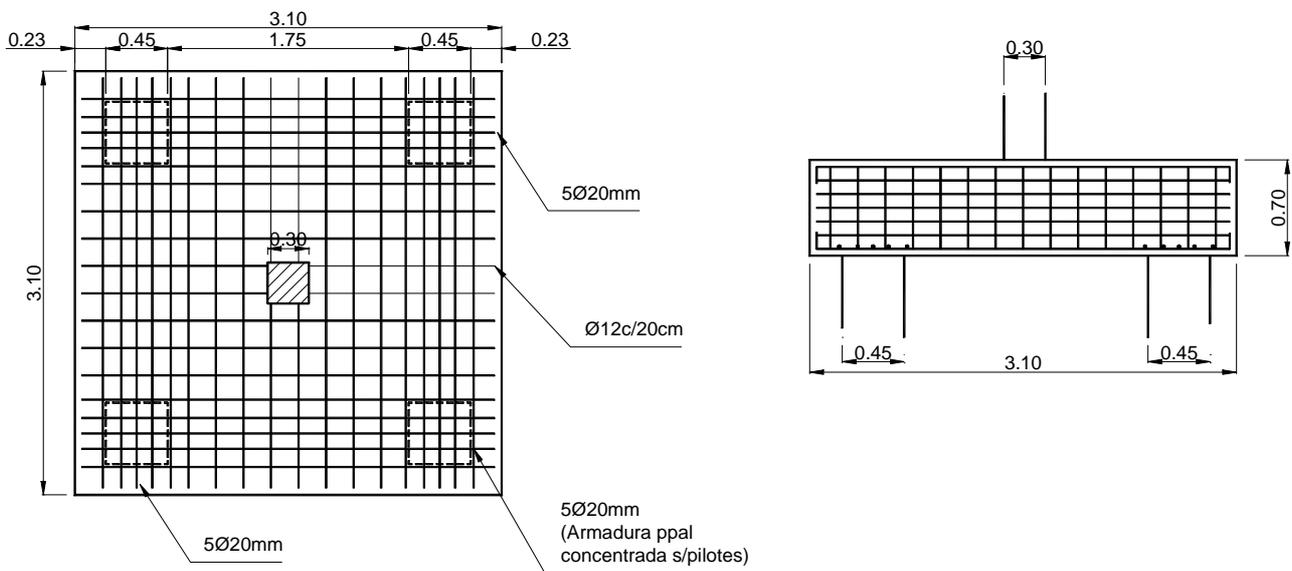


Figura 490: Armado del cabezal del Ejemplo 92

Conceptos sobre el diseño de pilotes

Los pilotes desarrollan su resistencia mediante la punta y por el fuste, a través de la fricción de contacto con el material del suelo que los rodea. Cuando la zona extrema del pilote alcanza un estrato como la roca, no se considera la resistencia friccional, de forma tal que el pilote trabaja sólo por punta, como una columna. No ocurre de igual manera para el caso de estratos de suelo compuestos por limos o arcillas. De acuerdo a su orientación, suele clasificárseles en verticales o inclinados, estos últimos especialmente diseñados para absorber esfuerzos horizontales importantes. Respecto de los criterios para establecer la capacidad de carga de los pilotes en forma individual o en grupo, no será tratado por ser un tema directamente vinculado con la mecánica de suelos y geotecnia, excediendo el alcance de este libro². Según su metodología constructiva se pueden distinguir las siguientes clases de pilotes:

- 1) Prefabricados:
 - a) En fábrica
 - b) En obra
- 2) Hormigonados in situ:
 - a) Con camisa metálica: se coloca primeramente la camisa metálica, luego se coloca la armadura y por último, se hormigona.
 - b) Perforados: se utiliza lodo bentonítico.

Por su sección, se los construye cuadrados o circulares.

Respecto al cálculo de los pilotes, puede ser necesaria su verificación al pandeo, considerándose en general como empotrados en la zona definida según la longitud L_e (ecuación I ó II), o bien empotrados o articulados en la parte superior, de acuerdo a la rigidez del cabezal. Al respecto, la Norma AASHTO-LRFD, indica que cualquier porción de un pilote que no tenga un apoyo lateral adecuado para impedir el pandeo, debe ser diseñado con los conceptos dados para evitar el mismo. En general se considera que estos sectores comprenden los tramos del pilote ubicados por encima del nivel de socavación previsto hasta su vinculación con el cabezal respectivo. Los sistemas cabezal-pilotes, resultan en general sistemas desplazables. La verificación a pandeo adquiere mayor relevancia cuando nos encontramos en presencia de estructuras portuarias, caracterizadas por grandes longitudes en sus pilotes, por la acción de esfuerzos horizontales generados por el impacto de embarcaciones y por cargas verticales transmitidas por la superestructura, a su vez, afectada por importantes sobrecargas. Especial énfasis debe ponerse en el análisis de los desplazamientos horizontales.

Pilotes hormigonados in situ

Resulta hoy en día, la metodología más extendida para la ejecución de pilotes de estructuras sometidas a grandes cargas, como es el caso de puentes o muelles. La metodología constructiva consiste en la colocación de camisas metálicas de sección circular colocadas en el terreno mediante equipos vibro-hincadores, para luego continuar con un equipo de perforación y llegar así a la cota de fundación prevista. Seguidamente, se procede a colocar dentro de las camisas metálicas las armaduras respectivas y luego, una cañería a los efectos de llenarlas con hormigón.

En lo referente a las especificaciones para este tipo de pilotes, la norma AASHTO para el diseño de puentes según el método LRFD, establecen que las separaciones entre los centros de los pilotes no deberán ser menores que el mayor valor entre 750 mm o 2,5 veces el diámetro o el ancho de los pilotes y que la distancia entre el lateral de un pilote y el borde más próximo del cabezal deberá ser mayor que 225 mm. Las partes superiores de los pilotes se deberán extender como mínimo 300 mm hacia el interior de los cabezales una vez que se ha retirado todo el material dañado de los mismos. Si el pilote está unido al cabezal mediante barras, el pilote se debería extender como mínimo 150 mm hacia el interior del cabezal. Si hay una viga de hormigón armado hormigonada in situ que se utiliza como cabezal, el recubrimiento de hormigón en los laterales de los pilotes deberá ser mayor que 150 mm. La longitud total del pilote suele calcularse en base a la “longitud libre equivalente” como función del coeficiente de balasto, planteada a partir de la interacción suelo – pilote bajo la hipótesis de la modelación con resortes. La expresión más extendida al respecto, es la de Davisson y Robinson:

$$L_e = \sqrt[4]{\frac{4.E.I}{\phi.K_s}} \quad (I)$$

² Referencia 104)

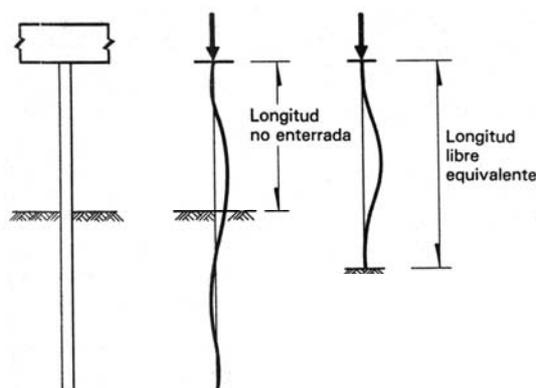


Figura 491: Pilote flexible y pilote de longitud equivalente

con:

E = módulo elástico del hormigón

I = momento de inercia del pilote

ϕ = diámetro del pilote

K_s = coeficiente de balasto

En suelos no cohesivos, la rigidez se incrementa con el aumento de la profundidad, debido al confinamiento de los estratos inferiores, por lo que suele asumirse una variación lineal de K_s , calculada en función de:

$$K_s = n_h \cdot z / \phi$$

donde:

z = profundidad de embebimiento del pilote (m)

n_h = constante de proporcionalidad (tn/m^3)

Al respecto, la AASHTO-LRFD, publica la siguiente tabla con valores orientativos de la constante de proporcionalidad para arenas:

CONSISTENCIA	SECA O HÚMEDA	SUMERGIDA
Suelta	$9,4 \times 10^{-3}$	$4,7 \times 10^{-3}$
Media	0,025	0,013
Densa	0,063	0,031

Tabla 83: Valores orientativos de la constante de proporcionalidad (n_h) para arenas (MPa/mm) (ref. 61)

En caso de encontrarse con la expresión anterior, la longitud libre equivalente suele expresarse:

$$L_e = 1,8,5 \sqrt{\frac{E \cdot I}{n_h}} \quad (\text{II})^3$$

Unidades:

L_e (mm)

I (mm^4)

n_h (MPa/mm)

Con las expresiones (I) y (II) es posible encontrar un valor de profundidad para el cual el pilote puede considerarse empotrado y verificarse a pandeo.

De acuerdo a la longitud del pilote dentro del terreno, se distinguen dos posibilidades:

1) Que $L > 3,5$ ó $4 L_e$, en cuyo caso su comportamiento es el de una viga flexible, y debe modelárselo a través de resortes con un coeficiente calculado a partir de:

$$K = K_h \cdot s \cdot \phi$$

donde:

K_h = coeficiente de balasto

s = separación de los resortes

ϕ = diámetro del pilote

³ Referencia 61)

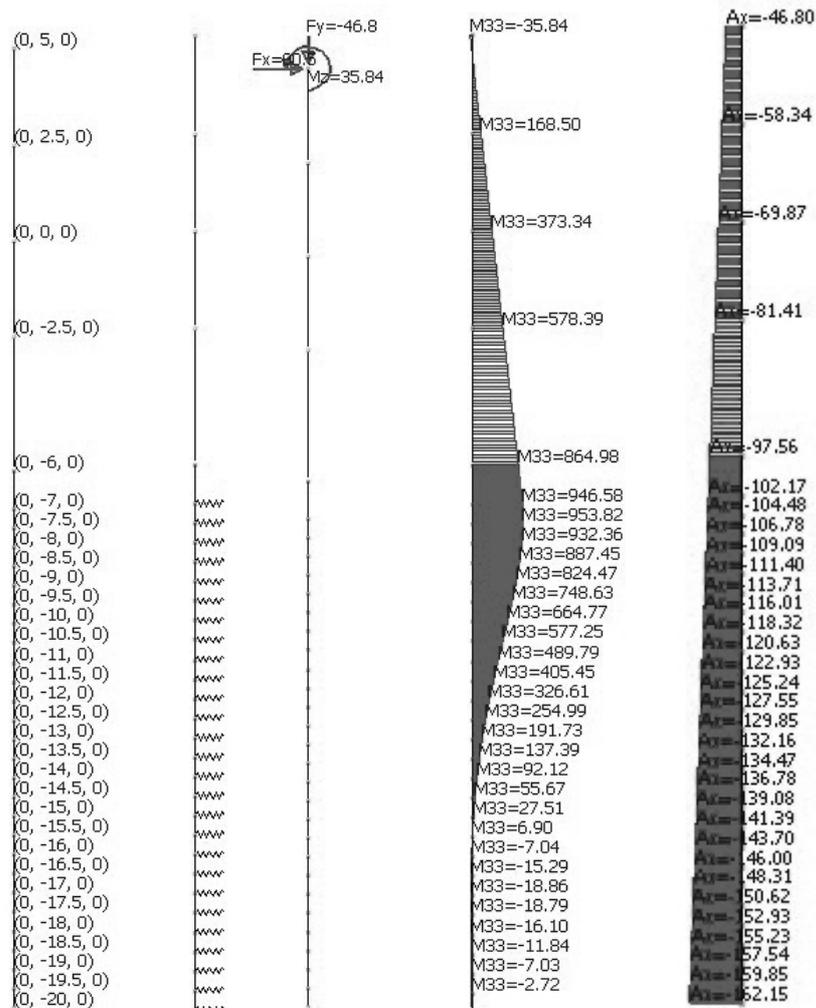


Figura 492: Modelación con resortes de un pilote elástico individual de hormigón armado

2) Que $L < 2 L_e$, en cuyo caso, el comportamiento es el de una pieza rígida respecto del suelo, con una falla por rotación del pilote respecto del terreno, llevando el suelo a la plastificación.

Como recomendaciones generales, se suele dar una profundidad mínima de penetración en el estrato resistente del orden de 4 ó 5 ϕ , con valores normales que rondan desde los 5 m a los 15 m.

Respecto de la sección del pilote, son valores típicos diámetros ubicados entre los 40 cm a los 80 cm, pudiendo encontrarse casos de hasta 1,40 m, como es el caso de muelles o viaductos portuarios.

Los esfuerzos más comunes que afectan el dimensionado de los pilotes son:

- Cargas axiales.
- Eventuales empujes del terreno.
- Acciones horizontales sobre el cabezal y transmitidas por el mismo al pilote.
- Rozamientos por el atraque de embarcaciones u otros.
- Acción dinámica del hincado.

Para el caso de fuerzas horizontales de magnitud considerable, puede ser más eficiente recurrir a pilotes inclinados en donde la componente horizontal de la fuerza axial de los mismos equilibra la carga lateral.

Armaduras

Armadura longitudinal: 4 ϕ mínimo (cuadradas) ó 6 ϕ mínimo (circulares).

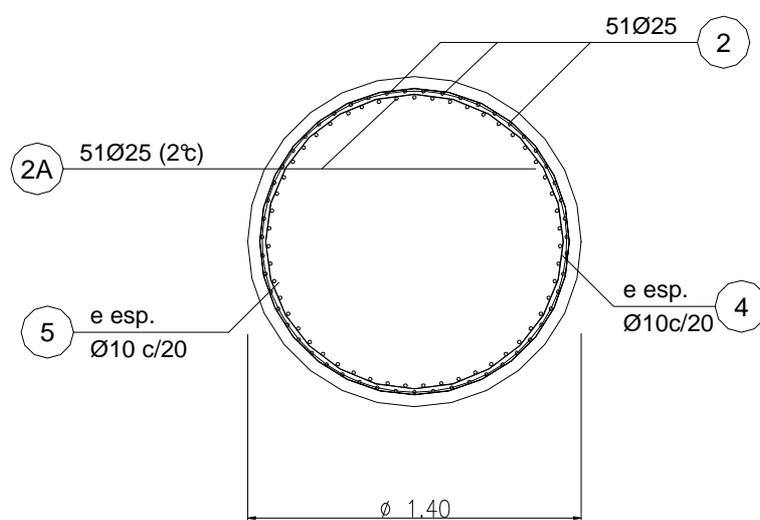
Armadura transversal: hélice $\geq \phi$ 6 mm con pasos menores a 30 cm o a 12 ϕ de la armadura longitudinal.

Recubrimiento: mayor a 5 cm

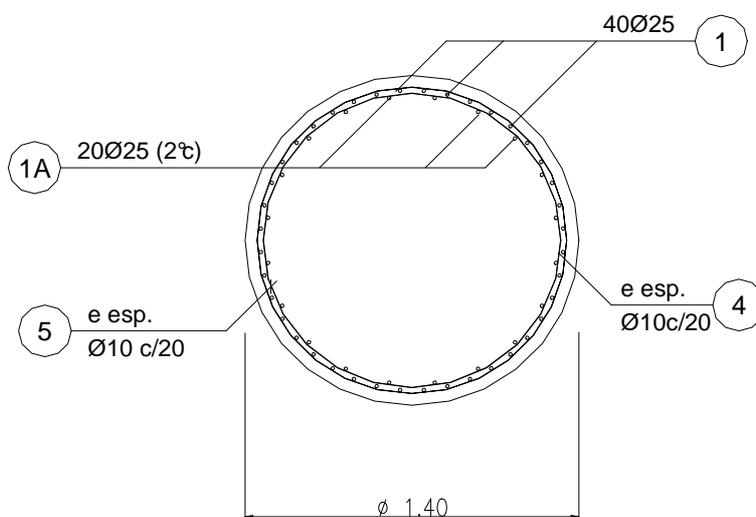
Comentario final

Si bien se considera usualmente que las fundaciones sobre pilotes son muy seguras, se han producido en ciertos casos grandes fracasos, a modo de muy breve reseña podemos indicar algunas causas:

- Realizar el proyecto de dichas fundaciones sin contar con un estudio de suelos lo suficientemente completo que permita identificar heterogeneidades no consideradas.
- No llegar con el estudio de suelos a profundidades adecuadas, por lo que pasan inadvertidos estratos profundos compresibles que pueden motivar a futuro, importantes asentamientos.
- Considerar la resistencia friccional lateral para pilotes que apoyan sobre estratos muy resistentes, que trabajan exclusivamente de punta, sin desplazamientos, y sin movilizar tal mecanismo.
- No tener en cuenta el efecto de grupo de pilotes próximos sobre la resistencia total y los asentamientos a producirse. Prakash y Sharma (1990) estudiaron el efecto de la separación de los pilotes sobre el módulo del suelo y hallaron que cuando las separaciones entre pilotes son mayores que 8 veces el ancho del pilote los pilotes vecinos no afectan el módulo del suelo o la capacidad de pandeo. Sin embargo, para separaciones iguales a 3 veces el ancho del pilote el módulo efectivo del suelo se reduce al 25 por ciento del valor aplicable a un pilote individual. Para separaciones intermedias los valores del módulo se pueden estimar por interpolación.



CORTE 2-2



CORTE 1-1

Figura 493: Cortes y detalle de las armaduras de un pilote

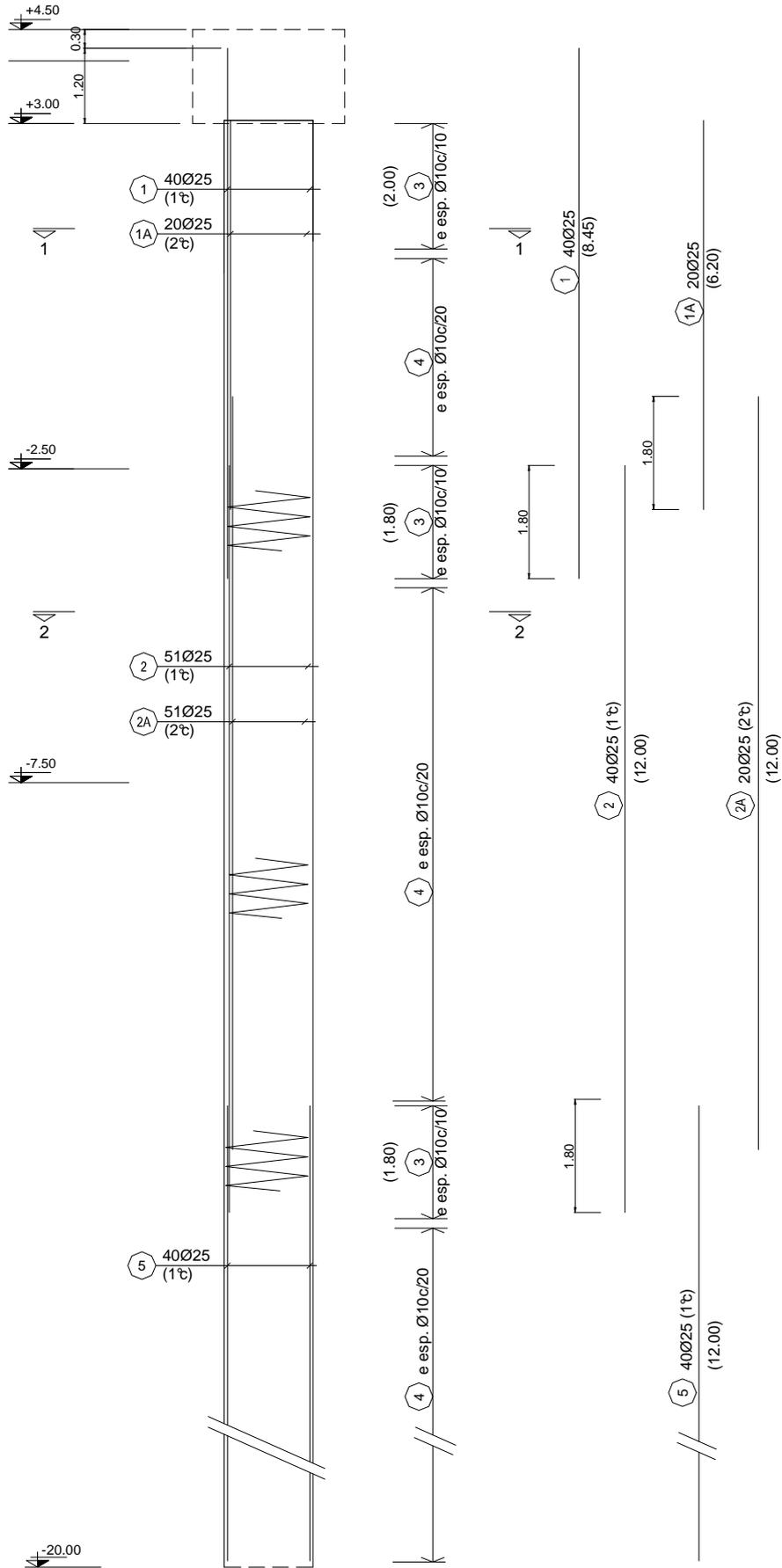


Figura 494: Armadura típica de un pilote de elevado diámetro (disposición longitudinal)



Figura 495: Armaduras de los pilotes ejecutados como parte de la fundaci3n del Burj Khalifa (ref. 120)



Figura 496: Hormigonado de un pilote perteneciente a un muelle mar3timo

Capítulo 37

Tanques de hormigón armado

El hormigón armado es uno de los materiales más utilizado para la construcción de tanques de almacenamiento, y en especial, para sistemas de suministro de agua y alcantarillado. El presente Capítulo plantea los lineamientos principales para el diseño y cálculo de las solicitaciones de los tanques de agua, así como el dimensionado de los mismos bajo el criterio del ACI 350, dado que el ACI 318/05 base de nuestro CIRSOC 201/05 no trata el diseño de este tipo de estructuras. Adicionalmente, se hace referencia a otros criterios a efectos de generar comparaciones. La verificación de los estados límites de servicio, para este tipo de estructuras, es de fundamental importancia.

Clasificación

Según la forma, se los clasifica en rectangulares, cilíndricos o de otras geometrías. Los tanques rectangulares se caracterizan por un comportamiento estructural rígido por la flexión en ambas direcciones, mientras que los cilíndricos, por la flexión en una dirección predominante para las paredes laterales. Esta clasificación, se suele subdividir en tanques con tapa o sin ella. La elección de la geometría suele surgir de un balance entre el hecho de que el perímetro de las paredes de un recinto cilíndrico es menor que el rectangular, y a que en las paredes cilíndricas, la tracción es directamente proporcional al diámetro para una misma profundidad, lo que produce un aumento del espesor de las mismas, y por ende, de la armadura resultante. En general, la armadura resulta determinada por las condiciones de servicio (control de fisuras) y por las cuantías mínimas estipuladas a tal fin. En tanques rectangulares, como se verá más adelante, los momentos flectores son función de la altura de sus paredes, lo que conlleva en muchas ocasiones a construir tanques con diferentes plantas de acuerdo a la capacidad, pero con igual altura para conservar los espesores. Por lo general, se definen tanques rectangulares para depósitos de pequeño o mediano volumen. De acuerdo a su disposición, los depósitos de agua se clasifican en enterrados, semienterrados, en superficie o elevados. La ubicación de estas estructuras, rige los estados de carga a los cuales se ven sometidos, ya que a la presión generada por el agua, hay que agregar la situación de las solicitaciones producidas, según el caso, por el suelo, el viento y el peso propio.

Consideraciones generales del diseño de tanques

Condiciones del hormigón

De acuerdo a la referencia 5), las resistencias mínimas y las máximas relaciones agua/cemento del hormigón utilizado en la construcción de tanques deben verificar los valores especificados en la Tabla 84.

Condición de exposición	Máxima relación a/c	Resistencia mínima f'_c
Hormigón de baja permeabilidad en exposición al agua, aguas servidas y gases corrosivos.	0,45	28 MPa
Hormigón expuesto a ciclos de congelamiento y deshielo en condición de humedad o a productos químicos descongelantes.	0,42	31,5 MPa
Para proteger a las armaduras del hormigón de la corrosión cuando está expuesto a cloruros en tanques que contienen agua salobre, agua de mar o salpicaduras del mismo origen	0,40	35 MPa

Tabla 84: Resistencias mínimas del hormigón y máxima relación a/c según la exposición (referencia 5)

Cuantías mínimas

Respecto de este tema existe una diversidad de criterios, de los que se a continuación se rescatan sólo algunos.

La cuantía mínima definida por el ACI 350-06 es función de la distancia de las juntas de movimiento, tal cual se indica en la tabla 7.12.2.1 del Código y que se reproducen traducidas en la Tabla 85. Es necesario tener en cuenta que las cuantías por retracción y temperatura son función de la mezcla del hormigón, del agregado utilizado, del espesor del elemento, la armadura utilizada y las condiciones medioambientales del lugar de emplazamiento de la estructura. De acuerdo al comentario R7.12.2.2 del ACI 350-06, las cuantías mínimas de la Tabla 85 suelen dividirse igualmente en ambas caras de la pared.

Las secciones de hormigón de 60 cm o de mayor espesor, pueden tener la cuantía mínima de 0,003 en cada cara, con base en un espesor de 30 cm. Asimismo, la armadura de retracción y temperatura no puede encontrarse a una distancia mayor a los 30 cm, dividida en partes iguales entre las dos superficies de la sección del hormigón. La armadura de la parte inferior de la losa de fundación en contacto con el suelo, puede reducirse hasta en un 50% de lo indicado en la Tabla 85.

Distancia entre juntas de movimiento (d)	Cuantía mínima por retracción y temperatura (ρ)
Menos de 6,10 m	0,003
6,10 m < d < 9,15 m	0,003
9,15 m < d < 12,2 m	0,004
Mayor a 12,2 m	0,005*

* Cuantía máxima cuando no se provee de juntas de movimiento

Tabla 85: Cuantías mínimas por retracción y temperatura para juntas de movimiento (referencia 5)

Por su parte, según la referencia 75), las cuantías mínimas en cada cara y por dirección son función del ancho límite de las fisuras. Para $w=0,1$ mm, la cuantía mínima es de 0,002, mientras que para $w=0,2$ mm, la cuantía es de 0,0015.

Recubrimientos mínimos

En la Tabla 86 se recopilan los recubrimientos mínimos (c_c) para este tipo de estructuras construidas para hormigones in situ según las disposiciones del Código ACI 350-06 (tabla 7.7.1).

Condición	c_c
Hormigón vaciado contra el suelo y permanentemente expuesto a él	7,5 cm
Hormigón vaciado contra encofrado o expuesto al suelo, líquidos o intemperie	
a) Muros y losas	5 cm
b) Vigas y columnas	
b.1) Armadura principal	6,25 cm
b.2) Estribos y espirales	5 cm

Tabla 86: Recubrimientos mínimos (referencia 5)

Juntas

Se suelen clasificar en:

- 1) Juntas de movimiento
 - 1.1) Juntas de expansión
 - 1.2) Juntas de retracción
- 2) Juntas constructivas

1) Juntas de movimiento

El detallado y disposición de juntas es de suma importancia para la definición del proyecto y para cumplir adecuadamente con las condiciones de servicio.

1.1) Juntas de expansión

Son juntas utilizadas para permitir la retracción o dilatación del hormigón ante cambios térmicos generados en su etapa de servicio. Las juntas de expansión pueden utilizarse como juntas de retracción o juntas constructivas.

Este tipo de juntas suele aplicarse en estructuras con cambios bruscos en su configuración o de largo desarrollo longitudinal (con largos que superen los 45 m), preferentemente a distancias no superiores a los 35

m (referencia 5), o bien, a no más de 20 m para las paredes laterales y entre 20 y 30 m para la base de fondo (referencia 83).

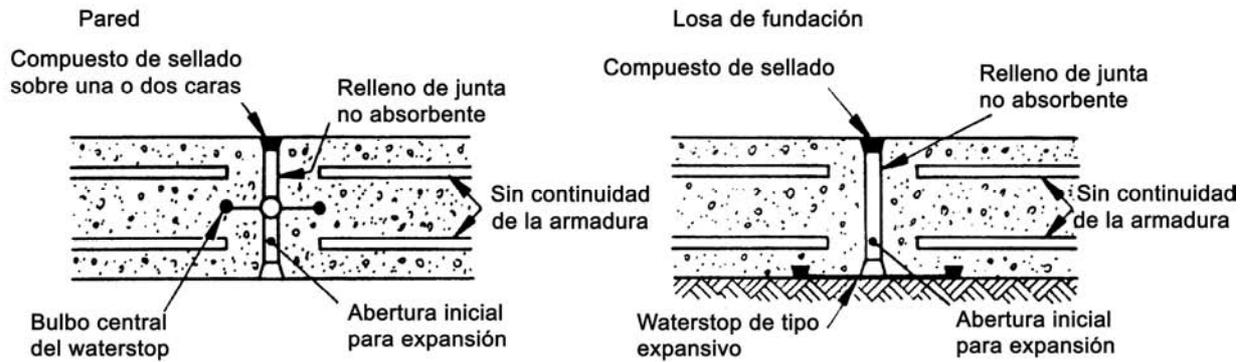


Figura 497: Juntas de expansión (adaptado referencia 43)

Dentro de la junta suele colocarse poliestireno expandido, con un espesor total de la misma que oscila entre los 20 y 30 mm, con un waterstop horizontal colocado a la mitad de la junta. En los extremos del poliestireno expandido, se coloca un material sellador.

1.2) Juntas de contracción

Son utilizadas para disipar los esfuerzos generados por la retracción del hormigón y atenuar los fenómenos de la fisuración. Se sugiere que su distancia no debe superar los 9 m (referencia 7) y su disposición es vertical. Por su lado, la referencia 83) indica separaciones para las paredes laterales según la Tabla 87.

Altura de la pared (L)	Distancia recomendada entre juntas verticales de contracción
$L \leq 2,40 \text{ m}$	$3 \cdot L$
$2,40 \text{ m} < L \leq 3,60 \text{ m}$	$2 \cdot L$
$L > 3,60 \text{ m}$	L^{**}

** La distancia máxima no debe superar los 7,5 m.

Tabla 87: Separaciones entre juntas de contracción para paredes laterales (referencia 83)

La misma referencia, establece separaciones máximas de juntas entre los 5 m y 7,5 m para el caso de losas de fondo.

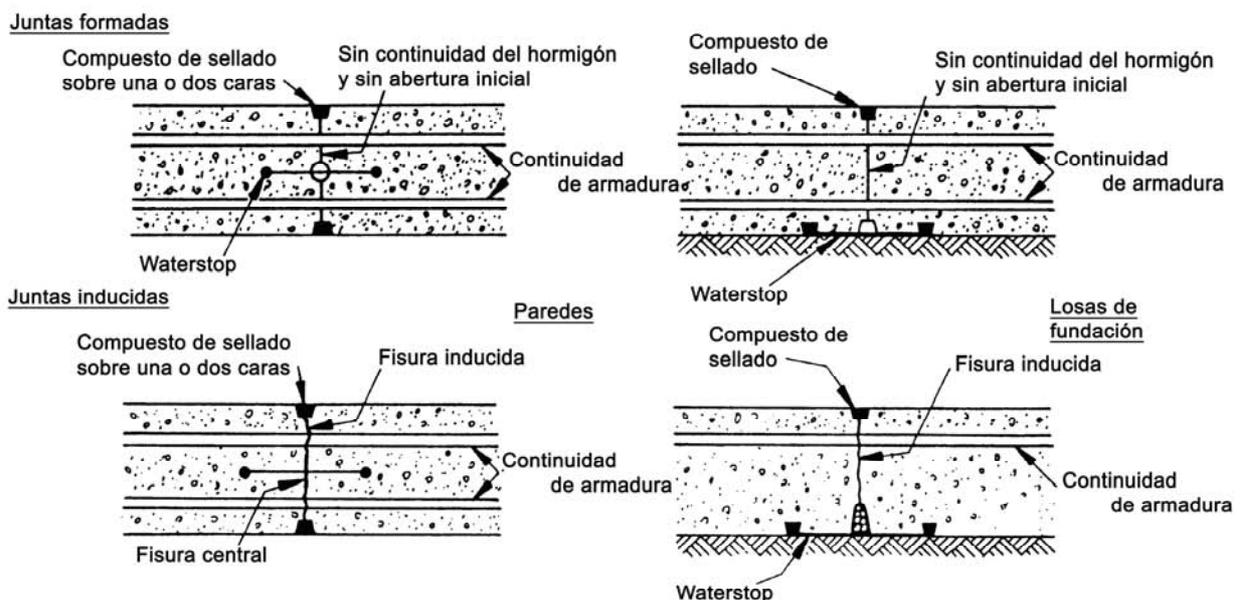


Figura 498: Juntas de contracción parcial (adaptado referencia 43)

2) Juntas constructivas

Las juntas constructivas o de trabajo son aquellas que surgen a partir de las interrupciones o finalización de los trabajos de hormigonado. No deben considerarse como juntas de contracción, a menos que se construyan de la forma descrita en 1.2. Antes de continuar el hormigonado, debe prepararse la superficie de la junta, salvo que la misma coincida con una de contracción. En las paredes de los tanques se disponen horizontalmente. En la Figura 499, se muestra una forma de generar la junta constructiva.

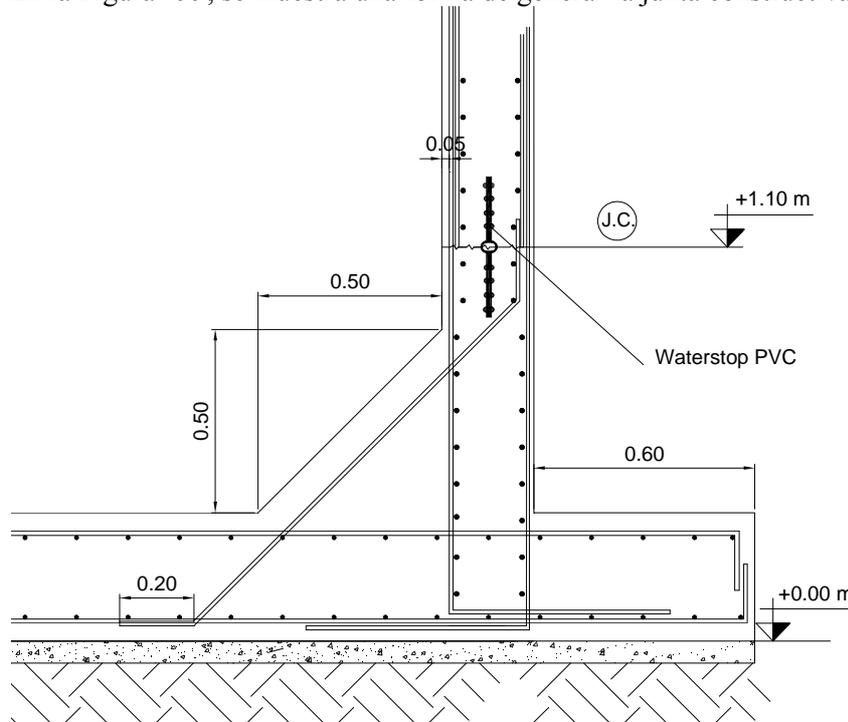


Figura 499: Junta constructiva en las paredes laterales del tanque

La armadura debe continuar a través de la junta constructiva en su totalidad. Las juntas constructivas horizontales entre la losa de fundación y las paredes requieren especial cuidado respecto de la estanqueidad, utilizándose armaduras de sujeción para los waterstops (que permanecen verticales) y alambres que los sujeten a los encofrados para mantenerlos en su posición durante las tareas de hormigonado.

Waterstops

Son perfiles elásticos de material PVC plastificado, con gran resistencia a la tracción, adecuado coeficiente de alargamiento a la ruptura, impermeables, resistentes al envejecimiento y a los agentes químicos agresivos. Su geometría se observa en la Figura 500. El espesor mínimo debe ser de 9,5 mm y deben tener al menos 23 cm de ancho para juntas de expansión y 15 cm para otro tipo de juntas a los efectos de generar un buen empotramiento en el hormigón.

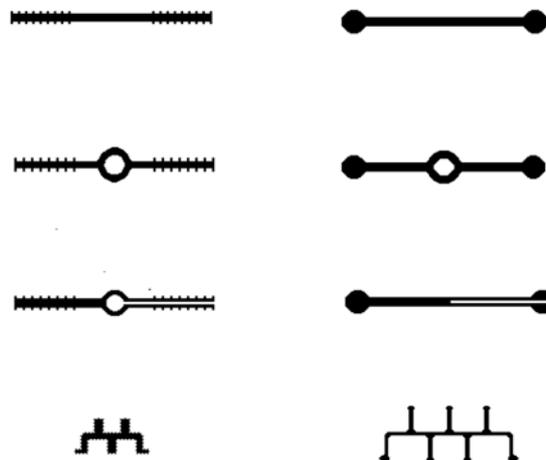


Figura 500: Geometría de los waterstops (referencia 130)

Espesores mínimos

Respecto de este aspecto, también existen distintos criterios según las fuentes bibliográficas consultadas. A continuación se citan algunas de ellas.

Los espesores mínimos indicados por el ACI 350.4R-04 para paredes con alturas mayores o iguales a 3 m son de 30 cm, mientras que para paredes de menor altura, se recomienda un espesor práctico de 25 cm con armadura en ambas caras.

El espesor mínimo para fundaciones y plateas es de 30 cm según el criterio del citado comité ACI.

La referencia 75) establece los siguientes criterios para determinar el espesor mínimo en tanques rectangulares en función de la altura de agua:

$$L_{\text{agua}} \leq 6 \text{ m} \quad h = 0,1 L_{\text{agua}} \geq 0,20 \text{ m}$$

siendo:

L_{agua} = altura del nivel del agua dentro del tanque

h = espesor

Para estos casos, la misma referencia establece un espesor de la losa de fundación no menor al de la pared lateral.

Para los tanques cilíndricos, la referencia 75) indica como valor orientativo un espesor:

$$h = 0,05.L + 0,01.r \geq 0,20 \text{ m}$$

El espesor de la losa de fundación para estos tanques tiene un espesor mínimo:

$$h_{\text{llosa de fundación}} = 0,10.L \geq 0,20 \text{ m}$$

Los espesores deben ser fijados considerando la necesidad de colocar una malla de armadura con un recubrimiento adecuado en cada cara y que quede un espacio suficiente para la colocación y vibrado del hormigón, cuestión vital para cumplimentar las condiciones de servicio.

Verificación a la flotación

Sin importar la geometría del tanque, es necesario tener en cuenta que para depósitos enterrados cuando el nivel freático sea elevado debe verificarse la flotación para el depósito vacío, de tal forma de verificar que:

$$D \geq \gamma_{\text{agua}} \cdot S \cdot (L_1 - L_0) \cdot \gamma_3$$

con:

D = peso propio del tanque

S = superficie de la base del tanque

L_1 = profundidad de la fundación

L_0 = profundidad de la napa freática

γ_3 = coeficiente de seguridad.

El coeficiente de seguridad a la flotación oscila entre un valor de 1,1 a 1,25, de acuerdo a las recomendaciones del ACI 350.4R-04. Cuando las condiciones del flujo del agua no se encuentran bien definidas, puede recurrirse a coeficientes de seguridad superiores.

Cartelas

Es usual el uso de cartelas en las zonas de ángulos a 90°, especialmente en el fondo del tanque, con el objeto de disminuir las tensiones generadas en esos nudos y así evitar la formación de fisuras. Las cartelas deberán reforzarse adecuadamente.

La colocación de cartelas genera un incremento de la rigidez de los nudos que provoca, como es de esperar, un aumento en el valor de los momentos en la zona de apoyo y una disminución de los momentos en la zona del tramo de las losas. Ello es consecuencia del aumento de la sección transversal del nudo.

Aberturas

Es común que los tanques posean aberturas que permitan su limpieza o mantenimiento. En estos casos, se seguirán los conceptos vertidos en el Capítulo 10.

Tanques cilíndricos

Los estados de carga contemplados en el cálculo de las solicitaciones de un tanque cilíndrico de hormigón armado son, en general:

- Peso propio.
- Presión del fluido sin considerar la acción del terreno.
- Presión del suelo (en el caso de tanques enterrados o semienterrados) considerando el depósito vacío.
- Acciones térmicas y efectos diferidos (retracción, fluencia).
- Sobrecargas sobre la losa de cubierta.
- Viento y acciones sísmicas (cuando correspondan).

Paredes laterales

Para determinar las expresiones de cálculo, supondremos un elemento diferencial dx de la pared lateral empotrada en la base de un tanque (Figura 501), sometida a una presión Z variable con la altura x . La teoría seguida corresponde a una cáscara cilíndrica circular cuyo espesor es constante en toda la altura y de pequeña magnitud frente a la altura del depósito. A partir de un elemento diferencial, se planteará el equilibrio de fuerzas y de momentos, admitiendo una variación de los esfuerzos solamente en la dirección x , debido a la simetría radial del problema. Bajo tales consideraciones, las expresiones resultan como a continuación se detalla.

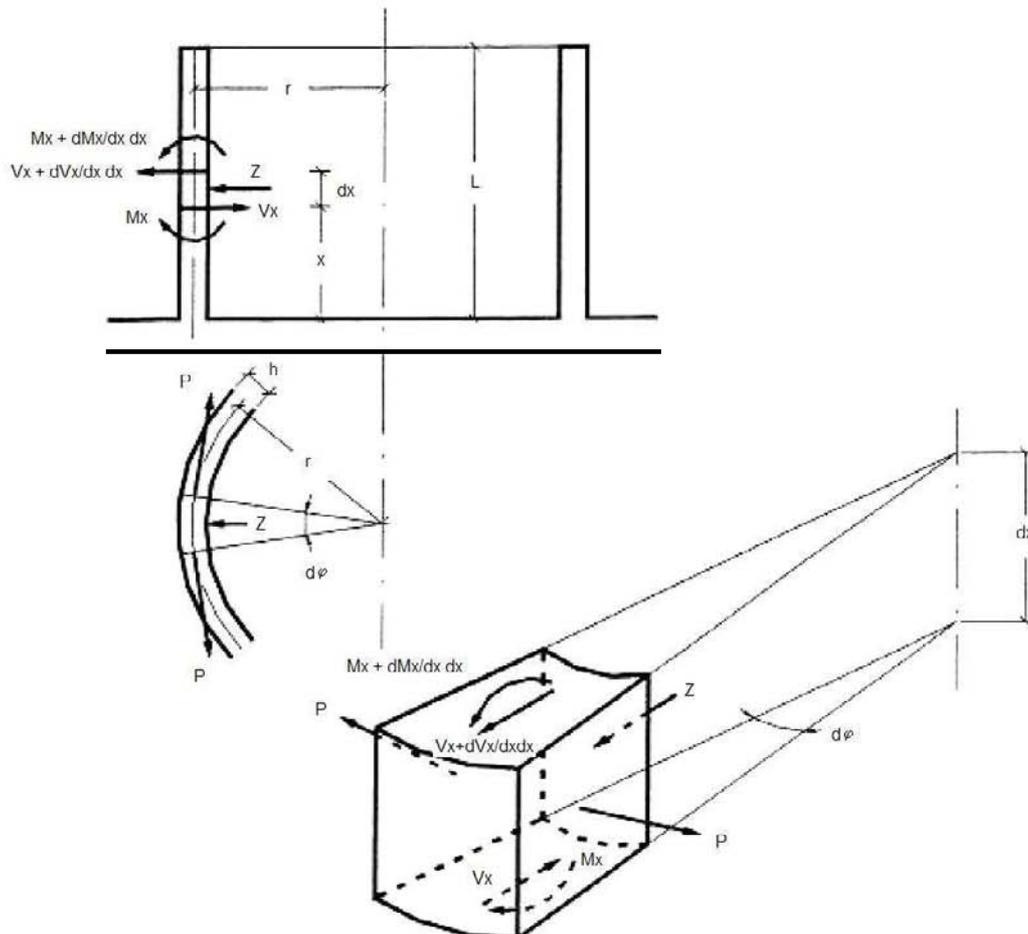


Figura 501: Esfuerzos actuantes en un elemento diferencial de una lámina cilíndrica empotrada en la base

Equilibrio de fuerzas radiales:

$$\frac{dV_x}{dx} + Z_{(x)} - \frac{P}{r} = 0 \quad (\text{I})$$

donde:

r = radio de la circunferencia que conforma la lámina.

$Z_{(x)}$ = presión actuante sobre la lámina en función de la altura x .

Equilibrio de momentos:

$$\frac{dM_x}{dx} + V_x = 0 \quad (\text{II})$$

A partir de las ecuaciones (I) y (II) se puede llegar a:

$$\frac{d^2M}{dx^2} + \frac{P}{r} - Z_{(x)} = 0$$

De acuerdo a la Figura 501, es posible calcular el valor del esfuerzo normal P integrando la carga $Z_{(x)}$ que actúa sobre la membrana.

$$2.P = \int_0^\pi Z_{(x)} r d\varphi \cdot 1 \cdot \text{sen}\varphi = 2.Z_{(x)} \cdot r$$

$$P = Z_{(x)} \cdot r \quad (\text{III})$$

Por su parte el alargamiento será:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{2.\pi.(r + \Delta r) - 2.\pi.r}{2.\pi.r} = \frac{\Delta r}{r} = \frac{w}{r}$$

donde w es el desplazamiento radial. Además, se tiene que:

$$\sigma = E.\varepsilon = E.\frac{w}{r} \quad (\text{IV})$$

y:

$$\sigma = \frac{P}{1.h} \quad (\text{V})$$

Considerando las expresiones (III), (IV) y (V), se obtiene:

$$E.\frac{w}{r} = \frac{Z_{(x)}.r}{h} \quad \Rightarrow \quad Z_{(x)} = \frac{E.w.h}{r^2}$$

Como $P = Z_{(x)} \cdot r$, resulta:

$$P = \frac{E.w.h}{r} \quad (\text{VI})$$

w = deformación de la lámina cilíndrica.

μ = coeficiente de Poisson.

E = módulo elástico del hormigón.

h = espesor de la lámina.

En base a la teoría de placas, la relación de momentos y deformaciones es:

$$M_x = \frac{E.h^3}{12.(1-\mu^2)} \cdot \frac{d^2w}{dx^2} \quad (\text{VII})$$

El giro y el corte pueden expresarse como:

$$\phi_{(x)} = \frac{dw}{dx} \quad (\text{VIII})$$

$$V_x = \frac{-E.h^3}{12.(1-\mu^2)} \cdot \frac{d^3w}{dx^3} \quad (\text{IX})$$

De todo ello, resulta la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[\frac{E.h^3}{12.(1-\mu^2)} \frac{d^2w}{dx^2} \right] + \frac{E.h}{r^2} \cdot w - Z_{(x)} = 0 \quad (\text{X})$$

Para el caso particular de tanques de espesor constante, la ecuación (X) queda de la forma:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{12 \cdot (1 - \mu^2)}{r^2 \cdot h^2} \cdot w = \frac{12 \cdot (1 - \mu^2)}{E \cdot h^3} \cdot Z_{(x)} \quad (\text{XI})$$

Expresión que suele expresarse como:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4 \cdot \alpha^4 \cdot w = \frac{Z_{(x)}}{D} \quad (\text{XII})$$

con:

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{3 \cdot (1 - \mu^2)}{r^2 \cdot h^2}} \text{ coeficiente cilíndrico de forma en } m^{-1}$$

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \text{ rigidez a flexión de la lámina en KNm}$$

La solución de la ecuación (XII) es:

$$w_{(x)} = w_0 + e^{\alpha x} (C_1 \cdot \cos \alpha x + C_2 \cdot \text{sen} \alpha x) + e^{-\alpha x} (C_3 \cdot \cos \alpha x + C_4 \cdot \text{sen} \alpha x)$$

Donde w_0 es la solución particular y C_1, C_2, C_3 y C_4 son constantes a determinar de acuerdo a las condiciones de borde. Para el caso de tanques de espesor constante, empotrados en el fondo y libres en su borde superior, la solución particular w_0 es:

$$w_0 = \frac{\gamma \cdot (L - x) \cdot r^2}{E \cdot h}$$

con L la altura del depósito y γ el peso específico del fluido. Por ello, la solución general de la ecuación diferencial será:

$$w_{(x)} = \frac{\gamma \cdot (L - x) \cdot r^2}{E \cdot h} + e^{\alpha x} (C_1 \cdot \cos \alpha x + C_2 \cdot \text{sen} \alpha x) + e^{-\alpha x} (C_3 \cdot \cos \alpha x + C_4 \cdot \text{sen} \alpha x) \quad (\text{XIII})$$

Las condiciones de borde para el caso de una pared empotrada en la base y libre en el extremo son:

$$\begin{array}{ll} \text{Para } x = 0 & w = 0 \text{ y } dw/dx = 0 \\ \text{Para } x = L & M_x = 0 \text{ y } V_x = 0 \end{array}$$

De la solución de la ecuación diferencial (XII) y de las ecuaciones (VII) a (IX), se pueden hallar los valores de M_x, V_x y P .

Las condiciones de borde se plantearán a continuación.

1) Depósito empotrado en la base

El desplazamiento y el giro en la base son nulos:

$$w_{(0)} = 0 \quad \frac{dw_{(0)}}{dx} = 0$$

2) Depósito libre en el extremo superior

Frente a esta situación, los esfuerzos $V_{(x)}$ y $M_{(x)}$ son nulos, es decir:

$$\frac{d^3 w_{(L)}}{dx^3} = 0 \quad \frac{d^2 w_{(L)}}{dx^2} = 0$$

Según la expresión (XIII), solución de la ecuación diferencial, se resolverán las derivadas totales del desplazamiento, válidas, en principio, para cualquier tipo de sustentación.

$$\phi_{(x)} = \frac{dw_{(x)}}{dx} = \frac{-\gamma \cdot r^2}{E \cdot h} + \alpha \cdot \{e^{\alpha x} [C_1 \cdot (\cos \alpha x - \text{sen} \alpha x) + C_2 \cdot (\text{sen} \alpha x + \cos \alpha x)] + e^{-\alpha x} [C_3 \cdot (-\cos \alpha x - \text{sen} \alpha x) + C_4 \cdot (-\text{sen} \alpha x + \cos \alpha x)]\} \quad (\text{XIV})$$

$$M_{(x)} = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \frac{d^2 w_{(x)}}{dx^2} = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot 2\alpha^2 \cdot [e^{\alpha x} \cdot (-C_1 \cdot \text{sen} \alpha x + C_2 \cdot \cos \alpha x) + e^{-\alpha x} \cdot (C_3 \cdot \text{sen} \alpha x - C_4 \cdot \cos \alpha x)] \quad (\text{XV})$$

$$V_{(x)} = \frac{-E.h^3}{12.(1-\mu^2)} \cdot \frac{d^3 w_{(x)}}{dx^3} = \frac{-E.h^3}{12.(1-\mu^2)} \cdot 2\alpha^3 \cdot \{e^{\alpha x} [C_1.(-\text{sen } \alpha x - \text{cos } \alpha x) + C_2.(\text{cos } \alpha x - \text{sen } \alpha x)] + e^{-\alpha x} [C_3.(-\text{sen } \alpha x + \text{cos } \alpha x) + C_4.(\text{cos } \alpha x + \text{sen } \alpha x)]\} \quad \text{(XVI)}$$

Recordando y trabajando sobre la expresión (XIII), se obtiene:

$$w_{(x)} = \frac{\gamma.(L-x).r^2}{E.h} + e^{\alpha x} \cdot C_1 \cdot \text{cos } \alpha x + e^{\alpha x} \cdot C_2 \cdot \text{sen } \alpha x + e^{-\alpha x} \cdot C_3 \cdot \text{cos } \alpha x + e^{-\alpha x} \cdot C_4 \cdot \text{sen } \alpha x \quad \text{(XVII)}$$

Es posible evaluar las condiciones de borde planteadas para las condiciones de apoyo de este tanque de agua, para hallar los coeficientes C₁, C₂, C₃ y C₄.

Desplazamiento nulo en x = 0:

$$w_{(0)} = 0 = \frac{\gamma.L.r^2}{E.h} + C_1 + C_3$$

O bien, si deseamos expresarlo en función de coeficientes matriciales:

$$C_1 + 0.C_2 + C_3 + 0.C_4 = \frac{-\gamma.L.r^2}{E.h} \quad \text{(XVIII)}$$

Giro nulo en x = 0:

$$\frac{dw_{(0)}}{dx} = 0 = \frac{-\gamma.r^2}{E.h} + \alpha.(C_1 + C_2 - C_3 + C_4)$$

O bien,

$$C_1 + C_2 - C_3 + C_4 = \frac{\gamma.r^2}{E.h.\alpha} \quad \text{(XIX)}$$

Momento nulo en x = L:

$$\frac{E.h^3}{12.(1-\mu^2)} \cdot \frac{d^2 w_{(x)}}{dx^2} = 0 = \frac{E.h^3}{12.(1-\mu^2)} \cdot 2\alpha^2 \cdot [e^{\alpha L} \cdot (-C_1.\text{sen } \alpha L + C_2.\text{cos } \alpha L) + e^{-\alpha L} \cdot (C_3.\text{sen } \alpha L - C_4.\text{cos } \alpha L)]$$

O de la forma:

$$-e^{\alpha L} \cdot C_1.\text{sen } \alpha L + e^{\alpha L} \cdot C_2.\text{cos } \alpha L + e^{-\alpha L} \cdot C_3.\text{sen } \alpha L - e^{-\alpha L} \cdot C_4.\text{cos } \alpha L = 0 \quad \text{(XX)}$$

Corte nulo en x = L:

$$\frac{-E.h^3}{12.(1-\mu^2)} \cdot \frac{d^3 w_{(x)}}{dx^3} = 0 = \frac{-E.h^3}{12.(1-\mu^2)} \cdot 2\alpha^3 \cdot \{e^{\alpha L} [C_1.(-\text{sen } \alpha L - \text{cos } \alpha L) + C_2.(\text{cos } \alpha L - \text{sen } \alpha L)] + e^{-\alpha L} [C_3.(-\text{sen } \alpha L + \text{cos } \alpha L) + C_4.(\text{cos } \alpha L + \text{sen } \alpha L)]\}$$

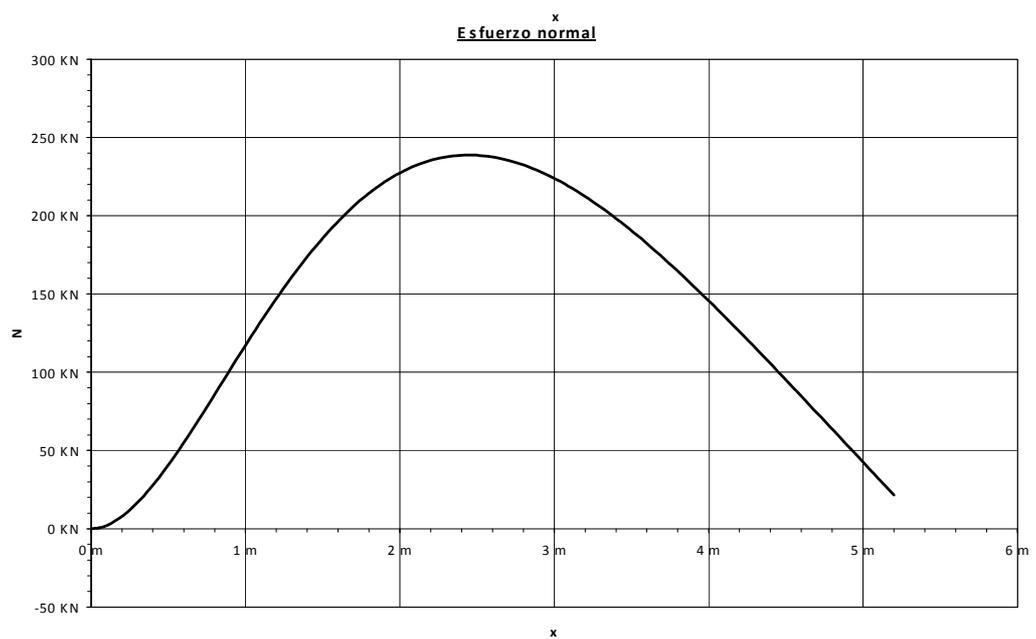
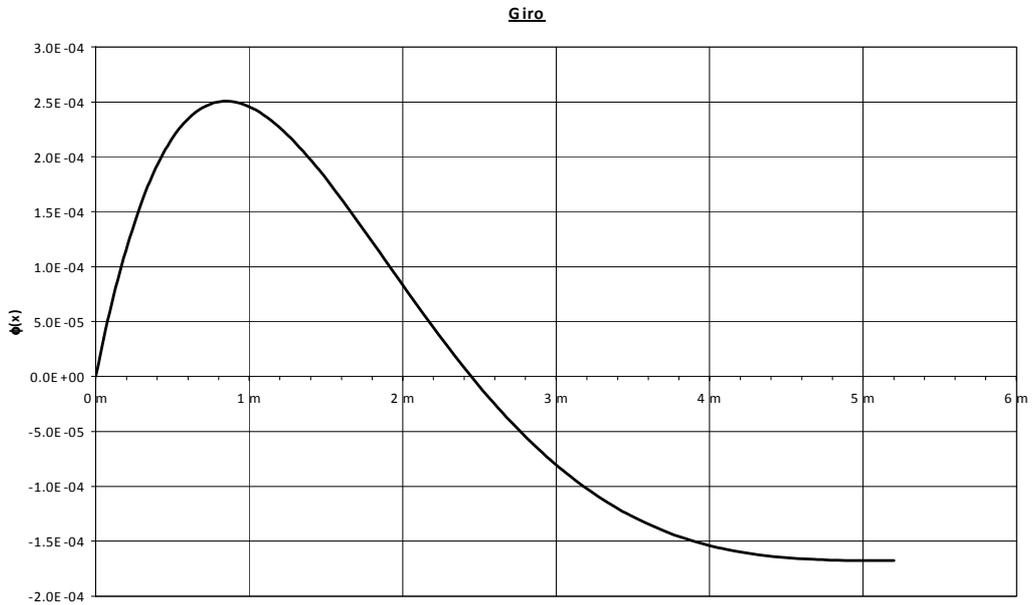
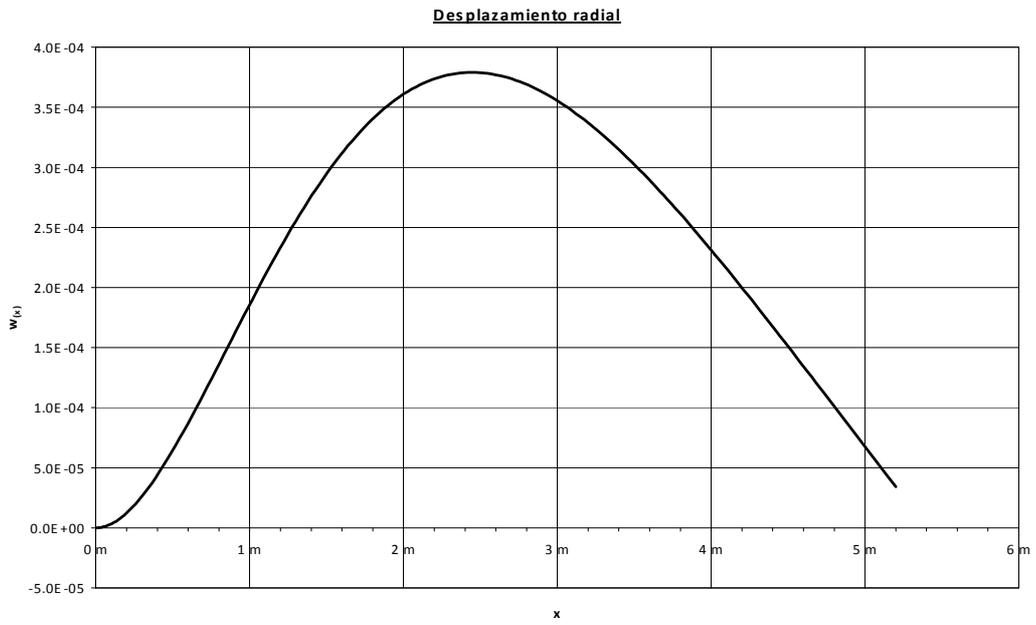
De donde:

$$e^{\alpha L} \cdot (-\text{sen } \alpha L - \text{cos } \alpha L) \cdot C_1 + e^{\alpha L} \cdot (\text{cos } \alpha L - \text{sen } \alpha L) \cdot C_2 + e^{-\alpha L} \cdot (-\text{sen } \alpha L + \text{cos } \alpha L) \cdot C_3 + e^{-\alpha L} \cdot (\text{cos } \alpha L + \text{sen } \alpha L) \cdot C_4 = 0 \quad \text{(XXI)}$$

En función de las expresiones (XVIII) a (XXI), se forma el sistema de ecuaciones que a continuación se anexa:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ -e^{\alpha L} \cdot \text{sen } \alpha L & e^{\alpha L} \cdot \text{cos } \alpha L & e^{-\alpha L} \cdot \text{sen } \alpha L & -e^{-\alpha L} \cdot \text{cos } \alpha L \\ -e^{\alpha L} \cdot (\text{sen } \alpha L + \text{cos } \alpha L) & e^{\alpha L} \cdot (\text{cos } \alpha L - \text{sen } \alpha L) & e^{-\alpha L} \cdot (-\text{sen } \alpha L + \text{cos } \alpha L) & e^{-\alpha L} \cdot (\text{cos } \alpha L + \text{sen } \alpha L) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\gamma.L.r^2 \\ E.h \\ \gamma.r^2 \\ E.h.\alpha \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Este sistema de ecuaciones puede ser resuelto por diferentes métodos (planillas de cálculo, métodos numéricos, etc.) de acuerdo a las condiciones geométricas de cada tanque. Una vez hallados los valores de C₁, C₂, C₃ y C₄, estamos en condiciones de conocer los valores de w_(x), φ_(x), P, M_(x) y V_(x), para cada punto correspondiente al depósito en estudio. Cabe destacar que para valores de α.L > 3, los coeficientes C₁ y C₂ son despreciables, reduciéndose significativamente el cálculo de los coeficientes restantes. Ello significa que la perturbación del estado de tensiones membranales que parte del borde superior es despreciable. De todas formas, la solución que hemos planteado es de carácter general, y permite resolver tanques de hormigón armado empotrados en la base y libres en el borde superior. Igualmente, modificando las condiciones de borde, podrían hallarse las soluciones para otros sistemas de apoyo.



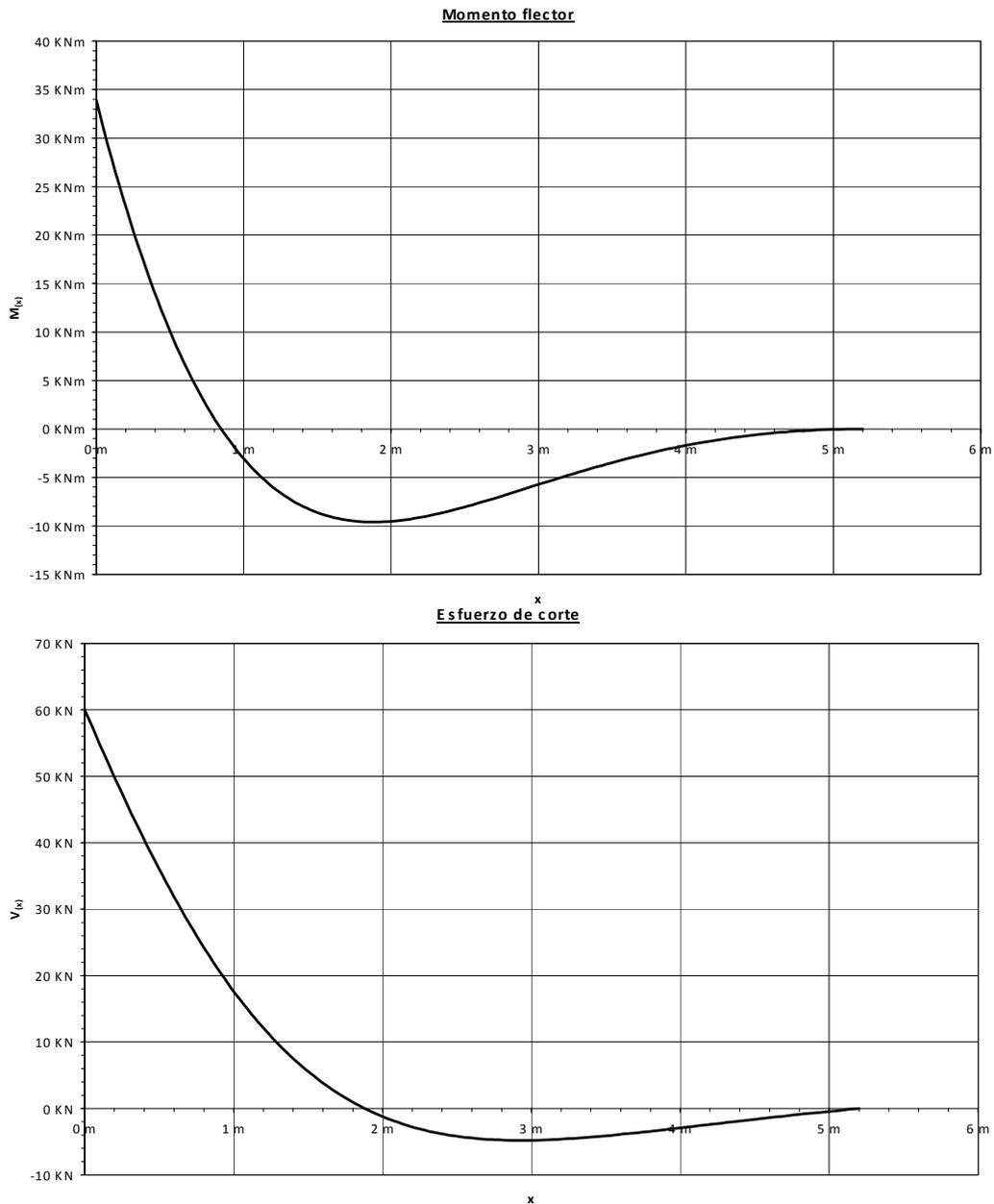


Figura 502: Gráficos de $w_{(x)}$, $\phi_{(x)}$, P , M_x y V_x , en las paredes de un tanque para $\alpha.L=3,9^1$

Losa de fundaci3n

El c3lculo de la losa de fundaci3n de un tanque enterrado o apoyado sobre el suelo suele desarrollarse a trav3s de la modelaci3n de una placa circular sobre un lecho el3stico a trav3s del modelo de Winkler, con las consideraciones efectuadas en el Cap3tulo 35. En los casos en los que no se disponga de m3todos de c3lculo de losas circulares en medios el3sticos, se puede discretizar el problema considerando una viga cuya longitud sea igual al di3metro de la losa y con un ancho unitario, sustentada por resortes calculados de acuerdo al m3dulo de balasto del suelo. A dicha faja, se le debe colocar los momentos de borde por empotramiento del tabique circular con la losa de fundaci3n. Los resultados obtenidos para la viga se pueden hacer extensivos a la totalidad de la placa. Se destaca que la anterior simplificaci3n para el modelo de an3lisis adoptado debe evaluarse en base al criterio del proyectista respecto de su aplicabilidad a la estructura particular en estudio. Uno de los inconvenientes que presenta este modelo, es el de considerar un empotramiento perfecto entre las paredes laterales y la losa de fundaci3n, cuando en realidad dicha uni3n constituye un empotramiento el3stico.

¹ Los gr3ficos fueron obtenidos seg3n el sistema de ecuaciones mencionado para hallar los coeficientes y luego reemplazados en las ecuaciones de cada esfuerzo considerando las caracter3sticas geom3tricas del tanque a desarrollar en el ejemplo.

La losa de fundación se encuentra solicitada a las siguientes acciones:

- *Cargas puntuales de columnas soporte de la losa de cubierta*
- *Presión hidrostática y solicitaciones derivadas del empuje hidrostático contra la pared en caso de continuidad con la misma*

El empuje hidrostático generado por la presión sobre la pared, produce un momento vertical que se transmite a la losa de la base y un esfuerzo de corte que se transmite como fuerza de tracción. Esta tracción se puede calcular a partir de la mayoración del esfuerzo máximo de corte en la base de la pared, o bien a través de la fuerza P obtenida de la expresión aportada por la referencia 75):

$$P = 0,5 \cdot L^2 \cdot \gamma_{\text{agua}} \cdot (1 - K_{1\text{máx}})$$

con $K_{1\text{máx}}$ coeficiente tabulado en la mencionada referencia.

Estos esfuerzos sirven como condición más desfavorable para el cálculo de las armaduras superiores.

- *Empuje del suelo contra la pared (en caso de tanques enterrados o semienterrados)*

El empuje del terreno, para el caso de tanques enterrados o semienterrados, también genera los mismos efectos sobre la losa de fundación que el empuje hidrostático, sólo que el esfuerzo de corte se transmite como esfuerzo normal de compresión.

El empuje del suelo contra la pared se traduce en un momento inferior transmitido a la losa de fundación que es utilizado, además de la condición de peso propio de la estructura superior, para el cálculo de las armaduras inferiores. Normalmente, el peso propio de la losa de fundación no se considera en este caso, ya que compensa en parte los efectos de los esfuerzos anteriores, por lo que nos colocamos del lado de la seguridad. Debe evaluarse con criterio la posibilidad de que bajo la condición de tanque lleno, no se cuente con dicho empuje.

- *Acción térmica y efectos diferidos (retracción y fluencia)*

- *Subpresión del agua*

Esta condición puede resultar determinante con la condición de tanque vacío.

En el caso de tanques de agua elevados, el cálculo se simplifica, ya que no existe interacción con el suelo, y el caso es el de una losa circular con una carga distribuida. Es posible desarrollar una modelación completa de la estructura, más aún, si la geometría de la losa corresponde a una cáscara esférica o a un cono.

La disposición de la armadura de la losa de fundación se efectúa de acuerdo a la dirección de cálculo de los momentos que la solicitan. Por ello, en caso de utilizar el método aproximado de dividir a la losa en fajas de un ancho unitario según x o y, las armaduras se colocarán según esas direcciones cubriendo la sección A_s necesaria (ver Figura 503). Si se calcula o modela la totalidad de la losa circular obteniéndose los valores de momento para un sistema de coordenadas r y ϕ , las armaduras estarán compuestas por radiales y anulares (ver Figura 508 y Figura 509).

Método aproximado para losas apoyadas sobre el terreno

La referencia 75) recomienda que en caso de no poder realizar una modelación precisa de la losa de fundación, es posible calcular de manera aproximada el momento unitario para las armaduras inferiores con la ecuación:

$$m = 0,34 \cdot D \cdot r$$

D = peso propio de la pared por unidad de longitud (con la reacción de la losa de cubierta)

r = radio de la losa.

Tal valor debería mayorarse de acuerdo a los criterios del reglamento o código que se utilice para su diseño.

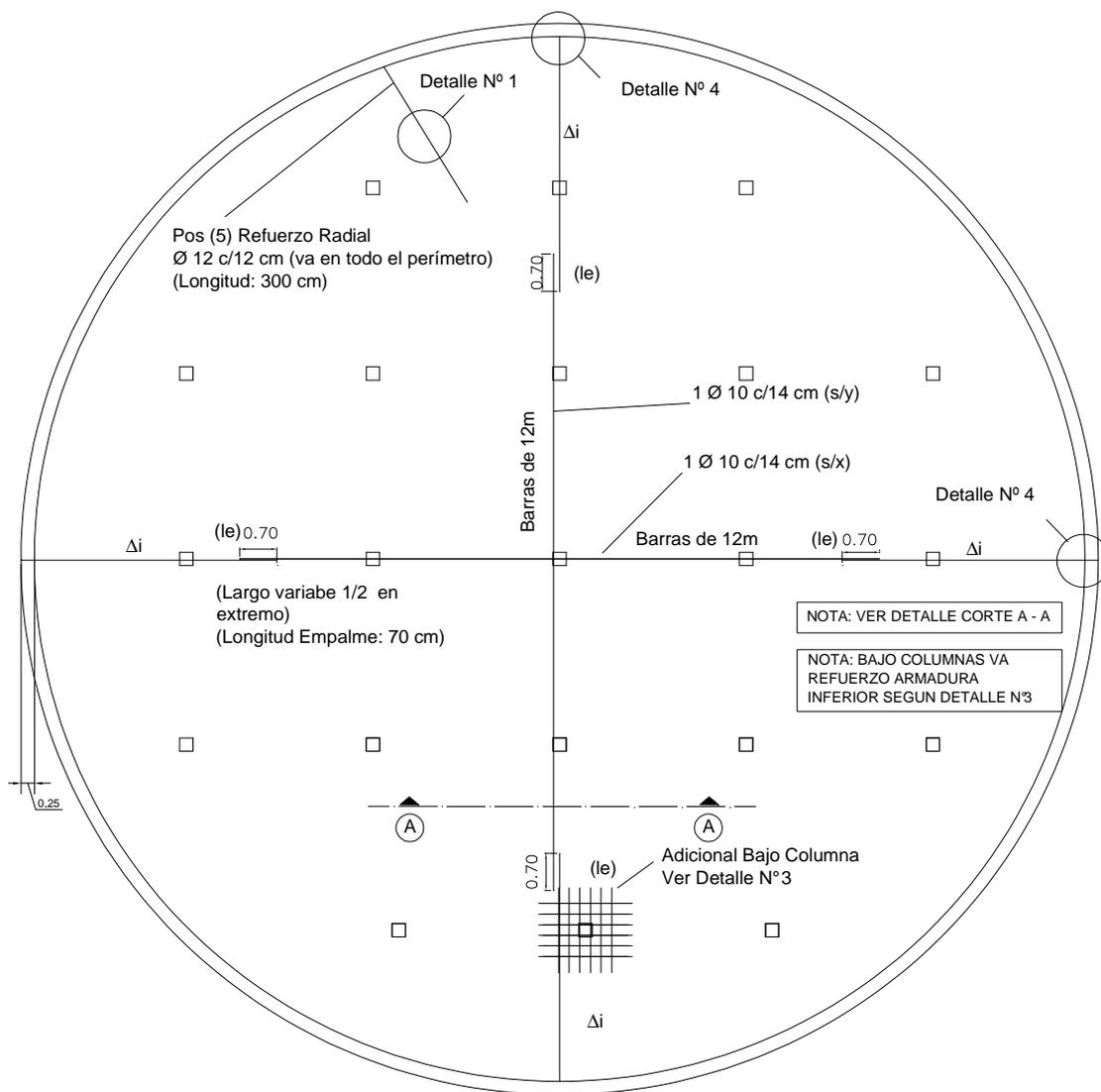


Figura 503: Armadura de una losa de fundación y refuerzo debajo de las columnas de un tanque cilíndrico

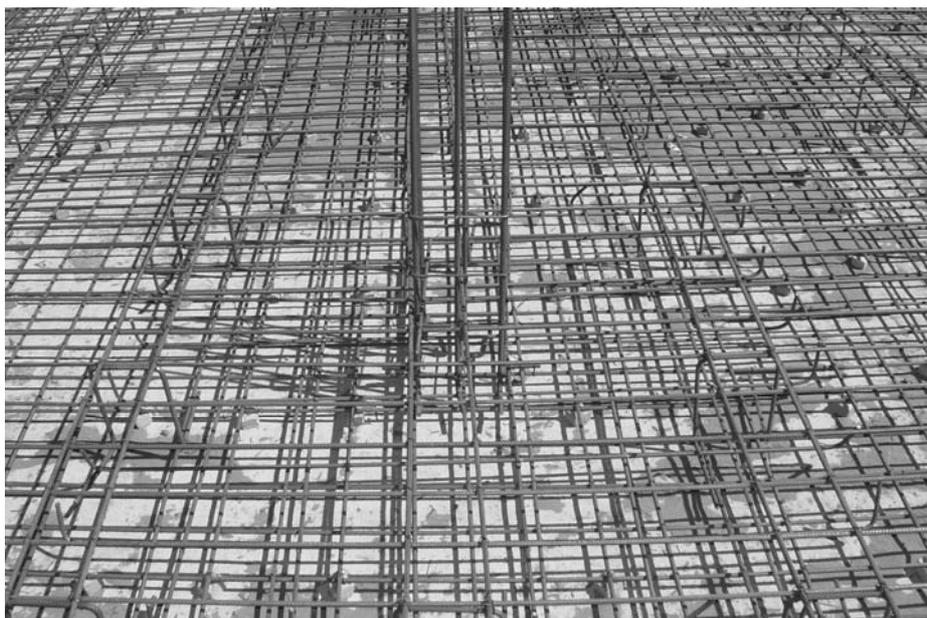


Figura 504: Refuerzo de armadura en la losa de fundación debajo de las columnas de la Figura 503 (véanse los distintos separadores y el hormigón de limpieza)



Figura 505: Armadura de espera para paredes laterales, columnas y tabiques aquietadores



Figura 506: Armaduras de paredes laterales y cartela inferior

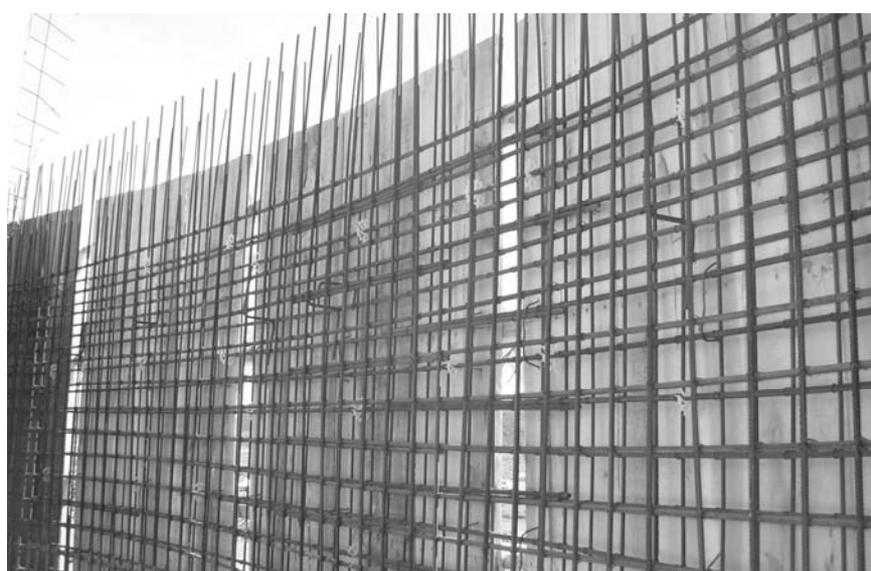


Figura 507: Armaduras de la pared lateral

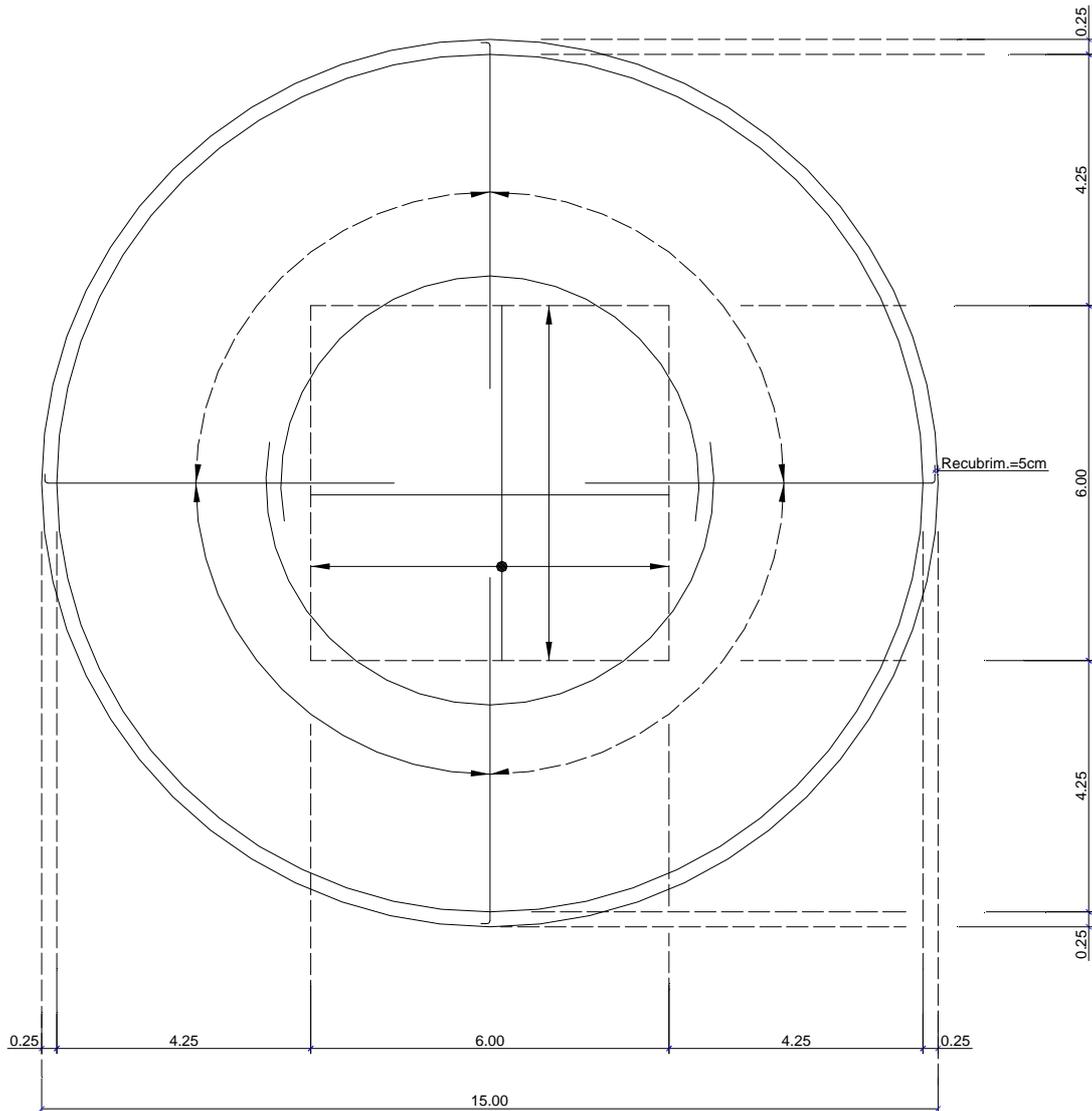


Figura 508: Disposici3n radial y anular de armaduras para un tanque cil3ndrico

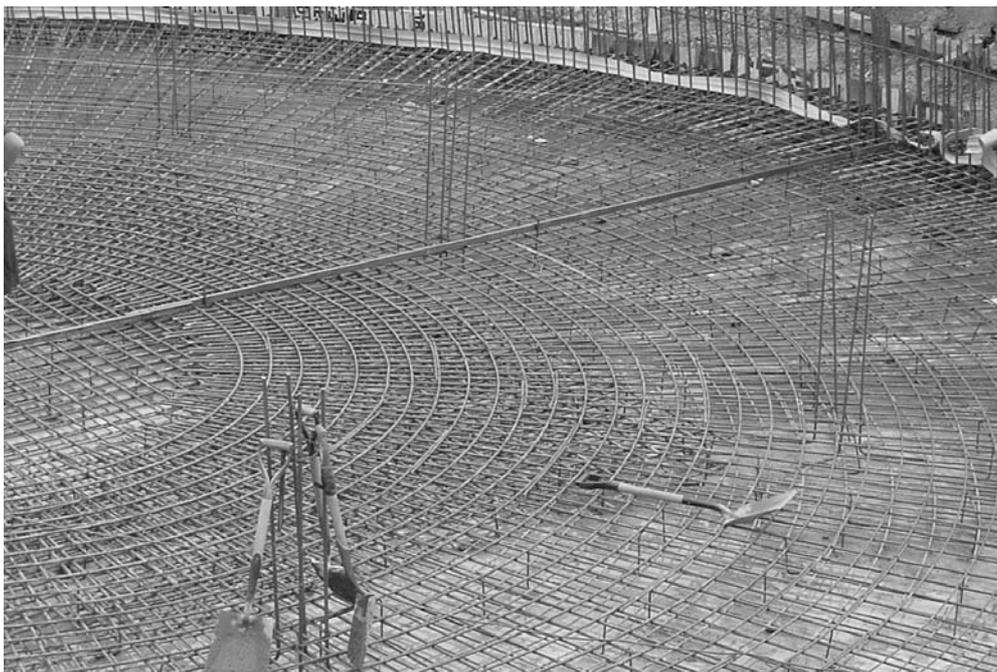


Figura 509: Aspecto de la malla radial y anular en la losa de fundaci3n de un tanque de agua cil3ndrico

Losa de cubierta

La geometría y sustentación de la cubierta de un tanque cilíndrico suele variar de acuerdo a las dimensiones del mismo y a su disposición sobre el terreno. Se pueden distinguir los siguientes casos:

- 1) Un primer caso, y el más frecuente, es el de una cubierta constituida por losas en una dirección apoyadas en un sistema de vigas y columnas que se unen a la losa de fundación. La unión de las losas con las paredes suele desarrollarse a través de un apoyo de neopreno que independiza a la cubierta de las paredes laterales. En ocasiones, las losas son premoldeadas.
- 2) Puede construirse una losa circular única que transmita los esfuerzos en ambas direcciones. Este caso es más limitado a tanques de capacidades menores, ya que los aspectos constructivos comienzan a ser limitantes para el caso de depósitos de capacidades mayores, por las dimensiones y espesores que alcanzan estas losas.
- 3) Otra alternativa es la construcción de láminas con forma de domos de forma esférica o cónica. Esta solución también se encuentra limitada a tanques de pequeñas dimensiones. Los domos pueden poseer espesor constante, o bien, contar con un engrosamiento al alcanzar la unión con las paredes laterales, donde se registran los mayores esfuerzos. Tales domos pueden ser de hormigón armado o pretensado. Para el diseño se sugiere la consulta de la referencia 11).
- 4) Puede construirse una losa circular sustentada directamente por una o varias columnas, debiendo verificarse la condición de punzonado. Existen soluciones al problema en la referencia 24).

Las cargas actuantes sobre estas estructuras son:

- Peso propio.
- Peso de eventuales carpetas y/o membranas.
- Sobrecargas por uso, nieve, hielo, tránsito, etc.



Figura 510: Armaduras de losas y vigas de la losa de cubierta de la Figura 511

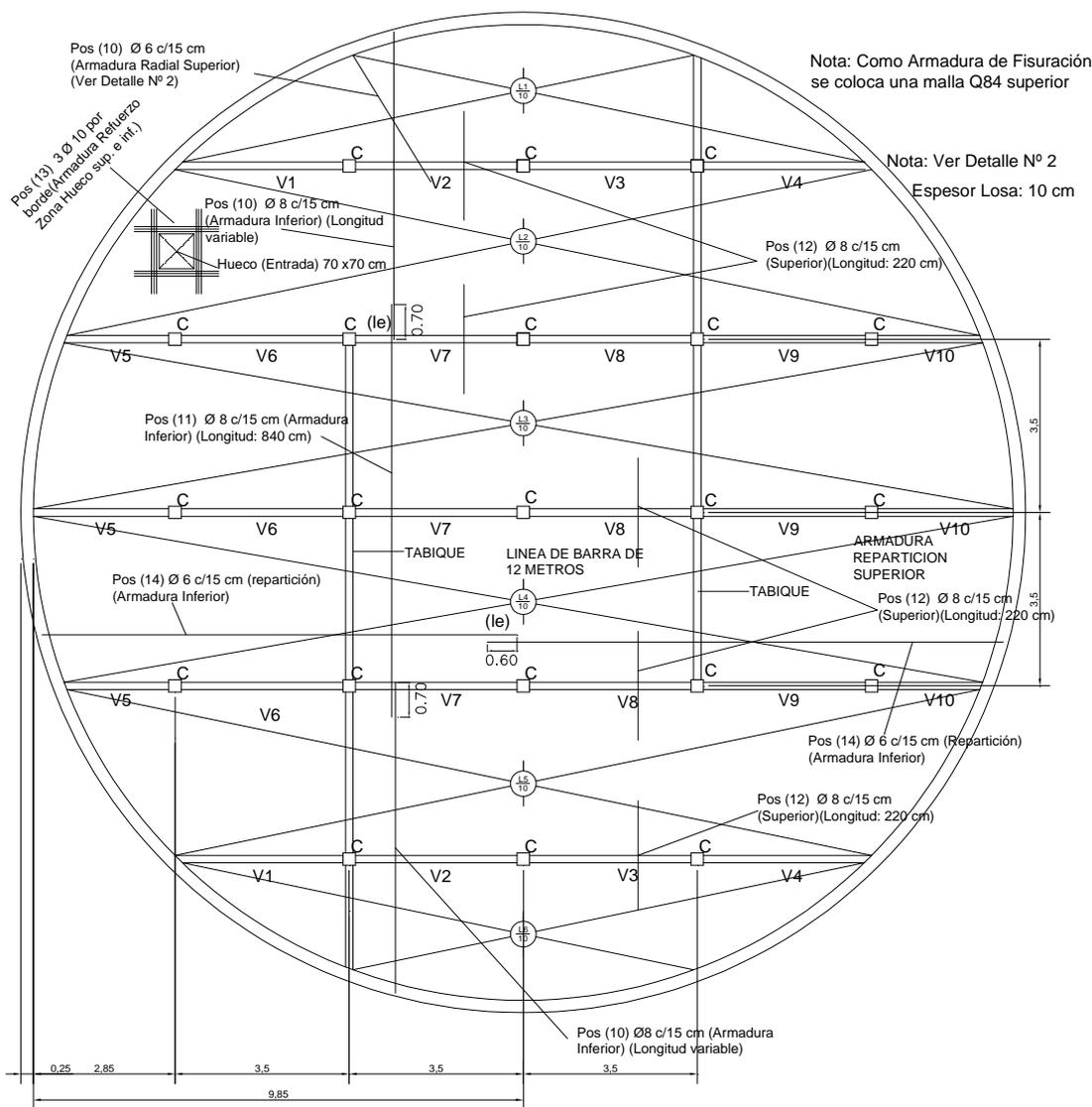


Figura 511: Ejemplo de la cubierta de una losa cilíndrica conformada por losas en una dirección (caso 1)

Tanques rectangulares

Conceptos generales

En general se los clasifica según su ubicación en el espacio en enterrados, superficiales o elevados, y según su ubicación, serán las acciones a evaluar con sus respectivas combinaciones. Los tanques rectangulares son usuales en la construcción de depósitos de agua para edificios, por lo que en estos casos, se debe considerar la acción del viento sobre la estructura de sostén de los mismos.

El comportamiento de los tanques rectangulares es esencialmente espacial, con una alta hiperestaticidad dada la continuidad entre la losa de fondo, las laterales y eventualmente, la losa de cubierta. No obstante, y al sólo efecto de simplificar su análisis, cuando no existe una dirección predominante, se los suele estudiar evaluando los tabiques laterales, la losa de fondo y la losa de cubierta en forma aislada, considerando las condiciones de borde de cada elemento². En función de ello, las paredes pueden ser calculadas como losas para cargas triangulares normales a su plano tales como el la presión del fluido contenido y eventualmente, la presión del suelo (en caso de tanques enterrados) más la tracción que resulta del empuje en las paredes perpendiculares a la de estudio (flexión compuesta). Adicionalmente, las paredes de tanques de agua elevados apoyados en columnas, se deben calcular como vigas de gran altura para las cargas incidentes de las

² Referencia 87).

losas de cubierta y de fondo. En este caso, las armaduras surgen de adicionarse ambas secciones de acero de cálculo.

Las cargas de viento para tanques elevados, no inciden en el diseño de los tabiques laterales, aunque sí son determinantes para las columnas de apoyo de los mismos. La losa de fondo soporta el peso propio más el peso del fluido contenido, considerándose, en general, con continuidad en los tabiques laterales. En caso de tanques elevados aislados, debe considerarse la condición de tanque vacío bajo la acción del viento maximizada y estudiar la deformación del conjunto y el efecto P-Δ sobre las columnas de soporte del mismo y sus fundaciones.

De resultar el tanque enterrado, la losa de fundación se encuentra en la condición más crítica de diseño cuando el tanque se encuentra vacío, actuando sobre la misma la reacción del suelo frente al peso propio de las losas laterales y la losa de cubierta con su sobrecarga, considerando asimismo, los momentos derivados de la continuidad con los tabiques laterales producto de la acción de la presión del suelo. Para el caso de estos tanques, se debe evaluar la posibilidad de que el empuje del suelo no se manifieste (suelos cohesivos que pierden humedad, por ejemplo), por lo que resulta siempre conveniente de que el relleno lateral de suelo sea ejecutado con material granular seleccionado.

Los estados de carga actuantes sobre los tanques rectangulares son:

- *Peso propio.*
- *Presión del agua sin intervención de la presión del suelo (Figura 512).*
- *Presión del suelo con el tanque vacío para casos de tanques semienterrados o enterrados (Figura 513).*
- *Sobrecarga sobre la losa de cubierta.*
- *Acción térmica y efectos diferidos (retracción y fluencia)*
- *Subpresión del agua*
- *Acción del viento en casos de tanques elevados*
- *Acción sísmica (cuando corresponda a la zona de emplazamiento)*

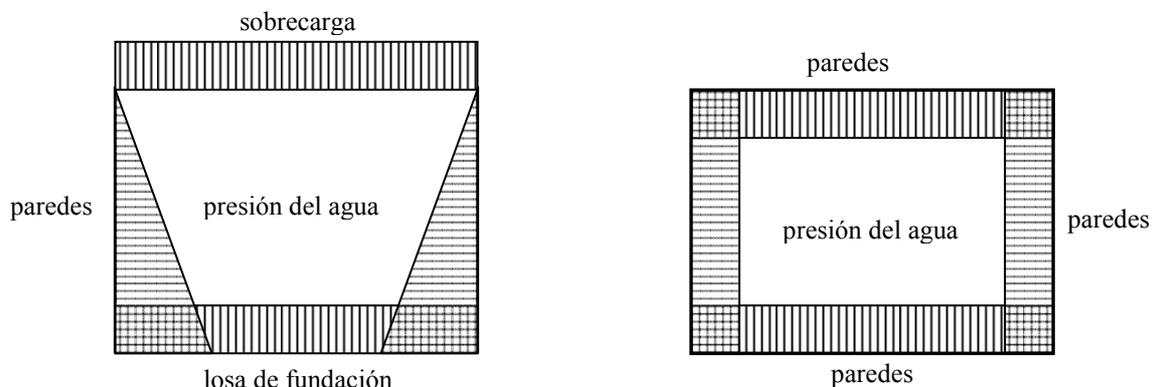


Figura 512: Acción de la presión hidrostática y de la sobrecarga en los tanques (corte vertical y horizontal)

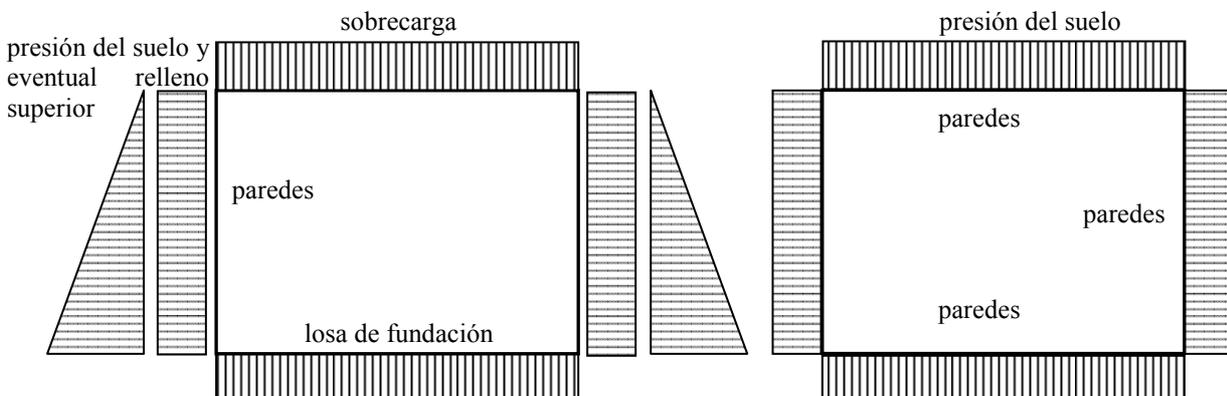


Figura 513: Acción de la presión del suelo y de la sobrecarga en los tanques (corte vertical y horizontal)

Paredes laterales

Las paredes de tanques rectangulares se consideran como placas con cargas triangulares aplicadas, cuyas solicitaciones pueden obtenerse de las tablas que figuran en la mayoría de la bibliografía disponible. A los momentos flectores hallados de las tablas bajo el estado de cargas mencionado, deben adicionarse los esfuerzos de tracción generados por el empuje del agua sobre las paredes normales a las del empuje. Estos casos contemplan los tanques enterrados o semienterrados. Las condiciones de apoyos de las losas que conforman las paredes laterales son en general:

- Empotramiento con la losa de fondo y losas laterales (a verificar en cada caso)
- Extremo libre superior (si no existe tapa superior del tanque)
- Apoyo simple superior (en caso de existir dicha tapa y materializar de esta manera el apoyo).

Luego, deberán evaluarse las solicitaciones como vigas pared para el caso de apoyo de tanques elevados sobre columnas.

Losa de fundación para tanques enterrados

Las armaduras de la losa de fundación se calculan a partir de los momentos generados por el empuje de tierras sobre las paredes laterales más la carga por peso propio de la estructura y la reacción del suelo. No se considera el peso propio de la losa de fundación. Se puede realizar la modelación mediante resortes con el modelo de Winkler, generando vigas de ancho unitario y de un largo igual al de la losa de fondo según una y otra dirección, individualmente. No obstante lo expuesto, esta simplificación resulta importante, por lo que el diseño final de la losa de fundación deberá ser contrastado con otros métodos y se basará en el buen criterio del proyectista de acuerdo a la envergadura del tanque. Se busca que el esfuerzo de corte sea absorbido por el hormigón, de manera de no colocar armadura de corte. De igual forma, ocurre con los esfuerzos de punzonado, en el caso de que los tanques de agua utilicen un sistema de vigas y columnas internas para sustentación de la losa de cubierta.

Losa de cubierta

En general se la considera simplemente apoyada en los tabiques laterales y no tiene condiciones particulares de diseño.

Disposiciones del ACI 350 y de la PCA**Combinaciones de estados de carga**

El diseño desarrollado por el ACI 350-01 se basa en el criterio de resistencia observado para el ACI 318/99, el que difiere en diversos aspectos del ACI 318/05, entre otras variables, los coeficientes de mayoración de cargas y los factores de reducción ϕ . Según el ACI 350-01, las combinaciones de estados de carga son:

$$U = 1,4 \cdot D + 1,7 \cdot L$$

$$U = 1,4 \cdot D + 1,7 \cdot L + 1,7 \cdot H$$

$$U = 0,9 \cdot D + 1,7 \cdot H$$

$$U = 1,4 \cdot D + 1,7 \cdot L + 1,7 \cdot F$$

$$U = 0,9 \cdot D + 1,7 \cdot F$$

$$U = 1,05 \cdot D + 1,275 \cdot L \pm 1,4 \cdot E$$

$$U = 0,9 \cdot D \pm 1,43 \cdot E$$

$$U = 0,9 \cdot D + 1,3 \cdot W$$

$$U = 1,05 \cdot D + 1,275 \cdot L + 1,275 \cdot W$$

donde:

L: sobrecargas o las solicitaciones correspondientes.

D: cargas permanentes o las solicitaciones correspondientes.

F: cargas debidas al peso y presión de fluidos con presiones bien definidas y alturas máximas controlables

H: cargas debidas al peso y presión lateral del suelo, del agua en el suelo u otros materiales, o las solicitaciones correspondientes.

E: cargas debidas a sismo.

W: cargas debidas a viento.

Se incrementa la presión hidrostática H prevista en el ACI 318/99 con un factor de 1,7. Por razones de extensión, no se consideran en el presente texto las acciones debidas a sismo y viento, aunque se observa no obstante, que para tanques elevados, donde la masa se concentra en su parte superior y para tanque lleno, la condición crítica de diseño sería la acción sísmica. Los coeficientes de reducción de resistencia (ϕ) considerados para el diseño de las piezas de hormigón armado según el Código ACI 350-01 son:

- Flexión: 0,90.
- Corte y torsión: 0,85.
- Compresión para columnas zunchadas: 0,75.
- Compresión para columnas simples: 0,70.
- Tracción: 0,90.

Se observa una diferencia sustancial respecto del coeficiente de reducción utilizado por este código para los esfuerzos de corte y torsión.

En adición a lo expuesto anteriormente, y considerando las condiciones de durabilidad y prolongada vida de servicio que deben poseer los tanques de agua, se incorporan al cálculo de las solicitaciones los denominados factores de durabilidad ambiental S, o coeficientes sanitarios, los que tienden indirectamente a reducir las tensiones en las armaduras y mantener los valores de ancho de fisura en límites admisibles. En definitiva, las solicitaciones de diseño serán:

$$U_s = S \cdot U$$

donde:

S (resistencia a tracción por flexión) = 1,3

S (resistencia a compresión y compresión por flexión) = 1,0

S (tracción directa) = 1,65

S (exceso de la resistencia a corte absorbido por la armadura) = 1,3

Es importante aclarar que en este último caso, la expresión final de cálculo a corte resultaría de la forma:

$$\phi.V_s \geq 1,3.(V_u - \phi.V_c)$$

Si en cambio, se siguen los lineamientos del Capítulo 9 del ACI 350-06, el mismo utiliza como combinaciones de estados de carga las que a continuación se detallan:

$$U = 1,4 \cdot (D + F)$$

$$U = 1,2 \cdot (D + F + T) + 1,6 \cdot (L + H) + 0,5 \cdot (L_r \text{ o } S \text{ o } R)$$

$$U = 1,2 \cdot D + 1,6 \cdot (L_r \text{ o } S \text{ o } R) + (1,0 \cdot L \text{ o } 0,8 \cdot W)$$

$$U = 1,2 \cdot D + 1,6 \cdot W + 1,0 \cdot L + 0,5 \cdot (L_r \text{ o } S \text{ o } R)$$

$$U = 1,2 \cdot D + 1,2 \cdot F + 1,0 \cdot E + 1,6 \cdot H + 1,0 \cdot L + 0,2 \cdot S$$

$$U = 0,9 \cdot D + 1,2 \cdot F + 1,6 \cdot W + 1,6 \cdot H$$

$$U = 0,9 \cdot D + 1,2 \cdot F + 1,0 \cdot E + 1,6 \cdot H$$

El factor de carga de H debe ser reducido a 0,6 cuando reduce el efecto de D, L o F. La presión generada por el suelo sólo puede ser utilizada para reducir otros efectos de carga cuando existen estudios que permiten asegurar ese tipo de presiones.

Los coeficientes de reducción de resistencia (ϕ) considerados para el diseño de las piezas de hormigón armado según el ACI 350-06 son:

- Flexión: 0,90.
- Corte y torsión: 0,75.
- Compresión para columnas zunchadas: 0,70.
- Compresión para columnas simples: 0,65.
- Tracción: 0,90.

Estos factores son coincidentes con el ACI 318/05. De todas maneras, se propone el uso del coeficiente sanitario, al que se lo define de la forma:

$$S_d = \frac{\phi \cdot f_y}{\gamma \cdot f_s} \geq 1,0$$

donde:

ϕ = factor de reducción de resistencias

f_y = tensión de fluencia del acero

f_s = tensión del acero para cargas de servicio

γ = cargas factorizadas / cargas sin factorizar

Los valores de f_s utilizados en la ecuación del coeficiente sanitario se calculan de acuerdo a las consideraciones enunciadas en la referencia 6).

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 93) Cálculo de un tanque de agua cilíndrico apoyado sobre el suelo

Calcular las solicitaciones y definir el armado de un tanque de agua cilíndrico de un diámetro interno de 19,70 m, con una altura de agua prevista de 5,20 m y una altura total de 5,50 m apoyado sobre un suelo de tensión admisible $\sigma_{adm} = 1 \text{ kg/cm}^2$. El estudio de suelos revela un manto de características homogéneas en la zona afectada por el bulbo de tensiones, de características no cohesivas, no susceptible de sufrir deformaciones diferenciales. Este último aspecto, de presentarse, puede ocasionar graves problemas a estructuras de este tipo. La losa superior del tanque estará constituida por un sistema de losas unidireccionales sustentada por vigas y columnas que apoyarán sobre la losa de fundación. Por condiciones hidráulicas se dispone de dos tabiques aquietadores. La planta del tanque se observa en la Figura 514.

Materiales:

Hormigón H-25 ($f'_c = 25 \text{ MPa}$)

Acero ADN 42/50 ($f_y = 420 \text{ MPa}$)

Ubicación de la estructura: Departamento Río Senguer - Chubut

1) Dimensiones adoptadas

De acuerdo a las recomendaciones del comité ACI 350-01, se definen los siguientes recubrimientos y dimensiones de las estructuras que conforman el tanque de agua.

Paredes laterales:

$D_{int} = 19,70 \text{ m}$

$h_{pared \text{ lateral}} = 30 \text{ cm}$ (espesor mínimo s/ACI 350)

$D_{ext} = 20,30 \text{ m}$

$L_{int \text{ agua}} = 5,20 \text{ m}$

$L_{ext} = 5,50 \text{ m}$

$c_c = 5 \text{ cm}$ (recubrimiento mínimo s/ACI 350)

Losa de cubierta:

$h = 10 \text{ cm}$

$c_c = 2 \text{ cm}$

Vigas:

$b = 20 \text{ cm}$

$h = 30 \text{ cm}$

Columnas internas:

$b = h = 30 \text{ cm}$

$c_c = 5 \text{ cm}$

Losa de fundación:

$h = 35 \text{ cm}$ ($> h_{min} = 30 \text{ cm}$ s/ACI 350)

$h_{hormigón \text{ limpieza}} = 10 \text{ cm}$

Tabiques aquietadores:

$h = 15 \text{ cm}$

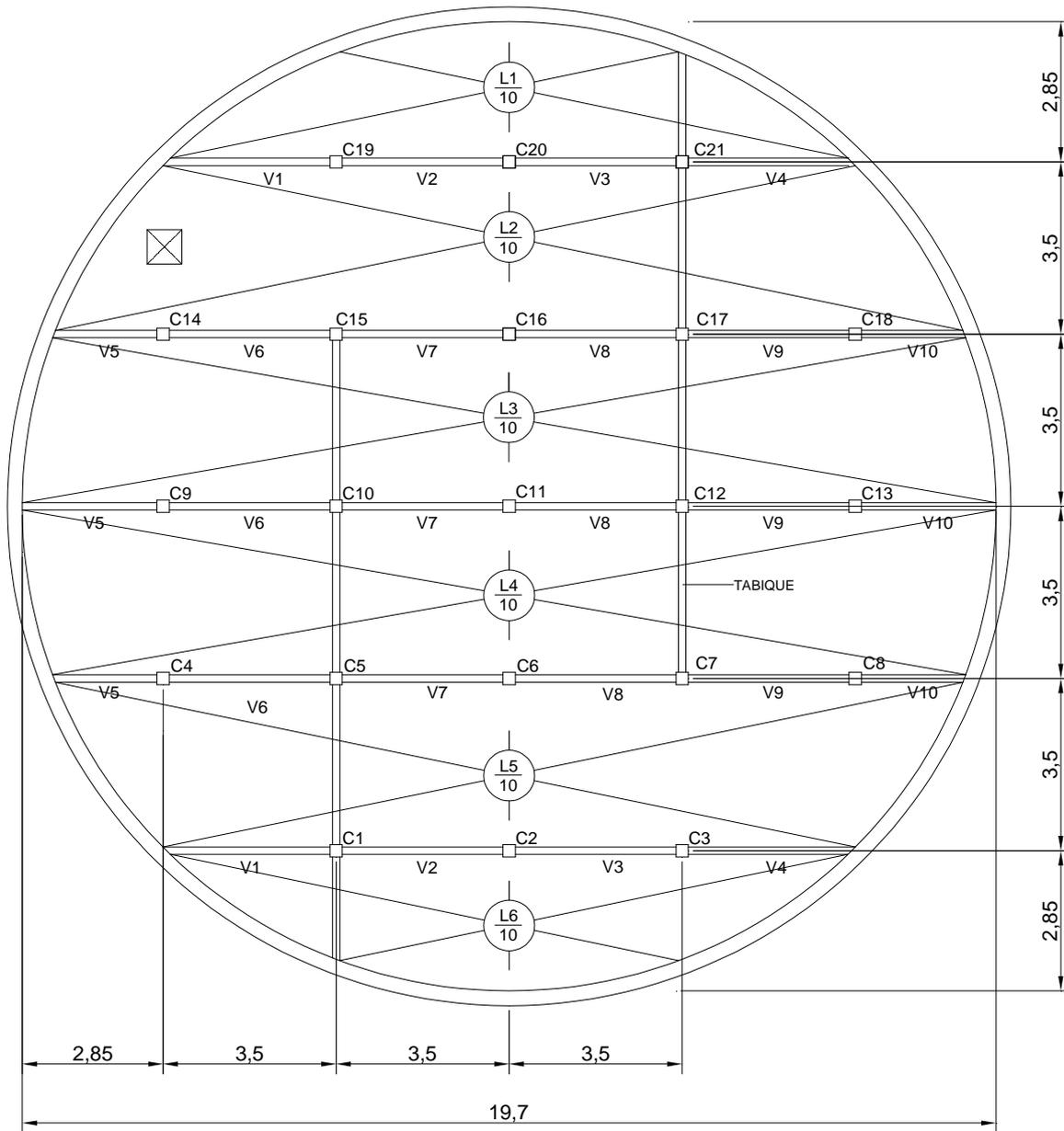


Figura 514: Planta del tanque cilíndrico del ejemplo (losa de tapa)

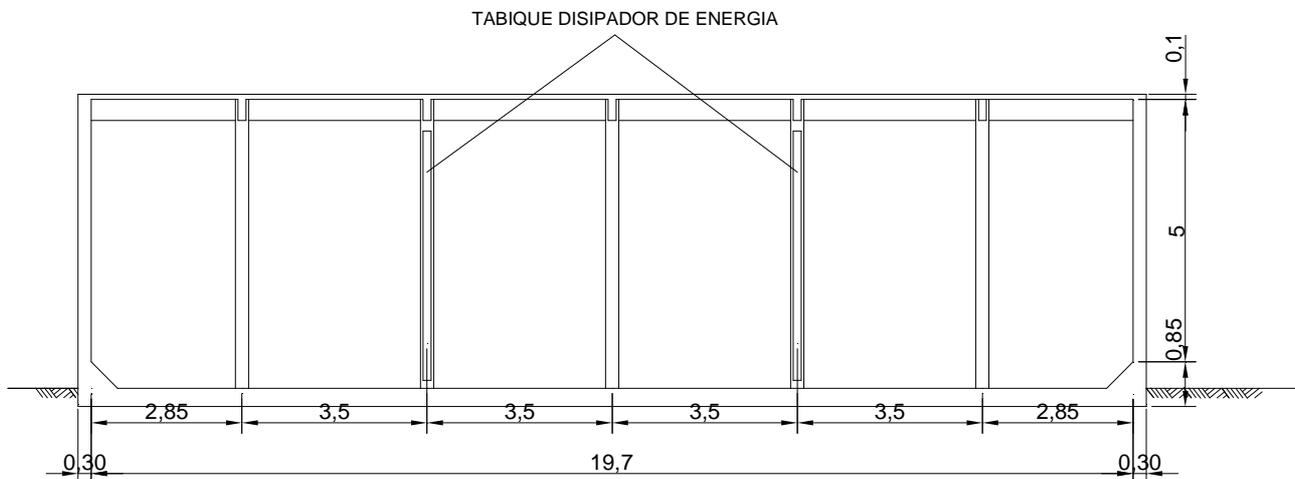


Figura 515: Corte del tanque de agua del ejemplo

2) Análisis de cargas

Se procederá a calcular el peso propio de los elementos que constituyen el tanque y el peso del agua contenida en él a los efectos de verificar la tensión sobre el terreno.

$$D_{\text{pared lateral}} = 2 \cdot \pi \cdot r_m \cdot h \cdot \gamma_{H^{\circ}} = 2 \cdot \pi \cdot 20 \text{ m} \cdot 0,30 \text{ m} \cdot 2,4 \text{ tn/m}^3 = 248,81 \text{ tn}$$

$$D_{\text{columnas internas}} = b \cdot h \cdot L_{\text{ext}} \cdot \gamma_{H^{\circ}} \cdot 21 = 0,30 \text{ m} \cdot 0,30 \text{ m} \cdot 5,5 \text{ m} \cdot 2,4 \text{ tn/m}^3 \cdot 21 = 24,95 \text{ tn}$$

$$D_{\text{losa de fundación}} = h \cdot \pi \cdot r_e^2 \cdot \gamma_{H^{\circ}} = 0,35 \text{ m} \cdot \pi \cdot (10,15 \text{ m})^2 \cdot 2,4 \text{ tn/m}^3 = 271,87 \text{ tn}$$

$$D_{\text{agua}} = L_{\text{int agua}} \cdot \pi \cdot r_i^2 \cdot \gamma_{\text{agua}} = 5,20 \text{ m} \cdot \pi \cdot (9,85 \text{ m})^2 \cdot 1 \text{ tn/m}^3 = 1584,88 \text{ tn}$$

$$D_{\text{tabiques aquietadores}} = h \cdot L_{\text{int}} \cdot l \cdot \gamma_{H^{\circ}} = 0,15 \text{ m} \cdot 5,20 \text{ m} \cdot 19,8 \text{ m} \cdot 2,4 \text{ tn/m}^3 = 37,07 \text{ tn}$$

$$D_{\text{vigas}} = b \cdot (h - h_{\text{losa}}) \cdot l \cdot \gamma_{H^{\circ}} = 0,20 \text{ m} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 87,4 \text{ m} \cdot 2,4 \text{ tn/m}^3 = 8,4 \text{ tn}$$

$$D_{\text{cubierta}} = \pi \cdot r_e^2 \cdot h_{\text{losa}} \cdot \gamma_{H^{\circ}} = \pi \cdot 0,10 \text{ m} \cdot 2,4 \text{ tn/m}^3 = 77,68 \text{ tn}$$

$$\Sigma D = 2252,96 \text{ tn}$$

$$\sigma = \frac{2252,96 \text{ tn}}{\pi \cdot r_e^2} = 7 \frac{\text{tn}}{\text{m}^2} = 0,7 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < \sigma_{\text{adm}} \quad (\text{verifica})$$

3) Cálculo de solicitaciones y armaduras

a) Paredes laterales

Esfuerzo de tracción anular generado por la presión del agua

$$h = 0,30 \text{ m}$$

$$r_m = 10 \text{ m}$$

$$L_{\text{agua}} = 5,20 \text{ m}$$

$$\alpha = \frac{\sqrt[4]{3 \cdot (1 - \mu^2)}}{\sqrt{r \cdot h}} = \frac{\sqrt[4]{3 \cdot (1 - 0,15^2)}}{\sqrt{10 \text{ m} \cdot 0,30 \text{ m}}} = 0,755 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\alpha \cdot L = 0,755 \text{ 1/m} \cdot 5,20 \text{ m} = 3,9$$

El máximo valor de tracción anular sobre la pared se obtiene de la solución del sistema de ecuaciones planteado en los párrafos precedentes y del reemplazo de los respectivos coeficientes (C_1 , C_2 , C_3 y C_4) en las ecuaciones de esfuerzos.

$$P_{F_{\text{máx}}} = 238,8 \text{ KN/m}$$

Tal valor se registra en $x = 2,6 \text{ m}$

A partir del valor de la presión máxima generada por el agua sobre la pared lateral, se procederá a mayorar las solicitaciones y a aplicar el coeficiente sanitario, siguiendo los lineamientos del código ACI 350-01.

$$P_u = 1,7 \cdot P_{F_{\text{máx}}} = 405,96 \text{ KN/m}$$

$$P_{us} = 1,65 \cdot P_u = 669,8 \text{ KN/m}$$

$$P_n = \frac{P_{us}}{\phi} = \frac{669,8 \text{ KN/m}}{0,9} = 744,3 \text{ KN/m}$$

$$A_s = \frac{P_n}{2 \cdot f_y} = 8,86 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

A partir de una altura aproximada de $x = 3,6$ m, se puede observar una disminución de los esfuerzos de tracción que solicitan a la pared (ver Figura 502).

$$P_F = 173,7 \text{ KN} / \text{m}$$

$$P_u = 1,7 \cdot P_{F\text{máx}} = 295,3 \text{ KN/m}$$

$$P_{us} = 1,65 \cdot P_u = 487,25 \text{ KN/m}$$

$$P_n = \frac{P_{us}}{\phi} = \frac{487,25 \text{ KN} / \text{m}}{0,9} = 541,4 \text{ KN} / \text{m}$$

$$A_s = \frac{P_n}{2 \cdot f_y} = 6,44 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Por su parte, la armadura mínima por cara se calcula según las recomendaciones del ACI 350 considerando que se prevén únicamente juntas constructivas y no de movimiento:

$$A_{s\text{min}} = 0,005 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} / 2 = 7,5 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Se adopta $\phi 12\text{c}/12$ cm horizontales ($9,42 \text{ cm}^2/\text{m}$) por cara hasta una altura de 3,6 m, y $\phi 12\text{c}/15$ cm horizontales ($7,54 \text{ cm}^2/\text{m}$) por cara de 3,6 m hasta 5,5 m de altura.

Verificación a la fisuración

El ACI 350-01 permite utilizar $f_s \cong 0,45 f_y$ (Art. 10.6.4), o bien es posible calcular f_s en este caso de la forma:

$$f_s = \frac{P_{F\text{máx}}}{2 \cdot A_s} = \frac{238,8 \text{ KN} / \text{m}}{2 \cdot 9,42 \text{ cm}^2 / \text{m}} = 12,67 \text{ KN} / \text{cm}^2 = 126,7 \text{ MPa}$$

$$d_c = 50 \text{ mm}$$

$$A = 12 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} / 2 = 18000 \text{ mm}^2$$

$$\beta = 1 \text{ (tracción simple)}$$

$$w_{\text{máx}} \text{ (según ACI 224R-01)} = 0,10 \text{ mm}$$

$$w_k = \frac{1}{90000} \cdot \beta \cdot f_s \cdot \sqrt[3]{d_c \cdot A} = 0,13 \text{ mm} \cong 0,10 \text{ mm} \quad (\text{verifica})$$

Máximo momento flector interior

El momento máximo se registrará en el empotramiento del fondo de las paredes laterales, el cual tracciona las fibras interiores.

$$x = 0$$

$$M_{F\text{máx}} = 33,84 \text{ KNm} / \text{m}$$

$$M_u = 1,7 \cdot M_{F\text{máx}} = 57,53 \text{ KNm/m}$$

$$M_{us} = 1,3 \cdot M_u = 74,79 \text{ KNm/m}$$

$$M_n = \frac{M_{us}}{\phi} = \frac{74,79 \text{ KNm/m}}{0,9} = 83,3 \text{ KNm/m}$$

$$d = h - c_c - d_b/2 = 30 \text{ cm} - 5 \text{ cm} - 1,2 \text{ cm} / 2 = 24,4 \text{ cm}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(MNm)}{b(m)}}} = \frac{0,244 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,0833 \text{ MNm/m}}{1 \text{ m}}}} = 0,85 \text{ m} / \sqrt{MN}$$

$$K_e = 24,766 \text{ cm}^2/\text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 24,766 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,0833 \text{ MNm/m} / 0,244 \text{ m} = 8,45 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se adoptan $\phi 12\text{c}/12 \text{ cm}$ verticales interiores ($9,42 \text{ cm}^2/\text{m}$) por cara.

Máximo momento flector exterior

A continuación se determinará el máximo momento flector que tracciona las fibras exteriores.

$$x = 1,87 \text{ m}$$

$$M_{Fm\acute{a}x} = -9,60 \text{ KNm/m}$$

$$M_u = 1,7 \cdot M_{Fm\acute{a}x} = -16,3 \text{ KNm/m}$$

$$M_{us} = 1,3 \cdot M_u = -21,22 \text{ KNm/m}$$

$$M_n = \frac{M_{us}}{\phi} = \frac{-21,22 \text{ KNm/m}}{0,9} = -23,57 \text{ KNm/m}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(MNm)}{b(m)}}} = \frac{0,244 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,02357 \text{ MNm/m}}{1 \text{ m}}}} = 1,59 \text{ m} / \sqrt{MN}$$

$$K_e = 24,301 \text{ cm}^2/\text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 24,301 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,02357 \text{ MNm/m} / 0,244 \text{ m} = 2,35 \text{ cm}^2/\text{m} < A_{s\text{min}}$$

Se adoptan $\phi 10\text{c}/10 \text{ cm}$ verticales exteriores ($7,85 \text{ cm}^2/\text{m}$) por cara.

Tracción anular sobre la losa de fondo

Para determinar la tracción anular sobre la losa de fondo, se calculará el valor del esfuerzo de corte de la pared lateral en el empotramiento, ya que el mismo se manifestará como esfuerzo axial sobre la base.

$$x = 0$$

$$V_x = 60 \text{ KN/m}$$

$$P_{\text{tracción}} = V_{\text{ubase}} = 1,7 \cdot 60 \text{ KN/m} = 102 \text{ KN/m}$$

$$P_{us} = 198 \text{ KN/m}$$

$$P_n = \frac{P_{us}}{\phi} = \frac{198 \text{ KN/m}}{0,9} = 220 \text{ KN/m}$$

$$A_s = \frac{P_n}{2 \cdot f_y} = 2,62 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Verificación a corte

A partir del esfuerzo calculado anteriormente, se verificará la pared lateral de tal forma de no tener que colocar armadura de corte.

$$V_{\text{ubase}} = 1,7 \cdot 60 \text{ KN/m} = 102 \text{ KN/m}$$

$$V_n = V_u / \phi = 102 \text{ KN} / 0,85 = 120 \text{ KN}$$

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d = 1/6 \cdot \sqrt{25} \cdot 1 \text{ m} \cdot 0,244 \text{ m} \cdot 1000 = 203,3 \text{ KN} > V_n \quad (\text{verifica})$$

b) Losa de cubierta

Análisis de cargas

Se considerará el peso propio de la losa de cubierta del tanque más la sobrecarga generada por la nieve según la zona en la que se encontrará emplazado el tanque $S = 200 \text{ kg/m}^2$, según referencia 27).

$$h = 10 \text{ cm}$$

$$d = 10 \text{ cm} - 2 \text{ cm} - 0,8 \text{ cm} / 2 = 7,6 \text{ cm}$$

Peso propio	$0,10 \text{ m} \cdot 2,4 \text{ tn/m}^3 = 0,24 \text{ tn/m}^2$
Carpeta.....	$0,03 \text{ m} \cdot 2 \text{ tn/m}^3 = 0,06 \text{ tn/m}^2$
Membrana.....	$0,024 \text{ tn/m}^2$
	$D = 0,324 \text{ tn/m}^2$
	$S = 0,2 \text{ tn/m}^2$

$$U = 1,4 \cdot D + 1,7 S = 0,794 \text{ tn/m}^2 = 7,94 \text{ KN/m}^2$$

Modelando el sistema de losas en una dirección como fajas de 1 m apoyadas sobre las vigas, se obtuvieron los siguientes momentos:

$$M_{\text{tramo}} = 4,43 \text{ KNm/m} \quad M_{\text{us}} = 1,3 \cdot M_u = 5,9 \text{ KNm/m}$$

$$M_{\text{apoyo}} = -8,11 \text{ KNm/m} \quad M_{\text{us}} = 1,3 \cdot M_u = -10,54 \text{ KNm/m}$$

Armadura superior de apoyo

$$M_n = \frac{M_{us}}{\phi} = \frac{-10,54 \text{ KNm/m}}{0,9} = -11,71 \text{ KNm/m}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(\text{MNm})}{b(m)}}} = \frac{0,076 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,01171 \text{ MNm/m}}{1 \text{ m}}}} = 0,70 \text{ m} / \sqrt{\text{MN}}$$

$$K_e = 25,460 \text{ cm}^2/\text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 25,460 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,01171 \text{ MNm/m} / 0,076 \text{ m} = 3,92 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\rho_{\text{mín}} = 0,0018$$

$$A_{\text{smin}} = \rho_{\text{mín}} \cdot b \cdot h = (0,0018) (100 \text{ cm}) (10 \text{ cm}) = 1,8 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\text{verifica})$$

Se adoptan $\phi 8\text{c}/12 \text{ cm}$ ($4,19 \text{ cm}^2/\text{m}$) superiores en los apoyos.

Armadura inferior de tramo

$$M_n = \frac{M_{us}}{\phi} = \frac{5,9 \text{ KNm/m}}{0,9} = 6,55 \text{ KNm/m}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(\text{MNm})}{b(m)}}} = \frac{0,076 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,00655 \text{ MNm/m}}{1 \text{ m}}}} = 0,93 \text{ m} / \sqrt{\text{MN}}$$

$$K_e = 24,675 \text{ cm}^2/\text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 24,675 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,00655 \text{ MNm/m} / 0,076 \text{ m} = 2,11 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se adoptan $\phi 8\text{c}/15 \text{ cm}$ ($3,35 \text{ cm}^2/\text{m}$) inferiores.

En la dirección perpendicular, se coloca armadura mínima para evitar fenómenos por contracción y temperatura igual a $\phi 6\text{c}/15 \text{ cm}$ ($1,88 \text{ cm}^2/\text{m}$) inferiores.

Verificación a fisuración de la losa de cubierta

f_s (tensión de servicio) = $f_y / 1,50 = 280 \text{ MPa}$

$$s \leq \begin{cases} 380 \cdot \frac{280}{f_s} - 2,5 \cdot c_c = 380 \cdot \frac{280}{280} - 2,5 \cdot 20 \text{ mm} = 330 \text{ mm} \\ 300 \cdot \frac{280}{f_s} = 300 \cdot \frac{280}{280} = 300 \text{ mm} \end{cases}$$

Como s adoptado es igual a 15 cm es menor a $s_{\text{máx}}$, verifica.

c) Vigas de soporte de la losa de cubierta

$$l_{\text{máx}} = 3,50 \text{ m}$$

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$h \geq l / 21 = (350 \text{ cm} - 30 \text{ cm}) / 21 = 15 \text{ cm} \quad (\text{verifica } h \text{ adoptado})$$

Análisis de cargas

La carga última estará dada por el aporte de las cargas y sobrecargas de las losas de cubierta más el peso propio de las vigas debidamente mayorados.

$$U = 7,94 \text{ KN/m}^2 \cdot 3,5 \text{ m} + 1,4 \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 0,30 \text{ m} \cdot 24 \text{ KN/m}^3 = 29,81 \text{ KN/m}$$

$$d = 30 \text{ cm} - 5 \text{ cm} - 1,2 \text{ cm} / 2 = 24,4 \text{ cm}$$

Dimensionado a flexión en el tramo

$$M_{\text{utramo}} = 16,1 \text{ KNm}$$

$$M_{us} = 1,3 \cdot M_u = 20,93 \text{ KNm}$$

$$M_n = M_{us} / 0,90 = 23,26 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 23,26 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 25000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,20 \text{ m} \cdot (0,244 \text{ m})^2] = 0,0919$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,096$$

Verificación de K_a :

Cuantía mínima

$$k_{\text{amin}} = \frac{1,40}{0,85 \cdot f_c'} = 0,065 \quad \text{verifica } K_a > K_{\text{amin}}$$

Cuantía máxima

$$k_{\text{am\acute{a}x}} = 0,375 \beta_1 = 0,375 \cdot 0,85 = 0,3187 \quad \text{verifica } K_a < K_{\text{am\acute{a}x}}$$

Cálculo de la armadura

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 25 \text{ MPa} \cdot 20 \text{ cm} \cdot 0,096 \cdot 24,4 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 2,37 \text{ cm}^2$$

Es posible adoptar 3 ϕ 12mm inferiores (3,39 cm²).

Dimensionado a flexión en el apoyo

$$M_{\text{uapoyo}} = -31,33 \text{ KNm}$$

$$M_{\text{us}} = 1,3 \cdot M_u = -40,73 \text{ KNm}$$

$$M_n = M_{\text{us}} / 0,90 = -45,26 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 45,26 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 25000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,20 \text{ m} \cdot (0,244 \text{ m})^2] = 0,1788$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,1985$$

Cálculo de la armadura

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 25 \text{ MPa} \cdot 20 \text{ cm} \cdot 0,1985 \cdot 24,4 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 4,90 \text{ cm}^2$$

Se adoptan 3 ϕ 12mm + 2 ϕ 10mm (4,96 cm²) en los apoyos.

Dimensionado a corte

$$V_u = 53,2 \text{ KN}$$

Resistencia a corte del hormigón:

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f_c^*} \cdot b_w \cdot d = 40,67 \text{ KN}$$

$$\phi V_s \geq 1,3 \cdot (V_u - \phi V_c)$$

$$V_s \geq \frac{1,3 \cdot (V_u - \phi V_c)}{\phi} = \frac{1,3 \cdot (53,2 \text{ KN} - 0,85 \cdot 40,67)}{0,85} = 28,50 \text{ KN}$$

Verificación:

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f_c^*} \cdot b_w \cdot d = 162,66 \text{ KN (verifica)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{28,5 \text{ KN}}{0,244 \text{ m} \cdot 420 \text{ KN/cm}^2} = 2,78 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Estribado mínimo:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,20 \text{ m}}{420 \text{ Mpa}} \cdot 10000 = 1,57 \text{ cm}^2 / \text{m} < 2,78 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ (verifica)}$$

Se adoptan estribos ϕ 6c/12 cm (4,71 cm²/m)

Separación máxima:

$$V_s = 28,50 \text{ KN} < 1/3 \cdot \sqrt{f_c^*} \cdot b_w \cdot d = 81,33 \text{ KN}$$

$$s_{\text{m\acute{a}x}} = \text{mín} (d/2; 0,4 \text{ m}) = 0,12 \text{ m (verifica)}$$

d) Columnas interiores

$$l = 5,2 \text{ m}$$

$$b = h = 30 \text{ cm}$$

Análisis de cargas

$$D_{\text{columna}} = 1,4 \cdot 0,3 \text{ m} \cdot 0,3 \text{ m} \cdot 5,2 \text{ m} \cdot 24 \text{ KN/m}^2 = 15,72 \text{ KN}$$

$$D_{\text{pared lateral}} = 1,4 \cdot 1 \text{ m} \cdot 0,3 \text{ m} \cdot 5,2 \text{ m} \cdot 24 \text{ KN/m}^2 = 52,42 \text{ KN}$$

Verificaci3n a pandeo

$$P_u = -105,5 \text{ KN}$$

$$M_{\text{superior}} = -3,02 \text{ KNm}$$

$$M_{\text{inferior}} = 1,5 \text{ KNm} \quad (\text{doble curvatura})$$

En los casos en los que predomina la compresi3n, el coeficiente sanitario es unitario.

Deberá verificarse:

$$M_{2\text{mín}} = P_u \cdot (0,015 + 0,03 h) = 105,5 \text{ KN} \cdot (0,015 + 0,03 \cdot 0,30 \text{ m}) = 2,53 \text{ KNm} \quad (\text{verifica})$$

Analizaremos al sistema de vigas y columnas como indesplazable, considerando la gran rigidez que aporta el tanque cilíndrico.

$$\psi = \frac{\sum \frac{E \cdot I}{l_c}}{\sum \frac{E \cdot I}{l_v}}$$

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} = 210290 \text{ kg/cm}^2$$

$\psi_i \cong 0$ (se asume empotramiento en la base)

$$l_v = 350 \text{ cm}$$

$$l_c = 520 \text{ cm}$$

$$\psi_s = \frac{\frac{E \cdot 0,70 I_{gc}}{l_c}}{\frac{2 \cdot E \cdot 0,35 I_{gv}}{l_v}} = \frac{E \cdot 0,70 \cdot 30 \text{ cm} \cdot (30 \text{ cm})^3}{520 \text{ cm}}{\frac{2 \cdot E \cdot 0,35 \cdot 20 \text{ cm} \cdot (30 \text{ cm})^3}{350 \text{ cm}}} = 1$$

De los nomogramas se extrae que $K = 0,625$.

$$r = \sqrt{\frac{I_g}{A_g}} = 8,66 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{K \cdot l_u}{r} = \frac{0,625 \cdot 520 \text{ cm}}{8,66 \text{ cm}} = 37,5$$

$$\lambda = 37,5 < 34 - 12 \cdot \left(\frac{M_1}{M_2} \right) = 34 - 12 \cdot \left(\frac{-1,5 \text{ KNm}}{3,02 \text{ KNm}} \right) = 40 \quad \text{con } |M_1| < |M_2|$$

Por lo que no deberán tenerse en cuenta los fenómenos de segundo orden.

Cálculo de armaduras

$$P_n = P_u / \phi = 105,5 \text{ KN} / 0,70 = 150,71 \text{ KN}$$

$$M_n = M_u / \phi = 3,02 \text{ KNm} / 0,7 = 4,3 \text{ KNm}$$

$$\gamma = (h - 2 \cdot c_c) / h = 0,66 \cong 0,7$$

$$n = P_n / (f'_c \cdot A_g) = 0,067$$

$$m = M_n / (f'_c \cdot A_g \cdot h) = 0,006$$

Para el nomograma de flexión compuesta con $\gamma = 0,7$ y hormigón H-25, se obtiene una cuantía menor a la mínima, por lo que se adopta:

$$\rho_g = 0,01$$

$$A_s = \rho_g \cdot b \cdot h = 9 \text{ cm}^2$$

Se adoptan $8\phi 12 \text{ mm}$ ($9,05 \text{ cm}^2$)

Diámetro mínimo de estribos

$$\text{para } d_b \leq 16 \text{ mm}, \phi_e \geq 6 \text{ mm}$$

$$s \leq 12 d_b = 14,4 \text{ cm}$$

$$s \leq 48 \phi_e = 28,8 \text{ cm}$$

$$s \leq b = 30 \text{ cm}$$

Se adoptan estribos $\phi 6 \text{ c}/14 \text{ cm}$.

e) Losa de fundación

$$h = 35 \text{ cm}$$

$$d = 35 \text{ cm} - 5 \text{ cm} - 1,2 \text{ cm} / 2 = 29,4 \text{ cm}$$

Se modelará una faja de la losa de fundación de 1 m de ancho en coincidencia con la línea de vigas y columnas internas. Las solicitaciones sobre la fundación estarán dadas por las fuerzas normales últimas transmitidas por las columnas y la pared lateral, así como el momento flector último generado por la presión del agua sobre las paredes laterales calculado con anterioridad y la carga última distribuida de la presión del agua sobre el fondo. Se adoptará un coeficiente de balasto de 7000 KN/m^3 el cual ya se encuentra modificado por las condiciones geométricas de la modelación. Los resortes se espaciarán $0,35 \text{ m}$ para los sectores internos (distanciados $3,5 \text{ m}$) y $0,285 \text{ m}$ para los externos (distanciados $2,85 \text{ m}$). Se ha determinado previamente que el suelo no es cohesivo. Para cada caso en particular el proyectista estructural deberá evaluar con criterio si la simplificación adoptada es admisible o debe implementarse un modelo más adecuado para su estudio.

Para mejorar el comportamiento de la losa de fundación desde el punto de vista de los asentamientos como de las solicitaciones, se decidió prolongar a la misma una distancia de $0,60 \text{ m}$ más allá de las paredes laterales.

$$K_{s1\text{externo}} = 0,285 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \cdot 7000 \text{ KN/m}^3 = 1995 \text{ KN/m}$$

$$K_{s2\text{interno}} = 0,35 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \cdot 7000 \text{ KN/m}^3 = 2450 \text{ KN/m}$$

$$K_{s3\text{borde}} = 0,285 \text{ m} / 2 \cdot 1 \text{ m} \cdot 7000 \text{ KN/m}^3 = 997,5 \text{ KN/m}$$

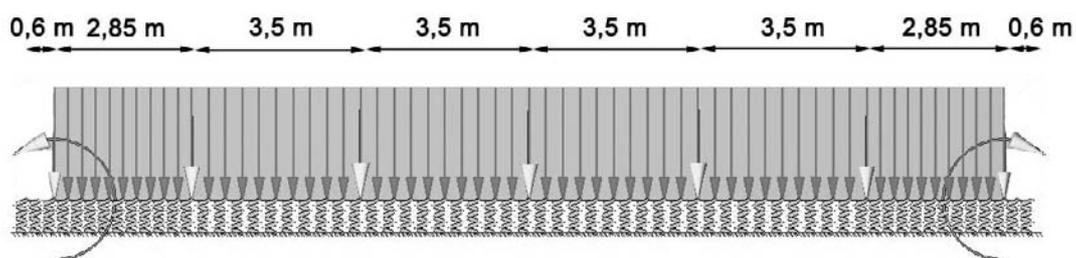


Figura 516: Modelación de la losa de fundación sobre resortes

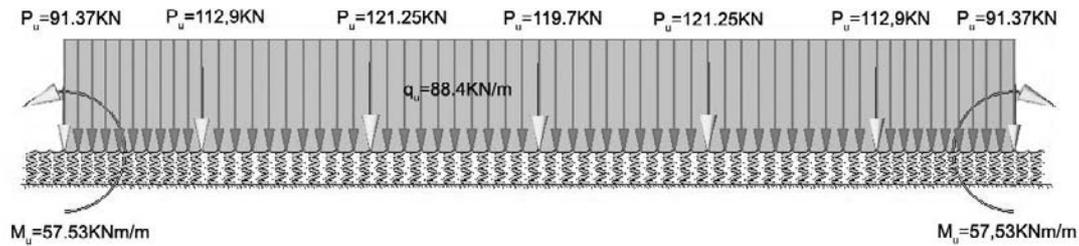


Figura 517: Cargas aplicadas sobre la fundación

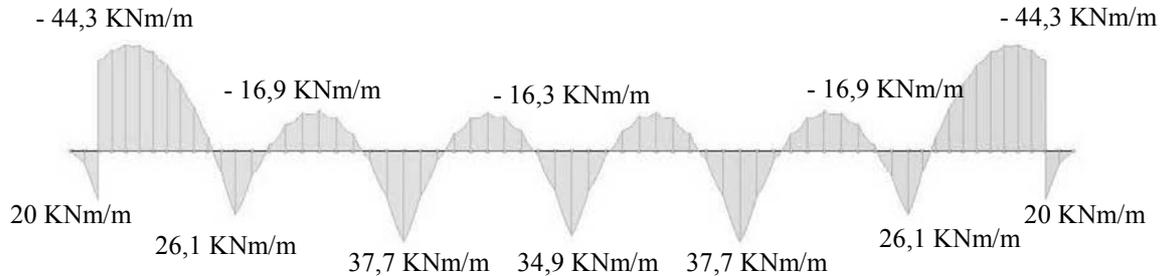


Figura 518: Diagrama de momentos flectores últimos

Verificación al punzonado

Se adopta de forma conservadora como esfuerzo de corte al mayor valor de las cargas normales actuantes sobre la losa de fundación. Estimaremos el espesor de la platea para no requerir armadura de punzonado, es decir, lograr que $V_s=0$.

Debe cumplirse:

$$\phi \cdot V_c \geq V_u$$

$$b_0 = 4 \cdot b_x + 4 \cdot d$$

con:

b_x = lado de la columna.

La fuerza cortante que actúa sobre la sección crítica es:

$$V_u = P_u = 121,25 \text{ KN}^3$$

El esfuerzo resistente a corte por punzonamiento es:

$$b_0 = 4 \cdot (300 \text{ mm} + 294 \text{ mm}) = 2376 \text{ mm}$$

$$d = 294 \text{ mm}$$

$$\beta_c = 30 \text{ cm} / 30 \text{ cm} = 1$$

$$\alpha_s = 40$$

$$V_c \leq \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{6} = 1746 \text{ KN} \\ \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{12} = 2023 \text{ KN} \\ \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{3} = 1164 \text{ KN} \end{cases}$$

$$V_u = 121,25 \text{ KN} \leq \phi \cdot V_c = 0,85 \cdot 1164 \text{ KN} = 989,4 \text{ KN}$$

El esfuerzo de corte por punzonamiento solicitante es inferior a la capacidad resistente del hormigón, por lo que verifica.

³ Se ignora de manera conservadora la reacción ubicada dentro de la zona del cono de punzonado.

Cálculo de la armadura inferior

El momento máximo es el obtenido debajo de las columnas:

$$M_u = 37,7 \text{ KNm/m} \quad M_{us} = 1,3 \cdot M_u = 49 \text{ KNm/m}$$

$$M_n = \frac{M_{us}}{\phi} = \frac{49 \text{ KNm/m}}{0,9} = 54,46 \text{ KNm/m}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(\text{MNm})}{b(m)}}} = \frac{0,294 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,05446 \text{ MNm/m}}{1 \text{ m}}}} = 1,26 \text{ m} / \sqrt{\text{MN}}$$

$$K_e = 24,301 \text{ cm}^2/\text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 24,301 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,05446 \text{ MNm/m} / 0,294 \text{ m} = 3,95 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Al valor de la armadura calculado a flexión debe adicionarse el generado por el esfuerzo de tracción generado por las paredes laterales (2,89 cm²/m).

$$A_{s \text{ total inferior}} = 6,84 \text{ cm}^2/\text{m} < A_{s \text{ mín}} = 7,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Considerando que el máximo valor calculado para la sección de armaduras coincide prácticamente con el de la armadura mínima, se uniforma el armado, y se adopta $\phi 12\text{c}/15 \text{ cm}$ (7,54 cm²/m) inferiores en ambas direcciones.

Cálculo de la armadura superior

El momento máximo en la zona de borde corresponde a:

$$M_u = -44,3 \text{ KNm/m} \quad M_{us} = 1,3 \cdot M_u = -57,6 \text{ KNm/m}$$

$$M_n = \frac{M_{us}}{\phi} = \frac{-57,6 \text{ KNm/m}}{0,9} = -64 \text{ KNm/m}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(\text{MNm})}{b(m)}}} = \frac{0,294 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,064 \text{ MNm/m}}{1 \text{ m}}}} = 1,16 \text{ m} / \sqrt{\text{MN}}$$

$$K_e = 24,396 \text{ cm}^2/\text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 24,396 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,064 \text{ MNm/m} / 0,294 \text{ m} = 5,31 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s \text{ total superior borde}} = 8,23 \text{ cm}^2/\text{m} > A_{s \text{ mín}} = 7,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

El momento máximo en las restantes zonas corresponde a:

$$M_u = -16,9 \text{ KNm/m} \quad M_{us} = 1,3 \cdot M_u = -22 \text{ KNm/m}$$

$$M_n = \frac{M_{us}}{\phi} = \frac{-22 \text{ KNm/m}}{0,9} = -24,44 \text{ KNm/m}$$

$$K_d = \frac{d(m)}{\sqrt{\frac{M_n(\text{MNm})}{b(m)}}} = \frac{0,294 \text{ m}}{\sqrt{\frac{0,02444 \text{ MNm/m}}{1 \text{ m}}}} = 1,88 \text{ m} / \sqrt{\text{MN}}$$

$$K_e = 24,301 \text{ cm}^2/\text{MN}$$

$$A_s = K_e \cdot M_n/d = 24,301 \text{ cm}^2/\text{MN} \cdot 0,02444 \text{ MNm/m} / 0,294 \text{ m} = 2,02 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s \text{ total superior}} = 4,91 \text{ cm}^2/\text{m} < A_{s \text{ min}} = 7,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Por lo tanto, se adopta como armadura superior $\phi 12\text{c}/15 \text{ cm}$ ($7,54 \text{ cm}^2/\text{m}$) en ambas direcciones. Para la zona de los bordes de la platea y prolongado una distancia de $3,00 \text{ m}$ medidos desde el eje de la pared lateral, se adopta un refuerzo de $\phi 16\text{c}/15 \text{ cm}$ dispuestos en forma radial en todo el perímetro ($13,40 \text{ cm}^2/\text{m}$). El uso de una armadura de diámetro superior es a los efectos de lograr una separación práctica para el hormigonado del tanque.

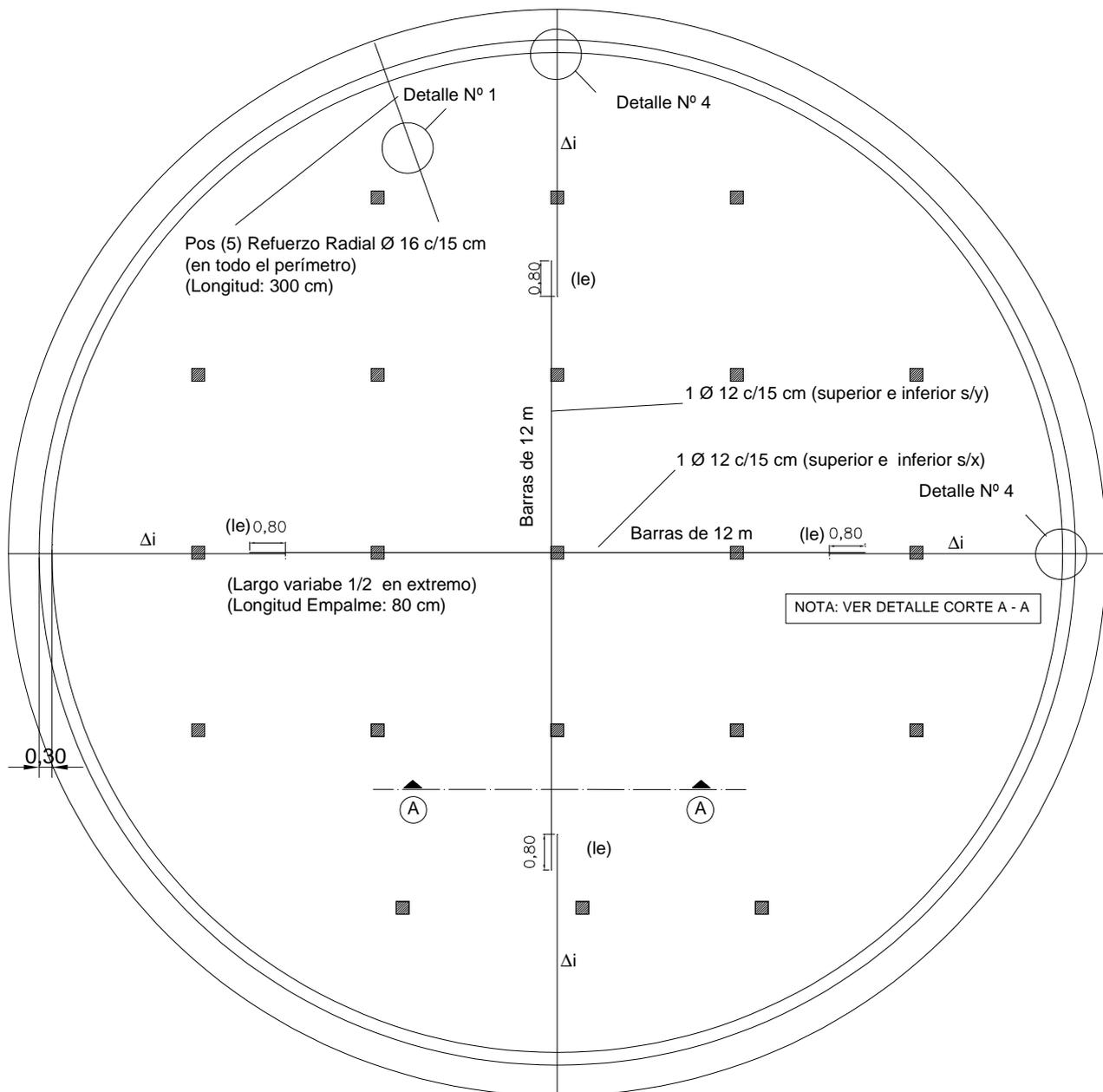


Figura 519: Armado final de la losa de fundación

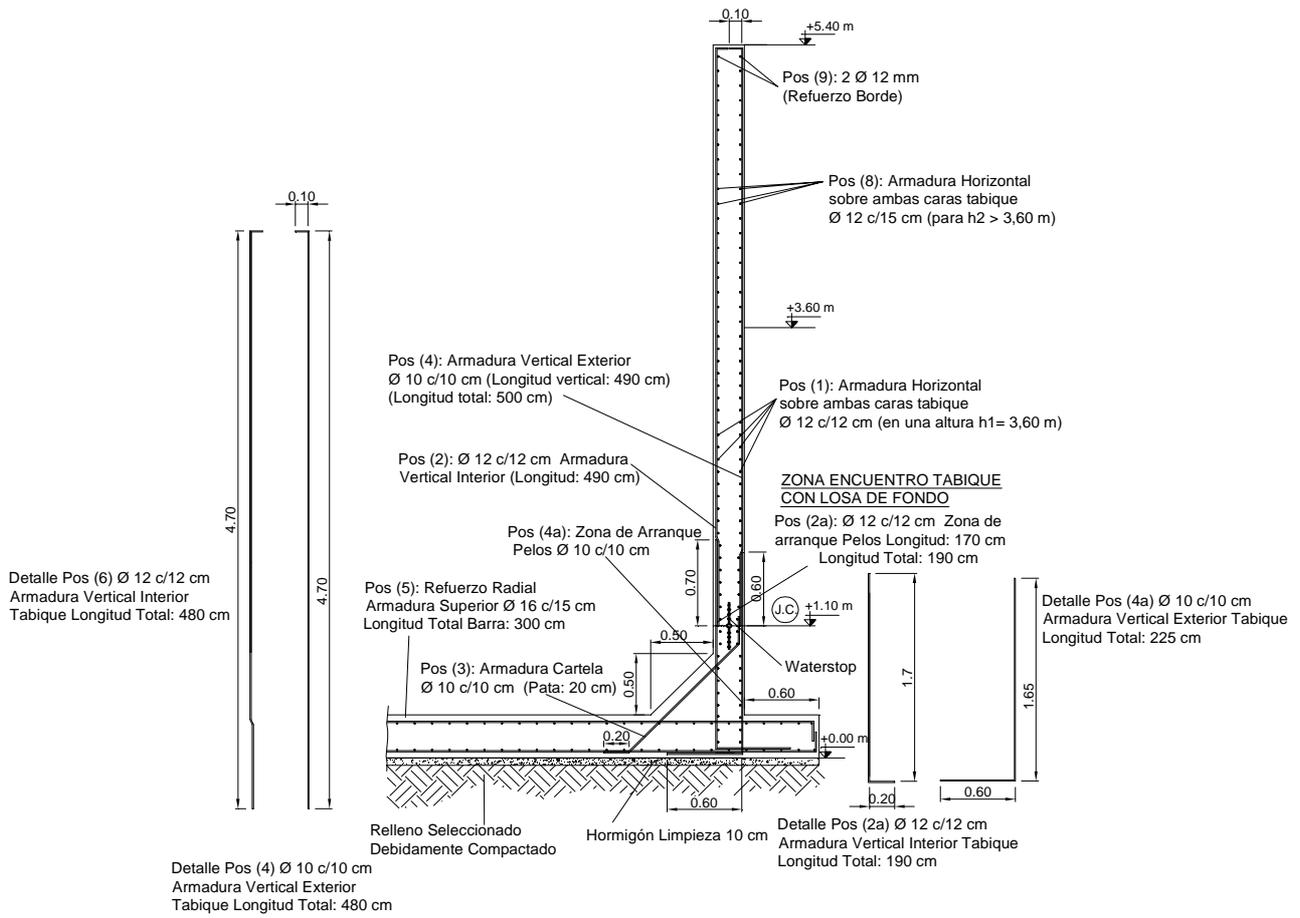
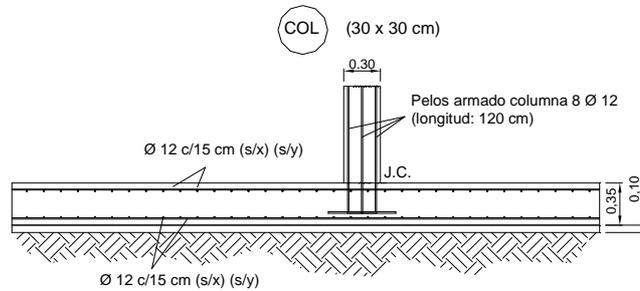


Figura 520: Detalle del encuentro de la losa de fundación y la pared lateral

ZONA DE APOYO COLUMNA SOBRE PLATEA



ARMADURA LOSA DE FONDO

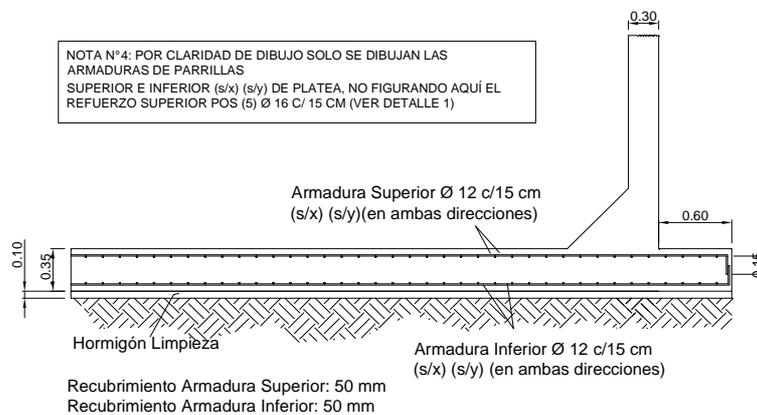


Figura 521: Detalles de armado

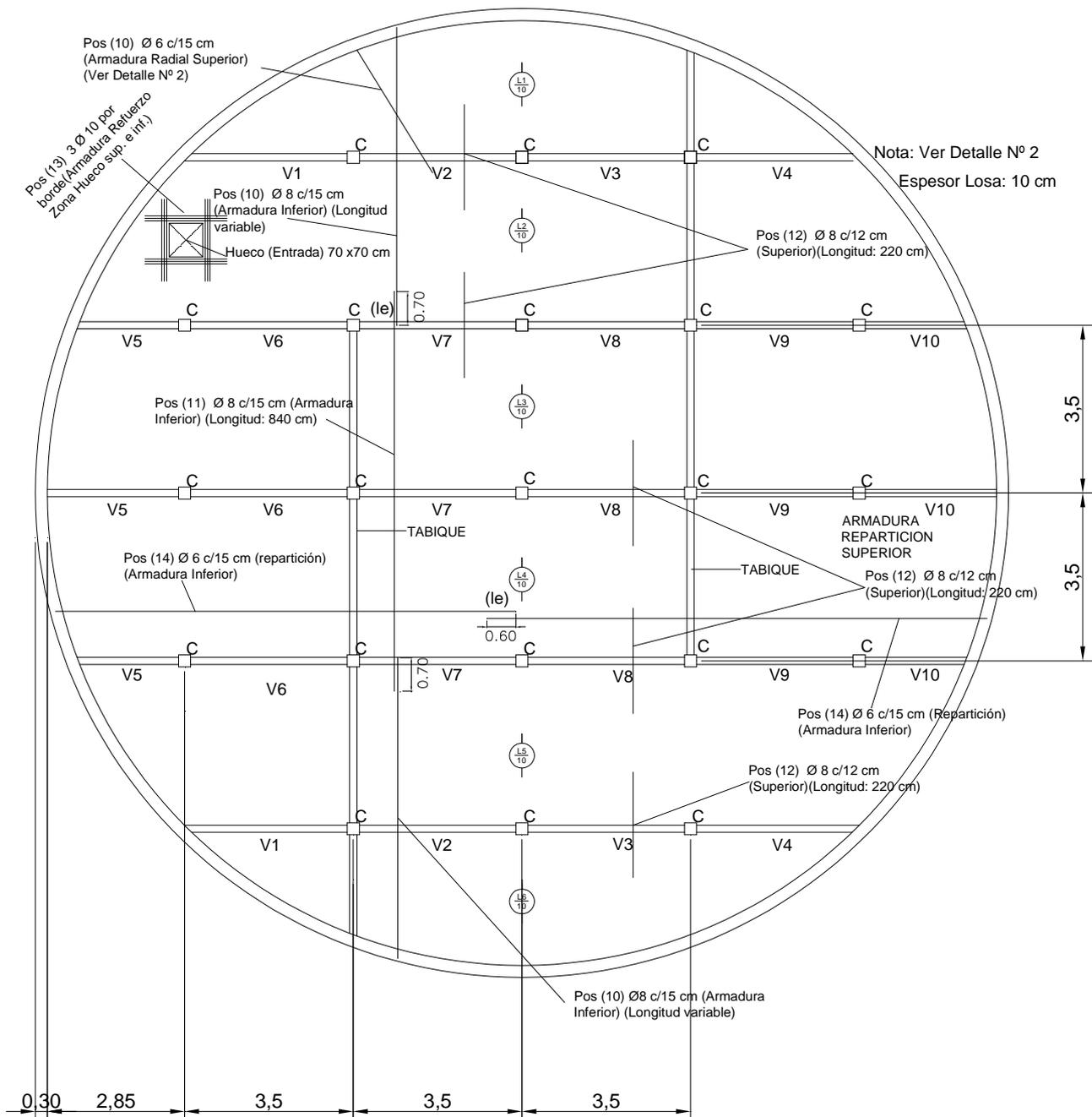


Figura 522: Armado de la losa de cubierta

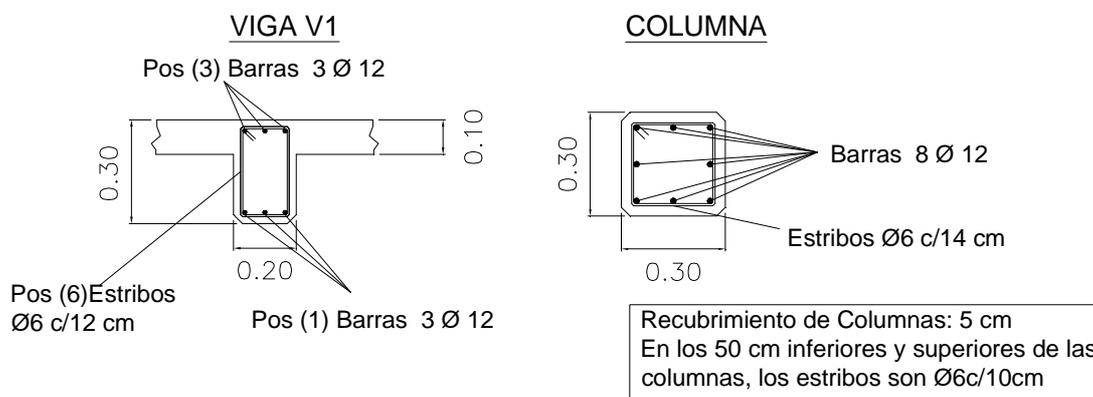


Figura 523: Cortes de viga y columna

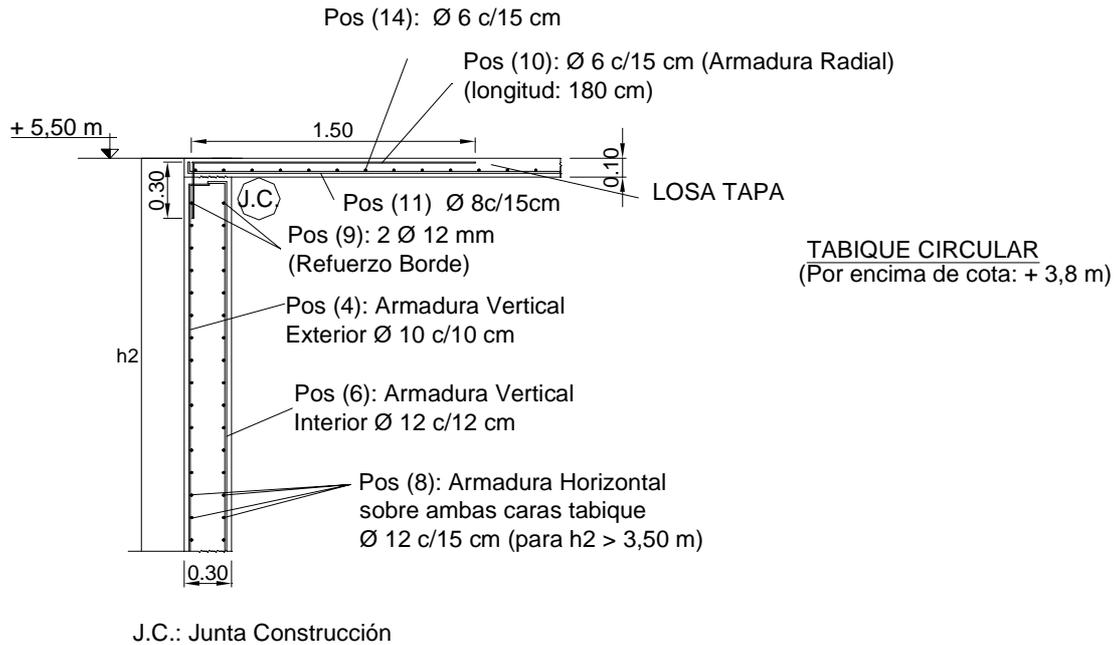


Figura 524: Detalle de encuentro de la losa de cubierta con la pared lateral

Ejemplo 94) Cálculo de un tanque de agua cilíndrico enterrado según el criterio de la PCA

Calcular las solicitaciones y definir el armado de un tanque de agua cilíndrico enterrado según las características del ejercicio anterior. Para ello, se recurrirán a las especificaciones del ACI 350/01 y de la PCA en su publicación Circular Concrete Tanks without prestressing del año 1993 (referencia 24).

Materiales:

Hormigón H-25 ($f'_c = 25$ MPa)

Acero ADN 42/50 ($f_y = 420$ MPa)

Ubicación de la estructura: Departamento Río Senguer - Chubut

$\gamma_{\text{suelo}} = 1800$ kg/m³

1) Dimensiones adoptadas

De acuerdo a las recomendaciones del comité ACI 350-01, se definen los siguientes recubrimientos y dimensiones de las estructuras que conforman el tanque de agua.

Paredes laterales:

$D_{\text{int}} = 19,70$ m

$h_{\text{pared lateral}} = 30$ cm (espesor mínimo s/ACI 350)

$D_{\text{ext}} = 20,30$ m

$L_{\text{int agua}} = 5,20$ m

$L_{\text{ext}} = 5,50$ m

$c_c = 5$ cm (recubrimiento mínimo s/ACI 350)

Losa de cubierta:

$h = 10$ cm

$c_c = 2$ cm

Vigas:

$b = 20$ cm

$h = 30$ cm

Columnas internas:

$b = h = 30$ cm

$c_c = 5$ cm

Losa de fundación:

$$h = 35 \text{ cm } (> h_{\min} = 30 \text{ cm s/ACI 350})$$

$$h_{\text{hormigón limpieza}} = 10 \text{ cm}$$

Tabiques aquietadores:

$$h = 15 \text{ cm}$$

Nota: se considerarán para el tanque tres estados de carga:

- Estado de carga 1: tanque sin tapa superior con acción de la presión del líquido, pero sin la acción del suelo exterior, por prueba de impermeabilidad.
- Estado de carga 2: tanque vacío con la tapa superior construida y la acción del suelo exterior más un relleno superior.
- Estado de carga 3: tanque lleno con tapa superior y sin acción del suelo de relleno. Al respecto, el ACI 350/01 no considera la acción favorable del relleno cuando en el tanque actúa la presión del agua.

2) Verificación del espesor de la pared lateral del tanque según la expresión de la PCA

A los efectos de verificar el espesor adoptado para la pared lateral del tanque cilíndrico, se utilizará la expresión de cálculo de la sección 4 de la publicación de la PCA mencionada anteriormente.

$$f_c = \frac{C.E_s.A_s + N_{smáx}}{A_c + n.A_s}$$

con:

$$n = E_s/E_c = 200000 \text{ MPa} / (4700 \sqrt{25} \text{ MPa}) = 8,51$$

C = coeficiente de contracción del hormigón, que de acuerdo a la publicación de la PCA = 0,0003

$N_{smáx}$ = carga normal de servicio máxima calculada para la presión hidrostática del agua según las tablas de la PCA.

Esta expresión permite verificar el espesor de la pared lateral del tanque, ya que se puede limitar los esfuerzos de tracción sobre el hormigón a valores menores al 10% de la resistencia característica a compresión. Para el tanque del ejercicio y adecuando la notación, el ingreso a la tabla A.5 de la PCA resulta:

$$\frac{L^2}{D.h} = \frac{(5,20m)^2}{19,7m \cdot 0,30m} = 4,6 \Rightarrow 5$$

$$\text{coeficiente} = 0,617$$

$$N_{smáx} = 0,617 \cdot q \cdot L \cdot r = 0,617 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 5,20 \text{ m} \cdot 19,7 \text{ m}/2 = 31602,74 \text{ kg/m} = 316,03 \text{ KN/m}$$

$$A_s = \frac{N_{smáx} \cdot 1,7 \cdot 1,65}{\phi \cdot f_y} = \frac{316,03 \text{ KN/m} \cdot 1,7 \cdot 1,65}{0,9 \cdot 42 \text{ KN/cm}^2} = 23,45 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$f_c = \frac{C.E_s.A_s + N_{smáx}}{A_c + n.A_s} = \frac{0,0003 \cdot 200000 \text{ MPa} \cdot 23,45 \text{ cm}^2 / \text{m} + 316,03 \text{ KN/m}}{100 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} + 8,51 \cdot 23,45 \text{ cm}^2 / \text{m}} = 14,26 \text{ kg/cm}^2 < 0,1 \cdot 250 \text{ kg/cm}^2$$

Verifica el espesor de la pared lateral adoptado.

3) Cálculo de las fuerzas de tracción anular y momentos flectores para el estado de carga 1

De igual forma a como se procedió anteriormente, se utilizarán las tablas de la PCA para el cálculo de las sollicitaciones. En este caso, procederemos a efectuar una comparación entre una condición de sustentación de tabique empotrado en la base y libre en el extremo superior, con una articulada en la base y libre superiormente. La base del presente argumento se encuentra en que el empotramiento perfecto no es posible de alcanzar, por lo que el proyectista puede decidir obtener diagramas envolventes para evaluar los casos extremos de sustentación. A continuación se anexa una serie de tablas que resumen los esfuerzos bajo cargas de servicio para cada altura del tabique lateral del tanque y la condición de sustentación analizada.

L = 5.20 m Tracción anular para el estado de carga 1 y sustentación articulado-libre
 r = 9.85 m $L^2/(D.h) = 4,6$
 $q_s = 1000 \text{ kg/m}^3$ $N_s = \text{coeficiente} \cdot q_s \cdot L \cdot r$

Punto	Altura	Coeficiente Tabla A.5 de la PCA	Tracción anular (*)
0	5.20 m	-0.008	-409.76 kg/m
0.1	4.68 m	0.114	5839.08 kg/m
0.2	4.16 m	0.235	12036.70 kg/m
0.3	3.64 m	0.356	18234.32 kg/m
0.4	3.12 m	0.469	24022.18 kg/m
0.5	2.60 m	0.562	28785.64 kg/m
0.6	2.08 m	0.617	31602.74 kg/m
0.7	1.56 m	0.606	31039.32 kg/m
0.8	1.04 m	0.503	25763.66 kg/m
0.9	0.52 m	0.294	15058.68 kg/m

(*) Positivo implica tracción

L = 5.20 m Momentos flectores para el estado de carga 1 y sustentación articulado-libre
 r = 9.85 m $L^2/(D.h) = 4,6$
 $q_s = 1000 \text{ kg/m}^3$ $M_s = \text{coeficiente} \cdot q_s \cdot L^3$

Punto	Altura	Coeficiente Tabla A.7 de la PCA	Momento flector (*)
0.1	5.20 m	0	0.00 kgm/m
0.2	4.16 m	0.0001	14.06 kgm/m
0.3	3.64 m	0.0006	84.36 kgm/m
0.4	3.12 m	0.0016	224.97 kgm/m
0.5	2.60 m	0.0034	478.07 kgm/m
0.6	2.08 m	0.0057	801.47 kgm/m
0.7	1.56 m	0.008	1124.86 kgm/m
0.8	1.04 m	0.0094	1321.72 kgm/m
0.9	0.52 m	0.0078	1096.74 kgm/m
1	0.00 m	0	0.00 kgm/m

(*) Positivo implica tracción en la cara exterior

L = 5.20 m Tracción anular para el estado de carga 1 y sustentación empotrada-libre
 r = 9.85 m $L^2/(D.h) = 4,6$
 $q_s = 1000 \text{ kg/m}^3$ $N_s = \text{coeficiente} \cdot q_s \cdot L \cdot r$

Punto	Altura	Coeficiente Tabla A.1 de la PCA	Tracción anular (*)
0	5.20 m	0.025	1280.50 kg/m
0.1	4.68 m	0.137	7017.14 kg/m
0.2	4.16 m	0.245	12548.90 kg/m
0.3	3.64 m	0.346	17722.12 kg/m
0.4	3.12 m	0.428	21922.16 kg/m
0.5	2.60 m	0.477	24431.94 kg/m
0.6	2.08 m	0.469	24022.18 kg/m
0.7	1.56 m	0.398	20385.56 kg/m
0.8	1.04 m	0.259	13265.98 kg/m
0.9	0.52 m	0.092	4712.24 kg/m

(*) Positivo implica tracción

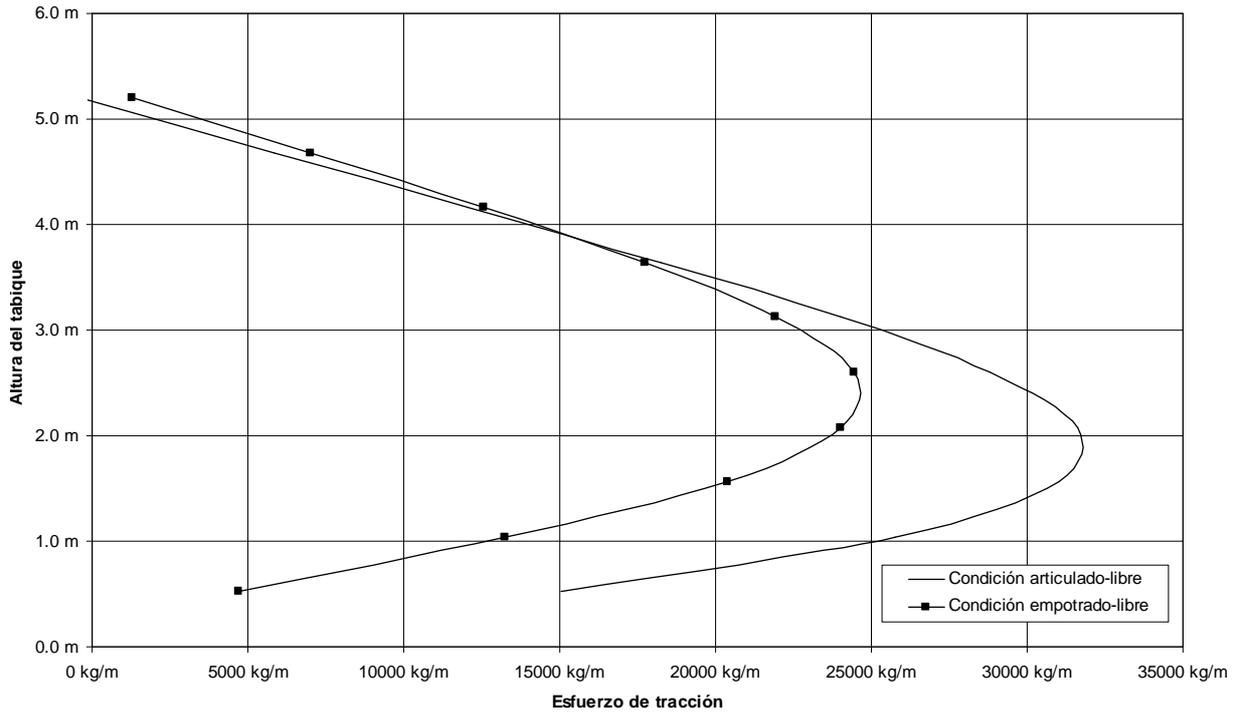
L = 5.20 m Momentos flectores para el estado de carga 1 y sustentación empotrada-libre
 r = 9.85 m $L^2/(D.h) = 4,6$
 $q_s = 1000 \text{ kg/m}^3$ $M_s = \text{coeficiente} \cdot q_s \cdot L^3$

Punto	Altura	Coeficiente Tabla A.2 de la PCA	Momento flector (*)
0.1	5.20 m	0.0002	28.12 kgm/m
0.2	4.16 m	0.0008	112.49 kgm/m
0.3	3.64 m	0.0015	210.91 kgm/m
0.4	3.12 m	0.0029	407.76 kgm/m
0.5	2.60 m	0.0046	646.80 kgm/m
0.6	2.08 m	0.0059	829.59 kgm/m
0.7	1.56 m	0.0059	829.59 kgm/m
0.8	1.04 m	0.0028	393.70 kgm/m
0.9	0.52 m	-0.0058	-815.53 kgm/m
1	0.00 m	-0.0222	-3121.50 kgm/m

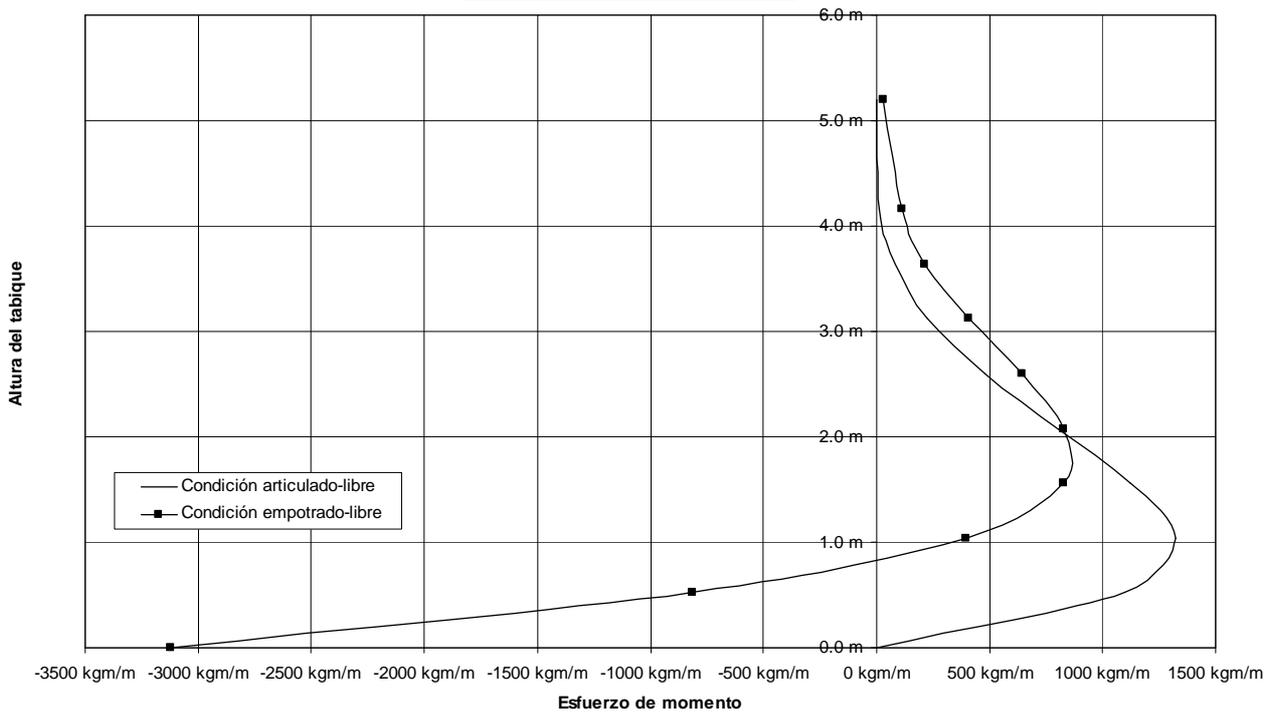
(*) Positivo implica tracción en la cara exterior

Graficando los valores, se pueden obtener los esfuerzos envolventes.

Tracciones anulares en el tabique



Momentos flectores en el tabique



4) Verificación a corte del tabique lateral para el estado de carga 1

Se verificará la pared lateral de tal forma de no tener que colocar armadura de corte. Para ello se adoptará el valor de V_s más desfavorable, considerando la base empotrada y libre en el extremo superior (tabla A.12 de la PCA).

$$V_{ubase} = 1,7 \cdot \text{coeficiente} \cdot q_s \cdot L^2 = 1,7 \cdot 0,213 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot (5,20 \text{ m})^2 = 97,91 \text{ KN}$$

$$V_n = V_u / \phi = 97,91 \text{ KN} / 0,85 = 115,19 \text{ KN}$$

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 1/6 \cdot \sqrt{25} \cdot 1 \text{ m} \cdot 0,244 \text{ m} \cdot 1000 = 203,3 \text{ KN} > V_n \quad (\text{verifica})$$

5) Cálculo de las fuerzas de compresión anular y momentos flectores para el estado de carga 2

Para este caso se considerará la acción de la presión del suelo externo para el depósito enterrado y vacío. Adicionalmente, se supondrá la existencia de un relleno superior de 0,90 m, el cual según ACI 350/01, deberá ser evaluado con coeficientes de mayoración correspondientes a sobrecarga. El valor resulta ser el mínimo aconsejado como carga adicional según la PCA. El diagrama de cargas resultante corresponderá al de una carga trapezoidal, compuesta por la sobrecarga uniforme y la presión triangular del suelo.

Adicionalmente, se analizará la posible restricción que produce la losa superior del tanque una vez construida y simplemente apoyada sobre el tabique lateral, comparando los esfuerzos calculados para las siguientes condiciones de apoyo:

- Tabique articulado en la base y libre en el borde superior.
- Tabique articulado en la base y simplemente apoyado en el borde superior.

Las mismas pueden considerarse también para el caso de la base empotrada.

Para la primer situación se considerarán las tablas A.5 (carga triangular) y A.6 (carga uniforme) de la PCA, invirtiendo el signo de los esfuerzos calculados, ya que se trata de cargas aplicadas en la cara exterior del tanque.

$$q_s = 1800 \text{ kg/m}^3$$

$$p_s = 0,90 \text{ m} \cdot 1800 \text{ kg/m}^3 = 1620 \text{ kg/m}^2$$

Compresión anular para el estado de carga 2 y sustentación articulado-libre

$$L^2/(D.h) = 4,6$$

$$N_s = \text{coeficiente A.5} \cdot q_s \cdot L \cdot R + \text{coeficiente A.6} \cdot p_s \cdot R$$

Punto	Altura	Coeficiente Tabla A.5 de la PCA	Compresión anular (*)	Coeficiente Tabla A.6 de la PCA	Compresión anular (*)	Compresión anular total (*)
0	5.20 m	-0.008	737.57 kg/m	0.992	-15829.34 kg/m	-15091.78 kg/m
0.1	4.68 m	0.114	-10510.34 kg/m	1.014	-16180.40 kg/m	-26690.74 kg/m
0.2	4.16 m	0.235	-21666.06 kg/m	1.035	-16515.50 kg/m	-38181.56 kg/m
0.3	3.64 m	0.356	-32821.78 kg/m	1.056	-16850.59 kg/m	-49672.37 kg/m
0.4	3.12 m	0.469	-43239.92 kg/m	1.069	-17058.03 kg/m	-60297.96 kg/m
0.5	2.60 m	0.562	-51814.15 kg/m	1.062	-16946.33 kg/m	-68760.49 kg/m
0.6	2.08 m	0.617	-56884.93 kg/m	1.017	-16228.27 kg/m	-73113.20 kg/m
0.7	1.56 m	0.606	-55870.78 kg/m	0.906	-14457.04 kg/m	-70327.82 kg/m
0.8	1.04 m	0.503	-46374.59 kg/m	0.703	-11217.77 kg/m	-57592.36 kg/m
0.9	0.52 m	0.294	-27105.62 kg/m	0.394	-6287.06 kg/m	-33392.68 kg/m

(*) Positivo implica tracción

$$L = 5.20 \text{ m}$$

$$r = 9.85 \text{ m}$$

$$q_s = 1800 \text{ kg/m}^3$$

$$p_s = 1620 \text{ kg/m}^2$$

Momentos flectores para el estado de carga 2 y sustentación articulado-libre

$$L^2/(D.h) = 4,6$$

$$M_s = \text{coeficiente} \cdot (q_s \cdot L^3 + p \cdot L^2)$$

Punto	Altura	Coeficiente Tabla A.7 de la PCA	Momento flector (*)
0.1	5.20 m	0	0.00 kgm/m
0.2	4.16 m	0.0001	-29.69 kgm/m
0.3	3.64 m	0.0006	-178.14 kgm/m
0.4	3.12 m	0.0016	-475.04 kgm/m
0.5	2.60 m	0.0034	-1009.46 kgm/m
0.6	2.08 m	0.0057	-1692.33 kgm/m
0.7	1.56 m	0.008	-2375.19 kgm/m
0.8	1.04 m	0.0094	-2790.85 kgm/m
0.9	0.52 m	0.0078	-2315.81 kgm/m
1	0.00 m	0	0.00 kgm/m

(*) Positivo implica tracción en la cara exterior

Para evaluar la influencia de la losa de cubierta, se considerará que la misma debe restringir el esfuerzo de corte de la coordenada superior del tabique, igual a 15.091,78 kg/m. Si igualamos dicha fuerza al corte de la

tabla A.8 para tabiques con restricción superior, se puede obtener el corte actuante. El coeficiente de la tabla A.8 para la coordenada superior resulta igual a -8,22.

$$-8,22 \cdot \frac{V \cdot r}{L} = 15091,78 \text{ kg/m}$$

$$V = -969,3 \text{ kg/m}$$

A partir de dicho valor, se puede obtener la fuerza anular corregida para el valor de corte calculado:

Punto	Altura	Coeficiente Tabla A.8 de la PCA	Fuerza anular producida por V (*)	Compresión anular por cargas trapezoidales (*)	Compresión anular corregida (*)
0	5.20 m	-8.22	15091.78 kg/m	-15091.78 kg/m	0.00 kg/m
0.1	4.68 m	-4.99	9161.55 kg/m	-26690.74 kg/m	-17529.19 kg/m
0.2	4.16 m	-2.45	4498.16 kg/m	-38181.56 kg/m	-33683.40 kg/m
0.3	3.64 m	-0.79	1450.43 kg/m	-49672.37 kg/m	-48221.94 kg/m
0.4	3.12 m	0.11	-201.96 kg/m	-60297.96 kg/m	-60499.92 kg/m
0.5	2.60 m	0.47	-862.91 kg/m	-68760.49 kg/m	-69623.40 kg/m
0.6	2.08 m	0.5	-917.99 kg/m	-73113.20 kg/m	-74031.19 kg/m
0.7	1.56 m	0.37	-679.31 kg/m	-70327.82 kg/m	-71007.13 kg/m
0.8	1.04 m	0.2	-367.20 kg/m	-57592.36 kg/m	-57959.56 kg/m
0.9	0.52 m	0.06	-110.16 kg/m	-33392.68 kg/m	-33502.84 kg/m

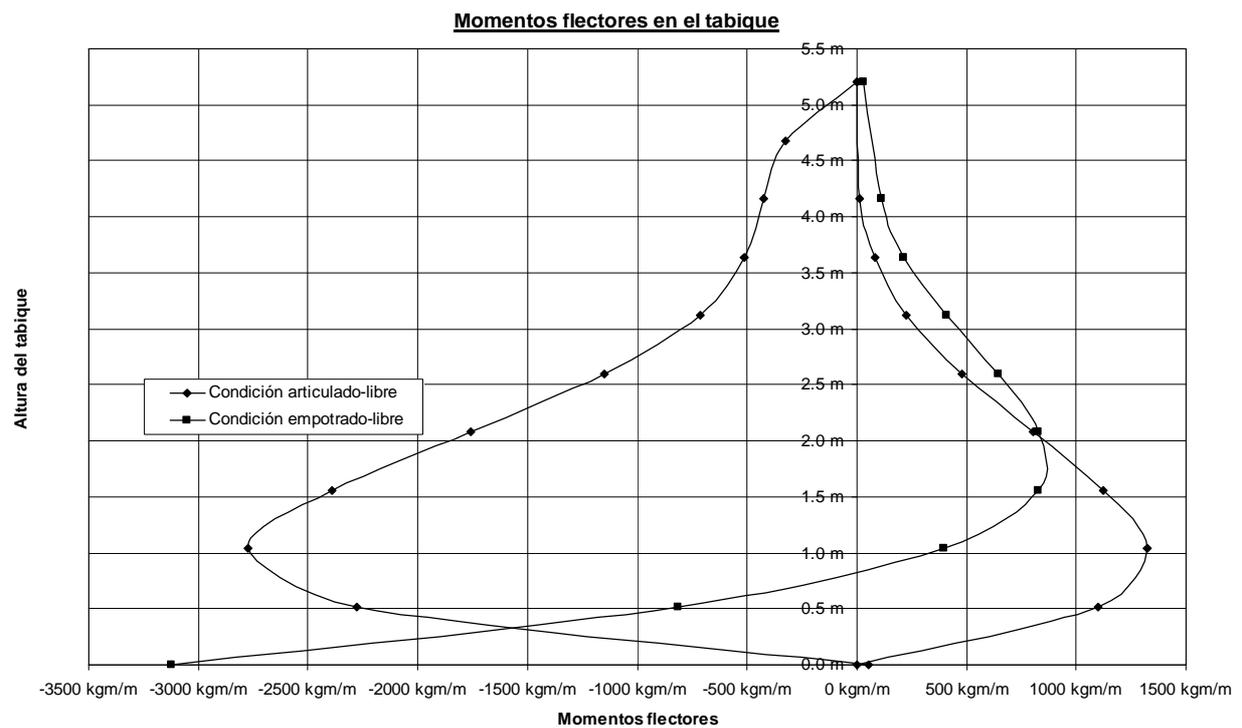
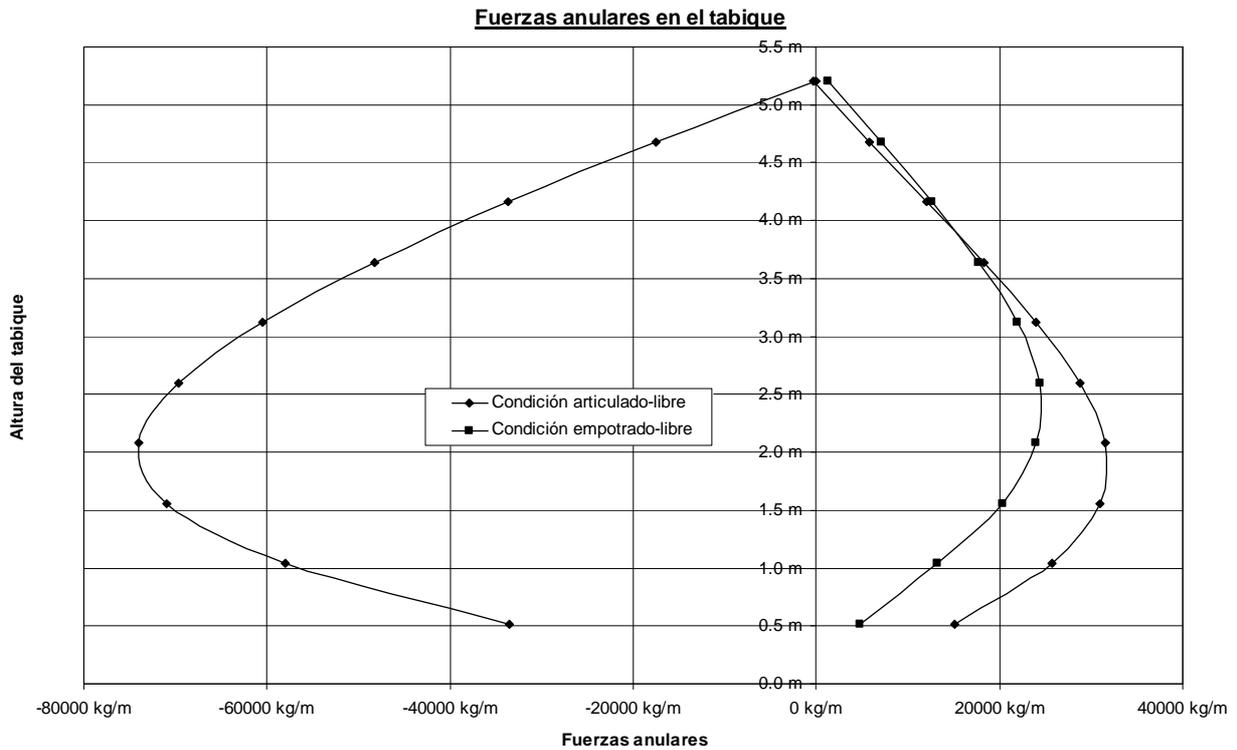
De similar forma se procede con el cálculo de los momentos para el caso de considerar la restricción de la losa de tapa.

Punto	Altura	Coeficiente Tabla A.9 de la PCA	Momento producido por V (*)	Momento por cargas trapezoidales (*)	Compresión anular corregida (*)
0	5.20 m	0	0.00 kg/m	0.00 kg/m	0.00 kg/m
0.1	4.68 m	0.064	-322.57 kg/m	0.00 kg/m	-322.57 kg/m
0.2	4.16 m	0.078	-393.13 kg/m	-29.69 kg/m	-422.82 kg/m
0.3	3.64 m	0.067	-337.69 kg/m	-178.14 kg/m	-515.83 kg/m
0.4	3.12 m	0.047	-236.88 kg/m	-475.04 kg/m	-711.92 kg/m
0.5	2.60 m	0.028	-141.12 kg/m	-1009.46 kg/m	-1150.58 kg/m
0.6	2.08 m	0.013	-65.52 kg/m	-1692.33 kg/m	-1757.85 kg/m
0.7	1.56 m	0.003	-15.12 kg/m	-2375.19 kg/m	-2390.31 kg/m
0.8	1.04 m	-0.003	15.12 kg/m	-2790.85 kg/m	-2775.73 kg/m
0.9	0.52 m	-0.007	35.28 kg/m	-2315.81 kg/m	-2280.53 kg/m
1	0.00 m	-0.011	55.44 kg/m	0.00 kg/m	55.44 kg/m

Como conclusión, es posible establecer que los esfuerzos obtenidos de considerar la restricción de la losa superior no manifiestan diferencias sustanciales respecto de la condición de sustentación articulado-libre. En tal sentido continuaremos el análisis bajo este último supuesto.

6) Cálculo de las fuerzas de tracción anular y momentos flectores para el estado de carga 3

Como el ACI 350/01 no permite considerar el efecto favorable de la presión del suelo con el tanque lleno, y a partir de la conclusión obtenida anteriormente respecto de la reducida influencia de la losa superior, los esfuerzos para la condición de servicio del tanque corresponden a los determinados con el estado de cargas 1. Los diagramas envolventes para las paredes del tanque resultan entonces:



7) Cálculo de las armaduras y verificaciones a desarrollar

Para el cálculo de las armaduras del tabique lateral se procede de igual forma a lo desarrollado anteriormente, pero sobre los esfuerzos de tracción y momentos flectores envolventes. Las armaduras deberán verificarse con las expresiones de secciones mínimas a flexión y respecto de las cuantías mínimas del ACI 350/01.

El esfuerzo de compresión generado por la carga trapezoidal del terreno debe ser verificado de modo de que sea capaz de ser absorbido por el hormigón, así como también, se procederá a la verificación a fisuración, los cálculos de longitudes de anclajes y empalmes, etc.

La losa de fundación podrá ser modelada de la forma desarrollada en el ejemplo anterior, sólo que a diferencia de éste, tendrán que considerarse adicionalmente, los esfuerzos producidos por el estado de carga 2.

Como comentario final, es importante destacar que el proyectista debe adecuar su análisis a la situación real que se le plantee, evaluando las hipótesis supuestas originalmente en su cálculo y la disposición final de las armaduras. Es por ello, que en los presentes ejemplos se ha procurado desplegar un abanico de posibilidades de cálculo, condiciones de apoyo, estados de carga, etc. para diferentes casos de tanques de agua. Dada la multiplicidad de variables que intervienen y a la complejidad del análisis, es importante que el proyectista cuente con suficiente experiencia.

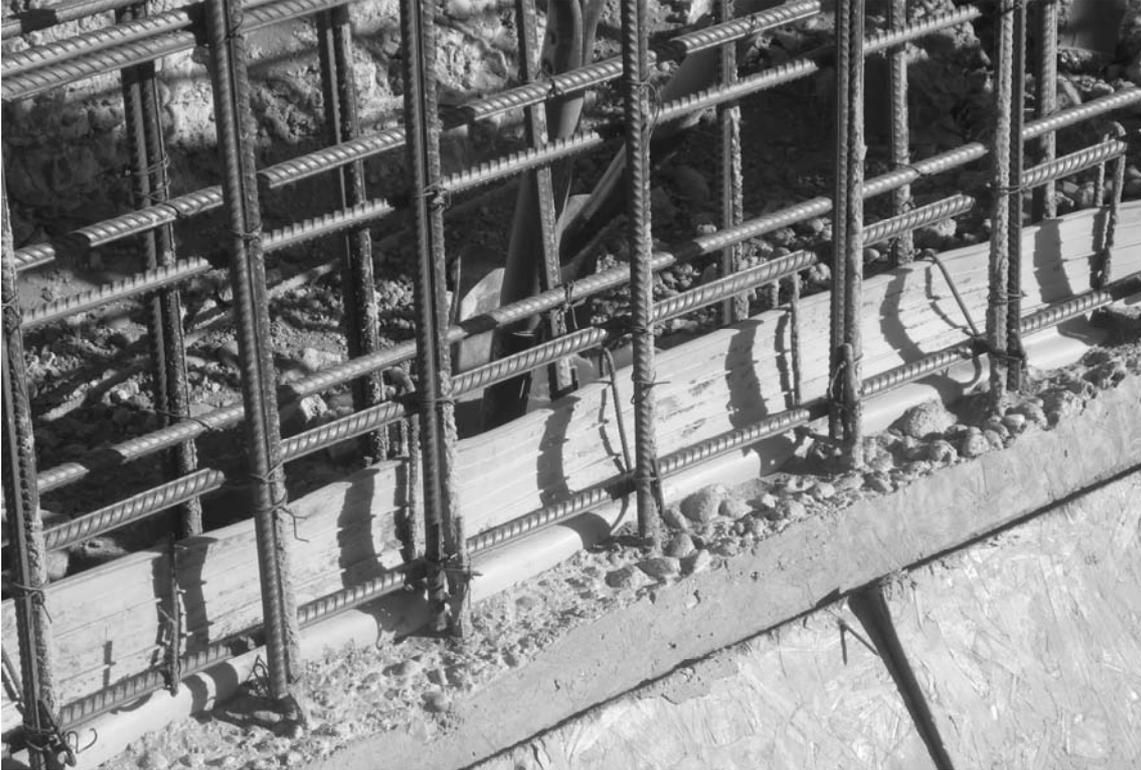


Figura 525: Detalle de la correcta ubicación y sujeción de un waterstop en la junta perteneciente a una cisterna cilíndrica

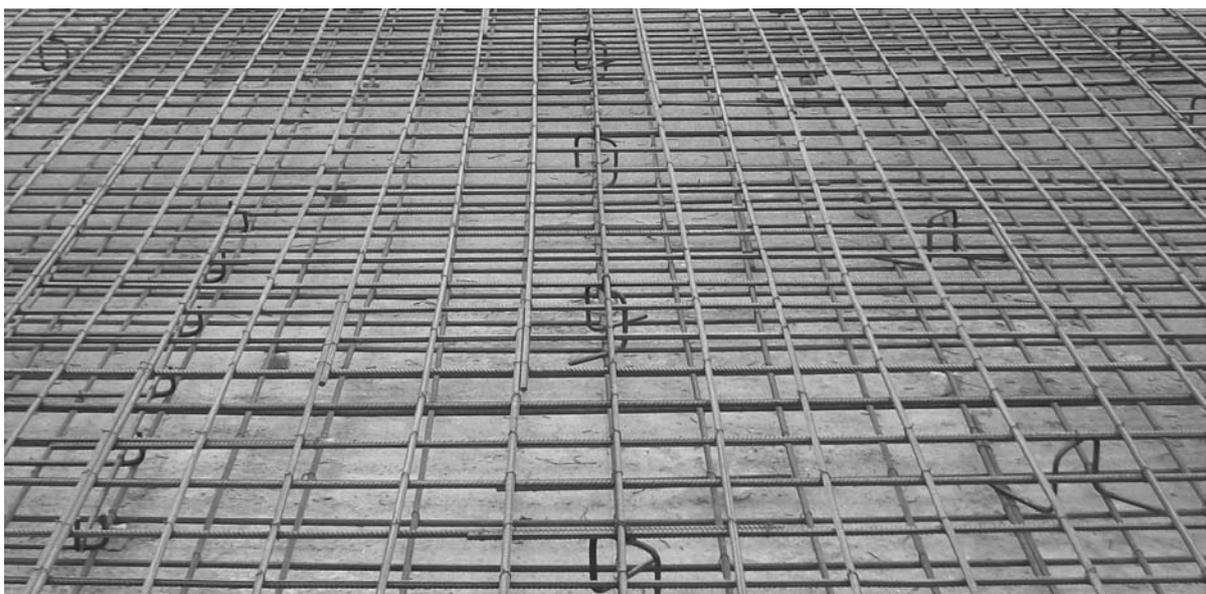


Figura 526: Disposición de armaduras y separadores en la platea de una cisterna cilíndrica

Capítulo 38

Encofrados

La principal función de un sistema de encofrado, consiste en dar forma, dimensiones, niveles y alineamientos al hormigón que conforma una estructura hasta que éste logre su resistencia final.

Para ello:

- a) Se deben proyectar de tal manera que al ser construidos en la obra no originen daño en los elementos estructurales o a los sectores de estructura ya construidos.
- b) Se deben construir con materiales de características tales que les permitan cumplir las funciones para las que fueron diseñados.

Existen encofrados de madera, chapas de acero, de madera compensada, fenólico y plásticos, pudiendo clasificárselos de la siguiente manera:

- Encofrados compuestos íntegramente de madera, generados a partir de la unión de tablas y puntales, constituyendo el sistema más tradicional en nuestro país.
- Encofrados mixtos, compuestos por estructuras de madera compuesta que imitan las secciones de las vigas y por puntales telescópicos metálicos con trípodes de apoyo que logran su estabilidad.
- Un sistema en el que se utilizan vigas de madera reticuladas.
- Encofrados metálicos para todos los elementos que integran la estructura.



Figura 527: Encofrado trepante para el hormigonado de la “nariz” de la pila de una presa

Antes de colocar el hormigón en los encofrados, tener en cuenta:

- 1) Limpieza general de materias extrañas.
- 2) Cuando las vigas son estrechas y altas dejar aberturas en la cara interior para facilitar su limpieza, así como en las columnas dejar una abertura de limpieza en su base.
- 3) Posición de las barras internas (separadores).
- 4) Humedecer los encofrados para evitar el desecamiento.

Encofrados convencionales de vigas y losas

En nuestro país, conviven dos maneras diferentes de realizar los encofrados de las estructuras de hormigón:

1) Construcción de encofrados para el hormigonado de losas, vigas y columnas.



2) Construcción de encofrados para el hormigonado inicial de columnas, luego de vigas y losas.



El encofrado de losas se apoya generalmente sobre tirantes de 3" x 3", denominados soleras, separadas cada 0,60 m y apoyadas en los extremos sobre los tableros de las vigas, las cuales se apuntalan en toda su longitud sobre tirantes de 3" x 3" o puntales telescópicos metálicos distanciados cada 0,80 m como máximo. El clavado de los encofrados de madera se realiza con clavos de Punta París de 21/2" para los clavados principales y de 2" para los secundarios.



En lo que a vigas respecta, el molde se realiza con tableros de tablas yuxtapuestas que por razones de ejecución y practicidad se ejecutan fuera del encofrado para luego colocarlos en su respectiva posición sobre los cabezales de apuntalamiento (usualmente de tirantes de 3" x 3" con longitud mínima de 0,80 m para facilitar el flechado lateral de los citados tableros).



Tanto los tableros laterales como los fondos de vigas se apoyan en los extremos sobre las columnas u otras vigas en caso de apeos.



Al respecto, es importante mencionar la importancia del apuntalamiento como elemento rigidizador de los encofrados, de sostén del hormigón y de los operarios.

Por ello se deben tener las siguientes precauciones referidas a puntales:

- Puntales derechos para evitar su deformación o pandeo.

- No utilizar puntales de madera empalmados, a menos que los empalmes estén fabricados usando piezas metálicas que generen una unión de probada resistencia a los esfuerzos conjuntos de compresión, flexión y pandeo.
- Proveer a los puntales de cuñas contrapuestas, gatos, tornillos u otros dispositivos adecuados, que permitan corregir posibles asentamientos durante las tareas de hormigonado.
- Procurar la verticalidad de los puntales en construcciones de altura.
- Desarrollar el arriostramiento diagonal de los apuntalamientos para evitar su inestabilidad ante esfuerzos horizontales (cruces de San Andrés), y agregar listones de madera horizontales.

Encofrados convencionales de columnas

Se destaca la importancia de la correcta ejecución de los encofrados de columnas frente a los restantes debido al compromiso estructural que poseen estos elementos. La falla en la ejecución de un encofrado, causa un deficiente hormigonado de la columna, con las consecuencias que de ello puedan derivarse.

Los materiales de los encofrados para columnas son variados, entre los que podemos mencionar:

- Madera



- Maderas multilaminadas fenólicas: se comercializan en espesores de 12, 16 y 19 mm, con diferentes anchos y largos. Pueden ser reutilizadas entre 5 y 10 veces.
- Metálicos



- Fibras plásticas



- Otros

Respecto de los encofrados de columnas circulares, es usual observar los de tipo metálico, aunque su costo en algunos casos los hace prohibitivos. En tal caso, es posible utilizar encofrados de PVC, con la limitación de tener que adecuar el diámetro de la columna al del tubo comercial.

Respecto de su constitución, estos se componen de:

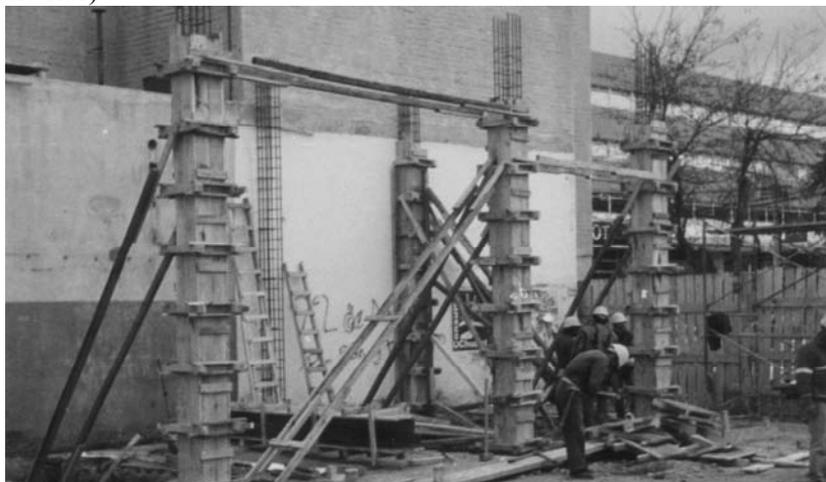
1) Tableros: suelen estar contruidos mediante la unión de varias piezas (tablas de madera) o piezas únicas (paneles multilaminados). En uniones de varias piezas se usan barros de refuerzo a distancias de 60 a 80 cm.



Es necesario efectuar un pequeño dado de hormigón sobre el tronco de la base para la fácil y correcta colocación de los tableros. Generalmente, se ejecuta de una altura no superior a los 10 cm y se lo ubica cuidadosamente según los ejes de la columna.

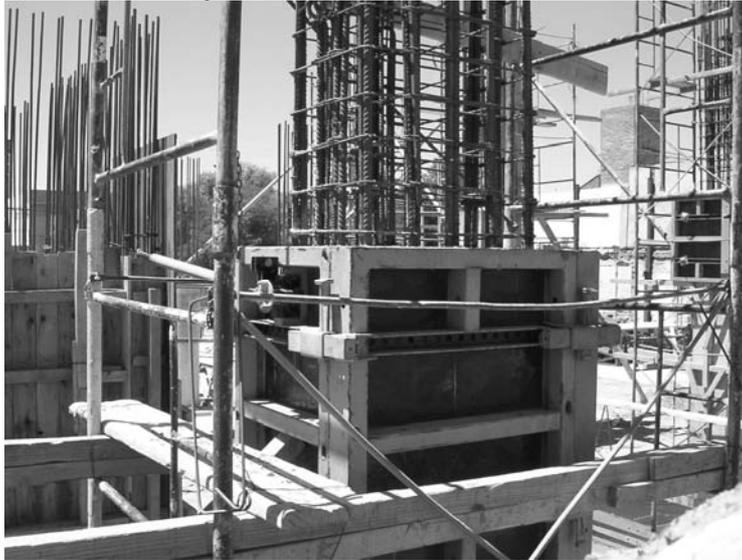


2) Fijaciones: pueden ser mediante marcos simples o dobles, contruidos de madera o bien por grampas metálicas (imagen anterior).



Proceso constructivo del encofrado

- 1) Se construyen los encofrados correspondientes a columnas.



- 2) Se nivela el suelo y se colocan los tabloneros inferiores
- 3) Se colocan los puntales y arriostramientos necesarios



- 4) Se ubica el tablero de fondo del encofrado de la viga.



- 5) Se colocan los tableros laterales de las vigas.



- 6) Se arma el encofrado de losa.



- 7) Se colocan las armaduras de vigas y losas, emplazando los separadores necesarios para lograr el recubrimiento necesario.



- 8) Todos los conductos de electricidad y sanitarios que quedarán embutidos en el hormigón se colocan luego de la terminación de las tareas de armaduras.



- 9) Se preparan todos los elementos necesarios para la ejecución, traslado y colocación del hormigón; hormigoneras, guinches, caminos, etc.



Separadores

Los separadores permiten ubicar a las armaduras dentro del encofrado en su posición correcta. Para ello, se busca respetar los recubrimientos proyectados, por lo que normalmente, las dimensiones de los separadores coinciden con estos.

Los separadores más comunes resultan los conformados por dados de hormigón, aunque en el mercado existe una gamma bastante amplia de separadores para los distintos tipos de estructuras, como los soportes plásticos, de acero, etc.

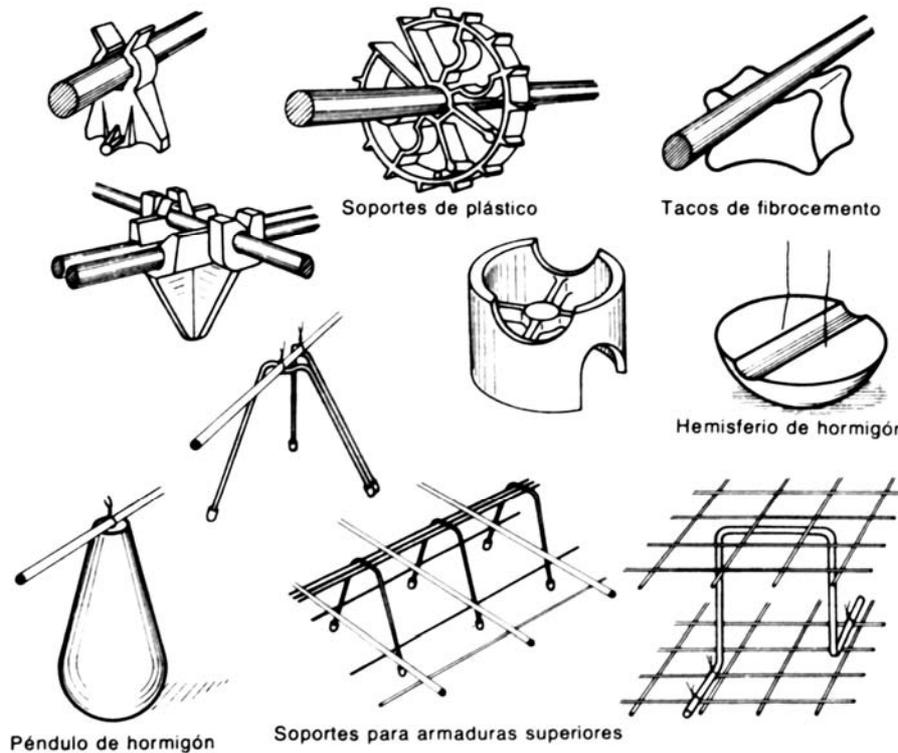


Figura 528: Clases de separadores (referencia 65)



Figura 529: Separadores de hormigón en una losa de impermeabilización de la cara de una presa



Figura 530: Colocación de separadores en armadura longitudinal de pilotes de hormigón armado

Encofrados industriales

Resultan sistemas de encofrados construidos en fábrica, en su mayoría patentados, capaces de adaptarse a las necesidades de cada obra permitiendo desarrollar proyectos de vasta envergadura. Entre los productos más destacados podemos mencionar los siguientes:

- Vigas de encofrado
- Encofrados para muros
- Encofrados para columnas
- Encofrados para losas
- Encofrados para torres
- Sistemas trepantes y autotrepantes
- Encofrados para puentes y túneles
- Andamios y accesorios

Los materiales con los que se construyen son variados. Los tableros se conforman a partir de láminas de madera (abedul o pino, por ejemplo) encoladas alternando el sentido de las fibras y film de resinas fenólicas reforzadas en las caras exteriores. Los espesores suelen variar según el uso, pudiendo encontrarse desde los 9 mm a los 21 mm. Estos materiales se combinan con terminaciones en acero a los efectos de incrementar el sellado y durabilidad de las piezas. También se utiliza este material para puntales, anclajes, cerrojos, escuadras, correas y tensores, entre otros. Se puede encontrar encofrados construidos en aluminio, los cuales permiten reducir el peso por m^2 y agilizar las tareas de montaje y preparación.

A continuación, procederemos a caracterizar cada uno de los sistemas mencionados utilizando la información provista por la firma PERI, a la cual agradecemos profundamente.

Vigas de encofrado

Suelen tener diseños en celosía o en alma llena. Permiten soportar momentos admisibles entre 5 y 7 KNm, pudiendo variar estos valores según el fabricante. La vida útil de las piezas se incrementa debido al uso de remates y remaches de acero que las protegen contra golpes, astillas, abolladuras, etc.



Figura 531: Ejemplo de viga de encofrado (referencia 103)

Encofrados para muros

Son encofrados modulares compuestos por tableros entramados con bastidores metálicos con juntas, anclajes y cerrojos. Presentan superficies regulares planas y a la vez es posible incorporarles plataformas de trabajo, escaleras y estabilizadores. En casos en los que la altura del muro resulte importante, es decir, casos en los que se superen cerca de los 8 m, es necesario en ocasiones colocar sistemas de escuadras metálicas que transmitan la presión del hormigonado a la fundación de la estructura.



Figura 532: Encofrado para muros con plataforma de trabajo, escalera y escuadras metálicas PERI (ref. 103)

Para la unión de los paneles se hace uso de cerrojos de acero que los alinea y les confiere estanqueidad (ver Figura 533). Para la vinculación de los paneles enfrentados, se hace uso de barras roscadas continuas y tuercas planas tipo campana.

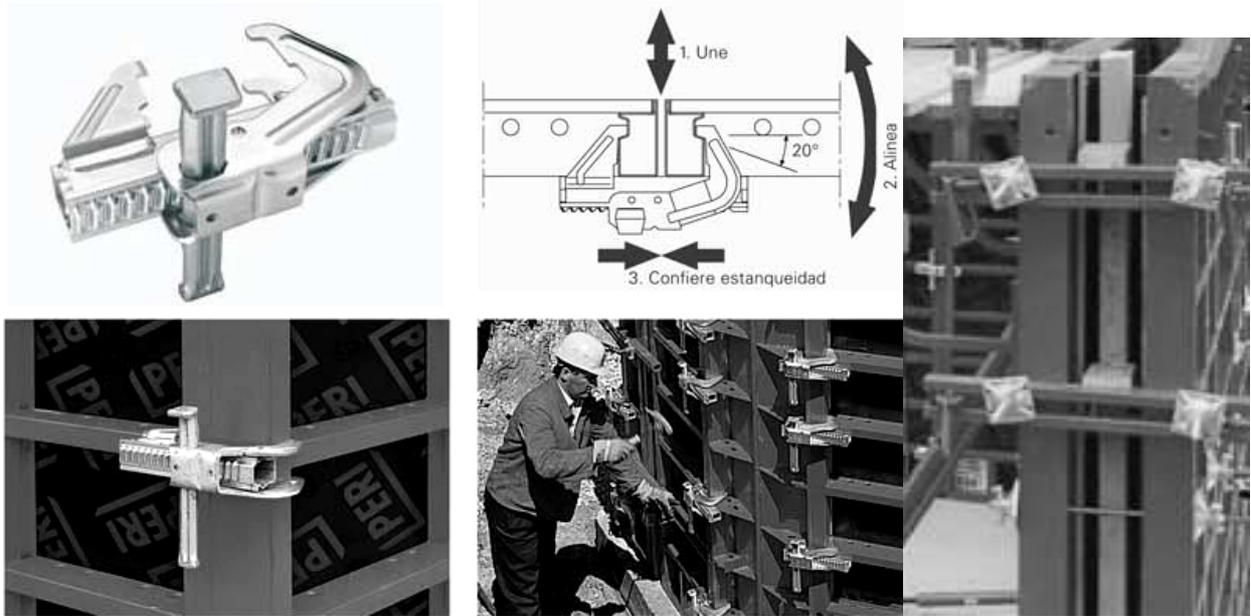


Figura 533: Uso de cerrojos, barras roscadas y tuercas tipo campana en paneles de muro (referencia 103)

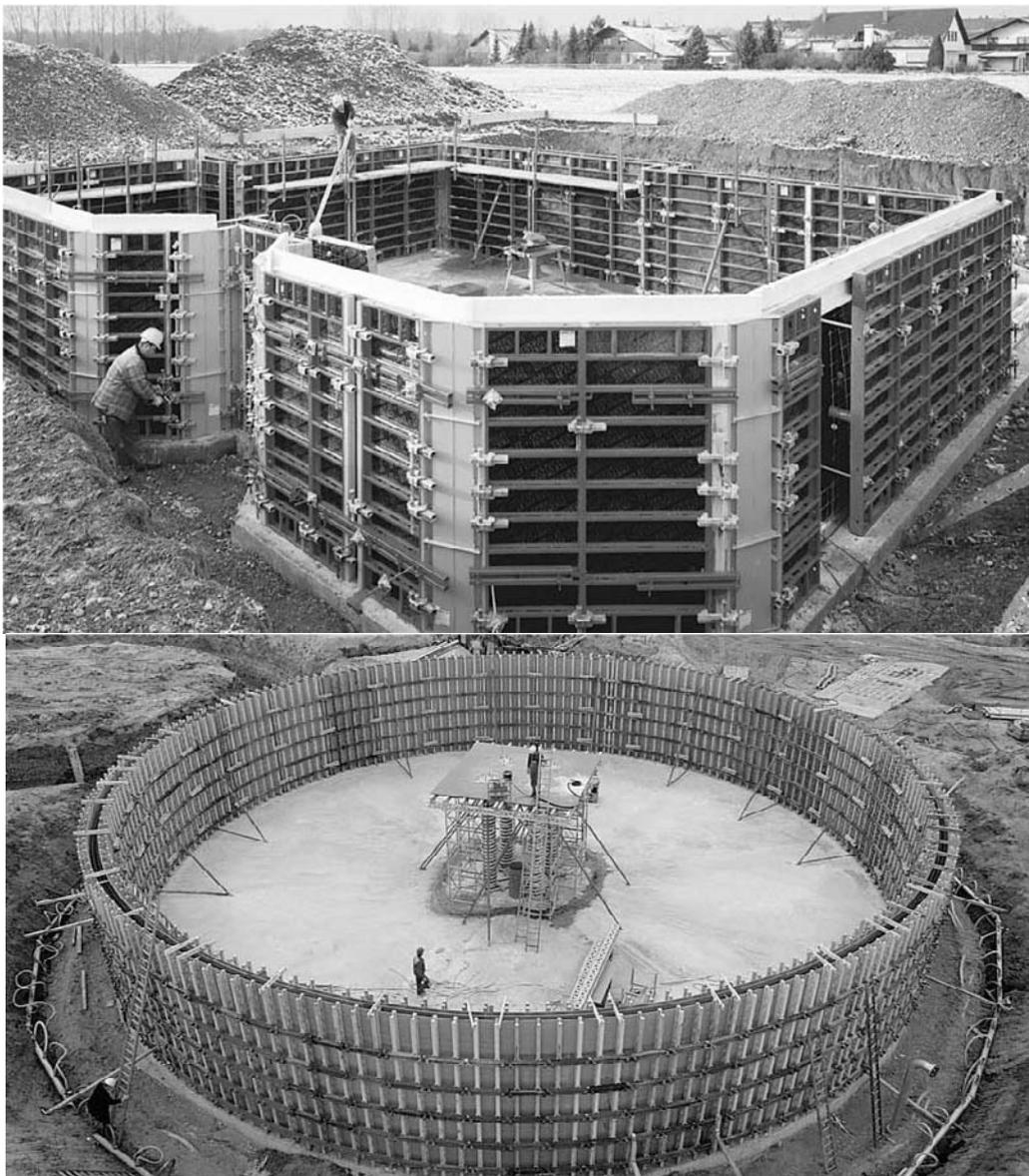


Figura 534: Diversidad de formas de encofrados PERI para muros (referencia 103)



Figura 535: Sistema de escuadras PERI para el encofrado de la pila del puente de la autopista Trmice , Aussig, Rep. Checa (referencia 103)

Encofrados para columnas

No difieren en mayores aspectos de los mencionados para los encofrados de muros, pudiendo lograrse geometrías cuadradas, rectangulares o circulares de dimensiones que pueden llegar a los 120 cm o más. Se los suele dotar de ruedas en la porción inferior a los efectos de facilitar su traslado, aunque las grúas suelen ser la forma más utilizada en edificios de altura. Las presiones de hormigonado que pueden soportar alcanzan los 100 KN/m^2 . Se fijan mediante un sistema de correas y elementos tensores como se adjunta en la Figura 536.

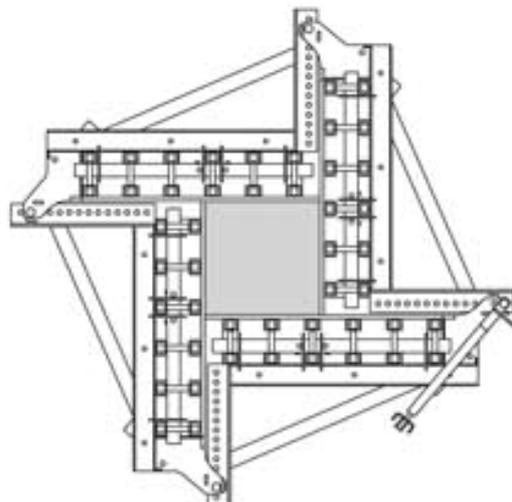


Figura 536: Corte del sistema de encofrados de columnas con correas y tensores (referencia 103)



Figura 537: Aplicación de encofrados industriales PERI a una columna de 5,7 m de altura en un edificio de oficinas (referencia 103)

Encofrados para losas

Resultan encofrados ligeros en los que se suelen hormigonar losas que pueden llegar hasta los 95 cm de espesor. Existen en diversas formas y tipos, aunque generalmente se conforman por los siguientes componentes:

- Tableros de encofrado
- Vigas de encofrado
- Trípodes universales
- Puntales de encofrado
- Cabezal
- Garra cabeza
- Otros

También suelen configurarse emparrillados de vigas a los efectos de cubrir mayores luces de paneles o bien constituir mesas de encofrados para losas, en los que con grúas es posible trasladar todo el sistema con una superficie de hasta 150 m².



Figura 538: Mesas para encofrado de losas (referencia 103)

Sistemas trepantes y autotrepantes

Están destinados al hormigonado de elementos verticales a gran altura. Consisten en un sistema de encofrado que se desplaza sobre una guía de rieles a partir de anclajes de avance. Su uso es necesario en construcciones de edificios de altura, presas de hormigón armado, pilas de puentes, etc. Cuentan con plataformas de trabajo que permiten el trabajo de los obreros, pudiendo hormigonarse a una o a dos caras. Los equipos trepantes están dotados de plataformas de diferentes alturas:

- La plataforma superior es necesaria para los diferentes trabajos de hormigonado y vibrado.
- La plataforma intermedia está situada a la altura de la consola de trepado y es desde la que se actúa sobre los mecanismos de equipo.
- La plataforma inferior está situada por debajo de la plataforma y se accede a ella para recuperar los anclajes de tongadas anteriores.

Todas estas plataformas están preparadas para ser rigidizadas con las propias correas de encofrado. La plataforma intermedia es basculante, de manera que, en el caso de hormigonado en paramentos inclinados, esta plataforma queda perfectamente horizontal.

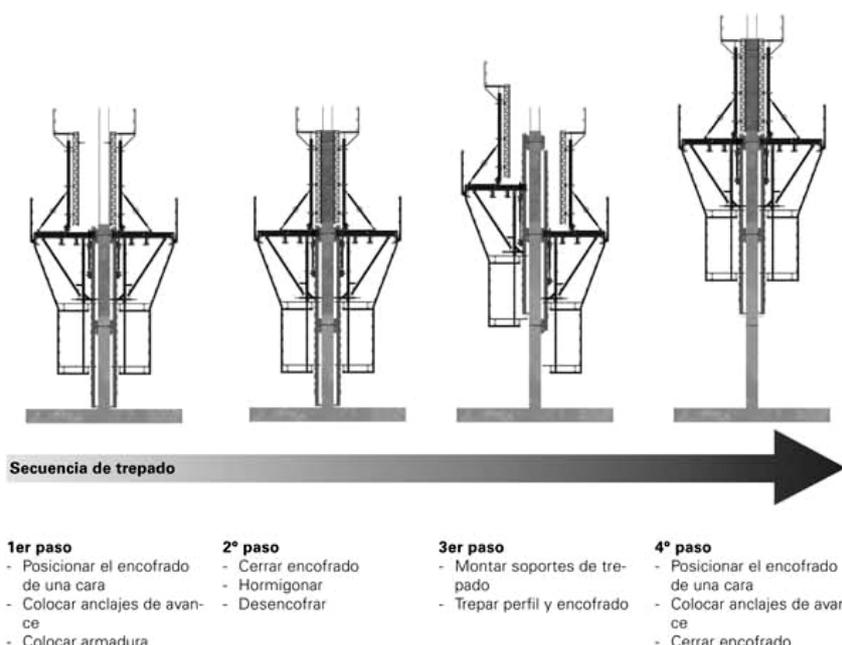


Figura 539: Secuencia de encofrado trepante para el sistema ACS de la firma PERI (referencia 103)



Figura 540: Aplicación del sistema de encofrados trepante PERI a la construcción de las pilas del Viaducto de Millau en Francia con una altura de hasta 245 m (referencia 103)



Figura 541: Construcción de pilas del puente Ring Road de Bangkok con una altura de 173 m (ref. 103)

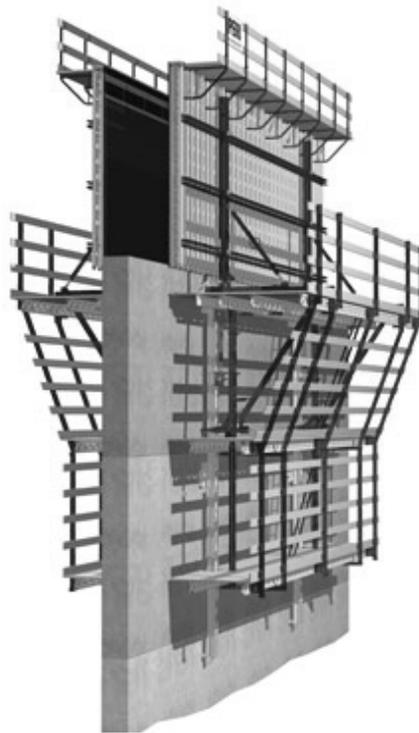


Figura 542: Sistema de encofrado autotrepante PERI (referencia 103)

Consideraciones del Reglamento CIRSOC 108/05

Las cargas debidas al proceso constructivo corresponden a las indicadas en el CIRSOC 108/05 y deben constituir la combinación más desfavorable de las generadas por el personal, equipos y materiales. Los estados a considerar son:

- Cargas finales

D: carga permanente

L: sobrecarga de uso durante la construcción

- Cargas de construcción - Peso de estructuras temporarias

C_D : carga permanente de construcción

- Cargas debidas a los materiales

C_{FML} : carga debida al material fijo

C_{VML} : carga debida al material variable

- Cargas debidas los procedimientos constructivos

C_P : cargas debidas al personal y al equipamiento

C_H : cargas de construcciones laterales

C_F : fuerzas debidas al montaje y al ajuste

C_R : reacciones debidas al equipamiento

C_C : presión lateral del hormigón

- Presiones laterales de los suelos

C_{EH} : presiones laterales de los suelos

- Cargas ambientales

W: carga debida al viento

T: cargas térmicas

S: carga debida a la nieve

E: carga debida al sismo

R: carga debida a la lluvia

I: carga debida al hielo

El CIRSOC 108/05 establece las siguientes combinaciones básicas de estados de carga:

$$1,4 \cdot D + 1,4 \cdot C_D + 1,2 \cdot C_{FML} + 1,4 \cdot C_{VML}$$

$$1,2 \cdot D + 1,2 \cdot C_D + 1,2 \cdot C_{FML} + 1,4 \cdot C_{VML} + 1,6 \cdot C_P + 1,6 \cdot C_H + 0,5 \cdot L$$

$$1,2 \cdot D + 1,2 \cdot C_D + 1,2 \cdot C_{FML} + 1,3 \cdot W + 1,4 \cdot C_{VML} + 0,5 \cdot C_P + 0,5 \cdot L$$

$$1,2 \cdot D + 1,2 \cdot C_D + 1,2 \cdot C_{FML} + 1,0 \cdot E + 1,4 \cdot C_{VML} + 0,5 \cdot C_P + 0,5 \cdot L$$

$$0,9 \cdot D + 0,9 \cdot C_D + (1,3 \cdot W \text{ ó } 1,0 \cdot E)$$

Los factores de la totalidad de combinaciones de estados de carga serán las indicadas en la Tabla 88.

Carga	Factor de Carga ($C_{m\acute{a}x}$)	Factor de carga del punto arbitrario en el tiempo (C_{APT})	
D	• cuando contrarrestan la acción de las cargas debidas a viento o sismo	0,9	--
	• cuando se combina sólo con cargas y materiales de construcción	1,4	--
	• para todas las otras combinaciones	1,2	--
L		1,6	0,5
C_D	• cuando contrarresten la acción de cargas debidas a viento o sismo	0,9	--
	• cuando se combine sólo con las cargas y materiales de construcción	1,4	--
	• para todas las otras combinaciones	1,2	--
C_{FML}		1,2	--
C_{VML}		1,4	mediante análisis
C_P		1,6	0,5
C_C	• carga completa	1,3	--
	• otros casos	1,5	--
C_{EH}		1,6	--
C_H		1,6	0,5
C_F		2,0	mediante análisis
C_R	• equipamiento con funciones y capacidades verificadas	1,6	0
	• equipamiento con funciones y capacidades sin verificar	2,0	0
W		1,3	0,5
T		1,4	--
S		1,6	0,5
E		1,0	--
R		1,6	--
I		1,6	--
Ver las combinaciones básicas en el artículo 2.2.3.			

Tabla 88: Factores de carga mínimos para encofrados (referencia CIRSOC 108/05)

En general, los encofrados correspondientes a losas deben ser calculados para soportar el peso propio del hormigón y de las cargas constructivas que sobre ellos actúen durante la construcción. La Tabla 89 indica cargas combinadas uniformemente distribuidas a aplicar en superficies de trabajo, como es el caso de encofrados de losas, las que no incluyen ni a la carga permanente, D , ni a la carga permanente de construcción, C_D , ni a la carga debida a los materiales fijos, C_{FML} :

Clases de operación de construcción	Carga Uniforme ⁽¹⁾ KN/m ²
Trabajo muy liviano: Personal espaciado con herramientas de mano, muy poca cantidad de materiales de construcción	1
Trabajo liviano: Personal espaciado, equipo operado manualmente, materiales sobre el andamiaje para construcción liviana	1,2
Trabajo medio: Concentración de personas y materiales sobre el andamiaje para construcción promedio	2,4
Trabajo pesado Colocación de materiales con cargadoras motorizadas, materiales sobre el andamiaje para construcción pesada	3,6
(1) Las cargas indicadas no incluyen ni a la carga permanente, D , ni a la carga permanente de construcción, C_D , ni a la carga debida a los materiales fijos, C_{FML} .	

Tabla 89: Cargas uniformemente distribuidas sobre superficies de encofrado¹

A menos que se verifiquen las condiciones expuestas posteriormente, el encofrado se deberá diseñar para la presión lateral del hormigón recién colocado que se establece en la siguiente expresión. Los valores máximos y mínimos dados para otras fórmulas de presión no se aplican a esta expresión:

$$C_c = 23,5 h$$

donde:

C_c = presión lateral en KPa

h = profundidad del hormigón plástico o fluido en m.

Para las columnas y otros encofrados cuyo llenado debe ser rápido, h adopta el valor de la altura completa del encofrado o la distancia entre juntas de construcción horizontales cuando se realizan varias colocaciones de hormigón. Por otra parte, el CIRSOC 108/05 indica expresiones de cálculo de presiones laterales para hormigones construidos con cemento CP30 y de una densidad de 2400 kg/m³ sin puzolanas o aditivos, con asentamientos menores o iguales a 10 cm y una vibración interna a una profundidad de 1,25 m o menos. Para las columnas la expresión es:

$$C_c = 7,2 + \frac{785.R}{T + 17,8}$$

siendo:

R = velocidad de colocación en m/h

T = temperatura del hormigón en el encofrado en °C.

El valor de C_c podrá ser como máximo igual a 144 kPa, como mínimo igual a 28,8 kPa, pero en ningún caso mayor que 23,5 h.

Para tabiques con una velocidad de colocación R , menor de 2 m/h:

$$C_c = 7,2 + \frac{785.R}{T + 17,8}$$

¹ Las cargas no incluyen ni a la carga permanente, D , ni a la carga permanente de construcción, C_D , ni a la carga debida a los materiales fijos, C_{FML}

El valor de C_c podrá ser como máximo de 95,8 kPa, como mínimo de 28,8 kPa, pero en ningún caso mayor que 23,5 h.

Para tabiques con una velocidad de colocación R, de 2 a 3 m/h:

$$C_c = 7,2 + \frac{244.R}{T+17,8} + \frac{1156}{T+17,8}$$

De todas formas, el Comentario a dicho CIRSOC establece que si bien estas expresiones pueden ser utilizadas sin restricciones, pueden existir excepciones, por lo que es recomendable utilizar las expresiones de cálculo de presiones laterales indicadas en el CIRSOC 201/05. Éste último especifica:

a) Hormigón a colocar por cualquier método que no sea impulsión por bombeo:

$$p = \gamma_c \cdot h$$

b) Hormigón a colocar por impulsión por bombeo:

$$p = 1,25 \cdot \gamma_c \cdot h$$

siendo:

γ_c = densidad del hormigón fresco (kg/m^3).

p = presión lateral sobre el encofrado (kPa).

h = altura del hormigón fresco por encima del punto considerado (m).

1,25 = factor que tiene en cuenta la presión de la bomba.

Ejemplo de aplicación

Ejemplo 95) Cálculo de la presión sobre el encofrado de un tabique

Calcular la presión generada sobre el encofrado de un tabique de 3,7 m de altura que es llenado con hormigón normal a 20° C. La tasa de hormigonado del encofrado es de 1,5 m/h.

La presión máxima sobre el encofrado será:

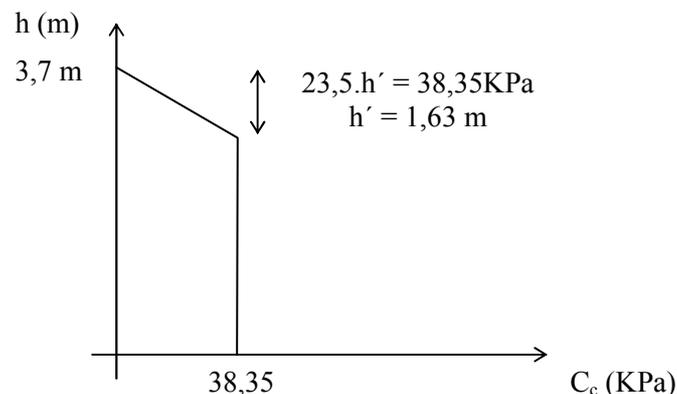
$$C_c = 7,2 + \frac{785.R}{T+17,8} = 7,2 + \frac{785 \cdot 1,5 \text{ m/h}}{20+17,8} = 38,35 \text{ KPa}$$

La presión calculada de acuerdo a la fórmula de presión hidrostática, considerando al hormigón como un fluido de peso específico 23,5 tn/m^3 resulta:

$$C_c = 23,5 h = 86,95 \text{ KPa}$$

Comparando el resultado anterior (38,35 KPa) con el de la presión totalmente desarrollada (86,95 KPa), y el límite superior de 95,8 KPa, se puede concluir que el máximo valor de presión será de 38,35 KPa.

El diagrama de presiones del hormigón fresco sobre el encofrado del muro resulta de la forma:



Consideraciones generales del diseño de encofrados

Deberán ser verificadas las tensiones de los encofrados causadas por flexión y corte comparando con las tensiones admisibles de la madera con la que se fabriquen los encofrados, así como las deformaciones causadas. Las deformaciones límites suelen corresponder a $L/360$, con L la longitud del elemento estructural analizado.

Revisión en obra

Una vez colocados los encofrados y armaduras, es necesario llevar a cabo una revisión completa previo al hormigonado de las estructuras. Para ello, deberán tomarse en cuenta los siguientes aspectos:

- a) Dimensiones, niveles, alineación, estanqueidad y condiciones de los encofrados.
- b) Diámetros, separaciones, recubrimiento y estado superficial de las armaduras.
- c) Estado de las superficies de las fundaciones.
- d) Seguridad en las estructuras de apuntalamiento de los encofrados y otros elementos de sostén.
- e) Disponibilidad suficiente en cantidad y calidad de los materiales, equipos y mano de obra necesarios para realizar las operaciones de colocación, compactación, terminación y curado continuo de los elementos estructurales.

Respecto de las losas, su espesor puede ser controlado mediante guías, que respeten la altura de cálculo, distanciadas entre sí y a los bordes del encofrado unos 2 m. El no colocarlas implica que la losa tenga un menor espesor al necesario, lo que comprometería su resistencia, o que posea un espesor mayor, lo que genera sobrecarga general y a las fundaciones.

Tareas durante el hormigonado

Según el CIRSOC 201/05, para llevar a cabo las tareas de hormigonado de las estructuras deberán considerarse los siguientes aspectos:

- 1) Las losas se deben hormigonar en todo su espesor por franjas continuas y paralelas, preferentemente en la dirección de la luz menor. El ancho de la franja debe ser el que corresponda para que al colocar el hormigón de la contigua, el hormigón de la anterior no haya alcanzado el tiempo de fraguado inicial.
- 2) En superficies planas, el vertido se debe ejecutar a distancias cortas entre sí, evitando la formación de grandes pilas o montículos que requieran de importantes movimientos transversales para alcanzar su sitio definitivo.
- 3) Se recomienda hormigonar las columnas hasta el nivel de fondo de vigas, previamente a la colocación de las armaduras de ellas.
- 4) El nervio y la losa en las vigas placas se deben hormigonar en forma simultánea, con el objeto de garantizar la absorción del esfuerzo de corte que se produce entre ambos. En caso contrario se deben disponer elementos de transferencia del esfuerzo de corte.
- 5) Las bases de fundación se deben ejecutar preferentemente en una sola operación continua. En caso de que por razones constructivas ello no fuera posible, se debe permitir subdividir su hormigonado, tratando las superficies de contacto como juntas constructivas, debiendo presentarse memoria de cálculo sobre la transferencia de los esfuerzos cortantes y detalles de la ejecución.
- 6) Los elementos estructurales que apoyen sobre las bases se deben moldear no antes de transcurridas 48 horas de la ejecución de las mismas.
- 7) Cuando se coloque hormigón en una superficie inclinada, la operación se debe iniciar en el punto más bajo de aquella, aplicando técnicas de colocación y características de la mezcla fresca que eviten el desplazamiento del hormigón cuando se efectúen las operaciones de compactación.
- 8) Si se interrumpiese la construcción de la estructura por un período mayor de tres meses, se deben proteger las armaduras salientes en espera, destinadas a vincular la futura ampliación, contra los efectos de la corrosión, utilizando una capa continua de pasta de cal protegida con un mortero de cemento. No se pueden

proteger las armaduras salientes en espera utilizando hormigón pobre o mampostería, sin previamente realizar sobre las barras las protecciones establecidas precedentemente.

9) Al reiniciar la construcción de una estructura se deben limpiar en forma cuidadosa las armaduras salientes mediante arenado, retirando todo vestigio del material de protección y el acero que se hubiere transformado en óxido. Antes de proceder a utilizar las barras de espera se debe verificar su estado, especialmente en la parte empotrada inmediatamente por debajo de la interfase hormigón-aire, y en caso que presenten signos de corrosión avanzada serán reemplazadas total o parcialmente según corresponda. A este efecto se debe considerar corrosión avanzada cuando, luego de la limpieza de la barra, se constate una disminución de cualquier sección transversal igual o mayor que el 10%.

Vibrado del hormigón

El vibrado consiste en entregar al hormigón la suficiente energía de tal manera de lograr una mezcla uniforme y sin segregación de agregados.

Ventajas del vibrado:

- 1) Aumento de la densidad
- 2) Aumento de la adherencia hormigón – hierro
- 3) Mejora de la homogeneidad
- 4) Disminuye los efectos generados por fenómenos reológicos de contracción al fragüe.
- 5) Aumento de la durabilidad
- 6) Mejora de la terminación

Generalmente, suelen usarse vibradores eléctricos flexibles, con botella vibradora de 40 ó 60 mm de diámetro de alta frecuencia (7200 vib/min). El vibrado se logra sumergiendo la botella rápidamente y extrayéndola lentamente, imaginando un grillado imaginario solapado de los diámetros de eficiencia de la botella (10 veces el diámetro de la botella). El elemento de vibrado no debe estar en contacto con las barras de hierro ni con el encofrado, y no debe usarse para transportar el hormigón. La aplicación será horizontal en losas y vertical en columnas y vigas.

Curado del hormigón

Es posible definir al curado como el conjunto de operaciones destinadas a mantener protegido al hormigón desde la etapa fresca hasta la endurecida en sus tempranas edades contra las acciones que pudieran agredirlo, lo cual puede estimarse aproximadamente en una semana, dependiendo entre otras cosas, de la temperatura ambiente. Las protecciones que al efecto se materialicen deben permanecer hasta tanto el hormigón adquiera la resistencia suficiente para no ser afectado por las agresiones. Por ello es muy común regar superficialmente en forma de vapor y con altas temperaturas cubrir con arena, aserrín o paños de arpillera humedecidos. Con bajas temperaturas es recomendable cubrir con lonas impermeables o film de polietileno de alta densidad, o con arena. Los períodos mínimos de curado especificados por el CIRSOC 2005 son:

Tipo de cemento empleado en el hormigón	Período mínimo de curado
Cemento de alta resistencia inicial, cuando la edad de diseño del hormigón sea igual o menor que 7 días	3 días
Cemento pórtland normal Cemento pórtland con filler calcáreo Cemento pórtland con escoria Cemento blanco	5 días
Cemento pórtland puzolánico Cemento pórtland compuesto (*) Cemento de alto horno Cemento de bajo calor de hidratación	8 días
(*) Cuando el cemento compuesto tenga una velocidad de desarrollo de resistencia igual o mayor que la del cemento pórtland normal, el plazo mínimo de curado se reducirá a cinco (5) días.	

Tabla 90: Períodos mínimo de curado según CIRSOC 201/05 (referencia 109)

Desencofrado

En circunstancias climáticas normales (ausencia de heladas), pueden retirarse los tableros laterales de los encofrados de la viga tres días después del hormigonado. El tablero de fondo conjuntamente con los puntales deberá permanecer hasta los 21 días.

El retiro de los tableros laterales antes que los del fondo, permite disminuir los costos de encofrado, cuando han de construirse varias vigas de igual tamaño, por la posibilidad de utilizar repetidas veces los tableros laterales. Este desencofrado en dos tiempos influye en el sistema de armado de los laterales y fondo.

Secuencia de desencofrado:

1º) Retiro del encofrado de losa

2º) Retiro de los laterales de viga

3º) Retiro de puntales luego del endurecimiento

El CIRSOC 201/05 establece períodos mínimos de remoción de encofrados para cementos Pórtland normal, ya sea para encofrados laterales, como para puntales y arriostramientos, de acuerdo a la temperatura superficial del hormigón.

Elemento estructural	Temperatura superficial del hormigón			
	≥ 24 °C	16 °C	8 °C	2 °C
Tabiques (*)	9 horas	12 horas	18 horas	30 horas
Columnas (*)	9 horas	12 horas	18 horas	30 horas
Laterales de vigas o viguetas(*)	9 horas	12 horas	18 horas	30 horas
Encofrados interiores de casetonados, los cuales puedan ser removidos sin perturbar el resto de los encofrados o apuntalamientos:				
• Ancho igual o menor de 75 cm	2 días	3 días	5 días	8 días
• Ancho mayor de 75 cm	3 días	4 días	6 días	10 días

(*) Cuando los encofrados de estos elementos estructurales soporten a su vez encofrados de losas o vigas, el plazo para la remoción de sus encofrados dependerá del plazo establecido para las losas o vigas que se apoyan.

Tabla 91: Plazos mínimos de desencofrado para encofrados laterales y CPN (referencia 109)

Tipo de estructura	Sobrecarga estructural menor que el peso propio de la estructura	Sobrecarga estructural mayor que el peso propio de la estructura
<input type="checkbox"/> Túneles y conductos circulares.	3 días	2 días
<input type="checkbox"/> Claves de los arcos	14 días	7 días
<input type="checkbox"/> Vigas principales, vigas secundarias y enviguetados:		
• Luz libre entre apoyos menor de 3,00 metros	7 días	4 días
• Luz libre entre apoyos igual o mayor de 10,00 metros y menor de 20,00 metros	14 días	7 días
• Luz libre entre apoyos mayor de 20,00 metros	21 días	14 días
<input type="checkbox"/> Losas armadas en una dirección:		
• Luz libre entre apoyos menor de 3,00 metros	4 días	3 días
• Luz libre entre apoyos igual o mayor de 10,00 metros y menor de 20,00 metros	7 días	4 días
• Luz libre entre apoyos mayor de 20,00 metros	10 días	7 días
<input type="checkbox"/> Sistemas de losas armadas en dos direcciones	El plazo mínimo para desapuntalar depende del momento en que la estructura pueda ser reapuntalada. Dicho reapuntalamiento debe ser colocado inmediatamente después de finalizar la operación de desapuntalamiento.	
<input type="checkbox"/> Sistemas de losas pretensadas con armaduras postesadas	Tan pronto se aplique el postesado total a las armaduras.	

Tabla 92: Plazos mínimos de desencofrado para elementos de sostén y CPN (referencia 109)

Estos plazos resultan orientativos y de aplicación si se respetan los aspectos anteriormente citados en este capítulo, así como los que se adjuntan a continuación:

- 1) Realizar un adecuado curado de la estructura
- 2) Empezar a contar el plazo a partir del momento en que la última porción de hormigón se colocó en el elemento estructural considerado, o en los elementos de las luces adyacentes si se trata de una estructura de tramos múltiples.
- 3) Computar como válidos exclusivamente los días en los que la temperatura media del aire en contacto con la estructura sea igual o mayor que 10°C.
- 4) Computar un día de curado cada dos días, en caso que la temperatura media del aire esté comprendida entre 5 y 10°C.

Se debe diferenciar entre las tareas de desencofrado y descimbrado, al referirnos al desencofrado hablamos del retiro de los tableros de fondo y laterales, mientras que al hablar del descimbrado, se debe evaluar si el elemento tiene la resistencia suficiente como para absorber la cargas actuantes (su propio peso más las cargas de construcción que actúen sobre ellos). La EHE 2008 presenta una fórmula sencilla para analizar de manera sólo aproximada el período de descimbrado de los elementos horizontales. La ecuación es válida para hormigones confeccionados con cemento pórtland común:

$$j = \frac{400}{\left(\frac{D+L}{D} + 0,50\right) \cdot (T + 10)}$$

donde:

j = número de días.

T = temperatura media en °C de las máximas y mínimas previstas durante los j días.

D = carga que actúa sobre el elemento al descimbrar.

D+L = carga total de servicio que actuará posteriormente.

Para obras importantes resulta conveniente medir las flechas al descimbrar (consultar al respecto la referencia 37). El hormigón más joven presenta un módulo elástico (E_c) menor (consultar el Capítulo 5 del presente texto) y por ende una mayor deformabilidad.

Se debe aclarar que al definir D, deben incluirse como parte del paquete de cargas de peso propio a las cargas derivadas del cimbrado y las sobrecargas del sistema de construcción adoptado. La Instrucción Española indica al respecto: "...El plazo mínimo de descimbrado dependerá, entre otros, de la evolución de la resistencia y módulo de deformación del hormigón, de las condiciones de curado, de las características de la estructura y de la fracción de carga muerta actuante al momento de descimbrado".



Figura 543: Encofrados especiales PERI en la construcción del museo Mercedes Benz en Stuttgart (ref. 103)

Capítulo 39

Daños generados por la acción del fuego

Introducción

Si bien el hormigón armado presenta un mejor comportamiento frente al fuego que otros materiales utilizados para la ejecución de estructuras resistentes, deben cumplirse ciertas consideraciones de diseño a fin de lograr una adecuada resistencia ante este tipo de acciones, acciones que pueden ser muy variables en función de la combustibilidad de los materiales encontrados en los locales afectados, de la geometría y tamaño del local, del tiempo de duración y de factores externos tales como, por ejemplo, las corrientes de aire que ingresan por ventanas, puertas abiertas y cajas de escaleras, las que colaboran en la extensión del fuego y aumentan su intensidad.

Durante la evolución de un incendio pueden distinguirse tres fases: la parte de iniciación del fuego, en donde la temperatura se eleva gradual y rápidamente, una segunda fase en donde el incendio llega a su potencia máxima, la temperatura máxima alcanzada y el tiempo de extensión de esta etapa dependerán del tipo de materiales almacenados en el lugar y de su combustibilidad y de la cantidad de oxígeno aportado, y una etapa final en la cual disminuye su intensidad hasta su extinción ya sea esta por agotarse los materiales combustibles o bien por la acción de la lucha contra el fuego.

Los daños de mayor gravedad se originan durante la segunda etapa en donde las temperaturas pueden alcanzar valores de hasta 1.000 °C.

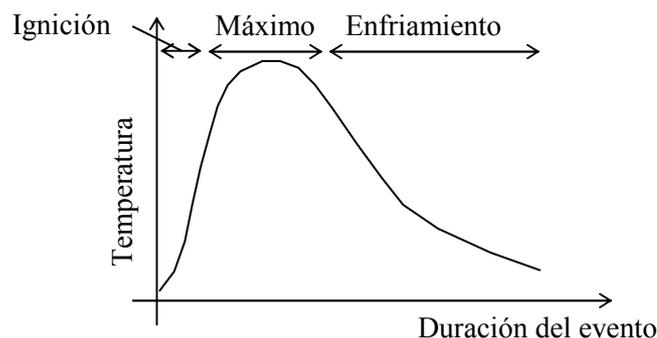


Figura 544: Gráfica de temperatura en función de la duración del fuego

Fundamentalmente las normas específicas pretenden con sus prescripciones que la estructura conserve su capacidad de resistir las cargas actuantes durante un tiempo mínimo tal que el edificio pueda ser evacuado. También se busca que los elementos estructurales puedan cumplir con su función de limitar la propagación del calor y de los gases por un período de tiempo dado. Finalmente se intenta que los daños materiales sean mínimos.

El Código ACI 318/05 no trata específicamente el tema, no obstante, el CIRSOC 201/05, en el Art. 7.7.7 incorpora conceptos que se desarrollan en el ACI 216.1-97, permitiendo de tal forma estimar períodos de resistencia de fuego. En el presente texto nos basaremos en el ACI 216.1-97 para plantear aspectos básicos de diseño y se realizará una breve referencia a lo indicado en la Norma DIN 4102.

El fuego afecta las características resistentes del hormigón y acero de distinta manera, y perturba significativamente la capacidad de adherencia entre ambos materiales (esto es particularmente grave estructuralmente), genera deformaciones impuestas y consecuentemente sollicitaciones motivadas en las dilataciones y giros parcialmente impedidos por los distintos elementos contiguos.

Con el aumento de la temperatura del hormigón se origina un descenso de la capacidad resistente del mismo y una disminución del módulo de elasticidad. Esto resulta favorable respecto de que las elevadas deformaciones impuestas por el aumento de temperatura no generan sollicitaciones tan importantes.

Respecto de las tensiones de adherencia de rotura, la disminución es muy elevada para temperaturas superiores a los 400 °C.

Los hormigones con áridos silicios sufren un cambio en su coloración luego de ser afectados por el fuego, orientativamente pueden tomar la siguiente coloración según las máximas temperaturas a que se ha visto expuesto (referencia 2):

Gris natural: $T \leq 300^\circ \text{C}$

Rosa a rojo: $T \leq 600^\circ \text{C}$ (pierde hasta un 60% de su resistencia)

Gris claro: $T \leq 900^\circ \text{C}$ (pierde entre un 60% y un 90% de su capacidad resistente)

Blanco o amarillo claro: $T < 900^\circ \text{C}$ (pierde toda su capacidad resistente)

El hormigón posee un cierto valor de inercia a la transmisión de calor al ser afectado por el fuego, el agua libre o capilar empieza a evaporarse a los 100°C , retardando debido a este proceso la elevación de temperatura del mismo.

A los 100°C se produce un pico muy elevado en la absorción de calor al evaporarse el agua, ello genera presiones elevadas y fisuras, las que irán acompañadas de pérdidas de recubrimiento por capas. A modo de grosera aproximación y generalización, puede estimarse un orden de alcance en profundidad de 30 mm a 40 mm durante la primera hora de fuego.

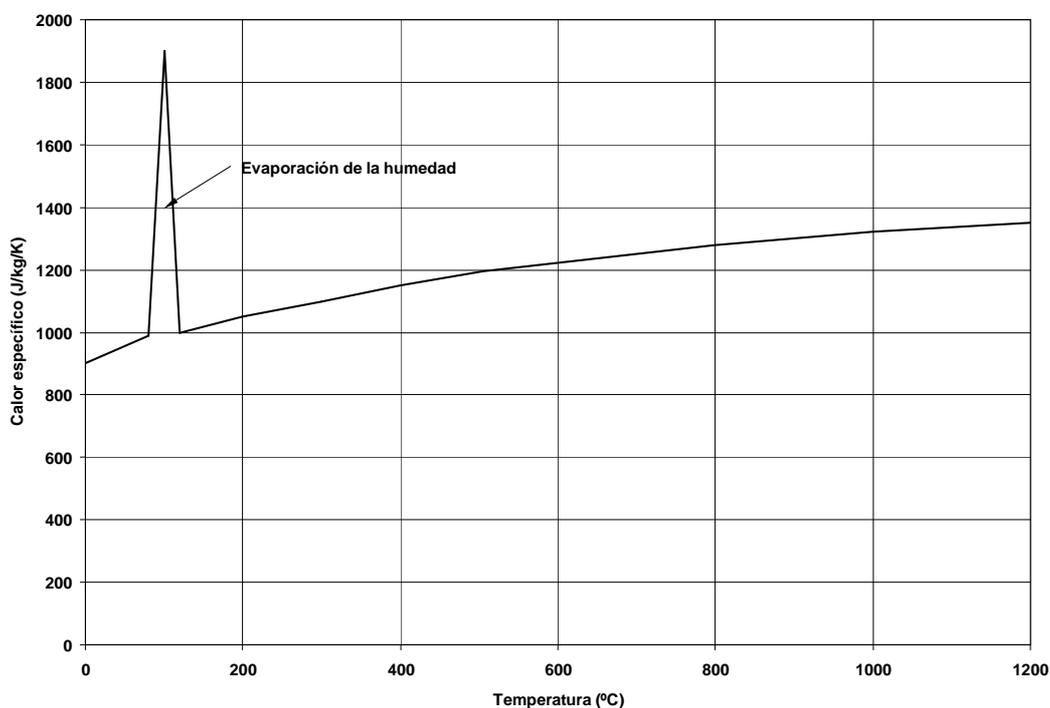


Figura 545: Variación del calor específico del hormigón (adaptado referencia 110)

Hasta los 300°C , la pérdida de agua capilar es total pero aún no se aprecia alteraciones en la estructura del cemento hidratado, la resistencia del hormigón aún no sufre cambios significativos.

Por encima de los 400°C se origina una pérdida importante de agua del gel de cemento y disminuciones elevadas de resistencia en el hormigón.

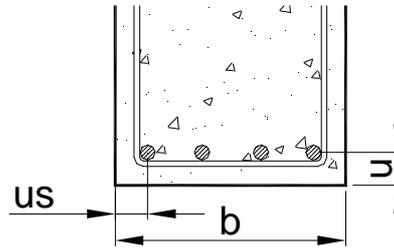
Si la temperatura en el hormigón no se elevó por sobre los 500°C , podría producirse una rehidratación parcial que permita recuperar cierto valor de resistencia, dependiendo mucho de la velocidad con que se haya producido el enfriamiento del mismo, en tal caso es más perjudicial un enfriamiento brusco.

Posterior al incendio, durante el estudio del estado de la estructura se realizan observaciones visuales, determinación de módulos de elasticidad, ensayos no destructivos, extracción de probetas testigo, evaluación de estado de armaduras, deformaciones de losas, etc.

Respecto del acero, se considera que se llega a una temperatura crítica con pérdida de capacidad resistente a los 500°C (por encima de los 400°C la resistencia a tracción del acero disminuye rápidamente al modificarse su estructura cristalina). Los aceros de dureza natural pueden recuperar prácticamente toda su resistencia luego de un enfriamiento gradual (lento) aún habiendo superado estas temperaturas. En los aceros de pretensado la acción del fuego es más grave, perdiendo sus características en forma definitiva.

La incidencia del fuego sobre un determinado elemento estructural depende entre otras variables de la relación: volumen/superficie expuesta y eventualmente de pantallas de protección disponibles, por ejemplo:

un enlucido de yeso. El aumento de la temperatura es, por ejemplo, más acentuado en las esquinas inferiores de una viga, por eso, las barras ubicadas más cercanas a la esquina son las más afectadas. En general, se especifican resistencias normalizadas al fuego, según períodos expresados en minutos. Por ejemplo: F30 – F60 – F90 – F120 (norma DIN 4102). Para cumplir con tales requerimientos los distintos elementos deben verificar ciertas dimensiones mínimas y recubrimientos mínimos. Transcribimos algunos valores de la norma DIN para vigas isostáticas.



	F30	F60	F90
Dimensión mínima b (mm)	80	120	150
u (mm)	25	40	55
u _s (mm)	35	50	65

Tabla 93: Valores de recubrimientos mínimos según la resistencia al fuego (DIN 4102)

Resistencia al fuego de construcciones de hormigón según ACI 216-1-97

Tabiques, entrepisos y cubiertas de hormigón

El ACI 216-1-97 establece espesores mínimos de los elementos y recubrimientos mínimos para cumplir con el período de protección al fuego requerido en cada caso. Se menciona en el artículo 2.1 de la citada publicación que si se desconoce el tipo de agregados a utilizar, deberán obtenerse los valores mínimos con el agregado más desfavorable. Para tabiques portantes y losas, establece valores mínimos de espesor en base a la resistencia al fuego obtenida para diferentes períodos de tiempo (una hora, dos horas, etc.). En la tabla 2.1 transcrita a continuación se expresan los valores en pulgadas.

Tipo de Agregados	Mínimo espesor equivalente para una resistencia al fuego de:				
	1 hr	1 ½ hr	2 hr	3 hr	4 hr
Silíceos	3,5	4,3	5,0	6,2	7,0
Carbonatos	3,2	4,0	4,6	5,7	6,6
Semilivianos	2,7	3,3	3,8	4,6	5,4
Livianos	2,5	3,1	3,6	4,4	5,1

Resistencia al fuego de tabiques, entrepisos y cubiertas consistentes en una capa de hormigón (espesores en pulgadas) (ref. 2)

La determinación del espesor equivalente de dichos elementos estructurales puede hallarse en el citado código para cada caso, siendo igual al espesor total para el caso de tabiques y losas macizas.

Respecto de los recubrimientos mínimos requeridos para las armaduras, especifica valores en su artículo 2.3 para losas y vigas según se encuentren restringidas o no en su deformación, clasificando esto según la tabla 2.2 del ACI 216-1-97.

Recubrimiento mínimo de armadura de losas

El recubrimiento mínimo indicado para las armaduras inferiores para lograr la resistencia al fuego de entre 1 hora y 4 horas está indicado en la tabla 2.3 del ACI 216-1-97 transcrita a continuación:

Tipo de Agregados	Recubrimiento ^{A,B} para la resistencia al fuego correspondiente, in.					
	Restringida	No restringida				
	4 o menos	1 hr	1½ hr	2 hr	3 hr	4 hr
No pretensada						
Silíceos	3/4	3/4	3/4	1	1-1/4	1 5/8
Carbonatos	3/4	3/4	3/4	3/4	1-1/4	1-1/4
Semilivianos	3/4	3/4	3/4	3/4	1-1/4	1-1/4
Livianos	3/4	3/4	3/4	3/4	1-1/4	1-1/4

Tabla 94: Mínimo recubrimiento para losas de entrepiso y cubierto de hormigón (referencia 2)

La clasificación de las estructuras como restringidas y no restringidas corresponde a la Tabla 95.

No Restringidas	
Tabiques portantes	Tramos simples y tramos finales simplemente apoyados de vanos múltiples tales como losas de hormigón o unidades prefabricadas ^A
Restringidas	
Tabiques portantes	Tramos interiores de vanos múltiples: 1. Sistemas de losas hormigonadas in situ 2. Hormigón prefabricado cuando la potencial expansión térmica es resistida por construcciones adyacentes ^B
Pórticos de hormigón	1. Vigas firmemente aseguradas a los elementos del pórtico 2. Sistemas de entrepiso o cubierta hormigonados in situ (como por ejemplo sistemas de vigas/losas, losas planas y losas nervuradas en una o dos direcciones) cuando el sistema de entrepiso o cubierta se hormigona junto con los elementos del pórtico 3. Tramos interiores y exteriores de sistemas prefabricados en los cuales las juntas se hormigonan in situ proporcionando restricción equivalente a la de la condición 1, pórticos de hormigón 4. Sistemas de entrepiso o cubierta prefabricados en los cuales los elementos estructurales están asegurados a dichos sistemas y la potencial expansión térmica de los sistemas de entrepiso o cubierta es resistida por el sistema apórticado o por los entrepisos o cubiertas adyacentes ^C

A. Estará permitido considerar que los sistemas de entrepiso y cubierta están restringidos si están arriostrados a tabiques con o sin vigas de arriostramiento, siempre que los tabiques estén diseñados y detallados para resistir el empuje térmico del sistema de entrepiso o cubierta.

B. Por ejemplo, se considera que existe resistencia a la potencial expansión térmica cuando:

1. Se utiliza una sobrecapa continua de hormigón estructural.
2. El espacio entre los extremos de las unidades prefabricadas o entre los extremos de las unidades y la cara vertical de los apoyos se rellena con hormigón o mortero, o
3. El espacio entre los extremos de las unidades prefabricadas y la cara vertical de los apoyos, o entre los extremos de unidades de losas macizas o de núcleo hueco, es menor o igual que 0,25 por ciento de la longitud en el caso de elementos de hormigón de peso normal o 0,1 por ciento de la longitud en el caso de elementos de hormigón liviano estructural.

Tabla 95: Clasificación de las construcciones: construcciones restringidas y no restringidas (ref. 2)

Recubrimiento mínimo de armaduras de flexión en vigas

Los valores se definen en función del ancho de viga en la tabla 2.4 del ACI 216-1-97, transcrita a continuación:

Restricción	Ancho de la viga, in	Recubrimiento para la resistencia al fuego correspondiente				
		1 hr	1½ hr	2 hr	3 hr	4 hr
Restringida	5	3/4	3/4	3/4	1	1-1/4
	7	3/4	3/4	3/4	3/4	3/4
	≥ 10	3/4	3/4	3/4	3/4	3/4
No restringida	5	3/4	1	1-1/4	NP ^A	NP
	7	3/4	3/4	3/4	1-3/4	3
	≥ 10	3/4	3/4	3/4	1	1-3/4

A. No permitido.

Tabla 96: Mínimo recubrimiento para vigas no pretensadas (referencia 2)

Finalmente en el Artículo 2.5 del ACI 216-1-97 se indican las dimensiones mínimas de columnas en función del tipo de agregados del hormigón y el tiempo requerido de resistencia al fuego. Se indica asimismo que el recubrimiento mínimo de hormigón de la armadura principal de columnas no podrá ser menor que 25 mm multiplicada por el número de horas de resistencia al fuego requeridas.

Tipo de agregados	Mínima dimensión de la columna (in.) para una resistencia al fuego de:				
	1 hr	1½ hr	2 hr	3 hr	4 hr
Carbonatos	8	9	10	11	12
Silíceos	8	9	10	12	14
Semilivianos	8	8½	9	10½	12

Tabla 97: Mínima dimensión de las columnas de hormigón (referencia 2)

Tipo de agregados	Mínima dimensión de la columna (in.) ^A para una resistencia al fuego de:				
	1 hr	1½ hr	2 hr	3 hr	4 hr
Carbonatos	8	8	8	8	10
Silíceos	8	8	8	8	10
Semilivianos	8	8	8	8	10

A. Estas dimensiones mínimas son aceptables para columnas rectangulares sujetas a condiciones de exposición al fuego en 3 o 4 caras siempre que un par de caras paralelas de la columna tenga al menos 36 in. de longitud.

Tabla 98: Mínimo tamaño de las columnas de hormigón sujetas a condiciones de exposición al fuego en dos caras paralelas (referencia 2)

En el ACI 216 se aclara que para todos los elementos estructurales el recubrimiento no podrá ser menor que el requerido según el ACI 318 en cada caso y según las condiciones ambientales.

En la referencia 110) se recomienda que de emplearse recubrimientos mayores a 50 mm en tensores, se coloque una malla de armadura con separaciones máximas de 150 por 150 mm, correctamente fijadas a fin de evitar el desprendimiento del hormigón de recubrimiento. Cabe señalar respecto de las características de los áridos utilizados, que el hormigón elaborado con áridos calizos tiene en general un comportamiento más satisfactorio que aquel elaborado con áridos silíceos. A igualdad de incrementos de temperatura, los áridos silíceos llegan a desprenderse del hormigón con estallidos, mientras que los calizos absorben el calor, manteniendo por un cierto tiempo la integridad del elemento.

Ejemplo de aplicación

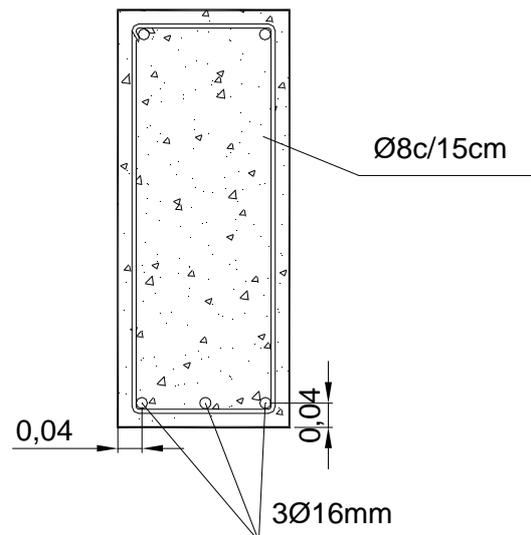
Ejemplo 96) Verificación de la capacidad resistente al fuego de una viga

Se requiere la verificar la capacidad resistente al fuego, según ACI 216-1-97, de la siguiente viga interior, perteneciente a un edificio aporticado de hormigón armado con destino a oficinas. El valor requerido de resistencia al fuego en el pliego de especificaciones técnicas del proyecto se supone de 2 horas. La armadura inferior esta constituida por 3 barras de acero ADN 42/50 de diámetro 16 mm, con estribos $\phi 8c/15$ cm.

La distancia de eje de barra a borde de la superficie exterior es de 40 mm según el croquis adjunto.

Se asume de la tabla 2.2 del Código ACI 216-1-97 que la viga presenta condición restringida.

Se obtiene el valor $R = 3/4''$, es decir, aproximadamente 20 mm.



El valor existente para la barra interior es:

$$R_{\text{exist}} = 40 \text{ mm} - d_b/2 = 32 \text{ mm (verifica)}$$

Para las barras de esquina, el recubrimiento a utilizar en los cálculos será la mitad del valor real, es decir:

$$R_e = (0,50) \cdot 40 \text{ mm} - \phi/2 = 12 \text{ mm (por lo que no verifica)}$$

En tal caso debería readecuarse el recubrimiento adoptado para la armadura.

Recomendaciones para la protección adicional contra el fuego de elementos estructurales según la Norma EHE 2008

El Anejo 6 de la Norma EHE 2008 establece un conjunto de recomendaciones de aplicación a estructuras de hormigón estructural que, por razones de seguridad general frente a incendios, deben cumplir las condiciones siguientes cuando están expuestas al fuego:

- Evitar un colapso prematuro de la estructura (función portante).
- Limitar la propagación del fuego (llamas, gases calientes, calor excesivo) fuera de áreas concretas (función separadora).

Los tiempos nominales de resistencia al fuego utilizados pertenecen a la escala que establece la norma UNE-EN 13501-2 y son los siguientes: 30, 60, 90, 120, 180 y 240 minutos. Para la clasificación del comportamiento frente al fuego, se establecen tres criterios:

- Por capacidad portante de la estructura (criterio R).
- Por estanquidad al paso de llamas y gases calientes (criterio E).
- Por aislamiento térmico en caso de fuego (criterio I).

Por razones de extensión, citaremos a continuación el método de comprobación mediante tablas, siendo el alcance del Anejo 6 de la Norma EHE 2008 aún mayor, por lo que remitimos al lector a su consulta.

Método de comprobación mediante tablas

Se indican tablas y apartados por lo que puede obtenerse la resistencia de los elementos estructurales a la acción representada por la curva normalizada tiempo-temperatura de los elementos estructurales, en función de sus dimensiones y de la distancia mínima equivalente al eje de las armaduras. Para aplicación de las tablas, se define como distancia equivalente al eje a_m , a efectos de resistencia al fuego, al valor:

$$a_m = \frac{\sum [A_{si} \cdot f_{yki} (a_{si} + \Delta a_{si})]}{\sum A_{si} \cdot f_{yki}}$$

con:

A_{si} = área de cada una de las armaduras i .

a_{si} = distancia del eje de cada una de las armaduras i , al paramento expuesto más próximo, considerando los revestimientos en las condiciones que más adelante se establecen.

f_{yki} = resistencia característica del acero de las armaduras i .

Δa_{si} = corrección debida a las diferentes temperaturas críticas del acero y a las condiciones particulares de exposición al fuego.

μ_{fi}	Acero de armar		Acero de pretensar			
	Vigas ⁽¹⁾ y losas (forjados)	Resto de los casos	Vigas ⁽¹⁾ y losas (forjados) Barras	Alambres	Resto de los casos Barras	Alambres
$\leq 0,4$	+5		-5	-10		
0,5	0	0	-10	-15	-10	-15
0,6	-5		-15	-20		

⁽¹⁾ En el caso de armaduras situadas en las esquinas de vigas con una sola capa de armadura se decrementarán los valores de Δa_{si} en 10 mm, cuando el ancho de las mismas sea inferior a los valores de b_{min} especificados en la columna 3 de la tabla A.6.5.5.2.

Tabla 99: Valores de Δa_{si} en mm (referencia 81)

siendo μ_{fi} el coeficiente de sobredimensionado de la sección en estudio, definido como:

$$\mu_{fi} = \frac{E_{fi,d,t}}{R_{fi,d,0}}$$

donde:

$E_{fi,d,t}$ = valor de los esfuerzos de cálculo a considerar en la comprobación de la situación accidental de fuego. Se calcula como:

$$E_{fi,d,t} = \eta_{fi} \cdot E_d$$

E_d = valor de los esfuerzos de cálculo a considerar en la comprobación de situaciones permanentes o transitorias a temperatura ambiente.

η_{fi} = factor de reducción, que puede adoptarse, de forma simplificada $\eta_{fi} = 0,6$ para casos normales o $\eta_{fi} = 0,7$ para zonas de almacenamiento.

$R_{fi,d,0}$ = resistencia del elemento estructural en situación de incendio en el instante inicial $t=0$, a temperatura normal.

Las correcciones para valores de μ_{fi} inferiores a 0,5 en vigas, losas y forjados, sólo podrán considerarse cuando dichos elementos estén sometidos a cargas distribuidas de forma sensiblemente uniforme. Para valores intermedios se puede interpolar linealmente.

De forma simplificada, para situaciones con nivel de control normal, puede adoptarse como valor de $\mu_{fi}=0,5$ con carácter general y 0,6 en zonas de almacén. Los valores dados en las tablas son aplicables a hormigones de densidad normal, de resistencia característica $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$, confeccionados con áridos de naturaleza silícea.

Cuando se empleen hormigones con áridos de naturaleza caliza, pueden admitirse las reducciones siguientes:

- En vigas y losas, un 10% tanto en las dimensiones mínimas de la sección recta como en la distancia mínima equivalente al eje de las armaduras (a_{min}).
- En muros no resistentes (particiones), un 10% en el espesor mínimo.
- En muros resistentes y pilares, no se admitirá reducción alguna.

Cuando se empleen hormigones de resistencia característica comprendida entre $50 \text{ N/mm}^2 < f_{ck} \leq 80 \text{ N/mm}^2$, con contenido de sílice activa menor del 6 % en peso del contenido de cemento, las dimensiones mínimas de la sección establecidas en las tablas, deben incrementarse en:

- En elementos expuestos al fuego por una sola cara: $0,1 \cdot a_{min}$, para hormigones de resistencia característica comprendida entre $50 \text{ N/mm}^2 < f_{ck} \leq 60 \text{ N/mm}^2$ y $0,3 \cdot a_{min}$ para hormigones de resistencia característica comprendida entre $60 \text{ N/mm}^2 < f_{ck} \leq 80 \text{ N/mm}^2$.
- En el resto de elementos: el doble de los valores definidos para el caso anterior.

Siendo a_{\min} , la distancia mínima equivalente al eje especificada en las tablas correspondientes. En zonas traccionadas con recubrimientos de hormigón mayores de 50 mm debe disponerse una armadura de piel para prevenir el desprendimiento de dicho hormigón durante el período de resistencia al fuego, consistente en una malla con distancias inferiores a 150 mm entre armaduras (en ambas direcciones), anclada regularmente en la masa de hormigón.

Una vez definidos y calculados los parámetros indicados en los párrafos anteriores, la EHE 2008 establece espesores y dimensiones mínimas para las estructuras.

Soportes

Resistencia al fuego	Dimensión mínima b_{\min} / Distancia mínima equivalente al eje a_{\min} (mm) ^(*)
R 30	150 ^(**) /15
R 60	200 ^(**) /20
R 90	250/30
R 120	250/40
R 180	350/45
R 240	400/50

^(*) Los recubrimientos por exigencias de durabilidad pueden requerir valores superiores.

^(**) La dimensión mínima cumplirá lo indicado en el Artículo 54º.

Tabla 100: Soportes (referencia 81)

Para resistencias al fuego mayores que R 90 y cuando la armadura del soporte sea superior al 2% de la sección de hormigón, dicha armadura se distribuirá en todas sus caras. Esta condición no se refiere a las zonas de solapo de armadura.

Vigas con las tres caras expuestas al fuego

Resistencia al fuego	Dimensión mínima b_{\min} / Distancia mínima equivalente al eje a_{\min} (mm) ^(*)				Ancho mínimo del alma $b_{0, \min}$ mm ^(**)
	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Opción 4	
R 30	80/20	120/15	200/10	-	80
R 60	100/30	150/25	200/20	-	100
R 90	150/40	200/35	250/30	400/25	100
R 120	200/50	250/45	300/40	500/35	120
R 180	300/75	350/65	400/60	600/50	140
R 240	400/75	500/70	700/60	-	160

^(*) Los recubrimientos por exigencias de durabilidad serán normalmente mayores (ver tabla 37.2.4).

^(**) Debe darse en una longitud igual a dos veces el canto de la viga, a cada lado de los elementos de sustentación de la viga.

Tabla 101: Vigas con las tres caras expuestas al fuego (referencia 81)

Para resistencia al fuego normalizada R90 o superiores, se recomienda que en vigas continuas la armadura para tomar momentos negativos se prolongue hasta el 33% de la longitud del vano con una cuantía no inferior al 25% de la requerida en apoyos.

Losas macizas

Mediante la tabla anexa puede obtenerse la resistencia al fuego de las secciones de las losas macizas, referida a la distancia mínima equivalente al eje de la armadura inferior traccionada. Si la losa debe cumplir una función de compartimentación de incendios (criterios R, E e I) su espesor deberá ser al menos el que se

establece en la tabla, pero cuando se requiera únicamente una función resistente (criterio R) basta con que el espesor será el necesario para cumplir con los requisitos del proyecto a temperatura ambiente. A estos efectos, podrá considerarse como espesor el solado o cualquier otro elemento que mantenga su función aislante durante todo el periodo de resistencia al fuego.

Resistencia al fuego	Espesor mínimo h_{min} (mm)	Distancia mínima equivalente al eje a_{min} (mm) ^(*)		
		Flexión en una dirección	Flexión en dos direcciones	
			$l_y/l_x^{(*)} \leq 1,5$	$1,5 < l_y/l_x^{(*)} \leq 22$
REI 30	60	10 [°]	10 [°]	10 [°]
REI 60	80	20	10 [°]	20
REI 90	100	25	15	25
REI 120	120	35	20	30
REI 180	150	50	30	40
REI 240	175	60	50	50

^(*) Los recubrimientos por exigencias de durabilidad pueden requerir valores superiores.

^(**) l_x y l_y son las luces de la losa, siendo $l_y > l_x$.

Tabla 102: Losas (referencia 81)

Para losas macizas sobre apoyos lineales y en los casos de resistencia al fuego R 90 o mayor, la armadura para tomar momentos negativos deberá prolongarse un 33% de la longitud del tramo con una cuantía no inferior a un 25% de la requerida en extremos sustentados. Para losas macizas sobre apoyos puntuales y en los casos de resistencia al fuego R 90 o mayor, el 20% de la armadura superior sobre apoyos deberá prolongarse a lo largo de todo el tramo. Esta armadura debe disponerse en todo el ancho de apoyo. Las vigas planas con macizados laterales mayores que 10 cm se pueden asimilar a losas unidireccionales. Como método alternativo de diseño, se incluye en la EHE 2008 el Método simplificado de la isoterma 500°C, al que se remite al lector para su conocimiento.



Figura 546: Acción del fuego sobre una estructura de hormigón armado

Capítulo 40

Acción del viento en edificios

Aspectos generales

Es posible definir al viento como el desplazamiento horizontal de masas de aire sobre la superficie terrestre a causa de diferencias de presión originadas por variaciones de temperatura. Los efectos del viento sobre las estructuras son eminentemente dinámicos, aunque los métodos de cálculo se basan en acciones estáticas equivalentes a los efectos de que los mismos sean abordables. El movimiento de masas de aire se ve afectado por la fricción con el suelo, por lo que la velocidad será cercana a cero en contacto con el terreno y se incrementará con la altura hasta llegar a un valor que usualmente se lo denomina velocidad de gradiente. El lograr alcanzar este nivel dependerá de las características del terreno, por lo que la altura será menor en zonas llanas que en zonas urbanas. Cuando el viento se encuentra con un obstáculo, como por ejemplo un edificio, se generan presiones sobre la pared expuesta o a barlovento y torbellinos que succionan las paredes a sotavento y producen presiones en las paredes paralelas al viento.

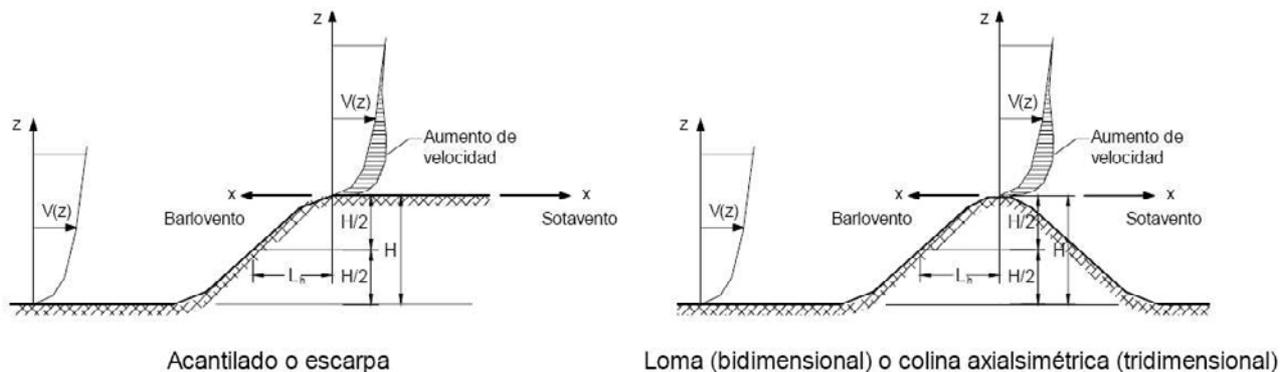


Figura 547: Esquema de distribución de velocidades de viento para varias condiciones topográficas (ref. 26)

Debido al carácter aleatorio de las acciones del viento, resulta necesario contar con un número importante de datos en diferentes lugares durante largos períodos. En general, estos datos se registran mediante anemómetros que brindan la variación de la intensidad en función del tiempo. Es posible diferenciar en el análisis de velocidades de viento dos distintas modalidades de variación, una que se corresponde con la velocidad media y otra con la de ráfaga, o velocidad instantánea. La relación entre ambas variables para un determinado instante se denomina “coeficiente de ráfaga”. Se observa que la diferencia entre ambas velocidades disminuye conforme aumenta la altura en la que ambas se miden, es decir, a mayor altura, aumentan los valores mínimos. Dado que nuestros estudios se orientan a las acciones que el viento origina sobre las estructuras, nos interesa evaluar fundamentalmente las velocidades de ráfaga. Debemos considerar al respecto que para que la acción de una ráfaga genere efectos sobre una estructura, debe actuar la misma un cierto tiempo mínimo. Las ráfagas a estudiar no son las de máxima velocidad absoluta, sino aquellas que generen los máximos esfuerzos en las estructuras. Es por eso que se estudian las velocidades de ráfagas que tienen una cierta duración mínima, en general, no inferior a 3 segundos.

A los efectos de asegurar el confort y seguridad de los ocupantes de un edificio de altura, es necesario limitar las vibraciones y oscilaciones del mismo frente a deflexiones laterales o torsionales. Si bien no existen variables aceptadas universalmente, en los estudios se consideran: la aceleración, el período, la amplitud, la orientación del edificio, etc. Existen al respecto distintos niveles de tolerancia por parte del ser humano que es necesario evaluar, si bien los umbrales resultan altamente subjetivos. Uno de los primeros estudios desarrollados por Hansen et al. en pisos superiores de edificios construidos, estableció que el valor cuadrático medio de aceleración para un período de 6 años era de $0,005 g$ ($0,049 m/s^2$). Los estudios fueron completados por Irwin, Davenport y Tamura. Este último investigador desarrolló experimentos de

percepción de vibraciones en un ancho de frecuencias entre 0,125 Hz y 6 Hz para edificios rígidos y flexibles. Como conclusión de los estudios citados, es bastante aceptado limitar la aceleración para los pisos superiores de edificios de altura a unos 0,02 g tanto para la percepción como para el confort humano. La evaluación de las oscilaciones generadas en edificios altos es mediante tormentas de diseño con períodos de recurrencia de 10 años. Para el caso de edificios residenciales se limita la aceleración a 0,015 g para tormentas con períodos de recurrencia de 10 años. Los valores límites de acuerdo a otros estudios resultan entre el 1% y 3% de la aceleración de la gravedad. Para edificios de estructuras moderadas, pueden aplicarse metodologías más simples avaladas por la experiencia, tales como aquella que fija un valor límite al ángulo de distorsión (producto de un análisis elástico) de $\gamma = 1/1000$, con $\gamma = \Delta / h$ y Δ la deformación relativa del piso $i+1$ respecto de l piso i , y h la altura del piso i . Para valores de $\gamma > 1/300$, se presentan problemas en mamposterías, revoques y cerramientos.

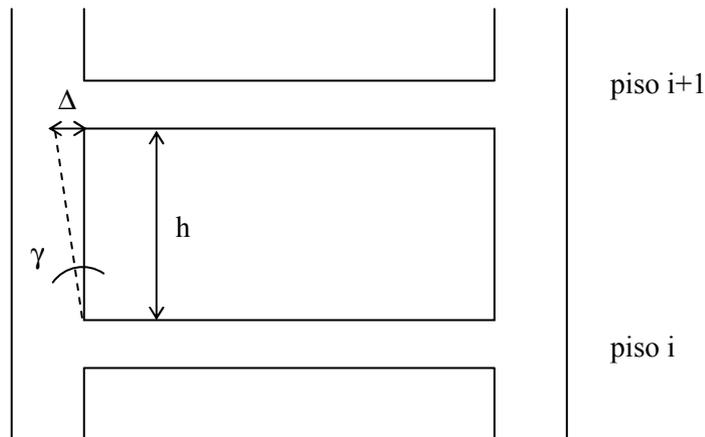


Figura 548: Esquema para la determinación del ángulo de distorsión γ

Las mediciones de la respuesta de los edificios ante la acción del viento se efectúan primordialmente en túneles de viento. Los acelerómetros son los encargados de efectuar las mediciones de aceleración máxima según las tres componentes direccionales.

Según CIRSOC 102/05, el procedimiento de túnel de viento es recomendable en alguna o varias de las siguientes situaciones:

1. Tiene una forma que difiere significativamente de una forma de “caja” o prisma rectangular uniforme,
2. Es flexible con frecuencias naturales por debajo de 1 Hz,
3. Está sujeto a golpeteo en la estela de los edificios u otras estructuras existentes en la dirección desde la cual sopla el viento, o
4. Está sujeto a flujo acelerado causado por acanalamiento o por características topográficas locales.

Es una práctica común recurrir a ensayos en túnel de viento cuando es necesario obtener datos de diseño para las siguientes cargas inducidas por el viento:

1. Presiones sobre muros cortina resultantes de su geometría irregular,
2. Cargas transversales al viento y/o torsionales significativas,
3. Cargas periódicas causadas por desprendimiento de vórtices, y
4. Cargas resultantes de inestabilidades tales como flameo o galope.

Por lo común, se usan tres tipos básicos de modelos de ensayo en túnel de viento, éstos se designan según CIRSOC 102/05:

- (1) modelo de presión rígido (PM);
- (2) modelo rígido con base equilibrada de alta frecuencia (H-FBBM), y
- (3) modelo aeroelástico (AM).

Se pueden emplear uno o más de los modelos para obtener las cargas de diseño para un edificio o estructura en particular. El PM provee presiones pico locales para el diseño de elementos tales como revestimientos y presiones medias para la determinación de las cargas medias globales. El H-FBBM mide las cargas fluctuantes globales (admitancia aerodinámica) para la determinación de respuestas dinámicas. Cuando el movimiento de un edificio o estructura influye en la carga de viento, se emplea el AM para medición directa de las cargas globales, desplazamientos y aceleraciones. Cada uno de estos modelos, junto con un modelo de los alrededores (modelo de proximidad), puede proveer informaciones adicionales a las cargas de viento, tales como cargas de nieve sobre cubiertas complejas, datos de viento para evaluar el impacto ambiental sobre los peatones, y concentraciones de emisiones de aire contaminado para determinaciones del impacto ambiental.

Los ensayos en túnel de viento miden frecuentemente cargas de viento que son significativamente inferiores que las calculadas según el procedimiento analítico del CIRSOC 102/05 debido a la forma del edificio, el resguardo en exceso respecto a los dispuesto en las categorías de exposición y el necesario criterio conservador resultante de los coeficientes de carga envolventes de dicho procedimiento. En algunos casos, las construcciones adyacentes pueden proteger la estructura suficientemente, de modo que la remoción de una o más de ellas podría incrementar significativamente las cargas de viento. Un método efectivo para determinar la influencia de edificios adyacentes consiste en realizar ensayos adicionales en el túnel de viento excluyendo determinados edificios próximos (o con edificios adicionales si ellos pueden provocar incrementos en las cargas por canalización o golpeteo). Es prudente para el Proyectista o Diseñador Estructural ensayar cualquiera de las condiciones conocidas que cambie los resultados de los ensayos y aplicar el buen criterio ingenieril en la interpretación de los mismos.

Es importante destacar, en estos últimos años, el creciente interés de la industria de la construcción por alcanzar alturas cada vez más importantes en edificios, generándose todo un abanico de opiniones referidas a la seguridad, el confort y aprovechamiento de los espacios en estas mega estructuras. En gran parte, esas alturas se han conseguido gracias a la mejora en la tecnología de materiales cada vez más resistentes y eficientes, mejores métodos de cálculo y diseño de las estructuras, el uso de grúas y sistemas de bombeo de hormigones de alta resistencia a alturas insospechadas décadas atrás, ascensores más eficientes, seguros y veloces, etc. De acuerdo a la Figura 549, de los quince edificios más altos del mundo, nueve de ellos fueron construidos en los últimos diez años.

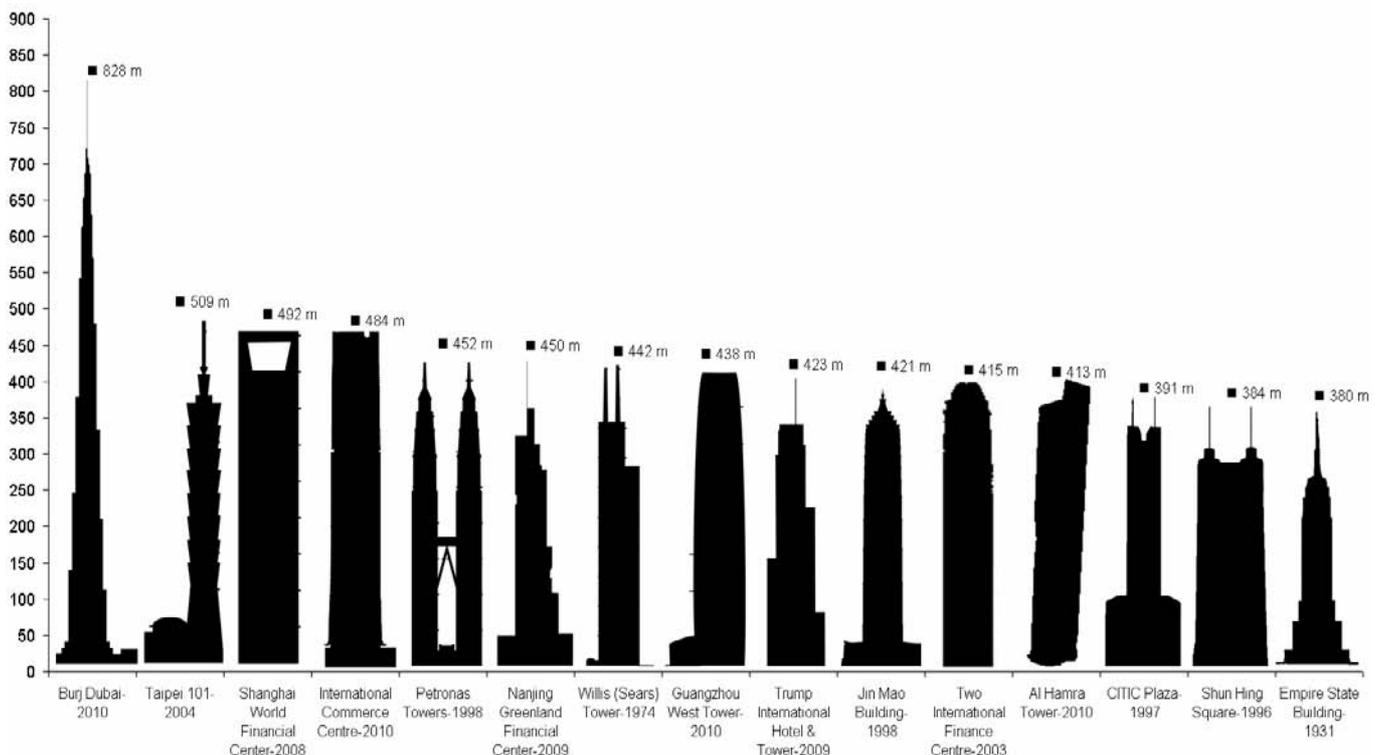


Figura 549: Los 15 edificios de mayor altura a la fecha y el año de su finalización

Tipologías estructurales en edificios de altura

En edificios de altura se presentan distintas estructuras capaces de generar la suficiente rigidez transversal a los esfuerzos horizontales. Ellas son:

- Sistema de pórticos múltiples.
- Sistema de pantallas o tabiques.
- Sistema de tabiques y pórticos.
- Sistema de tubos.
- Sistema de tubos en tubos.
- Sistema de tubos conectados.
- Sistema de tubos arriostrados con diagonales.
- Sistema de muros en espina.
- Sistemas mixtos.

Independientemente de los sistemas estructurales, los edificios de elevada altura suelen contar con dispositivos amortiguadores, los cuales tienen capacidades de absorción de movimientos causados por las oscilaciones del viento o sismos. Su funcionamiento elemental consiste en una gran masa que oscila en la dirección contraria a la de la estructura principal, haciendo las veces de contrapeso.

Sistema de pórticos múltiples

Resultan sistemas constituidos por vigas y columnas vinculadas mediante nudos rígidos construidas en hormigón o acero. Con estructuras de hormigón armado, es necesario llevar a cabo una minuciosa verificación de la rigidez de los nudos para asegurar su monolitismo, de acuerdo a los conceptos indicados en el Capítulo 31.

Los sistemas de pórticos múltiples dependen de las rigideces relativas entre vigas y columnas. Cuando la rigidez de las vigas es superior a la de las columnas (situación similar a la que ocurre en los pisos superiores), se puede considerar a las columnas biempotradas, superior e inferiormente. Bajo dicha hipótesis, ante esfuerzos horizontales se producen esfuerzos de corte V y la deformación horizontal de un nivel del pórtico resulta igual a:

$$\Delta = \frac{V \cdot h^3}{24 \cdot E \cdot I} + \frac{V \cdot h^2 \cdot l}{24 \cdot E \cdot I}$$

con:

V = esfuerzo de corte sobre el pórtico

h = altura medida desde el punto medio de la columna inferior al punto medio de la columna superior.

l = longitud de la viga del pórtico.

El primer término de la expresión indica la deformación producida a causa de la deflexión de la columna, mientras que el segundo corresponde a la deformación por deflexión de la viga. Como es habitual, el valor de las longitudes de las vigas resultan $l \cong 2 \cdot h$, por lo que la expresión bajo esa suposición queda de la forma:

$$\Delta \cong \frac{V \cdot h^3}{24 \cdot E \cdot I} + \frac{V \cdot h^3}{12 \cdot E \cdot I} = \frac{V \cdot h^3}{8 \cdot E \cdot I}$$

Bajo esta hipótesis, las deformaciones de las vigas corresponden a las 2/3 partes de la deformación total del pórtico. En edificios elevados, las secciones de las vigas suelen mantenerse prácticamente iguales con la variación de la altura. Sin embargo, las columnas ganan rigidez frente a las vigas a medida que descendemos de nivel. Es por ello que el comportamiento fundamental de los pórticos es por corte, pues su deformada tiende a generarse por desplazamientos sin giros sustanciales. En otras palabras, los diagramas de momentos flectores en las columnas de pisos superiores poseen puntos de inflexión prácticamente en $h/2$ (similar a barras doblemente empotradas) y en pisos inferiores, el punto de inflexión se encuentra fuera del punto medio o de la misma columna (manifestando la baja rigidez de las vigas frente a la de las columnas).

Si se combinan los conceptos indicados en los párrafos anteriores, es fácil concluir la causa del reemplazo de los pórticos de hormigón armado por otros sistemas para edificios con alturas superiores a 20 pisos.

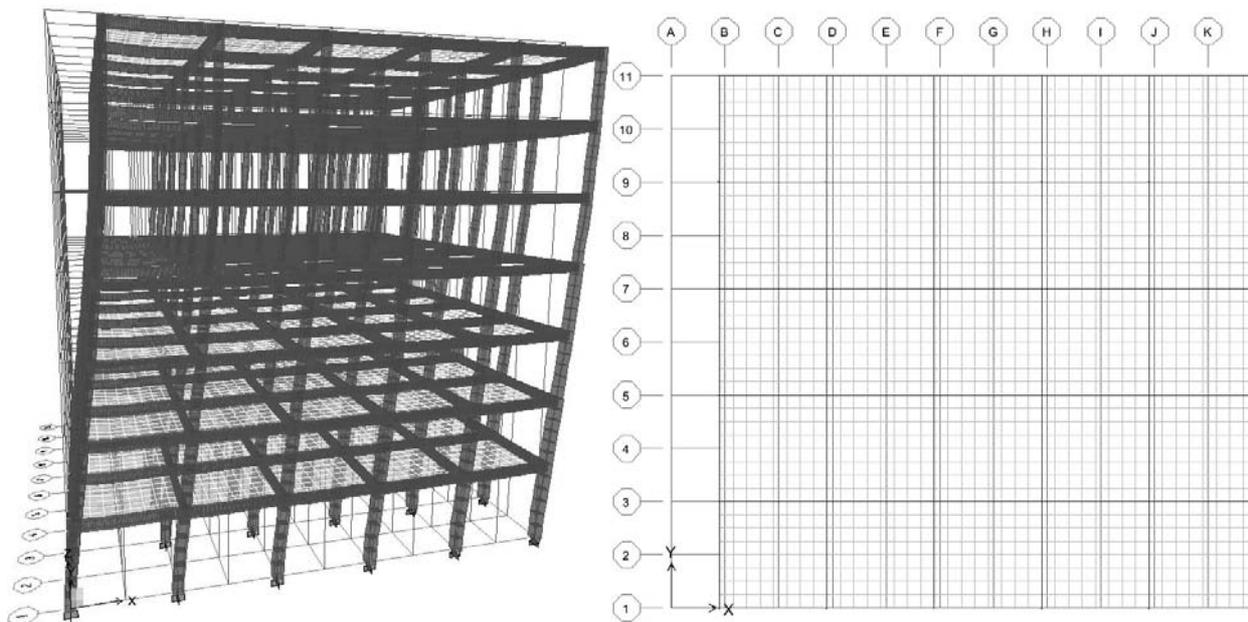


Figura 550: Deformación por la acción conjunta del viento y cargas verticales de un sistema de pórticos de hormigón armado en un edificio hipotético sin tabiques

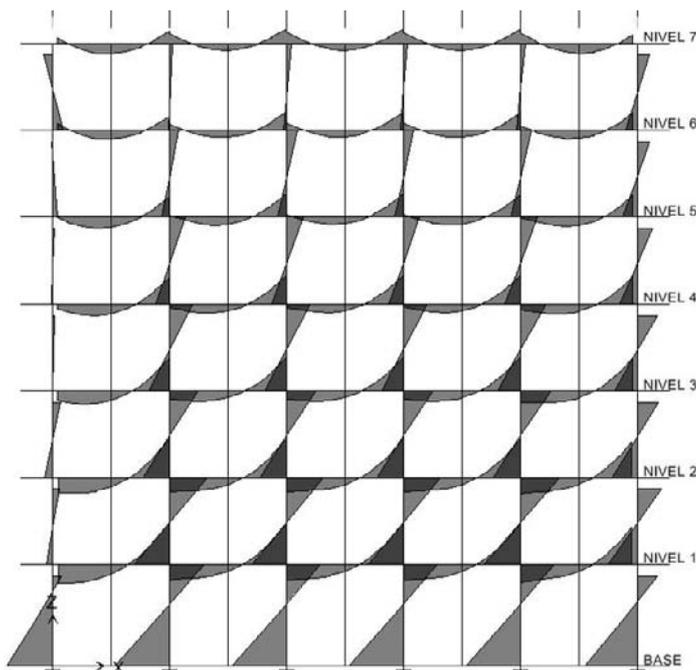


Figura 551: Diagrama de momentos flectores del edificio de la figura anterior

Sistema de pantallas o tabiques

Los tabiques de hormigón armado se comportan como ménsulas empotradas en la base. Sus relaciones de espesor versus ancho resultan pequeñas respecto de los valores admitidos en las columnas. Presentan alta resistencia tanto a esfuerzos de flexión como a corte, y se vinculan al resto de la estructura mediante vigas de acoplamiento. Las losas actúan como diafragmas horizontales que los vinculan y aseguran que no se desarrollen desplazamientos laterales relativos durante la acción de cargas horizontales. En caso de que las vigas de acoplamiento sean flexibles, los muros unidos por éstas se comportan prácticamente de forma individual. En caso de vigas rígidas, la acción conjunta es más difícil de evaluar. También, los tabiques pueden estar aislados en planta y completarse el esquema estructural con columnas, de forma tal que éstas

tomen la carga vertical y los tabiques absorban tanto la carga vertical como la horizontal. En la Figura 552 se anexa la deformación del edificio anterior compuesto por pórticos y tabiques. Puede observarse el cambio en la respuesta de la estructura, ya que la deformación pasa de una deflexión típica de corte a un combinada por flexión, corte y torsión, con valores sensiblemente menores para la misma condición de cargas. El sistema de tabiques combinado con pórticos permite alcanzar satisfactoriamente edificios con alturas de hasta alrededor de los 40 pisos.

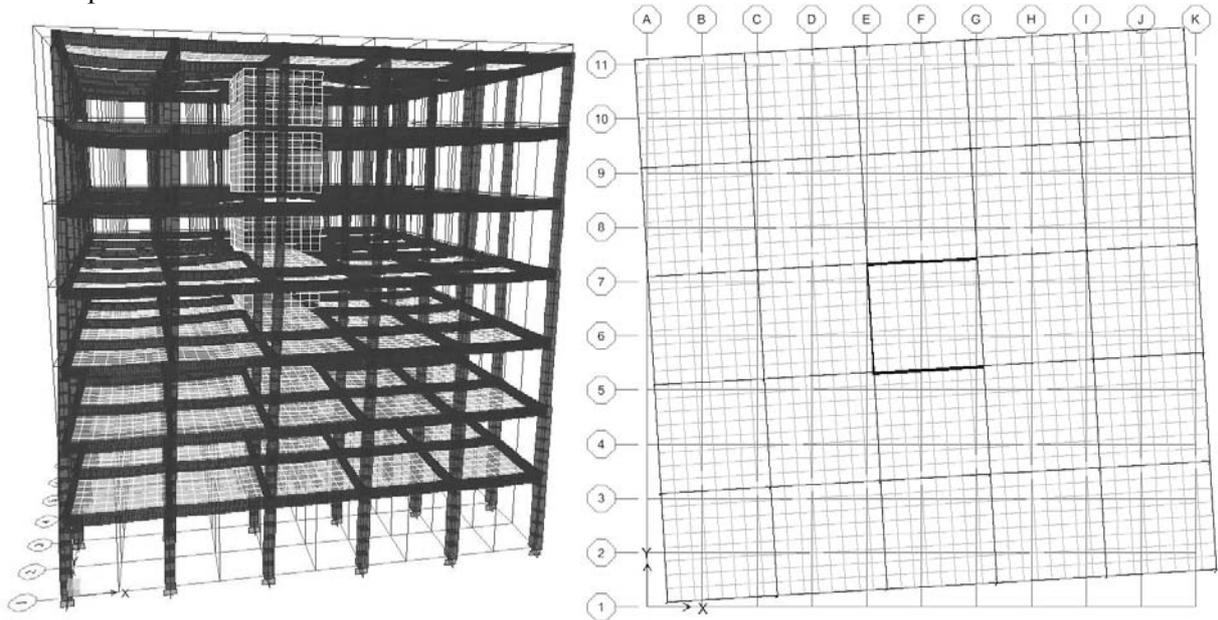
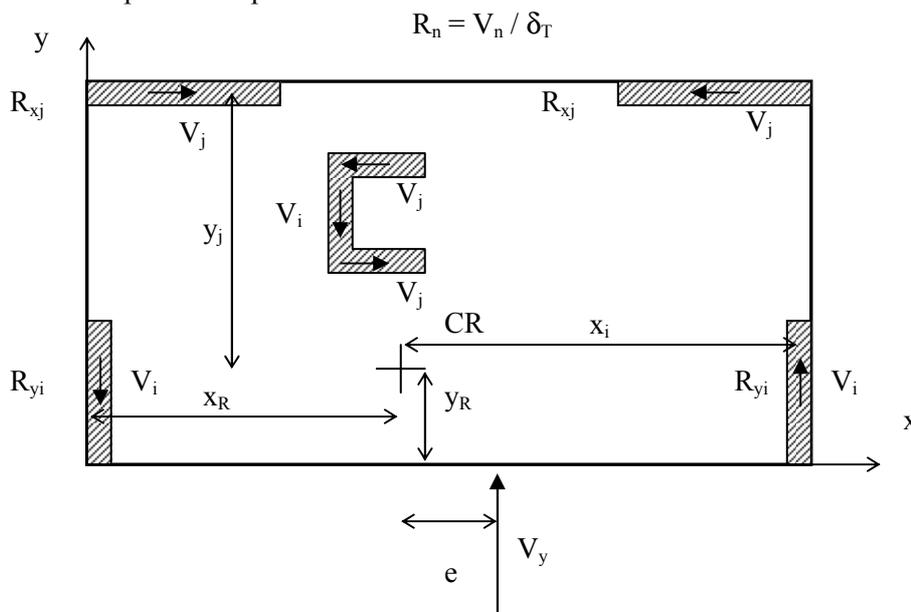


Figura 552: Edificio de la figura anterior con un tabique interno

Un aspecto a considerar en estructuras de edificios con tabiques de hormigón armado corresponde al centro de rigidez. El mismo permite evaluar los desplazamientos y los giros para cada nivel, así como la distribución de esfuerzos para cada elemento estructural que compone el edificio. Partiendo de la hipótesis de que las losas pueden considerarse infinitamente rígidas en su plano, se denomina centro de rigidez de una planta (nivel i) al punto en el que aplicada una carga horizontal, la planta experimenta sólo un desplazamiento horizontal sin giro (también se lo denomina centro de torsión). El centro de rigidez varía en general piso a piso. La rigidez de un nivel n se calcula a partir del cociente entre el esfuerzo de corte en dicho nivel y el desplazamiento relativo producido por éste.



Para un piso con estructuras resistentes a cargas horizontales en las dos direcciones, las rigideces se pueden calcular como:

$$R_{xT} = \sum R_{xi}$$

$$R_{yT} = \sum R_{yj}$$

donde:

R_{xT} y R_{yT} = rigideces totales en la dirección x e y, respectivamente.

R_{xi} y R_{yj} = rigideces de los elementos estructurales que componen la planta del piso evaluado.

Las coordenadas del centro de rigidez se pueden obtener a partir de los momentos estáticos de las secciones que representan en planta a cada elemento estructural.

$$x_R = \Sigma R_{yj} \cdot x_j / R_{yT}$$

$$y_R = \Sigma R_{xi} \cdot y_i / R_{xT}$$

Los momentos de inercia de las rigideces son:

$$J_x = \Sigma R_{xi} \cdot y_i^2$$

$$J_y = \Sigma R_{yj} \cdot x_j^2$$

De acuerdo a las posiciones relativas del centro de cargas y del centro de rigideces, se producirán desplazamientos y giros de la planta. Supongamos a continuación, la aplicación de una carga horizontal en un piso del edificio según la dirección y. Bajo tal situación, el esfuerzo de corte sobre el elemento j producido por el desplazamiento en dirección y sería igual a cero, al igual que el generado en el elemento i por el desplazamiento en x.

$$V_i^{\delta y} = \delta_y \cdot R_{yi}$$

$$V_j^{\delta y} = 0$$

$$V_j^{\delta x} = \delta_x \cdot R_{xj}$$

$$V_i^{\delta x} = 0$$

Los desplazamientos en la dirección x y en la dirección y se pueden calcular a partir de las expresiones anteriores:

$$\delta_y = V_y / \Sigma R_{yi}$$

$$\delta_x = V_x / \Sigma R_{xj}$$

Por lo que el valor de corte que cada elemento del sistema absorbe para cada dirección se puede determinar como:

$$V_i^{\delta y} = \delta_y \cdot R_{yi} = (V_y / \Sigma R_{yi}) \cdot R_{yi}$$

$$V_j^{\delta x} = \delta_x \cdot R_{xj} = (V_x / \Sigma R_{xj}) \cdot R_{xj}$$

El momento torsor puede evaluarse a partir del momento de inercia polar de la estructura y del giro.

$$T = \theta \cdot J_R$$

A su vez, el momento torsor se genera a partir de la suma de los esfuerzos horizontales de corte multiplicados por las excentricidades de cada elemento respecto del centro de rigidez, de la forma:

$$T = \Sigma V_j^{\theta} \cdot y_j + \Sigma V_i^{\theta} \cdot x_i$$

A su vez:

$$V_i^{\theta} = \theta \cdot x_i \cdot R_{yi} \text{ (para un elemento i)}$$

$$V_j^{\theta} = \theta \cdot y_j \cdot R_{xj} \text{ (para un elemento j)}$$

Combinando todas las ecuaciones se llega a obtener el valor final de corte para cada elemento producido por la torsión en el sistema de estructuras:

$$V_i^{\theta} = T / J_R \cdot x_i \cdot R_{yi}$$

$$V_j^{\theta} = T / J_R \cdot y_j \cdot R_{xj}$$

Como conclusión, podemos decir que en caso de generarse esfuerzos horizontales excéntricos sobre la estructura según la dirección y ($T = V_y \cdot e_y + V_x \cdot e_x = 0$), las ecuaciones se reducirían a:

$$V_i = V_i^{\delta y} + V_i^{\theta}$$

$$V_j = V_j^{\delta x} + V_j^{\theta}$$

$$V_i = (V_y / \Sigma R_{yi}) \cdot R_{yi} + T / J_R \cdot x_i \cdot R_{yi}$$

$$V_j = T / J_R \cdot y_j \cdot R_{xj}$$

Sistema de tubos

Este sistema responde a una situación ideal de tubo que responde simultáneamente a esfuerzos verticales y horizontales, pero al que en realidad se le deben practicar orificios para alojar las carpinterías exteriores, ya que se disponen sobre la fachada del edificio. Este tipo de estructuras conforman alturas de vigas superiores a las usadas en pórticos, con valores que pueden alcanzar los 1,5 m, y reducidas distancias entre columnas, del orden de los 1,5 a 3 m. Los espesores de los tubos llegan a 0,25 m en algunos casos, con máximos que pueden llegar a 1 m. Como ventajas principales podemos citar:

- Al aproximarse al tubo cerrado, posee una gran rigidez torsional y flexional. A su vez, se lo ubica en el perímetro de la estructura, por lo que los valores de inercia que alcanza son importantes respecto de los sistemas ya desarrollados.
- Las estructuras internas corresponden a vigas y columnas que soportan fundamentalmente cargas verticales.
- Permiten alcanzar alturas del orden de los 70 pisos con economías sustanciales respecto de otros sistemas estructurales.

El hecho de que el tubo tenga aberturas produce un alejamiento de la deformada ideal de un tubo cerrado. Una columna ubicada en la esquina transmite parte del esfuerzo a las aldañas a través de los dinteles laterales, los cuales a su vez flexionan según su rigidez. Esa flexión hace que las vigas se deformen, por lo que el esfuerzo que transfieren a las columnas vecinas es menor que el de la esquina. La deformación del edificio es principalmente por corte, con un incremento de los esfuerzos en las columnas cercanas a las esquinas y una pérdida de eficiencia de las columnas interiores según el esquema de la Figura 553.

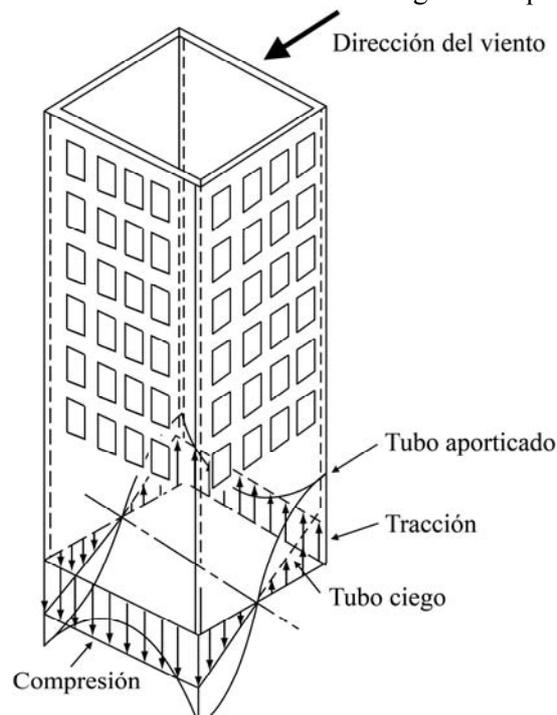


Figura 553: Distribución de tensiones en un edificio con un sistema de tubos

Sistema de tubos en tubos

Corresponde a un sistema de un tubo exterior unido mediante pórticos a un tubo interior o núcleo central que contiene las escaleras y ascensores. El tubo exterior se genera por columnas anchas y vigas altas, mientras que el tubo interno se conforma por tabiques de trazado irregular en planta. Ambos tubos son altamente rígidos a flexión y corte, por lo que permiten alcanzar alturas superiores a al sistema anterior y reducir la

deformación por corte de las columnas de los pórticos. A las rigideces mencionadas, se suma la rigidez a flexión de las losas de entrepiso. Este sistema permite alcanzar alturas del orden de los 80 o 90 pisos.

Sistema de tubos conectados

Para compensar el fenómeno de pérdida por corte surge el haz de tubos o tubos conectados. Éste plantea paredes interiores acanaladas de forma de que el tubo exterior sea rigidizado por diafragmas interiores cruzados en dirección x e y, generando una distribución de los esfuerzos hacia las columnas intermedias del tubo de la fachada.

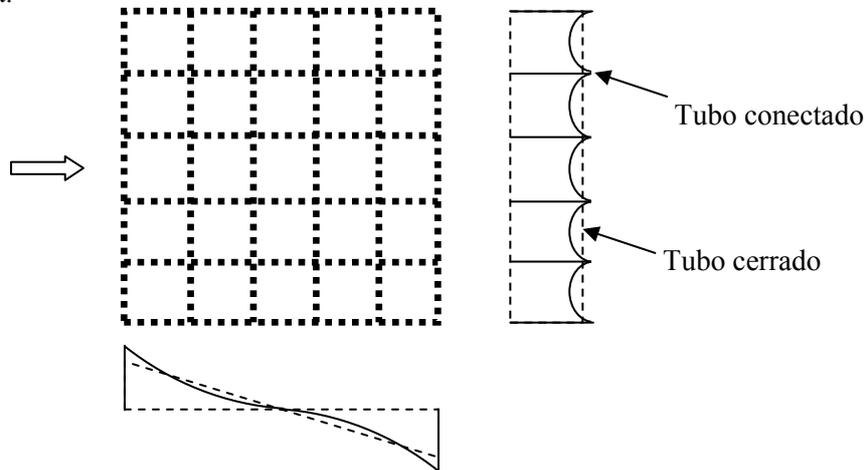


Figura 554: Sistema de tubos conectados y su diagrama de tensiones respecto de un tubo cerrado

Los tubos conectados resultan altamente rígidos, por lo que se logran alcanzar edificios con alturas superiores a los 100 pisos.

Sistemas arriostrados con diagonales

Este sistema consiste en unir las vigas y columnas del tubo mediante diagonales cruzadas procurando acercarse aún más a la situación ideal del tubo macizo. Los edificios pueden superar con este sistema los 110 pisos.

Sistemas de muros en espina

Es un sistema de aplicación reciente, en el que los tabiques de hormigón se colocan internamente a ambos lados de los corredores centrales en forma de “espinas”, con columnas exteriores a grandes distancias entre unas y otras. Los espesores de los tabiques pueden rondar entre 0,5 y 1,2 m, vinculados lateralmente por vigas de alturas entre 0,8 m a 1,2 m, construidas de hormigón armado o compuestas por perfiles de acero y hormigón armado. Las columnas se construyen usualmente compuestas por perfiles de acero y hormigón armado que los cubre con secciones que pueden tener 1 m o más de espesor.

Burj Khalifa (Burj Dubai)

Es el mejor ejemplo de la tipología estructural de muros en espina. Se encuentra emplazado en los Emiratos Árabes Unidos y fue diseñado por el estudio Skidmore, Owings & Merrill LLP. Este edificio tiene una forma en planta de una “Y” especialmente definida a los efectos de absorber los esfuerzos generados por el viento. Alcanza los 828 m de altura con más de 160 pisos. La fundación se compone de una platea de hormigón armado de 3,7 m de espesor y 192 pilotes de 1,5 m de diámetro y aproximadamente 50 m de longitud. La construcción de la platea se realizó con cuatro tongadas de hormigón. El asentamiento calculado a largo plazo para la fundación fue de 8 cm, alcanzando los 3 cm de asentamiento cuando la construcción llegó al nivel 135. El sistema de losas correspondió, en general, al de entrepisos sin vigas en dos direcciones con un espesor de 20 cm a 30 cm, mientras que en el interior de los muros principales se construyeron losas de 22,5 a 25 cm de espesor apoyadas en vigas. Las vigas fueron ejecutadas mayormente compuestas por un núcleo de acero y hormigón armado externo de alta resistencia. No se utilizó hormigón pretensado en ninguna parte del edificio.



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)



(g)



(h)

Figura 555 a, b, c, d, e, f, g, h: Imágenes del Burj Khalifa en construcción y finalizado (ref. 120) y 132)

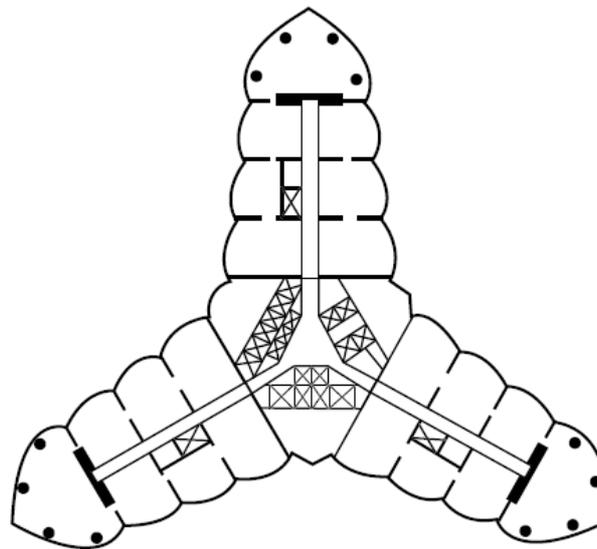


Figura 556: Esquema simplificado en planta de la conformación estructural del Burj Khalifa (Burj Dubai)

Los núcleos de hormigón variaron su espesor entre 1,3 m y 0,50 m, vinculados con vigas de alturas variables entre 0,80 m y 1,10 m (referencia 41). La sección típica de estas vigas de vinculación correspondió a 65 cm de ancho y 82,5 cm de altura con hormigones de resistencia de 64 MPa. Las armaduras de cada una de ellas variaron según las solicitaciones a las que se encontraba sometido el sistema muro-viga, pudiendo observarse secciones como las de la Figura 557.

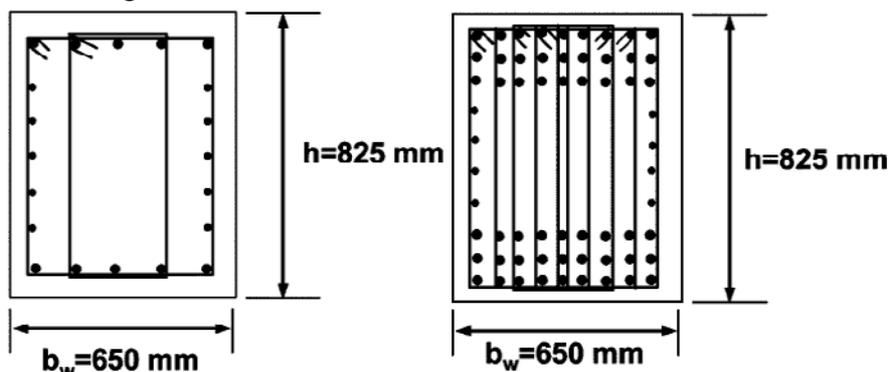


Figura 557: Secciones típicas de vigas de vinculación de los muros de hormigón del Burj Khalifa (ref. 41)

Los cálculos vinculados a las estructuras de hormigón armado se llevaron a cabo según las especificaciones del Código ACI 318/02. La construcción requirió de 250.000 m³ de hormigón, excluyendo la fundación, lo cual equivale a un cubo macizo de aproximadamente 63 m de lado. La cantidad de acero utilizada fue de 35.700 tn, sin incluir la fundación.

Métodos de cálculo de la acción del viento sobre las estructuras según CIRSOC 102/05

Las cargas de viento de diseño para edificios y otras estructuras calculadas según CIRSOC 102/05, incluyendo tanto su sistema principal resistente a la fuerza del viento como sus elementos componentes y de revestimiento, se pueden determinar siguiendo alguno de los siguientes procedimientos:

Método 1: un procedimiento simplificado para edificios que reúnen una serie de requisitos.

Método 2: un procedimiento analítico para edificios y otras estructuras.

Método 3: un procedimiento del Túnel de Viento.

Método 1

Un edificio cerrado total o parcialmente cuyas cargas de viento de diseño se determinan de acuerdo con este capítulo debe cumplir las siguientes condiciones:

1. Se trata de un edificio con diafragmas simples, es decir, un edificio cerrado o parcialmente cerrado en el cual las cargas de viento se transmiten al sistema principal vertical resistente a la fuerza del viento a través de diafragmas de entrepisos y cubierta.
2. La pendiente de la cubierta del edificio es menor que 10°.
3. La altura media de la cubierta del edificio es menor o igual a 10 m.
4. El edificio o estructura es de forma regular, es decir, un edificio u otra estructura que no contiene irregularidades geométricas en forma espacial.
5. El edificio no se encuadra como edificio flexible, como se desarrollará posteriormente.
6. La estructura del edificio no posee juntas de dilatación o separaciones, y
7. El edificio no está sujeto a los efectos topográficos (esto es, $K_{zt} = 1,0$).

Si tales aspectos son verificados por la estructura, el procedimiento simplificado de cálculo se desarrolla de la siguiente manera:

1. Se determina la velocidad básica de viento V . Debe suponerse que el viento sopla desde cualquier dirección horizontal.
2. Se determina un factor de importancia I .
3. Se establece una categoría o categorías de exposición.
4. Se fija la categoría de cerramiento.
5. Se determinan las cargas de viento para el sistema principal resistente a la fuerza del viento. Las cargas de viento de diseño se deben aplicar normales a la superficie, y se considerará que actúan simultáneamente con la presión neta combinada de pared aplicada sobre todas las superficies de pared a barlovento, y con la presión neta de cubierta aplicada sobre todas las superficies de cubierta.
6. Se calcula la carga de viento de diseño para los elementos componentes y de revestimiento. Estas presiones netas de diseño se deben aplicar a cada superficie exterior.

Método 2

Un edificio u otra estructura cuya carga de diseño se determina de acuerdo con este método debe reunir las siguientes condiciones:

1. El edificio u otra estructura es de forma regular, y
2. El edificio u otra estructura no posee características de respuesta que den lugar a cargas transversales de viento, desprendimientos de vórtices, inestabilidad debida a galope o flameo. Por su ubicación, tampoco deben merecer consideración especial los efectos de canalización o golpeteo en la estela debido a las obstrucciones a barlovento. Bajo tales consideraciones, el CIRSOC 102/05 establece la siguiente metodología de cálculo:

1. Se determina la velocidad básica del viento V y el factor de direccionalidad K_d .
2. Se determina un factor de importancia I .
3. Se determinan para cada dirección de viento una categoría o categorías de exposición y los coeficientes de exposición para presión dinámica K_z o K_h , según corresponda. Refleja el diferente valor que representa la velocidad del viento con la altura y la rugosidad del terreno.
4. Se determina un factor topográfico K_{zt} . Contempla la aceleración del viento frente a accidentes topográficos.
5. Se determina un factor de efecto de ráfaga G o G_f , según corresponda.
6. Se determina una clasificación de cerramiento.
7. Se determina el coeficiente de presión interna G_{Cpi} .
8. Se determinan los coeficientes de presión externa C_p o G_{Cpf} , o los coeficientes de fuerza C_f , según corresponda.
9. Se determina la presión dinámica q_z o q_h , según corresponda.
10. Se determina la carga de viento de diseño p o F , según corresponda.

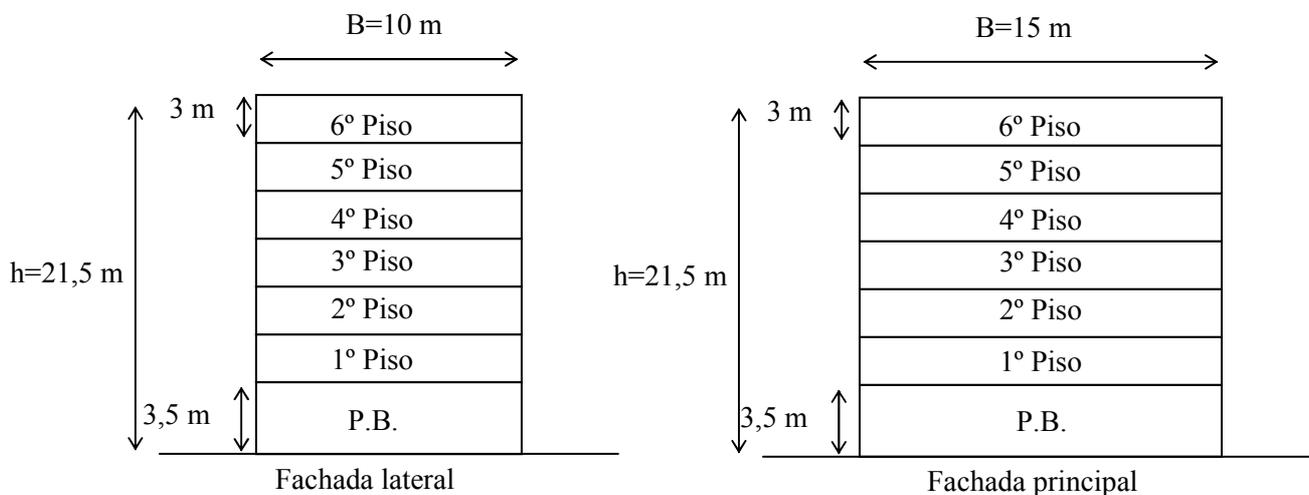
Respecto de la velocidad básica del viento, es necesario aclarar que los valores indicados en la Figura 558 y en la Tabla 103, corresponden a velocidades de ráfaga de 3 seg a 10 m sobre el terreno, para categoría de exposición C y están asociadas con una probabilidad anual de 0,02 de que sean igualadas o excedidas (50 años de intervalo de recurrencia media). Como comparación, es necesario aclarar que las velocidades utilizadas en el Reglamento CIRSOC 102/82 correspondían a períodos de recurrencia de 1 año. Cabe señalar que en forma independiente del método de análisis aplicado según lo establecido en el Art. 1.4 del Capítulo 1 del CIRSOC 102/05, las presiones mínimas de diseño a utilizar para verificar el sistema resistente principal no debe ser menor a $0,50 \text{ KN/m}^2$.

A los efectos de desarrollar el cálculo de solicitaciones generadas por el viento sobre estructuras de hormigón armado según el CIRSOC 102/05, se procederá a recurrir a un ejemplo.

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 97) Cálculo de la acción del viento sobre la fachada principal de un edificio según CIRSOC 102/05

Los esquemas y datos que se detallan a continuación, pertenecen a un edificio implantado en la ciudad de Trelew destinado a oficinas. Su esquema estructural se encuentra conformado por pórticos y tabiques de hormigón armado, con una altura por piso de 3 m y una planta baja de 3,5 m. Los tabiques de hormigón armado se disponen hacia la cara más expuesta del edificio. Se solicita determinar la acción del viento sobre la fachada principal.



Las carpinterías sobre las fachadas del edificio se adjuntan en la siguiente planilla:

Descripción	Cantidad fachada principal	Cantidad fachada lateral	Ancho (m)	Alto (m)	Abertura
Ventana de abrir	16	8	3,00	1,20	100 %
Ventana de abrir	16	16	2,00	1,00	100 %
Puerta de abrir	16	16	1,20	2,10	100 %
Puerta de abrir P.B.	2	2	2,50	2,10	100 %
Ventanal P.B.	1	0	10,00	2,50	100 %
Ventanal P.B.	0	1	6,00	2,50	100 %

El cálculo se desarrollará según el Método 2 de procedimiento analítico.

Determinación de la velocidad básica del viento (V) y del factor de direccionalidad del viento (K_d)

La velocidad básica surge del plano de Argentina con curvas de velocidad básica del viento o de la planilla para cada ciudad.

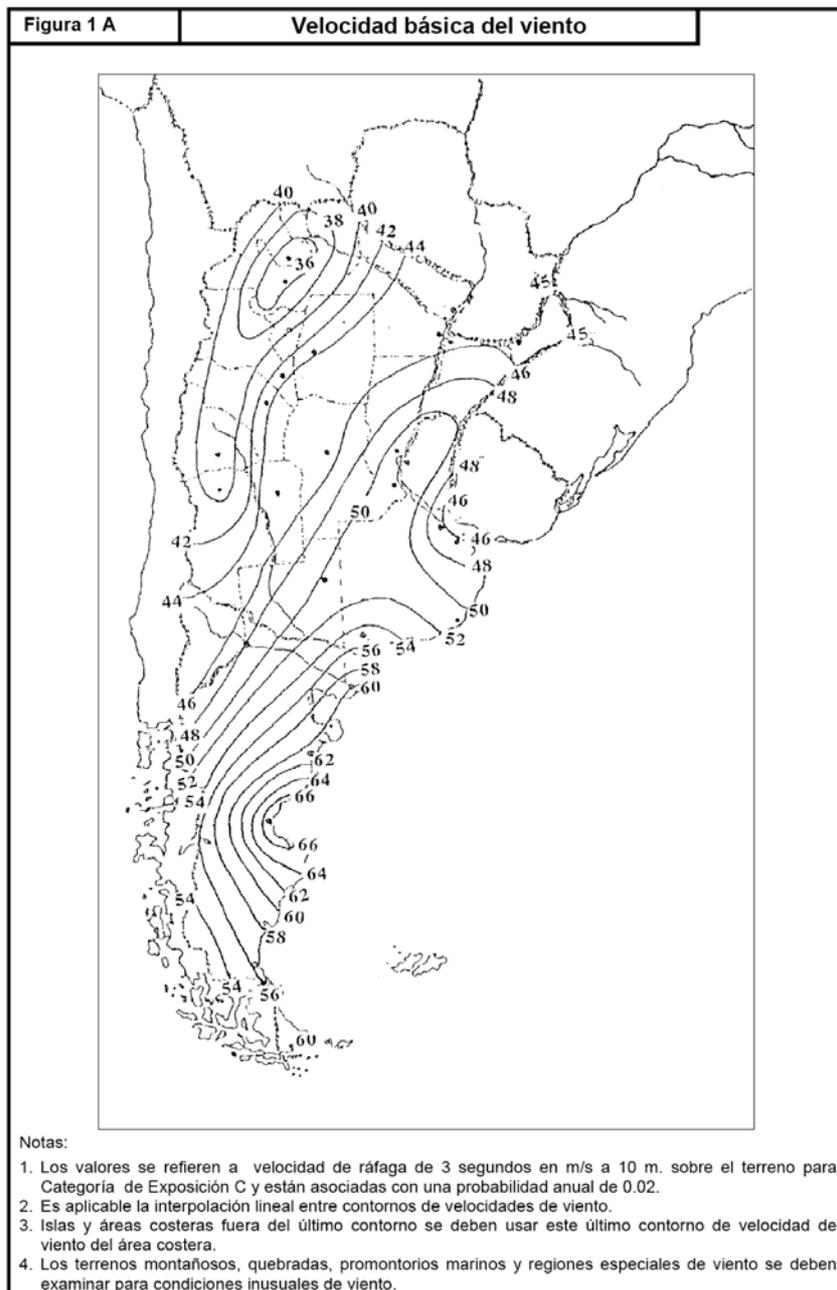


Figura 558: Mapa de Argentina con las velocidades básicas del viento (referencia 26)

CIUDAD	V (m/s)
BAHIA BLANCA	55.0
BARILOCHE	46.0
BUENOS AIRES	44.0
CATAMARCA	45.0
COMODORO RIVADAVIA	67.5
CORDOBA	41.0
CORRIENTES	46.0
FORMOSA	45.0
LA PLATA	46.0
LA RIOJA	44.0
MAR DEL PLATA	48.0
MENDOZA	39.0
NEUQUEN	47.0
PARANA	52.0
POSADAS	43.0
RAWSON	60.0
RESISTENCIA	44.0
RIO GALLEGOS	60.0
ROSARIO	50.0
SALTA	35.0
SANTA FE	51.0
SAN JUAN	40.0
SAN LUIS	45.0
SAN MIGUEL DE TUCUMAN	39.0
SAN SALVADOR DE JUJUY	34.0
SANTA ROSA	50.0
SANTIAGO DEL ESTERO	43.0
USHUAIA	60.0
VIDMA	60.0

Nota:

Los valores se refieren a velocidad de ráfaga de 3 segundos en m/s a 10 m. sobre el terreno para Categoría de Exposición C y están asociadas con una probabilidad anual de 0.02.

Tabla 103: Velocidades básicas del viento por ciudades (referencia 26)

Se adoptará en este caso $V = 60$ m/s.

Tipo de estructura	Factor de direccionalidad K_d *
Edificios	
Sistema principal resistente a la fuerza de viento	0.85
Componentes y revestimientos	0.85
Cubiertas abovedadas	0.85
Chimeneas, tanques y estructuras similares	
Cuadradas	0.90
Hexagonales	0.95
Redondas	0.95
Carteles llenos	0.85
Carteles abiertos y estructura reticulada	0.85
Torres reticuladas	
Triangular, cuadrada, rectangular	0.85
Toda otra sección transversal	0.95

* El factor de direccionalidad K_d se ha calibrado con las combinaciones de carga especificadas en el Apéndice B. Este factor se debe aplicar solo cuando se use conjuntamente con las combinaciones de carga especificadas en B.3 o en los respectivos reglamentos de aplicación.

Tabla 104: Factor de direccionalidad (referencia 26)

Se selecciona para este caso un factor de direccionalidad $K_d = 0,85$. Este factor sólo debe aplicarse cuando se usa en conjunto las combinaciones de carga especificadas en el CIRSOC 2005 (Art. 5.4.4 – CIRSOC 102/05).

Selección de la categoría para el edificio y determinación del factor de importancia

De la Tabla A-1 del Apéndice A correspondiente al CIRSOC 101/05, obtenemos para nuestro caso un edificio Categoría III.

TABLA A-1 - Clasificación de Edificios y Otras Estructuras para Cargas de Viento

Naturaleza de la Ocupación	Categoría
Edificios y otras estructuras que representan un bajo riesgo para la vida humana en caso de falla incluyendo, pero no limitado a: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Instalaciones Agrícolas. ▪ Ciertas instalaciones temporarias. ▪ Instalaciones menores para almacenamiento. 	I
Todos los edificios y otras estructuras excepto aquellos listados en Categorías I, III y IV.	II
Edificios y otras estructuras que representan un peligro substancial para la vida humana en caso de falla incluyendo, pero no limitado a: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Edificios y otras estructuras donde se reúnen más de 300 personas en un área. ▪ Edificios y otras estructuras con escuelas primarias, secundarias o instalaciones para guarderías con capacidad mayor que 150 personas. ▪ Edificios y otras estructuras con instalaciones para el cuidado diurno con capacidad mayor que 150 personas. ▪ Edificios y otras estructuras con una capacidad mayor que 500 para universidades o instalaciones para educación de adultos. ▪ Instalaciones para el cuidado de la salud con una capacidad de 50 o más pacientes residentes pero sin instalaciones para cirugía o tratamientos de emergencia. ▪ Instalaciones para cárceles y detenciones. ▪ Estaciones de generación de energía y otras instalaciones de utilidad pública no incluidas en la Categoría IV. Edificios y otras estructuras que contienen suficientes cantidades de sustancias tóxicas o explosivas como para ser peligrosas al público si se liberan, incluyendo, pero no limitado, a: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Instalaciones petroquímicas. ▪ Instalaciones para almacenamiento de combustibles. ▪ Plantas de fabricación o almacenamiento de productos químicos peligrosos. ▪ Plantas de fabricación o almacenamiento de explosivos. Edificios y otras estructuras equipados con contención secundaria de sustancias tóxicas, explosivas u otras peligrosas (incluyendo, pero no limitado a, tanques de doble pared, receptáculos de tamaño suficiente para contener un derrame u otros medios de contención de derrames o explosiones dentro de los límites de la instalación y prevenir la liberación de cantidades de contaminantes nocivos para el aire, el suelo, el agua freática o superficial) deben clasificarse como estructuras de Categoría II.	III
Edificios y otras estructuras diseñadas como instalaciones esenciales, incluyendo, pero no limitados a: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Hospitales y otras instalaciones para el cuidado de la salud que tienen instalaciones para cirugía o tratamientos de emergencia. ▪ Cuarteles de bomberos, centros de rescate, estaciones de policía y garajes para vehículos de emergencia. ▪ Refugios diseñados contra sismos, huracanes y otras emergencias. ▪ Centros de comunicaciones y otras instalaciones necesarias para respuestas a emergencias. ▪ Estaciones generadoras de energía y otras instalaciones de utilidad pública necesarias en una emergencia. ▪ Estructuras auxiliares necesarias para la operación de aquellas de Categoría IV durante una emergencia (incluyendo pero no limitado a torres de comunicación, tanques de almacenamiento de combustible, torres de refrigeración, estructuras de sub-estaciones de electricidad, tanques de agua para incendio u otras estructuras de alojamiento o soporte de agua, otros materiales o equipamiento para combatir el fuego. ▪ Torres de control de aviación, centros de control de tráfico aéreo y hangares de emergencia. ▪ Instalaciones de almacenamiento de agua y estructuras de bombeo requeridas para mantener la presión de agua para combatir incendios. ▪ Edificios y otras estructuras con funciones críticas de defensa nacional. 	IV

Tabla 105: Clasificación de los edificios para cargas de viento (referencia 26)

De Tabla 106, la categoría II, indica un factor de importancia de 1.

Categoría	<i>I</i>
I	0.87
II	1.00
III	1.15
IV	1.15

Tabla 106: Factor de importancia para cada categoría de edificios (referencia 26)

Determinación del tipo de exposición

EXPOSICIÓN A: En la parte posterior, centro de una gran ciudad con al menos 50 % de los edificios con alturas mayores de 20 m. El edificio en consideración debe tener este terreno a barlovento por lo menos 800 m o diez veces la altura del edificio, lo que resulte mayor.

EXPOSICIÓN D: Los edificios en primer plano están expuestos a vientos soplando sobre aguas abiertas por una distancia de mas de 1600 m.



EXPOSICIÓN B: Área urbana residencial con predominio de viviendas unifamiliares. Los edificios en el centro de la fotografía están rodeados por terreno de exposición B en una distancia mayor que 500 m o 10 veces la altura del edificio, lo que resulte mayor, para cualquier dirección del viento.



EXPOSICIÓN B: Área suburbana con numerosas obstrucciones poco espaciadas con el tamaño de viviendas unifamiliares o mayores. Para el edificio en consideración, el terreno representativo de la exposición B debe extenderse en la dirección de barlovento mas de 10 veces la altura del edificio o 500 m, lo que resulte mayor.



EXPOSICI9N C: Terreno abierto con obstrucciones aisladas que tienen alturas generalmente menores a 10 m. Las construcciones en el centro de la fotografía est1n rodeadas por terreno de estas caracteristicas lo que impide el uso de exposici9n B.



Figura 559: Clasificaci9n de las exposiciones (referencia 26)

Se adopta una exposici9n clase B.

Seleccionada la exposici9n, se halla un coeficiente de exposici9n para la presi9n din1mica, llamado K_z para el que, suponiendo las acciones del viento aplicadas en cada nivel de entrepiso, habr1 un $K_{(3,5\text{ m})}$, $K_{(6,5\text{ m})}$, $K_{(9,5\text{ m})}$, ... $K_{(21,5\text{ m})}$. El coeficiente para la altura m1xima, se denomina K_h . Existen dos expresiones que permiten hallar los valores de los coeficientes K_z .

- Para alturas inferiores a 5 metros, la ecuaci9n tiene la forma:

$$K_z = 2,01 \cdot (5 / Z_g)^{2/\alpha}$$

- Para alturas superiores a 5 metros (con un m1ximo de 457 metros), la ecuaci9n tiene la forma:

$$K_z = 2,01 \cdot (Z / Z_g)^{2/\alpha}$$

En cualquier caso, los valores de Z_g y α , surgen de la Tabla 107. En nuestro ejemplo, para una exposici9n B, los valores resultan:

$\alpha = 7,0$
 $Z_g = 366\text{ m}$

Exposici9n	α	Z_g (m)	\hat{a}	\hat{b}	$\bar{\alpha}$	\bar{b}	c	ℓ (m)	$\bar{\varepsilon}$	Z_{min} (m)
A	5.0	457	1/5	0.64	1/3.0	0.30	0.45	55	1/2.0	18.3
B	7.0	366	1/7	0.84	1/4.0	0.45	0.30	98	1/3.0	9.2
C	9.5	274	1/9.5	1.00	1/6.5	0.65	0.20	152	1/5.0	4.6
D	11.5	213	1/11.5	1.07	1/9.0	0.80	0.15	198	1/8.0	2.1

Z_{min} : altura m1nima utilizada para asegurar que la altura equivalente \bar{z} es mayor que $0.6h$ 9 Z_{min} . Para edificios con $h \leq Z_{min}$, \bar{z} se debe tomar como Z_{min} .

Tabla 107: Constantes de exposici9n del terreno (referencia 26)

Determinación del factor topográfico (k_{zt})

Los edificios ubicados en la mitad superior de una colina aislada o acantilado pueden experimentar velocidades de viento significativamente más altas que los edificios situados a nivel del terreno. Para tener en cuenta estas velocidades de viento más altas, los coeficientes de exposición de presión dinámica K_z deben multiplicarse por un factor topográfico, K_{zt} , definido en la expresión:

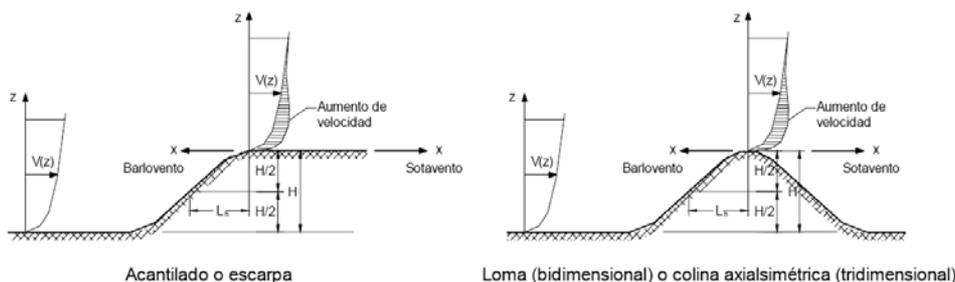
$$K_{zt} = (1 + K_1 \cdot K_2 \cdot K_3)^2$$

K_1 : se relaciona con la forma de la característica topográfica y el máximo incremento de velocidad cerca de la cresta.

K_2 : tiene en cuenta la reducción en el incremento de velocidad con la distancia tomada desde la cresta en la dirección de barlovento o de sotavento.

K_3 : toma en cuenta la reducción en el incremento de velocidad con la altura por encima de la superficie del terreno local.

Para determinar los valores de K_{zt} , nos remitimos a la Figura 560. El factor topográfico (K_{zt}), genera condiciones adversas siempre que haya una elevación en el terreno. Para este caso, el factor es 1.



Multiplicadores topográficos para exposición C										
H/L_h	Multiplicador K_1			x/L_h	Multiplicador K_2		z/L_h	Multiplicador K_3		
	Loma bidim.	Escarpa bidim.	Colina tridim. axialsim.		Escarpa bidim.	Todos los otros casos		Loma bidim.	Escarpa bidim.	Colina tridim. axialsim.
0.20	0.29	0.17	0.21	0.00	1.00	1.00	0.00	1.00	1.00	1.00
0.25	0.36	0.21	0.26	0.50	0.88	0.67	0.10	0.74	0.78	0.67
0.30	0.43	0.26	0.32	1.00	0.75	0.33	0.20	0.55	0.61	0.45
0.35	0.51	0.30	0.37	1.50	0.63	0.00	0.30	0.41	0.47	0.30
0.40	0.58	0.34	0.42	2.00	0.50	0.00	0.40	0.30	0.37	0.20
0.45	0.65	0.38	0.47	2.50	0.38	0.00	0.50	0.22	0.29	0.14
0.50	0.72	0.43	0.53	3.00	0.25	0.00	0.60	0.17	0.22	0.09
				3.50	0.13	0.00	0.70	0.12	0.17	0.06
				4.00	0.00	0.00	0.80	0.09	0.14	0.04
							0.90	0.07	0.11	0.03
							1.00	0.05	0.08	0.02
							1.50	0.01	0.02	0.00
							2.00	0.00	0.00	0.00

Notas:

- Para valores de H/L_h , x/L_h y z/L_h distintos a los indicados, se permite la interpolación lineal.
- Para $H/L_h > 0.5$, suponer que $H/L_h = 0.5$ para la evaluación de K_1 , y substituir L_h por $2H$ para la evaluación de K_2 y K_3 .
- Los multiplicadores se basan en la suposición de que el viento se aproxima a la colina o escarpa en la dirección de máxima pendiente.
- Simbología:
 - H : altura de la colina o escarpa referida al terreno ubicado a barlovento, en m.
 - L_h : distancia hacia barlovento, desde la cresta hasta el punto en que la diferencia de elevación del terreno es la mitad de la altura de la colina o escarpa, en m.
 - K_1 : factor que tiene en cuenta las características topográficas y el efecto de máximo aumento de velocidad.
 - K_2 : factor que tiene en cuenta la reducción en el aumento de velocidad, con la distancia desde la cresta, a barlovento o sotavento.
 - K_3 : factor que tiene en cuenta la reducción en el aumento de velocidad con la altura sobre el terreno local.
 - x : distancia (a barlovento o a sotavento) desde la cresta hasta el lugar del edificio, en m.
 - z : altura sobre el nivel del terreno local, en m.
 - μ : factor de atenuación horizontal.
 - γ : factor de atenuación en altura.

Figura 560: Factor topográfico K_{zt} (referencia 26)

Determinación del factor de efecto de ráfaga (G)

Según el inciso 5.8.1 del CIRSOC 102/05, para edificios rígidos el factor de ráfaga puede adoptarse igual a 0,85. Si el edificio es flexible, el inciso 5.8.2 contempla un método de cálculo para G (G_f si es flexible).

Un edificio será rígido, cuando la frecuencia de oscilación (F) sea mayor o igual a 1 Hz (Capítulo 2 CIRSOC 102/05). Se puede suponer razonablemente que la frecuencia natural de la estructura es mayor a 1 Hz cuando se cumple que la relación entre la altura del edificio y la menor dimensión horizontal es menor o igual a 4.

Tabla III.1 – Fórmulas simplificadas en edificios de vivienda				
Tipo de estructura	a)	b)	c)	d)
Período fundamental T	$0,06 \frac{h}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{h}{2L+h}}$	$0,08 \frac{h}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{h}{L+h}}$	$0,09 \sqrt{\frac{h}{\sqrt{L}}}$	$0,10 \frac{h}{\sqrt{L}}$

Tabla 108: Fórmulas simplificadas del período fundamental de oscilación de edificios de vivienda para a) Estructura de contraviento constituida por muros de mampostería o de hormigón simple. b) Estructura de contraviento constituida por tabiques de hormigón armado. c) Estructura de contraviento constituida por pórticos de hormigón armado. d) Estructura de contraviento constituida por pórticos metálicos (ref. 26)

De acuerdo a la Tabla 108, es posible calcular el período de oscilación del edificio, donde:

T = período

h = altura del edificio

L = longitud de la planta, en el sentido de la acción del viento considerada

De acuerdo a la planta del edificio del ejemplo, para la cara más expuesta, la estructura resistente se basa en tabiques de hormigón armado. El período es igual a:

$$T = 0,08 \cdot \frac{h}{\sqrt{L}} \cdot \sqrt{\frac{h}{L+h}} = 0,08 \cdot \frac{21,5m}{\sqrt{15m}} \cdot \sqrt{\frac{21,5m}{15m+21,5m}} = 0,341 \text{ seg}$$

$$F = 1 / T = 2,94 \text{ Hz} \quad (\text{verifica})$$

En este sentido, el edificio se comporta de forma rígida, por lo que el factor de ráfaga resulta igual a 0,85.

Determinación de la clasificación de cerramiento

Según Art. 5.9 se definen, por la característica de sus cerramientos y la relación de estos con la totalidad de las fachadas, tres clasificaciones de edificios: abiertos, parcialmente cerrados y cerrados.

Edificios abiertos

Será abierto si se cumple la siguiente condición:

$$A_o \geq 0,8 \cdot A_g$$

donde:

A_o : área total de aberturas de la pared analizada (en m^2)

A_g : área total de la pared anterior

En otras palabras la condición exige, que para que sea abierto, el área de aberturas de la pared, debe superar el 80% de toda la pared.

Edificios parcialmente cerrados

Será parcialmente cerrado, si cumple con ambas de las siguientes condiciones:

$$1. A_o > 1,10 A_{oi}$$

$$2. A_o > 0,4 m^2 \text{ ó } 0,01 A_g \text{ (el que sea menor) y } A_{oi} / A_{gi} \leq 0,20$$

donde:

A_o : área total de aberturas de la pared analizada (en m^2)

A_g : área total de la pared anterior

A_{oi} : suma de las áreas de aberturas de la envolvente del edificio, incluyendo las que hubiera en la azotea, y no incluyendo las aberturas de la pared analizada.

A_{gi} : suma de las paredes y azotea del edificio, sin contar la pared analizada.

Se solicita en tal caso, un edificio parcialmente cerrado que cumple con las dos condiciones siguientes:

1. el área total de aberturas en una pared que recibe presión externa positiva excede la suma de las áreas de aberturas en el resto de la envolvente del edificio (paredes y cubierta) en más del 10%. Y además:

2. el área total de aberturas en una pared que recibe presión externa positiva excede el valor menor entre 0,4 m^2 ó el 1% del área de dicha pared, y el porcentaje de aberturas en el resto de la envolvente del edificio no excede el 20%.

Edificios cerrados

Serán aquellos que no sean ni abiertos ni parcialmente cerrados.

Analizando el ejemplo y la fachada más expuesta, verificaremos, primero, si es abierto:

$$A_o = 16 \cdot 3 \text{ m} \cdot 1,20 \text{ m} + 16 \cdot 2 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} + 16 \cdot 1,20 \text{ m} \cdot 2,10 \text{ m} + 2 \cdot 2,50 \text{ m} \cdot 2,10 \text{ m} + 10 \text{ m} \cdot 2,50 \text{ m} = 125,1 \text{ m}^2$$

$$A_g = 15 \text{ m} \cdot 21,5 \text{ m} = 322,5 \text{ m}^2$$

Las aberturas representan el 38,8% de la pared analizada, lo que es menor al 80% requerido, por lo que el edificio no es abierto.

A continuación analizaremos si es parcialmente cerrado. Para ello, evaluaremos la primera condición:

$$A_o = 125,1 \text{ m}^2$$

Las aberturas de las paredes envolventes se componen de las existentes en la fachada posterior y las dos fachadas laterales:

$$A_{oi} = (16 \cdot 3 \text{ m} \cdot 1,20 \text{ m} + 16 \cdot 2 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} + 16 \cdot 1,20 \text{ m} \cdot 2,10 \text{ m} + 2 \cdot 2,50 \text{ m} \cdot 2,10 \text{ m} + 1 \cdot 10 \text{ m} \cdot 2,50 \text{ m}) + 2 \cdot (8 \cdot 3 \text{ m} \cdot 1,20 \text{ m} + 16 \cdot 2 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} + 16 \cdot 1,20 \cdot 2,10 \text{ m} + 2 \cdot 2,50 \text{ m} \cdot 2,10 \text{ m} + 1 \cdot 6 \text{ m} \cdot 2,50 \text{ m}) = 378,34 \text{ m}^2$$

A_o no resulta mayor a A_{oi} , por lo que no se verificará la condición 2, pues ya no cumple con ésta. En síntesis, el edificio puede considerarse cerrado.

Coefficiente de presión interna (G_{cpi})

Como el edificio resulta cerrado, el coeficiente de presión interna es igual a $\pm 0,18$ de la Tabla 109.

Clasificación de cerramiento	G_{cpi}
Edificios abiertos	0,00
Edificios parcialmente cerrados	+ 0,55 - 0,55
Edificios cerrados	+ 0,18 - 0,18

Tabla 109: Coeficiente de presión interna (referencia 26)

Coefficientes de presión externa (C_p)

Se obtiene de la Figura 561. Para las paredes a barlovento donde incide el viento el valor es C_p = 0,8. Para las paredes a sotavento, debemos ingresar a la Figura 561 con la relación L/B donde:

L: es la dimensión de la planta en la dirección paralela al viento.

B: es la dimensión de la planta en la dirección perpendicular al viento.

Para el ejemplo citado:

$$\frac{L}{B} = \frac{10m}{15m} = 0,66$$

A sotavento, en tal caso, corresponde C_p = -0,5.

Sistema principal resistente a la fuerza de viento		Para todo h												
Figura 3.(a-z)	Coefficientes de presión externa, C _p													
Coefficientes de presión en paredes, C_p														
Superficie	L/B	C _p	Usar con											
Pared a barlovento	Todos los valores	0.8	q _z											
Pared a sotavento	0 – 1	-0.5	q _h											
	2	-0.3												
	≥4	-0.2												
Paredes laterales	Todos los valores	-0.7	q _h											
Coefficientes de presión para cubiertas, C_p, para usar con q_h														
Dirección del viento	Barlovento									Sotavento				
	h/L	Ángulo θ en grados									Ángulo θ en grados			
Normal a la cumbrera para θ ≥ 10°	≤0.25	-0.7	-0.5	-0.3	-0.2	-0.2	0.0*	0.4	0.4	0.01θ	-0.3	-0.5	-0.6	
	0.5	-0.9	-0.7	-0.4	-0.3	-0.2	-0.2	0.0*	0.3	0.4	0.01θ	-0.5	-0.5	-0.6
	≥1.0	-1.3**	-1.0	-0.7	-0.5	-0.3	-0.2	0.0*	0.3	0.01θ	-0.7	-0.6	-0.6	
Normal a la cumbrera para θ < 10° y paralela a la cumbrera para todo θ	≤0.5	Distancia horizontal desde el borde a barlovento			C _p		* Se da el valor para fines de interpolación							
		0 a h/2			-0.9		** El valor puede reducirse linealmente con el área sobre la cual es aplicable como sigue:							
		h/2 a h			-0.9									
		h a 2h			-0.5									
≥1.0	0 a h/2			-1.3**		Área (m ²)		Factor de reducción						
						≤ 10		1.0						
	> h/2			-0.7		25		0.9						
					≥ 100		0.8							

Notas:

- Los signos más y menos significan presiones que actúan acercándose a la superficie o alejándose de ella, respectivamente.
- Se permite la interpolación lineal para valores de L/B, h/L y θ distintos a los indicados. La interpolación sólo se llevará a cabo entre valores del mismo signo. Donde no se dan valores del mismo signo, se toma 0.0 a los fines de la interpolación.
- Donde se listan dos valores de C_p se quiere indicar que la pendiente de la cubierta a barlovento está sujeta a presiones positivas o negativas y la estructura del techo se debe calcular para ambas condiciones. La interpolación para relaciones intermedias de h/L en este caso se puede llevar a cabo solamente entre valores de C_p del mismo signo.
- Para cubiertas con una sola pendiente, la superficie completa de la misma es superficie a barlovento o a sotavento.
- Para edificios flexibles se debe usar un valor de G_r apropiado, determinado mediante un análisis racional.
- Para cubiertas en arco se debe usar la Tabla 8.
- Simbología:
 - B: dimensión horizontal del edificio, en m, medida normal a la dirección del viento.
 - L: dimensión horizontal del edificio, en m, medida paralela a la dirección del viento.
 - h: altura media de la cubierta en m, excepto que para θ ≤ 10°, se usará la altura del alero.
 - z: altura sobre el terreno, en m.
 - G: factor de efecto de ráfaga.
 - q_z, q_h: Presión dinámica, en N/m², evaluada a la altura respectiva.
 - θ: ángulo del plano de la cubierta respecto de la horizontal, en grados.
- Para cubiertas en mansarda, la superficie superior horizontal y la superficie inclinada a sotavento se consideran en la tabla como superficies a sotavento.
- Para cubiertas con pendiente mayor que 80° se debe usar C_p= 0.8

Figura 561: Coeficientes de presión externa (referencia 26)

Presión dinámica (q_z)

Habrà, para cada altura, una presión dinámica (q_z), definida por la siguiente ecuación:

$$q_z = 0,613 \cdot K_z \cdot K_{zt} \cdot K_d \cdot V^2 \cdot I$$

donde:

K_d = factor de direccionalidad del viento.

K_z = coeficiente de exposición para la presión dinámica.

K_{zt} = factor topográfico.

V = velocidad básica del viento.

I = factor de importancia.

Con los valores obtenidos anteriormente, se procede a confeccionar la Tabla 110 con los valores de q_z en función de las alturas de cada nivel del edificio.

Nivel	Altura (m)	α	Z_g (m)	k_z	k_{zt}	k_d	V (m/s)	I	q_z (N/m ²)
P.B.	3.5	7	366	0.589	1	0.85	60	1	1105.8
1º Piso	6.5	7	366	0.635	1	0.85	60	1	1191.8
2º Piso	9.5	7	366	0.708	1	0.85	60	1	1328.3
3º Piso	12.5	7	366	0.766	1	0.85	60	1	1436.7
4º Piso	15.5	7	366	0.814	1	0.85	60	1	1527.7
5º Piso	18.5	7	366	0.857	1	0.85	60	1	1607.0
6º Piso	21.5	7	366	0.894	1	0.85	60	1	1677.5

Tabla 110: Variación de los valores de q_z con la altura del edificio analizado

Carga de viento de diseño (p)

Determinaremos dicha carga, para cada altura, y para barlovento y sotavento. Posteriormente, y para obtener la fuerza total en cada nivel del edificio, sumaremos el efecto conjunto de ambas. La expresión a utilizar, está definida por la ecuación:

$$p = q \cdot G \cdot C_p - q_i \cdot G_{cpi}$$

donde:

q = son los valores de q_z hallados en la Tabla 110.

G = es el factor de ráfaga, igual a 0,85 para el ejemplo.

C_p = es el coeficiente de presión externa, con un valor de 0,8 a barlovento y -0,5 a sotavento.

q_i = por tratarse de un edificio cerrado, se considera como q_h ($q_{21,5\text{ m}}$), igual a 1929,1 N/m².

G_{cpi} = coeficiente de presión interna igual a $\pm 0,18$.

Los coeficientes de presión interna y externa para barlovento y sotavento son distintos, y para sotavento, se considera $q = q_h$.

Nivel	Altura (m)	q_z (N/m ²)	Barlovento					Sotavento					Presión conjunta (N/m ²)	
			$p = q_z \cdot G \cdot C_p - q_i \cdot G_{cpi}$					$p = q_h \cdot G \cdot C_p - q_i \cdot G_{cpi}$						
			G	C_p	q_i (N/m ²)	G_{cpi}	p (N/m ²)	q_h (N/m ²)	G	C_p	q_i (N/m ²)	G_{cpi}	p (N/m ²)	
P.B.	3.5	1105.8	0.85	0.8	1677.5	-0.18	1053.9	1677.5	0.85	-0.5	1677.5	0.18	-1014.9	2068.7
1º Piso	6.5	1191.8	0.85	0.8	1677.5	-0.18	1112.4	1677.5	0.85	-0.5	1677.5	0.18	-1014.9	2127.3
2º Piso	9.5	1328.3	0.85	0.8	1677.5	-0.18	1205.2	1677.5	0.85	-0.5	1677.5	0.18	-1014.9	2220.1
3º Piso	12.5	1436.7	0.85	0.8	1677.5	-0.18	1278.9	1677.5	0.85	-0.5	1677.5	0.18	-1014.9	2293.7
4º Piso	15.5	1527.7	0.85	0.8	1677.5	-0.18	1340.8	1677.5	0.85	-0.5	1677.5	0.18	-1014.9	2355.7
5º Piso	18.5	1607.0	0.85	0.8	1677.5	-0.18	1394.7	1677.5	0.85	-0.5	1677.5	0.18	-1014.9	2409.5
6º Piso	21.5	1677.5	0.85	0.8	1677.5	-0.18	1442.6	1677.5	0.85	-0.5	1677.5	0.18	-1014.9	2457.5

Tabla 111: Valores de presión a barlovento y sotavento del edificio analizado según CIRSOC 102/05

Presión conjunta (N/m ²)	Superficie de influencia (m ²)	Fuerza total por nivel (N)	Fuerza total por nivel (tn)
2068.7	52.5	108607.8	10.9
2127.3	45.0	95726.3	9.6
2220.1	45.0	99902.9	10.0
2293.7	45.0	103218.3	10.3
2355.7	45.0	106005.0	10.6
2409.5	45.0	108429.0	10.8
2457.5	45.0	110586.4	11.1

Tabla 112: Presión conjunta y fuerza total por nivel generadas por el viento según CIRSOC 102/05

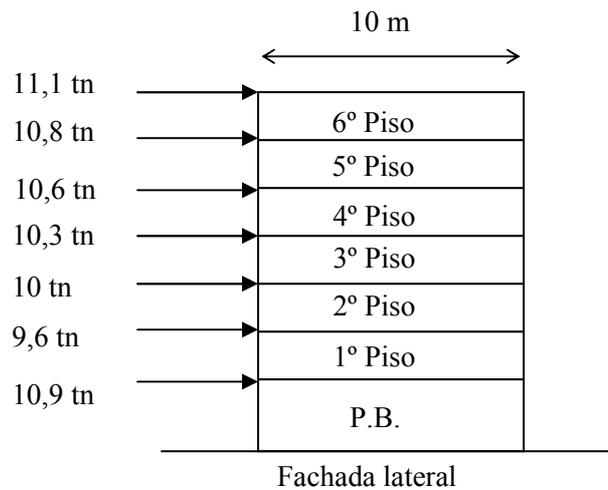
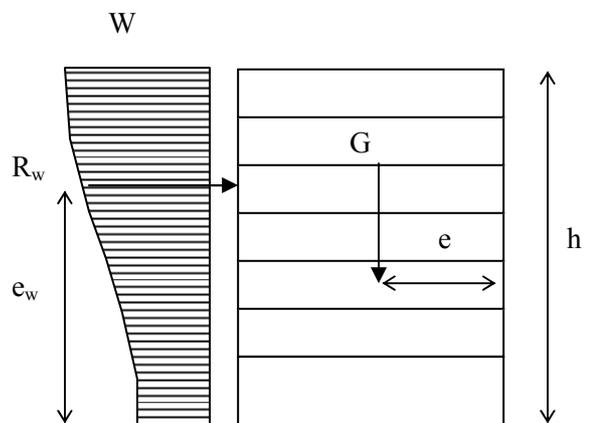


Figura 562: Distribución final de fuerzas sobre el edificio para la cara más expuesta

Verificación del equilibrio global de las estructuras

Un aspecto fundamental en el diseño de edificios bajo la acción del viento lo constituye la verificación del equilibrio global de la estructura, es decir, verificar que el momento de vuelco sea menor que el momento estabilizador. El coeficiente de seguridad en tal caso no debería ser inferior a 1,50 y el momento estabilizante es conveniente afectarlo de un coeficiente reductor menor a la unidad. Se deben considerar asimismo:

- 1) El momento estabilizador se calcula para la situación más desfavorable, que corresponde con el edificio vacío ($L = 0$).



$$M_G = G \cdot e \quad (\text{momento estabilizante})$$

$$M_w = R_w \cdot e_w \quad (\text{momento volcador})$$

2) Dada la posibilidad de errores en la determinación del punto de aplicación teórica de R_w (resultante de la acción del viento), en la referencia 49) se sugiere incrementar un 5% de la altura del edificio a la excentricidad de R_w . En general, se sugiere $e'_w = e_w + 0,05 \cdot h$ y verificar la condición:

$$0,90 \cdot M_G \geq 1,50 \cdot M_w$$

Ejemplo 98) Calcular el ejercicio anterior según CIRSOC 102/82.

A los efectos de realizar una comparación, se procederá a efectuar de forma simplificada, el cálculo del mismo edificio según CIRSOC 102/82. Para ello se utilizarán los parámetros y nomenclatura del mencionado Reglamento.

$$\begin{aligned} a &= 15 \text{ m} \\ b &= 10 \text{ m} \\ h &= 21,5 \text{ m} \end{aligned}$$

a) Características del edificio

En la dirección a

$$\lambda_a = 21,5 \text{ m} / 15 \text{ m} = 1,43$$

En la dirección b

$$\lambda_b = 21,5 \text{ m} / 10 \text{ m} = 2,15$$

a) Adopción de la velocidad de referencia β

Para la ciudad de Trelew

$$\beta = 35 \text{ m/s}$$

b) Cálculo de C_p

$$\text{Según el destino (oficinas) } C_p = 1,65$$

c) Cálculo de V_o (Velocidad básica de diseño)

$$V_o = \beta \cdot C_p = 1,65 \cdot 35 \text{ m/s} = 57,75 \text{ m/s}$$

d) Cálculo de la presión dinámica básica q_o

$$q_o = 0,0613 \cdot (V_o)^2 = 0,0613 \cdot (57,75 \text{ m/s})^2 = 204,44 \text{ kg/m}^2$$

e) Cálculo de la presión dinámica de cálculo q_z

$$q_z = c_d \cdot c_z \cdot q_o$$

f) c_d es un coeficiente adimensional que tiene en cuenta las dimensiones del edificio. Depende de:

1) Rugosidad: para ubicación céntrica, rugosidad III.

2) Relación alto/ancho del edificio a/h.

$$a/h = 15 \text{ m} / 21,5 \text{ m} = 0,697$$

3) Relación entre la altura h y la velocidad básica V_0 .

$$h/V_0 = 21,5 \text{ m} / 57,75 \text{ m/s} = 0,37$$

Con estos valores ingresando a tablas se obtiene $C_d = 1$ para estructuras con un ancho $b \leq 20 \text{ m}$.

g) c_z es un coeficiente que da la variación de la presión con la altura.

De la tabla para rugosidad tipo III se obtienen los valores de c_z para distintas alturas.

h) Analizaremos a continuación el efecto del viento incidiendo según a. De los nomogramas se obtiene el valor de γ para las relaciones b/a y λ_a .

$$\left. \begin{array}{l} \frac{b}{a} = 0,67 \\ \lambda_a = 1,43 \end{array} \right\} \gamma_{0a} = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{barlovento: } C_e = 0,8 \\ \text{sotavento: } C_e = -(1,3 \cdot \gamma_{0a} - 0,8) = -0,5 \end{array} \right.$$

Coeficiente de presión interior:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{barlovento: } C_i = +0,6 \cdot (1,8 - 1,3 \cdot \gamma) = 0,3 \\ \text{sotavento: } C_e = -0,6 \cdot (1,3 \cdot \gamma - 0,8) = -0,3 \end{array} \right.$$

El valor final de $c = 1,9$.

Se adjunta a continuación una tabla con los valores finales de presiones y fuerzas totales sobre la fachada principal del edificio.

Nivel	Altura (m)	c_z	C_d	q_0 (kg/m ²)	$q_z = c_z \cdot C_d \cdot q_0$ (kg/m ²)	$W = q_z \cdot c$ (kg/m ²)	Superficie de influencia (m ²)	Fuerza total por nivel (tn)
P.B.	3,5	0,446	1,00	204,44	91,18	173,24	52,5	9,10
1º Piso	6,5	0,446	1,00	204,44	91,18	173,24	45,0	7,80
2º Piso	9,5	0,446	1,00	204,44	91,18	173,24	45,0	7,80
3º Piso	12,5	0,498	1,00	204,44	101,87	193,55	45,0	8,71
4º Piso	15,5	0,551	1,00	204,44	112,74	214,21	45,0	9,64
5º Piso	18,5	0,597	1,00	204,44	122,10	231,98	45,0	10,44
6º Piso	21,5	0,638	1,00	204,44	130,34	247,64	45,0	11,14

Tabla 113: Presión conjunta y fuerza total por nivel generadas por el viento según CIRSOC 102/82

Para este ejemplo, de haberse utilizado una rugosidad tipo II, los valores finales resultarían superiores a los de la tabla adjunta.

Capítulo 41

Muros de contención de hormigón armado

Aspectos generales y clasificación

Los muros de contención son estructuras que permiten retener materiales sueltos. Suelen utilizarse cuando los suelos no pueden desarrollar su pendiente natural debido a la construcción de vías de comunicación o en caso más comunes como lo son los sótanos de edificios.

De acuerdo a su funcionamiento, se los clasifica en:

- Muros de gravedad: funciona por peso propio pues se construyen generalmente de hormigón masivo, lo que los limita a bajas alturas, en el orden de los 3 a 4 m. Poseen grandes secciones y es necesario garantizar en ellos la existencia de bajos esfuerzos de tracción
- Muros en voladizo o ménsula: la estabilidad de la estructura se logra conjuntamente por el peso propio de la estructura y por el peso del suelo que contiene el muro por encima del talón. No son recomendables para alturas superiores a los 6 ó 7 m.
- Muros con contrafuertes: en estas estructuras se colocan contrafuertes con el objeto de reducir los esfuerzos en el cuerpo del muro. Su uso se proyecta para alturas superiores a los 8 m.

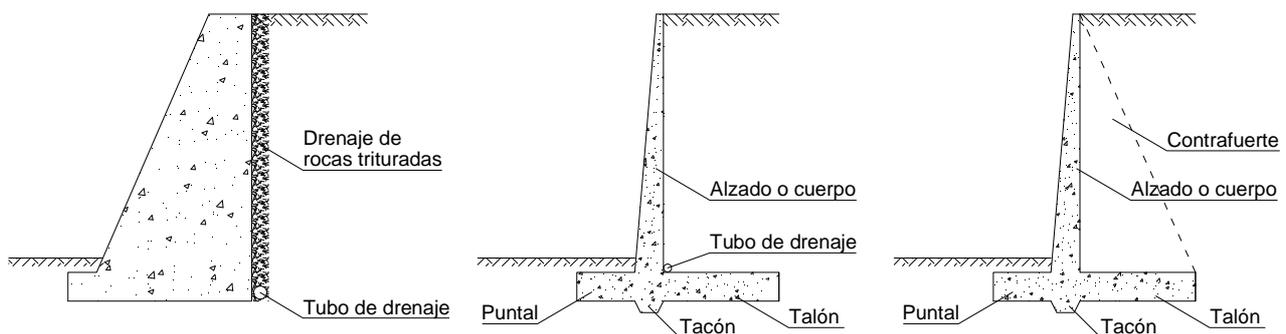


Figura 563: Clasificación de muros de contención, de izquierda a derecha: muro de gravedad, muro en voladizo o ménsula y muro con contrafuertes

En la bibliografía, suelen existir recomendaciones para las dimensiones de los muros de contención como para iniciar una primera verificación de su estabilidad y resistencia. En el caso de muros tipo ménsula, algunas de ellas son:

$$A \cong 1/3 B$$

$$B \cong 1/2 \text{ a } 2/3 H$$

$$B' \cong 1/12 H \text{ a } 1/10 H$$

$$C \cong 1/24 H \text{ (mínimo } 0,25 \text{ m)}$$

$$D \cong 1/12 H \text{ a } 1/10 H$$

$$\text{Pendiente mínima} = 1:48$$

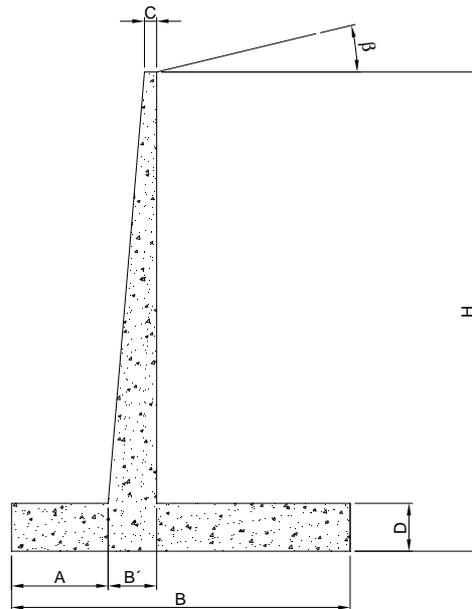


Figura 564: Nomenclatura para las principales dimensiones de un muro en ménsula

Por otra parte, en los muros de contención suele colocarse un tacón inferior a los efectos de mejorar la seguridad al deslizamiento. El mismo hace que se desarrolle una superficie de contacto entre suelo y suelo con un coeficiente de fricción equivalente a la $\tan\phi$, que es superior al del hormigón con el suelo.

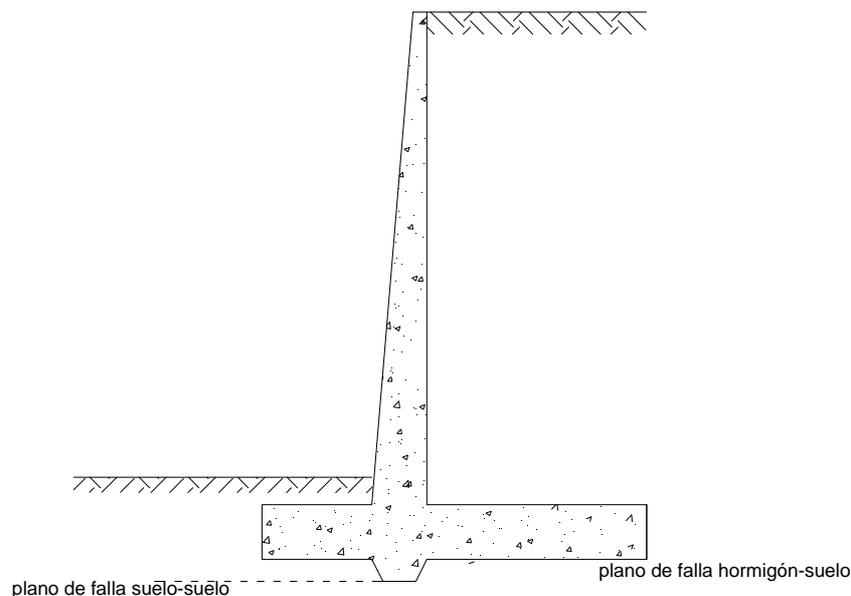


Figura 565: Planos de falla por deslizamiento para un muro en ménsula con tacón inferior

Cargas y empujes generados por el terreno

Los muros de contención están sometidos a una serie de cargas y empujes, entre los que podemos citar:

- Empujes activos y pasivos generados por el suelo
- Empuje generado por el agua que contiene el suelo
- Peso propio
- Reacción vertical del suelo
- Fuerza de fricción con la base
- Sobrecargas sobre el relleno
- Subpresión

Respecto de las presiones y empujes generados por el suelo, existen numerosas teorías y ecuaciones que interpretan las acciones de los suelos cohesivos y granulares. En el presente capítulo se hará referencia a la teoría de Rankine, que suele ser una de las más aplicadas para la obtención de las cargas sobre los muros de contención. La distribución del empuje del suelo es compleja, sin embargo es usual asumir una distribución lineal, similar a la generada por los líquidos. Esta suposición es adecuada para suelos granulares y secos.

El empuje horizontal generado por el suelo puede calcularse a través de la expresión:

$$E_H = \frac{1}{2} \cdot P_h \cdot H$$

donde:

P_h = presión horizontal

H = altura considerada para el análisis

La presión activa y pasiva para suelos granulares se calcula como:

$$P_{ha} = K_a \cdot \gamma_s \cdot H$$

$$P_{hp} = K_p \cdot \gamma_s \cdot H$$

con:

γ_s = peso específico del suelo.

$$K_a = \cos \beta \cdot \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}$$

$$K_p = \cos \beta \cdot \frac{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}$$

con:

φ = ángulo de fricción interna del suelo granular.

β = ángulo de inclinación superior del terreno.

Para el caso de que $\beta = 0$, las expresiones se simplifican:

$$K_a = \frac{1 - \operatorname{sen} \varphi}{1 + \operatorname{sen} \varphi}$$

$$K_p = \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi}$$

En caso de suelos cohesivos, las expresiones asumen la forma:

$$P_{ha} = K_a \cdot \gamma_s \cdot H - 2 \cdot c \cdot \sqrt{K_a}$$

$$P_{hp} = K_p \cdot \gamma_s \cdot H + 2 \cdot c \cdot \sqrt{K_p}$$

Para el caso de sobrecargas, se la presión se calcula como:

$$P_{ha} = K_a \cdot (\gamma_s \cdot H + q) - 2 \cdot c \cdot \sqrt{K_a}$$

Adicionalmente al empuje del terreno y a una eventual sobrecarga uniforme sobre el mismo, cuando en la altura del muro se detecta la presencia de agua, debe adicionarse dicha acción. Al respecto, se considera al empuje del agua igual a la unidad, mientras el peso del suelo no sumergido es γ_s , el correspondiente al terreno bajo nivel freático es $\gamma_{sw} = \gamma_s - \gamma_w$.

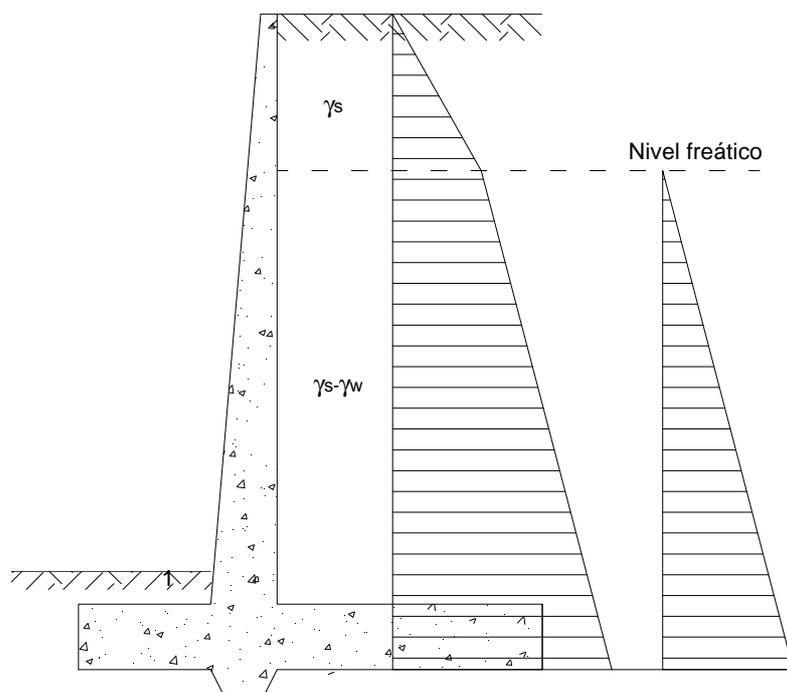


Figura 566: Diagramas de presiones para el caso de presentarse agua en el terreno

Cabe señalar que usualmente para el diseño se adopta el criterio de considerar el empuje activo del suelo, el cual es sensiblemente inferior al del empuje del suelo en estado natural o empuje en reposo. A modo de ejemplo, para un suelo uniforme no cohesivo, del tipo de la arena, tendríamos como valores medios:

Empuje en estado activo: $p_h = 0,333 \cdot p_v$.

Empuje en estado de reposo: $p_h = 0,60$ a $0,90 p_v$.

con p_v la presi3n vertical del suelo en el punto considerado. Esta consideraci3n es usualmente valida si el muro bajo carga puede sufrir una pequeña deformaci3n horizontal en su coronamiento sin fallar, de tal modo, las presi3nes horizontales sobre el muro descienden del valor del estado de reposo al del estado activo. Para muros muy rıgidos esta consideraci3n puede dejar de ser valida y definir un empuje mucho mayor que, de no haber sido evaluado correctamente, conduzca a la falla o colapso del mismo. Lo anterior puede ocurrir por ejemplo en muros de s3tano en donde no pueda desarrollarse dicha deformaci3n horizontal.

Verificaciones de estabilidad y de tensiones sobre el terreno

Las verificaciones de estabilidad de un muro de contenci3n tienen por objetivo evitar la falla del mismo al deslizamiento o al volcamiento. Adicionalmente, al ser estructuras con elevados valores de peso propio, deben verificarse las tensiones transmitidas al suelo de fundaci3n. Las cargas utilizadas deben ser bajo condiciones de servicio, calculando las presi3nes de contacto y maximas fuerzas, comparándolas con valores admisibles mediante coeficientes de seguridad.

Verificaci3n al deslizamiento

En caso de que el terreno posea un coeficiente de inclinaci3n β , el empuje que generar sobre el muro tendrá una componente horizontal y vertical. Bajo esa condici3n, las ecuaciones de verificaci3n al deslizamiento serán:

$$f \cdot R_v \geq \gamma_d \cdot E_H$$

$$f \cdot (W + E_v) \geq \gamma_d \cdot E_H$$

f = coeficiente de fricción

W = peso del muro más el suelo por encima de la base

R_v = componente vertical de la reacción sobre el suelo

E_v = componente vertical de E

E_H = componente horizontal de E

$\gamma_d = 1,5$

Verificación al volcamiento

Respecto del volcamiento, deberá verificarse que:

$$M_{est} \geq \gamma_v \cdot M_{volc}$$

con $\gamma_v = 1,5$. Respecto del coeficiente de seguridad al vuelco, algunas referencias bibliográficas consideran más conservador adoptar valores entre 1,75 a 2. Asimismo, algunas normativas sugieren considerar un coeficiente reductor del momento estabilizador de valor $\delta_E = 0,90$.

Verificación de las tensiones sobre el terreno

Las tensiones sobre el terreno calculadas a partir de las cargas de servicio se calculan a partir del punto de aplicación de la resultante de cargas x :

$$x = \frac{M_{estab} - M_{volc}}{R}$$

$$e = \frac{B}{2} - x$$

En caso de que $e \leq B/6$, las tensiones se calculan:

$$\sigma_{\substack{máx \\ min}} = \frac{R}{B \cdot 1} \left(1 \pm \frac{6 \cdot e}{B} \right)$$

Criterio de diseño para muros de contención tipo ménsula

El criterio de diseño para los muros en ménsula consiste en considerar tres planos de falla según la Figura 567, por los cuales se determinan los esfuerzos de momento y cortante, dimensionando las armaduras a flexión y evitando colocar las de corte, es decir, procurando que el corte sea absorbido por la sección de hormigón.

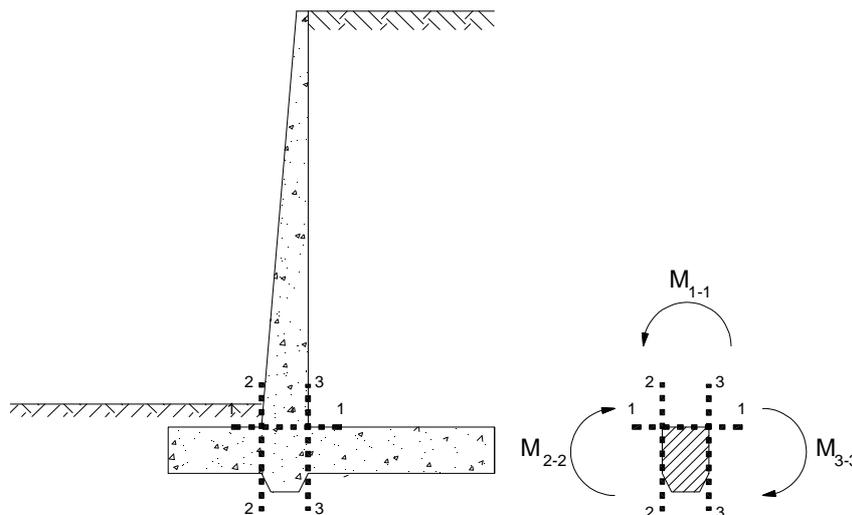


Figura 567: Planos hipotéticos de falla para un muro en ménsula y esfuerzos flectores principales

Respecto de las combinaciones de estados de carga mayorados propuestos por el CIRSOC 201/05, es necesario adoptar las combinaciones más desfavorables para la estructura, es decir, multiplicar por 0,9 la

carga por peso propio del suelo cuando ésta reduce los momentos flectores de diseño (como ocurre en el puntal), y multiplicar por 1,2 en caso de incrementar los momentos flectores (como ocurre con el talón). Para el cálculo de la presión lateral, el coeficiente debe ser 1,6, ya que se considera como una sobrecarga.

Nota importante: la presión hacia arriba del suelo bajo la losa de talón en ocasiones se suele adoptar igual a cero, puesto que en una situación de cargas últimas el suelo se plastificaría en la porción delantera del muro, con la mayor parte de la reacción concentrada muy cerca del puntal. Para tal caso, no podría contarse con el efecto favorable de la presión posterior en el talón. El mismo supuesto puede efectuarse en el diseño de muros con contrafuertes.

Criterios de diseño para muros de contención con contrafuertes

Este tipo de muros presenta diferencias muy importantes con los de ménsula, ya que es una estructura de elevada hiperestaticidad, por lo que los métodos de cálculo no poseen gran rigor en la determinación de esfuerzos. El método que se expone a continuación corresponde a Huntington (referencia 51).

Diagrama de presiones y esfuerzos en el cuerpo del muro

El cuerpo del muro se puede considerar libre en su zona superior, pero en la zona inferior, se halla fuertemente vinculada por un lado con los contrafuertes y por otro con la losa de fundación. Por ello, Huntington considera una distribución trapezoidal de las presiones según la Figura 568 y la Figura 569.

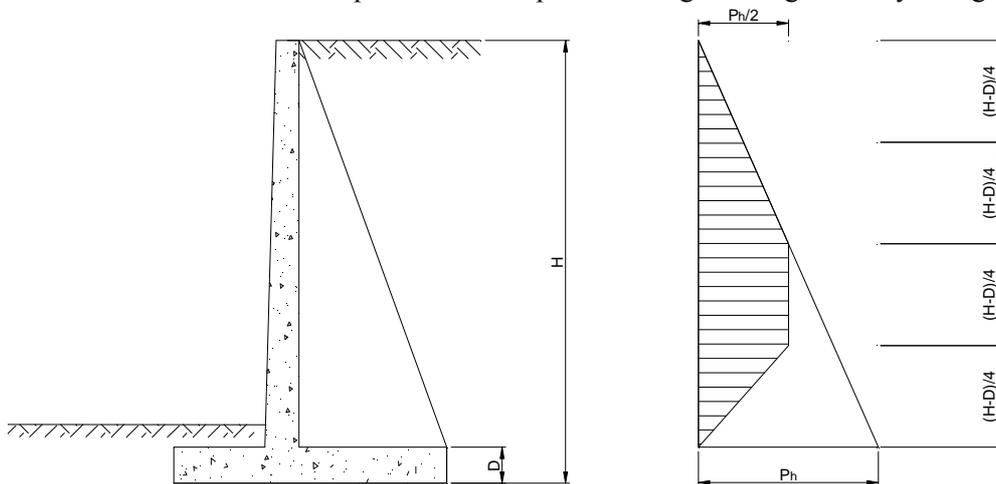


Figura 568: Diagrama de presiones para el cálculo del momento de apoyo en la flexión horizontal del cuerpo del muro (adaptado de la referencia 51)

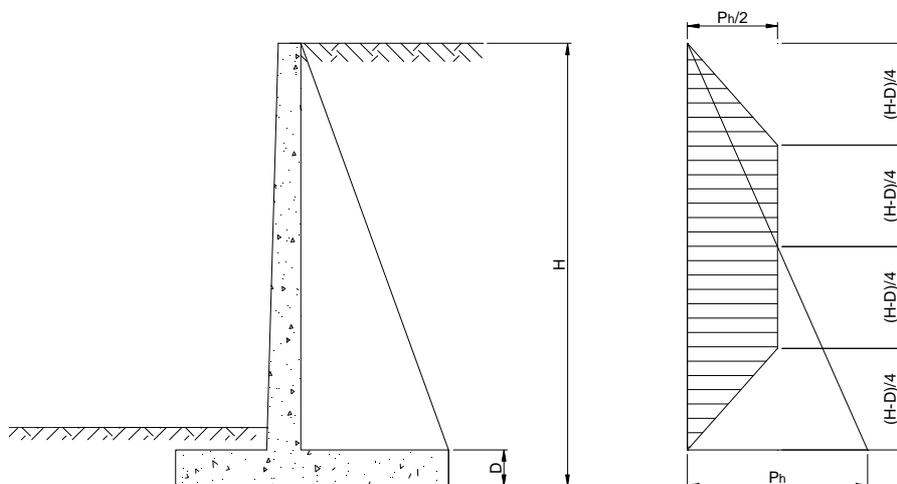


Figura 569: Diagrama de presiones para el cálculo del momento de tramo en la flexión horizontal del cuerpo del muro (adaptado de la referencia 51)

De acuerdo a los diagramas de presiones anteriores y considerando a los contrafuertes como apoyos, Huntington adopta las siguientes distribuciones de flexión horizontal sobre el cuerpo:

1) Muros con tres contrafuertes:

Apoyo extremo: $-p.l^2/12$

Apoyo intermedio: $-p.l^2/42$

Tramo: $p.l^2/24$

Donde p es la carga obtenida de los diagramas anteriores y l la separación entre contrafuertes.

2) Muros continuos:

Apoyos: $-p.l^2/12$

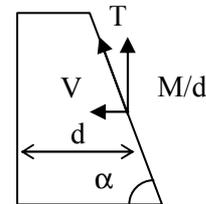
Tramos: $p.l^2/24$

De los estudios citados se deduce que los momentos debidos a la flexión vertical del cuerpo del muro pueden ser estimados con suficiente precisión considerando en la unión con la base $M=-0,03 \cdot P_h \cdot l \cdot (H-D)$ y el máximo momento de tramo ubicado a $(H-D)/4$ de la base como $M=0,0075 \cdot P_h \cdot l \cdot (H-D)$.

Cálculo del contrafuerte

El contrafuerte se calcula como un voladizo empotrado en la base y de momento de inercia variable. La tracción en la armadura será igual a la suma de la componente de la fuerza de corte paralela a él y de la componente de M/d en la misma dirección. En conclusión, la tracción en el acero será:

$$T = V \cdot \cos \alpha + \frac{M}{d} \cdot \text{sen} \alpha$$



Puesto que los esfuerzos y la sección del elemento son variables, es necesario analizar varias secciones para cortar la armadura donde ya no resulte necesario. El contrafuerte debe estar convenientemente anclado al cuerpo y a la fundación del muro. En el primer caso se le debe proveer de la cantidad de acero necesaria para resistir el empuje del suelo. Este refuerzo trabaja a tracción. Por lo general, el refuerzo horizontal de la pantalla vertical se ancla en el contrafuerte y se aprovecha para garantizar el anclaje pantalla vertical - contrafuerte. Del mismo modo, se debe proveer refuerzo vertical para anclar el contrafuerte a la base. Este acero debe resistir el peso del suelo sobre el talón posterior y la sobrecarga del terreno. El acero mínimo tanto vertical como horizontal es el que corresponde a muros.

Requerimientos constructivos

Según CIRSOC 201/05 (ACI 318/05) la armadura mínima por fenómenos de contracción y temperatura, corresponde a:

$$A_{smin} = 0,0018 \cdot b \cdot h$$

Adicionalmente, en el Capítulo 14 se establece como armadura mínima para muros en voladizo la requerida por flexión, y para la armadura horizontal referida a la sección total o bruta del hormigón, ρ_t , la detallada a continuación:

- 0,0020 para barras o alambres conformados con $d_b \leq 16$ mm y con $f_y \geq 420$ MPa,
- 0,0025 para otras barras conformadas, ó
- 0,0020 para mallas de acero soldadas de alambres lisos o conformados con $d_b \leq 16$ mm

El AASHTO LRFD 2007 (Art. 5.10.8) especifica una armadura mínima por contracción y temperatura definida por la expresión:

$$A_s \geq \frac{75 \cdot b \cdot h}{2 \cdot (b + h) \cdot f_y}$$

con:

$$2,33 \text{ cm}^2/\text{m} \leq A_s \leq 12,7 \text{ cm}^2/\text{m}$$

donde:

b = ancho de la sección analizada (cm)

h = espesor de la sección (cm)

A_s = sección de armadura requerida por metro (cm^2/m)

f_y = tensión última del acero (MPa)

Las separaciones de estas armaduras no deben exceder:

- 3 . h o 45 cm.
- 30 cm para muros o fundaciones superiores a 45 cm de espesor.
- 30 cm para otros componentes mayores a los 90 cm de espesor.

Para estructuras con espesores de 15 cm de espesor o menos, la armadura de contracción y temperatura puede ser colocada en una sola cara.

La ecuación del AASHTO LRFD 2007 permite expresar la necesidad de distribuir uniformemente la armadura mínima en todo el perímetro del elemento estructural analizado. Para el caso de los muros de contención u otros elementos de sección variable, se tienen que evaluar varias secciones.

En cuanto a recubrimientos, los mismos corresponden a lo dispuesto por el Capítulo 7 de la referencia 109), es decir:

1) Para hormigón en contacto vertical con el suelo o expuesto al aire libre:

1.a) Para barras con $d_b > 16 \text{ mm}$: 35 mm

1.b) Para barras y alambres con $d_b \leq 16 \text{ mm}$: 30 mm.

2) Para hormigón colocado en la base de las fundaciones, en contacto con la capa de hormigón de limpieza (El recubrimiento indicado NO incluye el espesor de la capa de limpieza): 50 mm

Con respecto a las juntas de este tipo de estructuras, se pueden mencionar las juntas constructivas, las juntas de contracción y por último, las juntas de dilatación.

1) Juntas constructivas

1.a) Junta constructiva entre la fundación y el cuerpo del muro: corresponde a la más comprometida de todas, ya que se ubica en la zona más traccionada por flexión y la más afectada por esfuerzos de corte. En ella se generan los empalmes de las armaduras del cuerpo del muro, así como de las armaduras longitudinales de los contrafuertes, por lo que requiere de especial cuidado en el momento de generar una superficie rugosa de contacto.

1.b) Junta constructiva por hormigonado del cuerpo del muro: el hormigonado del muro se suele ejecutar en tongadas de 1 m de altura, con tensores que unen las caras laterales de los encofrados. El proceso posee gran similitud con aquellas recomendaciones para tanques de hormigón armado.

2) Juntas de contracción

De acuerdo a las especificaciones del AASHTO LRFD 2007, las juntas de contracción deberán colocarse a distancias que no superen los 9 m (Art. 11.6.1.6).

3) Juntas de dilatación

De acuerdo a las especificaciones del AASHTO LRFD 2007, las juntas de dilatación deberán colocarse a distancias que no superen los 27 m (Art. 11.6.1.6). También es recomendable colocarlas en los cambios de dirección del trazado de los muros y fundaciones, con el objeto de evitar esfuerzos de torsión, tracción y flexión adicionales.

Respecto de las juntas de construcción, una variante empleada, son las llamadas “juntas de control”. Éstas consisten en debilitar la sección en posiciones preestablecidas, disminuyéndola generalmente con listones de madera que se vinculan al encofrado y se retiran con él. Facilitan la fisuración en lugares prefijados y permiten ocultar más fácilmente la misma para mejorar el aspecto estético. Para ser efectivas, deben lograr disminuir lo suficiente la sección, por lo que en general se considera adecuado una disminución no menor al 10% de ésta. La armadura es continua a lo largo de la junta de control

En relación al drenaje de los muros de contención, existen diversas metodologías. Una de ellas consiste en colocar conductos de drenaje dispuestos horizontal y verticalmente a distancias del orden de los 5 m. Otro método es el de colocar un relleno de material granular sin finos sobre la pared interior del cuerpo de la estructura de modo que el agua escurra hacia una tubería con orificios dispuesta en la zona inferior.

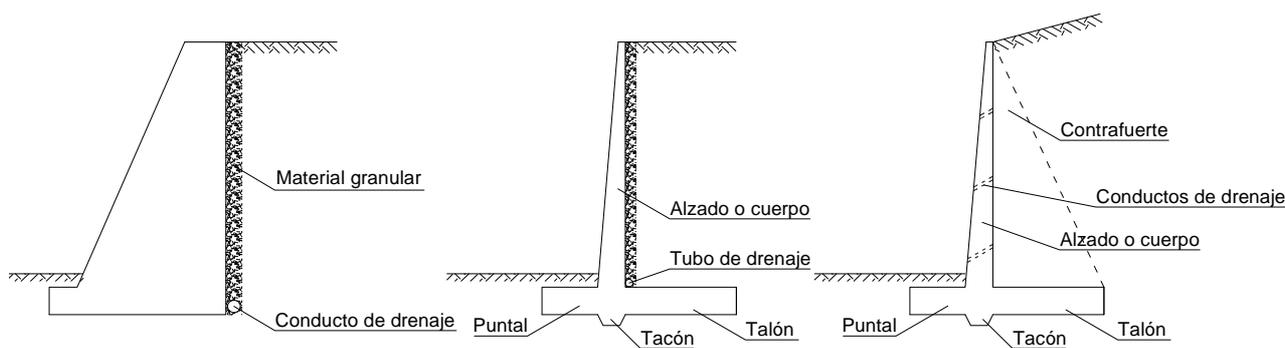


Figura 570: Esquema con algunas de las metodologías de drenaje en muros de contención

Ejemplos de aplicación

Ejemplo 99) Calcular un muro de contención en ménsula

El suelo corresponde a arenas gruesas sin limos de peso específico 1900 kg/m^3 y un ángulo de fricción interna de 32° . El hormigón a utilizar es H-20 y la tensión admisible del suelo es de $1,8 \text{ kg/cm}^2$. No se registra el nivel de napa freática en la profundidad analizada.

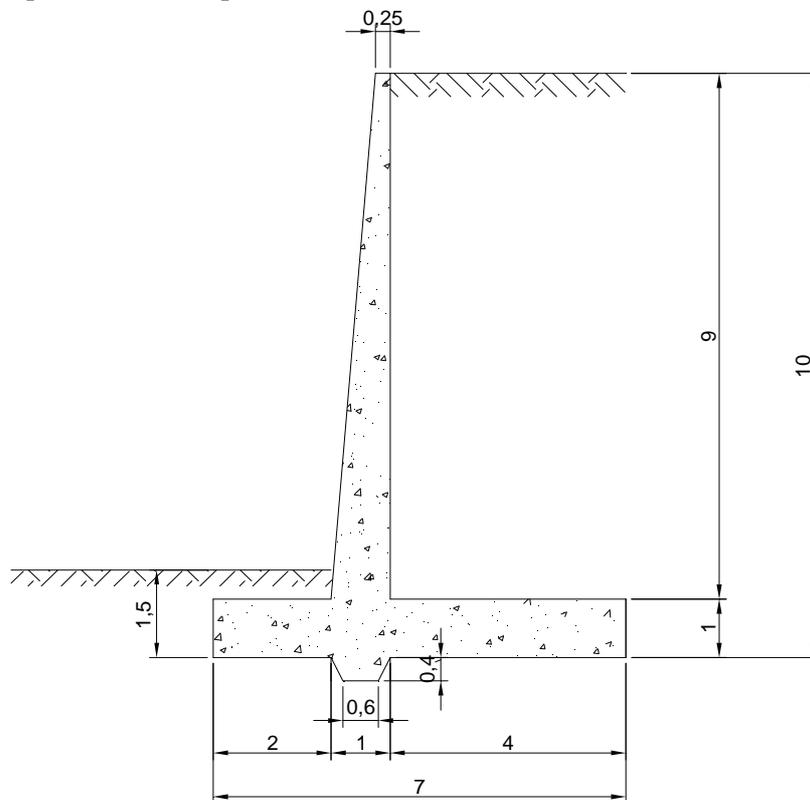


Figura 571: Esquema del muro de contención del Ejemplo 99

Pendiente = $1:12 > 1:48$

a) Cálculo del empuje horizontal total

$\beta = 0$

$$K_a = \frac{1 - \text{sen}\phi}{1 + \text{sen}\phi} = 0,307$$

$$E_H = \frac{1}{2} \cdot K_a \cdot \gamma_s \cdot H \cdot H = \frac{1}{2} \cdot 0,307 \cdot 1900 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 29165 \text{ kg/m}$$

$$h = H / 3 = 3,33 \text{ m}$$

$$M_{\text{volc}} = 29165 \text{ kg/m} \cdot 3,33 \text{ m} = 97119,45 \text{ kgm/m}$$

b) Cálculo de las fuerzas verticales

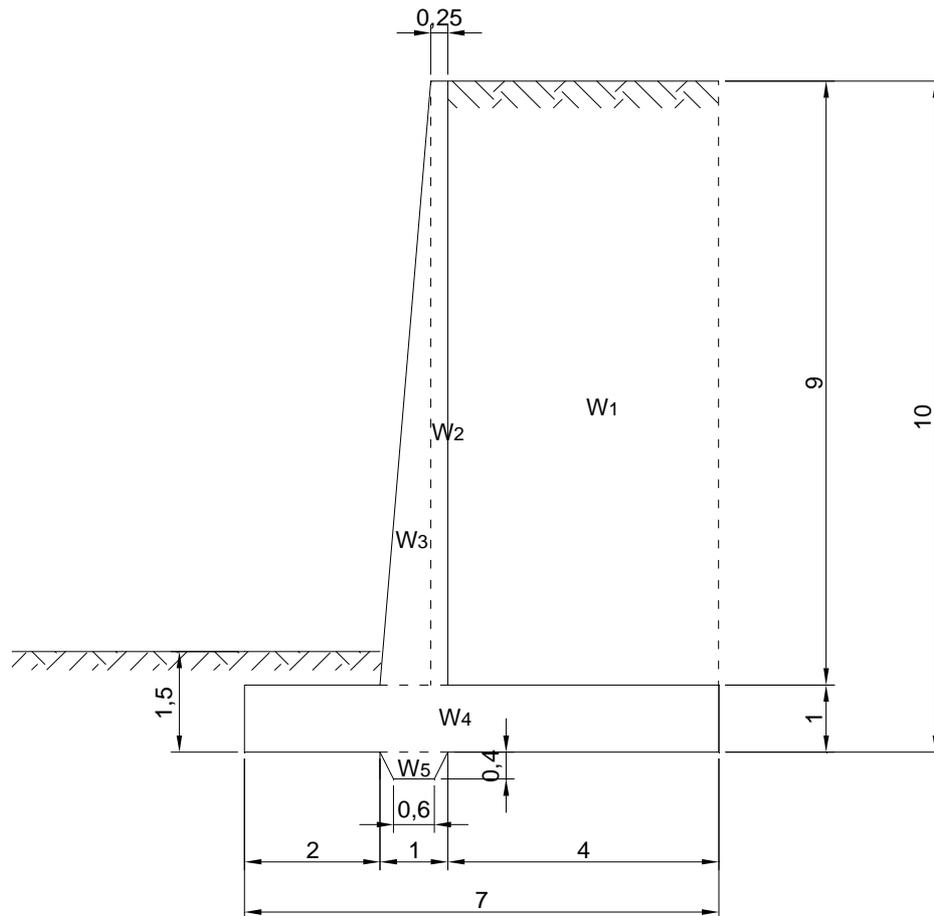


Figura 572: Referencias para el cálculo de las fuerzas verticales

$$\begin{aligned}
 W_1 &= 1900 \text{ kg/m}^3 \cdot 4 \text{ m} \cdot 9 \text{ m} = 68400 \text{ kg/m} & x_1 &= 5 \text{ m} \\
 W_2 &= 2400 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 9 \text{ m} = 5400 \text{ kg/m} & x_2 &= 2,875 \text{ m} \\
 W_3 &= 2400 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,75 \text{ m} \cdot 9 \text{ m} / 2 = 8100 \text{ kg/m} & x_3 &= 2,5 \text{ m} \\
 W_4 &= 2400 \text{ kg/m}^3 \cdot 1 \text{ m} \cdot 7 \text{ m} = 16800 \text{ kg/m} & x_4 &= 3,5 \text{ m} \\
 W_5 &= 2400 \text{ kg/m}^3 \cdot (1 \text{ m} + 0,6 \text{ m}) \cdot 0,4 \text{ m} / 2 = 768 \text{ kg/m} & x_5 &= 2,5 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$R = 68400 \text{ kg/m} + 5400 \text{ kg/m} + 8100 \text{ kg/m} + 16800 \text{ kg/m} + 768 \text{ kg/m} = 99468 \text{ kg/m}$$

$$\begin{aligned}
 M_{\text{estab}} &= 68400 \text{ kg/m} \cdot 5 \text{ m} + 5400 \text{ kg/m} \cdot 2,875 \text{ m} + 8100 \text{ kg/m} \cdot 2,5 \text{ m} + \\
 &+ 16800 \text{ kg/m} \cdot 3,5 \text{ m} + 768 \text{ kg/m} \cdot 2,5 \text{ m} = 438879 \text{ kgm/m}
 \end{aligned}$$

c) Verificación al volcamiento

$$M_{\text{est}} \geq \gamma_v \cdot M_{\text{volc}}$$

$$\gamma_v = \frac{M_{\text{estab}}}{M_{\text{volc}}} = \frac{438879 \text{ kgm/m}}{97119,45 \text{ kgm/m}} = 4,5 > 1,5 \quad (\text{verifica})$$

d) Verificación de las tensiones sobre el terreno

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{M_{\text{estab}} - M_{\text{volc}}}{R} = 3,436 \text{ m} \\
 e &= \frac{B}{2} - x = 3,5 \text{ m} - 3,436 \text{ m} = 0,064 \text{ m} < \frac{B}{6}
 \end{aligned}$$

Como $e \leq B/6$, las tensiones se calculan:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{R}{B \cdot 1} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot e}{B}\right) = \frac{99468 \text{ kg/m}}{7 \text{ m}} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot 0,064 \text{ m}}{7 \text{ m}}\right) = 1,49 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{m\acute{i}n} = \frac{R}{B \cdot 1} \cdot \left(1 - \frac{6 \cdot e}{B}\right) = \frac{99468 \text{ kg/m}}{7 \text{ m}} \cdot \left(1 - \frac{6 \cdot 0,064 \text{ m}}{7 \text{ m}}\right) = 1,34 \text{ kg/cm}^2$$

Verifica la tensión máxima admisible del suelo.

e) Verificación al deslizamiento

$$f \cdot (W + E_v) \geq \gamma_d \cdot E_H$$

$$f = 0,55 \text{ (en el plano de contacto hormigón - suelo)}$$

$$f = \tan 32^\circ = 0,62 \text{ (en el plano de contacto suelo - suelo)}$$

Se desprecia la acción de la presión pasiva del suelo en el talón anterior y se analizan individualmente las fuerzas estabilizadoras generadas por el diagrama de presión para cada plano de contacto.

$$(14900 \text{ kg/m}^2 + 14500 \text{ kg/m}^2) \cdot \frac{2 \text{ m}}{2} \cdot 0,62 = 18228 \text{ kg/m}$$

$$(14500 \text{ kg/m}^2 + 13400 \text{ kg/m}^2) \cdot \frac{5 \text{ m}}{2} \cdot 0,55 = 38362,4 \text{ kg/m}$$

$$\gamma_d = \frac{56590,5 \text{ kg/m}}{29165 \text{ kg/m}} = 1,94 > 1,5 \quad \text{(verifica)}$$

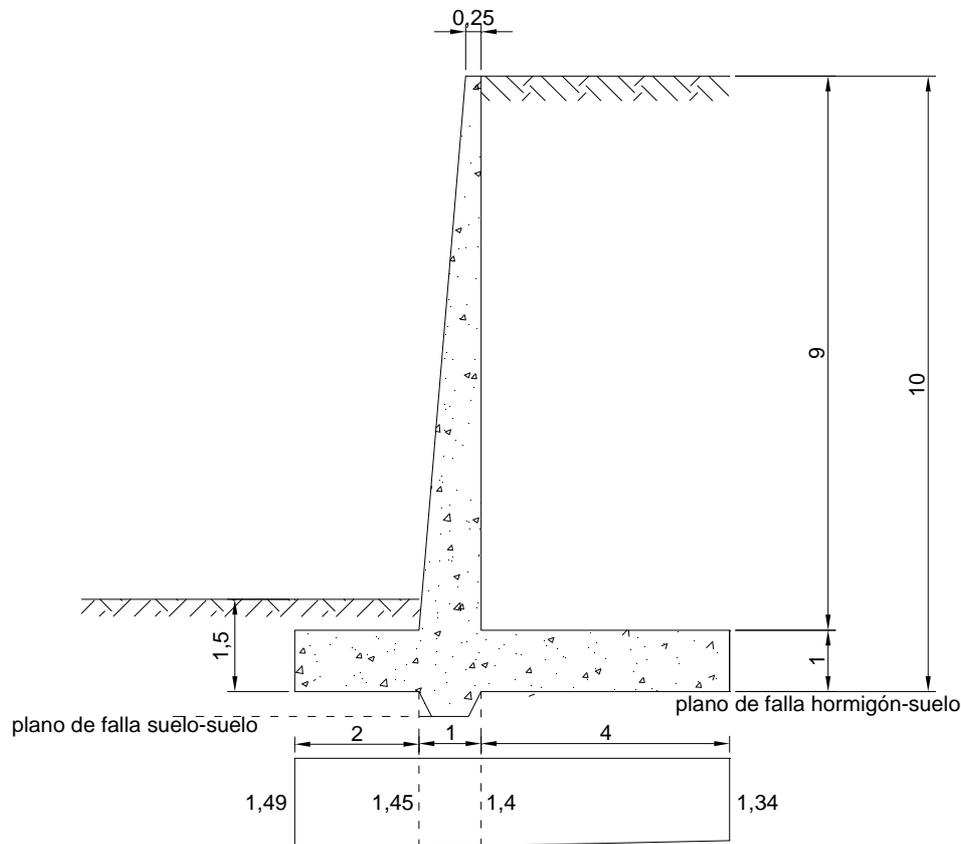


Figura 573: Diagrama de presiones sobre el suelo

f) Armadura vertical de la pantalla y verificación a corte

Se calcula inicialmente el empuje horizontal sobre la sección 1-1 de la Figura 574, de acuerdo al modelo de cálculo desarrollado anteriormente.

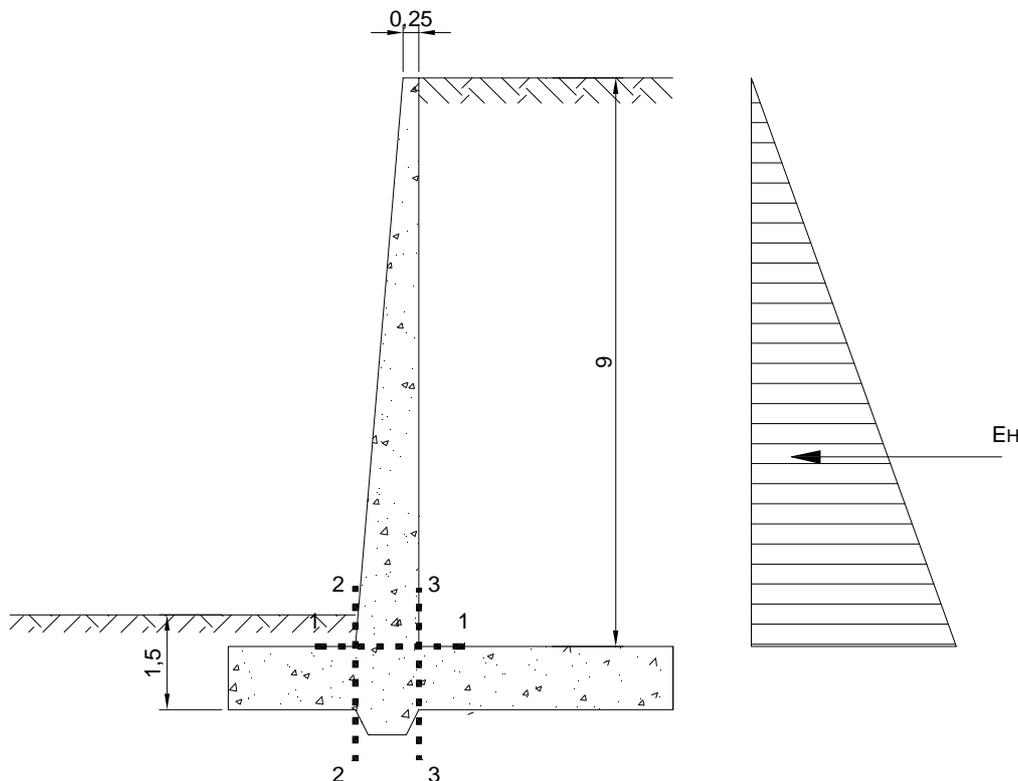


Figura 574: Empuje horizontal y planos de falla analizados

$$E_H = \frac{1}{2} \cdot (K_a \cdot \gamma_s \cdot H') \cdot H' = \frac{1}{2} \cdot (0,307 \cdot 1900 \text{ kg/m}^3 \cdot 9 \text{ m}) \cdot 9 \text{ m} = 23623,65 \text{ kg/m}$$

$$M_{1-1} = 23623,65 \text{ kg/m} \cdot 9 \text{ m} / 3 = 70871 \text{ kgm/m}$$

$$M_u = 1,6 \cdot 709 \text{ KNm/m} = 1134,4 \text{ KNm/m}$$

$$M_n = M_u / 0,90 = 1260,4 \text{ KNm}$$

$$d = h - c_c - d_b = 1 \text{ m} - 0,05 \text{ m} - 0,025 \text{ m} = 0,925 \text{ m}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 1260,4 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot (0,925 \text{ m})^2] = 0,087$$

$$K_a = 1 - \sqrt{(1 - 2m_n)} = 0,091$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 0,091 \cdot 92,5 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 34,1 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{smin} = \frac{\sqrt{f_c^* (\text{Mpa})}}{4 f_y} \cdot b \cdot d = 24,62 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_{smin} \geq \frac{1,4}{f_y} \cdot b \cdot d = 30,83 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad (\text{verifica})$$

$$A_{smin} = 0,0018 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 18 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\text{verifica})$$

Es posible adoptar $\phi 25 \text{c}/12 \text{ cm}$ ($40,91 \text{ cm}^2/\text{m}$).

$$V_u = 1,6 \cdot 23623,65 \text{ kg/m} = 378 \text{ KN/m}$$

$$V_n = 378 \text{ KN/m} / 0,75 = 504 \text{ KN/m}$$

$$V_c = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 1 \text{ m} \cdot 0,925 \text{ m} \cdot 1000 = 689,5 \text{ KN/m} > V_n$$

Sería posible generar una armado menor para el borde superior de la pantalla considerando que el diagrama de presiones allí resulta sustancialmente menor (al igual que el espesor total de la pantalla). De todas formas se prefiere uniformar el mismo con la armadura calculada.

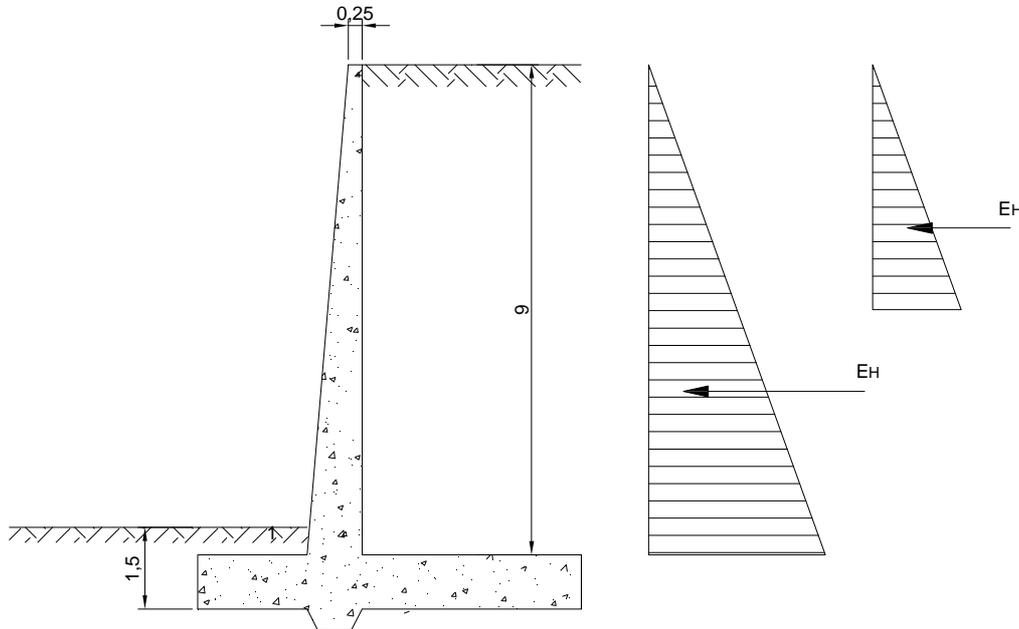


Figura 575: Empujes horizontales a distintas alturas del muro

Para el armado de la porción frontal de la pantalla se selecciona armadura mínima.

g) Armadura horizontal

Para un espesor de pared $h=1$ m (inferior)

$$A_s = 0,0025 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \phi 20\text{c}/12 \text{ cm} (26,18 \text{ cm}^2/\text{m})$$

Para un espesor de pared $h=0,63$ m (superior)

$$A_s = 0,0025 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 63 \text{ cm} = 15,75 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \phi 16\text{c}/12 \text{ cm} (16,76 \text{ cm}^2/\text{m})$$

h) Armadura del talón anterior y verificación a corte

Se toma en cuenta para el cálculo de la armadura la sección 2-2, despreciando el aporte favorable de la carga del terreno ante posibles erosiones o remociones.

$$M_u = 1,6 \cdot \left[14500 \text{ kg/m}^2 \cdot 2 \text{ m} \cdot \frac{2 \text{ m}}{2} + (14900 \text{ kg/m}^2 - 14500 \text{ kg/m}^2) \cdot \frac{2 \text{ m}}{2} \cdot 2 \text{ m} \cdot \frac{2}{3} \right] - 0,9 \cdot (2400 \text{ kg/m}^3 \cdot 2 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m}) = 42933,33 \text{ kgm/m}$$

$$M_n = M_u / 0,90 = 477 \text{ KNm}$$

$$d = h - c_c - d_b = 1 \text{ m} - 0,05 \text{ m} - 0,025 \text{ m} = 0,925 \text{ m}$$

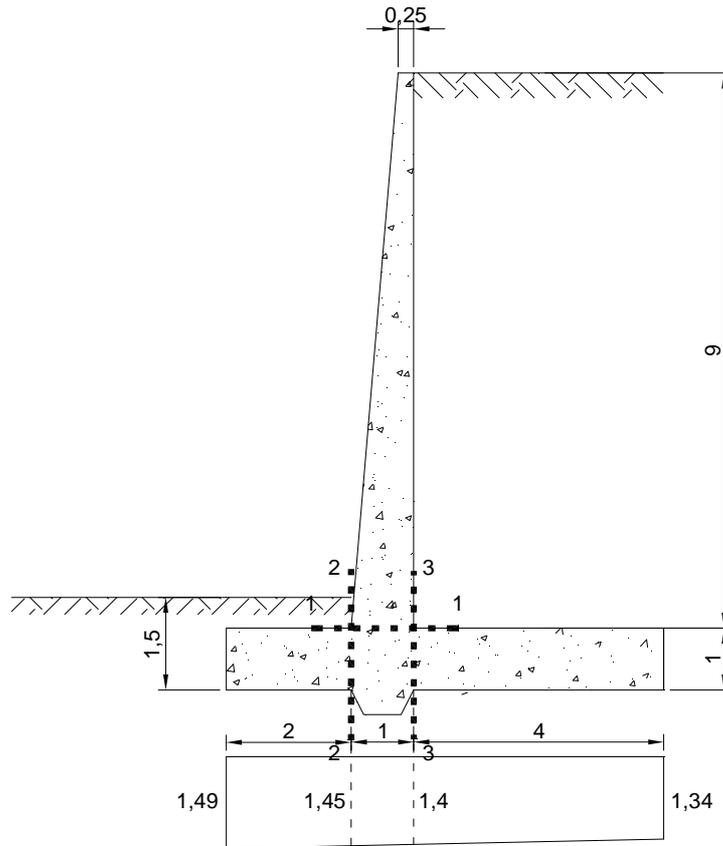
$$m_n = M_n / (f'_c \cdot b_w \cdot d^2) = 477 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot (0,925 \text{ m})^2] = 0,033$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,033$$

$$A_s = f'_c \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 0,033 \cdot 92,5 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 12,36 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{\text{smín}} = 0,0018 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 18 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\text{verifica})$$

Es posible adoptar $\phi 20\text{c}/15 \text{ cm}$ ($20,94 \text{ cm}^2/\text{m}$). En la dirección normal se colocará armadura mínima.



$$V_u = 1,6 \left[14500 \text{ kg/m}^2 \cdot 2\text{m} + (14900 \text{ kg/m}^2 - 14500 \text{ kg/m}^2) \cdot \frac{2\text{m}}{2} \right] - 0,9 \cdot (2400 \text{ kg/m}^3 \cdot 2\text{m} \cdot 1\text{m}) = 427,2 \text{ KN/m}$$

$$V_n = 427,2 \text{ KN/m} / 0,75 = 569,6 \text{ KN/m}$$

$$V_c = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 1\text{m} \cdot 0,925\text{m} \cdot 1000 = 689,5 \text{ KN/m} > V_n$$

i) Armadura del talón posterior y verificación a corte

Si se considera en este caso el efecto favorable de la presión inferior, el momento resulta:

$$M_u = 1,6 \cdot 1900 \text{ kg/m}^3 \cdot 4\text{m} \cdot 9\text{m} \cdot 2\text{m} + 1,2 \cdot 2400 \text{ kg/m}^3 \cdot 4\text{m} \cdot 1\text{m} \cdot 2\text{m} - 1,6 \cdot 13400 \text{ kg/m}^2 \cdot 4\text{m} \cdot 2\text{m} - 1,6 \cdot (14000 \text{ kg/m}^2 - 13400 \text{ kg/m}^2) \cdot \frac{4\text{m}}{2} \cdot \frac{4\text{m}}{3} = 678,4 \text{ KNm/m}$$

$$M_n = M_u / 0,90 = 753,8 \text{ KNm}$$

$$d = h - c_c - d_b = 1 \text{ m} - 0,05 \text{ m} - 0,025 \text{ m} = 0,925 \text{ m}$$

$$m_n = M_n / (f^*_c \cdot b_w \cdot d^2) = 753,8 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot (0,925 \text{ m})^2] = 0,052$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,053$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 0,053 \cdot 92,5 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 19,8 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s\text{mín}} = 0,0018 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 18 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\text{verifica})$$

Es posible adoptar $\phi 20\text{c}/15 \text{ cm}$ ($20,94 \text{ cm}^2/\text{m}$). Sería posible efectuar un cálculo más conservador en el conjunto estructura – terreno si se desprecia el aporte de la presión del suelo inferior.

$$V_u = 1,6 \cdot 1900 \text{ kg}/\text{m}^3 \cdot 4\text{m} \cdot 9\text{m} + 1,2 \cdot 2400 \text{ kg}/\text{m}^3 \cdot 4\text{m} \cdot 1\text{m} - \\ - 1,6 \cdot 13400 \text{ kg}/\text{m}^2 \cdot 4\text{m} - 1,6 \cdot (14000 \text{ kg}/\text{m}^2 - 13400 \text{ kg}/\text{m}^2) \cdot \frac{4\text{m}}{2} = 332,8 \text{ KN}/\text{m}$$

$$V_n = 332,8 \text{ KN}/\text{m} / 0,75 = 443,73 \text{ KN}/\text{m}$$

$$V_c = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_w \cdot d = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 1\text{m} \cdot 0,925\text{m} \cdot 1000 = 689,5 \text{ KN}/\text{m} > V_n$$

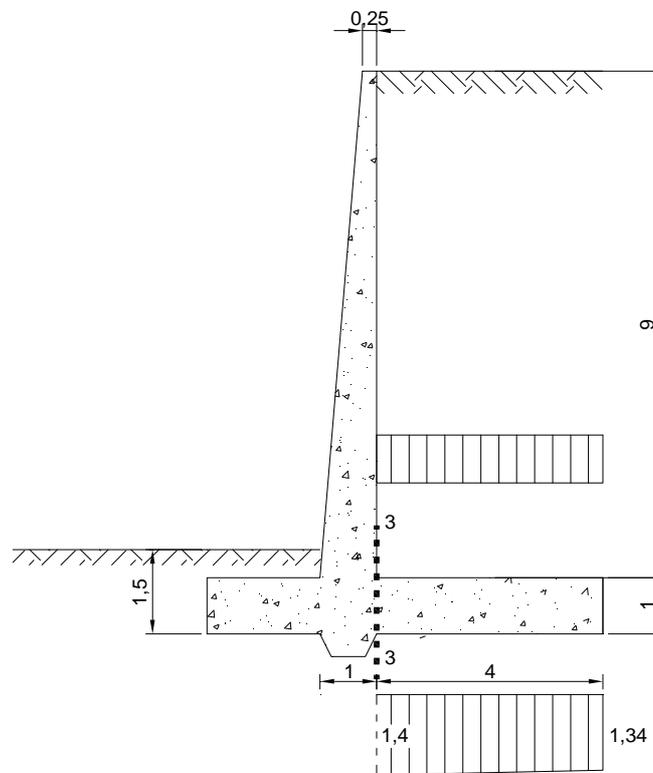


Figura 576: Cargas sobre el talón posterior del muro

j) Cálculo de longitudes de empalme y anclaje

A continuación se calculará la longitud de empalme de las barras de armadura vertical de la pantalla.

$$l_d = \left[\frac{9}{10} \frac{f_y}{\sqrt{f_c'}} \right] \cdot \psi_t \cdot \psi_s \cdot d_b$$

$$l_d = \frac{9}{10} \cdot \frac{420 \text{ MPa}}{\sqrt{20 \text{ MPa}}} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2,5 \text{ cm} = 211,3 \text{ cm}$$

$$l_{\text{emp}} = 1,3 l_d = 2,75 \text{ m} > 30 \text{ cm}$$

La longitud de anclaje de las barras verticales de la pantalla resultan:

$$l_{dh} = 0,24 \cdot \psi_e \cdot \lambda \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot d_b = 0,24 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{420}{\sqrt{20}} \cdot 2,5 \text{ cm} = 56,34 \text{ cm} < 140 \text{ cm} - 5 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm}$$

La longitud de los ganchos a 90º se calcula como 12.d_b.

k) Verificación a la fisuración y de las separaciones de barras

$$s \leq \begin{cases} 380 \cdot \frac{280}{f_s} - 2,5 \cdot c_c = 380 \cdot \frac{280}{280} - 2,5 \cdot 50 \text{ mm} = 255 \text{ mm} \\ 300 \cdot \frac{280}{280} = 300 \text{ mm} \end{cases}$$

Verifican todas las separaciones seleccionadas.

La separación libre mínima (s) entre barra, para permitir un correcto hormigonado, no debe ser menor que:

$$\begin{aligned} s &\geq d_b = 25 \text{ mm} \\ s &\geq 25 \text{ mm} \\ s &\geq 4/3 \text{ TMA} = 4/3 \cdot 19 \text{ mm} = 25,3 \text{ mm} \end{aligned}$$

Por lo que verifica la condición mínima.

l) Armado final y despiece

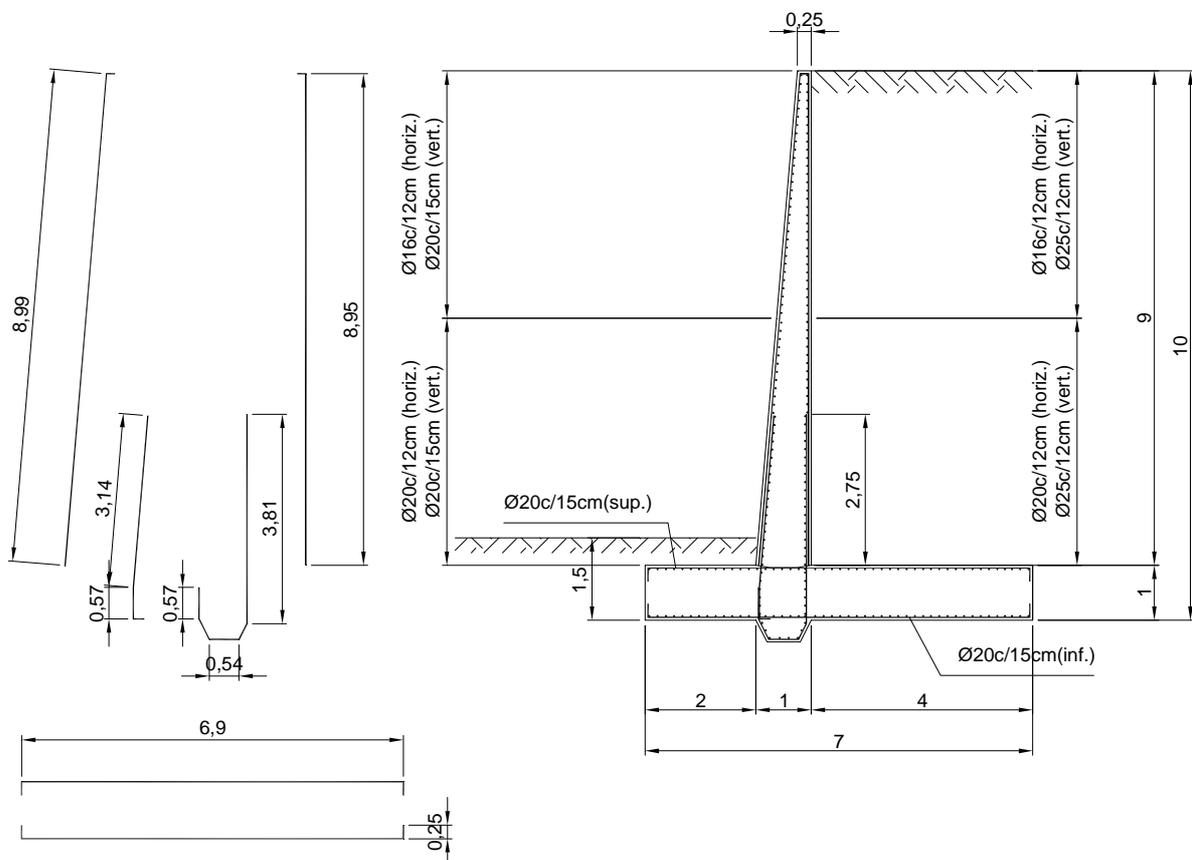


Figura 577: Esquema de armado final y despiece

Ejemplo 100) Calcular el siguiente muro de contención con contrafuertes para las características del ejercicio anterior.

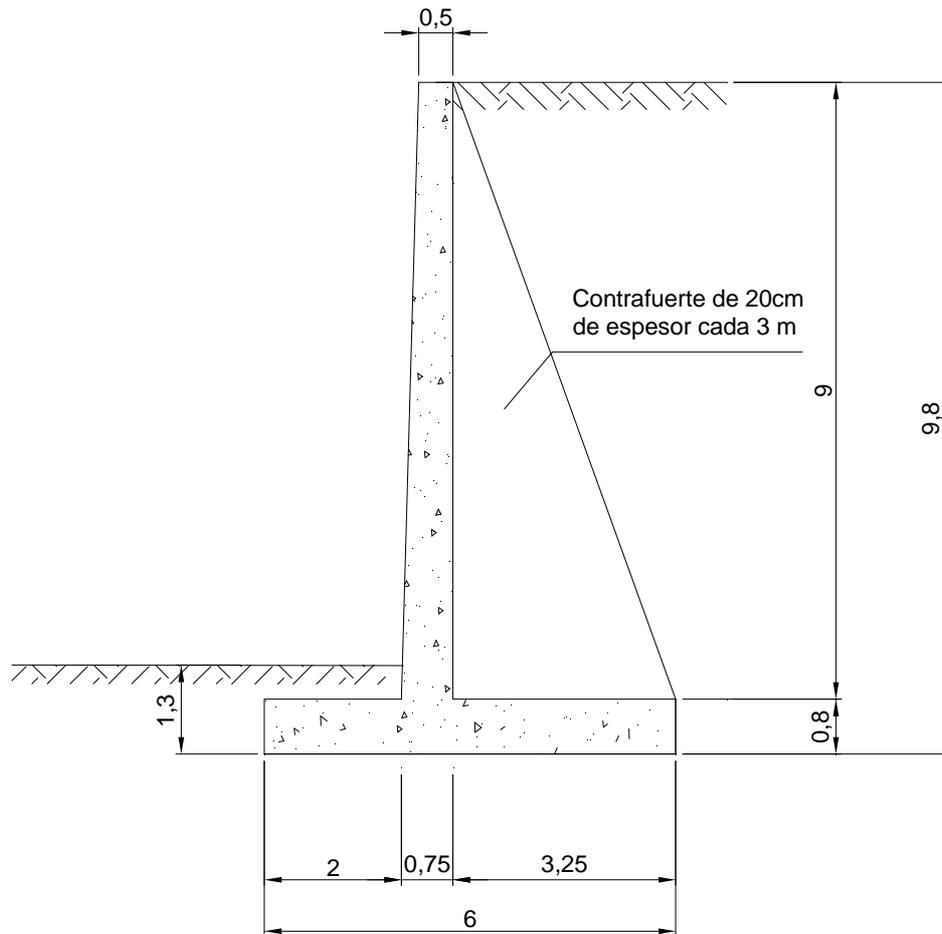


Figura 578: Esquema del muro del Ejemplo 100

Pendiente = 1:36 > 1:48

a) Cálculo del empuje horizontal total

$\beta = 0$

$$K_a = \frac{1 - \text{sen } \varphi}{1 + \text{sen } \varphi} = 0,307$$

$$E_H = \frac{1}{2} \cdot K_a \cdot \gamma_s \cdot H \cdot H = \frac{1}{2} \cdot 0,307 \cdot 1900 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ m} \cdot 9,8 \text{ m} = 28010 \text{ kg/m}$$

$$h = H / 3 = 3,27 \text{ m}$$

$$M_{\text{volc}} = 28010 \text{ kg/m} \cdot 3,27 \text{ m} = 91592,75 \text{ kgm/m}$$

b) Cálculo de las fuerzas verticales

Para el cálculo de las fuerzas verticales actuantes, consideramos la sección del tramo y no la del contrafuerte por resultar más desfavorable.

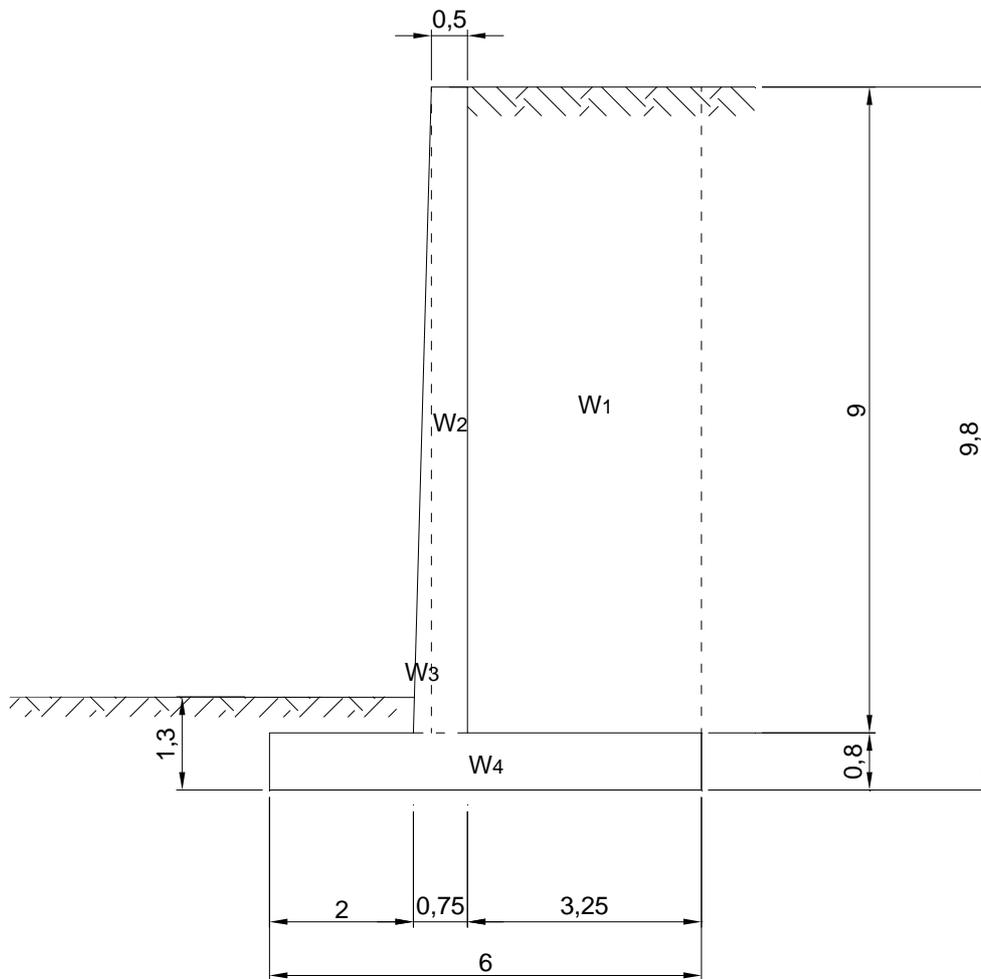


Figura 579: Referencias para el cálculo de las fuerzas verticales

$$\begin{aligned}
 W_1 &= 1900 \text{ kg/m}^3 \cdot 3,25 \text{ m} \cdot 9 \text{ m} = 55575 \text{ kg/m} & x_1 &= 4,375 \text{ m} \\
 W_2 &= 2400 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 9 \text{ m} = 10800 \text{ kg/m} & x_2 &= 2,5 \text{ m} \\
 W_3 &= 2400 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 9 \text{ m} / 2 = 2700 \text{ kg/m} & x_3 &= 2,17 \text{ m} \\
 W_4 &= 2400 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,8 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} = 11520 \text{ kg/m} & x_4 &= 3 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$R = 55575 \text{ kg/m} + 10800 \text{ kg/m} + 2700 \text{ kg/m} + 11520 \text{ kg/m} = 80595 \text{ kg/m}$$

$$\begin{aligned}
 M_{\text{estab}} &= 55575 \text{ kg/m} \cdot 4,375 \text{ m} + 10800 \text{ kg/m} \cdot 2,5 \text{ m} + \\
 &+ 2700 \text{ kg/m} \cdot 2,17 \text{ m} + 11520 \text{ kg/m} \cdot 3 \text{ m} = 310560 \text{ kgm/m}
 \end{aligned}$$

c) Verificación al volcamiento

$$M_{\text{est}} \geq \gamma_v \cdot M_{\text{volc}}$$

$$\gamma_v = \frac{M_{\text{estab}}}{M_{\text{volc}}} = \frac{310560 \text{ kgm/m}}{91592,7 \text{ kgm/m}} = 3,39 > 1,5 \quad (\text{verifica})$$

d) Verificación de las tensiones sobre el terreno

$$x = \frac{M_{\text{estab}} - M_{\text{volc}}}{R} = 2,72 \text{ m}$$

$$e = \frac{B}{2} - x = 3 \text{ m} - 2,72 \text{ m} = 0,28 \text{ m} < \frac{B}{6}$$

Como $e \leq B/6$, las tensiones se calculan:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{R}{B \cdot 1} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot e}{B}\right) = 1,47 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{m\acute{i}n} = \frac{R}{B \cdot 1} \cdot \left(1 - \frac{6 \cdot e}{B}\right) = 0,83 \text{ kg/cm}^2$$

Verifica la tensión admisible del suelo.

e) Verificación al deslizamiento

$$f \cdot (W + E_v) \geq \gamma_d \cdot E_H$$

$$f = 0,55 \text{ (en el plano de contacto hormigón – suelo)}$$

Se desprecia la acción de la presión pasiva del suelo en el talón anterior.

$$\gamma_d = \frac{0,55 \cdot 80595 \text{ kg/m}}{28010 \text{ kg/m}} = 1,58 > 1,5 \text{ (verifica)}$$

f) Cálculo de la armadura horizontal de la pantalla y verificación a corte

La longitud que separa a los contrafuertes medidas a eje resulta $l = 2,8$ m. Para el cálculo de los esfuerzos se considera una distancia desde el borde superior de $9 \text{ m} / 2 = 4,5$ m, en coincidencia con la máxima presión actuante según el modelo de Huntington. Sería posible calcular a una menor altura a los efectos de economizar la distribución de la armadura por menor acción de la presión, pero se decide uniformar el armado.

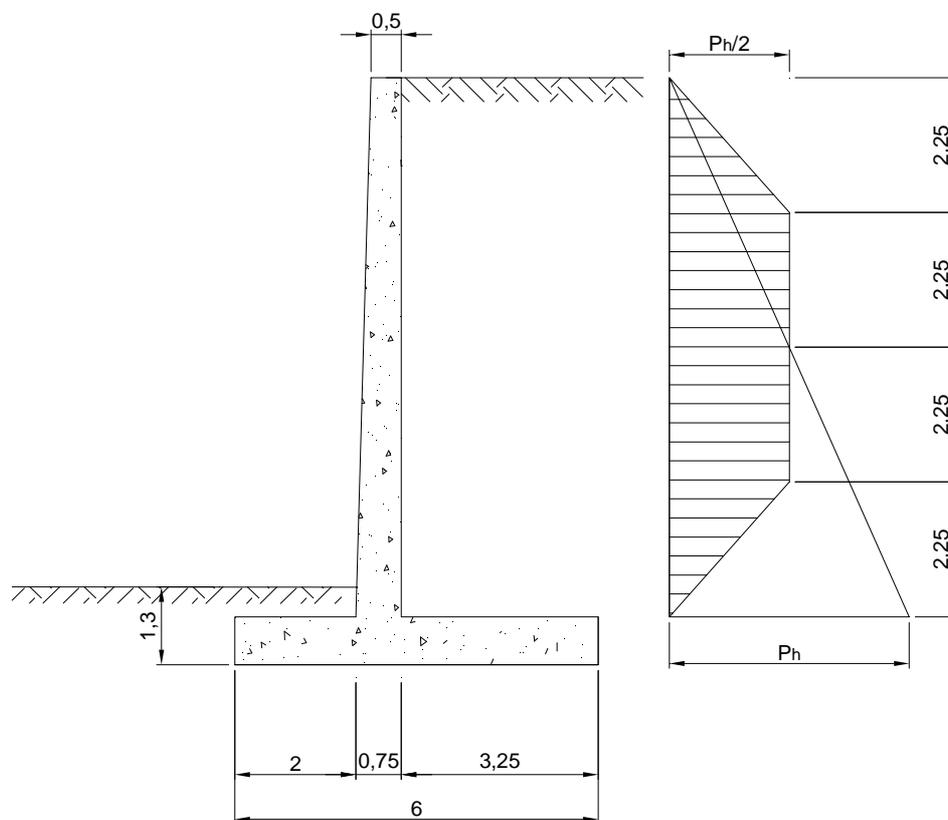


Figura 580: Diagrama de presiones aproximado para la pantalla

$$q_u = 1,6 \cdot (0,307 \cdot 4,5 \text{ m} \cdot 1900 \text{ kg/m}^3) = 4200 \text{ kg/m}^2$$

$$h = 50 \text{ cm} + 450 \text{ cm} / 36 = 62,5 \text{ cm}$$

$$d = 62,5 \text{ cm} - 5 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 55,5 \text{ cm}$$

Analizaremos el momento en la zona de apoyo de la pantalla por ser el mayor y uniformaremos el armado para el tramo.

$$M_{uap} = q_u \cdot l^2 / 12 = 2744 \text{ kgm/m}$$

$$M_n = M_u / 0,90 = 30,49 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 30,49 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot (0,555 \text{ m})^2] = 0,0058$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,0058$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 0,0058 \cdot 55,5 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 1,3 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{smin} = 0,0020 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 62,5 \text{ cm} = 12,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se colocan $\phi 16c/15 \text{ cm}$ ($13,4 \text{ cm}^2/\text{m}$) horizontales.

$$V_u = 4200 \text{ kg/m}^2 \cdot \frac{2,8 \text{ m}}{2} = 58,80 \text{ KN/m}$$

$$V_n = 58,80 \text{ KN/m} / 0,75 = 78,4 \text{ KN/m}$$

$$V_c = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f_c^*} \cdot b_w \cdot d = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 1 \text{ m} \cdot 0,555 \text{ m} \cdot 1000 = 413,7 \text{ KN/m} > V_n$$

g) Cálculo de la armadura vertical de la pantalla y verificación al corte

Para el cálculo de la armadura vertical, el espesor considerado pertenece a la sección 1-1, que resulta $h=75 \text{ cm}$.

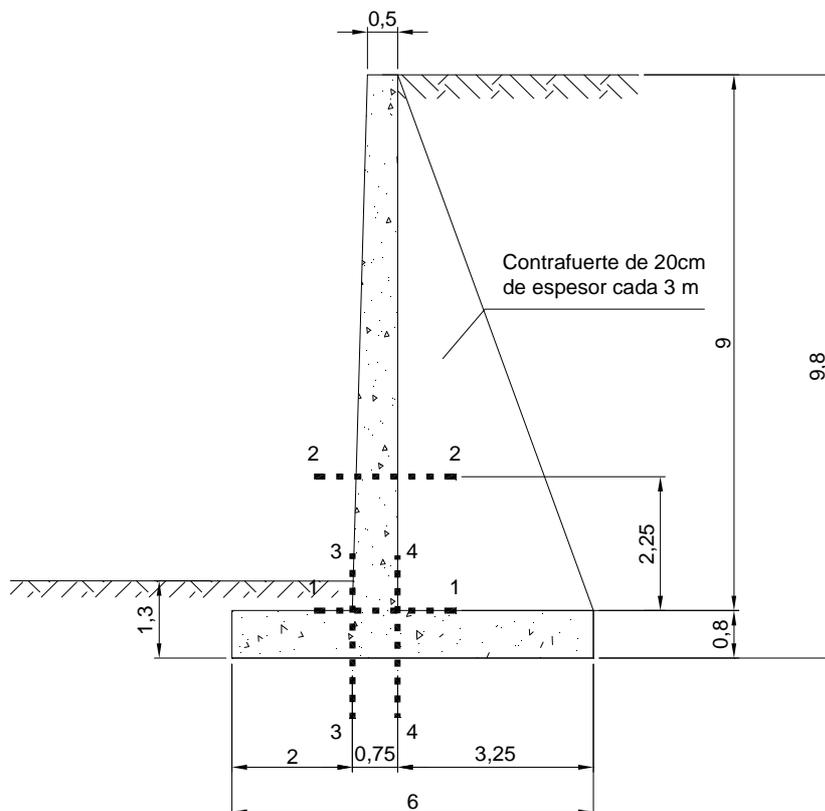


Figura 581: Planos de falla analizados

La expresión de cálculo será la desarrollada por Huntington de acuerdo a las simplificaciones efectuadas por el diagrama de presiones anterior.

$$M_{1-1} = -0,03 \cdot P_h \cdot l \cdot (H - D) = -0,03 \cdot (0,307 \cdot 1900 \text{ kg/m}^3 \cdot 9 \text{ m}) \cdot 2,8 \text{ m} \cdot 9 \text{ m} = 3968,8 \text{ kgm/m}$$

$$M_u = 1,6 \cdot M_{1-1} = 63,50 \text{ KNm/m}$$

$$d = 75 \text{ cm} - 5 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 68 \text{ cm}$$

$$M_n = M_u / 0,90 = 70,56 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 70,56 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot (0,68 \text{ m})^2] = 0,009$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,009$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 0,009 \cdot 68 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 2,48 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{smin} = 0,0018 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 68 \text{ cm} = 13,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se adoptan $\phi 20\text{c}/15 \text{ cm}$ ($20,9 \text{ cm}^2/\text{m}$) verticales en la cara interior de la pantalla.

$$M_{2-2} = 0,0075 \cdot P_h \cdot l \cdot (H - D) = -0,0075 \cdot (0,307 \cdot 1900 \text{ kg/m}^3 \cdot 9 \text{ m}) \cdot 2,8 \text{ m} \cdot 9 \text{ m} = 992,2 \text{ kgm/m}$$

$$M_u = 1,6 \cdot M_{1-1} = 1587,5 \text{ KNm/m}$$

$$h = 50 \text{ cm} + \frac{3}{4} \cdot 900 \text{ cm} / 36 = 68,75 \text{ cm}$$

$$d = 68,75 \text{ cm} - 5 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 61,75 \text{ cm}$$

$$M_n = M_u / 0,90 = 17,64 \text{ KNm}$$

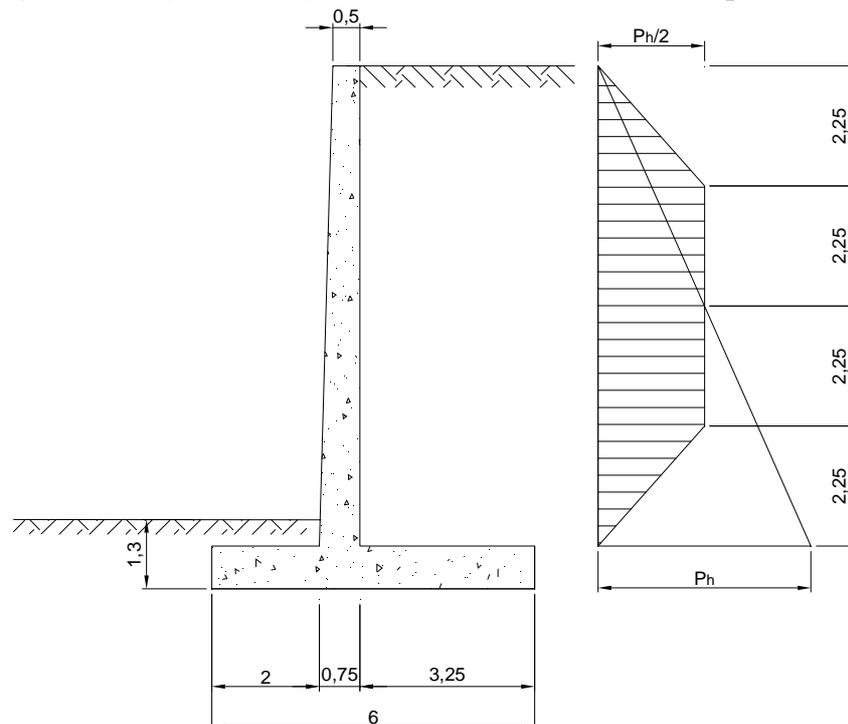
$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 17,64 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot (0,6175 \text{ m})^2] = 0,0027$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,0027$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 0,0027 \cdot 61,75 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 0,7 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{smin} = 0,0018 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 68,75 \text{ cm} = 12,37 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Es posible adoptar $\phi 20\text{c}/15 \text{ cm}$ ($20,9 \text{ cm}^2/\text{m}$) verticales en la cara exterior de la pantalla.



$$V_u = 4200 \text{ kg/m}^2 \cdot \frac{2,25 \text{ m}}{2} + 4200 \text{ kg/m}^2 \cdot 4,5 \text{ m} + 4200 \text{ kg/m}^2 \cdot \frac{2,25 \text{ m}}{2} = 283,5 \text{ KN/m}$$

$$V_n = 283,5 \text{ KN/m} / 0,75 = 378 \text{ KN/m}$$

$$V_c = \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = \frac{1}{6} \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 1 \text{ m} \cdot 0,68 \text{ m} \cdot 1000 = 506,84 \text{ KN/m} > V_n$$

h) Cálculo de la armadura del talón posterior y verificación al corte

Se considerarán las cargas generadas por el peso propio del suelo y del talón posterior del hormigón, por un lado, y por otro, las tensiones del suelo. Las cargas serán mayoradas de acuerdo a la condición más desfavorable.

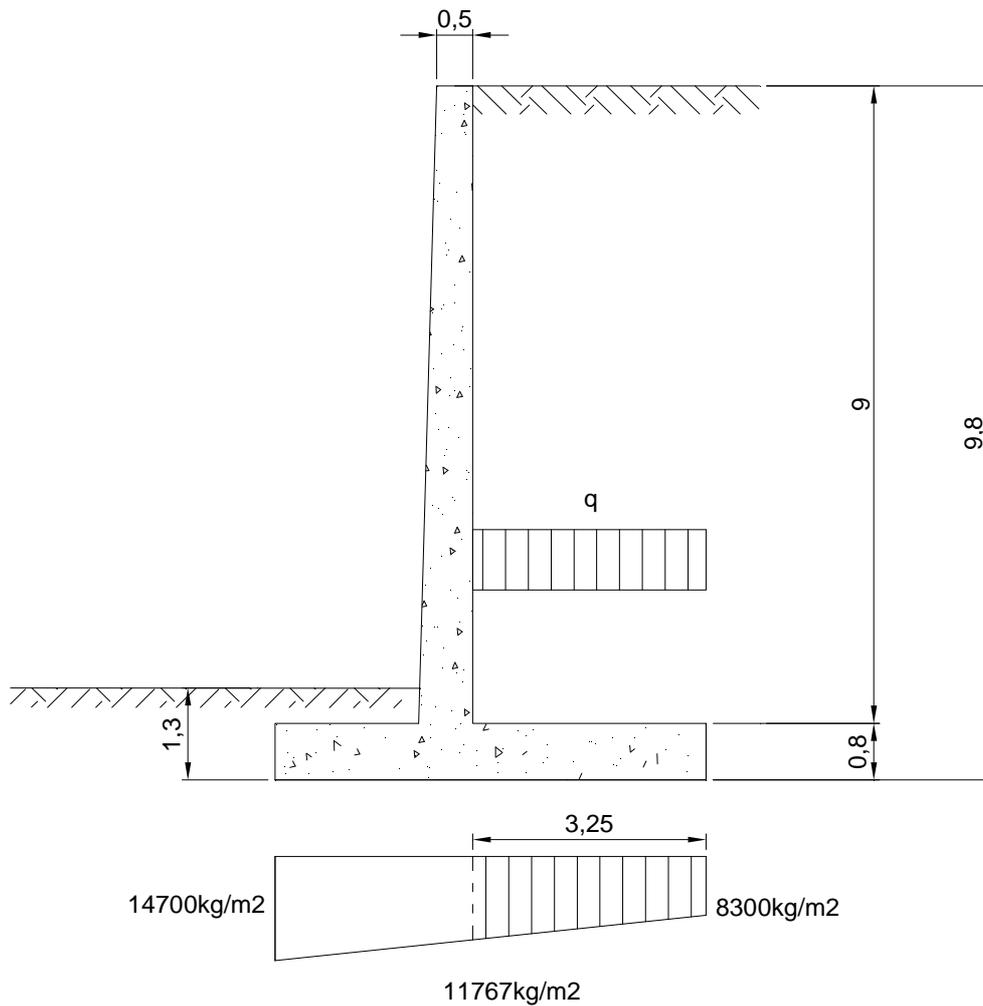


Figura 582: Diagrama de cargas de servicio

$$q_u = 1,6 \cdot 1900 \text{ kg/m}^3 \cdot 9 \text{ m} + 1,2 \cdot 2400 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,8 \text{ m} = 29667 \text{ kg/m}^2$$

$$\sigma_{\text{máx}} = 1,6 \cdot 11767 \text{ kg/m}^2 = 18827,2 \text{ kg/m}^2$$

$$\sigma_{\text{mín}} = 1,6 \cdot 8300 \text{ kg/m}^2 = 13280 \text{ kg/m}^2$$

El diagrama resultante es el que se anexa en la Figura 583:

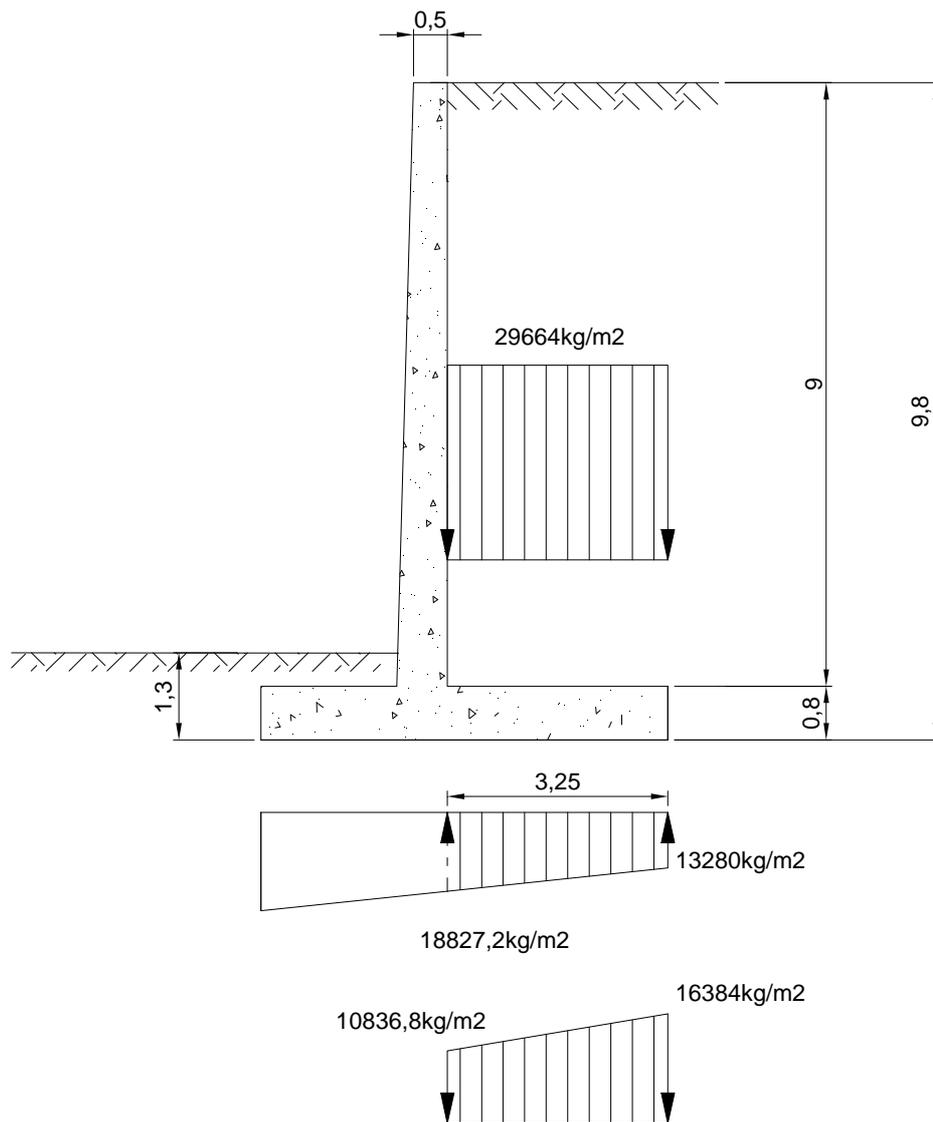


Figura 583: Diagrama resultante de cargas últimas

Se adopta el esquema de losas continuas para el cálculo del momento flector.

$$M_u^- = 16384 \text{ kg/m}^2 \cdot \frac{(2,8\text{m})^2}{12} = 107,04 \text{ KNm/m}$$

h = 80 cm

$$d = 80 \text{ cm} - 5\text{cm} - 2 \text{ cm} = 73 \text{ cm}$$

$$M_n = M_u / 0,90 = 119 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 119 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot (0,73 \text{ m})^2] = 0,013$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,013$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 0,013 \cdot 73 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 3,84 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s\text{min}} = 0,0018 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 80 \text{ cm} = 14,4 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se coloca $\phi 16c/12$ cm ($16,75 \text{ cm}^2/\text{m}$) superiores. En la dirección perpendicular se adopta la misma armadura ya que corresponde a la mínima.

Para determinar la armadura inferior, considerando que el momento calculado mediante el método aproximado es menor que el calculado para el apoyo, se adopta la misma armadura.

$$V_u = 10836,8 \text{ kg/m}^2 \cdot 3,25 \text{ m} + (16384 \text{ kg/m}^2 - 10836,8 \text{ kg/m}^2) \cdot \frac{3,25 \text{ m}}{2} = 442 \text{ KN/m}$$

$$V_n = 442 \text{ KN/m} / 0,75 = 589 \text{ KN/m}$$

$$V_c = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 1 \text{ m} \cdot 0,73 \text{ m} \cdot 1000 \cong V_n$$

i) Cálculo de la armadura del talón anterior y verificación al corte

Se realiza de igual forma a lo efectuado en muros de contención tipo ménsula.

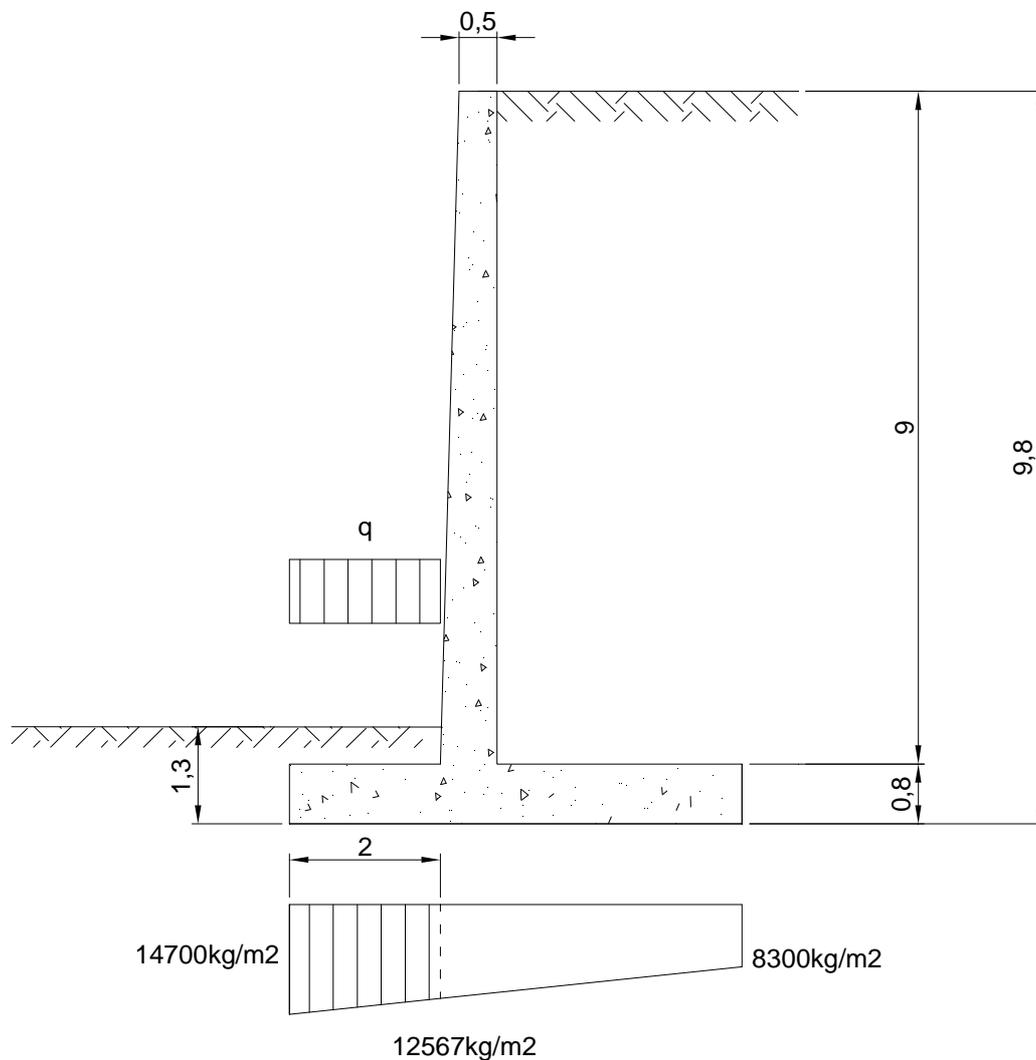


Figura 584: Diagrama de cargas sobre el talón anterior

$$M_u = 1,6 \cdot \left[12567 \text{ kg/m}^2 \cdot 2 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} + (14700 \text{ kg/m}^2 - 12567 \text{ kg/m}^2) \cdot \frac{2 \text{ m}}{2} \cdot 2 \text{ m} \cdot \frac{2}{3} \right] -$$

$$- 0,9 \cdot (2400 \text{ kg/m}^3 \cdot 2 \text{ m} \cdot 0,8 \text{ m} \cdot 1 \text{ m}) = 41,31 \text{ KNm/m}$$

$$M_n = M_u / 0,90 = 45,9 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 45,9 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot (0,73 \text{ m})^2] = 0,0051$$

$$K_a = 1 - \sqrt{(1 - 2m_n)} = 0,0051$$

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 0,0051 \cdot 73 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 1,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{smin} = 0,0018 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 73 \text{ cm} = 14,4 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Es posible adoptar $\phi 16c/12 \text{ cm}$ ($16,75 \text{ cm}^2/\text{m}$). En la dirección normal se colocará armadura mínima.

$$V_u = 1,6 \cdot \left[12567 \text{ kg/m}^2 \cdot 2\text{m} + (14700 \text{ kg/m}^2 - 12567 \text{ kg/m}^2) \cdot \frac{2\text{m}}{2} \right] -$$

$$- 0,9 \cdot (2400 \text{ kg/m}^3 \cdot 2\text{m} \cdot 0,8\text{m}) = 402 \text{ KN/m}$$

$$V_n = 402 \text{ KN/m} / 0,75 = 536 \text{ KN/m}$$

$$V_c = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_w \cdot d = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{20 \text{ MPa}} \cdot 1\text{m} \cdot 0,73\text{m} \cdot 1000 = 544 \text{ KN/m} > V_n$$

j) Cálculo de la armadura del contrafuerte

Se considerarán dos secciones de cálculo, una en la base y otra en el centro de la altura del contrafuerte según la Figura 585.

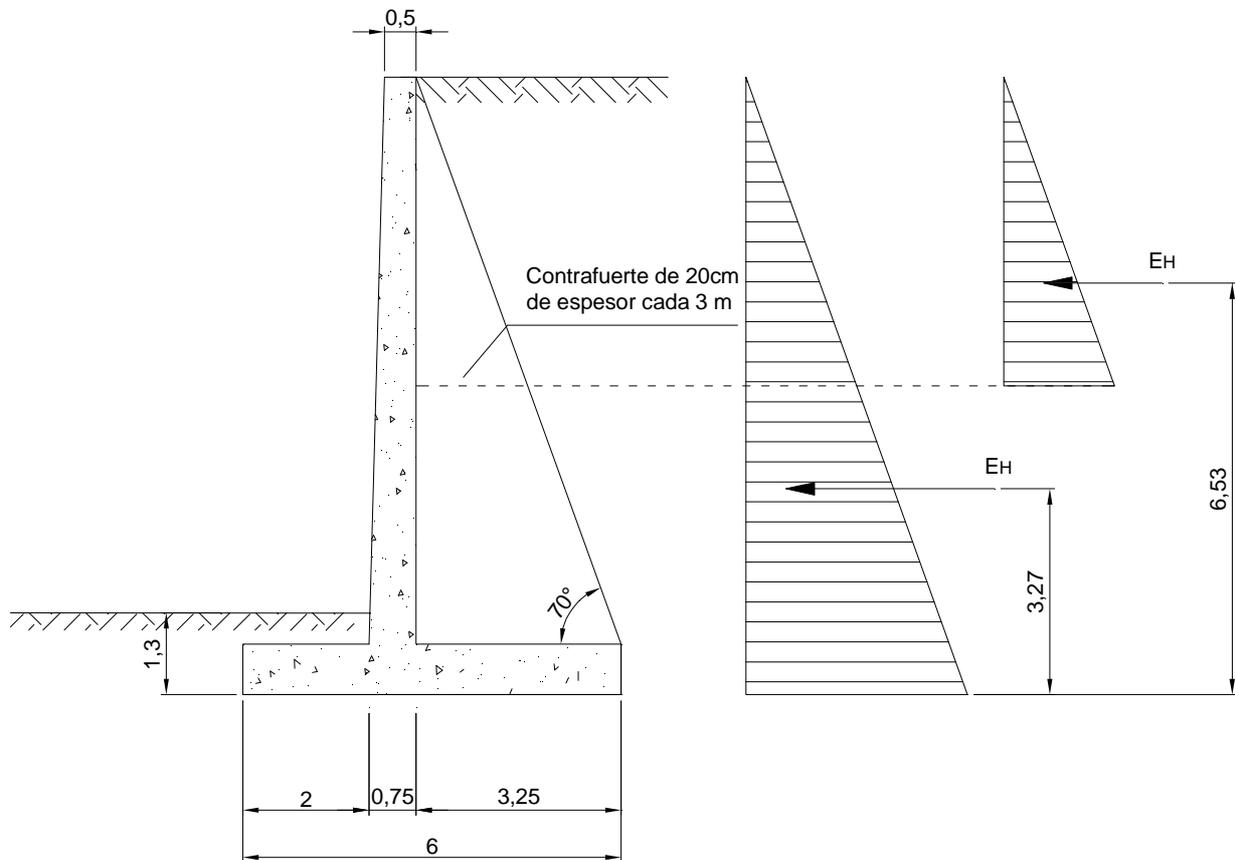


Figura 585: Empujes horizontales para el cálculo del contrafuerte

Armadura para una sección en la base

$$E_H = \frac{1}{2} \cdot K_a \cdot \gamma_s \cdot H \cdot H = \frac{1}{2} \cdot 0,307 \cdot 1900 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ m} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot 2,8 \text{ m} = 78428,2 \text{ kg}$$

$$M = 78428,2 \text{ kg} \cdot 3,27 \text{ m} = 256460,2 \text{ kgm}$$

$$M_u = 1,6 \cdot 256,46 \text{ KNm} = 410,34 \text{ KNm}$$

$$b = 0,20 \text{ m} \quad h = 4 \text{ m}$$

$$d = 400 \text{ cm} - 5 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} = 392,5 \text{ cm}$$

$$V_u = 1,6 \cdot 78428 \text{ kg} = 1255 \text{ KN}$$

$$T_u = V_u \cdot \cos \alpha + \frac{M_u}{d} \cdot \text{sen} \alpha = 1255 \text{ KN} \cdot \cos 70^\circ + \frac{410,34 \text{ KNm}}{3,925 \text{ m}} \cdot \text{sen} 70^\circ = 524,7 \text{ KN}$$

$$T_n = 524,7 \text{ KN} / 0,9 = 583 \text{ KN}$$

$$A_s = \frac{T_n}{f_y} = 13,88 \text{ cm}^2$$

$$A_{smin} = 1,4 \cdot b \cdot \frac{d}{f_y} = 26,16 \text{ cm}^2$$

Se adoptan $4\phi 25\text{mm} + 2\phi 20\text{mm}$

Armadura para una sección media

$$E_H = \frac{1}{2} \cdot K_a \cdot \gamma_s \cdot H \cdot H = \frac{1}{2} \cdot 0,307 \cdot 1900 \text{ kg/m}^3 \cdot 4,9 \text{ m} \cdot 4,9 \text{ m} \cdot 2,8 \text{ m} = 19607 \text{ kg}$$

$$M = 19607 \text{ kg} \cdot 6,53 \text{ m} = 128099 \text{ kgm}$$

$$M_u = 1,6 \cdot 128,1 \text{ KNm} = 204,8 \text{ KNm}$$

$$b = 0,20 \text{ m} \quad h = 2,12 \text{ m}$$

$$d = 204,5 \text{ cm}$$

$$V_u = 1,6 \cdot 196,07 \text{ KN} = 313,7 \text{ KN}$$

$$T_u = V_u \cdot \cos \alpha + \frac{M_u}{d} \cdot \text{sen} \alpha = 200,8 \text{ KN}$$

$$T_n = 200,8 \text{ KN} / 0,9 = 223 \text{ KN}$$

$$A_s = \frac{T_n}{f_y} = 5,3 \text{ cm}^2$$

$$A_{smin} = 1,4 \cdot b \cdot \frac{d}{f_y} = 13,6 \text{ cm}^2$$

Se adoptan $4\phi 25\text{mm}$.

Estribos horizontales

$$V_u = 1255 \text{ KN}$$

$$V_n = V_u / \phi = 1673,3 \text{ KN}$$

Resistencia aportada por el hormigón:

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d = 1/6 \cdot \sqrt{20\text{MPa}} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 3,925 \text{ m} \cdot 1000 = 585 \text{ KN}$$

Queda por resistir con armadura: $V_s = V_n - V_c = 1673,3 \text{ KN} - 585 \text{ KN} = 1088 \text{ KN}$

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot \sqrt{20\text{MPa}} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 3,925 \text{ m} \cdot 1000 = 2340 \text{ KN (verifica)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{1088\text{KN}}{3,925\text{m} \cdot 42\text{KN/cm}^2} = 6,6\text{cm}^2/\text{m}$$

Estribado mínimo:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,20\text{m}}{420\text{Mpa}} \cdot 10000 = 1,587\text{cm}^2/\text{m} < 6,6\text{cm}^2/\text{m} \text{ (verifica)}$$

Se adopta tentativamente $\phi 10 \text{ c}/20 \text{ cm}$ ($7,85 \text{ cm}^2/\text{m}$)

Separación máxima:

$$s_{\text{máx}} = \min(d/4; 0,2\text{m}) = 0,20 \text{ m (verifica)}$$

Armadura vertical de suspensión

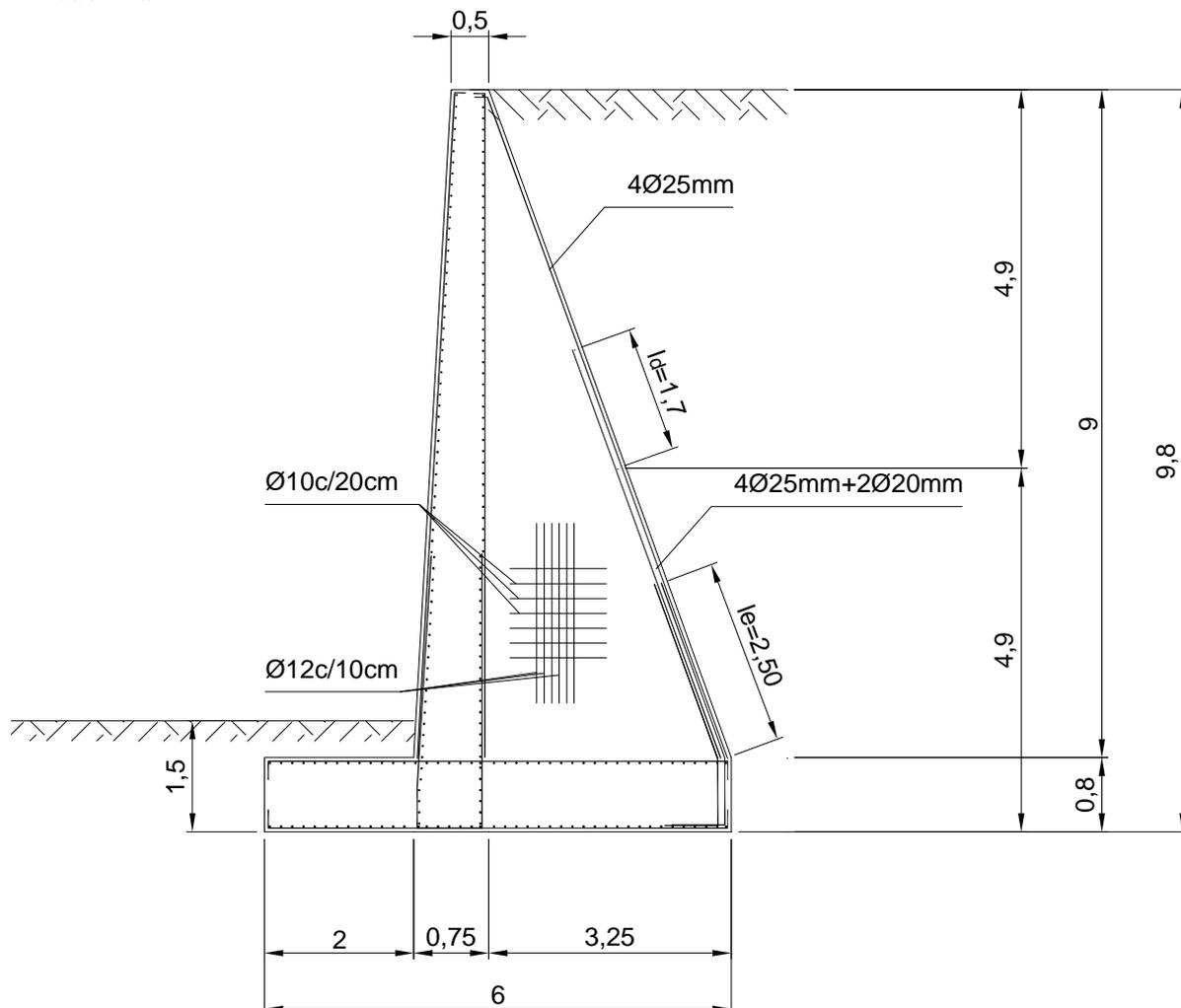
$$T_u = (16384\text{kg/m}^2 + 10836,8 \text{ kg/m}^2) \cdot 3,25 \text{ m} / 2 \cdot 2,8 \text{ m} = 123855 \text{ kg}$$

$$A_s \frac{T_u}{\phi \cdot f_y} = 32,77\text{cm}^2$$

$$A_{s\text{min}} = 0,0018 \cdot 325 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 11,7 \text{ cm}^2$$

Se adoptan $\phi 12\text{c}/10 \text{ cm}$ ($11,31 \text{ cm}^2/\text{m} \cdot 3,25 \text{ m} = 36,76 \text{ cm}^2$)

k) Armado final



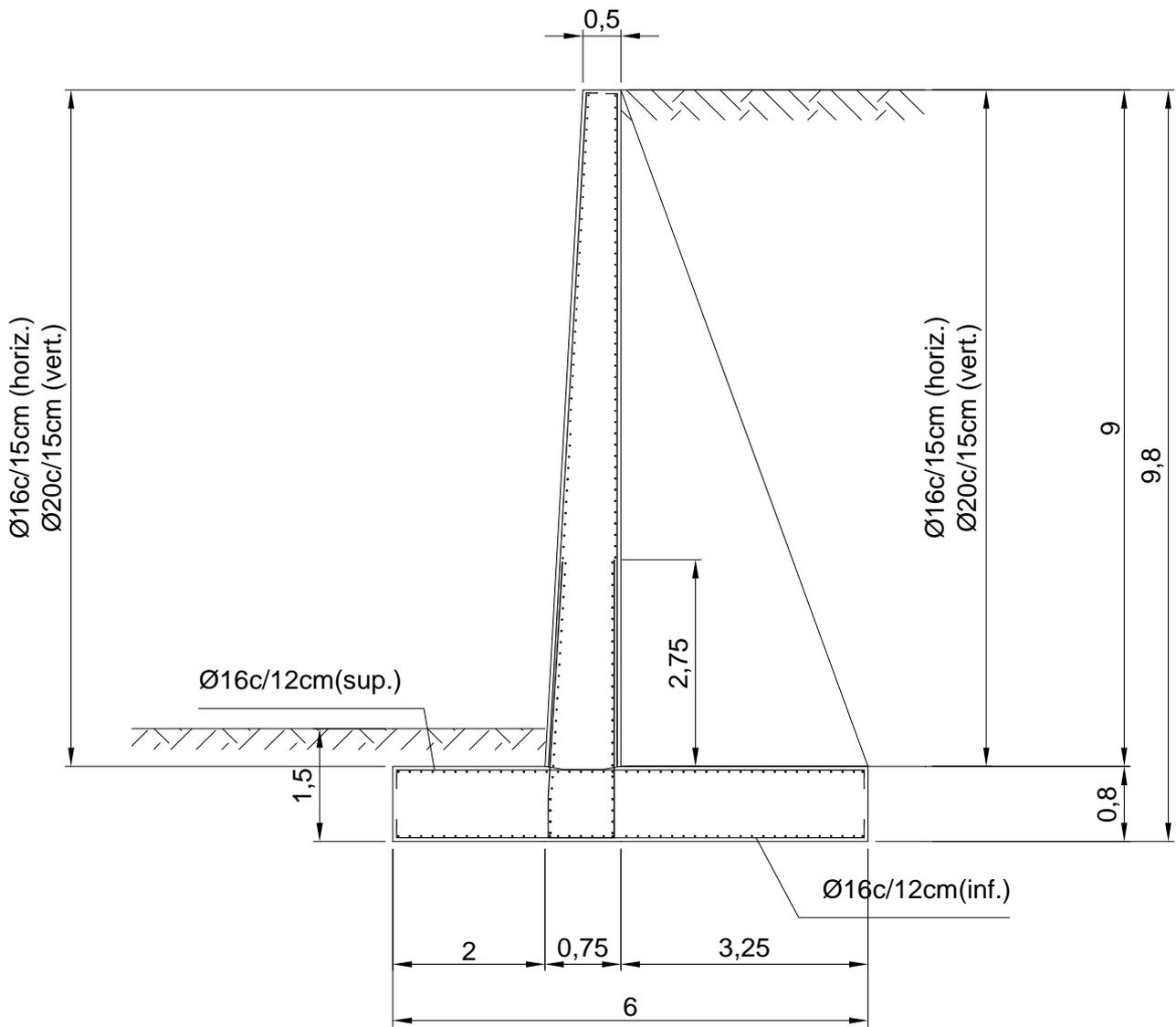


Figura 586: Esquema de armado final para la zona de contrafuerte y pantalla



Figura 587: Armado de un muro de contención tipo ménsula



Integración de conceptos

Ejemplo 101) Desarrollo de un ejemplo para una construcción ejecutada en etapas

Se plantea la resolución de una viga, del primer nivel, perteneciente al pórtico tipo de la siguiente estructura, cuyos estados de carga y condiciones se indican a continuación.

- Edificio de oficinas, con la premisa funcional de que las plantas sean libres, ubicado entre medianeras sobre la línea municipal.
- El ancho del local es de 12,5 m, con una separación entre módulos de pórticos de 4,60 m, con un total de cinco módulos.
- La altura libre necesaria para el local es de 3,50 m, es decir, medidos al fondo de la viga.¹
- El hormigón es clase H-20 y el acero a utilizar ADN 420.
- Se requiere adicionalmente, una resistencia al fuego de dos horas.
- Respecto de las etapas constructivas de los locales, como la planta del primer nivel se realizará un año más tarde respecto de la planta baja habilitada, no podrán colocarse puntales de encofrado en el nivel inferior.

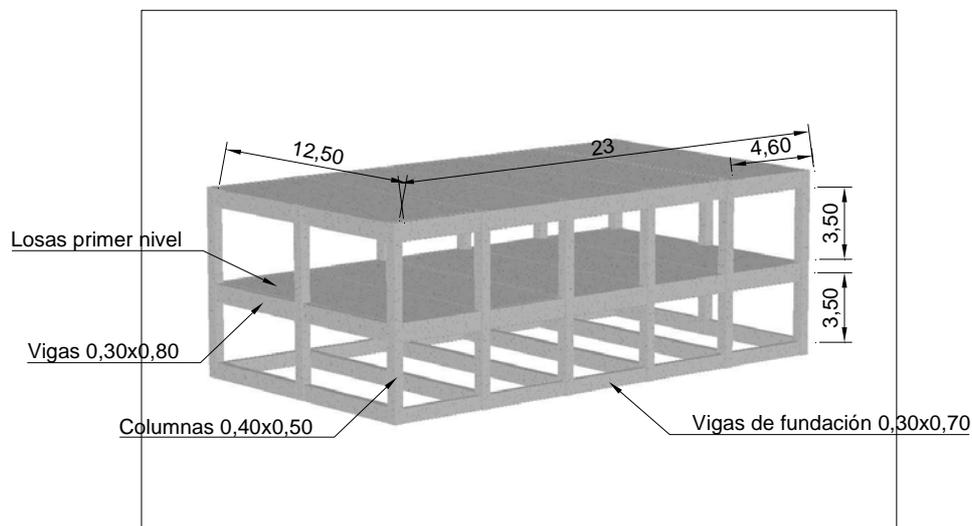


Figura 588: Esquema de la estructura y sus dimensiones

Se desarrollarán los siguientes puntos:

- 1) Análisis de cargas de las losas.
- 2) Dimensionado de las losas.
- 3) Análisis de cargas por peso propio de vigas y columnas.
- 4) Establecer el recubrimiento mínimo de las vigas para lograr una resistencia al fuego de dos horas.

¹ Se realizará un tabicado liviano en el primer nivel (sector de oficinas) que puede sufrir daños por deformaciones excesivas. En las vigas ubicadas sobre medianeras, bajo las que se cerrará con mampostería, se ubica una columna intermedia, con luces de 6,25 m cada una.

- 5) Dimensionado de las vigas más solicitadas en correspondencia con la etapa ocupacional final de la estructura.
- 6) Verificar el dimensionado del punto 5), considerando únicamente la construcción de la planta baja.
- 7) Verificar el dimensionado del punto 5), respecto de las solicitaciones generadas en la etapa constructiva.
- 8) Verificación a fisuración.
- 9) Verificar las flechas
- 10) Cálculo de las longitudes de anclaje de las barras de armadura.
- 11) Cálculo de las longitudes de empalme necesarias y su ubicación.

Desarrollo

1) Análisis de cargas de las losas

Primeramente, se procederá a desarrollar el análisis de cargas de las losas de hormigón armado, que consistirán en áreas de 4,6 m de ancho por 12,5 m de largo, de acuerdo a la siguiente sección para el entrapiso:

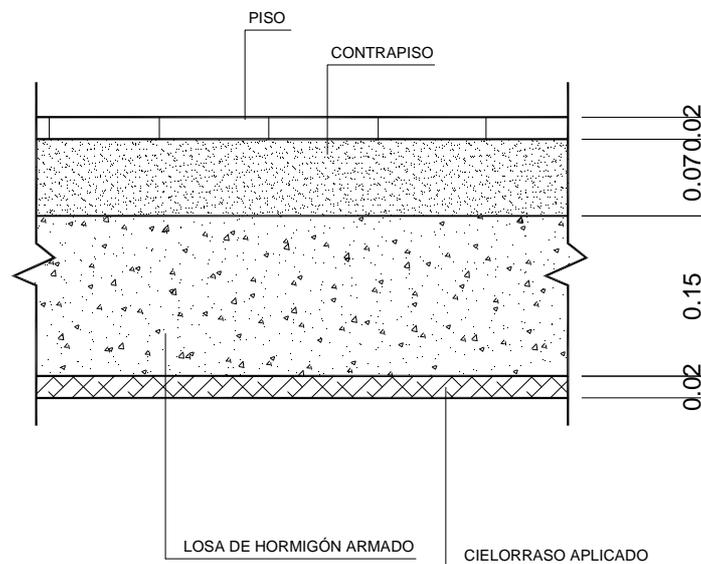


Figura 589: Sección de la losa tipo

peso propio	$0,15 \text{ m} \times 2400 \text{ kg/m}^3 = 360 \text{ kg/m}^2$
contrapiso	$0,07 \text{ m} \times 1600 \text{ kg/m}^3 = 112 \text{ kg/m}^2$
cielorraso (yeso)	$0,02 \text{ m} \times 1200 \text{ kg/m}^3 = 24 \text{ kg/m}^2$
piso	$0,02 \text{ m} \times 2000 \text{ kg/m}^3 = 40 \text{ kg/m}^2$
	$D = 536 \text{ kg/m}^2$
	(sobrecarga oficinas) $L = 250 \text{ kg/m}^2$
	$U_1 = 1,2 D + 1,6 \cdot L = 1048 \text{ kg/m}^2$

$$U_2 = 1,4 \cdot D = 750 \text{ kg/m}^2$$

Se adopta $U = 1,05 \text{ tn/m}^2$

En el caso de las losas de azotea, en el peso propio de las mismas debe considerar la aislación y el desnivel del 2% para generar el desagüe pluvial.

2) Dimensionado de las losas

Materiales:

Hormigón H-20	$f'_c = 20 \text{ MPa}$
Acero ADN 42/50	$f_y = 420 \text{ MPa}$

Se estima utilizar vigas de sección 0,30 m de ancho por 0,80 m de altura, sobre columnas de 0,40 m por 0,50 m. En tal caso, la altura total de los niveles es de 4,20 m. De acuerdo a ello, y según la Tabla 25 del Capítulo 10, el espesor mínimo de las losas en una dirección es:

$$h \geq 1 / 28 = (460 \text{ cm} - 30 \text{ cm}) / 28 \cong 15 \text{ cm}$$

Se adopta $h = 15 \text{ cm}$

a) Etapa ocupacional final del entrepiso

Flexión en el tramo

Tentativamente se adopta como armadura principal en la dirección más corta, $\phi 8 \text{ c}/10 \text{ cm}$ ($A_s = 5,03 \text{ cm}^2/\text{m}$). El recubrimiento mínimo se obtiene a partir del Capítulo 39, para dos horas de resistencia al fuego y la condición más desfavorable:

$$c_c = 1'' = 2,5 \text{ cm}$$

$$d = h - c_c - d_b/2 = 15 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} - 0,8 \text{ cm} / 2 \cong 12 \text{ cm}$$

$$M_{\text{tramo}} = 17,7 \text{ KNm}$$

Determinamos la altura del bloque de tensiones a compresión:

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{0,85 \cdot f'_c \cdot b} = \frac{5,03 \text{ cm}^2 \cdot 420 \text{ Mpa}}{0,85 \cdot 20 \text{ Mpa} \cdot 100 \text{ cm}} = 1,24 \text{ cm}$$

Momento Nominal (M_n):

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot (d - a/2) = 5,03 \cdot \frac{420 \text{ Mpa}}{10000 \text{ cm}^2/\text{m}} \cdot (0,12 \text{ m} - 0,0124 \text{ m} / 2) = 0,024 \text{ MNm} = 24,04 \text{ KNm}$$

$$\phi \cdot M_n \geq M_u$$

Asumimos $\phi = 0,90$, para $\epsilon_t > 5\%$:

$$0,90 \cdot 24,04 \text{ KNm} \geq 17,70 \text{ KNm}$$

$$21,64 \text{ KNm} \geq 17,70 \text{ KNm} \quad (\text{verifica})$$

Cuantía geométrica:

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{5,03 \text{ cm}^2}{100 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm}} = 0,0042$$

Cuantías mínimas:

$$\rho_{t \text{ min}} \geq 0,0018 \quad (\text{verifica}) \quad \text{con } \rho_{t \text{ min}} = \frac{A_s}{b \cdot h}$$

Verificación de elongación de la armadura:

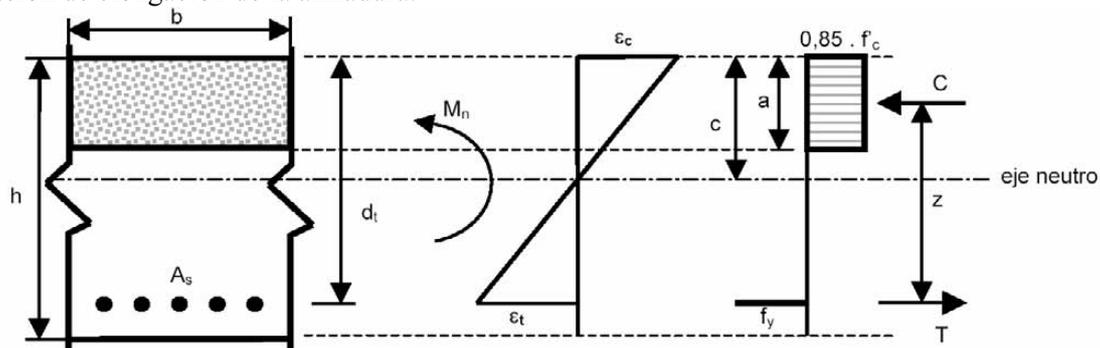


Figura 590: Diagrama de fuerzas y bloque equivalente de compresión en una viga sometida a flexión

$$a = \beta_1 \cdot c$$

$$c = \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_t} \right) \cdot d \qquad a = \beta_1 \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_t} \right) \cdot d$$

$$0,85 \cdot f'_c \cdot b \cdot a = A_s \cdot f_y \qquad 0,85 \cdot f'_c \cdot b \cdot \beta_1 \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_t} \right) \cdot d = A_s \cdot f_y$$

Adoptando $\varepsilon_c = 3\%$ y despejando ε_t :

$$\varepsilon_t = \frac{0,85 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot \varepsilon_c \cdot d \cdot b - \varepsilon_c \cdot A_s \cdot f_y}{A_s \cdot f_y}$$

$$\varepsilon_t = \frac{0,85 \cdot 20 \text{MPa} \cdot 0,85 \cdot 0,003 \cdot 12 \text{cm} \cdot 100 \text{cm} - 0,003 \cdot 5,03 \text{cm}^2 \cdot 420 \text{MPa}}{5,03 \text{cm}^2 \cdot 420 \text{MPa}} = 0,0216 > 5\%$$

Entonces, $\phi = 0,90$ (rotura dúctil)

La separación libre entre barras (s) no debe superar el menor de los siguientes valores:

$$s \leq 2,5 h = 37,5 \text{ cm}$$

$$s \leq 25 d_b = 25 \cdot 0,8 = 20 \text{ cm}$$

$$s \leq 30 \text{ cm}$$

Se adoptó $s = 10 \text{ cm}$, por lo que se verifican las condiciones anteriores.

La separación libre mínima (s) entre barra, para permitir un correcto hormigonado, no debe ser menor que:

$$s \geq d_b = 8 \text{ mm}$$

$$s \geq 25 \text{ mm}$$

$$s \geq 4/3 TMA = 4/3 \cdot 19 \text{ mm} = 25,3 \text{ mm}$$

Armadura por contracción y temperatura en dirección y:

$$A_{s\text{min}} = \rho_{\text{min}} \cdot b \cdot h = (0,0018) (100 \text{ cm}) (15 \text{ cm}) = 2,70 \text{ cm}^2/\text{m}$$

El máximo espaciamiento entre barras de armadura es 3 veces el espesor de la losa o 30 cm, el que sea menor:

$$s_{\text{máx}} = 3 (15 \text{ cm}) = 45 \text{ cm}$$

$$s_{\text{máx}} \leq 30 \text{ cm}$$

Se adopta $\phi 6 \text{ c}/10 \text{ cm}$ ($2,83 \text{ cm}^2/\text{m}$).

Flexión en el apoyo

Tentativamente se adopta como armadura principal en el apoyo, $\phi 10 \text{ c}/15 \text{ cm}$ ($A_s = 5,24 \text{ cm}^2/\text{m}$).

$$M_{\text{uapoyo}} = -22,2 \text{ KNm}$$

Determinamos la altura del bloque de tensiones a compresión:

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{0,85 \cdot f'_c \cdot b} = \frac{5,24 \text{cm}^2 \cdot 420 \text{Mpa}}{0,85 \cdot 20 \text{Mpa} \cdot 100 \text{cm}} = 1,29 \text{cm}$$

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot (d - a / 2) = 5,24 \cdot \frac{420 \text{ Mpa}}{10000 \text{ cm}^2 / \text{m}} \cdot (0,12 \text{ m} - 0,0129 \text{ m} / 2) = 0,025 \text{ MNm} = 25 \text{ KNm}$$

$$\phi \cdot M_n \geq M_u$$

$$0,90 \cdot 25 \text{ KNm} \geq 22,2 \text{ KNm}$$

$$22,5 \text{ KNm} \geq 22,2 \text{ KNm} \text{ (verifica)}$$

b) Construcción del primer nivel

Adicionalmente, se verificó el estado de cargas inicial de peso propio de la losa (D) más sobrecarga (L), con el estado de carga generado por el proceso constructivo sobre las losas del primer nivel, de acuerdo al siguiente detalle:

peso propio	0,15 m x 2400 kg/m ³ = 360 kg/m ²
contrapiso	0,07 m x 1600 kg/m ³ = 112 kg/m ²
cielorraso (yeso)	0,02 m x 1200 kg/m ³ = 24 kg/m ²
	D = 496 kg/m ²
	(peso propio losa apuntalada) C _D = 360 kg/m ²
	(madera de encofrado) D _W = 40 kg/m ²
	U = 1,4 D + 1,4 · C _D + 1,4 · D _W = 1254 kg/m ²

Flexión en el tramo

Debido al incremento de cargas, y de sollicitaciones, para este estado de cargas, se incrementa la armadura principal en la dirección más corta a $\phi 10$ c/15 cm ($A_s = 5,24 \text{ cm}^2/\text{m}$).

$$M_{\text{tramo}} = 20,9 \text{ KNm}$$

Determinamos la altura del bloque de tensiones a compresión:

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{0,85 \cdot f'_c \cdot b} = \frac{5,24 \text{ cm}^2 \cdot 420 \text{ Mpa}}{0,85 \cdot 20 \text{ Mpa} \cdot 100 \text{ cm}} = 1,29 \text{ cm}$$

Momento Nominal (M_n):

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot (d - a / 2) = 5,24 \cdot \frac{420 \text{ Mpa}}{10000 \text{ cm}^2 / \text{m}} \cdot (0,12 \text{ m} - 0,0129 \text{ m} / 2) = 0,025 \text{ MNm} = 25 \text{ KNm}$$

$$\phi \cdot M_n \geq M_u$$

Asumimos $\phi = 0,90$, para $\epsilon_t > 5\%$:

$$0,90 \cdot 25 \text{ KNm} \geq 20,9 \text{ KNm}$$

$$22,5 \text{ KNm} \geq 20,9 \text{ KNm} \text{ (verifica)}$$

Flexión en el apoyo

De igual manera se procede con la armadura principal en el apoyo, adoptándose $\phi 10$ c/10 cm ($A_s = 7,85 \text{ cm}^2/\text{m}$).

$$M_{\text{apoyo}} = -26 \text{ KNm}$$

Determinamos la altura del bloque de tensiones a compresión:

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{0,85 \cdot f'_c \cdot b} = \frac{7,85 \text{ cm}^2 \cdot 420 \text{ Mpa}}{0,85 \cdot 20 \text{ Mpa} \cdot 100 \text{ cm}} = 1,94 \text{ cm}$$

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot (d - a / 2) = 7,85 \cdot \frac{420 \text{ Mpa}}{10000 \text{ cm}^2 / \text{m}} \cdot (0,12 \text{ m} - 0,0194 \text{ m} / 2) = 0,036 \text{ MNm} = 36 \text{ KNm}$$

$$\phi \cdot M_n \geq M_u$$

$$0,90 \cdot 36 \text{ KNm} \geq 26 \text{ KNm}$$

$$32,4 \text{ KNm} \geq 26 \text{ KNm} \quad (\text{verifica})$$

Las separaciones verificadas para la situación anterior, verificarían también para este caso.

3) Análisis de cargas por peso propio de vigas y columnas

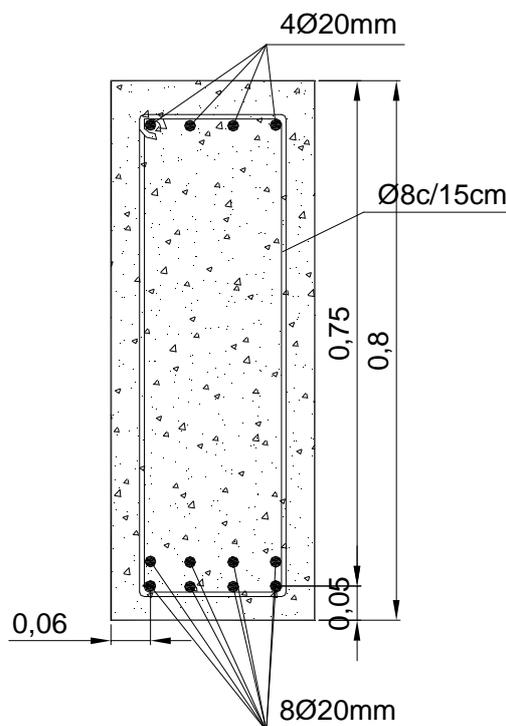
$$D_{\text{vigas}} = 0,30 \text{ m} \cdot 0,80 \text{ m} \cdot 2400 \text{ kg/m}^3 = 576 \text{ kg/m}$$

$$D_{\text{vigas fundación}} = 0,30 \text{ m} \cdot 0,70 \text{ m} \cdot 2400 \text{ kg/m}^3 = 504 \text{ kg/m}$$

$$D_{\text{columnas}} = 0,40 \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot (4,2 \text{ m} - 0,8 \text{ m}) \cdot 2400 \text{ kg/m}^3 = 1632 \text{ kg}$$

4) Recubrimiento mínimo de las vigas para lograr una resistencia al fuego de dos horas

Debido a la luz de las vigas y a las cargas actuantes sobre ellas, se supone inicialmente que la armadura inferior estará constituida por dos capas de cuatro barras de acero ADN 42/50 de diámetro 20 mm cada una, con estribos $\phi 8\text{c}/15\text{cm}$, para la sección del tramo.



Se asume de la tabla 2.2 del Código ACI 216-1-97 que la viga presenta condición restringida.

Se obtiene el valor $R = 3/4''$, es decir, aproximadamente 20 mm.

El valor existente para la barra interior es:

$$R_{\text{exist}} = 50 \text{ mm} - \phi/2 = 40 \text{ mm} \quad (\text{verifica})$$

Para las barras de esquina, el recubrimiento a utilizar en los cálculos será la mitad del valor real, es decir:

$$R_e = (0,50) \cdot 60 \text{ mm} - \phi/2 = 20 \text{ mm} \quad (\text{verifica})$$

5) Dimensionado de la viga más solicitada en correspondencia con la etapa ocupacional final de la estructura

A partir de los análisis de cargas realizados, se procede a modelar la estructura con el objeto de determinar las solicitaciones sobre cada elemento estructural para la etapa final de su ocupación.

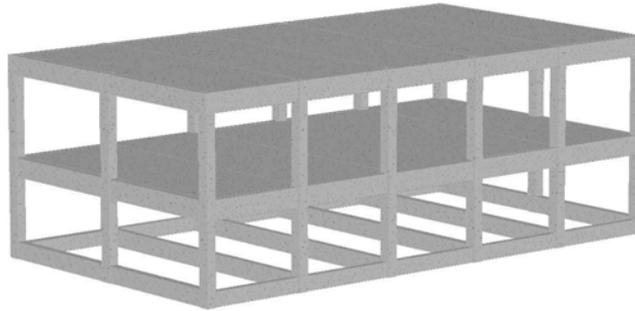


Figura 591: Esquema de la estructura con los dos niveles finalizados

Se procedió al dimensionado de las vigas intermedias de 12,5 m, las que desarrollan las mayores solicitaciones.

Materiales:

Hormigón H-20

$$f'_c = 20 \text{ MPa}$$

Acero ADN 42/50

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

Según la Tabla 25 del Capítulo 10, la altura mínima de las vigas deberá ser:

$$h \geq l / 16 = 1250 \text{ cm} / 16 = 78 \text{ cm}$$

Se adopta $h = 80 \text{ cm}$.

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$c_c = 3,5 \text{ cm}$$

$d = 73 \text{ cm}$ (según la sección adoptada en el cálculo anterior medida desde el baricentro de las dos capas de armadura).

El estado de cargas aplicado sobre cada viga surge del siguiente análisis:

$$U_1 = 1,2 D + 1,6 L = 1,20 (536 \text{ kg/m}^2 \cdot 4,60 \text{ m} + 576 \text{ kg/m}) + 1,6 \cdot 250 \text{ kg/m}^2 \cdot 4,6 \text{ m} = 5490 \text{ kg/m}$$

$$U_2 = 1,4 D = 1,40 (536 \text{ kg/m}^2 \cdot 4,60 \text{ m} + 576 \text{ kg/m}) = 4258 \text{ kg/m}$$

De ambos, se obtuvieron las solicitaciones de la situación más desfavorable.

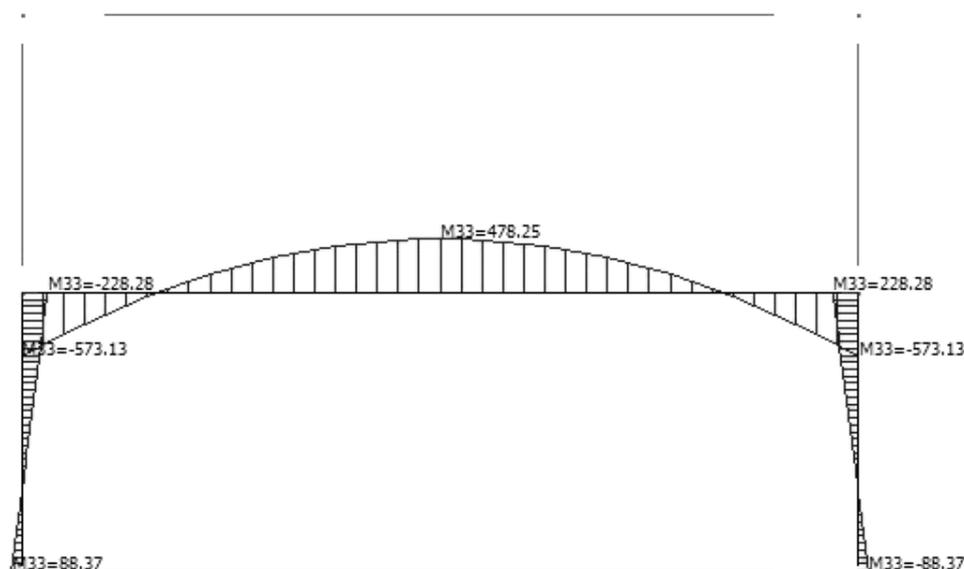


Figura 592: Diagrama de momentos en KNm para el estado final de la estructura (los signos de los momentos se encuentran invertidos respecto de la convención tradicional)

Dimensionado a flexión en el tramo

$$M_{\text{tramo}} = 478 \text{ KNm}$$

$$M_n = M_u / 0,90 = 531 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 531 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,30 \text{ m} \cdot (0,73 \text{ m})^2] = 0,195$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,2189$$

Verificación de K_a :

a) Cuantía mínima

$$k_{\text{amin}} = \frac{1,40}{0,85 \cdot f_c'} = 0,082 \quad \text{verifica } K_a > K_{\text{amin}}$$

b) Cuantía máxima

$$k_{\text{amax}} = 0,375 \beta_1 = 0,375 \cdot 0,85 = 0,3187 \quad \text{verifica } K_a < K_{\text{amax}}$$

Cálculo de la armadura

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 0,2189 \cdot 73 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 19,4 \text{ cm}^2$$

Es posible adoptar $8\phi 20\text{mm}$ ($25,13 \text{ cm}^2$).

Dimensionado a flexión en el apoyo

$$M_{\text{uapoyo}} = -573 \text{ KNm}$$

$$M_n = M_u / 0,90 = 637 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 637 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,30 \text{ m} \cdot (0,73 \text{ m})^2] = 0,234$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,271$$

Verificación de K_a :

a) Cuantía mínima

$$k_{\text{amin}} = \frac{1,40}{0,85 \cdot f_c'} = 0,082 \quad \text{verifica } K_a > K_{\text{amin}}$$

b) Cuantía máxima

$$k_{\text{amax}} = 0,375 \beta_1 = 0,375 \cdot 0,85 = 0,3187 \quad \text{verifica } K_a < K_{\text{amax}}$$

Cálculo de la armadura

$$A_s = f_c^* \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 0,271 \cdot 73 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 24 \text{ cm}^2$$

Se adoptan $8\phi 20\text{mm}$ ($25,13 \text{ cm}^2$), dispuestas en dos capas de cuatro barras cada una.

Dimensionado a esfuerzos de corte

$$V_u = 336 \text{ KN}$$

$$\sqrt{f_c} = 4,47 \text{ MPa} (< 8,3 \text{ MPa})$$

$$\sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 0,447 \text{ KN/cm}^2 \cdot 30 \text{ cm} \cdot 73 \text{ cm} = 980 \text{ KN}$$

De acuerdo a lo desarrollado en el Capítulo 16, es posible realizar el cálculo con un esfuerzo V_u^* calculado a una distancia d de la cara del apoyo.

$$V_u^* = \left(\frac{l/2 - d}{l/2} \right) V_u = 0,88 V_u = 296 \text{ KN}$$

$$V_n = V_u / \phi = 296 \text{ KN} / 0,75 = 395 \text{ KN}$$

Resistencia del hormigón:

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 980 \text{ KN} / 6 = 163 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 395 \text{ KN} - 163 \text{ KN} = 232 \text{ KN}$$

Verificación:

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot 980 \text{ KN} = 653 \text{ KN (verifica)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{232 \text{ KN}}{0,73 \text{ m} \cdot 42 \text{ KN/cm}^2} = 7,57 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Estribado mínimo:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,30 \text{ m}}{420 \text{ Mpa}} \cdot 10000 = 2,36 \text{ cm}^2 / \text{m} < 7,57 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ (verifica)}$$

Se adoptan estribos $\phi 10$ c/20 cm (7,85 cm²/m)

Separación máxima:

$$V_s = 232 \text{ KN} < 1/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 326 \text{ KN}$$

$$s_{\text{máx}} = \text{mín} (d/2; 0,4 \text{ m}) = 0,36 \text{ m (verifica)}$$

En el tramo de la viga, el valor de corte es más reducido a una distancia de 3 m del apoyo (161 KN), por lo que el armado en esa zona es de:

$$V_n = V_u / \phi = 161 \text{ KN} / 0,75 = 215 \text{ KN}$$

Resistencia del hormigón:

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 980 \text{ KN} / 6 = 163 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 215 \text{ KN} - 163 \text{ KN} = 52 \text{ KN}$$

Verificación:

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot 980 \text{ KN} = 653 \text{ KN (verifica)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{52 \text{ KN}}{0,73 \text{ m} \cdot 42 \text{ KN/cm}^2} = 1,7 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Estribado mínimo:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,30m}{420Mpa} \cdot 10000 = 2,36cm^2 / m > 1,7cm^2 / m$$

Se adoptan estribos ϕ 8 c/20 cm ($5 \text{ cm}^2/m$)

6) Verificación del punto 5), considerando únicamente la construcción de la planta baja

Debido a que la estructura se encontrará durante el período de un año construida únicamente en planta baja, se procederá a verificar las armaduras dimensionadas para la totalidad de los niveles.

Para ello, el estado de cargas generado por peso propio prácticamente se mantiene para los elementos estructurales, aunque en las losas no deberá analizarse el peso propio del piso. La sobrecarga de 250 kg/m^2 (oficinas) es reemplazada por 200 kg/m^2 (azotea accesible privadamente).

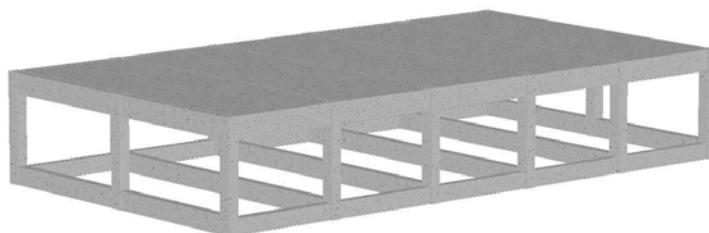


Figura 593: Esquema de la estructura ejecutada en planta baja

El estado de cargas aplicado sobre cada viga surge del siguiente análisis:

$$U_1 = 1,2 D + 1,6 L = 1,20 (496 \text{ kg/m}^2 \cdot 4,60 \text{ m} + 576 \text{ kg/m}) + 1,6 \cdot 200 \text{ kg/m}^2 \cdot 4,6 \text{ m} = 4900 \text{ kg/m}$$

$$U_2 = 1,4 D = 1,40 \cdot (496 \text{ kg/m}^2 \cdot 4,60 \text{ m} + 576 \text{ kg/m}) = 4000 \text{ kg/m}$$

Obsérvese, más allá de la diferencia, la importancia del análisis de la combinación de estados de carga con el factor 1,4 respecto del peso propio.

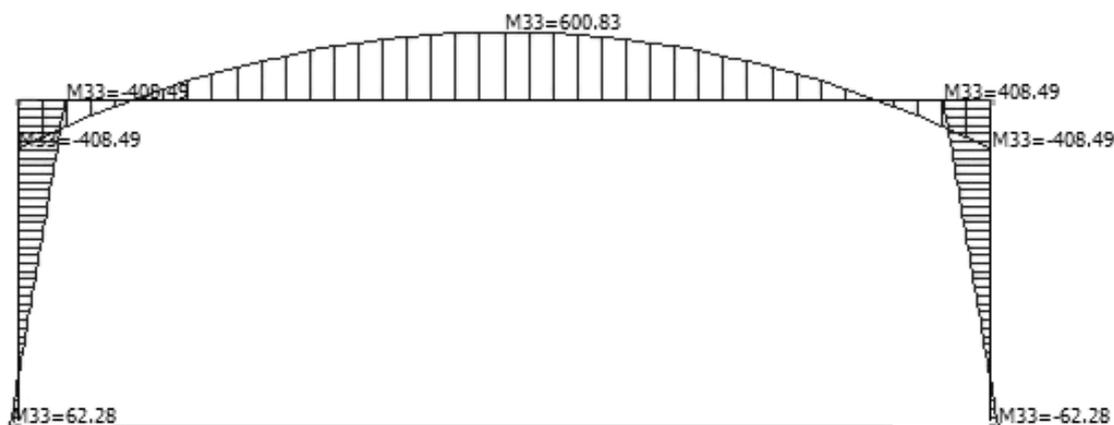


Figura 594: Diagrama de momentos en KNm para la planta baja de la estructura

Dimensionado a flexión en el tramo

$$M_{\text{tramo}} = 601 \text{ KNm}$$

$$M_n = M_u / 0,90 = 667 \text{ KNm}$$

$$m_n = M_n / (f_c^* \cdot b_w \cdot d^2) = 667 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,30 \text{ m} \cdot (0,73 \text{ m})^2] = 0,2456$$

$$K_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} = 0,287$$

Verificación de K_a :

a) Cuantía mínima

$$k_{amin} = \frac{1,40}{0,85 \cdot f'_c} = 0,082 \quad \text{verifica } K_a > K_{amin}$$

b) Cuantía máxima

$$k_{amax} = 0,375 \beta_1 = 0,375 \cdot 0,85 = 0,3187 \quad \text{verifica } K_a < K_{amax}$$

Cálculo de la armadura

$$A_s = f'_c \cdot b_w \cdot K_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 0,287 \cdot 73 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 25,44 \text{ cm}^2$$

Es necesario incrementar la armadura inferior a $10\phi 20\text{mm}$ ($31,41 \text{ cm}^2$).

Dimensionado a flexión en el apoyo

$M_{uapoyo} = -408,5 \text{ KNm}$, por lo que la armadura en la zona de apoyos es suficiente.

Dimensionado a esfuerzos de corte

$V_u = 323 \text{ KN}$, por lo que el estriado seleccionado inicialmente es suficiente.

7) Verificación del punto 5), respecto de las solicitaciones generadas en la etapa constructiva

Este estado de cargas adquiere relevancia, debido a la imposibilidad de colocar puntales inferiores en coincidencia con los del primer nivel. Se verificaron las vigas centrales a las solicitaciones generadas por la etapa constructiva del primer piso.

Llamando C_D a las cargas permanentes concentradas por construcción (separadas 1 m) generadas por el peso propio del hormigón de las vigas y losas superiores, su valor se calcula como:

$$C_D \text{ (losa y viga apuntaladas)} = (360 \text{ kg/m}^2 + 40 \text{ kg/m}^2) \cdot 4,60 \text{ m} + 576 \text{ kg/m} = 2416 \text{ kg/m}$$

$$U = 1,4 D + 1,4 C_D = 1,40 (496 \text{ kg/m}^2 \cdot 4,60 \text{ m} + 576 \text{ kg/m}) + 1,4 \cdot 2416 \text{ kg/m} = 7384 \text{ kg/m}$$



Figura 595: Diagrama de momentos en KNm para la etapa constructiva

Dimensionado a flexión en el tramo

$$M_{utrano} = 842 \text{ KNm}$$

$$M_n = M_u / 0,90 = 935 \text{ KNm}$$

Debido al incremento del momento flector en el tramo, consideremos el ancho colaborante de la losa, y realicemos el cálculo de esta sección como viga placa.

Determinación del ancho efectivo

b_e (izq o der) = mínimo ($8 h_f$; $1/2$ distancia libre a viga adyacente) = 120 cm

$$b = b_w + b_{e \text{ izq}} + b_{e \text{ der}} = 270 \text{ cm}$$

$$b \leq \text{luz de la viga} / 4 = 1250 \text{ cm} / 4 = 312,5 \text{ cm (verifica)}$$

Dimensiones de cálculo:

$$b = 2,70 \text{ m}$$

$$b_w = 0,30 \text{ m}$$

$$h = 0,80 \text{ m}$$

$$h_f = 0,15 \text{ m}$$

$$d = 0,73 \text{ m}$$

Suponemos (como ocurre generalmente), que $a \leq h_f$, es decir, que el eje neutro se encuentra dentro de la losa, por lo que la sección se comportará como rectangular de ancho constante b . En tal caso, debe verificarse:

$$k_a \leq h_f / d = 0,15 / 0,73 = 0,21$$

$$m_n = M_n / (f_c^* b_w \cdot d^2) = 935 \text{ KNm} / [0,85 \cdot 20000 \text{ KN/m}^2 \cdot 2,7 \text{ m} \cdot (0,73 \text{ m})^2] = 0,038$$

$$k_a = 1 - (1 - 2 m_n)^{1/2} = 0,039 < h_f / d = 0,21$$

por lo que verifica el supuesto.

$$K_c = K_a / \beta_1 = 0,039 / 0,85 = 0,046 < 0,375$$

por lo que no es necesaria la armadura de compresión.

$$A_s = f_c^* b \cdot k_a \cdot d / f_y = 0,85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 270 \text{ cm} \cdot 0,039 \cdot 73 \text{ cm} / 420 \text{ MPa} = 31,11 \text{ cm}^2$$

Se mantiene la armadura inferior de $10\phi 20\text{mm}$ ($31,41 \text{ cm}^2$). **Por ello es necesario recalcar la importancia de analizar los distintos estados de carga bajo los que se encontrará la estructura, incluso en la etapa constructiva.** Por otra parte, es de destacar que los esfuerzos superan la condición bajo la que se encontrará la pieza durante su vida útil.

Dimensionado a flexión en el apoyo

$$M_{u\text{apoyo}} = -572 \text{ KNm}$$

El momento negativo del apoyo es menor a la situación 5), por lo que la armadura dispuesta en dicho caso verifica.

Dimensionado a esfuerzos de corte

$$V_u = 452 \text{ KN}$$

$$V_u^* = \left(\frac{l/2 - d}{l/2} \right) V_u = 0,88 V_u = 398 \text{ KN}$$

$$V_n = V_u / \phi = 398 \text{ KN} / 0,75 = 530 \text{ KN}$$

Resistencia del hormigón:

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 980 \text{ KN} / 6 = 163 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 530 \text{ KN} - 163 \text{ KN} = 367 \text{ KN}$$

Verificación:

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot 980 \text{ KN} = 653 \text{ KN (verifica)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{367 \text{ KN}}{0,73 \text{ m} \cdot 42 \text{ KN/cm}^2} = 12 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Estribado mínimo:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,30 \text{ m}}{420 \text{ Mpa}} \cdot 10000 = 2,36 \text{ cm}^2 / \text{m} < 12 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ (verifica)}$$

Se adoptan estribos ϕ 10 c/10 cm (15,7 cm²/m)

Separación máxima:

$$V_s = 367 \text{ KN} > 1/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 326 \text{ KN}$$

$$s_{\text{máx}} = \text{mín} (d/4; 0,2 \text{ m}) = 0,18 \text{ m (verifica)}$$

En el tramo de la viga, el valor de corte es más reducido a una distancia de 3 m del apoyo (217 KN), por lo que el armado en esa zona es de:

$$V_n = V_u / \phi = 217 \text{ KN} / 0,75 = 289 \text{ KN}$$

Resistencia del hormigón:

$$V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 980 \text{ KN} / 6 = 163 \text{ KN}$$

$$V_s = V_n - V_c = 289 \text{ KN} - 163 \text{ KN} = 126 \text{ KN}$$

Verificación:

$$V_s \leq 2/3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot 980 \text{ KN} = 653 \text{ KN (verifica)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_y} = \frac{126 \text{ KN}}{0,73 \text{ m} \cdot 42 \text{ KN/cm}^2} = 4,1 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Estribado mínimo:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y} = 0,33 \frac{0,30 \text{ m}}{420 \text{ Mpa}} \cdot 10000 = 2,36 \text{ cm}^2 / \text{m} < 4,1 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Verifican los estribos ϕ 8 c/20 cm (5 cm²/m)

8) Verificación a fisuración

$$A_s = 10\phi 20 \text{ mm}$$

$$\beta = 1,20$$

$$f_s = f_y / 1,5 = 280 \text{ MPa}$$

$$d_c = 3 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 2 \text{ cm} / 2 = 50 \text{ mm}$$

$$A = \frac{2 \cdot d_c \cdot b}{n^\circ \text{ barras}} = \frac{2 \cdot 50 \text{ mm} \cdot 300 \text{ mm}}{10} = 3000 \text{ mm}^2$$

$$w_k = \frac{1}{90000} \cdot \beta \cdot f_s \cdot \sqrt[3]{d_c \cdot A} = \frac{1}{90000} \cdot 1,20 \cdot 280 \text{ MPa} \cdot \sqrt[3]{50 \text{ mm} \cdot 3000 \text{ mm}^2} = 0,20 \text{ mm}$$

$$w_k = 0,20 \text{ mm} < 0,30 \text{ mm} \text{ (condición de humedad-aire húmedo)}$$

9) Verificar las flechas para los distintos estados de cargas analizados

Para el cálculo de las flechas de la estructura, se procederá de la siguiente manera²:

1) Se calculará la flecha originada en la estructura construida inicialmente (planta baja), considerando el estado de carga generado por peso propio (D). Esta carga se mantendrá por un período de un año hasta el momento de construir el primer nivel. Respecto de la flecha generada por la sobrecarga, la misma no se considerará debido al corto período analizado y a su pequeña influencia sobre la carga permanente (alrededor del 25%).

$$\Delta_{T \text{ 12 meses}} = \Delta_{iD} + \lambda \cdot \Delta_{iD}$$

2) Cálculo de la flecha originada por acción de las cargas generadas por peso propio (D) y por las cargas ocasionadas por el peso propio del hormigón fresco de las estructuras del primer nivel (C_D).

Respecto del factor λ , deberá tenerse en cuenta para su cálculo los intervalos de tiempo analizados en la aplicación de las cargas, ya que ξ no coincidirá con los valores extraídos para $t = 0$.

$$\Delta_{T \text{ 13 meses}} = \Delta_{i(D)} + \lambda_1 \cdot \Delta_{i(D)} + \Delta_{i(CD)} + \lambda_2 \cdot \Delta_{i(CD)} + \lambda_3 \cdot \Delta_{i(D)}$$

λ_1 = factor de deformaciones a largo plazo para un plazo de 12 meses.

λ_2 = factor de deformaciones a largo plazo para un plazo de 13-12 meses.

λ_3 = factor de deformaciones a largo plazo para un plazo de 13-12 meses.

3) Cálculo de las deformaciones generadas durante el resto de la vida útil de la estructura, cuando ésta se encuentra finalizada (planta baja más primer nivel). En tal caso, corresponde considerar el peso propio (D*) y la sobrecarga del entrecosto de oficinas (L). La deformación Δ'_{iL} , evalúa la situación por la que al aplicarse y retirarse las cargas constructivas (C_D) de corta duración, deberá calcularse la misma en base al momento de inercia I_e correspondiente al máximo momento M_a alcanzado a lo largo de la vida útil de la viga. El peso propio (D*) será mayor a su vez por la colocación del piso sobre la losa.

Respecto de la sobrecarga, se plantea una fracción del 25% de la misma como carga más probable.

$$\Delta_{T\infty} = \Delta_{i(D)} + \lambda_1 \cdot \Delta_{i(D)} + 0,20 \cdot \Delta_{i(CD)} + \lambda_2 \cdot \Delta_{i(CD)} + \lambda_3 \cdot \Delta_{i(D)} + \Delta'_{iD(\text{piso})} + \Delta'_{i(0,25L)} + \lambda_\infty \cdot \Delta'_{i(D^*+0,25L)}^3$$

λ_3 = factor de deformaciones para un plazo de $t_{13 \text{ meses}} - t_{12 \text{ meses}}$.

λ_∞ = factor de deformaciones para un plazo de $t_\infty - t_{13 \text{ meses}}$.

² El planteo de resolución adoptado es sólo una aproximación a un problema de cierta complejidad.

³ Se plantea como hipótesis la recuperación de un 80% de la deformación inicial. Se considera despreciable la componente de las deformaciones reversibles por fluencia lenta.

En la Figura 596, se esquematiza el valor de las flechas para cada período.

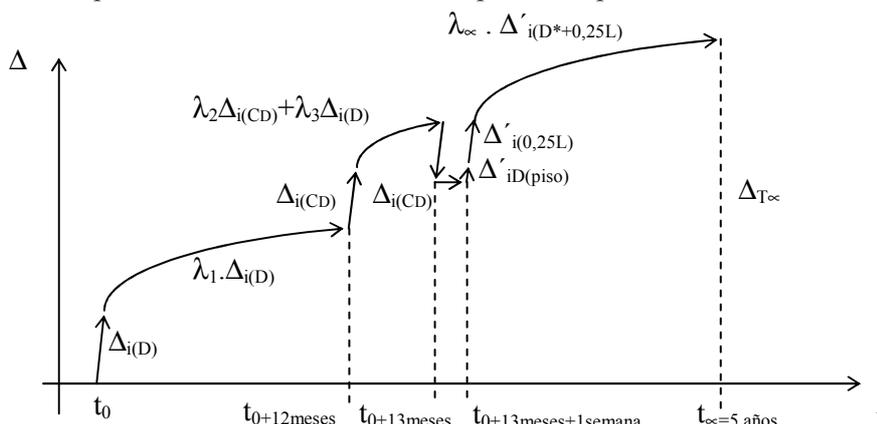


Figura 596: Esquema de variación de las flechas para cada período de la estructura

Cálculo de la flecha para el estado inicial (situación 1)

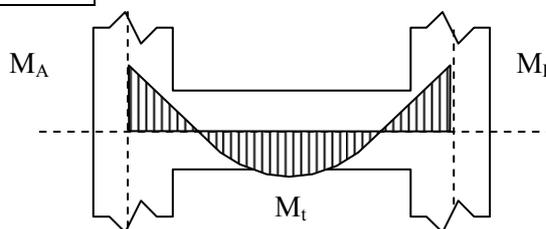
Se procederá a continuación a la verificación de la flecha, considerando la sección T en el tramo de la viga, y la sección rectangular en el apoyo. La sección T posee las siguientes características:

- $b = 2,70 \text{ m}$
- $b_w = 0,30 \text{ m}$
- $h = 0,80 \text{ m}$

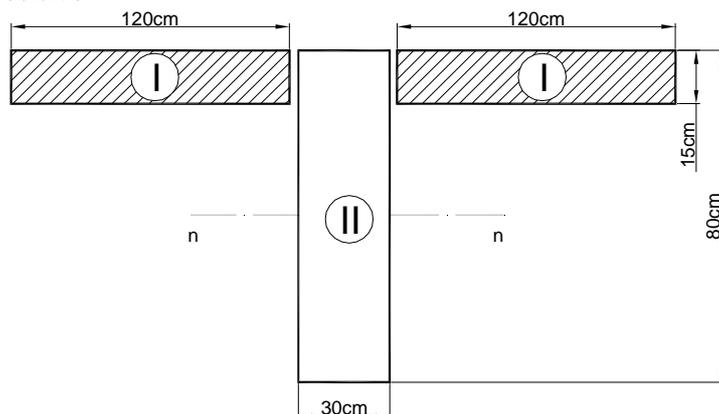
Las cargas y sollicitaciones que actúan sobre la viga son:

Carga	D
q	2858 kg/m
$M_A - M_B$	222 KNm
M_t	326 KNm

- $f_r \cong 3,13 \text{ MPa}$
- $E_c = 4700 \sqrt{f'_c} = 21019 \text{ MPa}$
- $E_s \cong 200000 \text{ MPa}$
- $n = E_s/E_c = 9,51$



Momentos de inercia de la sección bruta y fisurada
Sección de momento positivo



Zona	$F_b \text{ (cm}^2\text{)}$	$y_{i \text{ n-n}}$	$S_n = F_i \cdot y_i$	$F_i \cdot y_i^2$	I_{gi}	Total
I	3600	-32,5	117000	3802500	67500	-
II	2400	0	0	-	1280000	-
Suma	6000	-32,5	117000	3802500	1347500	5150000

$y_g = \Sigma F_i \cdot y_i / \Sigma F_i = -19,5 \text{ cm}$
 $I_g = I_{gn-n} - y_g^2 \cdot F = 2868500 \text{ cm}^4$

Sección de momento negativo

$$I_g = 1280000 \text{ cm}^4$$

Características de la sección fisurada

a) Tramo

$$d = 73 \text{ cm}$$

$$A_s = 31,4 \text{ cm}^2$$

$$B = b / (n \cdot A_s) = 270 \text{ cm} / (9,51 \cdot 31,4 \text{ cm}^2) = 0,90 \text{ cm}^{-1}$$

$$Kd = \frac{\sqrt{2 \cdot B \cdot d + 1} - 1}{B} = \frac{\sqrt{2 \cdot 0,90 \text{ cm}^{-1} \cdot 73 \text{ cm} + 1} - 1}{0,90 \text{ cm}^{-1}} = 11,67 \text{ cm}$$

Como $K_d < h_f = 15 \text{ cm}$ se debe tratar como una sección comprimida rectangular:

$$I_{cr} = \frac{b \cdot (Kd)^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - Kd)^2 = 1266237 \text{ cm}^4$$

b) Apoyo

$$d = 73 \text{ cm}$$

$$A_s = 25,13 \text{ cm}^2$$

$$B = b / (n \cdot A_s) = 30 \text{ cm} / (9,51 \cdot 25,13 \text{ cm}^2) = 0,126 \text{ cm}^{-1}$$

$$Kd = \frac{\sqrt{2 \cdot B \cdot d + 1} - 1}{B} = \frac{\sqrt{2 \cdot 0,126 \text{ cm}^{-1} \cdot 73 \text{ cm} + 1} - 1}{0,126 \text{ cm}^{-1}} = 27,02 \text{ cm}$$

$$I_{cr} = \frac{b \cdot (Kd)^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - Kd)^2 = 702523 \text{ cm}^4$$

Momento críticos (M_{cr})

a) Tramo

$$y_t = 40 \text{ cm} + 19,5 \text{ cm} = 59,5 \text{ cm}$$

$$M_{cr} = f_r \cdot \frac{I_g}{y_t} = 31,3 \text{ kg} / \text{cm}^2 \cdot \frac{2868500 \text{ cm}^4}{59,5 \text{ cm}} = 15090 \text{ kgm}$$

b) Apoyo

$$M_{cr} = f_r \cdot \frac{I_g}{y_t} = 31,3 \text{ kg} / \text{cm}^2 \cdot \frac{1280000 \text{ cm}^4}{40 \text{ cm}} = 10016 \text{ kgm}$$

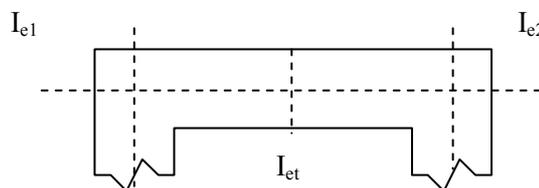
Cálculo de la flecha instantánea por peso propio**Solicitaciones de servicio**

a) Apoyo

$$M_A = M_B = 22200 \text{ kgm}$$

b) Tramo

$$M_t = 32600 \text{ Kgm}$$

**Momento de inercia efectivo (I_e)**

a) Apoyo

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \leq I_g$$

$$I_{e1} = \left(\frac{10016 \text{ kgm}}{22200 \text{ kgm}} \right)^3 \cdot 1280000 \text{ cm}^4 + \left[1 - \left(\frac{10016 \text{ kgm}}{22200 \text{ kgm}} \right)^3 \right] \cdot 702523 \text{ cm}^4 = 755557 \text{ cm}^4$$

$$I_{e1} = I_{e2}$$

b) Tramo

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \leq I_g$$

$$I_e = \left(\frac{15090 \text{ kgm}}{32600 \text{ kgm}} \right)^3 \cdot 2868500 \text{ cm}^4 + \left[1 - \left(\frac{15090 \text{ kgm}}{32600 \text{ kgm}} \right)^3 \right] \cdot 1266237 \text{ cm}^4 = 1425146 \text{ cm}^4$$

$$I_{e \text{ prom.}} = 0,70 I_{\text{medio}} + 0,15 \cdot (I_{e1} + I_{e2}) = 1224269 \text{ cm}^4$$

Flecha instantánea

Flecha debida a la carga uniforme

$$q = D = 2858 \text{ kg/m}$$

$$\Delta_1 = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot 2858 \text{ kg/m} \cdot (1250 \text{ cm})^4}{384 \cdot 210190 \text{ kg/cm}^2 \cdot 1224269 \text{ cm}^4 \cdot 100} = 3,53 \text{ cm}$$

Flecha debida al momento en el apoyo

$$\Delta_2 = \Delta_3 = \frac{M_A \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot I_{eprom}} = \frac{22200 \text{ kgm} \cdot 100 \cdot (1250 \text{ cm})^2}{16 \cdot 210190 \text{ kg/cm}^2 \cdot 1224269 \text{ cm}^4} = -0,84 \text{ cm}$$

$$\Delta_{iD} = 3,53 \text{ cm} - 2 \cdot 0,84 \text{ cm} = 1,85 \text{ cm}$$

Flecha a largo plazo

La flecha a largo plazo se puede calcular como:

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

$$\xi = 1,4 \text{ (12 meses)}$$

$$\rho' = 0,56 \% \text{ (correspondientes a la prolongación de } 4\phi 20 \text{ mm superiores a lo largo de la viga)}$$

$$\lambda = 1,09$$

$$\Delta_{12 \text{ meses}} = \lambda_1 \cdot \Delta_{iD} = 1,09 \cdot 1,85 \text{ cm} = 2,02 \text{ cm}$$

La flecha total se calcula como:

$$\Delta_{T \text{ 12 meses}} = \Delta_{iD} + \lambda_1 \cdot \Delta_{iD} = 1,85 \text{ cm} + 2,02 \text{ cm} = 3,87 \text{ cm}$$

Flecha admisible según CIRSOC 201/05

Para entrepisos que no soportan ni están unidos a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños por efecto de las flechas (tabla 9.5.b):

$$\Delta \leq l / 360 = 3,47 \text{ cm} \quad (\text{no verifica})^4$$

⁴ Ver contraflecha final adoptada.

Cálculo de la flecha para el estado constructivo del primer nivel (situación 2)

De acuerdo a lo desarrollado anteriormente, la viga posee las siguientes características:

$$b = 2,70 \text{ m}$$

$$b_w = 0,30 \text{ m}$$

$$h = 0,80 \text{ m}$$

Respecto de las cargas actuantes, se asume que las cargas constructivas (C_D) causadas por el peso propio del hormigón superior, y por el distanciamiento de los puntales, se distribuyen de manera uniforme sobre las losas y vigas inferiores.

Carga	D	C_D
q	2858 kg/m	2416 kg/m
$M_A - M_B$	222 KNm	191 KNm
M_t	326 KNm	282 KNm

Cálculo de la flecha instantánea por C_D

La flecha instantánea generada por las cargas constructivas de corta duración C_D , se calculará a partir de la diferencia entre las producidas por $D+C_D$ y las calculadas para D , de acuerdo a lo desarrollado en el Capítulo 22 y debido a la diferencia registrada en el cálculo de I_e . Ello se debe a la falta de linealidad entre la relación carga – deformación. Es por ello, que para el primer caso, el valor de I_e será el determinado a partir del momento causado por $D+C_D$.

$$\Delta_{iCD} = \Delta_{i(D+C_D)} - \Delta_{iD}$$

Solicitaciones de servicio totales ($D+C_D$)

a) Apoyo

$$M_A = M_B = 41300 \text{ kgm}$$

b) Tramo

$$M_t = 60800 \text{ Kgm}$$

Momento de inercia efectivo (I_e)

a) Apoyo

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \leq I_g$$

$$I_{e1} = \left(\frac{10016 \text{ kgm}}{41300 \text{ kgm}} \right)^3 \cdot 1280000 \text{ cm}^4 + \left[1 - \left(\frac{10016 \text{ kgm}}{41300 \text{ kgm}} \right)^3 \right] \cdot 702523 \text{ cm}^4 = 710760 \text{ cm}^4$$

b) Tramo

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \leq I_g$$

$$I_e = \left(\frac{15090 \text{ kgm}}{60800 \text{ kgm}} \right)^3 \cdot 2868500 \text{ cm}^4 + \left[1 - \left(\frac{15090 \text{ kgm}}{60800 \text{ kgm}} \right)^3 \right] \cdot 1266237 \text{ cm}^4 = 1290733 \text{ cm}^4$$

$$I_{e \text{ prom.}} = 0,70 I_{\text{medio}} + 0,15 \cdot (I_{e1} + I_{e2}) = 1116741 \text{ cm}^4$$

Flecha instantánea**Flecha debida a la carga uniforme**

$$D + C_D = 5274 \text{ kg/m}$$

$$\Delta_1 = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot 5274 \text{ kg/m} \cdot (1250 \text{ cm})^4}{384 \cdot 210190 \text{ kg/cm}^2 \cdot 1116741 \text{ cm}^4 \cdot 100} = 7,14 \text{ cm}$$

Flecha debida al momento en el apoyo

$$\Delta_2 = \Delta_3 = \frac{M_A \cdot L^2}{16 \cdot E \cdot I_{eprom}} = \frac{41300 \text{ kgm} \cdot 100 \cdot (1250 \text{ cm})^2}{16 \cdot 210190 \text{ kg/cm}^2 \cdot 1116741 \text{ cm}^4} = -1,72 \text{ cm}$$

$$\Delta_{i(D+CD)} = 7,14 \text{ cm} - 2 \cdot 1,72 \text{ cm} = 3,7 \text{ cm}$$

Entonces:

$$\Delta_{iCD} = \Delta_{i(D+CD)} - \Delta_{iD} = 3,7 \text{ cm} - 1,85 \text{ cm} = 1,85 \text{ cm}$$

Flecha a largo plazo

La flecha a largo plazo se puede calcular como:

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

$$\xi_1 = 1,4 \text{ (12 meses)}$$

$$\rho' = 0,56 \% \text{ (correspondientes a la prolongación de } 4\phi 20 \text{ mm superiores a lo largo de la viga)}$$

$$\lambda_1 = 1,09$$

$$\Delta_{i2 \text{ meses}} = \lambda_1 \cdot \Delta_{iD} = 1,09 \cdot 1,85 \text{ cm} = 2,02 \text{ cm}$$

$$\xi_2 = 1,45 - 1,40 = 0,05 \text{ (13-12 meses)}$$

$$\rho' = 0,56 \%$$

$$\lambda_2 = 0,04$$

$$\Delta_{i3-12 \text{ meses}} = \lambda_2 \cdot \Delta_{iCD} = 0,04 \cdot 1,85 \text{ cm} = 0,07 \text{ cm}$$

$$\xi_3 = 1,45 - 1,40 = 0,05 \text{ (13-12 meses)}$$

$$\rho' = 0,56 \%$$

$$\lambda_3 = 0,04$$

$$\Delta_{i3-12 \text{ meses}} = \lambda_3 \cdot \Delta_{iD} = 0,04 \cdot 1,85 \text{ cm} = 0,07 \text{ cm}$$

La flecha total se calcula como:

$$\Delta_{T \text{ 13 meses}} = \Delta_{i(D)} + \lambda_1 \cdot \Delta_{i(D)} + \Delta_{i(CD)} + \lambda_2 \cdot \Delta_{i(CD)} + \lambda_3 \cdot \Delta_{i(D)}$$

$$\Delta_{T \text{ 13 meses}} = 1,85 \text{ cm} + 2,02 \text{ cm} + 1,85 \text{ cm} + 0,07 \text{ cm} + 0,07 \text{ cm} = 5,86 \text{ cm}$$

Cálculo de la flecha durante el resto de la vida útil de la estructura (situación 3)

Cargas y solicitaciones actuantes

Carga	D*	D _{piso}	L
q	3042 kg/m	184 kg/m	1150 kg/m
M _A - M _B	329 KNm	17,81 KNm	111 KNm
M _t	253 KNm	17,43 KNm	109 KNm

Cálculo de la flecha instantánea por peso propio del piso

Solicitaciones de servicio

Los valores de momentos de servicio seleccionados para el cálculo de I_e , corresponderán a los máximos momentos flectores aplicados durante la vida útil de la pieza, hasta el instante en que se calcula la flecha. Ello se debe a que el momento de inercia será el menor de los registrados en la viga, ya que el patrón de fisuras en una pieza es irreversible. En el caso constructivo, los momentos de servicio tanto en el tramo como en los apoyos, eran mayores a los registrados en la estructura de planta baja, por lo que no debió realizarse ninguna diferencia.

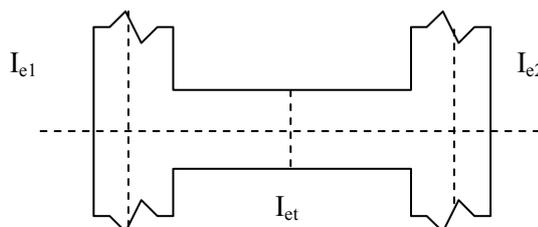
Es por ello que los momentos seleccionados en el tramo corresponden a la construcción del primer nivel, y para el apoyo, el generado por la estructura en su etapa final.

a) Apoyo (situación 2)

$$M_A = M_B = 41300 \text{ kgm}$$

b) Tramo (situación 2)

$$M_t = 60800 \text{ Kgm}$$



Momento de inercia efectivo (I_e)

a) Apoyo

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \leq I_g$$

$$I_{e1} = \left(\frac{10016 \text{ kgm}}{41300 \text{ kgm}} \right)^3 \cdot 1280000 \text{ cm}^4 + \left[1 - \left(\frac{10016 \text{ kgm}}{41300 \text{ kgm}} \right)^3 \right] \cdot 702523 \text{ cm}^4 = 710760 \text{ cm}^4$$

b) Tramo

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \leq I_g$$

$$I_e = \left(\frac{15090 \text{ kgm}}{60800 \text{ kgm}} \right)^3 \cdot 2868500 \text{ cm}^4 + \left[1 - \left(\frac{15090 \text{ kgm}}{60800 \text{ kgm}} \right)^3 \right] \cdot 1266237 \text{ cm}^4 = 1290733 \text{ cm}^4$$

$$I_{e \text{ prom.}} = 0,70 I_{\text{medio}} + 0,15 \cdot (I_{e1} + I_{e2}) = 1116741 \text{ cm}^4$$

Flecha instantánea

Flecha debida a la carga uniforme

$$q = D_{\text{piso}} = 184 \text{ kg/m}$$

$$\Delta_1 = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot 184 \text{ kg/m} \cdot (1250 \text{ cm})^4}{384 \cdot 210190 \text{ kg/cm}^2 \cdot 1116741 \text{ cm}^4 \cdot 100} = 0,25 \text{ cm}$$

Flecha debida al momento en el apoyo

$$\Delta_2 = \Delta_3 = \frac{M_A \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot I_{\text{eprom}}} = \frac{1781 \text{ kgm} \cdot 100 \cdot (1250 \text{ cm})^2}{16 \cdot 210190 \text{ kg/cm}^2 \cdot 1116741 \text{ cm}^4} = -0,07 \text{ cm}$$

$$\Delta'_{iD_{\text{piso}}} = 0,25 \text{ cm} - 2 \cdot 0,07 \text{ cm} = 0,11 \text{ cm}$$

Cálculo de la flecha instantánea por peso propio**Flecha instantánea****Flecha debida a la carga uniforme**

$$q = D = 3042 \text{ kg/m}$$

$$\Delta_1 = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot 3042 \text{ kg/m} \cdot (1250 \text{ cm})^4}{384 \cdot 210190 \text{ kg/cm}^2 \cdot 1116741 \text{ cm}^4 \cdot 100} = 4,12 \text{ cm}$$

Flecha debida al momento en el apoyo

$$\Delta_2 = \Delta_3 = \frac{M_A \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot I_{eprom}} = \frac{32900 \text{ kgm} \cdot 100 \cdot (1250 \text{ cm})^2}{16 \cdot 210190 \text{ kg/cm}^2 \cdot 1116741 \text{ cm}^4} = -1,37 \text{ cm}$$

$$\Delta'_{iD^*} = 4,12 \text{ cm} - 2 \cdot 1,37 \text{ cm} = 1,38 \text{ cm}$$

Cálculo de la flecha instantánea por una fracción de L

La flecha instantánea generada por la sobrecarga, se calculará a partir de la diferencia entre las producidas por $D^*+0,25 L$ y las calculadas para D^* . Se considera una fracción de la sobrecarga, debido a la incidencia que la misma puede llegar a tener como carga de larga duración.

$$\Delta'_{i(0,25L)} = \Delta'_{i(D^*+0,25L)} - \Delta'_{iD^*}$$

Solicitaciones de servicio totales

Deberán considerarse a tal fin, los momentos de servicio máximos generados a lo largo del historial de cargas de la pieza, que en este caso coincide con la situación debida a cargas constructivas, las que superan el estado 3) debido a $D^*+0,25L$.

a) Apoyo (situación 2)

$$M_A = M_B = 41300 \text{ kgm}$$

b) Tramo (situación 2)

$$M_t = 60800 \text{ Kgm}$$

Flecha instantánea**Flecha debida a la carga uniforme**

$$q = D^* + 0,25L = 3330 \text{ kg/m}$$

$$\Delta_1 = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot 3330 \text{ kg/m} \cdot (1250 \text{ cm})^4}{384 \cdot 210190 \text{ kg/cm}^2 \cdot 1116741 \text{ cm}^4 \cdot 100} = 4,51 \text{ cm}$$

Flecha debida al momento en el apoyo

$$M_A = M_D + 0,25 M_L = 35700 \text{ kgm}$$

$$\Delta_2 = \Delta_3 = \frac{M_A \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot I_{eprom}} = \frac{35700 \text{ kgm} \cdot 100 \cdot (1250 \text{ cm})^2}{16 \cdot 210190 \text{ kg/cm}^2 \cdot 1116741 \text{ cm}^4} = -1,48 \text{ cm}$$

$$\Delta_{i(D+0,25L)} = 4,51 \text{ cm} - 2 \cdot 1,48 \text{ cm} = 1,55 \text{ cm}$$

Entonces:

$$\Delta'_{i(0,25L)} = \Delta'_{i(D^*+0,25L)} - \Delta'_{iD^*} = 1,55 \text{ cm} - 1,38 \text{ cm} = 0,17 \text{ cm}$$

Flecha a largo plazo

La flecha a largo plazo se puede calcular como:

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

$$\xi (t_{\infty} - t_{13 \text{ meses}}) = 2 - 1,45 = 0,55$$

$$\rho' = 0,56 \%$$

$$\lambda_{\infty} = 0,43$$

$$\Delta = \lambda_{\infty} \cdot \Delta'_{i(D^{*}+0,25L)} = 0,43 \cdot 1,55 \text{ cm} = 0,67 \text{ cm}$$

La flecha total se calcula como:

$$\Delta_{T_{\infty}} = \Delta_{i(D)} + \lambda_1 \cdot \Delta_{i(D)} + 0,20 \cdot \Delta_{i(CD)} + \lambda_2 \cdot \Delta_{i(CD)} + \lambda_3 \cdot \Delta_{i(D)} + \Delta'_{iD(\text{piso})} + \Delta'_{i(0,25L)} + \lambda_{\infty} \cdot \Delta'_{i(D^{*}+0,25L)}$$

$$\Delta_{T_{\infty}} = 1,85 \text{ cm} + 2,02 \text{ cm} + 0,20 \cdot 1,85 \text{ cm} + 0,07 \text{ cm} + 0,07 \text{ cm} + 0,11 \text{ cm} + 0,17 \text{ cm} + 0,67 \text{ cm} = 5,33 \text{ cm}$$

En tal caso, con el objeto de evitar flechas excesivas en la estructura, se decide incorporar una contraflecha central en las vigas calculadas de 3,5 cm, de tal forma de absorber durante el proceso constructivo, una fracción de la deformación producida.

Flecha admisible según CIRSOC 2005

Dado que la tabiquería liviana se ejecutará luego de terminada la estructura, se verifica que la flecha que se produce a partir de dicha situación ($t > 13$ meses) sea compatible con el cerramiento. Para ello:

$$\Delta \leq 1 / 480 = 2,60 \text{ cm}^5$$

con:

$$\Delta_t = \Delta'_{iD(\text{piso})} + \Delta'_{i(0,25L)} + \lambda_{\infty} \cdot \Delta'_{i(D^{*}+0,25L)} = 0,11 \text{ cm} + 0,17 \text{ cm} + 0,67 \text{ cm} = 0,95 \text{ cm (verifica)}$$

En resumen, los valores de las flechas calculadas son:

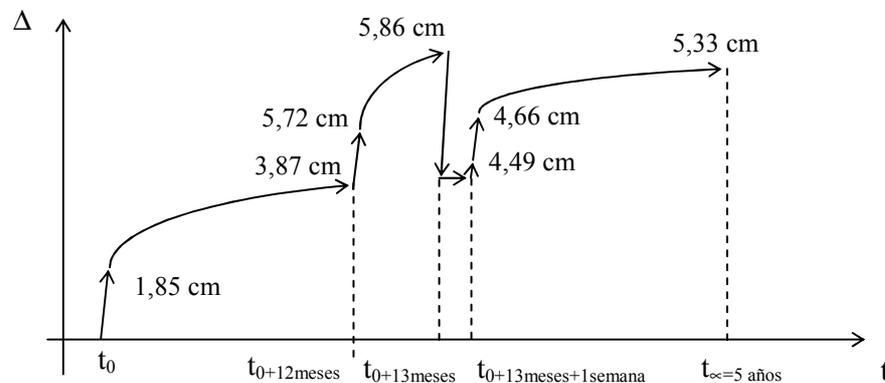


Figura 597: Esquema de la variación de los valores calculados de las flechas

10) Cálculo de las longitudes de anclaje

Cálculo de la longitud de anclaje de las barras de la posición 2 (ver Figura 599)

$$\psi_e = 1$$

$$\lambda = 1$$

$$A_{s\text{ nec}} / A_{s\text{ adoptada}} = 24 \text{ cm}^2 / 25,13 \text{ cm}^2 = 0,96$$

$$l_{dh} = 0,24 \cdot \psi_e \cdot \lambda \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot d_b = 0,24 \cdot \frac{420 \text{ MPa}}{\sqrt{20 \text{ MPa}}} \cdot 20 \text{ mm} = 450,8 \text{ mm}$$

⁵ Según el Comité ACI 435 no verificaría, dado que $\Delta_{\text{activa}} \leq 7,5 \text{ mm}$.

$$l_{dh} = 0,96 \cdot 450,8 \text{ mm} = 433 \text{ mm}$$

$$l_{dh} \geq 150 \text{ mm}$$

$$l_{dh} \geq 8 \cdot d_b = 8 \cdot 20 \text{ mm} = 160 \text{ mm.}$$

Longitud del gancho:

$$l \geq 12 \cdot d_b = 12 \cdot 20 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$$

Cálculo de la longitud a partir del punto de inflexión: $\psi_t = 1,3$ (barras superiores), $\psi_e = 1$ (barras sin revestimiento epoxi) y $\lambda = 1$ (hormigón de peso normal).

$$A_{s nec} / A_{s adoptada} = 24 \text{ cm}^2 / 25,13 \text{ cm}^2 = 0,96$$

$$l_d = \left[\frac{9}{10} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \right] \cdot \psi_t \cdot \psi_s \cdot d_b = 220 \text{ cm}$$

$$l_d = 0,96 \cdot 220 \text{ cm} = 211 \text{ cm}$$

La armadura debe extenderse d ó $12d_b$ más allá de la sección donde teóricamente ya no es necesaria:

$$d = 73 \text{ cm}$$

$$12 \cdot 2,0 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$$

Se adopta 75 cm.

Además, por lo menos 1/3 de la armadura debe atravesar el punto de inflexión con una longitud igual a la mayor de:

$$d = 73 \text{ cm}$$

$$12 d_b = 24 \text{ cm}$$

$$1/16 \text{ luz libre} = 1250 \text{ cm} / 16 = 78 \text{ cm}$$

Se adopta 78 cm.

Verificación de la longitud de anclaje de las barras inferiores traccionadas

Cálculo de la longitud de anclaje de las barras de la posición 3: $\psi_t = 1$ (barras inferiores), $\psi_e = 1$ (barras sin revestimiento epoxi) y $\lambda = 1$ (hormigón de peso normal).

$$A_{s nec} / A_{s adoptada} = 31,11 \text{ cm}^2 / 31,4 \text{ cm}^2 = 0,99$$

$$l_d = \left[\frac{9}{10} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \right] \cdot \psi_t \cdot \psi_s \cdot d_b = 169 \text{ cm}$$

$$l_d (20 \text{ mm}) = 0,99 \cdot 169 \text{ cm} = 167 \text{ cm}$$

Además, la armadura adicional debe extenderse d ó $12d_b$ más allá de la sección donde teóricamente ya no es necesaria:

$$d = 73 \text{ cm}$$

$$12 \cdot 2 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$$

Se adoptan 75 cm.

Respecto de las barras de la posición 4, es necesario verificar, adicionalmente a los valores anteriores, que las longitudes de las barras inferiores sean tales que superen 15 cm dentro de los apoyos y que en los puntos de momento nulo para los diámetros adoptados, la longitud de anclaje permita que en todas las secciones el momento resistente sea mayor que el momento último:

$$l_d \leq \frac{M_n}{V_u} + l_a$$

$$A_s = 4\phi 20 \text{ mm}$$

$$M_n \text{ (resistente por las barras)} = 340 \text{ KNm} / 0,9 = 378 \text{ KNm}$$

$$V_u = 336 \text{ KN}$$

$$l_a = \text{máx} (d; 12 \cdot d_b) = 73 \text{ cm}$$

$$l_d = 167 \text{ cm} < M_n / V_u + l_a = 185 \text{ cm} \quad (\text{verifica})$$

Adicionalmente, deberá verificarse que las barras de armaduras a flexión interrumpidas en las zonas solicitadas a tracción antes de la zona de apoyos, cumplan algunas de las tres condiciones expuestas en el Capítulo 24.

$$a) \quad V_u \leq \frac{2}{3} \cdot \phi \cdot V_n$$

Distancia de corte de la armadura (medidos al eje de la columna) = 1,93 m

$$V_{u(\text{corte de la armadura})} = 4,32 \text{ m} \cdot 398 \text{ KN} / 5,50 \text{ m} = 312 \text{ KN}$$

$$V_n = 398 \text{ KN} / 0,75 = 530 \text{ KN}$$

$$V_u = 312 \text{ KN} \leq \frac{2}{3} \cdot \phi \cdot V_n = 265 \text{ KN} \quad (\text{no verifica})$$

$$b) \quad \frac{\Delta A_v}{s} \geq \frac{0,40 \cdot b_w}{f_y} = \frac{0,40 \cdot 30 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm}}{420 \text{ MPa}} = 2,86 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

La sección de estribos necesaria en la zona es de 12 cm²/m, y la colocada es de 15,7 cm²/m, por lo que la diferencia (3,7 cm²/m) verifica el adicional requerido.

La separación deberá verificar:

$$s \leq \frac{d}{8} \cdot \beta_b = \frac{d}{8} \left(\frac{A_{s \text{ total}}}{A_{s \text{ interrumpida}}} \right) = \frac{73 \text{ cm}}{8} \cdot \left(\frac{31,41 \text{ cm}^2}{18,85 \text{ cm}^2} \right) = 15,2 \text{ cm}$$

La separación de los estribos es de 10 cm, por lo que también verifican esta condición.

11) Cálculo de las longitudes de empalme

Las longitudes de empalme de las barras, al superar la longitud de éstas los 12 m, serán clase B:

$$l_e = 1,3 \cdot l_d = 1,3 \cdot 167 \text{ cm} = 217 \text{ cm}$$

Para las barras superiores:

$$l_e = 1,3 \cdot l_d = 1,3 \cdot 211 \text{ cm} = 274 \text{ cm}$$

Adicionalmente, con el objeto de evitar posibles fisuras en el alma de las vigas, y de acuerdo a lo desarrollado en el Capítulo 15, se colocarán tres barras de 10 mm en los laterales de la pieza, separados una distancia de aproximadamente 12 cm.

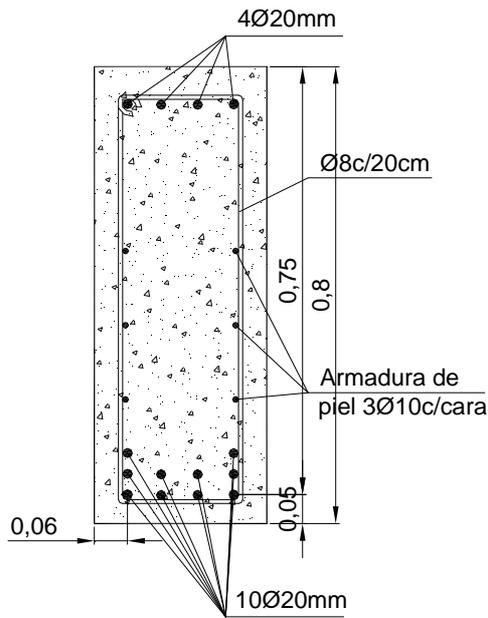


Figura 598: Corte en la zona del tramo

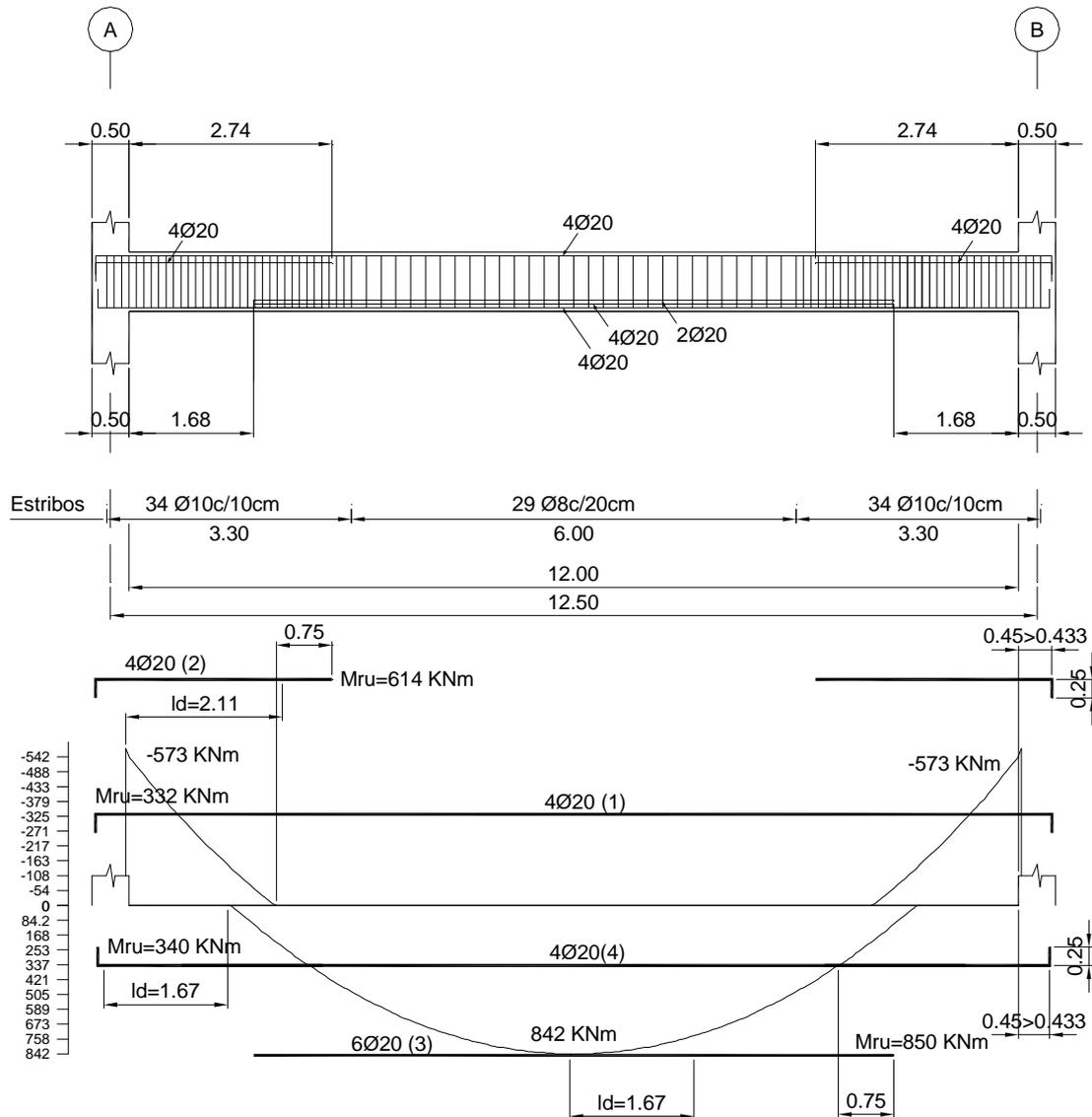


Figura 599: Decalaje de la viga del ejemplo

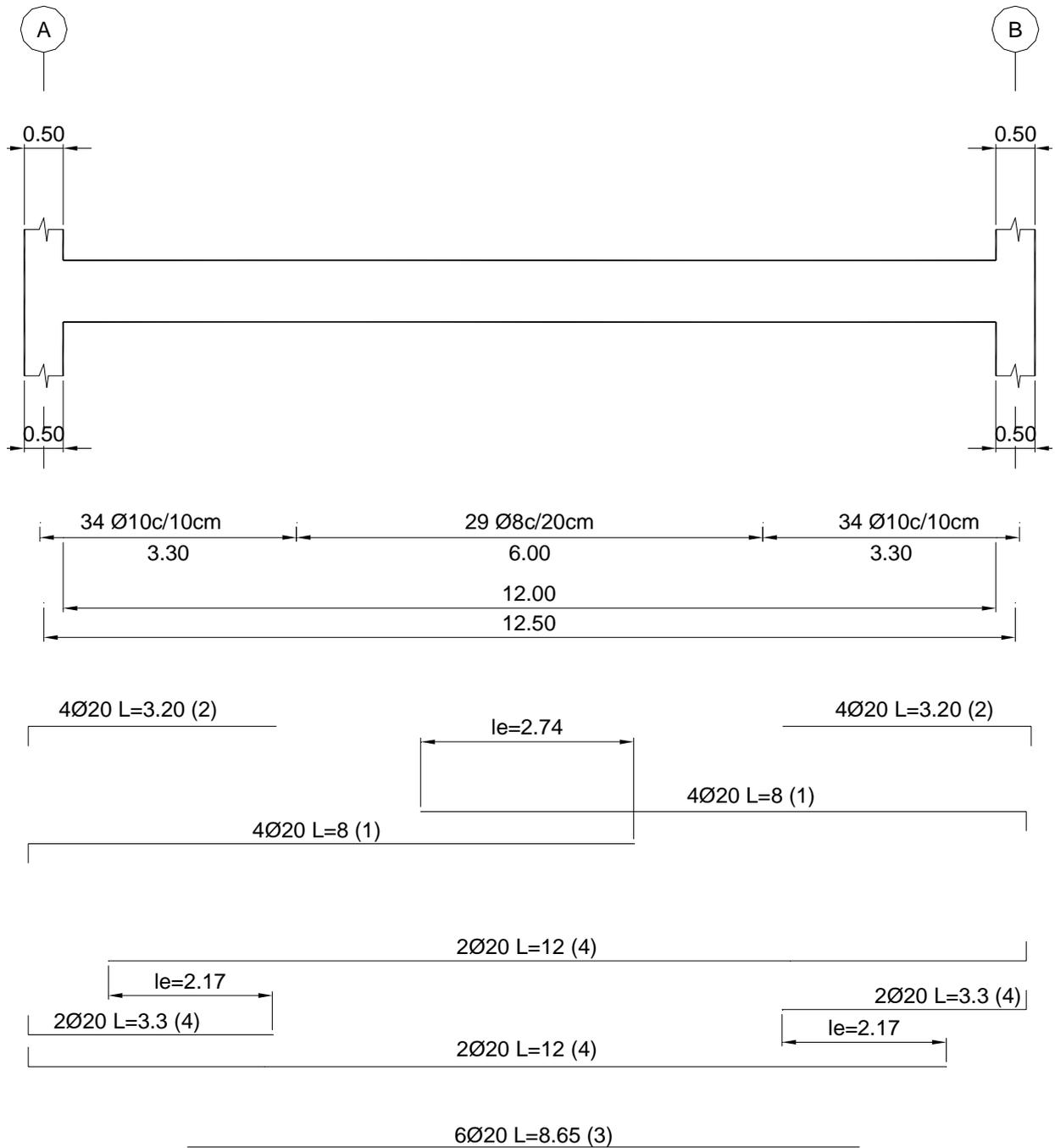


Figura 600: Despiece de barras y longitudes de empalme

Nota: se define como M_{ru} al momento último resistente por las barras de armadura.

Capítulo 42

Hormigón simple

Cálculo de estructuras de hormigón simple según CIRSOC 201/05

En el Capítulo 22 el CIRSOC 201/05 establece los lineamientos para el cálculo de estructuras de hormigón simple, limitando su uso a aquellas estructuras que carecen de armadura o que contienen menos armadura que la mínima. El uso del hormigón estructural simple se limita a:

- elementos que están apoyados en forma continua sobre el terreno o están apoyados sobre otros elementos estructurales capaces de brindar un apoyo vertical continuo,
- elementos en los que el “efecto de arco” origina compresión bajo todos los estados de carga posibles,
- tabiques y pedestales.

El CIRSOC 201/05 no permite la utilización de hormigón estructural simple en columnas y no es aplicable al diseño y ejecución de pilotes y pilas enterradas, hormigonadas in situ.

La integridad estructural de los elementos de hormigón simple depende únicamente de las propiedades del hormigón, razón por la cual la utilización de los elementos estructurales de hormigón simple se debe limitar a:

- elementos que están básicamente en estado de compresión,
- elementos que pueden tolerar fisuras aleatorias sin detrimento de su integridad estructural,
- elementos en los que la ductilidad no es una característica esencial del diseño.

La resistencia a tracción del hormigón se puede utilizar en el diseño de los elementos, cuando se considere el incremento de las tensiones de tracción debido a la restricción de los efectos de la fluencia lenta, la contracción o la variación de temperatura, y al mismo tiempo, el mencionado incremento se reduzca lo suficiente por medio de técnicas constructivas que eviten una fisuración incontrolada, o cuando se pueda anticipar que la fisuración incontrolada debida a la restricción de tales efectos, ocurrirá de tal forma que no se inducirá una falla estructural o colapso.

La resistencia a la compresión para hormigón simple a ser utilizado con fines estructurales, debe ser $f'_c \geq 15 \text{ MPa}$. Esto se debe a que la seguridad de las construcciones ejecutadas con el hormigón simple se basa exclusivamente en la resistencia y calidad del hormigón tratado como un material homogéneo. Las mezclas pobres de hormigón pueden producir un material con falta de homogeneidad o no suficientemente homogéneo, o superficies mal terminadas. El diseño de las secciones transversales solicitadas a flexión se debe fundamentar en la siguiente expresión:

$$\phi \cdot M_n \geq M_u$$

siendo:

$$M_n = \frac{5}{12} \sqrt{f'_c} \cdot S_m \text{ cuando las secciones estén controladas por tracción}$$

$$M_n = 0,85 \cdot f'_c \cdot S_m \text{ cuando las secciones estén controladas por compresión}$$

S_m = módulo resistente elástico de la sección en flexión en mm^3 .

El diseño de las secciones transversales solicitadas a compresión se debe fundamentar en la siguiente expresión:

$$\phi \cdot P_n \geq P_u$$

siendo:

siendo:

P_u = carga mayorada.

P_n = resistencia nominal a compresión determinada con la siguiente expresión:

$$P_n = 0,6 \cdot f'_c \cdot \left[1 - \left(\frac{l_c}{32 \cdot h} \right)^2 \right] \cdot A_1$$

Donde A_1 es el área cargada, l_c es la longitud de un elemento comprimido en un pórtico, medida entre los ejes de los nudos del pórtico (mm) y h el espesor o altura total de la sección transversal del elemento (mm). Para el caso de elementos sometidos a flexocompresión, la cara comprimida debe verificar:

$$\frac{P_u}{\phi \cdot P_n} + \frac{M_u}{\phi \cdot M_n} \leq 1$$

Y en la cara traccionada:

$$\frac{M_u}{S_m} - \frac{P_u}{A_g} \leq \frac{5}{12} \cdot \phi \cdot \sqrt{f'_c}$$

con:

$$M_n = A_s \cdot f_y \cdot (d - a/2)$$

Para secciones controladas por corte, debe verificarse:

$$\phi \cdot V_n \geq V_u$$

donde:

V_u = corte mayorado.

V_n surge de de la siguiente ecuación en caso del comportamiento viga:

$$V_n = \frac{1}{9} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot h$$

O de la siguiente en el caso del comportamiento de una placa en dos direcciones:

$$V_n = \frac{1}{9} \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta} \right) \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot h \leq \frac{2}{9} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot h$$

En la que b_0 es el perímetro de la sección crítica para el corte en losas de base y zapatas, en mm.

Las dimensiones de los elementos de hormigón estructural simple estarán normalmente controladas por la resistencia a tracción antes que por la resistencia a corte. La tensión de corte (como sustituto de la tensión principal de tracción) rara vez controlará, pero sin embargo, y debido a que es difícil anticipar todas las posibles condiciones en las que se debe investigar el corte (por ejemplo, llaves de corte), el CIRSOC 201/05 mantiene el análisis e investigación de esta condición básica de tensión.

Para el caso de secciones de hormigón simple sometidas a cargas que producen aplastamiento de la sección, se debe verificar:

$$\phi \cdot B_n \geq B_u$$

donde:

B_u = carga de aplastamiento mayorada.

B_n = resistencia al aplastamiento de la sección cargada A_1 , calculada a partir de $B_n = 0,85 \cdot f'_c \cdot A_1$, excepto cuando la superficie de apoyo A_2 sea más amplia, en todos sus lados, que el área cargada A_1 , situación en la que la resistencia nominal al aplastamiento, B_n , se debe multiplicar por $\sqrt{A_2/A_1}$, que en ningún caso tiene que ser mayor que 2. A_2 área de la base mayor del tronco de pirámide, cono o cuña achaflanada, contenida en su totalidad dentro del área de apoyo, y que tiene por base superior el área cargada y sus caras laterales con pendientes de 1 en vertical y 2 en horizontal, en mm².

Pedestales

Los pedestales son elementos que sirven de apoyo a máquinas, equipos, etc., y se deben diseñar para todas las cargas verticales, horizontales o de cualquier otro tipo que pudieran solicitarlos. En los pedestales de hormigón estructural simple, la relación entre la altura libre y el promedio de la menor dimensión horizontal mínima no debe exceder de 3, esto a los efectos de garantizar su estabilidad. Esta limitación puede obviarse si el pedestal está confinado lateralmente por el suelo.

La máxima carga axial mayorada, P_u , aplicada a un pedestal de hormigón estructural simple, no debe exceder el valor de la resistencia de diseño al aplastamiento ϕB_n .

Índice de ejemplos

Ejemplo 1) Calcular las deformaciones en un elemento tipo columna premoldeada de hormigón armado debidas a contracción, a los 100 días de fabricada, encontrándose la misma en un ambiente ideal con humedad del 90%, a 20°C.....	31
Ejemplo 2) Calcular el ejercicio anterior pero para un ambiente más seco, con una humedad del 50%, para tiempos de 1 día, 100 días, 365 días, 3 años y a una edad infinita.....	32
Ejemplo 3) Calcular al año de cargada, el acortamiento total de un elemento de sección 0,20x0,50m con una longitud de 3 m.....	35
Ejemplo 4) Dimensionado a flexión de una viga rectangular.....	77
Ejemplo 5) Cálculo del ejercicio anterior mediante el CIRSOC 201/82.....	78
Ejemplo 6) Verificación a flexión de una viga rectangular.....	79
Ejemplo 7) Dimensionado a flexión de una viga rectangular, cálculo analítico y por tablas.....	80
Ejemplo 8) Verificación de la capacidad de carga de una viga rectangular a flexión.....	82
Ejemplo 9) Verificación de la capacidad de carga de una viga rectangular con armadura a compresión.....	82
Ejemplo 10) Determinación del momento último de una viga rectangular a los fines de evaluar un posible cambio de destino.....	84
Ejemplo 11) Comparar las cuantías de armadura longitudinal según los requerimientos del CIRSOC 201/82 y el CIRSOC 201/05.....	85
Ejemplo 12) Cálculo de momentos nominales resistentes de una viga sometida a flexión simple y su relación con la cuantía de armadura.....	86
Ejemplo 13) Resolución de una viga por el Método de las Tensiones Admisibles.....	90
Ejemplo 14) Cálculo de la armadura de una viga placa con el eje neutro dentro de la placa.....	96
Ejemplo 15) Cálculo analítico y por tablas, de una viga placa con el eje neutro debajo de la placa.....	98
Ejemplo 16) Diseñar y dimensionar por el método de las fajas una losa de 4 m por 6 m, que presenta tres lados continuos y el restante libre.....	124
Ejemplo 17) Cálculo de una losa por el método de emparrillado de vigas.....	129
Ejemplo 18) Cálculo del espesor mínimo de una losa de un panel.....	137
Ejemplo 19) Diseño de la armadura de una losa armada en una sola dirección, sometida a flexión simple.....	139
Ejemplo 20) Dimensionar una losa armada en dos direcciones según CIRSOC 201/05.....	141
Ejemplo 21) Cálculo de la armadura mínima por contracción de una losa con movimientos restringidos según Eurocódigo EC2.....	150
Ejemplo 22) Diseño de una losa de escalera apoyada longitudinalmente.....	155
Ejemplo 23) Diseño de una escalera en voladizo.....	157
Ejemplo 24) Diseño de un sistema de losas nervuradas para un edificio de oficinas.....	164
Ejemplo 25) Diseño de un tensor de H°A°.....	174
Ejemplo 26) Diseño y estimación de la deformación de un tirante de hormigón armado.....	174
Ejemplo 27) Diseño de un tirante a flexo – tracción.....	177
Ejemplo 28) Verificación de las condiciones de fisuración para una viga según CIRSOC 201/05.....	195
Ejemplo 29) Verificación a fisuración de una losa armada en una dirección según CIRSOC 201/05.....	196
Ejemplo 30) Cálculo del ancho de fisura máximo probable para la viga del Ejemplo 28 con la expresión de Gergely-Lutz.....	197
Ejemplo 31) Verificar a fisuración una viga según el criterio de la norma española EHE 2008.....	202
Ejemplo 32) Cálculo del ancho de fisura para la viga del Ejemplo 28 con la expresión de Frosch.....	206
Ejemplo 33) Verificación a fisuración según CIRSOC 201/82 del Ejemplo 30.....	208
Ejemplo 34) Calcular el ancho máximo probable de fisura según el criterio de Nawy y Blair para una losa armada en dos direcciones expuesta al aire libre seco.....	214
Ejemplo 35) Calcular la separación límite que tendría la armadura de la losa anterior si la condición de exposición pasa a ser de aire húmedo.....	214
Ejemplo 36) Diseño al corte una viga simplemente apoyada.....	253
Ejemplo 37) Calcular el Ejemplo 36 de acuerdo al criterio del CIRSOC 201/82.....	253
Ejemplo 38) Diseño de la armadura de corte de una viga simplemente apoyada (apoyo directo).....	254
Ejemplo 39) Diseño al corte de un elemento con tracción axial.....	255
Ejemplo 40) Diseño a corte de una viga, que apea sobre otra viga en ambos extremos.....	257
Ejemplo 41) Verificar al corte la viga del ejemplo anterior si $V_u^* = 600,58 \text{ KN}$	258

Ejemplo 42) Cálculo a corte de una viga de nervio para platea de fundación.....	259
Ejemplo 43) Diseño a corte de una viga simplemente apoyada según la Teoría Modificada del Campo a Compresión (AASHTO 2007 y CSA A23-04) y comparaciones con el CIRSOC 201/05 (ACI 318/05) y CIRSOC 201/82.....	260
Ejemplo 44) Cálculo de la armadura a corte de una viga con cargas suspendidas.....	267
Ejemplo 45) Comparar las cuantías de estribos por corte según los requerimientos del CIRSOC 201/82 y el CIRSOC 201/05.....	269
Ejemplo 46) Cálculo de una viga de altura variable.....	270
Ejemplo 47) Verificación a punzonado de una losa de un entrepiso sin vigas.....	279
Ejemplo 48) Verificación a punzonado de una columna de borde.....	287
Ejemplo 49) Verificación a punzonado de una columna de borde con cambio de destino.....	288
Ejemplo 50) Diseño del detalle de apoyo de una viga premoldeada a partir de los conceptos de corte por fricción.....	293
Ejemplo 51) Diseño de una ménsula de H°A° mediante el método de corte por fricción.....	299
Ejemplo 52) Desarrollar el cálculo de la siguiente entalladura.....	309
Ejemplo 53) Cálculo de la transferencia de corte de una losa in situ y una viga prefabricada.....	317
Ejemplo 54) Dimensionado de una viga balcón.....	343
Ejemplo 55) Calcular el ejemplo de la viga balcón según CIRSOC 201/82.....	347
Ejemplo 56) Cálculo a corte y torsión de una viga L que soporta otra viga T premoldeada.....	349
Ejemplo 57) Evaluar la flecha a largo plazo de una viga dada según el Código Modelo CEB-FIP 90.....	367
Ejemplo 58) Verificación de la deformación de la viga del Ejemplo 57) según el método de Branson.....	370
Ejemplo 59) Verificación de la deflexión de una losa.....	375
Ejemplo 60) Cálculo de una viga de gran altura.....	387
Ejemplo 61) Cálculo de la longitud de anclaje de una barra de 12 mm para un hormigón H-20 en una zona de adherencia buena y otra mala.....	398
Ejemplo 62) Cálculo de la longitud de anclaje requerido en el extremo de una barra con un gancho normal a 90°.....	401
Ejemplo 63) Cálculo de la longitud de anclaje de armadura ubicada en la zona de momento positivo de una viga aporticada.....	405
Ejemplo 64) Diseño de un empalme por yuxtaposición para una columna con estribos cerrados.....	408
Ejemplo 65) Determinación de la longitud de anclaje de la armadura traccionada en la zona de apoyo de un pórtico cuya armadura de segunda capa superior es de 2φ20 mm.....	408
Ejemplo 66) Determinación de la longitud de empalme por yuxtaposición de una columna.....	409
Ejemplo 67) Cálculo del anclaje de una viga premoldeada.....	413
Ejemplo 68) Proyecto de una columna sometida a compresión simple según CIRSOC 201/05.....	432
Ejemplo 69) Cálculo de “P _v ” para una columna simple con dimensiones y armaduras longitudinales mínimas según CIRSOC 201/05.....	433
Ejemplo 70) Proyecto de una columna zunchada según CIRSOC 201/05.....	434
Ejemplo 71) Obtener la carga máxima de servicio para la siguiente columna ($\lambda \leq 20$) según CIRSOC 201/82.....	435
Ejemplo 72) Dimensionar una columna que soporta una carga normal de 40 tn.....	436
Ejemplo 73) Obtener la carga última de una columna compuesta sometida a compresión simple según CIRSOC 201/05.....	440
Ejemplo 74) Cálculo de la capacidad de carga de la columna compuesta por un perfil embutido sometida a compresión simple según AISC-LRFD.....	444
Ejemplo 75) Construcción del diagrama de interacción para una columna de sección cuadrada.....	450
Ejemplo 76) Diseño de la columna de un edificio de oficinas (con esbeltez reducida), mediante los diagramas de interacción.....	454
Ejemplo 77) Diseño de una columna de sección rectangular sometida flexión oblicua por el método de las cargas recíprocas.....	459
Ejemplo 78) Realizar el cálculo de la siguiente columna solicitada a flexión compuesta oblicua según CIRSOC 201/05 y CIRSOC 201/82.....	463
Ejemplo 79) Dimensionar una columna esbelta perteneciente a una estructura indesplazable.....	480
Ejemplo 80) Diseño de una columna a pandeo perteneciente a un sistema desplazable.....	484
Ejemplo 81) Diseño de un nudo de un pórtico con una junta tipo 1 exterior.....	493
Ejemplo 82) Diseño de un tabique de hormigón armado.....	501

Ejemplo 83) Diseño de un emparrillado de vigas.....	506
Ejemplo 84) Resolución de un entrepiso sin vigas por el Método Directo	522
Ejemplo 85) Cálculo del coeficiente de balasto para una platea	567
Ejemplo 86) Diseño de una base aislada rígida.....	567
Ejemplo 87) Diseño de una base rígida de medianera.....	575
Ejemplo 88) Diseño de una base combinada rígida.....	580
Ejemplo 89) Diseño de una base combinada flexible.....	584
Ejemplo 90) Diseño de una fundación continua.....	589
Ejemplo 91) Resolución de una platea rígida.....	590
Ejemplo 92) Dimensionado de un cabezal de hormigón armado.....	606
Ejemplo 93) Cálculo de un tanque de agua cilíndrico apoyado sobre el suelo	635
Ejemplo 94) Cálculo de un tanque de agua cilíndrico enterrado según el criterio de la PCA.....	650
Ejemplo 95) Cálculo de la presión sobre el encofrado de un tabique.....	676
Ejemplo 96) Verificación de la capacidad resistente al fuego de una viga	685
Ejemplo 97) Cálculo de la acción del viento sobre la fachada principal de un edificio según CIRSOC 102/05	703
Ejemplo 98) Calcular el ejercicio anterior según CIRSOC 102/82.....	716
Ejemplo 99) Calcular un muro de contención en ménsula.....	726
Ejemplo 100) Calcular el siguiente muro de contención con contrafuertes para las características del ejercicio anterior.....	734
Ejemplo 101) Desarrollo de un ejemplo para una construcción ejecutada en etapas	746

Nota importante

Los autores han desarrollado los contenidos de tal forma de comprobar la efectividad de las teorías, pero no garantizan de ninguna forma, implícita o explícita, el contenido y los resultados de las mismas. El presente texto sólo posee un fin didáctico, y por lo tanto no está previsto para el desarrollo de proyectos a nivel profesional, los cuales son de exclusiva responsabilidad del proyectista.

Bibliografía

- 1) A simplified method for design of mats on elastic foundations – ACI Journal – Technical Paper by Shyam N. Shukla – Octubre de 1984.
- 2) ACI 216-1-97 Traducción CIRSOC – Año 2006. Método normalizado para determinar la resistencia al fuego de las construcciones de hormigón y mampostería.
- 3) ACI 224-2R-92 Traducción CIRSOC. Fisuración de Miembros de Hormigón en Tracción Directa – Informe Comité ACI 224.
- 4) ACI 336.2R-88 Reaprobado en 2002. Análisis Sugerido y Procedimientos de Diseño para Zapatas Combinadas y Losas de Cimentación – Publicación IMCyC - Año 2006.
- 5) ACI 350-01 - Code Requirements for Environmental Engineering Concrete Structures – Manual Concrete Practice 2005.
- 6) ACI 350-06 - Code Requirements for Environmental Engineering Concrete Structures.
- 7) ACI 350.4R-04 - Design Considerations for Environmental Engineering Concrete Structures – Manual Concrete Practice 2005.
- 8) ACI 435R-95. Control of Deflection in Concrete Structures Reported by ACI 435.
- 9) ACI 445R-99. Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete.
- 10) ACI 504R-90 Guide to sealing joints in concrete structures – Manual Concrete Practice – Año 2005.
- 11) ACI Structural Journal 87-S44 Concrete domes for water and wastewater tanks.
- 12) Análisis y Diseño al Corte - Prof. Carlos Alberto Llopiz – Cátedra de Hormigón I, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo – Mendoza – Año 2007.
- 13) Analogía de Grelha: A Influencia da Malha e da Inercia a Torcao no Calculo de Lajes de Concreto Armado – Cristiana Schons Prof. Dr. Joao Kaminski. Universidad Nacional de Santa María – Año 2008.
- 14) Another Look at Cracking and Crack Control in Reinforced Concrete – Robert Frosch – ACI Structural Journal Technical Paper – Junio 1999.
- 15) Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado – 4ª Edición. Oscar M. González Cuevas – Francisco Robles Fernández Villegas – Editorial Limusa - Año 2005.
- 16) Bases de Hormigón Armado - Prof. Carlos Alberto Llopiz – Cátedra de Hormigón I, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo – Mendoza – Año 2007.
- 17) Cálculo, Construcción, Patología y Rehabilitación de Forjados de Edificación - Dr. Ing. J. Calavera INTEMAC – 5ª Edición – Año 2002.
- 18) Cálculo de Estructuras de Cimentación – Dr. Ing. J. Calavera – INTEMAC – Año 1982.
- 19) Cálculo de Tableros por el Método del Emparrillado – J. Manterola.
- 20) Cálculo Límite de Vigas y Estructuras Aperticadas de Hormigón Armado. Ing. Civil Alberto H. Puppo. Instituto del Cemento Pórtland – Año 1980.
- 21) Cálculo Práctico de Estructuras de Edificios en Hormigón Armado – Albert Fuentes – Editores Técnicos Asociados, Barcelona – Año 1976.

- 22) Características Mecánicas del Hormigón Armado - Prof. Carlos Alberto Llopiz – Cátedra de Hormigón I, Facultad de Ingeniería, UNC – Mendoza – Año 2001.
- 23) Causas, Evaluación y Reparación de Fisuras en Estructuras de Hormigón. Comité ACI 224 1R-93. Traducción CIRSOC.
- 24) Circular concrete tanks without prestressing – PCA – 1993.
- 25) CIRSOC 101/05, Reglamento Argentino de Cargas Permanentes y Sobrecargas Mínimas de Diseño para Edificios y Otras Estructuras – Año 2005 – CIRSOC.
- 26) CIRSOC 102/05, Reglamento Argentino de Acción del Viento sobre las Construcciones – Año 2005 – CIRSOC.
- 27) CIRSOC 104/05, Reglamento Argentino de Acción de la Nieve y del Hielo sobre las Construcciones – Año 2005 – CIRSOC.
- 28) CIRSOC 201/82, Proyecto, Cálculo y Ejecución de Estructuras de Hormigón Armado y Pretensado – Tomos 1 y 2 – Julio 1982 – INTI.
- 29) Canadian Standards Association CSA A23.3-04.
- 30) Código Modelo CEB-FIP 90.
- 31) Coeficiente de Balasto – Ing. Augusto Leoni – UNLP.
- 32) Comportamiento, Resistencia y Deformación de Elementos de Hormigón Armado Sometidos a Flexión – Prof. Carlos Alberto Llopiz – Cátedra de Hormigón I, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo – Mendoza – Año 2001.
- 33) Concrete Construction Engineering Handbook – Segunda Edición – Editorial CRC Press – E. G. Nawy – Año 2008.
- 34) Concreto Reforzado. Edward G. Nawy – Ed. Prentice Hall – Primera Edición – Año 1988.
- 35) Control de la Calidad de los Proyectos, Prof. José Calavera Ruiz – Revista Nº 5 de Ingeniería Estructural – Publicación AIE – 1994.
- 36) Comité ACI 224R-01. Traducción CIRSOC. Control de la Fisuración en Estructuras de Hormigón.
- 37) Criterios Técnicos para el Descimbrado de Estructuras de Hormigón – Tesis Doctoral – Universidad Politécnica de Madrid – Justo Díaz Lozano – Año 2008.
- 38) Cuaderno 220 – Dimensionamiento de los elementos de hormigón y hormigón armado – Traducción del IRAM – Edición 1981.
- 39) Curso de Hormigón Armado. Ing. Oreste Moretto.
- 40) Diseño, cálculo y ejecución de tanques de ferrocemento - Jordi Masó Solés.
- 41) Design and Analysis of Heavily Loaded Reinforced Concrete Link Beams for Burj Dubai by Ho Jung Lee, Daniel A. Kuchma, William Baker, and Lawrence C. Novak – ACI Structural Journal Technical Paper – Julio – Agosto 2008.
- 42) Design Guide of Load and Resistance Factor Design of W-Shapes Encased in Concrete – AISC.
- 43) Design of concrete structures for retaining aqueous liquids - BS 8007:1987.
- 44) Diseño de Estructuras de Acero con LRFD, William T Segui – Segunda Edición – Año 2000 – Editorial Ciencias Thomson.

- 45) Diseño de Estructuras de Concreto Armado. Teodoro E. Harmsen – J. Paola Mayorca. Segunda Edición – Ed. Fondo Editorial 2000 – Universidad Católica Perú.
- 46) Diseño de Estructuras de Concreto Presforzado. Arthur H. Nilson – Año 1982 – Ed. Limusa.
- 47) Diseño de Estructuras de Concreto. Arthur H. Nilson. Duodécima Edición – Ed. Mc Graw Hill.
- 48) Diseño de juntas viga – columna en estructuras de concreto – Según ACI 352. IMCYC. Ed. Limusa 1999.
- 49) Diseño Estructural. Meli Piralla. Ed. Limusa 1994.
- 50) Design for Torsion and Shear in Prestressed Concrete Flexural Members – Paul Zia, Thomas T. C. Hsu – PCI Journal, Vol 5, N° 3, Mayo Junio 2004.
- 51) Earth Pressures and Retaining Wall - Huntington, W. C. - John Wiley & Sons - Año 1957.
- 52) Ejemplos de Aplicación del Proyecto de CIRSOC 201/05. Año 2004. Temas: Flexión Simple, Corte, Torsión y Tirantes. Autores: Ing. Victorio Hernández Balat e Ing. Juan Francisco Bissio.
- 53) Ejemplos de Aplicación del Reglamento Argentino de Estructuras de Hormigón. Ing. Daniel Ortega – Año 2002.
- 54) Ejemplos para el Diseño de Hormigón Estructural usando Modelo de Bielas y Tirantes. Editor Karl-Heinz Reineck. ACI Internacional – SP 208. Traducción al español por la Comisión del CIRSOC año 2004.
- 55) El Control de la Fisuración mediante la Adherencia. Ing. Edgardo Luis Lima.
- 56) El Proceso del Diseño Estructural – Separata del Manual de Construcción Sismorresistente – Ing. Agustín Reboredo – Publicación Cent. Ing. Mendoza - Año 1999.
- 57) Elementos de Hormigón Armado Sometidos a Compresión – Prof. Carlos R. Llopiz – Universidad Nacional de Cuyo – Mendoza.
- 58) Elementos y Zonas de Elementos en los que no es Aplicable la Teoría General de Barras – Ing. Victorio Hernández Balat – Año 1995 – Publicación CEILP-UNLP.
- 59) Elementos y Zonas donde no se Cumple la Hipótesis de Bernoulli – Ing. Francisco Bissio – Año 2006 – UNLP.
- 60) Entrepisos Planos – Ing. Victorio Hernández Balat – UNLP – CEILP.
- 61) Especificaciones AASHTO para el Diseño de Puentes por el Método LRFD – Año 2005 – Traducción CIRSOC.
- 62) Estructuras de Concreto Reforzado – R. Park y T. Paulay – Octava Reimpresión – Año 1996 – Editorial Limusa.
- 63) Estructuras de Hormigón Armado: Tomo I – Bases para el Dimensionado de Estructuras de Hormigón Armado. Fritz Leonhardt. Ed. El Ateneo.
- 64) Estructuras de Hormigón Armado: Tomo II – Casos Especiales del Dimensionado de Estructuras de Hormigón Armado. Fritz Leonhardt. Ed. El Ateneo.
- 65) Estructuras de Hormigón Armado: Tomo III – Bases para el Armado de Estructuras de Hormigón Armado. Fritz Leonhardt. Ed. El Ateneo.

- 66) Estructuras de Hormigón Armado: Tomo IV – Verificación de la Capacidad de Uso. Fritz Leonhardt. Ed. El Ateneo.
- 67) Estructuras para Arquitectos – Mario Salvadori – Robert Sélér. 3ª Edición – Año 1997 – Editorial CP 67.
- 68) Estudo da Rigidez à Torção para Aplicação do Processo de Analogia de Grelha em Lajes Maciças – V Simposio EPUSP sobre Estructuras de Concreto – Dr. Stramandinoli, J. – Lorigio, D.
- 69) Eurocode 2 Design of concrete structures – BS EN 1992-1-1-2004.
- 70) Evaluación de los Resultados Obtenidos Mediante Utilización de Software Orientados al Diseño de Estructuras. Ing. A. Cotto – Ing. D. Kornitz – Ing. A. Manzelli. VIII Jornadas de Ingeniería Estructural – AIE.
- 71) Finit element design of concrete structures – G. A. Rombach – Ed. Thomas Telford – Año 2004.
- 72) Forma actual de considerar la acción del viento en las estructuras – Ing. Luis Julián Lima – Año 1972 – Publicación Centro de Ingenieros de la Provincia de Buenos Aires.
- 73) Foundation and analysis design – Joseph E. Bowles – Ed. McGraw – Hill 5ª Edición – Año 1996.
- 74) Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios – Prof. Libanio M. Pinheiro – Año 2007 – Universidad de Sao Paulo.
- 75) Hormigón Armado – Jiménez Montoya, García Meseguer, A. Morán (14ª Edición) – Ed. Gustavo Gili – Año 2001.
- 76) Hormigón Armado – Jiménez Montoya, García Meseguer, A. Morán (15ª Edición) – Ed. Gustavo Gili – Año 2010.
- 77) Hormigón Armado, Conceptos Básicos y Diseño de Elementos con Aplicación del Reglamento CIRSOC 201-2005, Dr. Ing. Oscar Möller – Editorial Universitas – Año 2004.
- 78) Hormigón Armado y Pretensado – Enrique Hernández Montés – Luisa María Gil Martín – Editor Grupo de Investigación TEP 190 – Ingeniería e Infraestructura – Granada 2007.
- 79) Hormigón Estructural: concepción, proyecto y construcción. Dr. Ing. Hugo Corres Peiretti. XVI Jornadas AIE.
- 80) Instrucción Española de Hormigón Estructural EHE-1999.
- 81) Instrucción Española de Hormigón Estructural EHE-2008.
- 82) Intuición y Cálculo Estructural ¿Dos amigos? Conferencia dictada por el profesor J. Calavera. Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. XVIII Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural - Septiembre de 2004 – AIE.
- 83) Juntas en construcciones de hormigón – J. Calavera Ruiz y E. González Valle – Cuaderno Nº 14 INTEMAC – 1994.
- 84) La Cuestión Corte (Tensión Diagonal) en Piezas de Hormigón Armado – Dr. Ing. Guillermo L. Gabrielli – XV Jornadas Argentinas de Ing. Estructural – Año 1996.
- 85) La Vida en Servicio de las Estructuras de Hormigón Armado y el Proyecto CIRSOC 201-2002. Alberto Giovambatista – Lilian Eperjesi - Facultad de Ingeniería UNLP. XVIII Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural- Septiembre de 2004 – AIE.

- 86) Losas de Concreto Reforzado – R. Park – Editorial Limusa.
- 87) Losas de Hormigón Armado. Ing. Jorge Bernal – Año 1993.
- 88) Losas. Ing. Pedro Badi (UNLP, Publicación CEILP) - Año 1994.
- 89) Manual de Cálculo de Hormigón Armado – 2º Edición en base al Código ACI 318/05 Ediciones Gerdau Aza – Autores: Ing. Alfonso Vial, Ing. Fernández Uribe e Ing. Christian Arnold – Año 2006.
- 90) Manual de Diseño Sísmico de Edificios – Bazán y Meli Piralla – Año 1985 - Ed. Limusa.
- 91) Manual de rehabilitación de estructuras de hormigón-Reparación, refuerzo y protección. Paulo Helene-Fernando Pereira (Editores). CyTED Rehabilitar - Año 2003.
- 92) Manual of Steel Construction – LRFD – Segunda Edición 1994 – AISC.
- 93) Método Práctico para el Dimensionamiento y Construcción de Estructuras de Hormigón Armado – Schlaich y Weischede – Año 1982 – Traducción Ing. Muller – ATEC.
- 94) Modelo de Bielas – Ing. Hernández Balat e Ing. Francisco Bissio – Año 2004 – Publicación CIRSOC.
- 95) Modelos de bielas e tirantes aplicados a estructuras de concreto armado – Reginaldo Carneiro Da Silva y Prof. José Samuel Giongo – EESC UNSP – Facultad de Ingeniería – San Pablo – Año 2000.
- 96) Muros de Contención y Muros de Sótano – J. Calavera – Edición INTEMAC – Año 1989.
- 97) Notas sobre ACI 318-02 Building Code Requirements For Structural Concrete With Design Applications – año 2002. Traducciones del CIRSOC.
- 98) Notes on ACI 318/05 Building Code Requirements for Structural Concrete.
- 99) Pandeo – Ing. Luis Julián Lima – Publicación CEILP.
- 100) Patología de Estructuras de Hormigón Armado y Pretensado - Dr. Ing. J. Calavera INTEMAC – 2º Edición – Año 2005.
- 101) Patología y Terapéutica del Hormigón Armado – M. Fernández Canovas.
- 102) Perfiles Tubulares en Aplicaciones Estructurales, Prof. J. Wardenier – Año 2001 – Publicación del CIDECT – España.
- 103) PERI Encofrados, Argentina.
- 104) Principios de Ingeniería de Cimentaciones – Braja M. Das – Editorial Thomson.
- 105) Prestressed Concrete Structures – Michael P. Collins, Denis Mitchel – Response Publications Canada – Año 1997.
- 106) Propiedades de los Materiales que Fundamentan la Teoría del Hormigón Armado. Ing. Edgardo Luis Lima. CEILP – UNLP - Año 1993.
- 107) Proyecto de Estructuras de Hormigón Armado para Escaleras. Publicación Ing. Victorio Hernández Balat e Ing. F. Bissio (UNLP).
- 108) Proyecto de Reglamento Argentino de Cargas de Diseño para Estructuras Durante su Construcción - CIRSOC 108.
- 109) Proyecto de Reglamento CIRSOC 201/05.
- 110) Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón. Ing. J. Calavera – Intemac Año 1999.

- 111) Publicación Cátedra de Hormigón Armado - Torsión – UNLP – Ing. Edgardo Luis Lima – Año 2003.
- 112) Publicación CIRSOC – Tablas para el Diseño de Elementos Estructurales de Hormigón – Ing. Daniel Ortega – Año 2002.
- 113) Punzonamiento. Cátedra Teoría del Hormigón Armado – UNLP. Ing. Edgardo L. Lima.
- 114) Reinforced Concrete Design of Tall Buildings. Bungale S. Taranath – Taylor and Francis Group, LLC – Año 2010.
- 115) Reparación de Obras Hidráulicas de Hormigón. Monografías de la Universitat Politecnica de Catalunya. Colegio de Ingenieros, Caminos, Canales y Puertos.
- 116) Resistencia de Materiales. P. A. Stiopin – Año 1996. Ed. Mir.
- 117) Seminario: Hormigón Armado, Notas sobre su Evolución y la de su Teoría – Ing. Edgardo Lima, Ing. Hernández Balat e Ing. Francisco Bissio – Año 2006.
- 118) Simplified Modified Compression Field Theory for Calculating Shear Strength of Reinforced Concrete Elements - Evan C. Bentz, Frank J. Vecchio y Michael P. Collins – ACI Structural Journal – Technical Paper Title no. 103-S65 – Año 2006.
- 119) Sistemas de Estructuras. Heinrich Engel – Año 1979 - Ed. Blume.
- 120) Skidmore, Owings, & Merrill LLP – Datos provistos por Amy Hawkinson – Imágenes Nick Merrick.
- 121) Solicitaciones Normales Simples, Tracción y Compresión, Fascículo N° 4 – Ing. Luis Lima – CEILP-UNLP.
- 122) Suelos y Fundaciones – Dra. Ing. María Graciela Fratelli.
- 123) Tall Building Structures: Analysis and Design – Bryan S. Smith y Alex Coull – John Wiley & Sons , Inc – Año 1991.
- 124) Tablas de Hormigón Armado – Ing. Bernal.
- 125) Teoría del hormigón armado – Fascículo I, CEILP - UNLP. Ing. Luis Julián Lima.
- 126) The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear – Frank J. Vecchio, Michael P. Collins – ACI Journal – Technical Paper Title no. 83-22 – Año 1986.
- 127) Theory of plates and shells. S Timoshenko, S. Woinnowsky-Krieger. Editorial McGraw-Hill. Segunda Edición. Año 1959.
- 128) Tirantes de Hormigón Armado – Trabajo presentado por los Ings. Victorio Hernández Balat e Ing. Juan Francisco Bissio – Seminario sobre Reglamento CIRSOC 201/02 – Año 2003.
- 129) Verificacoes da puncao e da estabilidade global em edificios de concreto – Ing. Juliana Soares Lima – UNSP – Año 2001.
- 130) Waterstops and other preformed joint materials for civil works structures – US Army Corps of Engineers - EM 1110-2-2102- 1995.
- 131) Zapatas de Hormigón Armado – Ing. Jorge Bernal.
- 132) www.burj Khalifa.ae – Sitio web accesado el 09/01/11.

En un futuro próximo se prevé que entre en vigencia el nuevo marco reglamentario de Normas CIRSOC, respecto de lo concerniente a estructuras de hormigón armado, el cambio es significativo.

El Reglamento CIRSOC 201/82 se basó en las Normas alemanas DIN 1045/78, las mismas con el correr de los años fueron paulatinamente quedando desactualizadas respecto del estado del arte, esto motivó un profundo debate acerca de la necesidad de su actualización y el nuevo modelo de normativa a adoptar.

Mayoritariamente el consenso se inclinó por la escuela americana (Código ACI 318/05), de amplia aceptación en el mundo y base para nuestro futuro CIRSOC 201/05.

Frente a esta situación y a la escasa bibliografía traducida al castellano referida al Código ACI 318/05, entendimos necesario como docentes, a fin de colaborar con la difusión de la nueva normativa y facilitar su comprensión por parte de los futuros usuarios, desarrollar el presente texto, con una importante cantidad de ejemplos de aplicación.

En esta segunda edición se han incorporado cuatro nuevos capítulos referidos a la acción del viento sobre las estructuras, el diseño y cálculo de muros de contención, losas de escalera y hormigón simple. Asimismo, entre otros aspectos, se incorporaron nuevos conceptos teóricos y ejemplos bajo diversas normativas, llegando a poseer más de 100 ejemplos prácticos, 590 figuras y 100 tablas. Se incluyó el desarrollo de criterios modernos de análisis de elementos solicitados a corte según la AASHTO LRFD 2007 y se amplió el capítulo sobre columnas compuestas.

Con el pleno conocimiento de la escasez de bibliografía disponible, esperamos que esta publicación sea un aporte más tendiente a paliar dicha dificultad y facilitar la actualización de nuestros colegas de Ingeniería Civil, tanto en nuestro país como así también en países vecinos.

ISBN 978-987-584-362-2



9 789875 843622