

Tomo II

# Hormigón armado



**Arq. Pedro Perles**

Bases | Bases excéntricas | Escaleras | Tanques de agua | Cuerpos salientes de gran magnitud | Torsión | Hormigón pretensado | Apéndice tablas

# **HORMIGÓN ARMADO**

TOMO 2



Pedro Perles

# **HORMIGÓN ARMADO**

TOMO 2

nobuko

Perles, Pedro  
Hormigón armado: tomo II. - 1a ed. - Buenos Aires: Nobuko, 2009.  
172 p.: il.; 30x21 cm.

ISBN 978-987-584-203-8

1. Hormigón Armado.  
CDD 624.183 41

Foto de tapa:

*Auditorio Walt Disney, Los Ángeles, California, EE.UU.  
Frank Gehry*

Hecho el depósito que marca la ley 11.723  
Impreso en Argentina / Printed in Argentina

La reproducción total o parcial de este libro, en cualquier forma que sea, idéntica o modificada, no autorizada por los autores, viola derechos reservados; cualquier utilización debe ser previamente solicitada.

© 2009 nobuko

ISBN: 978-987-584-203-8

Marzo de 2009

Este libro fue impreso bajo demanda, mediante tecnología digital Xerox en **bibliográfika** de Voros S.A. Bucarelli 1160. Capital.  
info@bibliografika.com / www.bibliografika.com

*Venta en:*

**LIBRERÍA TÉCNICA**

Florida 683 - Local 18 - C1005AAM Buenos Aires - Argentina  
Tel: 54 11 4314-6303 - Fax: 4314-7135  
E-mail: cp67@cp67.com - www.cp67.com

**FADU** - Ciudad Universitaria

Pabellón 3 - Planta Baja - C1428EHA Buenos Aires - Argentina  
Tel: 54 11 4786-7244

## **10 . Bases**

- 09** | Bases
- 13** | Base medianera
- 19** | Dimensionado base céntrica
- 19** | Dimensionamiento superficie de apoyo
- 20** | Verificación punzonado

## **11 . Bases excéntricas**

- 23** | Bases excéntricas
- 24** | Tensores de hormigón armado
- 28** | Base excéntrica con tensor
- 34** | Base con viga cantilever
- 43** | Tablas

## **12 . Escaleras**

- 49** | Escaleras
- 51** | Ejemplo numérico
- 54** | Encofrado de escalera
- 55** | Rampas

## **13 . Tanques de agua**

- 59** | Tanques de agua
- 62** | Armadura tanque
- 64** | Impermeabilización tanques
- 65** | Dimensionado tanque de reserva de agua
- 78** |  $V_2$ - $V_3$

## **14 . Cuerpos salientes de gran magnitud**

- 81** | Cuerpos salientes de gran magnitud

## **15 . Torsión**

- 91** | Torsión
- 114** | Disposiciones reglamentarias
- 118** | Ejemplo numérico

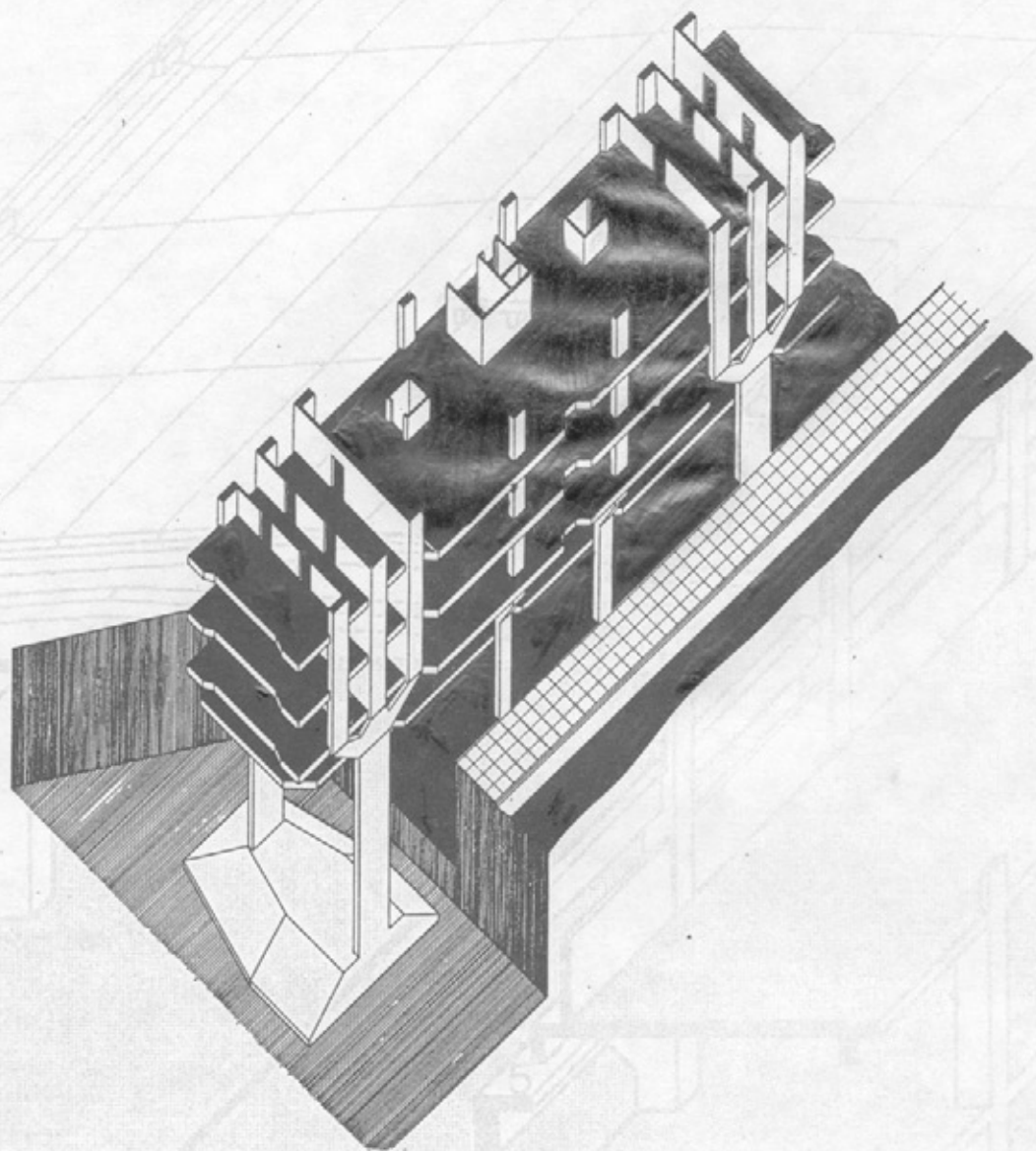
## **16 . Hormigón pretensado**

- 125** | Hormigón pretensado
- 130** | Estado tensional
- 151** | Dimensionado losa hormigón pretensado
- 153** | Dimensionado viga hormigón pretensado

## **Apéndice tablas**

- III** | Pesos unitarios de materiales
- V** | Sobrecargas mínimas o cargas accidentales
- VII** | Tabla A1
- VIII** | Tabla A2
- IX** | Tabla A5
- X** | Tabla A6
- XI** | Tabla T7
- XII** | Tabla T8 y Tabla T9

- 169** | Bibliografía consultada
- 171** | Bibliografía general



10. Bases



*Detalles de distintos tipos de bases.*

# 10. Bases

Cumplen la función de transmitir al terreno las cargas que reciben de las columnas. FIG 10.1

-¿Por qué se ensancha la superficie de apoyo?

Porque la tensión de trabajo del terreno es muy baja: 0,5 a 3 kg/cm<sup>2</sup>

En Buenos Aires es usual un valor  $\sigma_t = 2$  a 2,5 kg/cm<sup>2</sup>

-¿Cómo se dimensiona la superficie de apoyo?

A compresión  $F = \frac{P}{\sigma_t}$

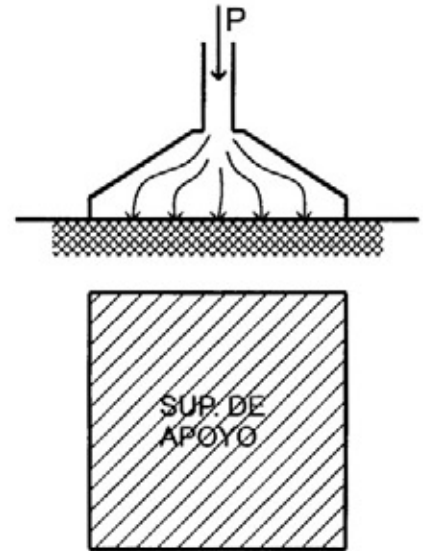


Fig. 10.1

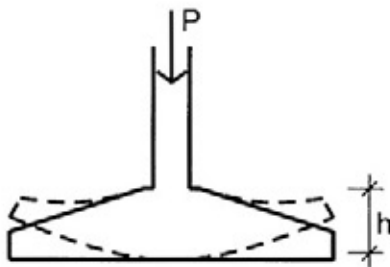


Fig. 10.2

-¿Cómo reacciona el terreno?

Se ejerce naturalmente de abajo hacia arriba con una carga distribuida en toda la superficie de apoyo, siendo mayor en el centro que en los bordes.

-¿Y qué efectos provoca esa reacción?

Tiende a flexionar la base hacia arriba, provocando la deformación de la FIG 10.2, es decir que la base se comporta

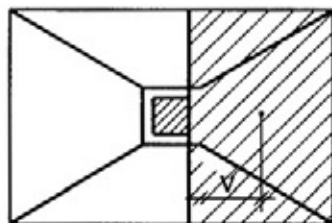


Fig. 10.3

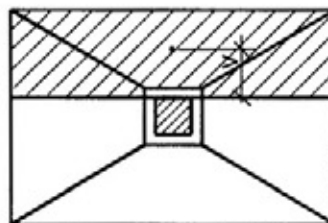
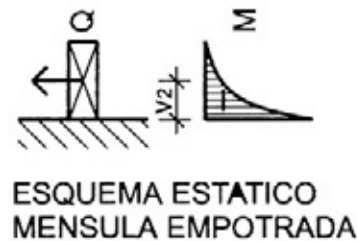
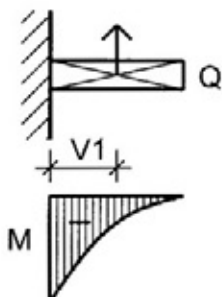


Fig. 10.4



ESQUEMA ESTATICO  
MENSULA EMPOTRADA



ESQUEMA ESTATICO  
MENSULA EMPOTRADA

DIAGRAMA DE  
MOMENTOS

como si estuviese compuesta por **4 ménsulas invertidas empotradas en el tronco de la columna**, 2 de las cuales se representan en planta rayadas. FIG 10.3 y 10.4

-¿Cómo se obtiene la resultante de la carga distribuida?

Multiplicando la tensión del terreno  $\sigma_t$  por la superficie rayada.

-¿Y el momento flexor?

Es el producto de la resultante por el brazo elástico  $V$

-¿Cómo se calcula la altura y la armadura de la base?

A la flexión

Con el momento flector calculado, se aplican las mismas fórmulas que las utilizadas para el dimensionamiento de losas y vigas, para ambas direcciones.

-¿Dónde va ubicada la armadura?

En la parte inferior, donde está la zona traccionada, como si fuese una losa cruzada, como se indica en la FIG 10.5

-¿Cuál es el recubrimiento mínimo?

Mayor que en las losas y vigas, para evitar que la humedad del terreno entre en contacto con las armaduras, corroyéndolas. Por ello se adopta un mínimo de 6 cm. de recubrimiento, aunque se aconsejan no menos de 10 cm.

-¿Por qué se ensancha 2,5 cm a cada lado de la columna?

Para permitir la colocación de las tablas de encofrado del tronco o la columna, las que tienen 1" de espesor.

En muchísimos casos se hace el tronco hasta el nivel de P. baja y luego la columna, lo que obliga a ensanchar 2 veces para poder encofrar.

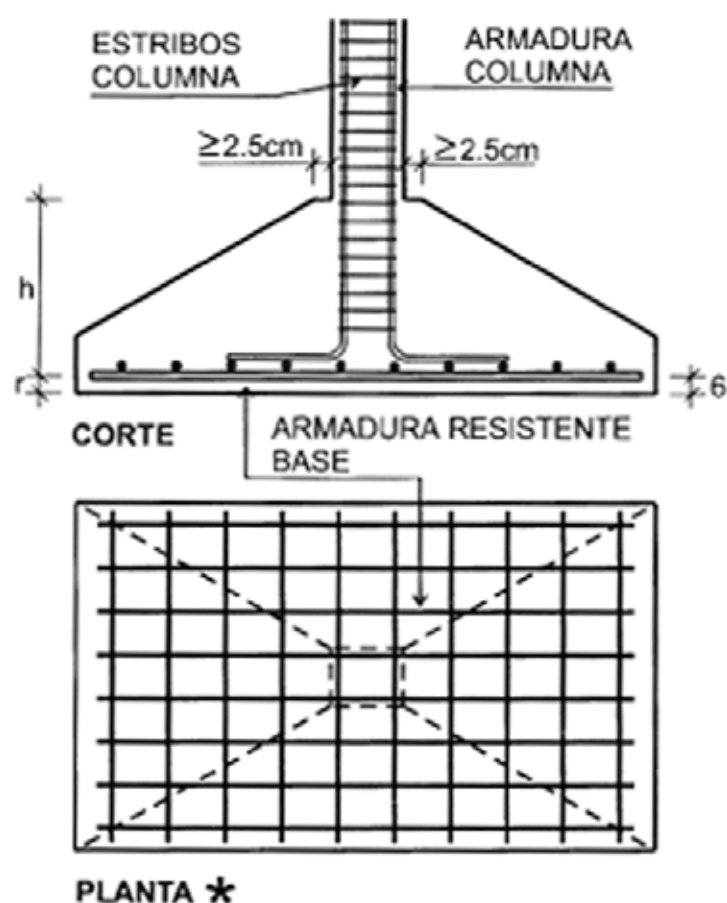


Fig. 10.5

–¿En que casos se utiliza la solución de la FIG 10.6?

Cuando hay sótano, pues la base queda casi a nivel del piso terminado, y resulta más práctico.

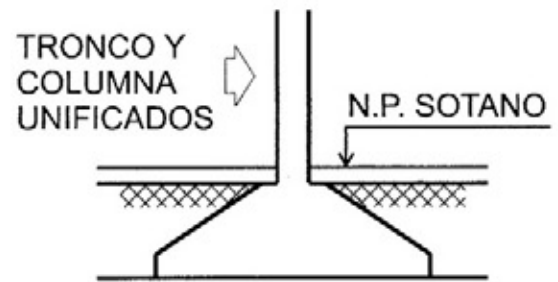


Fig. 10.6

–¿Y la base de la FIG 10.7 cuando se utiliza?

Cuando no hay sótano, se hormigona la base, luego se ejecuta el tronco y se hormigona para poder tapar la excavación. Finalmente, se levanta el encofrado de la columna, conjuntamente con el de toda la planta baja.

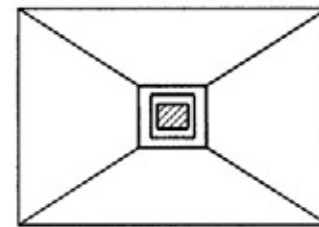
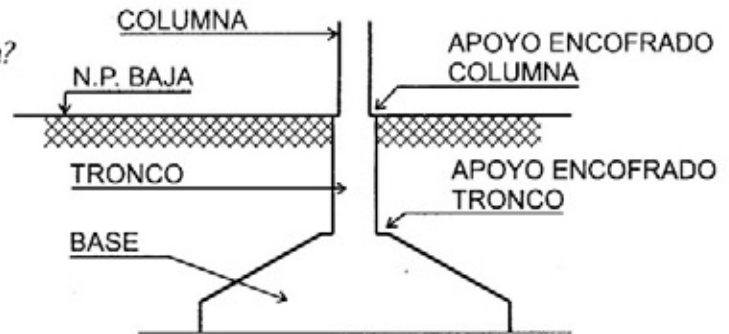
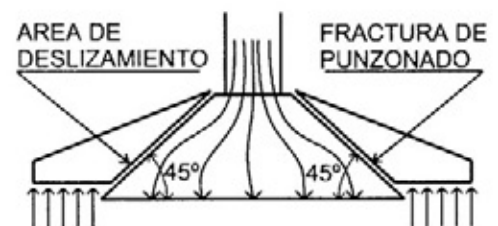


Fig. 10.7

NOTA: En general, el diámetro de las barras debe ser  $10 \leq \phi \leq 16\text{mm}$ . Y la separación máxima  $\leq 20\text{ cm}$  para evitar fisuras excesivas y prevenir la corrosión en las armaduras.

–¿Cómo se produce el punzonamiento?

Por la tendencia a la perforación de la base de un volumen de forma tronco cónica que se desliza según un ángulo de  $45^\circ$  respecto al resto de la base.



–¿En que forma se verifica?

Dividiendo la carga actuante en toda la zona rayada sobre el área lateral de un cilindro, equivalente en sus efectos finales a la superficie lateral de forma tronco cónica. La resistencia al corte por punzonado es mayor que la de corte por flexión en el caso de losas, por lo que el reglamento americano A.C.I. fija en el doble su tensión admisible.

Los ensayos han demostrado que la resistencia al punzonado crece cuando aumenta la cuantía de acero, y en base a ello es que la norma D.I.N 1045 fija las siguientes tensiones admisibles.

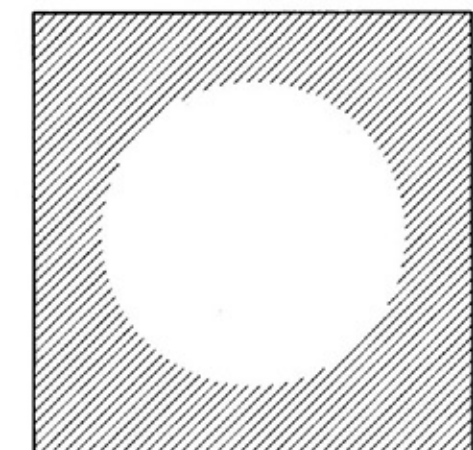


Fig. 10.8

Tensión acero	Cuantía	Hormigón kg/cm <sup>2</sup>	Cálculo tensión admisible al punzonado	Tensión admisible
$\beta_s$ 4200	$\mu = 0,5\%$	$\beta_{cn}$ 130	$\tau_p = 1,19 \quad \tau_{011} = 1,19 \times 3,5 \text{ kg/cm}^2 =$	4,16 kg/cm <sup>2</sup>
		$\beta_{cn}$ 170	$\tau_p = 1,19 \quad \tau_{011} = 1,19 \times 4,5 \text{ kg/cm}^2 =$	5,35 kg/cm <sup>2</sup>
		$\beta_{cn}$ 210	$\tau_p = 1,19 \quad \tau_{011} = 1,19 \times 5 \text{ kg/cm}^2 =$	5,95 kg/cm <sup>2</sup>
	$\mu = 1,5\%$	$\beta_{cn}$ 130	$\tau_p = 2,07 \quad \tau_{011} = 2,07 \times 3,5 \text{ kg/cm}^2 =$	7,24 kg/cm <sup>2</sup>
		$\beta_{cn}$ 170	$\tau_p = 1,19 \quad \tau_{011} = 2,07 \times 4,5 \text{ kg/cm}^2 =$	9,31 kg/cm <sup>2</sup>
		$\beta_{cn}$ 210	$\tau_p = 1,19 \quad \tau_{011} = 2,07 \times 5 \text{ kg/cm}^2 =$	10,31kg/cm <sup>2</sup>

Si se desea prescindir del cálculo de la cuantía  $\mu$ , que resulta algo laboriosa, se aconseja, con criterio simplificador, adoptar  $\mu = 0,5\%$ , pues el error que se comete esta del lado de la seguridad, en razón de que las tensiones admisibles serán menores.

-¿Cuál es la secuencia de verificación al punzonado?

La siguiente:

1) **Diámetro  $C$  del área superior del cono de fractura**

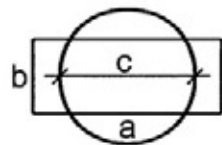
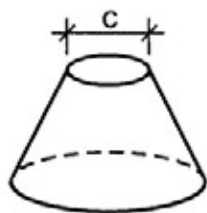


Fig. 10.9

Igualando las áreas del círculo y el rectángulo se despeja  $C$ :

$$\frac{\pi c^2}{4} = a b \Rightarrow C = \sqrt{\frac{4 ab}{3,14}} \Rightarrow C = 1,13 \sqrt{ab}$$

2) **Diámetro  $d_k$  de la base del cono de fractura**

A partir de  $C$  se traza una línea punteada a 45° hasta cortar al eje de la armadura. Se obtiene así la base del cono de fractura

$$d_k = 2h + c$$

3) **Fuerza de punzonado  $Q_p$**

Es la fuerza que actúa en la superficie rayada, y se obtiene por diferencia entre la carga total  $1,10 N$  menos la que actúa bajo la base del cono de fractura. Esta última se obtiene multiplicando se área por la tensión admisible del terreno.

$$Q_p = 1,10 N - \left( \frac{\pi d_k^2}{4} \sigma_t \right)$$

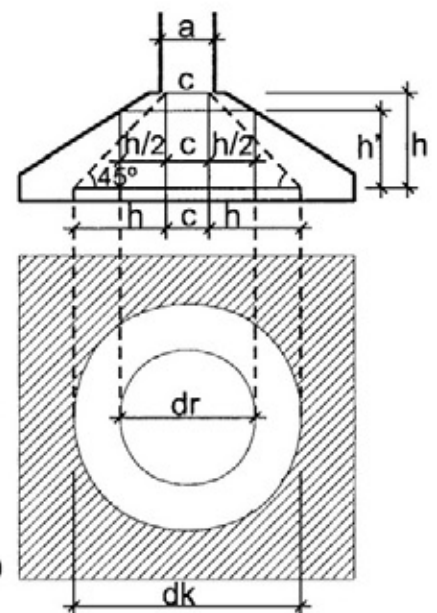


Fig. 10.10

4) **Diámetro  $d_r$  del cilindro equivalente al cono de fractura**

Por los puntos medios de las líneas a 45° se trazan dos rectas verticales hasta cortar al talud de la base. Se obtiene así el cilindro equivalente de altura  $h'$ .

$$d_r = h + c$$

5) **Verificación tensión de punzonado**

Se determina dividiendo la carga total de punzonado  $Q_p$  por la superficie lateral del cilindro equivalente.

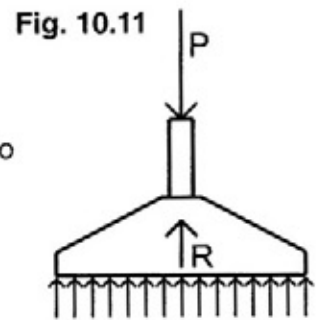
$$\tau_p = \frac{Q_p}{\pi d_r h'} \leq \tau_p \text{ admisible}$$

La altura  $h'$  se puede obtener analíticamente hallando la pendiente del talud de la base, o bien, se aconseja, con criterio simplificador, medirlo directamente en escala.

**Base medianera**

-¿En qué se diferencia de una base centrada?

En una base céntrica la resultante de las tensiones reactivas del suelo pasa por la misma recta de acción de P, equilibrándola, según FIG 10.11



-¿Y en una base medianera?

Al desaparecer el sector indicado en línea punteada, la reacción del terreno es excéntrica respecto a P, conformando un par de fuerzas que generan una cupla de magnitud  $M = P \cdot e$  Fig.10.12 que tiende a producir el giro o volcamiento. Fig. 10.13

-¿Con qué se contrarresta?

Con un par reactivo constituido por las fuerzas horizontales  $H$ . La inferior se materializa por el rozamiento de la base con el terreno y la superior mediante un **tensor** que actúa como una rienda que evita el volcamiento.

Fig. 10.14

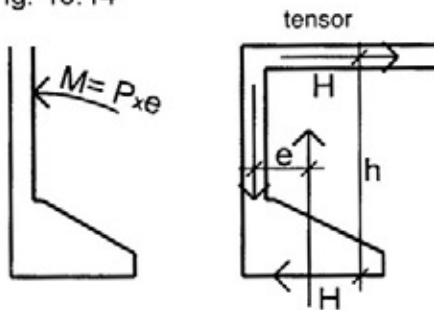


Fig. 10.13

Fig. 10.14

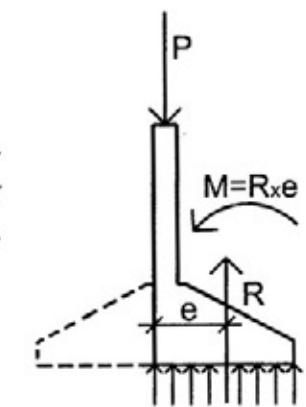
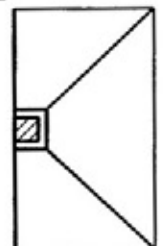


Fig. 10.12



### 1) Dimensionamiento tensor

Se calcula previamente la fuerza  $H$  planteando la siguiente igualdad entre ambos pares:

$$M = Pe = Hh \Rightarrow H = \frac{Pe}{h}$$

Con esta carga dimensionamos el tensor a tracción en base a los conceptos teóricos explicados en las páginas 24 y 25 de los cuales se han deducido las siguientes expresiones que nos permiten obtener:

La sección de acero con:

$$A_s = \frac{H}{\sigma_b z \left( n + \frac{1}{\mu} \right)}$$

La sección de hormigón con:

$$F_b = \frac{A_s}{\mu}$$

### 1) Resolución tronco:

Si suponemos articulado el encuentro del tensor con la columna, el tronco tenderá a flexionar con la deformación que se indica en el gráfico 10.15 siendo su diagrama de momentos una función lineal. Por ello conviene incrementar también linealmente las dimensiones del tronco hasta duplicarla donde alcanza su máximo valor en la sección a - a.

\*Ver separata de bases excéntricas

Actuando un esfuerzo normal  $N$  de compresión que transmite la columna y un momento flexor  $M$ , corresponde por consiguiente dimensionar **el tronco a la flexo compresión** con armadura simétrica en la sección a - a del cuello de la base, por ser la más comprometida debido a la reducción brusca de las dimensiones. Para ello calculamos los coeficientes adicionales:

$\eta$ , que representa la acción del **esfuerzo normal de compresión**

$m$ , que representa la acción del **momento flexor**

$$\eta = \frac{N}{bd \beta}$$

$$m = \frac{M}{bd^2 \beta}$$

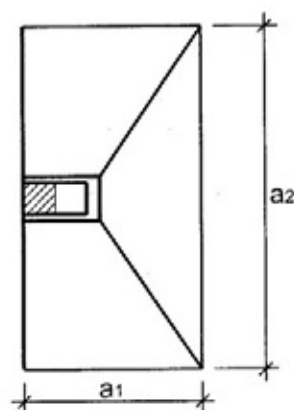
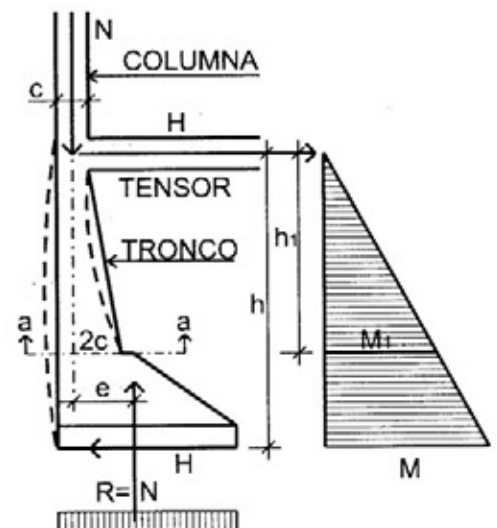


Fig. 10.15

Con estos valores entramos a los ábacos de interacción para armadura simétrica y obtenemos el grado mecánico  $\omega_0$ , que nos permite dimensionar la sección de acero con la expresión conocida:

$$A_{s1} = A_{s2} = \omega_0 \frac{bd}{\beta_s \beta_r}$$

### 3) Verificación al desplazamiento (ver tratado de bases excéntricas páginas 24 y 25)

Para evitar el desplazamiento de la base sobre el terreno deberá cumplirse que:

$$\nu H \leq N_t f$$

$f$  = ángulo de rozamiento interno obtenido del estudio de suelos

$\nu$  = Coeficiente de seguridad igual a 2

### 4) Dimensionamiento de la base

La obtención de la superficie de apoyo, la altura, la armadura, y la verificación al punzonado, se realizan en igual forma que la estudiada para bases centradas.

El inconveniente principal de esta solución radica en el hecho de que por lo general, la armadura del tensor no está suficientemente tensada, por lo que este empezaría a trabajar con retraso, luego de haberse efectivamente estirado por la acción del par actuante.

Es por ello que esta solución puede admitirse para cargas no mayores de 40 a 50 T

—¿Y cuando supera estos valores?

Entre los 50 y 60 T puede adoptarse la solución de dar al tronco una pequeña inclinación que no supere los 15°.

Efectuando la descomposición de  $P$ , se obtiene la equilibrante horizontal de  $H$  de tracción y la equilibrante  $I$  de compresión.

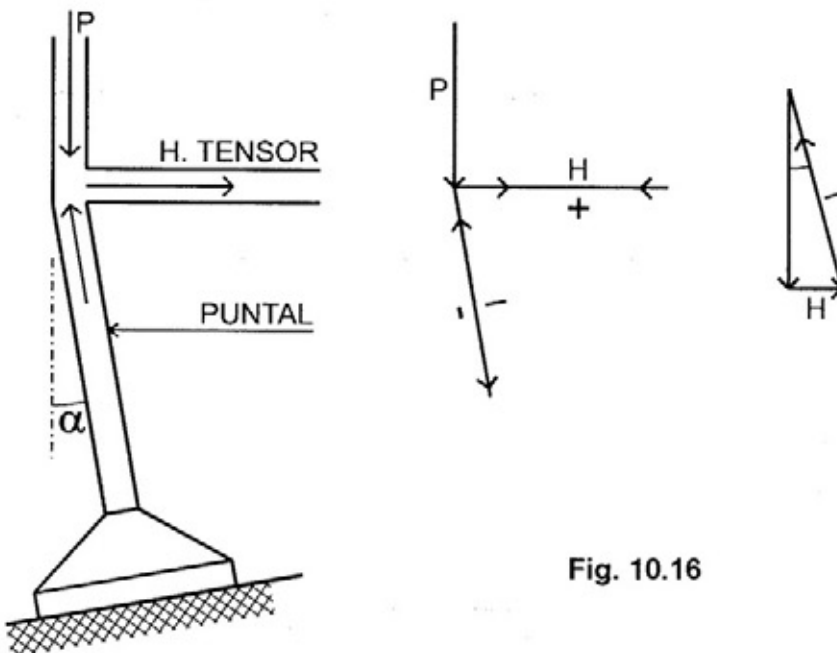


Fig. 10.16



—¿Y cual es la ventaja?

Que se elimina la flexión en el tronco, el que en consecuencia sólo soportará un esfuerzo axial de compresión, y la base se comportará como céntrica.

Sin embargo, por razones constructivas, se suele rellenar el espacio que queda entre el tronco y el talud vertical, dejando además horizontal la superficie de apoyo, según fig. 10.17.

Como la base inclinada no evita la presencia del tensor, con los inconvenientes ya señalados, aunque las tensiones que soporta son reducidas en razón de que el áng.  $\alpha$  es inferior a los  $15^\circ$ , se aconseja limitar su utilización a cargas que no superen las 60 T.

Los inconvenientes señalados en los tensores se pueden evitar, ejecutándolos en hormigón pretensado, que resulta el material más apropiado y, por ello, aconsejado por los buenos tratados.

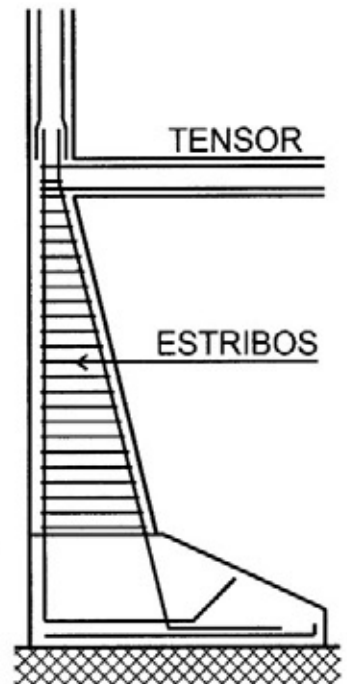


Fig. 10.17

—¿Cuál resulta en definitiva la solución más apropiada? \*

La base con **viga cantilever** (en voladizo), pues con ella se elimina la compresión excéntrica en el tronco y la presencia del tensor.

También denominada "viga centradora" pues mediante una base con cargas centradas se elimina la flexión compuesta en la columna.

El planteo estructural consiste en cargar el tronco de la columna en el extremo del voladizo de una viga, que apoya a su vez sobre el tronco de la base vecina, la que en consecuencia se comporta como un vínculo, y sobre el eje de la base en cuestión, que constituye el otro vínculo estático, según el esquema siguiente:

\* Ver Tratado de bases excéntricas

La determinación de la fuerza  $R$  que incide sobre la base centrada se calcula exactamente igual que cualquier reacción de una viga, es decir, tomando momentos respecto a otro apoyo.

$$M_B = -Pl + R \left( l - \frac{a}{2} \right) = 0$$

$$R \left( l - \frac{a}{2} \right) = Pl \Rightarrow R = \frac{Pl}{l - \frac{a}{2}} \quad (1)$$

Para reducir la altura del conjunto, se ejecuta la base al mismo nivel de la viga, lo que da lugar a una reacción distribuida en toda la base. Considerando el esquema en cantilever, disfrazada por la identificación, o el esquema invertido de la viga apoya-

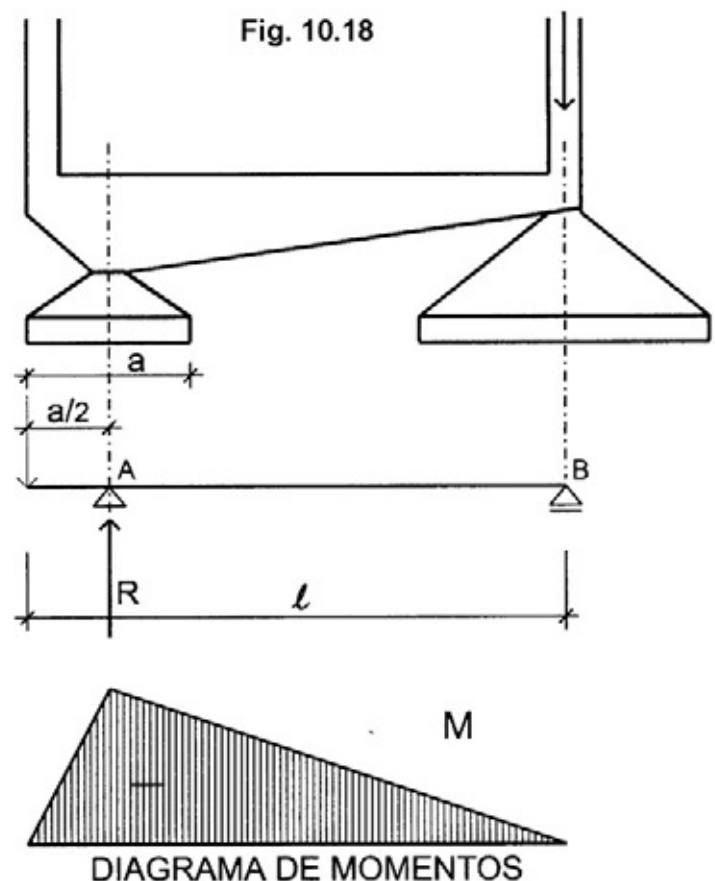


DIAGRAMA DE MOMENTOS

da en las columnas y cargada parcialmente con la reacción uniforme del terreno, se verifica una disminución del esfuerzo de corte y momento flexor máximo. De allí también su denominación de «**viga centradora**».

—¿No se contradice con el planteo primitivo?

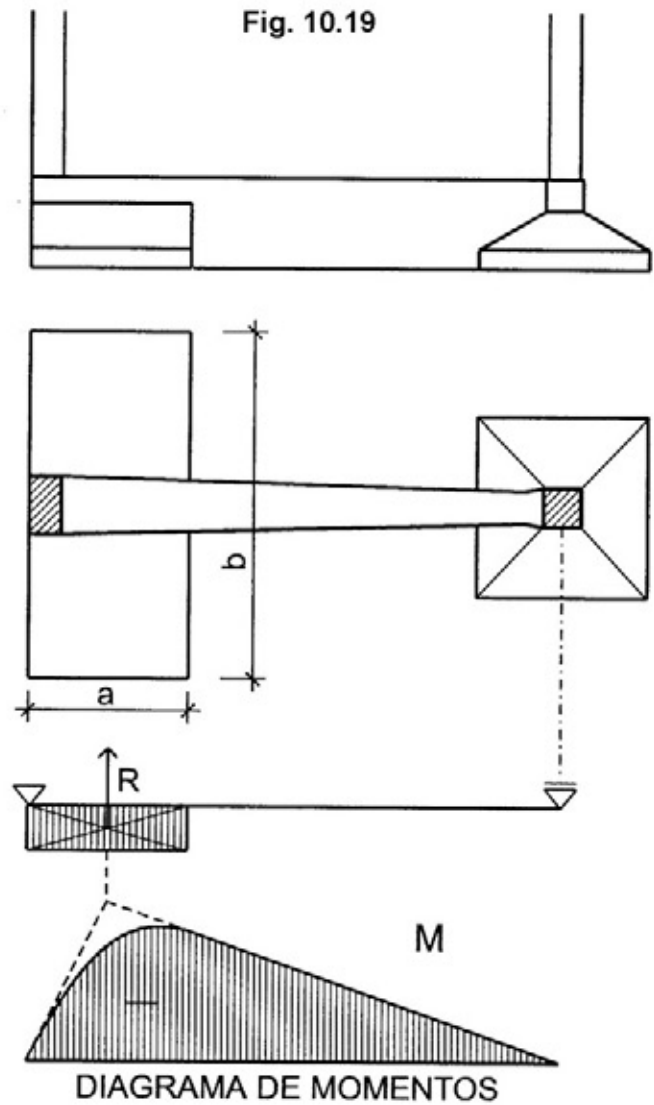
No, pues, llamativamente el diagrama de momentos es similar al anterior, lo que indica que esta variante es perfectamente factible, y puede adoptarse sin problemas, ya que el valor de  $R$  que se obtiene es el mismo.

Para el predimensionado conviene fijar un valor

$$a = 1,5 \text{ a } 2,5 \text{ m}$$

Luego se obtiene  $R$  con la expresión (1), y se determina el valor  $b$  de la base según la siguiente expresión

$$b = \frac{P}{a \sigma_c}$$



—¿Cómo se dimensiona la viga?

Se calcula el  $M.f.m$  y se dimensiona la altura y la armadura como cualquier viga rectangular, resultando el siguiente esquema de distribución de armaduras similar al de una viga.

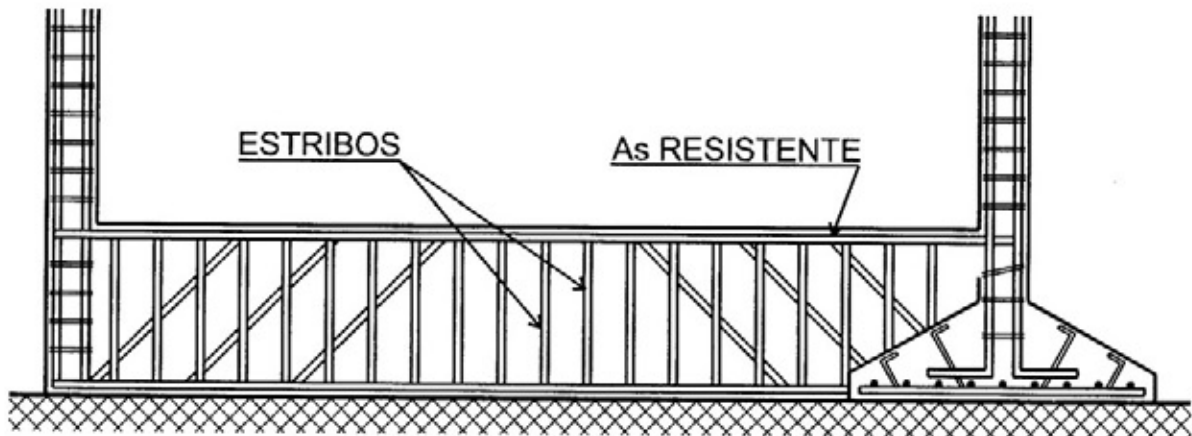


Fig. 10.20

Nota:

Hemos planteados 2 esquemas estáticos diferentes para resolver la base de la columna medianera unida con una viga a una columna interior:

- a) Como esquema en voladizo (**cantilever**).
- b) Como la viga simplemente apoyada en las columnas cargada con la reacción de la base medianera (**viga centradora**).

Esta dualidad de utilizar 2 esquemas estáticos diferentes se da en muy pocas estructuras (otro caso sería la de considerar un casetonado muy denso como losa cruzada maciza) y por lo tanto se debe tener mucho cuidado cuando se presentan esquemas alternativos de cálculo para una misma estructura.

El arquitecto o el ingeniero deberá analizar exhaustivamente la realidad de esta concordancia.

*¿Se podría definir la experiencia como la suma de errores que uno comete?*

### Dimensionado base céntrica Ejemplo numérico N° 10.1

Datos:

$$N = 60 \text{ T} \quad \beta_{cn} = 170 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_t = 2 \text{ kg/cm}^2 \quad \beta_s = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

#### Dimensionado superficie de apoyo

Estimamos en este caso en un 10% de  $N$  el peso propio de la base más la tierra asentada sobre la misma.

$$F = \frac{N - 10\% N}{\sigma_t} = \frac{1,10 N}{\sigma_t} = \frac{1,10 \times 60000 \text{ kg}}{2 \text{ kg/cm}^2} = 33.000 \text{ cm}^2$$

$$a_1 + a_2 = \sqrt{33000 \text{ cm}^2} = 182 \text{ cm}$$

Predimensionado altura:

$$d_o = \frac{182 - 30}{3} = 51 \text{ cm} \quad h = 45 \text{ cm}$$

Cálculo de la reacción total del terreno  $R = Q$

$$R = \sigma_t \text{ sup.}$$

$$R = 2 \text{ kg/cm}^2 \times 182 \text{ cm} \times 76 \text{ cm} = 27.664 \text{ kg}$$

Cálculo  $M.f.m$  en filo tronco

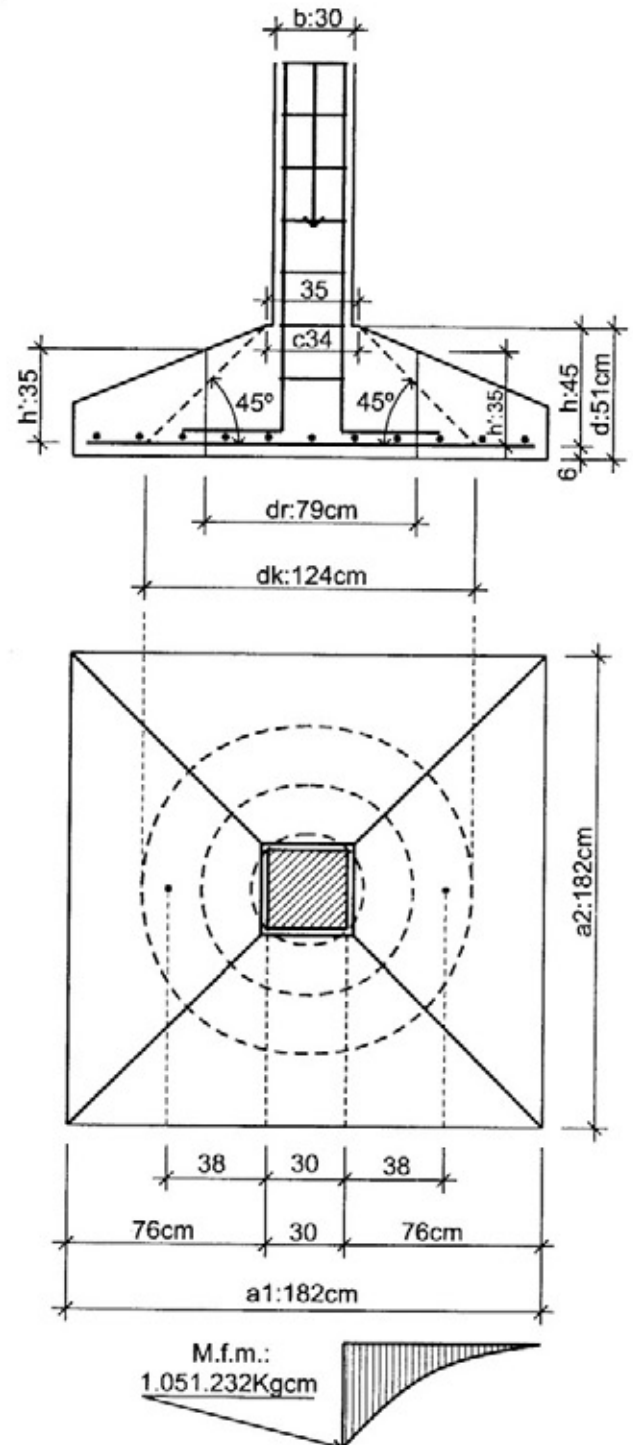
$$M = 27664 \text{ kg} \cdot 38 \text{ cm} = 1.051.232 \text{ kgcm}$$

Verificación  $h$

$$m_s = \frac{M}{b h^2 \beta_s}$$

$$m_s = \frac{1.051.232 \text{ kgcm}}{30 \text{ cm} \cdot 45^2 \text{ cm} \cdot 140 \text{ kg/cm}^2} =$$

$$0,123 < 0,193 \quad \text{Verifica}$$



**Dimensionado  $A_s$** 

Para  $m_s = 0,123 \Rightarrow \omega_m = 0,264$

$$A_s = \omega_m \frac{b h}{\beta_s \beta_r} = 0,264 \frac{30 \times 45}{4200/140}$$

$$A_s = 11,88 \text{ cm}^2 \quad 11 \phi 12 = 12,38 \text{ cm}^2$$

**Verificación punzonado**

**Determinación del diámetro  $C$  equivalente al lado  $b$  de la sección cuadrada del tronco**

$$C = 1,13 \sqrt{30 \times 30 \text{ cm}} = 34 \text{ cm}$$

**Determinación del diámetro  $d_k$  de la base del cono de fractura**

$$d_k = C + 2h = 34 \text{ cm} + 2,45 \text{ cm} = 124 \text{ cm}$$

Determinación del diámetro  $d_r$  del cilindro equivalente al cono de fractura

$$d_r = c + h = 34 \text{ cm} + 45 \text{ cm} = 79 \text{ cm}.$$

**Cálculo del esfuerzo total de punzonamiento  $Q_p$**

Se obtiene por diferencia entre la carga total  $N$  y la que se produce en la base del cono de fractura.

$$Q_p = N - \frac{\sigma_c \pi d_k^2}{4} =$$

$$Q_p = 66000 \text{ kg} - 2 \text{ kg/cm}^2 \frac{3,14 \times 124^2}{4} =$$

$$Q_p = 66000 \text{ kg} - 24140 \text{ kg} = 41860 \text{ kg}$$

**Verificación tensión de punzonado  $\tau_p$**

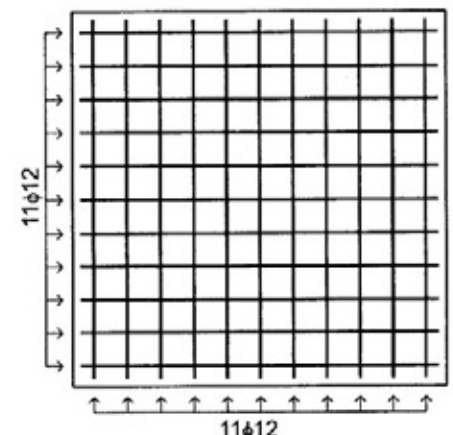
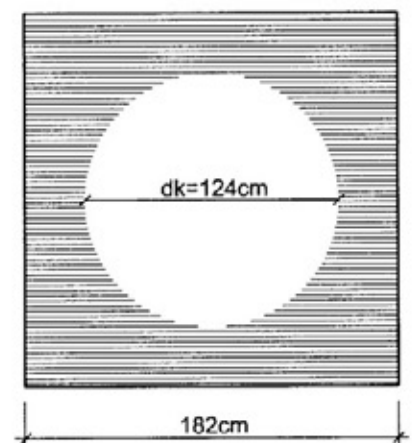
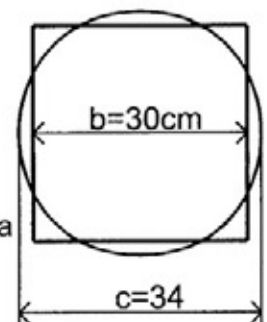
Se divide la carga total por la superficie lateral del cilindro equivalente, cuya altura  $h'$  puede medirse directamente en escala.

$$= \frac{Q_p}{\pi d_r h'} =$$

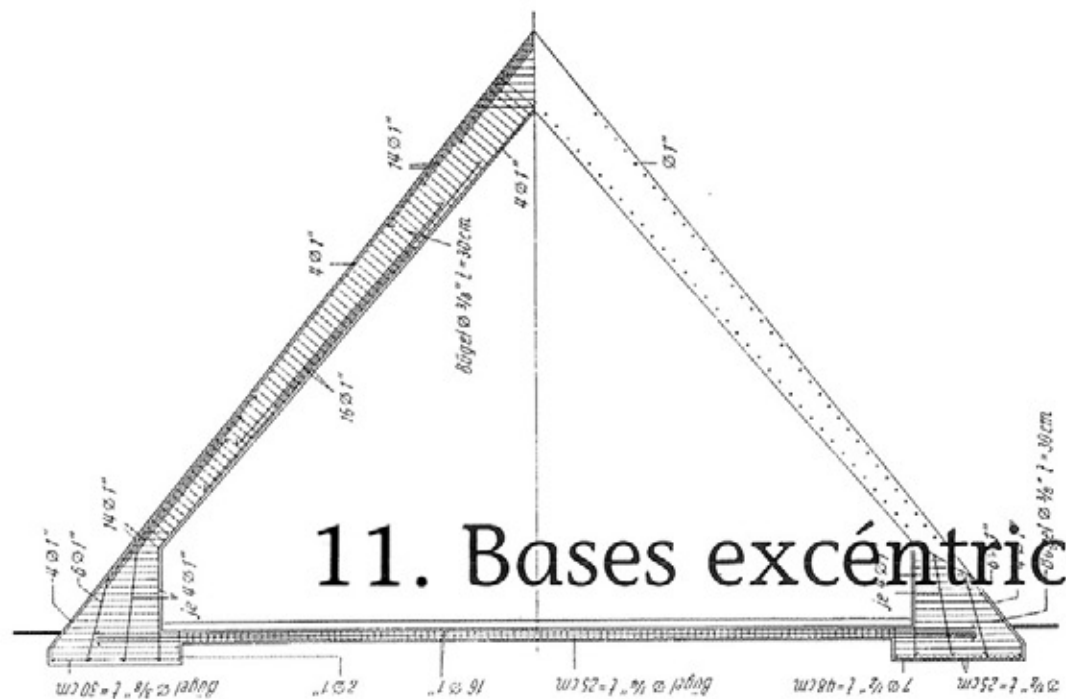
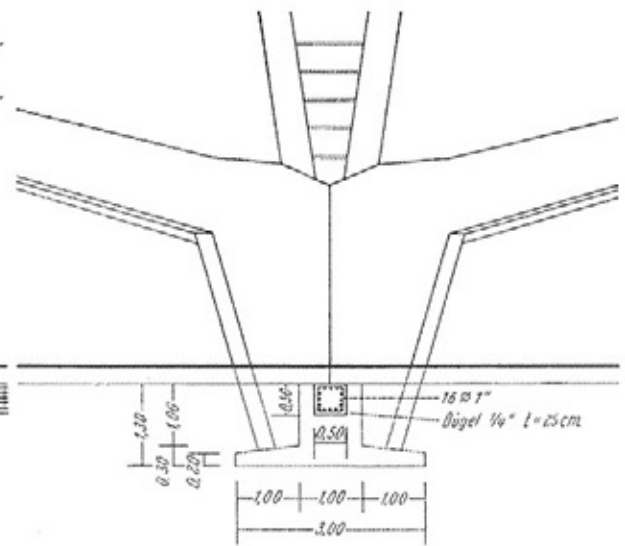
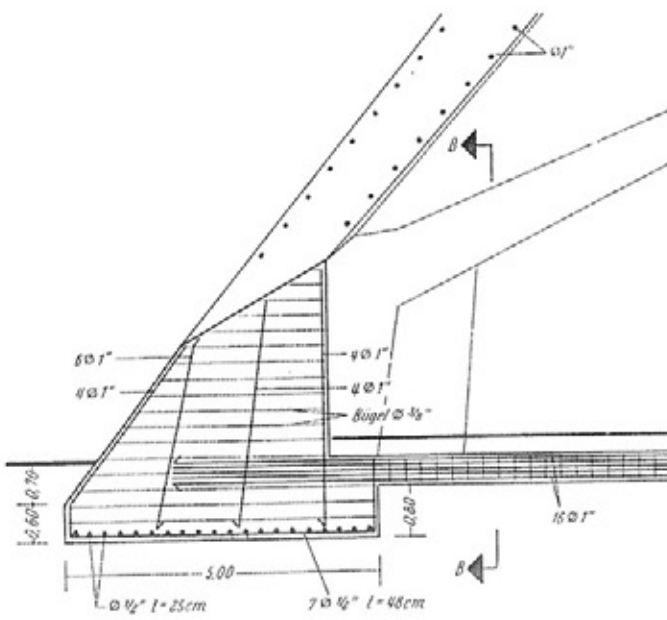
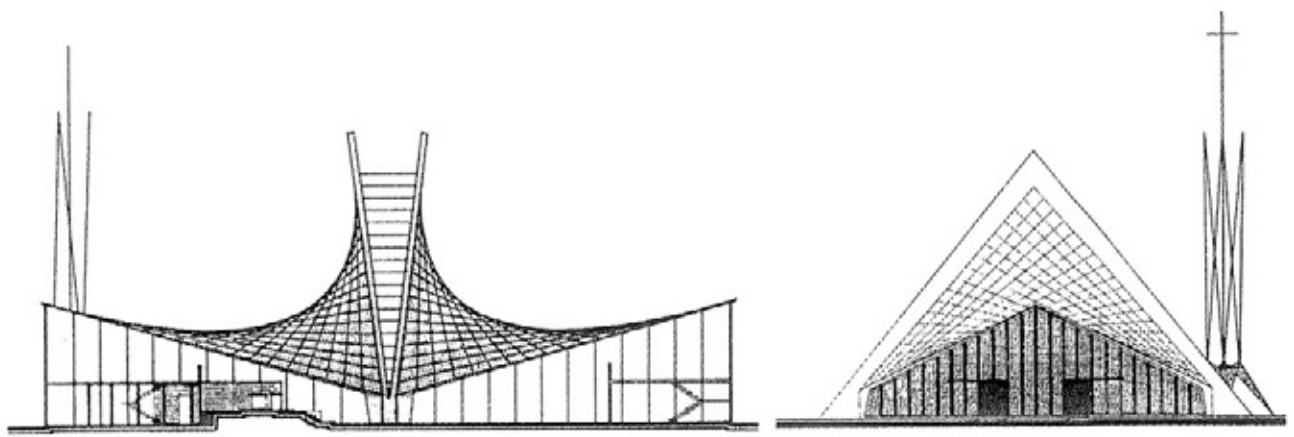
$$\tau_p = \frac{41860 \text{ kg}}{3,14 \times 79 \text{ cm} \times 35 \text{ cm}} =$$

$$\tau_p = 4,82 \text{ kg/cm}^2 < 5,35 \text{ kg/cm}^2 \text{ Verifica}$$

Por lo tanto, no es necesario colocar armadura de corte.



DETALLE ARMADURA INFERIOR DE FLEXIÓN



# 11. Bases excéntricas



## 11. Bases excéntricas

---

Algunos podrán argumentar que, dado que los arquitectos siempre trabajan con ingenieros estructurales consultores, quienes toman las decisiones finales sobre el sistema estructural y las dimensiones a utilizarse, el conocimiento de las estructuras no es realmente necesario para los arquitectos.

Hay dos grandes objeciones a este argumento.

La primera, el arquitecto que no conoce estructuras traspasa su hermosa obra de arquitectura a un ingeniero, que posiblemente con otras razones o sentimientos, inserta un sistema estructural en ella.

Las decisiones del ingeniero se basan en su propia filosofía y experiencia, que incluyen factores como la economía pura y facilidad de cálculo o de construcción, lo que puede expresar algo completamente diferente de la filosofía global del arquitecto.

Dado que el sistema estructural y los materiales de construcción pueden, por mucho, determinar la apariencia del edificio, el arquitecto ha permitido al ingeniero que le *secuestre* la arquitectura.

La segunda y mayor objeción es que un arquitecto ignorante de las estructuras puede proponer una obra de arquitectura que no pueda construirse al precio que el cliente esté dispuesto a pagar. En otras palabras, esta clase de arquitectura es una utopía, un ejercicio fútil muy lejano de la esfera práctica

Ing. B. S. Benjamín.



### Tensores de hormigón armado

El hormigón, solicitado a tracción, sólo admite, sin fisurarse alargamientos específicos muy bajos, de 0,10 a 0,15 milímetros por metro, o sea  $\epsilon_b = 0,1\%$  a  $\epsilon_{bz} 0,15\%$ , de acuerdo a su calidad, a diferencia de lo que sucede en compresión axial, donde los acortamientos pueden llegar hasta 2 milímetros por metro, o sea  $\epsilon_b = -2\%$ , similar a la deformación del acero en el límite de fluencia, que también vale  $\epsilon_s = 2\%$ , y que en consecuencia provocará la fisuración del hormigón cuando este trabaja a tracción.

–¿Cómo se evitan las fisuras en el hormigón traccionado?

Reduciendo la tensión del acero para igualar su alargamiento con el del hormigón, limitando su valor para ello a

$$0,15 \text{ mm/m} = \frac{0,15 \text{ mm}}{1000 \text{ mm}} = 0,00015$$

$$\text{Siendo } \epsilon_s = \frac{\sigma_s'}{E_s} \Rightarrow \text{será } \sigma_s' = \epsilon_s = E_s$$

$$\sigma_s' = 0,00015 \times 2100000 \text{ kg/cm}^2 = \mathbf{315 \text{ kg/cm}^2}$$

Valor muy bajo y que no debe superarse para evitar fisuras en el hormigón. Asimismo, de acuerdo a la solidaridad elástica entre ambos materiales:

$$\text{Si } \epsilon_s = \epsilon_b \text{ y siendo } \epsilon_s = \frac{\sigma_s'}{E_s} \text{ y } \epsilon_b = \frac{\sigma_{bz}}{E_b}$$

$$\boxed{\text{Será: } \frac{\sigma_s'}{\sigma_{bz}} = \frac{E_s}{E_b} = n} \quad (1)$$

Valor variable entre 10 y 15 pudiendo adoptarse  $n = 15$

Por otra parte, la tensión de trabajo del hormigón a la tracción depende de su calidad y oscila entre 10 y 15  $\text{kg/cm}^2$ , pudiendo adoptarse, por ejemplo:  $\sigma_{bz} = \mathbf{15 \text{ kg/cm}^2}$

De acuerdo a (1) será:

$$\sigma_s' = n \sigma_{bz} = 15 \times 15 \text{ kg/cm}^2 = 225 \text{ kg/cm}^2 < 315 \text{ kg/cm}^2$$

Con esta tensión en el acero, el hormigón no se agrietará.

–¿Cómo se encara el dimensionamiento?

Aplicando la ley de adición de los esfuerzos, en razón de la solidaridad elástica entre ambos materiales, y denominando  $H$  a la fuerza total de tracción, será:

$$H = H_s + H_b = \sigma_s' A_s + \sigma_{bz} A_b = A_b (2)$$

$$\text{Siendo } \sigma_s' = n \sigma_{bz} \text{ y } \frac{A_s}{A_b} = \mu \quad (3)$$

Reemplazando la expresión (3) en la (2) se tiene:

$$H = n \sigma_{bz} A_s + \sigma_{bz} \frac{A_s}{\mu} \Rightarrow \text{Sacando factor común:}$$

$$H = A_s \sigma_{bz} \left( n + \frac{1}{\mu} \right) \Rightarrow \text{despejando } A_s$$

$$A_s = \frac{H}{\sigma_{bz} \left\{ n + \frac{1}{\mu} \right\}} \quad (4)$$

Expresión que nos permite dimensionar la sección de acero, utilizándose el AB22, es decir, el acero tipo I, que es liso, en razón de la reducida tensión a que estará sometido.

La cuantía geométrica puede variar entre

$$\mu = 1\% \quad \text{y} \quad \mu = 4\%$$

Y con ella podemos obtener la sección de hormigón despejando  $A_b$  de la expresión (2)

$$A_b = \frac{A_s}{\mu}$$

### Verificación de la base al deslizamiento

Si se aplica un empuje horizontal  $E$  sobre un sólido que puede ser la base, la resistencia al deslizamiento viene dada por una **fuerza de rozamiento**  $H$  que debe ser igual o mayor que  $E$ .

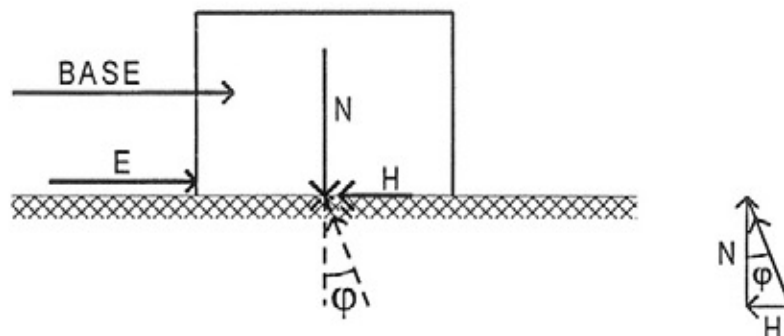


Fig. 11.1

—¿De qué depende la resistencia por rozamiento?

De la presión normal  $N$  entre la base y el terreno, y de la rugosidad del suelo.

En el caso límite, la resultante entre  $N$  y  $H$  forma un **ángulo de rozamiento**  $\phi$ , de lo cual resulta:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{H}{N} \Rightarrow H = N \operatorname{tg} \varphi$$

Llamando a la  $\operatorname{tg} \varphi =$  **coeficiente de rozamiento**  $f$  se tiene:

$$H = Nf \quad (1)$$

El coeficiente de rozamiento  $f$  dependerá en consecuencia del **ángulo de rozamiento interno**  $\varphi$  del terreno.

Este se determina mediante un estudio de suelos, para lo cual se extrae una muestra que es sometida a una compresión vertical  $N$ , mientras se aplica una fuerza horizontal  $H$  hasta provocar el corte.

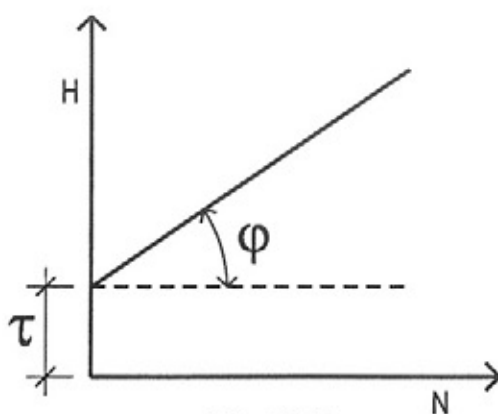
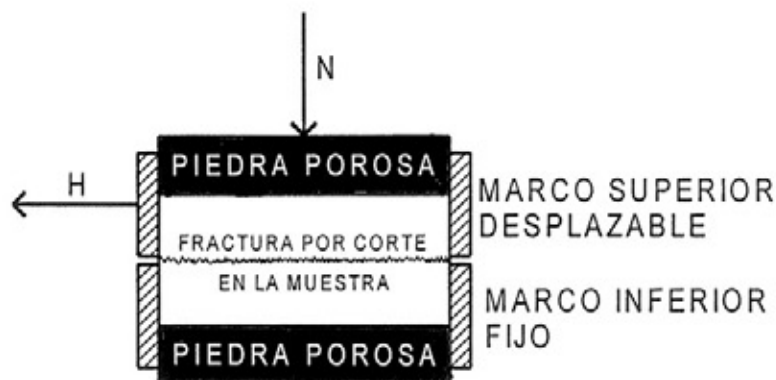


Fig. 11.2

Si los valores de  $N$  y  $H$  se llevan a un gráfico cartesiano, se obtiene una recta que forma respecto al eje horizontal un áng.  $\varphi$  igual al de rozamiento interno, que en el caso de suelos coherentes adopta la forma de la figura, siendo  $\tau$  el valor de la cohesión del suelo.

Por consiguiente, la cohesión  $\tau$  esta representada por la fuerza horizontal  $H$  que es necesario aplicar en suelos coherentes para provocar su fractura, aún cuando no actúe ninguna fuerza exterior  $N$ .

En cambio, en suelos incoherentes sin cohesión interna, la recta representativa pasa por el origen, pues  $\tau$  es nulo, según se observa en el gráfico.

Finalmente, la verificación al deslizamiento se realiza mediante la expresión (1) utilizando un coeficiente de seguridad igual a 2, de manera tal que:

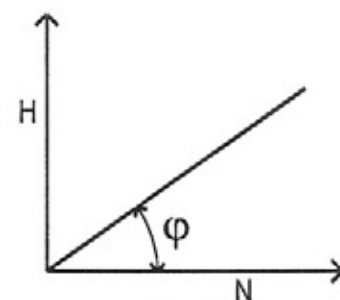


Fig. 11.3

$$\text{Si } 2E < Nf \quad \text{no hay deslizamiento} \quad (2)$$

Con criterio orientativo se indican a continuación algunos valores de  $\varphi$ ,  $f$  y  $\tau$

Terreno	Angulo de rozamiento interno $\varphi$	Coefficiente de rozamiento $f = \operatorname{tg} \varphi$	Cohesión $\tau$ t/m <sup>2</sup>	Tensión admisible kg/cm <sup>2</sup>
Piedras partidas, cantos rodados secos, consolidados	40°	0,84	-	5 a 6
Idem sueltos	36°	0,73	-	3 a 4
Arena comprimida seca	31°	0,60	-	2 a 4
Arena comprimida húmeda	32°	0,624	0,10	2 a 3,5
Arena comprimida bañada	31	0,60	-	1,5 a 2,5
Arena suelta seca	30	0,577	-	1 a 2
Arena suelta húmeda	31	0,60	0,05	1,5 a 2
Arena suelta bañada	30	0,577	-	1 a 1,5
Grava y arena compacta	30	0,577	-	
Grava y arena suelta	30	0,577		
Arena arcillosa gruesa	22° a 29°	0,4 a 0,55	0,3 a 0,1	1,5 a 2,5
Arena arcillosa grasa	16° a 22°	0,286 a 0,4	0,6 a 0,3	
Arcilla	20°	0,363	0,6 a 0,3	1,5 a 2,5
Tierra ordinaria	45°	1		
Terreno tránsito consistente	50°	1,19		
Terreno fangoso y limoso	22° a 26°	0,4 a 0,487	0,5 a 0	0 a 0,5

Quando no se poseen datos fehacientes del áng. de rozamiento interno, se aconseja adoptar:

$$\sim \varphi = 30^\circ$$

Base excéntrica con tensor

**Ejemplo numérico N° 11.1**

Datos:

$N = 46\text{ T}$     Columna = 26 x 26 cm     $\sigma_t = 2\text{ kg/cm}^2$      $\beta_{cn} = 170\text{ kg/cm}^2$     AB 42

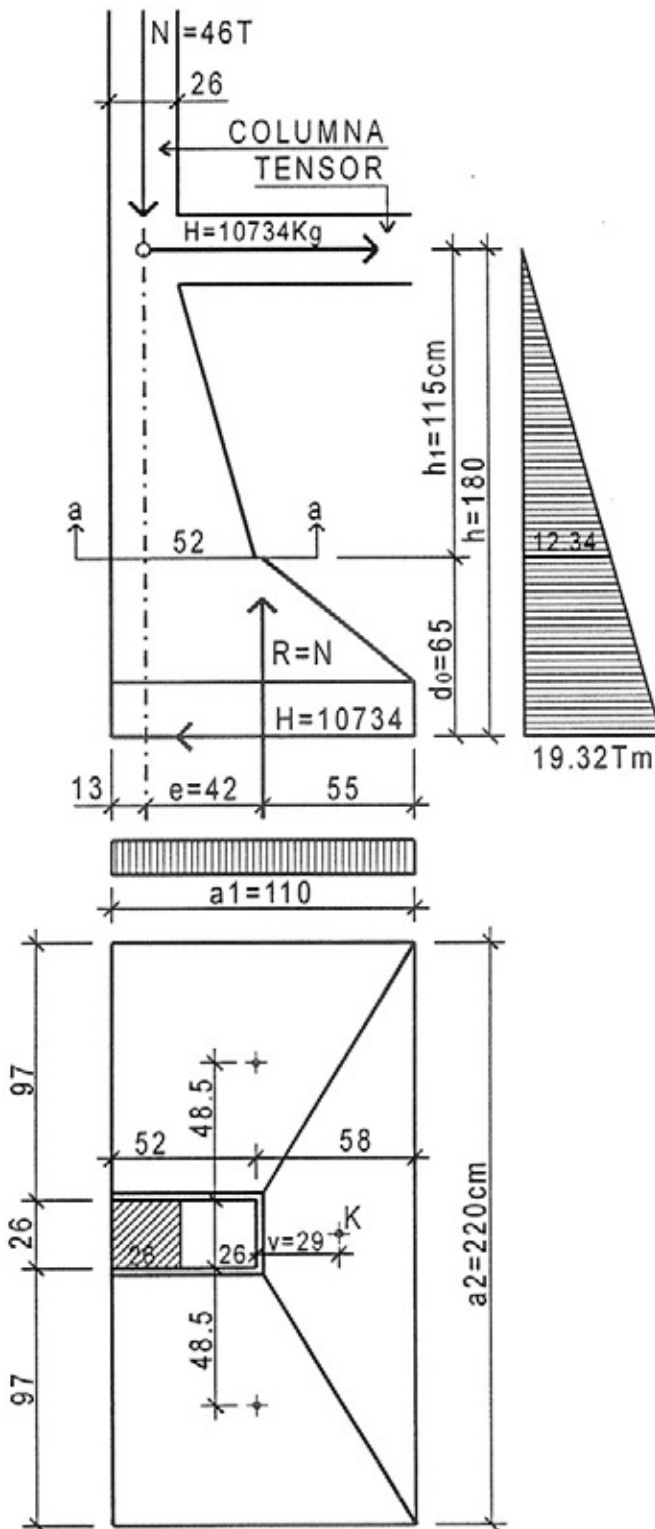


Fig. 11.4

**1) Dimensionado sup. de apoyo**

Estimando en un 5% el peso propio de la base:

$$F = \frac{1,05 \times 46000\text{ kg}}{2\text{ kg/cm}^2} = 24150\text{ cm}^2$$

Para reducir la excentricidad conviene elegir una relación;

$$2,5 \geq \frac{a_2}{a_1} \geq 2$$

Adoptando  $\frac{a_2}{a_1} = 2$  será:

$$a_1 = \sqrt{\frac{24150\text{ cm}^2}{2}} = 110\text{ cm}$$

$$a_2 = \frac{24150\text{ cm}^2}{110\text{ cm}} = 220\text{ cm}$$

**2) Predimensionado altura base**

$$d_0 = \frac{220\text{ cm} - 26\text{ cm}}{3} \cong 65\text{ cm}$$

$$d_0 = 65\text{ cm} \quad h = 58\text{ cm}$$

**3) Resolución tensor**

**Cálculo del esfuerzo de tracción**

$$M = N_e = 46000\text{ kg} \cdot 42\text{ cm} =$$

$$M = 1932000\text{ kgcm} = 19,32\text{ Tm}$$

Siendo el momento reactivo

$$M_R = M = H h \text{ será:}$$

$$H = \frac{M}{h} = \frac{1932000\text{ kgcm}}{180\text{ cm}} =$$

$$H = 10734\text{ kg}$$

**Dimensionado armadura tensor**

Adoptando una cuantía geométrica  $\mu = 2\%$  obtenemos la sección de acero con la expresión (4) de pág. 25

$$A_s = \frac{H}{\sigma_{bz} \left\{ n + \frac{1}{\mu} \right\}} = \frac{10734 \text{ kg}}{15 \text{ kg/cm}^2 \left( 15 + \frac{1}{0,02} \right)} = 11 \text{ cm}^2$$

Se adoptan  $6 \phi 16 = 12,06 \text{ cm}^2$

Estribos: se adoptan  $\phi 6 \text{ c/ } 20 \text{ cm}$

**Dimensionado sección de hormigón**

Siendo  $\mu = \frac{A_s}{A_b}$  será  $A_b = \frac{A_s}{\mu} =$

$$A_b = \frac{12,06 \text{ cm}^2}{0,02} = 603 \text{ cm}^2$$

$$d = \sqrt{603 \text{ cm}^2} = 24,5 \text{ cm} \sim 25 \text{ cm}$$

El tensor debe tener un recubrimiento mínimo se 5 cm para proteger al acero de la corrosión que puede ocasionarle la humedad del terreno.

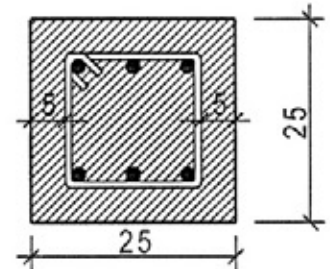


Fig. 11.5

**4) Verificación de la base al deslizamiento**

Debe cumplirse que:

$$H v \leq N t f$$

Adoptando un coeficiente de seguridad  $V = 2$  y tomando un ángulo de rozamiento obtenido del estudio de suelos  $\varphi = 30^\circ$ , será:

$$f = \text{tg } 30^\circ = 0,58$$

$$2 \times 10734 \text{ kg} \leq 1,05 \times 46000 \text{ kg } 0,58$$

$$21468 \text{ kg} < 28014 \text{ kg} \quad \text{Verifica}$$

### 5) Resolución tronco a flexo compresión

Se calcula el momento flexor en el cuello del tronco pues allí esta la sección crítica debido a la reducción brusca de la sección en a - a.

$$M_1 = Hh^1 = 10734 \text{ kg} \cdot 115 \text{ cm} = \mathbf{1234410 \text{ kgcm} = 12,34 \text{ Tm}}$$

Como la armadura es simétrica, se utilizan los ábacos de interacción para hallar el grado mecánico  $\omega_0$ .

$$m = \frac{M_1}{b d^2 \beta_r} = \frac{1234410 \text{ kgcm}}{26 \times 52^2 \times 140 \text{ kg/cm}^2} = 0,125$$

$$\eta = \frac{N}{b d \beta_r} = \frac{46000 \text{ kg}}{26 \text{ cm} \times 52 \text{ cm} \times 140 \text{ kg/cm}^2} = 0,243$$

De tabla A 13 pág. XXVII Tomo 1  
 $\omega_0 = 0,12$

$$\frac{d_1}{d} = \frac{3 \text{ cm}}{52 \text{ cm}} = 0,057 \sim 0,05$$

$$A_{s1} = A_{s2} = \omega_0 \frac{b d_0}{\beta_s \beta_r} =$$

$$A_{s1} = A_{s2} = 0,12 \frac{26 \text{ cm} \times 52 \text{ cm}}{\frac{4200 \text{ kg/cm}^2}{140 \text{ kg/cm}^2}} = 5,41 \text{ cm}^2$$

De tabla A5, pág. IX se adoptan  $3 \Phi 16 = 6,03 \text{ cm}^2$

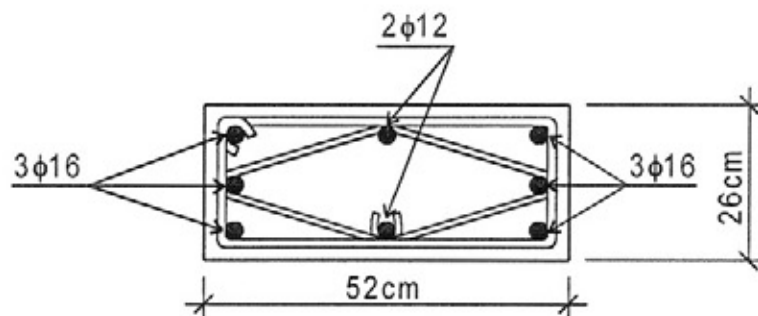


Fig. 11.6

Los 2  $\phi 12$  se agregan para no superar la separación máxima entre barras, que es de 30 cm.

Estribos:  $\phi 16 < \phi 25$  se adopta  $\phi 6$   
 $sep \leq 26 \text{ cm}$   
 $sep \leq 12 \times 1,6 \text{ cm} = 19,2 \text{ cm}$

Estribos  $\Phi 6 \text{ c/ } 19 \text{ cm}$

**6) Dimensionado base**

**Dirección Y**

$$Q_y = 110 \text{ cm} \times 97 \text{ cm} \times 2 \text{ kg/cm}^2 =$$

$$Q_y = 21340 \text{ kg}$$

$$M_y = 21340 \text{ kg} \times 48,5 \text{ cm} =$$

$$M_y = 1034,990 = 10,35 \text{ Tm}$$

**Verificación  $h_y$**

$$m_{sy} = \frac{M_y}{b_o h^2 \beta_r} = \frac{1034990 \text{ kgcm}}{52 \times 58^2 \times 140 \text{ kg/cm}^2} =$$

$$m_{sy} = 0,042 < 0,193 \text{ Verifica}$$

**Dimensionado  $A_{sy}$**

$$A_{sy} = \omega_m \frac{b_o h}{\beta_s / \beta_r} =$$

$$A_{sy} = 0,079 \frac{52 \text{ cm} \times 58 \text{ cm}}{30} =$$

$$A_{sy} = 7,94 \text{ cm}^2$$

De tabla A5, pág. IX 8  $\Phi$  12 = 9,05 cm<sup>2</sup>

**Dirección X**

$$Q_x = 220 \text{ cm} \times 58 \text{ cm} \times 2 \text{ kg/cm}^2 =$$

$$Q_x = 25520 \text{ kg}$$

$$M_x = 25520 \text{ kg} \times 29 \text{ cm} =$$

$$M_x = 740,080 \text{ kgcm} = 7,40 \text{ Tm}$$

**Verificación  $h_x$**

$$m_{sx} = \frac{M_x}{b_o h^2 \beta_r} = \frac{740080 \text{ kgcm}}{26 \text{ cm} \times 58^2 \times 140 \text{ kg/cm}^2} = 0,060 < 0,193$$

**Dimensionamiento  $A_{sx}$**

$$A_{sx} = 0,114 \frac{26 \text{ cm} \times 58 \text{ cm}}{30} = 5,73 \text{ cm}^2$$

De tabla A5, pág. IX 12  $\Phi$  8 = 6 cm<sup>2</sup>

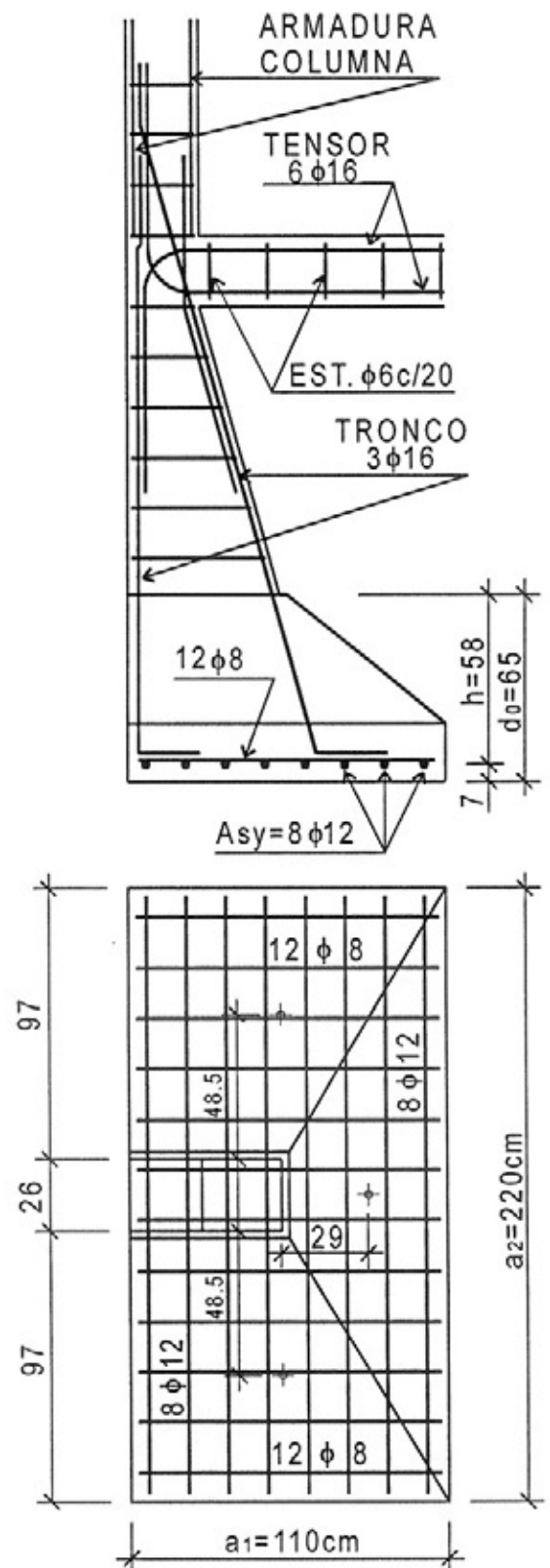


Fig. 11.7



### 7) Verificación al punzonado

Diámetro superior cono de fractura

$$C = 1,13 \sqrt{26 \times 52}$$

$$C = 42 \text{ cm}$$

Diámetro base cono de fractura

$$d_k = 2 \times 58 \text{ cm} + 42 \text{ cm} = 158 \text{ cm}$$

diámetro cilíndrico equivalente

$$d_r = 58 \text{ cm} + 42 \text{ cm} = \boxed{100 \text{ cm}}$$

Carga de punzonado

Se descuenta el sector circular detrás del eje divisorio, así: ver A

$$f = \frac{158 \text{ cm}}{2} - 26 \text{ cm} = 53 \text{ cm}$$

$$\frac{f}{d_k} = \frac{53 \text{ cm}}{158 \text{ cm}} = 0,335$$

De tabla T3, pág. 43 se obtiene  $a = 0,23$

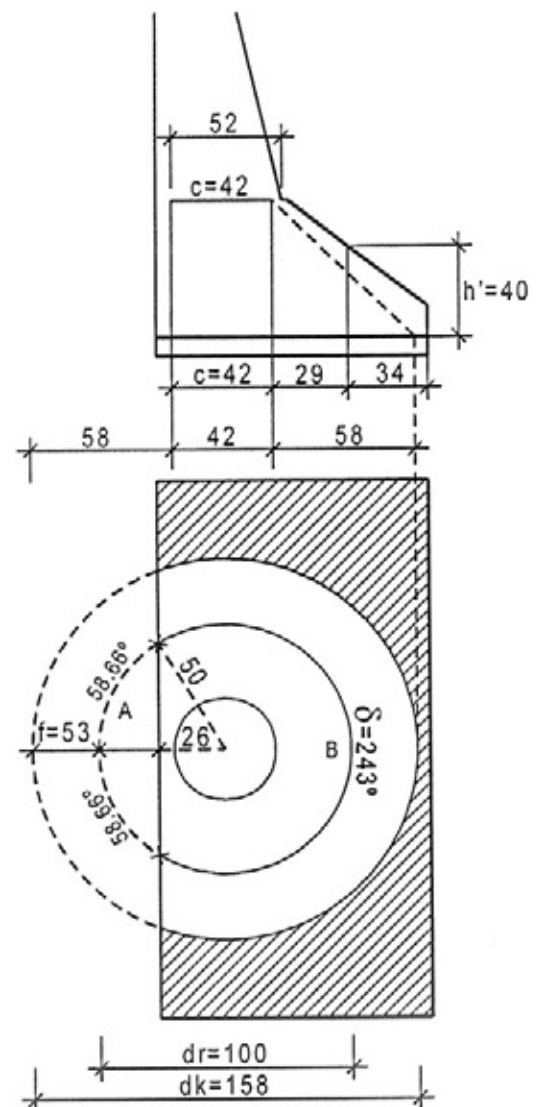


Fig. 11.8

$$Q_p = 1,05 \times 46000 \text{ kg} - \left[ \frac{3,14 \times 158^2}{4} - 0,23 \times 158^2 \right] 2 \text{ kg/cm}^2 =$$

$$Q_p = 48300 \text{ kg} - 27730 \text{ kg} = \boxed{20570 \text{ kg}}$$

Tensión de punzonado

Para calcular la superficie lateral del sector cilíndrico, habrá que hallar previamente el áng.  $\delta$  que el perímetro de la base forma con el eje. Ver B

$$\delta = 360^\circ - 2 \text{ arc.cos.} \frac{26}{50} =$$

$$\delta = 360^\circ - 2 \times 58,66^\circ = 243^\circ$$

$$\tau_p = \frac{Q_p}{\pi D h' \frac{\delta}{360^\circ}} = \frac{20570 \text{ kg}}{3,14 \times 100 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} \frac{243^\circ}{360^\circ}} =$$

$$\tau_p = 2,42 \text{ Kg/cm}^2 < 5,95 \text{ Kg/cm}^2 \text{ Verifica}$$

A) Si se desea evitar el cálculo de  $f_y$  el coeficiente  $\alpha$ , con criterio simplificado, puede estimarse el área de la base de cono de fractura:

$$F = 0,6 \frac{\pi d_k^2}{4}$$

B) Si se desea evitar el cálculo del áng.  $\delta$ , con criterio simplificado, puede estimarse:

$$\frac{\delta}{360^\circ} = 0,60$$

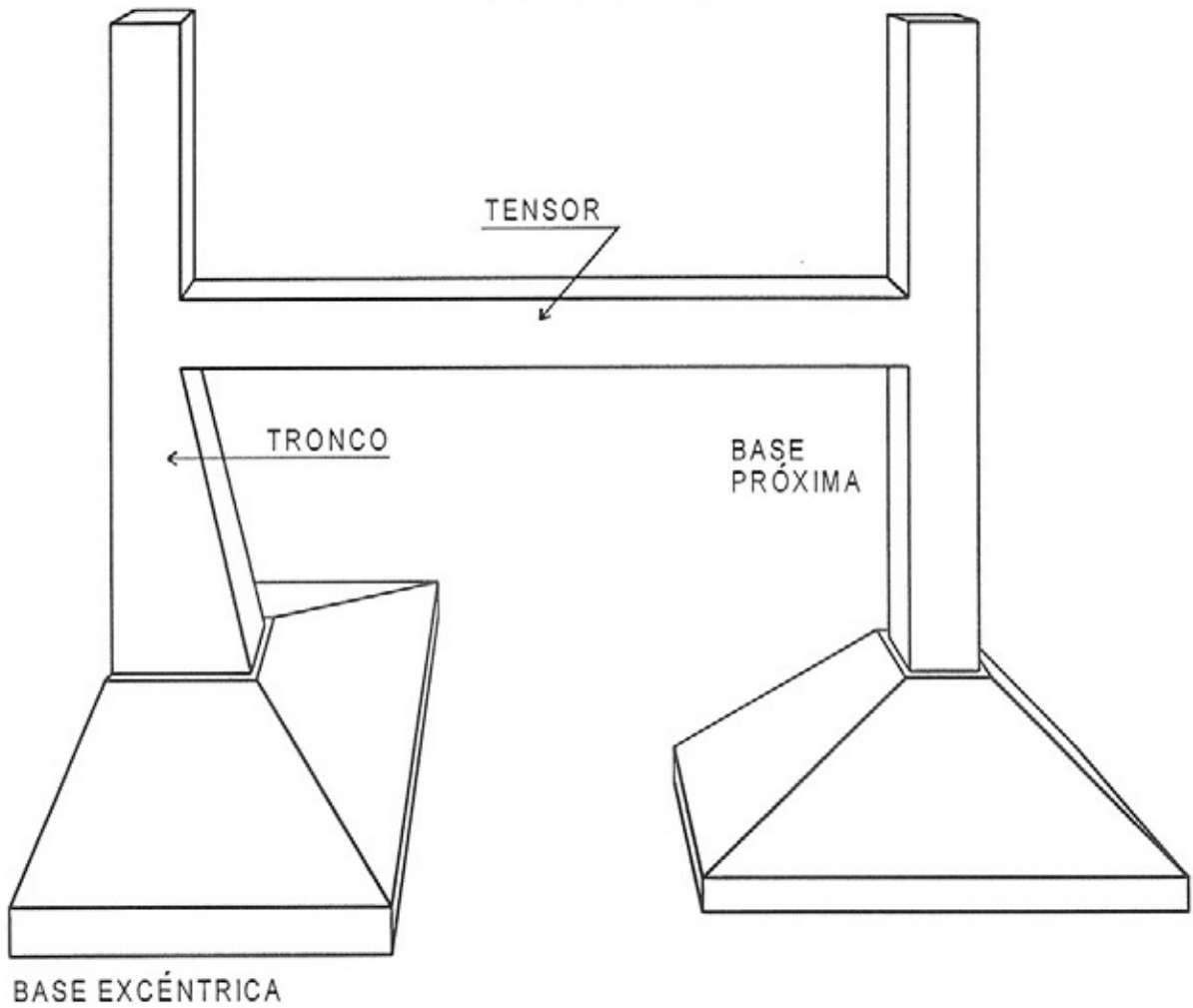
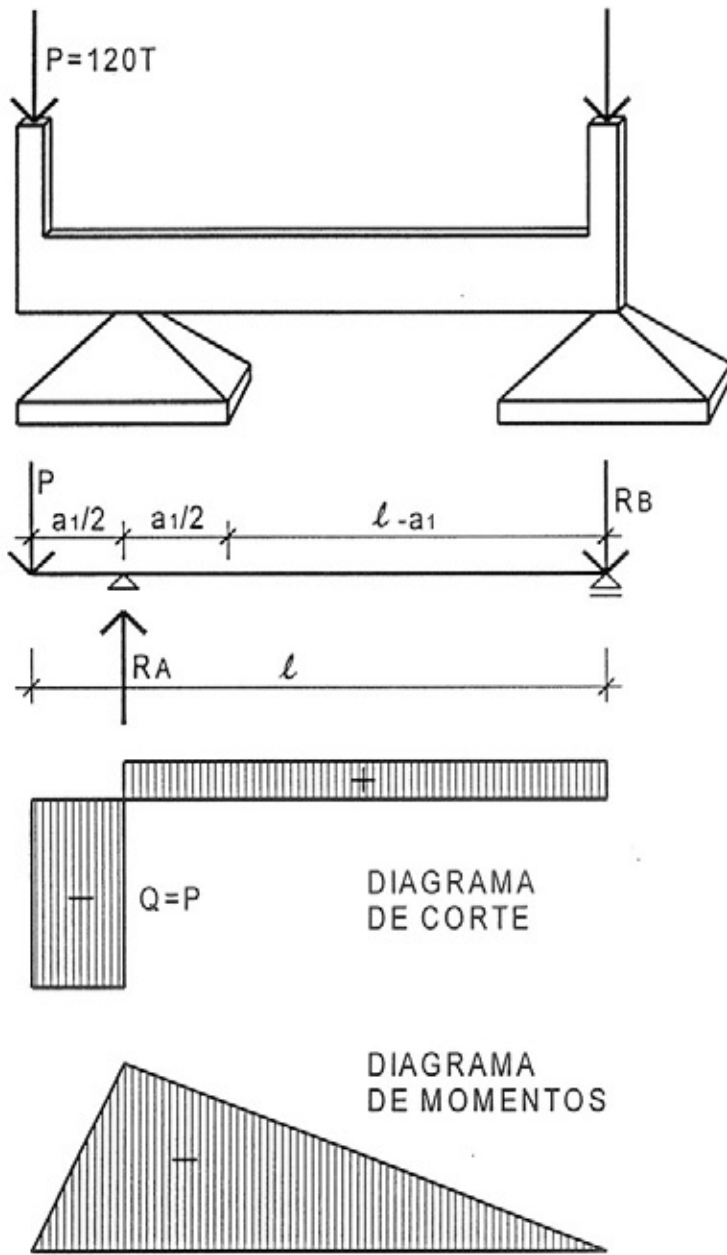


Fig. 11.9

**Dimensionado de una base con viga cantilever ( en voladizo) o viga centradora**

**Ejemplo numérico Nº 11.2**



Datos:

$P = 120 T$

Columna: 25 x 66 cm

$\sigma_t = 2 \text{ kg/cm}^2$

$\beta_{cn} = 170 \text{ kg/cm}^2$

$\beta_r = 140 \text{ kg/cm}^2$

Acero AB 42

Entre columna y base se interpone una viga que tiene la misión de absorber el momento flector que genera la excentricidad de la base asimétrica, dando lugar al esquema estático de la figura, con una reacción  $RA$  siempre mayor que  $P$ , y con la cual se dimensiona la base como centrada.

—¿Cuáles son los inconvenientes?

- a) La altura de la base más la viga obligan a ejecutar una excavación de gran profundidad, con el consiguiente encajecimiento.
- b) La carga concentrada de la columna origina en el voladizo un área rectangular de corte de gran magnitud, lo que da lugar a un incremento en las dimensiones de la viga.

BASE CON VIGA CANTILEVER Y SUS ESQUEMAS ESTATICOS

Fig. 11.10

—¿Cómo pueden superarse estos inconvenientes?

Ejecutando la viga al mismo nivel de fundación de la base, como se indica en la FIG 11.11, ambas alturas se superponen en lugar de sumarse, con lo que la altura total se reduce considerablemente.

Además, la reacción  $RA$  se reparte ahora en todo el ancho de la base, transformándose en una carga uniformemente distribuida, que provoca un área triangular de corte, de menor magnitud que el área rectangular del esquema anterior, a lo que debe agregarse la reducción del diagrama de tensiones de corte previsto por la norma.

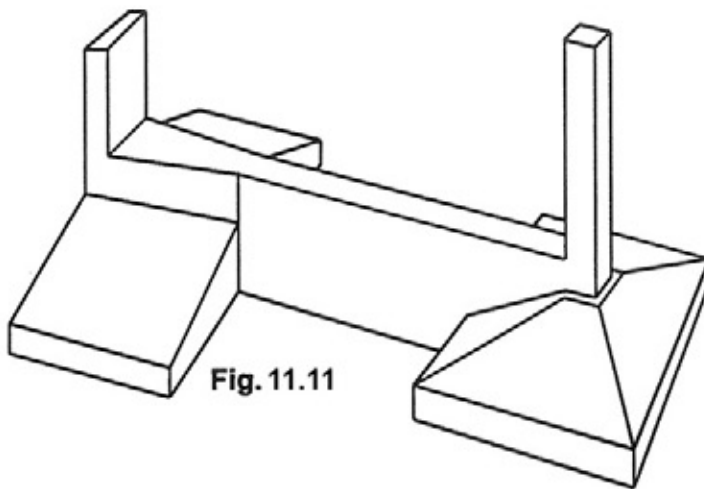


Fig. 11.11

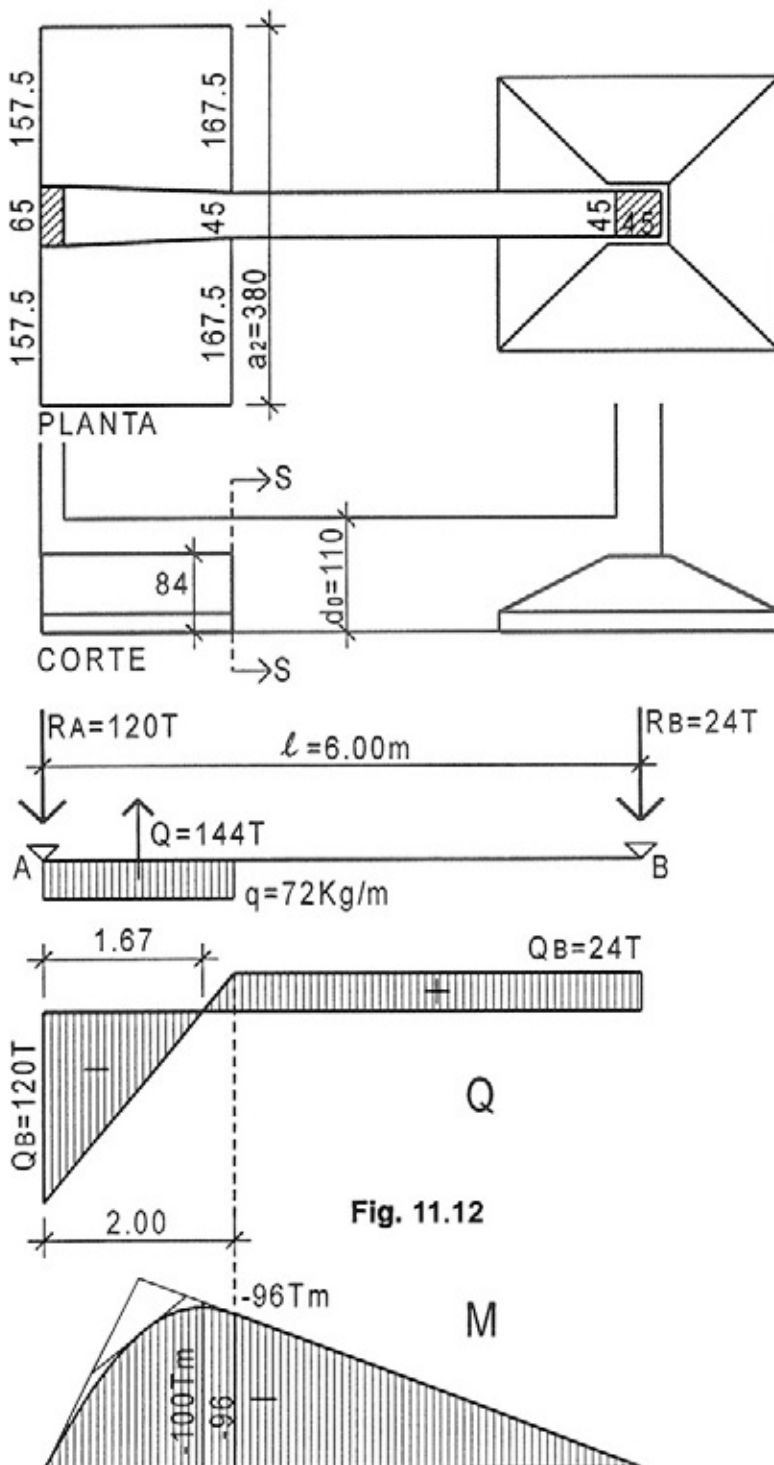


Fig. 11.12

Por la misma razón, el diagrama de momentos, aunque similar, se diferencia de aquel, en que naturalmente ya no es triangular sino parabólico, lo que implica una disminución del momento flexor máximo.

Ello conduce también, a considerar la viga apoyada en las columnas y cargada con un esquema invertido, debido a la reacción del terreno en la base contigua a la columna de medianera.

De allí su denominación de "viga centradora", o sea una viga simplemente apoyada con una carga repartida sobre una cierta longitud de la misma.

La reacción  $RA$  está dada por la carga  $P$  de la columna, que en el caso de nuestro ejemplo es de  $120\text{T}$ .

Por lo tanto:

$$\sum Y = 0$$

$$Q = RA + RB = P + RB$$

Esto equivale a incrementar la resultante  $Q$  de la carga distribuida en un valor que depende de la luz de la viga y que suele variar entre un 15% y un 25%, y que en nuestro caso estimamos en un 20%, y será:

$$Q = 1,20 \times 120\text{T} = 144\text{T}$$

### 1) Sup. de apoyo base

Al valor hallado habrá que sumarle el peso propio de la base, que suponemos un 5% de la carga:

$$F = \frac{1,05 \times 144000\text{ kg}}{2\text{ kg/cm}^2} =$$

$$75600\text{ cm}^2$$

El ancho de la base debe ser tal que se cumpla:

$$\Sigma Y = 0 \text{ o sea } Q = RA + RB$$

Para ello, en el esquema de la fig. 11.12 tomamos momentos respecto a la otra base, descontando el peso propio de la base medianera en razón de que  $Q = 144 \text{ T}$  actúa hacia arriba.

$$- 120 \text{ T } 6 \text{ m} + 144 \text{ T} \left( 6 \text{ m} - \frac{a_1}{2} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{a_1}{2} = 6 \text{ m} \left( 1 - \frac{120 \text{ T}}{144 \text{ T}} \right) = 1 \text{ m} \Rightarrow \boxed{a_1 = 2 \text{ m}}$$

$$a_2 = \frac{75600 \text{ cm}^2}{200 \text{ cm}} = 378 \text{ cm} \sim \boxed{a_2 = 3,80 \text{ m}}$$

El cociente  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{380 \text{ cm}}{200 \text{ cm}} = 1,90$

Esta dentro de las relaciones aconsejadas, las que varían entre  $\sim 1,75$  y  $2,25 \sim$

## 2) Cálculo y dimensionado de la viga

Para el dimensionamiento de la viga cantilever, por las razones expuestas, tampoco se consideran los pesos propios de la viga y la base.

Carga repartida  $q = \frac{144 \text{ T}}{2 \text{ m}} = 72 \text{ kg/m}$

La sección de corte nulo y momento flexor máximo se hallará ubicada en:

$$X = \frac{120 \text{ T}}{72 \text{ T/m}^2} = 1,67 \text{ m}$$

$$M_{f.m} = - 120 \text{ T } 1,67 \text{ m} + 72 \text{ T/m}^2 \frac{(1,67 \text{ m})^2}{2} = - 100 \text{ Tm}$$

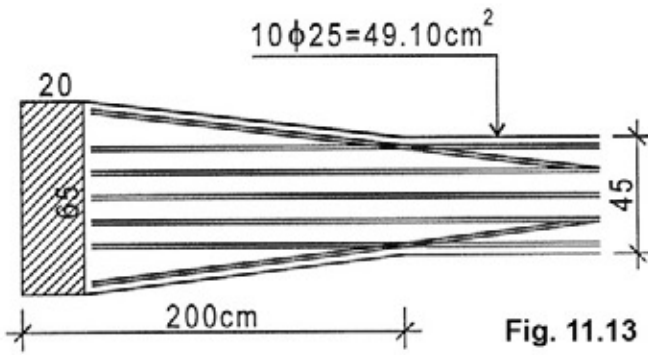
No obstante, para hallar  $h$ , debe utilizarse el  $M_{f.}$  en el borde de la base, sección SS, que es la más comprometida, pues a partir de allí, deja de ser viga placa y se transforma en rectangular, de 45 cm, de ancho.

$$M_{ss} = -120 \text{ T } 2 \text{ m} + 72 \text{ kg/m}^2 \frac{(2 \text{ m})^2}{2} = \boxed{- 96 \text{ Tm}}$$

Adoptando una cuantía que no supere el 1% se tiene  $m_s = 0,15$  y será:

$$\boxed{h = \sqrt{\frac{M_s}{b_o m_s \beta_r}}} = \sqrt{\frac{9600000 \text{ kgcm}}{45 \text{ cm } 0,15 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}} = \boxed{100 \text{ cm } d_o = 110 \text{ cm}}$$

$$\boxed{A_s = \omega_m \frac{b_o h}{\beta_s / \beta_r}} = 0,313 \frac{45 \text{ cm } 100 \text{ cm}}{30} = \boxed{46,95 \text{ cm}^2}$$



Colocamos las barras en 2 hileras, agregando 2 φ 25 adicionales en las esquinas, en el sector donde se ensancha la viga, ya que su ancho es variable en toda la extensión  $a_1$  de la base.

Fig. 11.13

**4) Verificación y dimensionado al corte de la viga**

—¿Cuáles son los criterios a utilizar?

El esfuerzo de corte en la **zona derecha de la viga** debe ser resistido por la sección de la viga y requiere su armadura correspondiente.

El esfuerzo de corte en la **zona izquierda de la viga** donde esta la base medianera, deberá resolverse en función de los 2 casos que puede presentar la viga cantilever:

**1) Si la viga posee menor altura que la zapata**

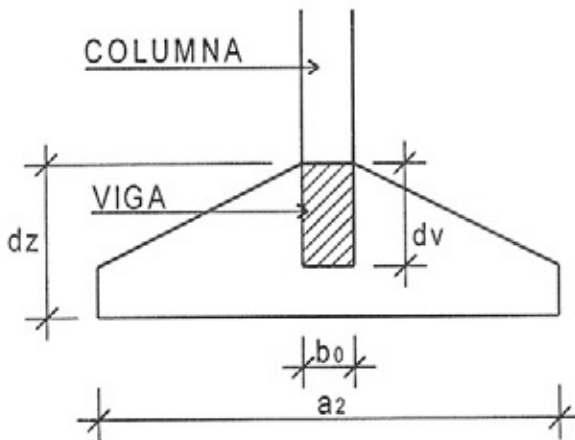


Fig. 11.14

Puede optarse por:

A. El esfuerzo de corte es resistido por la sección de la base de ancho  $a_2$  y la altura  $d_z$  no requiriendo generalmente armadura de corte.

B. Absorbiendo el esfuerzo de corte con la viga de altura  $d_v$  y ancho  $b_0$  siendo necesario casi siempre una importante armadura.

**2) La viga posee mayor altura que la zapata**

El esfuerzo de corte debe ser resistido exclusivamente con la viga.

Es el caso de nuestro ejemplo, y por lo tanto adoptamos este criterio en el cálculo que sigue

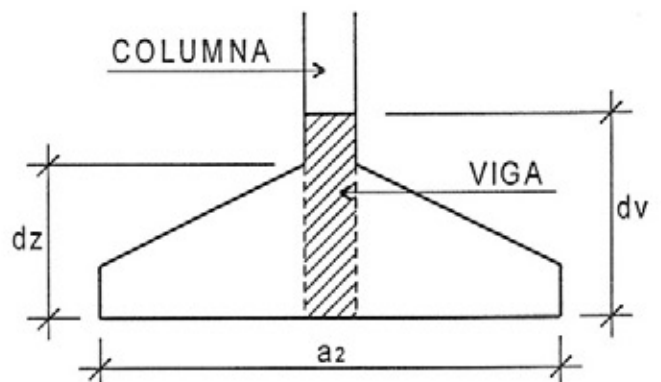


Fig. 11.15

**Sector izquierdo de la viga**

$$\tau_A = \frac{Q_o}{b_o z} = \frac{Q_A}{b_o k z h} = \frac{120000 \text{ kg}}{65 \text{ cm} \cdot 0,84 \cdot 100 \text{ cm}} = 21,98 \text{ kg/cm}^2$$

Las normas permiten utilizar el valor de  $\tau_o$  en la sección ff situada a una distancia  $\frac{h}{2}$  del borde interior de la columna, o sea:

$$25 \text{ cm} + \frac{100 \text{ cm}}{2} = 75 \text{ cm}$$

El ancho de la viga en la sección ff puede obtenerse por semejanza de triángulos.

$$X = \frac{10 \text{ cm} \times 125 \text{ cm}}{200 \text{ cm}} = 6,25 \text{ cm}$$

$$b_o = 6,25 \text{ cm} + 45 \text{ cm} + 6,25 \text{ cm} = 57,50 \text{ cm}$$

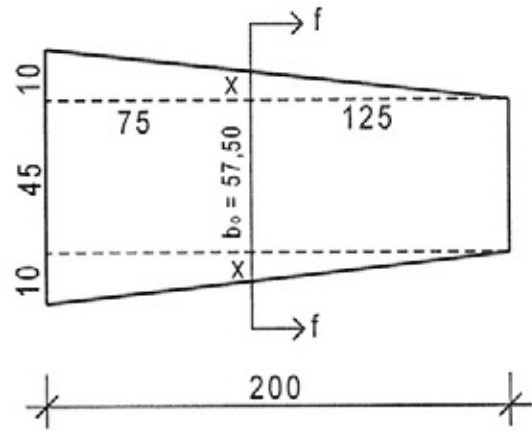


Fig. 11.16

$$\tau_o = \frac{Q}{b_o z} = \frac{120000 \text{ kg} - 72000 \text{ kg/m} \cdot 0,75 \text{ m}}{57,50 \text{ cm} \cdot 0,84 \cdot 100 \text{ cm}} =$$

$$\tau_o = 13,66 \text{ kg/cm}^2 < 15 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Zona 2}$$

$$0,4 \tau_o = 0,4 \cdot 13,66 \text{ kg/cm}^2 = 5,46 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{o \text{ Red}} = \frac{\tau_o^2}{\tau_{o2}^2} = \frac{(13,66 \text{ kg/cm}^2)^2}{15 \text{ kg/cm}^2} = 12,43 \text{ kg/cm}^2 > 5,46 \text{ kg/cm}^2$$

Adoptando estribos  $\phi 10$  c/25 absorberán:

$$\tau_e = \frac{2 a_s \sigma_s}{b_o \text{ sep}} = \frac{2 \cdot 0,79 \text{ cm}^2 \cdot 2400 \text{ kg/cm}^2}{57,5 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm}} = 2,64 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_d = 12,43 \text{ kg/cm}^2 - 2,64 \text{ kg/cm}^2 = 9,79 \text{ kg/cm}^2$$

Para obtener el volumen de tensiones que absorben las barras dobladas habrá que calcular su base, pudiendo medirse directamente sobre el gráfico, que da  $\sim 108 \text{ cm}$ , lo que nos permite dimensionar la sección de barras inclinadas:

$$A_{sd} = \frac{108 \text{ cm} \times 9,79 \text{ kg/cm}^2 \times 57,5 \text{ cm}}{2 \times 2400 \text{ kg/cm}^2 \cdot \sqrt{2}} = 8,98 \text{ cm}^2$$

$$\text{Se adicionan para el doblado } 2 \phi 25 = 9,82 \text{ cm}^2$$

**Sector derecho: Dimensionado al corte**

$$\tau_B \max = \frac{Q_B}{b_0 z} = \frac{24000 \text{ kg}}{45 \text{ cm} \cdot 0,84 \cdot 100 \text{ cm}} = 6,34 \text{ kg/cm}^2$$

Siendo  $\tau$  constante será  $\tau_{B \max} = \tau_o = 6,34 \text{ kg/cm}^2 < 15 \text{ kg/cm}^2$

Zona 2

$$0,4\tau_o = 0,4 \cdot 6,34 \text{ kg/cm}^2 = 2,54 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{o \text{ Red}} = \frac{(6,34 \text{ kg/cm}^2)^2}{15 \text{ kg/cm}^2} = 2,67 \text{ kg/cm}^2 > 2,54 \text{ kg/cm}^2$$

Habiendo adoptado estribos  $\phi 10 \text{ c/ } 25$  absorberán:

$$\tau_e = \frac{2,0,79 \text{ cm}^2 \cdot 2400 \text{ kg/cm}^2}{45 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}} = 3,37 \text{ kg/cm}^2 > 2,67 \text{ kg/cm}^2$$

Por consiguiente, las tensiones de corte se absorberán exclusivamente con estribos.

Siendo la viga de ancho variable en el sector de la base medianera, el diagrama de  $\tau$  será parabólico, y por lo tanto difiere del diagrama de  $Q$ , que es lineal.

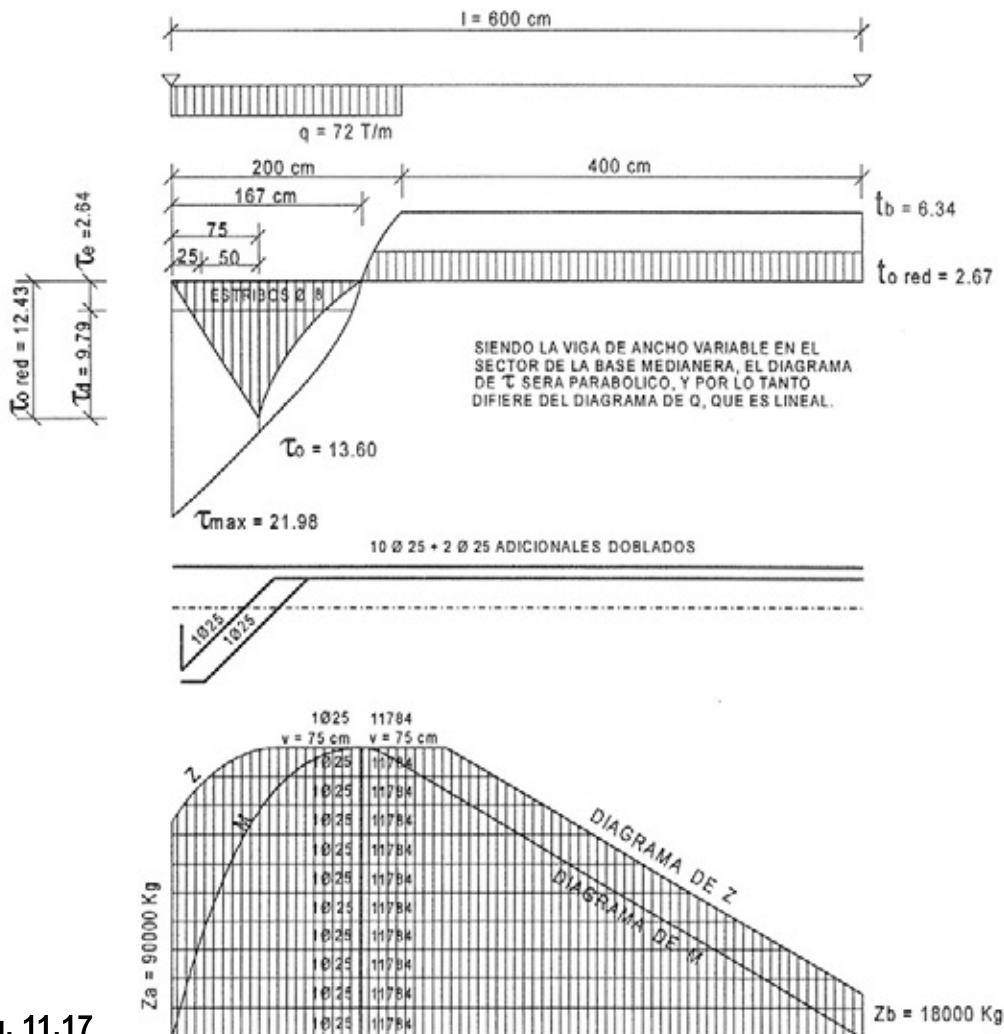


Fig. 11.17



### 5) Diagrama de $Z$ en viga

$$Z_{\max} = \frac{M_{\max}}{Z} = \frac{10000000 \text{ kgcm}}{0,84 \cdot 100 \text{ cm}} = 119048 \text{ kg}$$

$$Z_A = \frac{Q_A v}{h} = \frac{120000 \text{ kg} \cdot 0,75 \cdot 100 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} = 90000 \text{ kg}$$

$$Z_B = \frac{Q_B v}{h} = \frac{24000 \text{ kg} \cdot 0,75 \cdot 100 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} = 18000 \text{ kg}$$

Cada  $\phi 25$  absorbe una parte de  $Z$  igual A:

$$a_s \cdot \frac{\beta_s}{v} = Z \Rightarrow a_s = 4,91 \text{ cm}^2 \frac{4200 \text{ kg/cm}^2}{1,75} = 11784 \text{ kg}$$

### 6) Dimensionado base

Para tener una base rígida, su altura debe ser igual o mayor que la mitad del voladizo, o sea:

$$d_z = \frac{167,5 \text{ cm}}{2} \cong 84 \text{ cm}$$

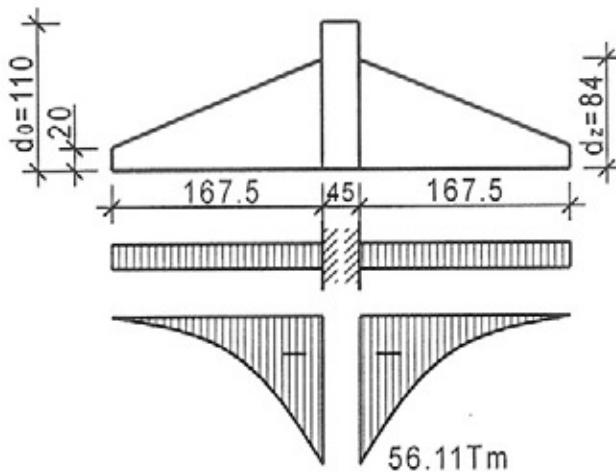


Fig. 11.18

En cambio, si optáramos por una base flexible, con una altura menor de zapata, se logra mayor economía a pesar del aumento de armadura. No obstante, no conviene alejarse mucho de la condición de rigidez de la base, que es la única que nos asegura una repartición uniforme de las presiones con que reacciona el suelo, para lo cual la disminución no debiera superar el 20 %.

En nuestro ejemplo, mantendremos la altura de rigidez.

$$d_z = 84 \text{ cm} \quad h = 78 \text{ cm}$$

$$M_{\max} = 2 \text{ kg/cm}^2 \frac{200 \text{ cm} (167,5 \text{ cm})^2}{2} = 5611250 \text{ kgcm} = 56,11 \text{ Tm}$$

### Verificación $h/z$

$$m_s = \frac{M_s}{b_0 h^2 \beta_r} = \frac{5611250 \text{ kgcm}}{200 \text{ cm} (78 \text{ cm})^2 140 \text{ kg/cm}^2} = 0,032 < 0,193$$

**Dimensionado armadura**

$$A_s = \omega_m \frac{b_o h}{\hat{\alpha}_s / \hat{\alpha}_r} = 0,059 \frac{200 \text{ cm } 78 \text{ cm}}{30} = 30,68 \text{ cm}^2$$

$$\text{Adoptamos } 16 \phi 16 = 32,16 \text{ cm}^2$$

**Verificación zapata al corte**

Siendo el ancho de la viga variable en el sector de la base, también lo será el ancho de la zapata, que varía entre 167,5 cm y 157,5 cm lo que da un promedio de 162 cm. En consecuencia:

$$\tau_{A \text{ max}} = \frac{Q_A}{b_o z} = \frac{Q_A}{b_o k z h} =$$

$$\tau_{A \text{ max}} = \frac{2 \text{ kg/cm}^2 \cdot 200 \text{ cm} \times 162 \text{ cm}}{200 \text{ cm } 0,94 \cdot 78 \text{ cm}} = 4,42 \text{ kg/cm}^2$$

Calculando  $\tau_o$  a una distancia  $\frac{h}{2} = \frac{78 \text{ cm}}{2} = 39 \text{ cm}$  se tiene

$$\tau_o = \frac{4,42 \text{ kg/cm}^2 \cdot 128,5 \text{ cm}}{167,5 \text{ cm}} = 3,39 \text{ Kg/cm}^2 < 4,5 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{Zona 1}$$

Según CIRSOC 207 Art. 17.5.5 debe llevar  $A_s$  de corte si  $\tau_o > 0,7 \tau_{011}$

$0,7 \cdot 4,5 \text{ kg/cm}^2 = 3,15 \text{ kg/cm}^2 < 3,39 \text{ kg/cm}^2$  por lo tanto:

Es necesario colocar armadura de corte, lo cual se cubre holgadamente doblando  $1/3$  de  $A_s$ , como se comprueba a continuación:

Está deberá calcularse:

$$0,4 \tau_o = 0,4 \cdot 3,39 \text{ kg/cm}^2 = 1,36 \text{ Kg/cm}^2$$

La fuerza total a absorber por las barras dobladas será:

$$T_d = \frac{1,36 \text{ kg/cm}^2 \cdot 167,5 \text{ cm} \times 200 \text{ cm}}{2 \sqrt{2}} = 16156 \text{ kg}$$

$$A_{sd} = \frac{16156 \text{ kg}}{2400 \text{ kg/cm}^2} = 6,73 \text{ cm}^2$$

Doblando  $\frac{1}{3}$  de  $A_s$  se tiene:  $5 \phi 16 = 10,05 \text{ cm}^2$

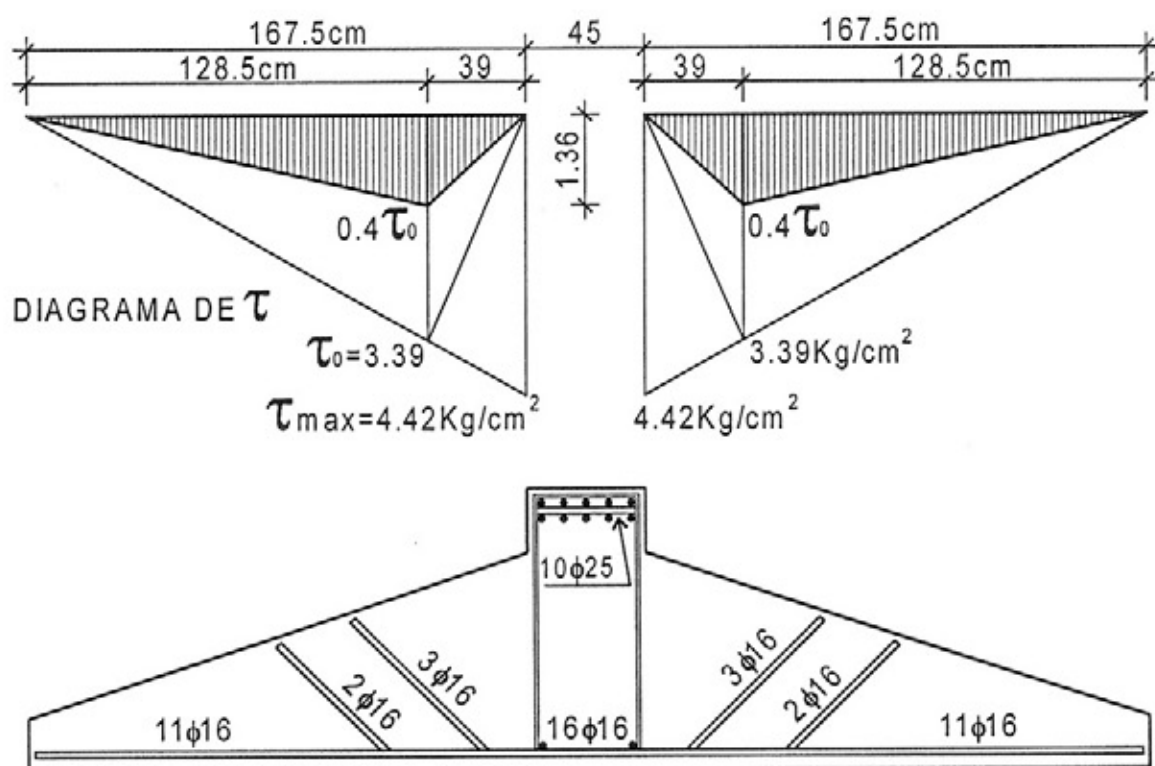
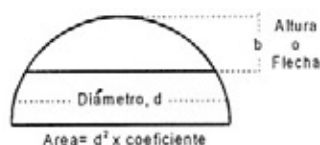


Fig. 11.19

Nota: En zapatas de menor luz no es necesaria la armadura de corte.

**Tabla T 3. Cálculo del área conociendo el diámetro  $d$  y la flecha  $b$** 

$\frac{b}{d}$	Coeficiente	$\frac{b}{d}$	Coeficiente	$\frac{b}{d}$	Coeficiente	$\frac{b}{d}$	Coeficiente
.001	.000042	.036	.009008	.071	.024680	.106	.044523
.002	.000119	.037	.009383	.072	.025196	.107	.045140
.003	.000219	.038	.009764	.073	.025714	.108	.045759
.004	.000337	.039	.010148	.074	.026236	.109	.046381
.005	.000471	.040	.010538	.075	.026761	.110	.047006
.006	.000619	.041	.010932	.076	.027290	.111	.047633
.007	.000779	.042	.011331	.077	.027821	.112	.048262
.008	.000952	.043	.011734	.078	.028356	.113	.048894
.009	.001135	.044	.012142	.079	.028894	.114	.049529
.010	.001329	.045	.012555	.080	.029435	.115	.050165
.011	.001533	.046	.012971	.081	.029979	.116	.050805
.012	.001746	.047	.013393	.082	.030526	.117	.051446
.013	.001969	.048	.013818	.083	.031077	.118	.052090
.014	.002199	.049	.014248	.084	.031630	.119	.052737
.015	.002438	.050	.014681	.085	.032186	.120	.053385
.016	.002685	.051	.015119	.086	.032746	.121	.054037
.017	.002940	.052	.015561	.087	.033308	.122	.054690
.018	.003202	.053	.016008	.088	.033873	.123	.055346
.019	.003472	.054	.016458	.089	.034441	.124	.056004
.020	.003749	.055	.016912	.090	.035012	.125	.056664
.021	.004032	.056	.017369	.091	.035586	.126	.057327
.022	.004322	.057	.017831	.092	.036162	.127	.057991
.023	.004619	.058	.018297	.093	.036742	.128	.058658
.024	.004922	.059	.018766	.094	.037324	.129	.059328
.025	.005231	.060	.019239	.095	.037909	.130	.059999
.026	.005546	.061	.019716	.096	.038497	.131	.060673
.027	.005867	.062	.020197	.097	.039087	.132	.061349
.028	.006194	.063	.020681	.098	.039681	.133	.062027
.029	.006527	.064	.021168	.099	.040277	.134	.062707
.030	.006866	.065	.021660	.100	.040875	.135	.063380
.031	.007209	.066	.022155	.101	.041477	.136	.064074
.032	.007559	.067	.022653	.102	.042081	.137	.064761
.033	.007913	.068	.023155	.103	.042687	.138	.065449
.034	.008273	.069	.023660	.104	.043296	.139	.066140
.035	.008638	.070	.024168	.105	.043908	.140	.066833

Tabla T 3. Cálculo del área conociendo el diámetro  $d$  y la flecha  $b$ 

$\frac{b}{d}$	Coeficiente	$\frac{b}{d}$	Coeficiente	$\frac{b}{d}$	Coeficiente	$\frac{b}{d}$	Coeficiente
.141	.067258	.176	.093074	.211	.120713	.246	.150091
.142	.068225	.177	.093837	.212	.121530	.247	.150953
.143	.006894	.178	.094601	.213	.122348	.248	.151816
.144	.069626	.179	.095367	.214	.123167	.249	.152681
.145	.070329	.180	.096135	.215	.123988	.250	.153546
.146	.071034	.181	.096904	.216	.124811	.251	.154413
.147	.071741	.182	.097675	.217	.125637	.252	.155281
.148	.072450	.183	.098447	.218	.126459	.253	.156149
.149	.073162	.184	.099221	.219	.127286	.254	.157019
.150	.073875	.185	.099997	.220	.128114	.255	.157891
.151	.074590	.186	.100774	.221	.128943	.256	.158763
.152	.075307	.187	.101553	.222	.129773	.257	.159636
.153	.076026	.188	.102334	.223	.130605	.258	.160511
.154	.076747	.189	.103146	.224	.131438	.259	.161386
.155	.077470	.190	.103900	.225	.132273	.260	.162263
.156	.078194	.191	.104686	.226	.133109	.261	.163141
.157	.078921	.192	.105472	.227	.133946	.262	.164020
.158	.079650	.193	.106261	.228	.134784	.263	.164900
.159	.080380	.194	.107051	.229	.135624	.264	.165781
.160	.081112	.195	.107843	.230	.136465	.265	.166663
.161	.081847	.196	.108636	.231	.137307	.266	.167546
.162	.082582	.197	.109431	.232	.138151	.267	.168431
.163	.083320	.198	.110227	.233	.138996	.268	.169316
.164	.084060	.199	.111025	.234	.139842	.269	.170202
.165	.084801	.200	.111824	.235	.140689	.270	.171090
.166	.085545	.201	.112625	.236	.141538	.271	.171978
.167	.086290	.202	.113427	.237	.142388	.272	.172868
.168	.087037	.203	.114231	.238	.143239	.273	.173758
.169	.087785	.204	.1150.6	.239	.144091	.274	.174650
.170	.088536	.205	.115842	.240	.144945	.275	.175542
.171	.089288	.206	.116651	.241	.145800	.276	.176436
.172	.090042	.207	.117460	.242	.146656	.277	.177330
.173	.090797	.208	.118271	.243	.147513	.278	3178226
.174	.091555	.209	.119084	.244	.148371	.279	.179122
.175	.092314	.210	.119898	.245	.149231	.280	.180020

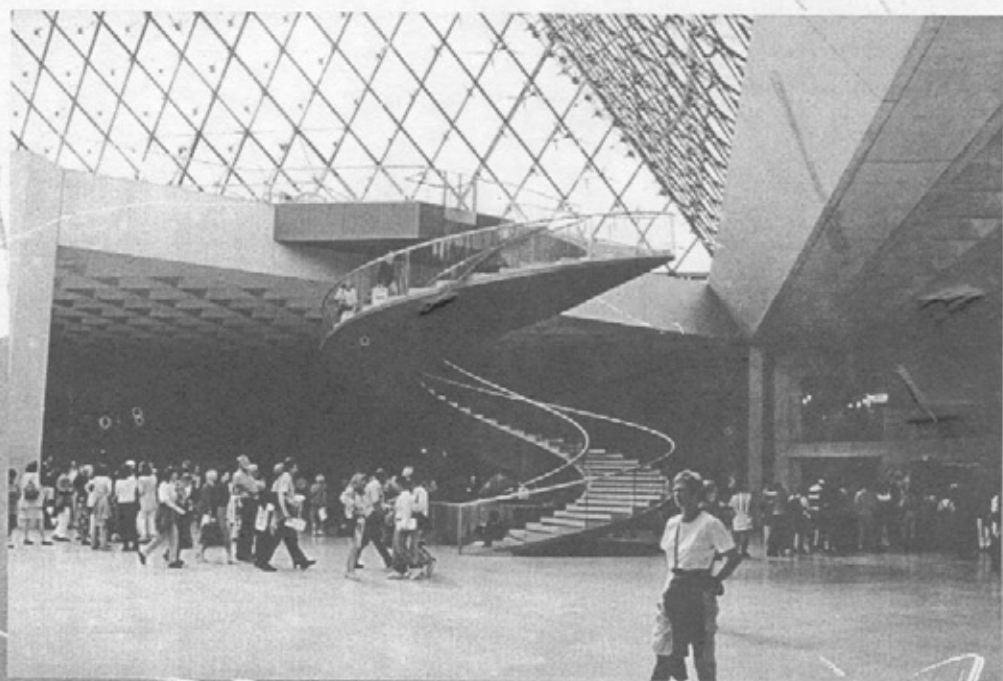
Tabla T 3. Cálculo del área conociendo el diámetro  $d$  y la flecha  $b$ 

$\frac{b}{d}$	Coeficiente	$\frac{b}{d}$	Coeficiente	$\frac{b}{d}$	Coeficiente	$\frac{b}{d}$	Coeficiente
.281	.180918	.316	.212941	.351	.245935	.386	.279695
.282	.181818	.317	.213871	.352	.246890	.387	.280669
.283	.182718	.318	.214802	.353	.247845	.388	.281643
.284	.183619	.319	.215734	.354	.248801	.389	.282618
.285	.184522	.320	.216666	.355	.249758	.390	.283593
.286	.185425	.321	.217600	.356	.250715	.391	.284569
.287	.186329	.322	.218534	.357	.251673	.392	.285545
.288	.187235	.323	.219469	.358	.252632	.393	.286521
.289	.188141	.324	.220404	.359	.253591	.394	.287499
.290	.189048	.325	.221341	.360	.254551	.395	.288476
.291	.189956	.326	.222278	.361	.255511	.396	.289454
.292	.190865	.327	.223216	.362	.256472	.397	.290432
.293	.191774	.328	.224154	.363	.257433	.398	.291411
.294	.192685	.329	.225094	.364	.258395	.399	.292390
.295	.193597	.330	.226034	.365	.259358	.400	.293370
.296	.194509	.331	.226974	.366	.260321	.401	.294350
.297	.195423	.332	.227916	.367	.261285	.402	.295330
.298	.196337	.333	.228858	.368	.262249	.403	.296311
.299	.197252	.334	.229801	.369	.263214	.404	.297292
.300	.198168	.335	.230745	.370	.264179	.405	.298274
.301	.199085	.336	.231689	.371	.265145	.406	.299256
.302	.200003	.337	.232634	.372	.266111	.407	.300238
.303	.200922	.338	.233580	.373	.267078	.408	.301221
.304	.201841	.339	.234526	.374	.268046	.409	.302204
.305	.202762	.340	.235473	.375	.269014	.410	.303187
.306	.203683	.341	.236421	.376	.269982	.411	.304171
.307	.204605	.342	.237369	.377	.270951	.412	.305156
.308	.205528	.343	.238319	.378	.271921	.413	.306140
.309	.206452	.344	.239268	.379	.272891	.414	.307125
.310	.207376	.345	.240219	.380	.273861	.415	.308110
.311	.208302	.346	.241170	.381	.274832	.416	.309096
.312	.209228	.347	.242122	.382	.275804	.417	.310082
.313	.210155	.348	.243074	.383	.276776	.418	.311068
.314	.211083	.349	.244027	.384	.277748	.419	.312055
.315	.212011	.350	.244980	.385	.278721	.420	.313042

Tabla T 3. Cálculo del área conociendo el diámetro  $d$  y la flecha  $b$ 

$\frac{b}{d}$	Coeficiente	$\frac{b}{d}$	Coeficiente	$\frac{b}{d}$	Coeficiente	$\frac{b}{d}$	Coeficiente
.421	.314029	.441	.333836	.461	.353739	.481	.373704
.422	.315017	.442	.334829	.462	.354736	.482	.374703
.423	.316005	.443	.335823	.463	.355733	.483	.375702
.424	.316993	.444	.336816	.464	.356730	.484	.376702
.425	.317981	.445	.337810	.465	.357728	.485	.377701
.426	.318970	.446	.338804	.466	.358725	.486	.378701
.427	.319959	.447	.339799	.467	.359723	.487	.379701
.428	.320949	.448	.340793	.468	.360721	.488	.380700
.429	.321938	.449	.341788	.469	.361719	.489	.381700
.430	.322928	.450	.342783	.470	.362717	.490	.382700
.431	.323919	.451	.343778	.471	.363715	.491	.383700
.432	.324909	.452	.344773	.472	.364714	.492	.384699
.433	.325900	.453	.345768	.473	.365712	.493	.385699
.434	.326891	.454	.346764	.474	.366711	.494	.386699
.435	.327883	.455	.347760	.475	.367710	.495	.387699
.436	.328874	.456	.348756	.476	.368708	.496	.388699
.437	.329866	.457	.349752	.477	.369707	.497	.389699
.438	.330858	.458	.350749	.478	.370706	.498	.390699
.439	.331851	.459	.351745	.479	.371705	.499	.391699
.440	.332843	.460	.352742	.480	.372704	.500	.392699

Fuente: *Cómputos y presupuestos*, Mario E. Chandías. Librería y editorial Alsina.



*“La búsqueda de la expresividad estructural es un tema recuperado recientemente, tras un largo periodo en el que el esqueleto se ha minimizado en el interior.”*

Ing. Aldo Benedetti

## 12. Escaleras





# 12. Escaleras

¿Cómo se comportan estructuralmente?

Como una viga inclinada sometida a una carga uniformemente distribuida.

Para entender su funcionamiento, es necesario previamente realizar un estudio conceptual, utilizando con ese fin, por ejemplo, la viga indicada en el gráfico, cuyos datos son los siguientes: fig. 12.1.

$q = 800 \text{ kg/m}^2$  Luz a cubrir: 3,90 m  
inclinación:  $34^\circ$

Se puede resolver según 2 variantes, y comparar los resultados, para clarificar el problema.

### Variante A

Consiste en resolver la viga con las componentes **Q**, perpendicular a su eje, y **N**, contenida en el mismo.

Para ello es necesario conocer la longitud real de la viga, que se puede obtener por trigonometría:

$$\cos 34^\circ = \frac{3,90 \text{ m}}{l_i} \rightarrow l_i = \frac{3,90 \text{ m}}{\cos 34^\circ} = 4,70 \text{ m}$$

Con este valor hallamos la resultante vertical  
 $800 \text{ Kg/m} \times 4,70 \text{ m} = 3.760 \text{ Kg}$

Hallamos sus componentes Q y N: fig. 12.2.

$$Q = 3.760 \text{ Kg} \times \cos 34^\circ = 3.117 \text{ Kg}$$

$$N = 3.760 \text{ Kg} \times \sin 34^\circ = 2.103 \text{ Kg}$$

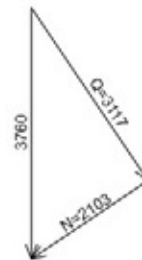


Fig 12.2

Dividiendo Q y N por la luz obtenemos las respectivas cargas distribuidas  $qQ$  y  $qN$ . Figs. 12.3 y 12.4.

$$qQ = \frac{3.117 \text{ Kg}}{4,70 \text{ m}} = 663 \text{ Kg/m} \quad \text{Provoca Corte y Flexión}$$

$$qN = \frac{2.103 \text{ Kg}}{4,70 \text{ m}} = 447 \text{ Kg/m} \quad \text{Provoca compresión o Tracción}$$

El esfuerzo de Corte lo calculamos hallando las Reacciones perpendiculares al eje de la barra

$$RAq = RBq = \frac{663 \text{ Kg/m} \times 4,70 \text{ m}}{2} = 1.558 \text{ Kg}$$

$$M = \frac{663 \text{ Kg/m} (4,70 \text{ m})^2}{8} = 1.831 \text{ Kgm}$$

El esfuerzo Normal lo calculamos hallando las Reacciones contenidas en el eje de la barra:

$$RAn = \frac{447 \text{ Kg/m} \times 4,70 \text{ m}}{2} = 1.052 \text{ Kg}$$

La Reacción vertical  $RA$  será en consecuencia la Resultante entre  $RAn$  y  $RAq$ , y se puede hallar aplicando Pitágoras:

$$RA = (1.051^2 + 1.558^2)^{1/2} = 1.880 \text{ Kg}$$

Observando los 3 diagramas se comprueba que:

La componente  $qQ$  provoca **Corte y Flexión**

La componente  $qN$  provoca **Compresión en la zona inferior y Tracción en la zona superior**

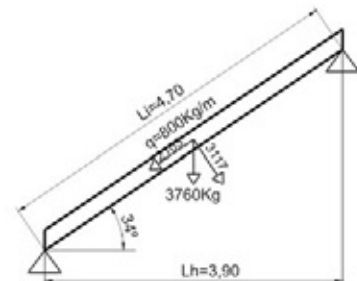


Fig. 12.1

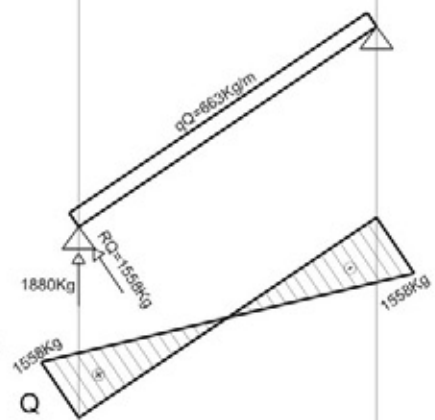


Fig. 12.3

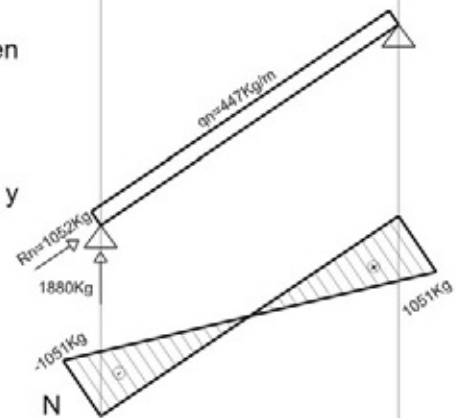
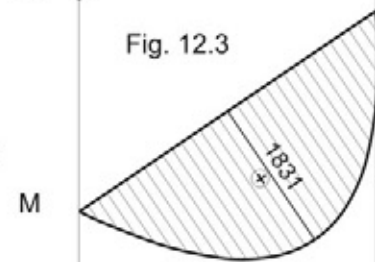


Fig. 12.4

**Conclusión:** Las vigas inclinadas trabajan a la Flexión compuesta  
El sector inferior a la Flexo compresión plana y el superior a la Flexo Tracción plana

En consecuencia, para su verificación, aplicamos en principio la clásica ecuación:

$$\sigma = \pm \frac{N}{F} \pm \frac{M}{W}$$

Observando los diagramas de solicitaciones comprobamos que el máx. Momento flexor = 1.833 Kgm Y el máx. Esfuerzo Normal = 1.051 Kg no se encuentran en la misma sección, por el contrario, donde  $M = 1.833 \text{ Kgm}$ ,  $N = 0$ , es decir, nulo; y en cambio, donde  $N = 1.051 \text{ Kg}$ , es  $M$  quien vale 0.

Si verificamos en las secciones extremas A o B, con  $N = 1.051 \text{ Kg}$ , y  $M = 0$ , la ecuación se reduce a:

$$\sigma = \pm \frac{N}{F}$$

En cambio, si verificamos en el centro de la luz con  $M = 1.833 \text{ Kgm}$  y  $N = 0$ , la ecuación se reduce a:

$$\sigma = \pm \frac{M}{W}$$

Como las tensiones generadas por la flexión son mucho mayores que las provocadas por la tracción o la compresión simple, verificamos directamente con el  $M$  máx, como si la pieza trabajara a la flexión plana, o sea que:

$$\sigma = \pm \frac{M}{W} \quad W = \frac{M}{\sigma} = \frac{183300 \text{ Kgcm}}{1.375 \text{ Kg/cm}^2} = 133 \text{ cm}^2$$

Consultando cualquier Tabla de perfiles laminados, adoptamos un P.N.Doble T 18, con  $W = 161 \text{ cm}^3$

### Variante B

Se resuelve la Viga utilizando únicamente la Resultante vertical = 3.760 Kg

Hallamos la carga distribuida vertical dividiendo por la luz:

$$qH = \frac{3.760 \text{ Kg}}{3,90 \text{ m}} = 964 \text{ Kg/m}$$

O sea, asimilamos su comportamiento a una viga horizontal, y hallamos las solicitaciones:

$$RA = RB = \frac{964 \text{ Kg/m} \times 3,90 \text{ m}}{2} = 1.880 \text{ Kg}$$

$$M = \frac{964 \text{ Kg/m} \times (3,90 \text{ m})^2}{8} = 1.833 \text{ Kgm}$$

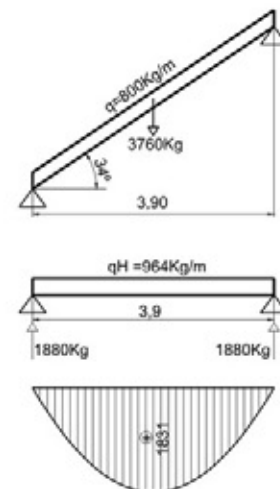


Fig 12.5

Comprobamos que utilizando el procedimiento más directo de trabajar únicamente con la Resultante vertical, obtenemos el mismo Momento flexor que el calculado con sus componentes.

Y se alcanza el máximo grado de simplificación si trabajamos directamente con la carga distribuida, que al ser hallada dividiendo la Resultante por la luz, nos permite la siguiente deducción, si tenemos en cuenta que la viga inclinada forma un triángulo rectángulo donde la luz entre apoyos representa el Cateto adyacente al ángulo de  $34^\circ$  y la longitud real la hipotenusa de ese triángulo:

$$\frac{3.760 \text{ kg}}{3,90 \text{ m}} = \frac{800 \text{ kg/m} \times 4,70 \text{ m}}{3,90 \text{ m}} = 800 \text{ Kg/m} \frac{\text{hipotenusa}}{\text{adyacente}} = \frac{800 \text{ kg/m}}{\frac{\text{ady}}{\text{Hip}}} = \frac{800 \text{ kg/m}}{\cos 34^\circ} = 964 \text{ kg/m}$$

Es decir, obtenemos una vez más el mismo valor que en los cálculos anteriores, lo que nos permite finalmente arribar a la siguiente

### Conclusión:

Se pueden dimensionar las Vigas inclinadas con cargas uniformemente distribuidas, y las escaleras, asimilando su comportamiento a una viga o una Losa horizontal.

Aplicando lo expuesto a nuestro ejemplo, se utilizará en lo sucesivo, el siguiente procedimiento simplificado y exacto para el dimensionado de una viga metálica inclinada: Fig. 12.6.

$$q_h = \frac{800 \text{ Kg}}{\cos 34^\circ} = 964 \text{ Kg/m}$$

$$M = \frac{964 \text{ Kg/m} \times (3.90 \text{ m})^2}{8} = 1.833 \text{ Kgm}$$

$$W = \frac{M}{\sigma} = \frac{1.833 \text{ Kgcm}}{1.375 \text{ Kg/cm}^2} = 133 \text{ cm}^3$$

Se adopta un PNI 18  $W = 161 \text{ cm}^3$

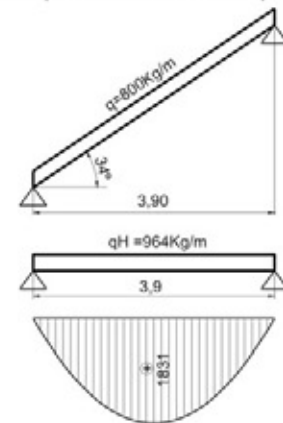


Fig. 12.6

### EJEMPLO NUMÉRICO

A continuación, los criterios expuestos se aplicarán al cálculo y dimensionado de una **escalera de Hormigón armado** como la que se representa, según los datos que se indican a continuación: Fig. 12.7.

Altura de piso a piso terminado: 2,80 m

Escalones de 18 x 26 cm

$$\text{N}^\circ \text{ de alzadas } \frac{2.80 \text{ m}}{0.18 \text{ m}} = 15.55$$

Se adoptan 16 alzadas

En consecuencia la altura final será:

$$\frac{280 \text{ cm}}{16} = 17.5 \text{ cm}$$

Con estos datos estamos en condiciones de calcular el ángulo de inclinación la escalera, como sigue:

$$\alpha = \frac{17.5 \text{ cm}}{26 \text{ cm}} \text{ shift } \text{tg} = 34^\circ$$

La hipotenusa de cada escalón se puede obtener aplicando Pitágoras:

$$(17.5^2 + 26^2)^{1/2} = 31.34 \text{ cm}$$

#### 1) Predimensionado:

Aplicamos los criterios habituales en Losas:

$$h \sim = \frac{417 \text{ cm}}{35} = 11.91 \text{ cm}$$

Se adopta

$$h = 11.5 \text{ cm} \quad d = 11.5 \text{ cm} + 1.5 \text{ cm} \\ d = 13 \text{ cm}$$

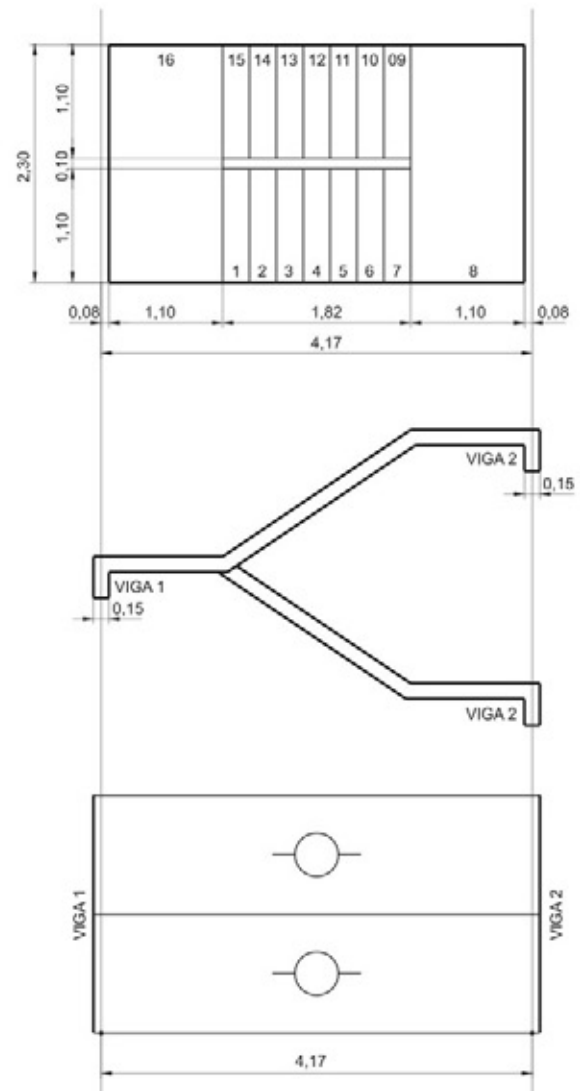


Fig. 12.7

**2) Análisis de cargas escalera Fig. 12.8**

Se realiza en función del gráfico que se acompaña, considerando un revestimiento de Mármol reconstituido o similar:

Peso de cada escalón:

Pedada de Mármol reconst.:	$0,30 \text{ m} \times 0,03 \text{ m} \times 2.800 \text{ Kg/m}^3 \times 1 \text{ m} =$	25,20 Kg/esc
Alzada en Mármol reconst.:	$0,145 \text{ m} \times 0,02 \text{ m} \times 2.800 \text{ Kg/m}^3 \times 1 \text{ m} =$	8,12 Kg/esc
Mezcla de asiento:	$(0,26 \text{ m} + 0,175 \text{ m}) \times 0,02 \text{ m} \times 1.900 \text{ Kg/m}^3 \times 1 \text{ m} =$	16,53 Kg/esc
Triángulo de H.A.	$0,175 \text{ m} \times 0,26 \text{ m} \times 2.400 \text{ Kg/m}^3 \times 1 \text{ m} =$	54,60 Kg/esc
Losa H.A.	$0,13 \text{ m} \times 0,3134 \text{ m} \times 2.400 \text{ Kg/m}^3 \times 1 \text{ m} =$	97,78 Kg/esc
		<b><u>202,23 Kg/esc</u></b>



Fig. 12.8

DETALLE PRIMER ESCALÓN

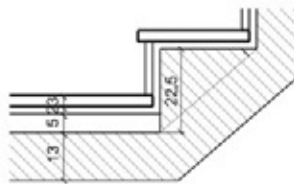


Fig. 12.8a

DETALLE ÚLTIMO ESCALÓN

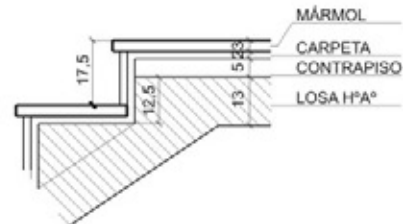


Fig. 12.8b

Para determinar la carga por metro lineal de Losa, aplicando la regla de 3 simple se obtiene:

Carga por metro lineal:

Carga permanente	$\frac{202,23 \text{ kg/escalón}}{0,26 \text{ m/escalón}} =$	$g = 778 \text{ Kg/m}$
Carga accidental		$p = 300 \text{ Kg/m}$
<b>Total</b>		<b><math>q = 1.078 \text{ Kg/m}</math></b>

**Análisis de cargas Descanso. Fig. 12.9**

Solado de Mármol reconstituido:	$0,03 \text{ m} \times 2800 \text{ Kg/m}^3 =$	$84 \text{ Kg/m}^2$
Mezcla de asiento:	$0,02 \text{ m} \times 1900 \text{ Kg/m}^3 =$	$38 \text{ Kg/m}^2$
Contrapiso:	$0,05 \text{ m} \times 1600 \text{ Kg/m}^3 =$	$80 \text{ Kg/m}^2$
Losa de H.A.	$0,13 \text{ m} \times 2400 \text{ Kg/m}^3 =$	$312 \text{ Kg/m}^2$
Cielorraso aplicado de Cal fina o similar		$5 \text{ Kg/m}^2$

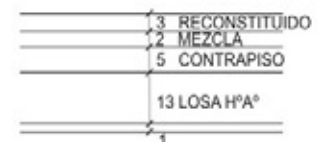


Fig. 12.9

<b>Carga Permanente</b>	<b><math>g = 519 \text{ Kg/m}^2</math></b>
<b>Carga Accidental</b>	<b><math>p = 300 \text{ Kg/m}^2</math></b>

### 3) Solicitaciones

En un esquema de cargas simétrico el valor de las Reacciones será naturalmente igual a la mitad de la suma de todas las cargas.  
Por consiguiente:

$$RA = RB = \frac{2 \times 966 \text{ Kg} + 1.962 \text{ Kg}}{2}$$

$$RA = RB = 1.947 \text{ Kg}$$

$$M_{\text{máx}} = 1.947 \text{ Kg} \times 2,09 \text{ m} + 966 \text{ Kg} \times 1,50 \text{ m} + 981 \text{ Kg} \times 0,455 \text{ m}$$

$$M_{\text{máx}} = 2.174 \text{ Kgm}$$

$$M1 = 1.947 \text{ Kg} \times 1,18 \text{ m} + 966 \text{ Kg} \times 0,59 \text{ m}$$

$$M1 = 1.727 \text{ Kgm}$$

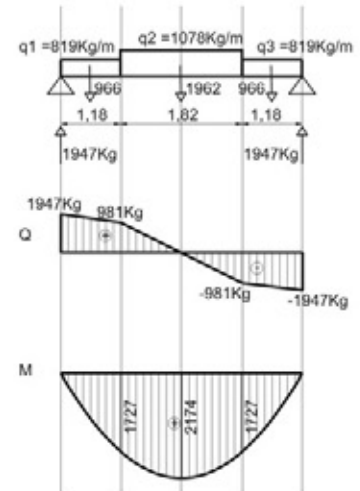


Fig 12.10

### 4) Verificación h

$$ms = \frac{Ms}{b \times h^2 \times \beta r} = \frac{217400 \text{ Kgm}}{100 \text{ cm} \times (11,5 \text{ cm})^2 \times 140 \text{ Kg/cm}^2}$$

$$ms = 0,094 < 0,193 \text{ VERIFICA}$$

### 5) Dimensionado

$$As = \frac{\omega_m \times b \times h}{\beta s / \beta r} = \frac{0,184 \times 100 \text{ cm} \times 11,5 \text{ cm}}{24}$$

$$As = 8,82 \text{ cm}^2$$

Se adoptan  $\phi 10$  cada 8,5 cm de separación

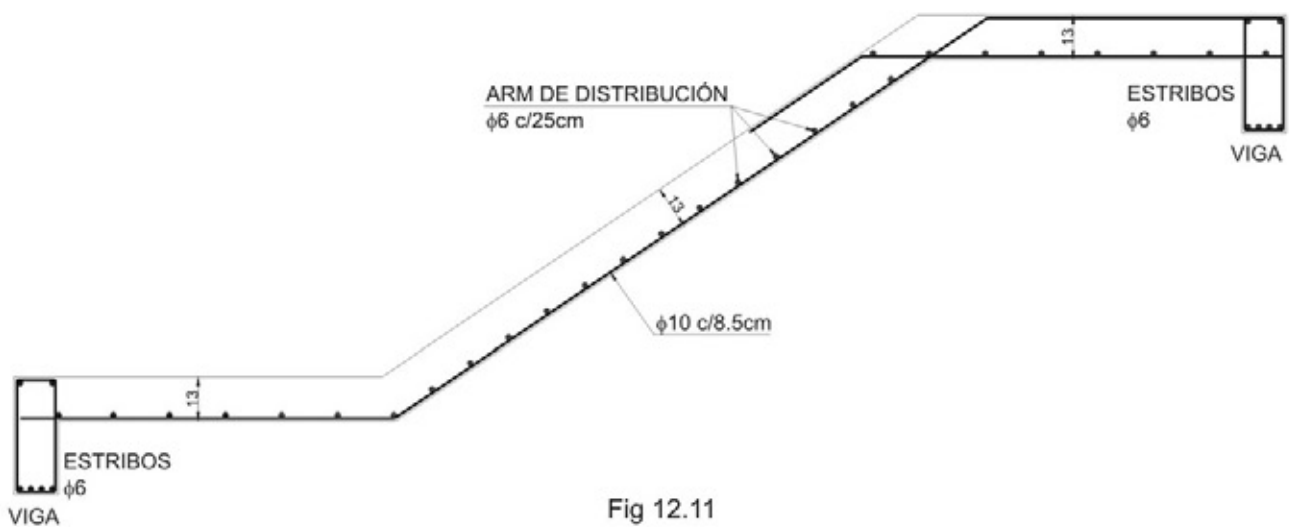
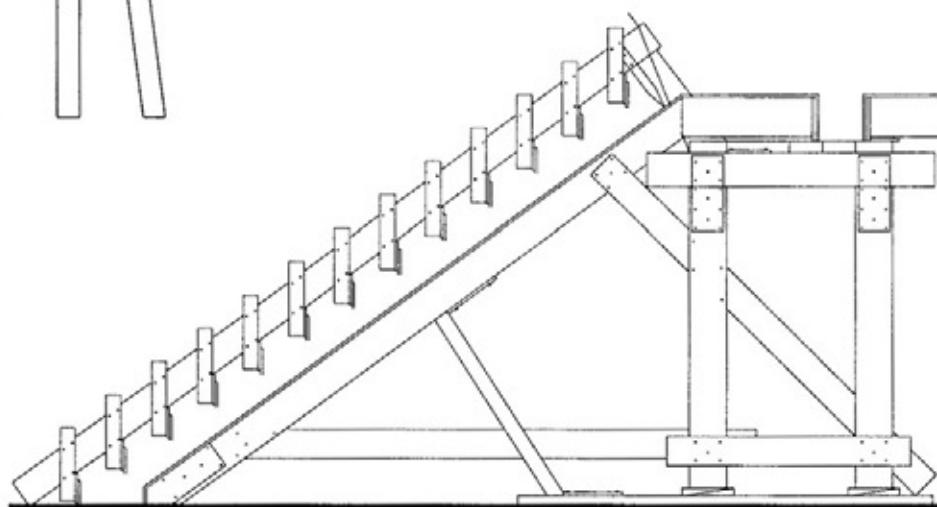
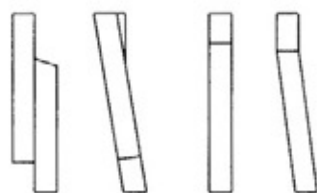


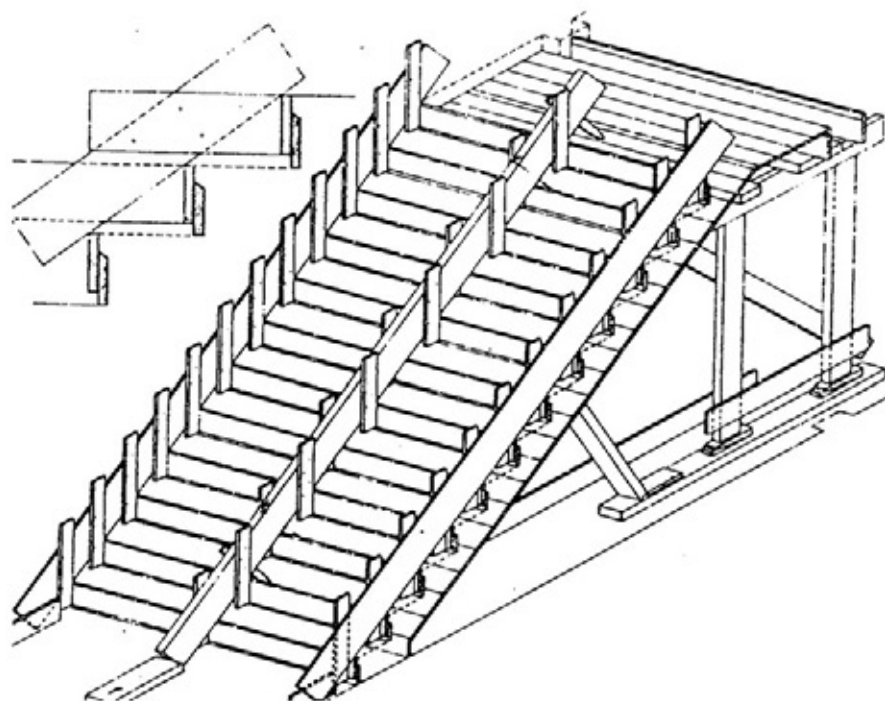
Fig 12.11

## Encofrado de escalera

### ENCOFRADO DE ESCALERA



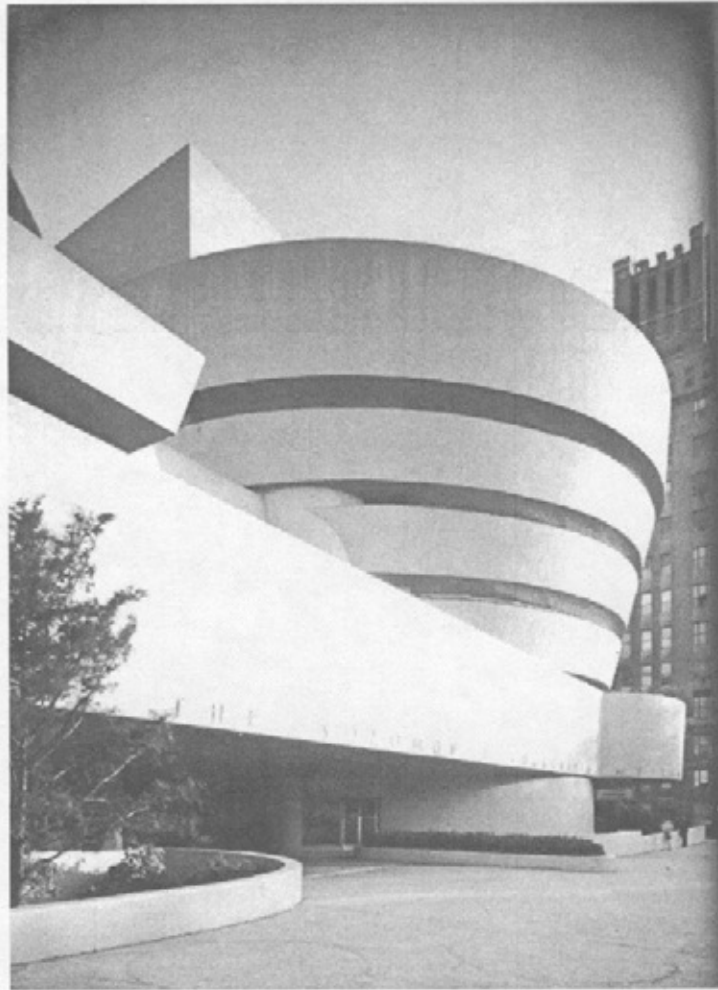
### SECCIÓN LONGITUDINAL



### Rampas

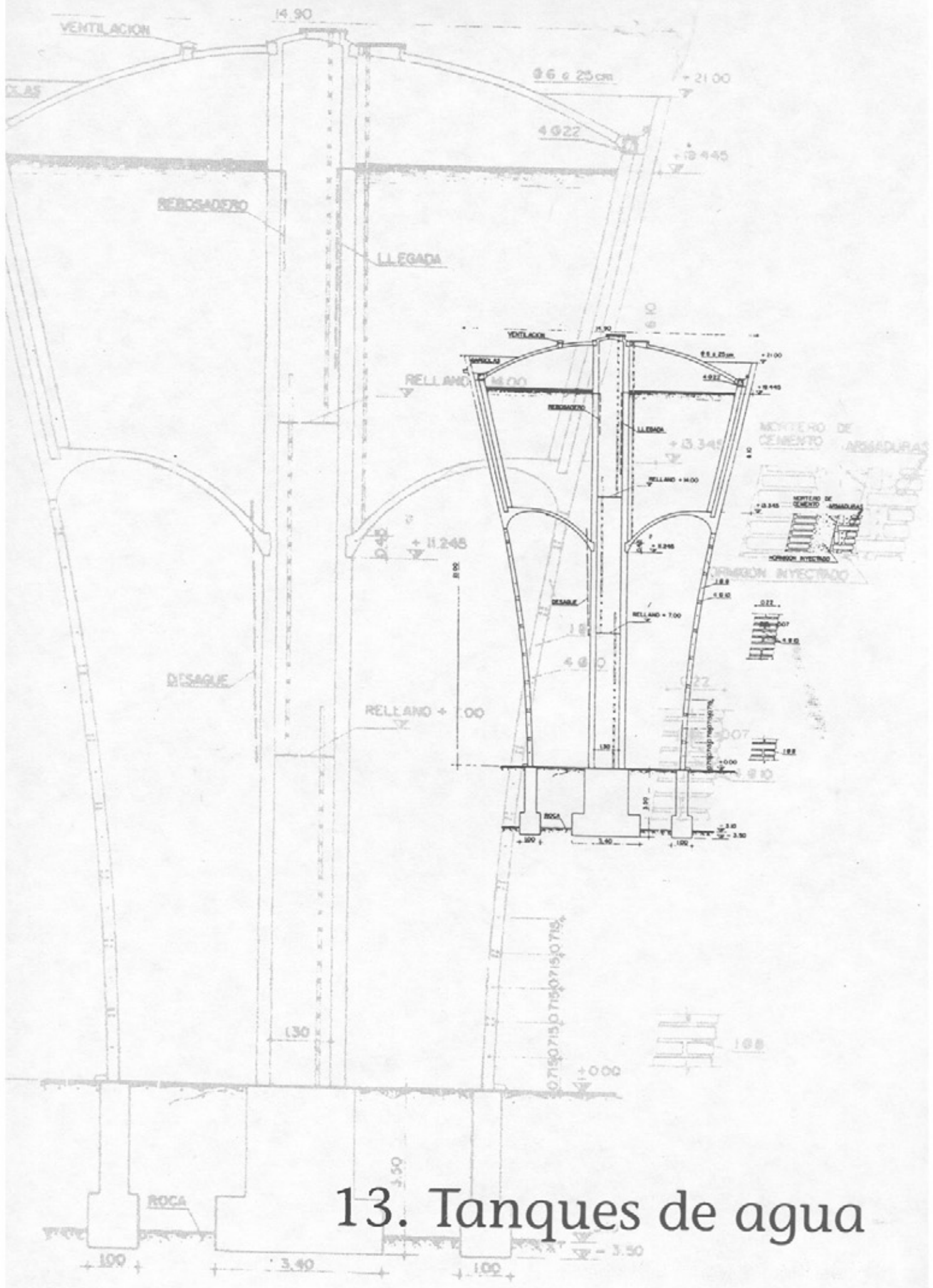
Sólo se diferencian de las escaleras en la ausencia de peldaños, lo cual por seguridad al deslizamiento obliga a reducir sus pendientes a  $15^\circ$ .

Sus soluciones estructurales son análogas a las de las zancas de escalera y hoy día han adquirido gran desarrollo no sólo en el interior de los edificios, sino inclusive fuera de ellos, en accesos e instalaciones deportivas, pasos elevados para peatones, etcétera.







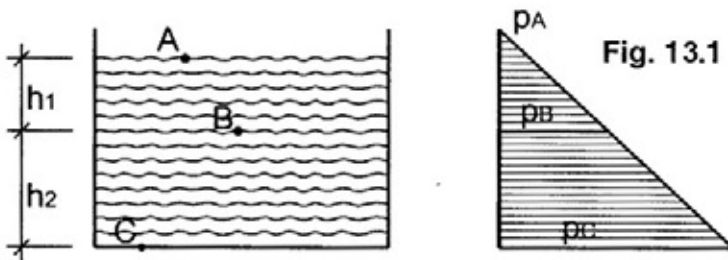


13. Tanques de agua

*Corte Tanque de Agua elevado. Kheminet.*

# 13. Tanques de agua

Según el teorema general de la hidrostática la diferencia de presión entre 2 puntos de una masa líquida es igual a la diferencia de nivel por la densidad del líquido así, la diferencia de presión entre los niveles B y A será:

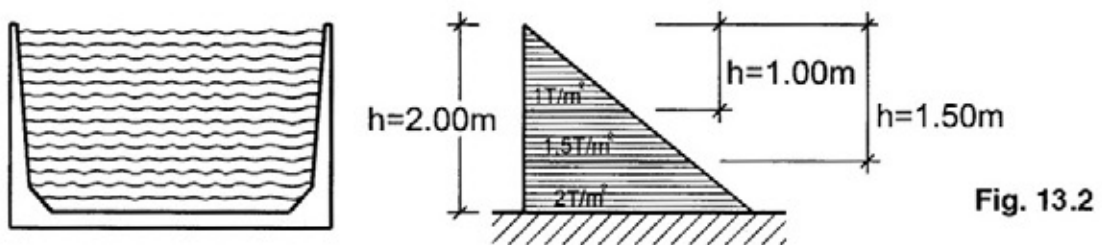


$$P_B - P_A = D h_1$$

Con el mismo criterio:

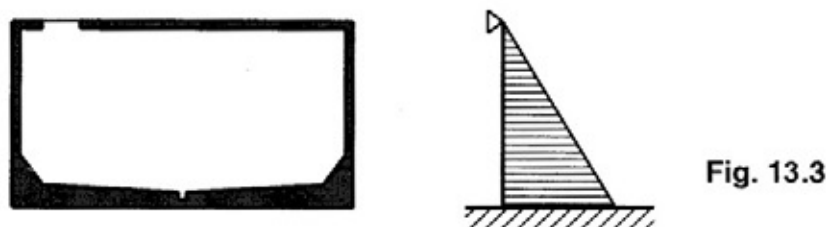
$$P_C - P_A = D (h_1 + h_2)$$

Como la densidad de un mismo líquido es una constante, la única variable será h, de quien en definitiva dependerá la presión; se deduce en consecuencia que esta será directamente proporcional a la profundidad, siendo nula en la parte superior, para ir aumentando linealmente hasta hacerse máxima en la parte inferior; se obtiene así un diagrama de tensiones triangular. Siendo la densidad del agua igual a 1 T/ m<sup>3</sup>, el problema se simplifica, pues la presión en cada nivel será directamente igual a la profundidad, cualquiera sea la superficie. (FIG 13.2)



Si el tanque estuviese abierto arriba, el esquema de cargas sería el de una ménsula empotrada abajo. FIG 13.2

Como la generalidad de los tanques llevan una tapa arriba, se supone la parte superior articulada, como un apoyo fijo. (FIG 13.3)



De lo expuesto surge que los tabiques laterales se calcularán como losas cruzadas empotradas respecto del fondo y de los otros tabiques, y articulada respecto a la tapa (FIG 13.5) en razón de que en planta los tabiques laterales trabajan como un marco cerrado. (FIG 13.4)

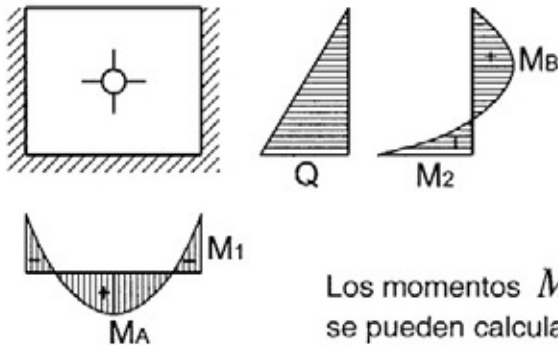


Fig. 13.5

Los momentos  $M_A$ ,  $M_B$ ,  $M_1$  y  $M_2$  se pueden calcular con la tabla T 7 pág. XI.

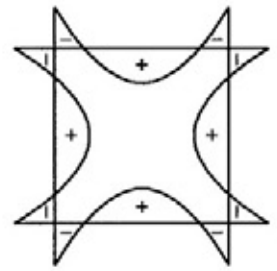


Fig. 13.4



**VANO DE COMUNICACIÓN ENTRE AMBOS COMPARTIMENTOS**

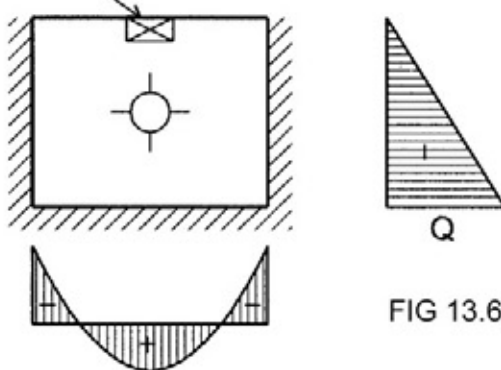


FIG 13.6

Según los tratados de obras sanitarias el tabique divisorio debiera ir libre arriba.

Pero en la práctica, resultaría muy problemático su llenado, por lo que, para facilitar el colado del hormigón, se lo suele continuar normalmente hasta arriba, dejando simplemente una pequeña abertura de comunicación, de manera tal que el borde superior se considera articulado, calculándose esta losa también con la FIG 13.6.

Como pudiera acontecer que uno de los compartimentos estuviera lleno y el otro vacío, deberá llevar armadura en ambas caras. (FIG 13.7)

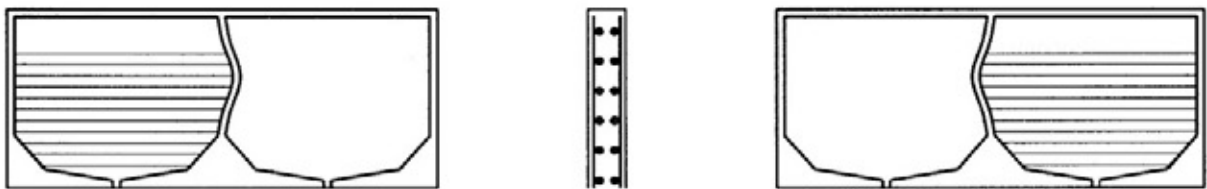


Fig. 13.7

La tapa del tanque se calcula como una losa cruzada simplemente apoyada en los 4 lados, soportando su propio peso + 1 persona.

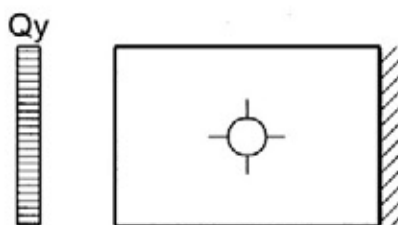


TABLA T.2 Tomo 1

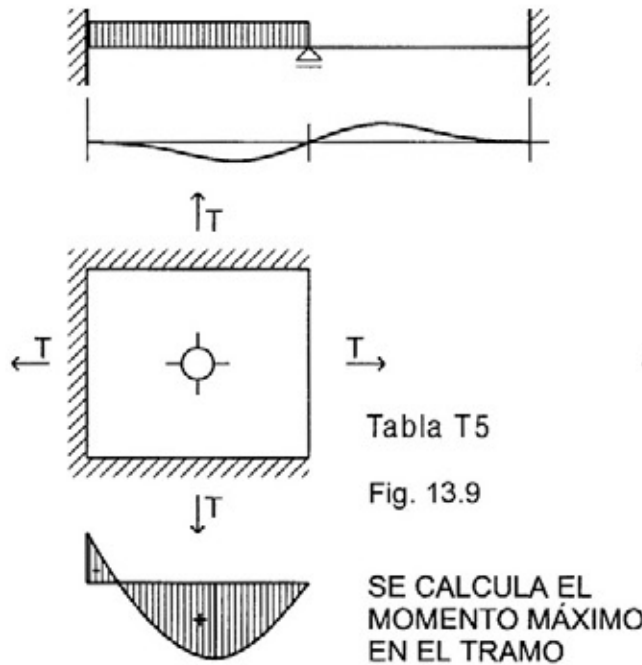
El fondo del tanque se calcula también como una losa cruzada que soporta el peso de toda la masa de agua, según 2 estados de carga.



FIG 13.8

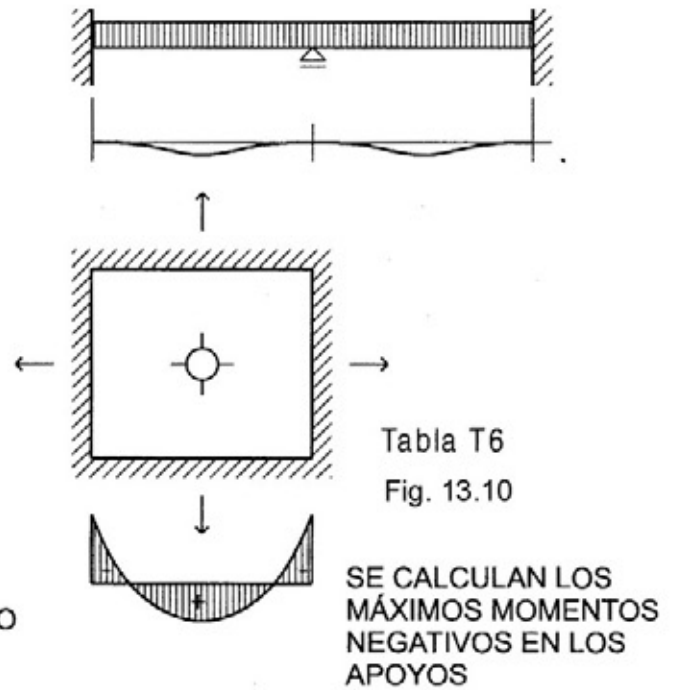
**Estado 1**

1 Compartimiento lleno y otro vacío  
Obtenemos el estado de cargas más desfavorable para el tramo

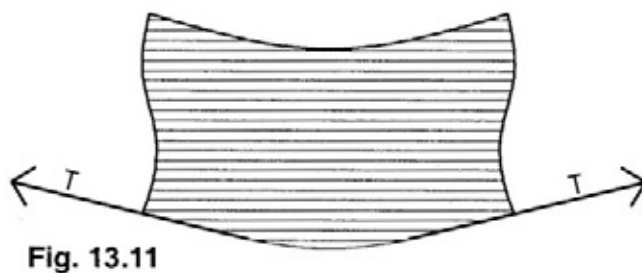


**Estado 2**

Ambos compartimientos llenos  
Obtenemos el estado de cargas más desfavorable para los apoyos

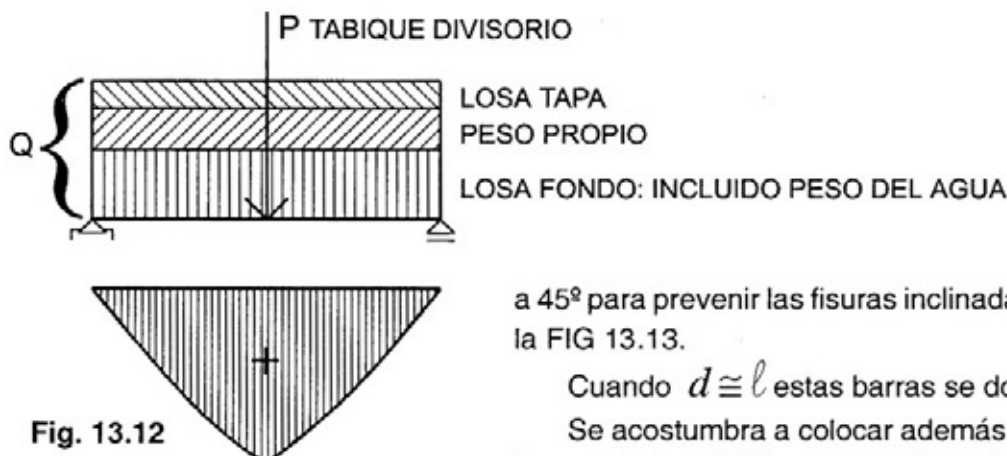


La losa del fondo del tanque soporta a su vez el esfuerzo de tracción provocado por la reacción de los tabiques laterales que tienden a abrirse abajo por la presión del agua.



En consecuencia la losa del fondo del tanque debe dimensionarse a **flexo tracción**.

Los tabiques laterales, además de soportar la presión horizontal del agua, ya considerada, soportan su propio peso, la losa de la tapa del tanque, la losa del fondo del tanque, y eventualmente el tabique divisorio, es decir se comportan también como viga pared, debiendo ser verificadas como tales. (FIG 13.12)



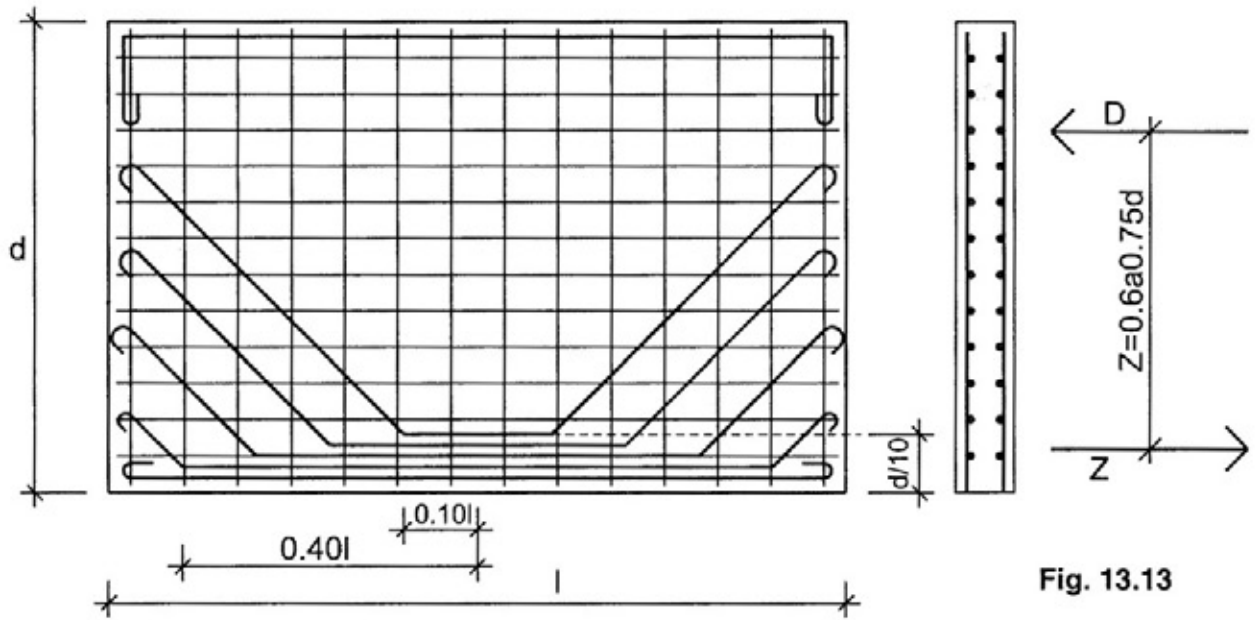
La armadura obtenida se distribuye en una altura igual a  $d/10$  en la parte inferior, doblándose las barras

a  $45^\circ$  para prevenir las fisuras inclinadas, según se indica en la FIG 13.13.

Cuando  $d \cong \ell$  estas barras se doblarán a  $60^\circ$

Se acostumbra a colocar además en la parte superior 2 barras de igual diámetro que las inferiores para absorber eventuales sollicitaciones de tracción.

### Armadura tanque



Se considera como viga pared de un solo tramo cuando

$$1 > \frac{d}{l} > 0,5$$

lo que sucede en la mayoría de los tanques.

De lo expuesto, la armadura del tanque se distribuirá según gráfico en el cual se han exagerado los espesores para facilitar la visualización.

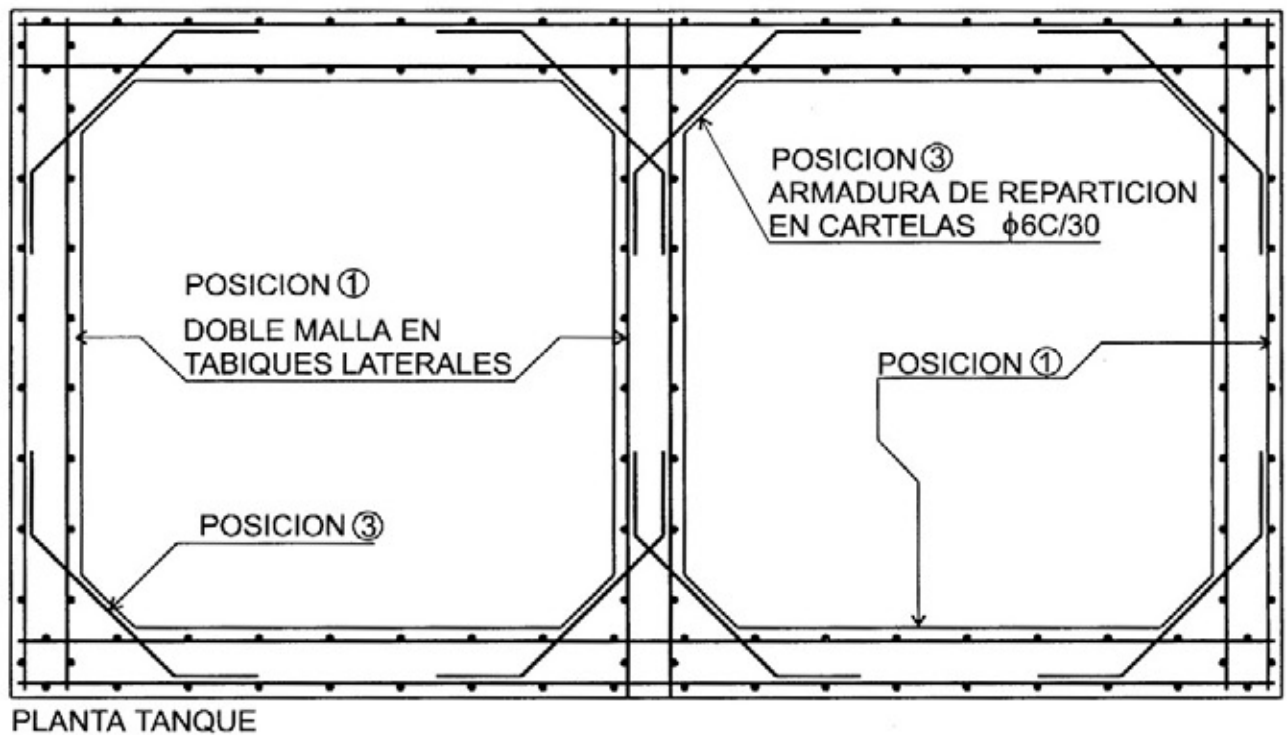


Fig. 13.14

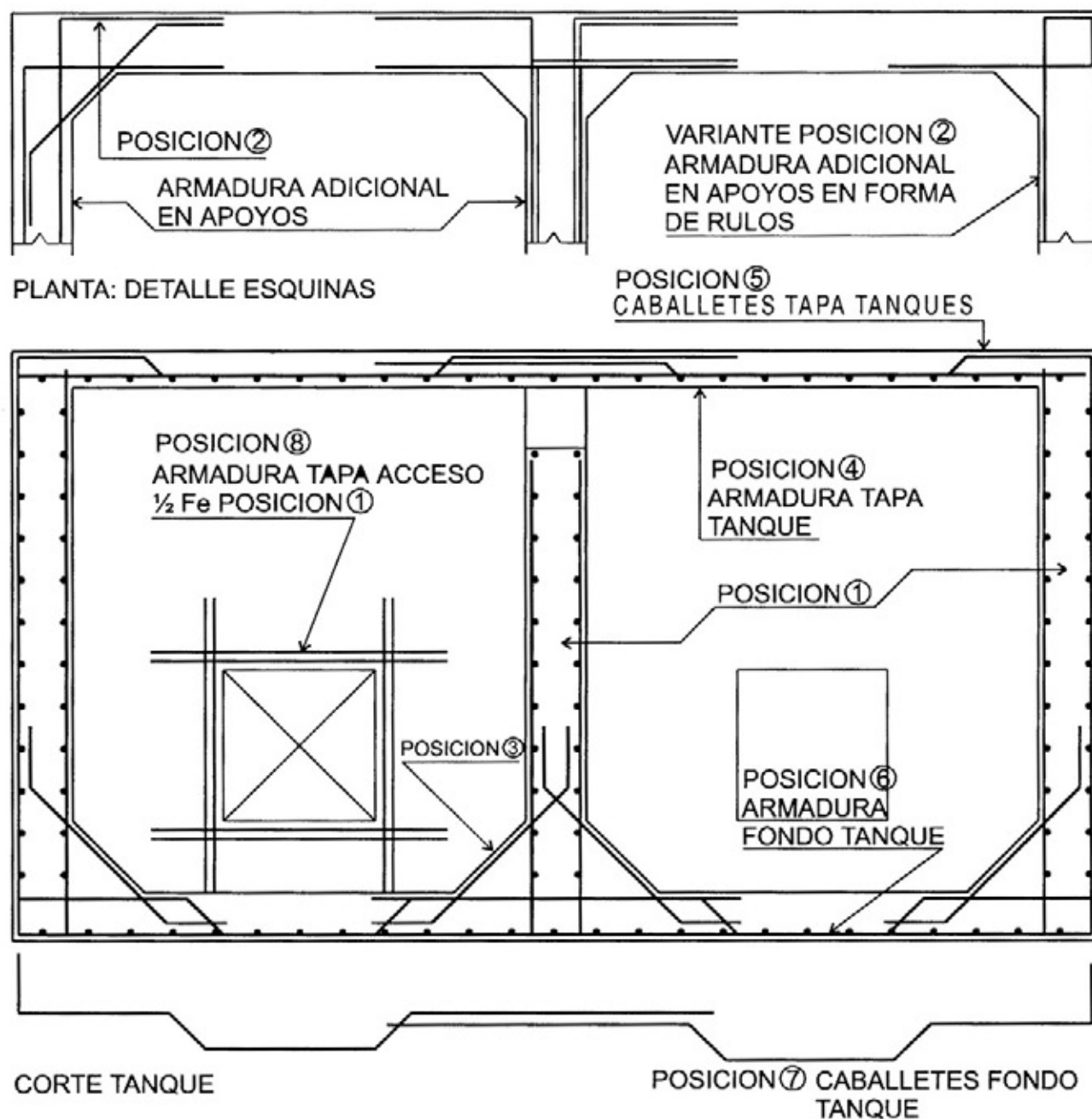


Fig. 13.15



## Impermeabilización tanques

Resulta conveniente efectuar la verificación de estanqueidad, que debe realizarse siempre en estado I, con el hormigón sin fisurar. Por lo tanto, se pueden utilizar las fórmulas conocidas para flexión compuesta.

Para los casos normales puede emplearse la siguiente fórmula aproximada para las tensiones características 170 / 4200.

$$\sigma = 1,3 \left( \pm \frac{N}{F} + \frac{M}{W} \right) \leq 33 \text{ kg/cm}^2$$

Para condiciones muy severas, la misma fórmula, con un coeficiente de mayoración más alto.

$$\sigma = 1,6 \left( \pm \frac{N}{F} + \frac{M}{W} \right) \leq 26 \text{ kg/cm}^2$$

$N$ : Esfuerzo normal

$M$ : Momento flector

$F$ : Sección losas

$W$ : Módulo resistente losas

### La impermeabilización puede realizarse como sigue:

1. Se aplica una lechada muy fluida de cemento e hidrófugo sobre el hormigón, como mordiente
2. Se aplica una capa de concreto en proporción de:
  - 1 cemento
  - 2 arena
  - hidrófugo
3. Se agrega otra similar a la anterior
4. Se termina con un alisado de :
  - 1 cemento
  - 1 arena

La gran proporción de cemento hace que el revestimiento impermeable tienda a fisurarse, lo que se ve facilitado por la rápida pérdida del agua de fragüe debido a la acción intensa y persistente del sol, que da de pleno sobre el tanque desde su salida hasta su puesta, y por el viento, llegando a provocar serios deterioros en la impermeabilización, cuya posterior reparación resulta sumamente onerosa.

Es un problema muy habitual que se ha extendido a la mayoría de los tanques de nuestra ciudad.

Para evitarlo debe realizarse un buen curado del revestimiento, para lo cual una vez concluida su aplicación, debe llenarse de inmediato el tanque con agua y tomar la precaución de no vaciarlo por ninguna circunstancia hasta la conclusión de la obra.

Es por esta causa que antes de iniciar la impermeabilización, debe exigirse al sanitarista que deje colocado y listo para funcionar:

1. El desagüe en el fondo del tanque
2. El flotante
3. El equipo de bombeo

**Dimensionado tanque de reserva de agua**

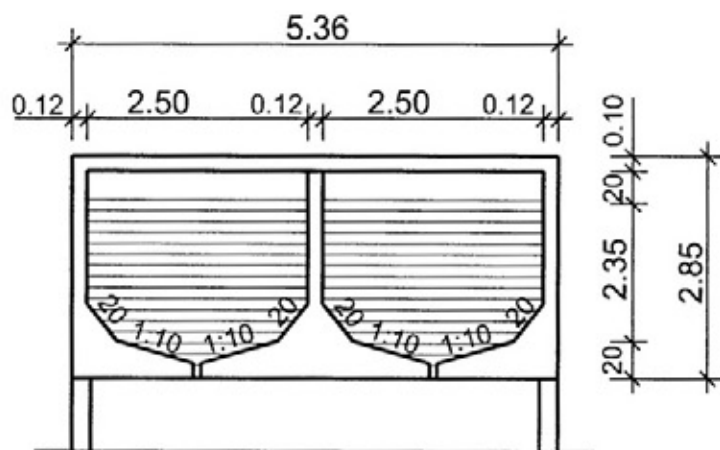
**Ejemplo numérico N° 13.1**

Edificio de 50 departamentos.

1) Proyecto dimensional tanque

Volumen neto: 50 dptos x 700 l / dpto = 35000 l = 35 m³

Las dimensiones netas podrían ser: 5,00 m x 3,00 m x 2,35 = 35,25 m³



Largo:

$$5,00 \text{ m} + (0,12 \text{ m} \times 3) = 5,36 \text{ m}$$

Ancho:

$$3,00 \text{ m} + (0,12 \text{ m} \times 2) = 3,24 \text{ m}$$

Alto:

$$2,35 \text{ m} + 0,20 + 0,20 + 0,10 = 2,85 \text{ m}$$

$$\beta_{cn} = 110 \text{ kg/cm}^2$$

$$\beta_s = 2200 \text{ kg/cm}^2$$

**Fig. 13.16**

-¿Por qué se eligen tensiones características tan bajas?

Para reducir la fisuración del hormigón a valores mínimos disminuyendo así el peligro de filtraciones de agua.

La mayor cantidad de acero que esto representa tiene muy poca incidencia en el costo final en razón de que la sup. del tanque es muy reducida comparada con la sup. total de la estructura.

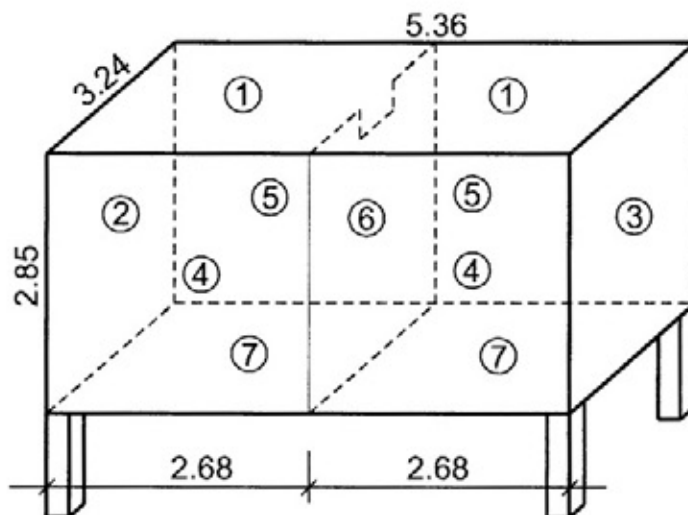
**2) Tapa tanque: Resolución L1**

Análisis de cargas

Peso propio losa: 0,10 m x 2400 kg/m³ = 240 kg/m²

Carga accidental = 150 kg/m²

Carga total  $q$  = 390 kg/m²



**Fig. 13.17**

Dimensionamos como losa cruzada con los 3 bordes articulados y con un borde empotrado

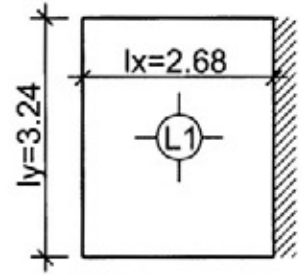
$$\varepsilon = \frac{\text{Luz menor}}{\text{Luz mayor}} = \frac{2,68 \text{ m}}{3,24 \text{ m}} = 0,827$$

$$\alpha = 0,0400$$

con este valor entramos en tabla T2 pág. XVI.  
Tomo 1

$$\beta = 0,0205$$

$$\alpha^e = -0,0965$$



$$M_x^e = \alpha^e q \ell^2_{\text{menor}} = -0,0965 \times 390 \text{ kg/m}^2 \times 2,68^2 \text{ m}^2 = -270 \text{ kgm}$$

$$M_x = \alpha q \ell^2_{\text{menor}} = 0,040 \times 390 \text{ kg/m}^2 \times 2,68^2 \text{ m}^2 = 112 \text{ kgm}$$

$$M_y = \beta q \ell^2_{\text{menor}} = 0,0205 \times 390 \text{ kg/m}^2 \times 2,68^2 \text{ m}^2 = 58 \text{ kgm}$$

#### Verificación h

$$m_{sx} = \frac{M_x}{b_o h_x^2 \beta_r} = \frac{11200 \text{ kgcm}}{100 \times 8,5^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,022 \rightarrow \omega_m = 0,037$$

Tabla A1 pág. VII

#### Dimensionamiento $A_{sx}$

$$A_{sx} = \omega_m \frac{b_o h}{\beta_s / \beta_r} = 0,037 \frac{100 \times 8,5}{2200/70} = 1,00 \text{ cm}^2 \phi 6 \text{ c/ } 16 = 1,77 \text{ cm}^2$$

Tabla A6 pág. X

Siendo  $M_y = 58 \text{ kgm} < 112 \text{ kgm} = M_x$  será  $A_{sy} = \phi 6 \text{ c/ } 16 = 1,77 \text{ cm}^2$

$$m_{sx}^e = \frac{M_x^e}{b_o h_y \beta_r} = \frac{27000 \text{ kgcm}}{100 \times 8,5^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,053 \rightarrow \omega_m = 0,094$$

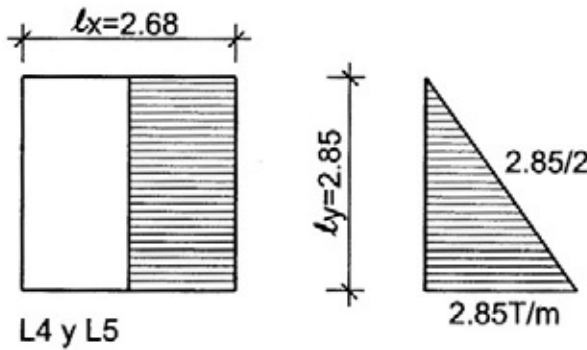
$$A_{sx}^e = \omega_m \frac{b_o h}{\beta_s / \beta_r} = 0,094 \frac{100 \times 8,5 \text{ cm}}{2200/70} = 2,54 \text{ cm}^2$$

$$\text{Sumando ambos tramos se levantan } \phi 6 \text{ c/ } 16 = -1,77 \text{ cm}^2$$

$$\text{Restan} = 0,77 \text{ cm}^2 \phi 6 \text{ c/ } 34 = 0,83 \text{ cm}^2$$

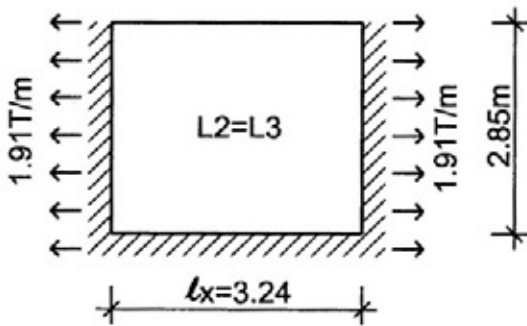
3) **Tabiques laterales** L2 L3 Flexo tracción

Cálculo fuerza de tracción que transmiten L4 y L5



Será igual al área de influencia por la carga promedio  $Q/2$  dividido por la altura  $l_y$  para obtener la carga por metro simplificando, se obtiene la siguiente expresión

$$T = \frac{2,85 \text{ T/m}^2 \times 2,68\text{m}}{4} = 1,91 \text{ T/m}$$



Momentos flectores

$$\epsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{2,85}{3,24} = 0,88$$

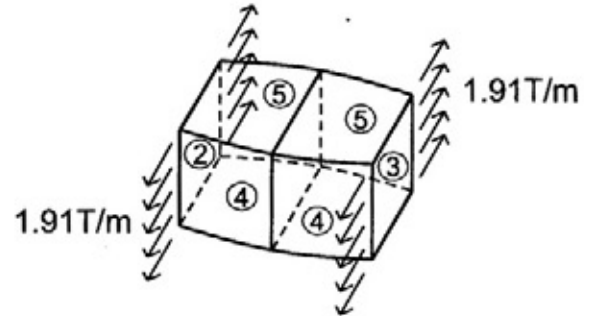
Tabla T 7 pág. XI

$$\beta^e = -0,0395$$

$$\alpha^e = -0,0307$$

$$\beta = 0,0117$$

$$\alpha = 0,0107$$



$$M_x = \alpha q l_{\text{menor}}^2 = 0,0107 \times 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,85^2 \text{ m}^2 = 248 \text{ kgm}$$

$$M_y = \beta q l_{\text{menor}}^2 = 0,0117 \times 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,85^2 \text{ m}^2 = 271 \text{ kgm}$$

$$M_x^e = \alpha^e q l_{\text{menor}}^2 = -0,0307 \times 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,85^2 \text{ m}^2 = -711 \text{ kgm}$$

$$M_y^e = \beta^e q l_{\text{menor}}^2 = -0,0395 \times 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,85^2 \text{ m}^2 = -914 \text{ kgm}$$

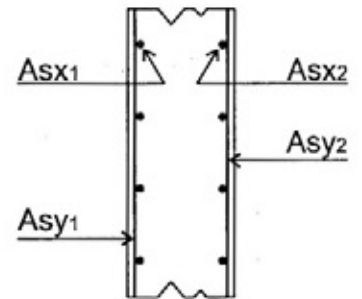
Dado que los tabiques laterales, además de calcularse como losas cruzadas deberán verificarse como vigas pared con armadura en ambas caras, lo más atinado es dimensionarlas con los ábacos de interacción utilizados para secciones con doble armadura simétrica. En consecuencia:

$$\text{Tramos: } \frac{d_1}{d} = \frac{1,2}{12} = 0,10 \quad \text{Tabla A14 pág. XXVIII Tomo 1}$$

$$\eta_x = \frac{N}{b_o d \beta_r} = \frac{1910 \text{ kg}}{100 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,023$$

$$m_x = \frac{M_x}{b d^2 \beta_r} = \frac{24800 \text{ kgcm}}{100 \times 12^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,025$$

$$\omega_o = 0,07$$



$$A_{sx1} = A_{sx2} = \omega_o \frac{b d}{\beta_s / \beta_r} = 0,07 \frac{100 \times 12}{2200/70} = 2,67 \text{ cm}^2 \quad \phi 6 \text{ c/ } 10,5 = 2,69 \text{ cm}^2$$

$$\eta_y = 0$$

$$m_y = \frac{M_y}{b d^2 \beta_r} = \frac{27100 \text{ kgcm}}{100 \times 12^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,027$$

$$\omega_o = 0,06$$

Tabla A14 pág. XXVIII Tomo 1

$$A_{sy1} = A_{sy2} = \omega_m \frac{b d}{\beta_s / \beta_r} = 0,06 \frac{100 \times 12}{2200/70} = 2,29 \text{ cm}^2 \quad \phi 6 \text{ c/ } 12 = 2,36 \text{ cm}^2$$

### Apoyos

$$\eta_x^e = \frac{N}{b d \beta_r} = \frac{1910 \text{ kg}}{100 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,023$$

$$m_x^e = \frac{M_x^e}{b d^2 \beta_r} = \frac{71100 \text{ kgcm}}{100 \times 12^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,070$$

$$\omega_m = 0,16$$

Tabla A14 pág. XXVIII Tomo 1

$$A_{sx}^e = \omega_o \frac{b_o d}{\beta_s / \beta_r} = 0,16 \frac{100 \times 12}{2200 / 70} = 6,11 \text{ cm}^2$$

$$\text{De tramo } \phi 6 \text{ c/ } 10,5 \text{ cm} = -2,69 \text{ cm}^2$$

$$\text{Adicional en apoyo} = 3,42 \text{ cm}^2$$

$$\phi 6 \text{ c/ } 8 = 3,53 \text{ cm}^2$$

$$\eta_y^e = 0$$

$$m_y^e = \frac{M_y^e}{b d^2 \beta_r} = \frac{91400 \text{ kgcm}}{100 \times 12^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,090$$

$\omega_o = 0,19$   
 Tabla A14 pág. XXVIII  
 Tomo 1

$$A_{sy}^c = \omega_m \frac{b d}{\beta_s / \beta_r} = 0,19 \frac{100 \times 12}{2200/70} = 7,26 \text{ cm}^2$$

De tramo  $\phi$  6 c/ 12 existente

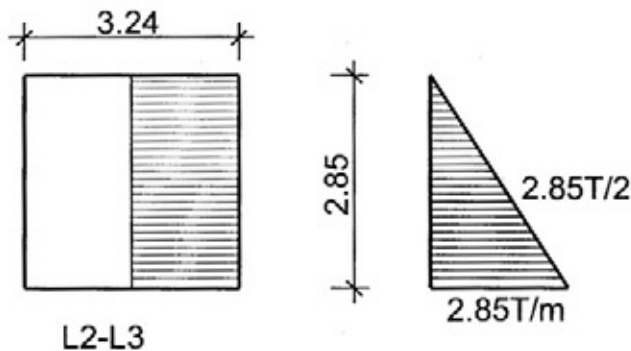
$$\frac{-2,36 \text{ cm}^2}{}$$

Adicional en apoyo

$$\frac{4,90 \text{ cm}^2}{}$$

$$\phi 8 \text{ c/ } 10 = 5,00 \text{ cm}^2$$

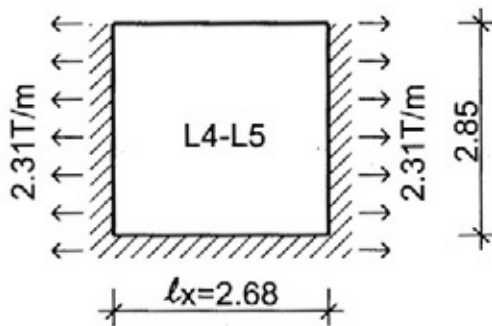
**Tabiques laterales L4 L5 Flexo tracción**



Cálculo de la fuerza de tracción que transmiten L2 y L3

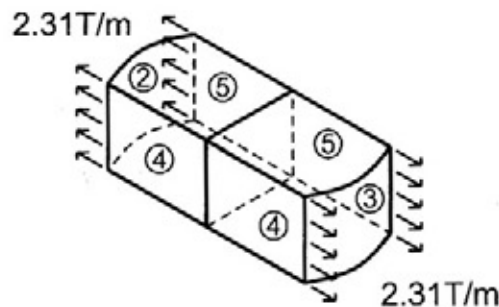
Considerando un área de influencia rectangular, la multiplicamos por la carga promedio  $2,85 / 2$  y la dividimos por la altura total, para obtener la tracción por metro lineal; simplificando se tiene:

$$T = \frac{2,85 \text{ T/m}^2 \times 3,24 \text{ m}}{4} = 2,31 \text{ T/m}$$



$$\epsilon = \frac{l_x}{l_y} = \frac{2,68}{2,85} = 0,94 \quad \text{En la tabla}$$

T 7 pág. XI



$$\beta^e = -0,0355$$

$$\alpha^e = -0,0307$$

$$\beta = 0,0096$$

$$\alpha = 0,0116$$

**Cálculo de los momentos flectores**

$$M_x = \alpha \cdot q \cdot \ell^2 \text{ menor} = 0,0116 \cdot 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,68^2 \text{ m} = 237 \text{ kgm}$$

$$M_y = \beta \cdot q \cdot \ell^2 \text{ menor} = 0,00966 \cdot 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,68^2 \text{ m} = 196 \text{ kgm}$$

$$M_x^e = \alpha^e \cdot q \cdot \ell^2 \text{ menor} = -0,0307 \cdot 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,68^2 \text{ m} = -629 \text{ kgm}$$

$$M_y^e = \beta^e \cdot q \cdot \ell^2 \text{ menor} = -0,0355 \cdot 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,68^2 \text{ m} = -727 \text{ kgm}$$

**Tramos**

$$\left. \begin{aligned} \eta_x &= \frac{N}{b d \beta_r} = \frac{2310 \text{ kg}}{100 \times 12 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,027 \\ m_x &= \frac{M_x}{b d^2 \beta_r} = \frac{23700 \text{ kgcm}}{100 \times 12^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,023 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \omega_o = 0,07 \\ \text{Tabla A 14 pág. XXVIII} \\ \text{Tomo 1} \end{array}$$

$$A_{sx1} = A_{sx2} = \omega_o \frac{b d}{\beta_s / \beta_r} = 0,07 \frac{100 \times 12}{2200/70} = 2,67 \text{ cm}^2 \quad \phi 6 \text{ c/ } 10,5 = 2,69 \text{ cm}^2$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_y &= 0 \\ m_y &= \frac{M_y}{b d^2 \beta_r} = \frac{19600 \text{ kgcm}}{100 \times 12^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,019 \end{aligned} \right\} \omega_o = 0,04$$

$$A_{sy1} = A_{sy2} = \omega_m \frac{b d}{\beta_s / \beta_r} = 0,04 \frac{100 \times 12}{2200/70} = 1,53 \text{ cm}^2 \quad \phi 6 \text{ c/ } 16 = 1,77 \text{ cm}^2$$

**Apoyos**

$$\left. \begin{aligned} \eta_x^e &= \frac{N}{b d \beta_r} = \frac{2310 \text{ kg}}{100 \times 12 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,027 \\ m_x^e &= \frac{M_{xe}}{b d^2 \beta_r} = \frac{62900 \text{ kgcm}}{100 \times 12^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,062 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \omega_m = 0,16 \\ \text{Tabla A14 pág. XXVIII} \\ \text{Tomo 1} \end{array}$$

$$A_{sx^e1} = A_{sx^e2} = \omega_m \frac{b d}{\beta_s / \beta_r} = 0,16 \frac{100 \times 12}{2200/70} = 6,11 \text{ cm}^2$$

De tramo $\phi 6 \text{ c/ } 10,5$ existente	=	-2,69 cm <sup>2</sup>		
Adicional	=	3,42 cm <sup>2</sup>	+	$\phi 6 \text{ c/ } 8 = 3,53 \text{ cm}^2$

$$\left. \begin{aligned} \eta_y^e &= 0 \\ m_y^e &= \frac{M_y^e}{b d^2 \beta_r} = \frac{72700 \text{ kgcm}}{100 \times 12^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,072 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \omega_0 &= 0,15 \\ \text{Tabla A14 pág. XXVIII} \\ \text{Tomo 1} \end{aligned}$$

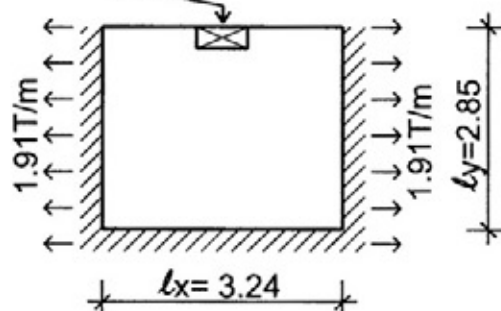
$$A_{\text{syel}} = A_{\text{syel2}} = \omega_0 \frac{b d}{\beta_s / \beta_r} = 0,15 \frac{100 \times 12}{31,42} = 5,72 \text{ cm}^2$$

Existente de tramo  $\phi$  6 c/ 16 = 1,77 cm<sup>2</sup>

Adicional = 3,95 cm<sup>2</sup>     $\phi$  8 c/ 10 = 5,00 cm<sup>2</sup>

**Tabique divisorio L6 Flexo tracción**

VANO DE COMUNICACIÓN ENTRE AMBOS COMPARTIMENTOS



Como se continua hasta la tapa por razones de llenado, se calcula igual que L2 y L3, repitiéndose exactamente sus mismos valores.

$$\varepsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{2,85}{3,24} = 0,88$$

Tabla T 7 pág. XI

$$\beta^e = -0,0395$$

$$\alpha^e = -0,0307$$

$$\beta = 0,0117$$

$$\alpha = 0,0107$$

$$M_x = \alpha q l \text{ menor}^2 = 0,0107 \times 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,85^2 \text{ m}^2 = 248 \text{ kgm}$$

$$M_y = \beta q l \text{ menor}^2 = 0,0117 \times 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,85^2 \text{ m}^2 = 271 \text{ kgm}$$

$$M_x^e = \alpha^e q l \text{ menor}^2 = -0,0307 \times 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,85^2 \text{ m}^2 = -711 \text{ kgm}$$

$$M_y^e = \beta^e q l \text{ menor}^2 = -0,0395 \times 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,85^2 \text{ m}^2 = -914 \text{ kgm}$$

Debiendo el tabique divisorio llevar indefectiblemente la misma armadura en ambas caras, lo más lógico es dimensionarlo también con los ábacos de interacción utilizados precisamente para secciones con doble armadura simétrica.



**Tramos**

$$\left. \begin{aligned} \eta_x &= \frac{N}{b_o d \beta_r} = \frac{1910 \text{ kg}}{100 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,023 \\ m_x &= \frac{M_x}{b d^2 \beta_r} = \frac{24800 \text{ kgcm}}{100 \times 12^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,025 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \omega_o = 0,07 \\ \text{Tabla A14 pág. XXVIII} \\ \text{Tomo 1} \end{array}$$

$$A_{sx1} = A_{sx2} = \omega_o \frac{b d}{\beta_s / \beta_r} = 0,07 \frac{100 \times 12}{2200/70} = 2,67 \text{ cm}^2 \quad \phi 6 \text{ c/ } 10,5 = 2,69 \text{ cm}^2$$

Siendo igual a los tabiques L1 y L2 , llevará la misma armadura  $A_{sy}$  que éstos:

$$A_{sy1} = A_{sy2} = \phi 6 \text{ c/ } 12 = 2,36 \text{ cm}^2$$

**Apoyos**

$$\left. \begin{aligned} \eta_x &= \frac{N}{b d \beta_r} = \frac{1910 \text{ kg}}{100 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,023 \\ m_x^e &= \frac{M_x^e}{b d^2 \beta_r} = \frac{71100 \text{ kgcm}}{100 \times 12^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,070 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \omega_o = 0,16 \\ \text{Tabla A14 pág. XXVIII} \\ \text{Tomo 1} \end{array}$$

$$A_{s^e x1} = A_{s^e x2} = \omega_o \frac{b_o d}{\beta_s / \beta_r} = 0,16 \frac{100 \times 12}{2200/70} = 6,11 \text{ cm}^2$$

De tramo  $\phi 6 \text{ c/ } 10,5$

$$= -2,69 \text{ cm}$$

Adicional en apoyo

$$\underline{3,42 \text{ cm}^2}$$

$$\phi 6 \text{ c/ } 8 = 3,53 \text{ cm}^2$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_{ye} &= 0 \\ m_y^e &= \frac{M_y^e}{b d^2 \beta_r} = \frac{91400 \text{ kgcm}}{100 \times 12^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,090 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \omega_m = 0,19 \\ \text{Tabla A14 pág. XXVIII} \\ \text{Tomo 1} \end{array}$$

$$A_{s^e y1} = A_{s^e y2} = \omega_m \frac{b d}{\beta_s / \beta_r} = 0,19 \frac{100 \times 12}{2200/70} = 7,26 \text{ cm}^2$$

De tramo  $\phi 6 \text{ c/ } 12$

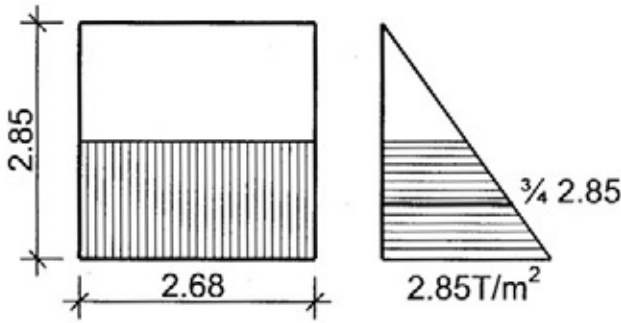
$$-2,36 \text{ cm}^2$$

Adicional en apoyo

$$\underline{4,90 \text{ cm}^2}$$

$$\phi 8 \text{ c/ } 10 = 5,00 \text{ cm}^2$$

**Losa fondo tanque L7 Flexo tracción**



Cálculo de la fuerza de tracción que transmiten L2 y L3

Considerando el área de influencia rectangular rayada inferior, la multiplicamos por la carga promedio

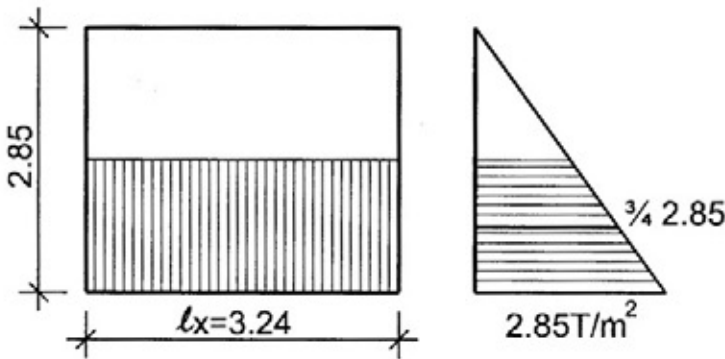
$$\frac{3}{4} \cdot 2,85 \text{ T/m}^2$$

y la dividimos por el ancho total para obtener la tracción por metro lineal. Simplificando se tiene:

$$T = \frac{3}{4} \cdot 2,85 \text{ T/m}^2 \cdot \frac{2,85 \text{ m}}{2} \cdot \frac{3,24 \text{ m}}{3,24 \text{ m}} = \frac{3}{8} \cdot 2,85^2 =$$

$$T = 3,05 \text{ T/m}$$

Calculo de la fuerza de tracción que transmiten L4 y L5



$$T = \frac{3}{8} \cdot 2,85^2 =$$

$$T = 3,05 \text{ T/m}$$

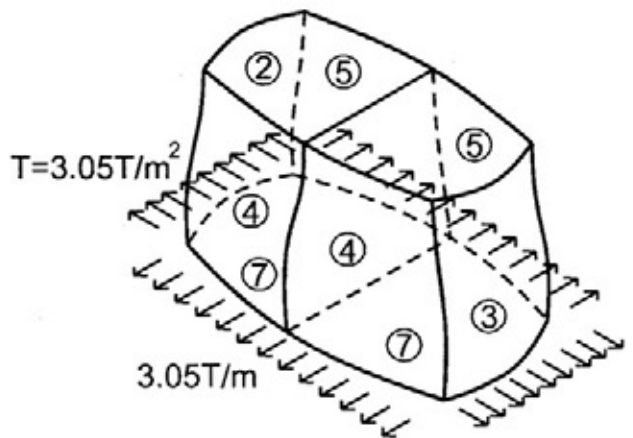
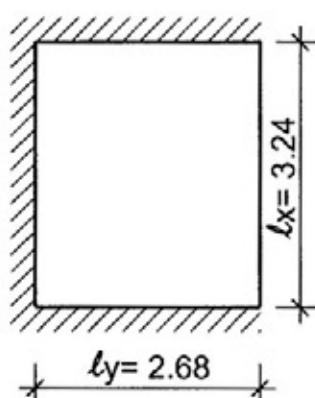


Fig. 13.18

## L7 : Tramos



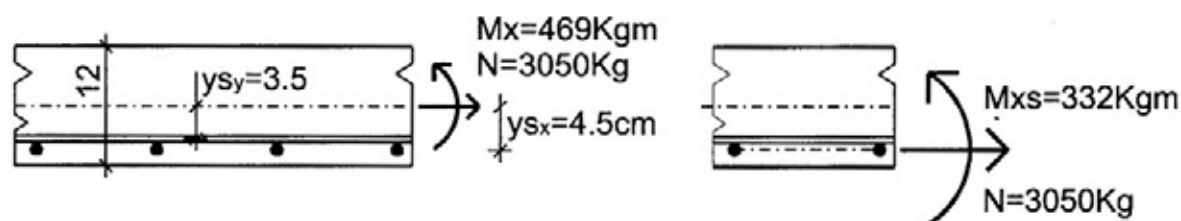
$$\varepsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{2,68 \text{ m}}{3,24 \text{ m}} = 0,827 \sim 0,85 \quad \alpha = 0,0229$$

$$\beta = 0,0254$$

$$M_x = \alpha \cdot q \ell^2 \text{ menor} = 0,0229 \cdot 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,68^2 \text{ m} = 469 \text{ kgm}$$

$$M_y = \beta \cdot q \ell^2 \text{ menor} = 0,0254 \cdot 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,68^2 \text{ m} = 520 \text{ kgm}$$

Siendo únicamente losa, llevará armadura sólo en la parte inferior; dimensionándose en consecuencia con el método habitualmente utilizado para secciones rectangulares sin armadura de compresión (Ver método en Págs. 123 y 124). Se trasladan  $M$  y  $N$  al eje baricéntrico de la armadura traccionada.



$$M_{xs} = M_x + N \cdot y_{s_x} = 469 \text{ kgm} - 3050 \text{ kg} \cdot 0,045 \text{ m} = 332 \text{ kgm}$$

$$M_{ys} = M_y + N \cdot y_{s_y} = 520 \text{ kgm} - 3050 \text{ kg} \cdot 0,035 \text{ m} = 413 \text{ kgm}$$

$$m_{sy} = \frac{M_{ys}}{b_o h^2_y \beta_r} = \frac{41300 \text{ kgcm}}{100 \times 8,5^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,082 \rightarrow \omega_m = 0,154$$

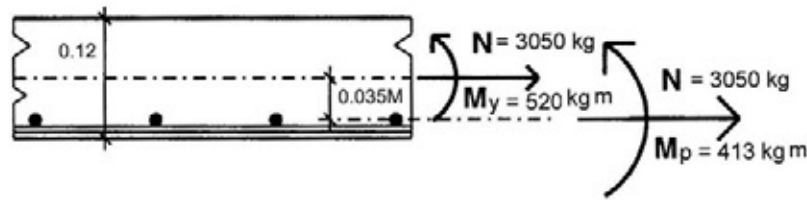
$$A_{sy} = \frac{b_o h_y}{\beta_s / \beta_r} + \frac{N}{\beta_s / V} = 0,154 \frac{100 \times 8,5}{2200/70} + \frac{3050 \text{ kg}}{\frac{2200 \text{ kg/cm}^2}{1,75}} = 6,59 \text{ cm}^2$$

$$\phi 10 \text{ c/ } 11,5 \text{ cm} = 6,83 \text{ cm}^2$$

$$m_{sx} = \frac{M_{xs}}{b_o h^2_y \beta_r} = \frac{33200 \text{ kgcm}}{100 \times 7,5^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,084 \rightarrow \omega_m = 0,164$$

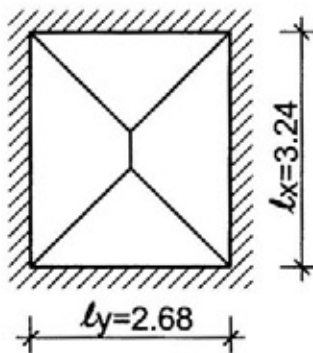
$$A_{sx} = \frac{b_o h}{\beta_s / \beta_r} + \frac{N}{\beta_s / V} = 0,164 \frac{100 \times 7,5}{31,42} + \frac{3050 \text{ kg}}{\frac{2200 \text{ kg/cm}^2}{1,75}} = 6,34 \text{ cm}^2$$

$$\phi 10 \text{ c/ } 12 \text{ cm} = 6,54 \text{ cm}^2$$



Traslación de  $M_y$  y  $N$  al eje baricéntrico de la armadura  $A_{sy}$  traccionada

**L7 Apoyos**



$$\epsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{2,68 \text{ m}}{3,24 \text{ m}} = 0,827 \sim 0,85 \quad \alpha^e = -0,055$$

Tabla T 6 pág. XX  $\beta^e = -0,062$

$$M_x^e = -0,055 \times 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,68 \text{ m} = 420 \text{ kgm}$$

$$M_y^e = -0,062 \times 2850 \text{ kg/m}^2 \times 2,68 \text{ m} = 474 \text{ kgm}$$

Al igual que en los tramos, trasladamos  $M$  y  $N$  al baricentro de la armadura traccionada

$$M_{xs}^e = M_x^e - N_{ys} = 420 \text{ kgm} - 3050 \text{ kg} \cdot 0,045 \text{ m} = 283 \text{ kgm}$$

$$M_{ys}^e = M_y^e - N_{ys} = 474 \text{ kgm} - 3050 \text{ kg} \cdot 0,045 \text{ m} = 337 \text{ kgm}$$

$$m_{xs}^e = \frac{28300}{100 \times 8,5^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,056 \rightarrow \omega_m = 0,114$$

$$A_{sx}^e = 0,114 \frac{100 \times 8,5}{\frac{2200}{70}} = 3,08 \text{ cm}^2$$

De tramo se levantan  $\phi 10 \text{ c/ } 24 = 3,27 \text{ cm}^2 > 3,08 \text{ cm}^2$

No es necesario  $A_s$  adicional en apoyo extremo

$$m_{ys}^e = \frac{33700 \text{ kgcm}}{100 \times 8,5^2 \times 70 \text{ kg/cm}^2} = 0,066 \rightarrow \omega_m = 0,134$$

$$A_{sy}^e = 0,134 \frac{100 \times 8,5}{\frac{2200}{70}} = 3,62 \text{ cm}^2$$

De tramo se levantan  $\phi 10 \text{ c/ } 23 = 3,41 \text{ cm}^2$

Adicional en apoyo extremo  $0,21 \text{ cm}^2$  puede prescindirse de  $A_s$  adicional.

Como en el apoyo central se levanta  $A_s$  de ambas losas, la sección real se duplica respecto de los apoyos extremos, siendo aún menos necesaria el  $A_s$  adicional.

### Verificación tabiques laterales como viga pared

**V4 – V5:** Recibe las reacciones de L1, L7 y su propio peso como carga distribuida y la reacción de L6 como carga concentrada.

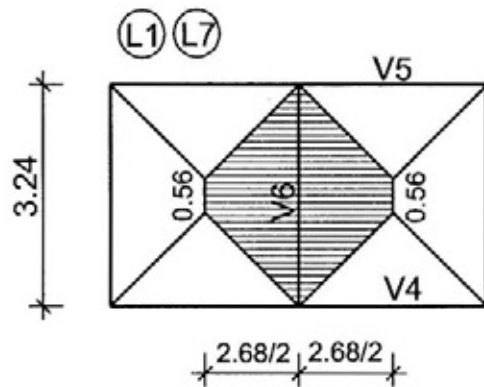
### Análisis de cargas

$$\text{Losa L1 } \frac{2,68 \text{ m}}{2} \times 390 \text{ kg/cm}^2 \times 0,67 = 350 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Losa L7 } \frac{2,68 \text{ m}}{2} \times 2850 \text{ kg/m}^2 \times 0,67 = 2559 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Peso propio tabiques V4 – V5 } 0,12 \text{ m} \times 2,85 \text{ m} \times 2400 \text{ kg/m}^3 = 821 \text{ kg/m}^2$$

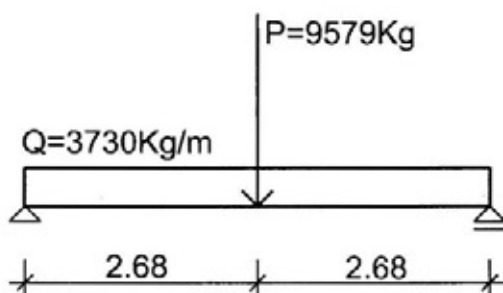
$$\text{Carga uniformemente distribuida total } q = 3730 \text{ kg/m}^2$$



La carga que L4 y L5 reciben de L6 será igual a su peso propio más la carga que L6 recibe a su vez de L1 y L7, y que es igual al área rayada de los 2 trapecios por la carga unitaria actuante.

En consecuencia se tiene:

$$\begin{aligned} & \frac{0,12 \text{ m} \times 2,85 \text{ m} \times 3,24 \text{ m} \times 2400 \text{ kg/m}^3}{2} = 1330 \text{ kg} \\ & + \frac{3,24 \text{ m} + 0,56 \text{ m}}{2} \times \frac{2,68 \text{ m}}{2} \times 2850 \text{ kg/m}^2 = 7256 \text{ kg} \\ & + \frac{3,24 \text{ m} + 0,56 \text{ m}}{2} \times \frac{2,68 \text{ m}}{2} \times 390 \text{ kg/m}^2 = 993 \text{ kg} \\ & \text{Carga concentrada total } P = 9579 \text{ kg} \end{aligned}$$



$$RA = RB = 3730 \text{ kg/m} \times 2,68 \text{ m} + \frac{9579 \text{ kg}}{2}$$

$$RA = RB = 14786 \text{ kg}$$

$$M.f.m = 14786 \text{ kg} \times 2,68 \text{ m} - \frac{3730 \text{ kg/m} \times 2,68^2 \text{ m}}{2}$$

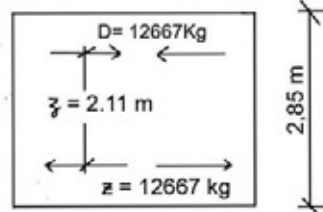
$$M.f.m = 26231 \text{ kgm}$$

Brazo elástico

$$z = 0,3 d \left( 3 - \frac{d}{\ell} \right)$$

$$z = 0,3 \cdot 2,85 \text{ m} \left( 3 - \frac{2,85 \text{ m}}{5,36 \text{ m}} \right) = 0,74 \times 2,85 \text{ m} = 2,11 \text{ m}$$

$$Z = \frac{M}{z} = \frac{26231 \text{ kgm}}{2,11 \text{ m}} =$$



$$Z = 12432 \text{ kg}$$

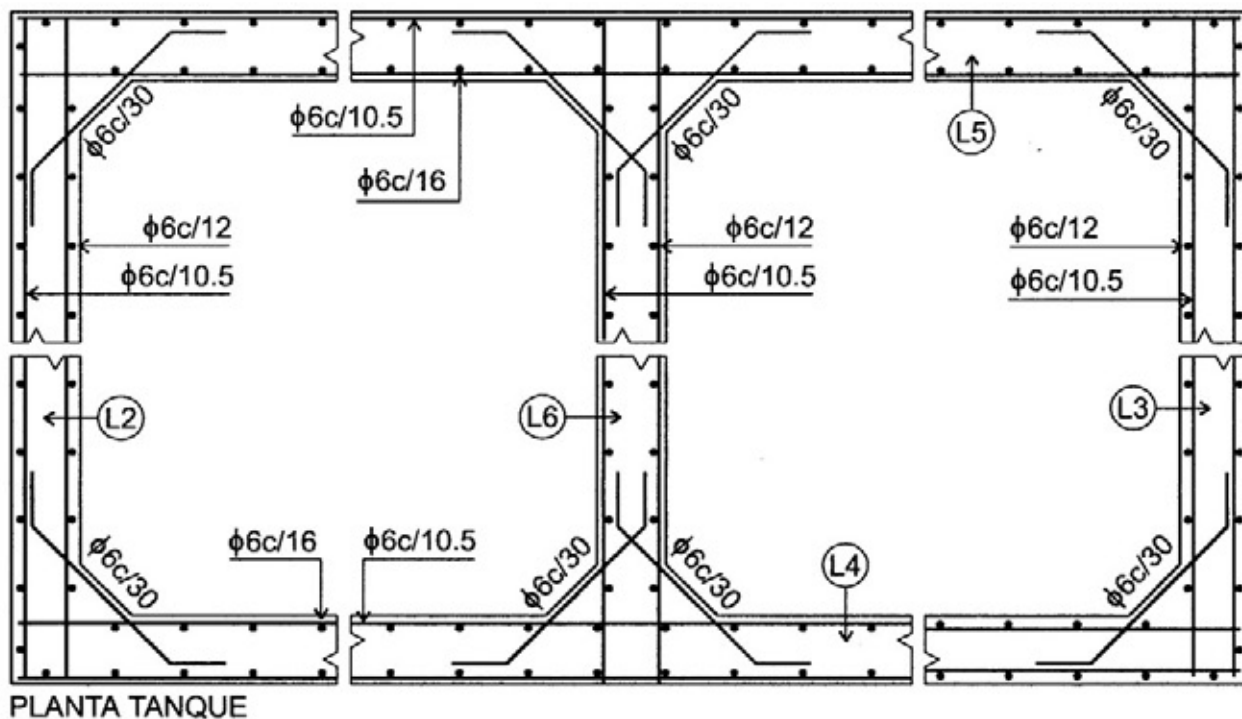
$$A_s = \frac{Z}{\beta_s \nu} = \frac{12432 \text{ kg}}{\frac{2200 \text{ kg/cm}^2}{1,75}} = 9,89 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Hasta un 10\% de la altura hay } 4 \phi 6 &= 1,13 \text{ cm}^2 \\ &= 8,76 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{De tabla A5 pág. IX se adoptan } 8 \phi 12 = 9,05 \text{ cm}^2$$

V2 - V3

Se puede repetir la misma armadura adoptando 8  $\phi$  12 en razón de que sus solicitaciones son sensiblemente más reducidas que las actuantes en L4 - L5



PLANTA TANQUE

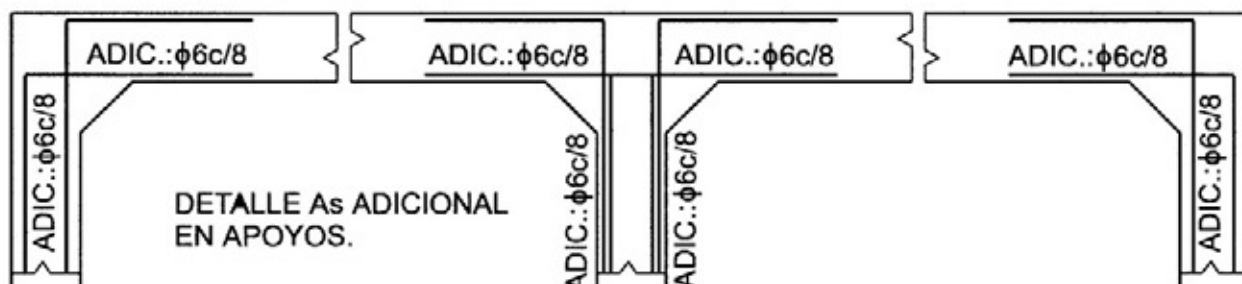
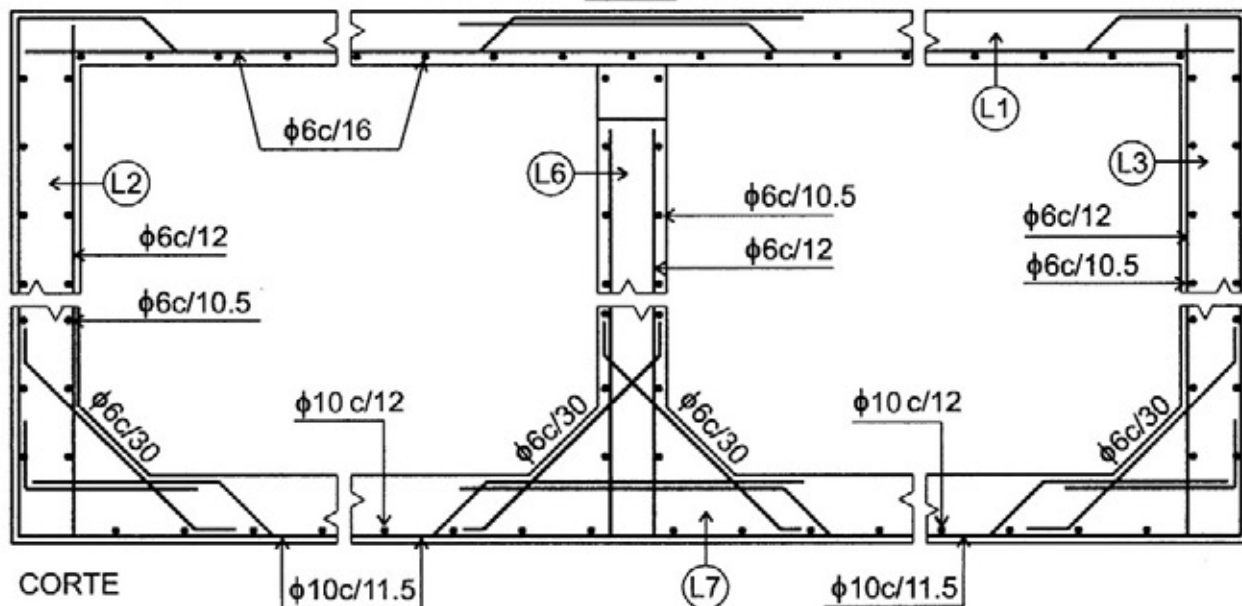
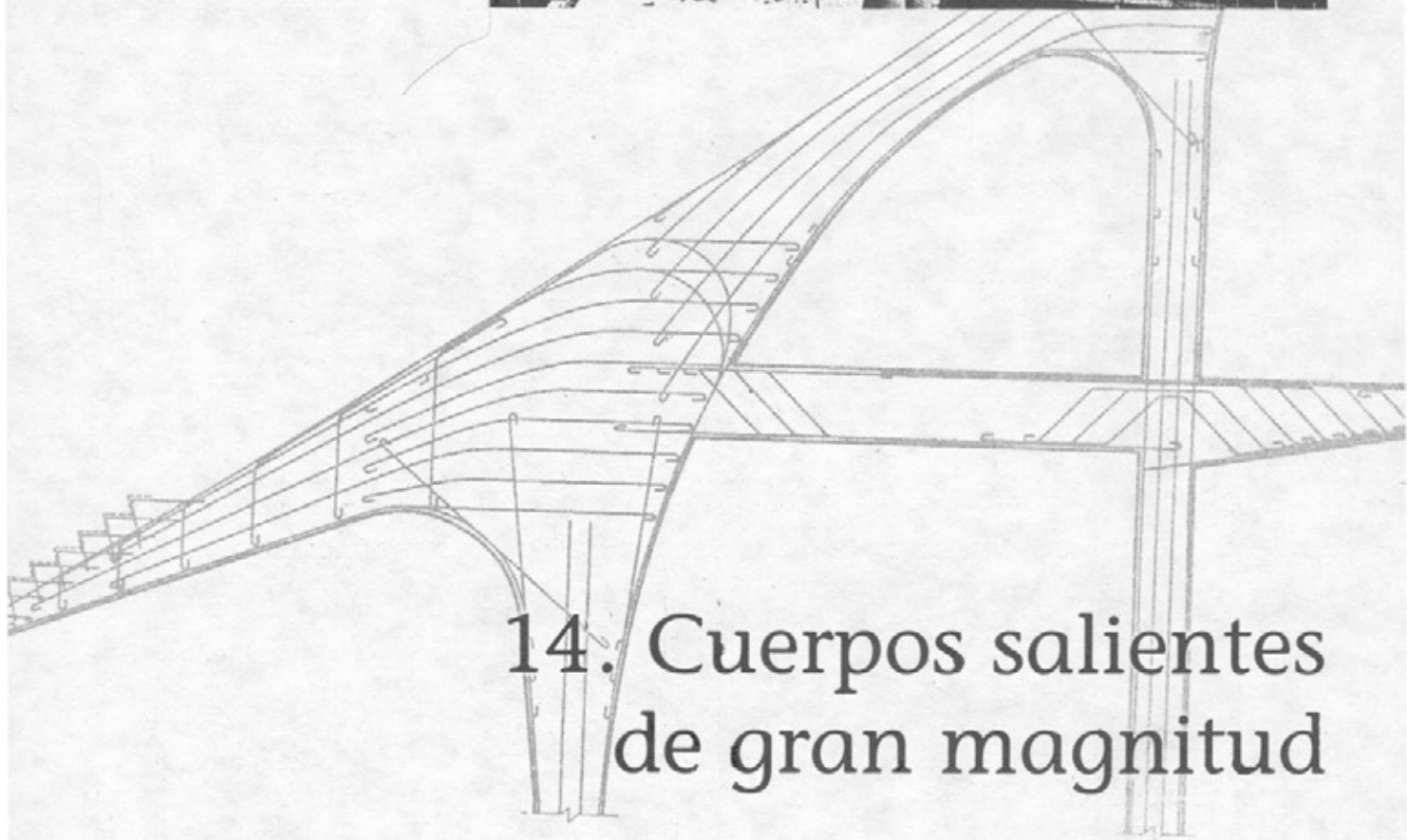


Fig. 13.19  
 $\phi 6c/16$



CORTE

Fig. 13.20

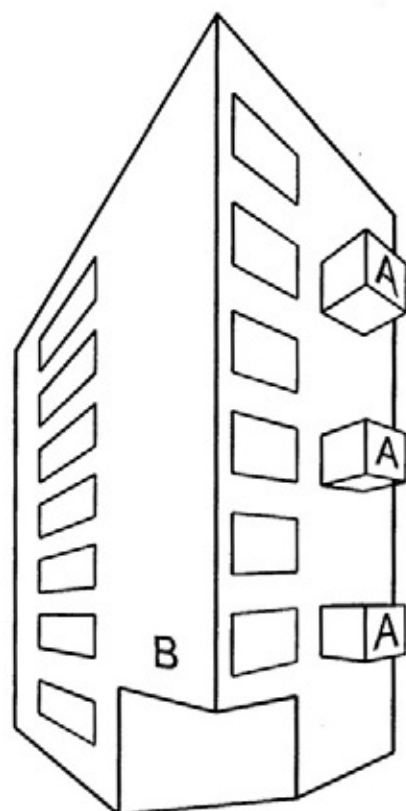


14. Cuerpos salientes  
de gran magnitud





## 14. Cuerpos salientes de gran magnitud



—¿Cuándo se presentan estos casos?

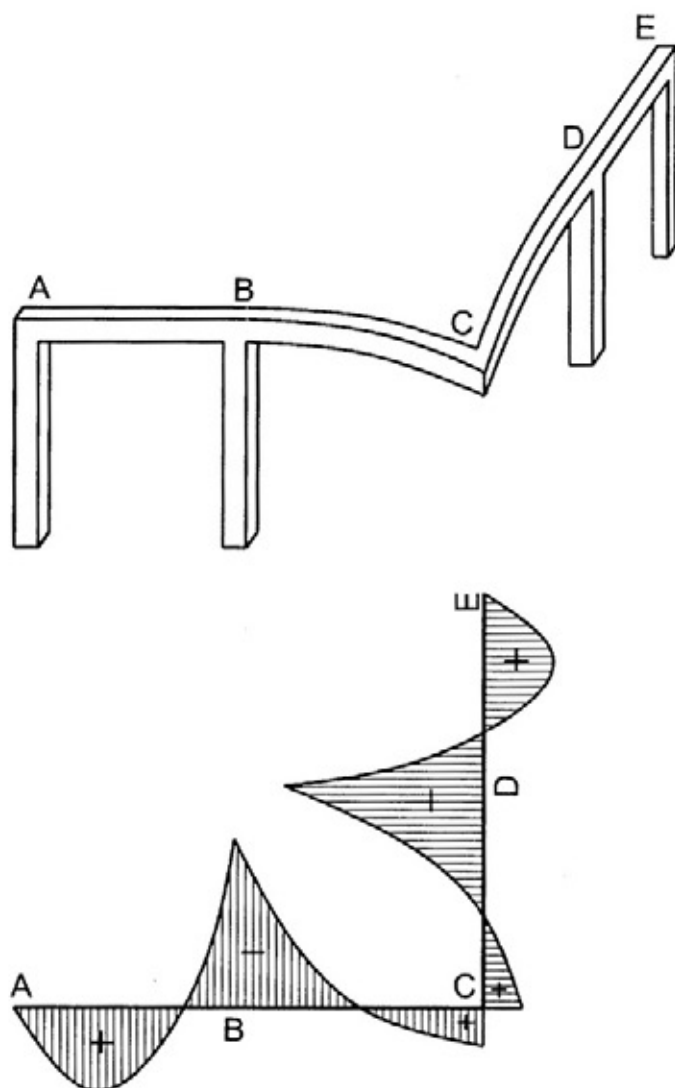
Cuando por razones de diseño se desea destacar con nitidez una masa volumétrica, sin interferencias de columnas que a juicio del proyectista, puedan afectar su calidad formal (A), o bien, y este es el caso más común, en los edificios de esquina con ochava, cuando no se quiere o no se pueden hacer llegar las columnas hasta la planta baja, (B) dando lugar a volúmenes de gran saliente.

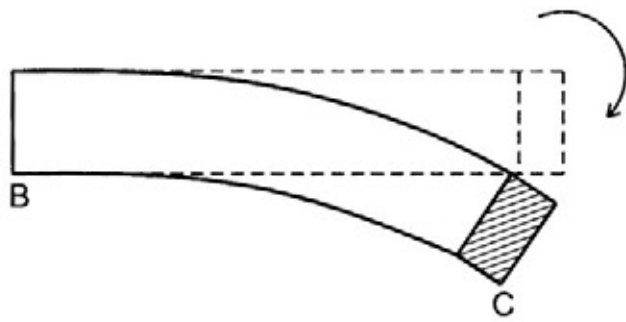
—¿Cuáles son las implicancias estructurales?

Se presentan particularmente en los edificios de esquina con ochava, por una combinación de sollicitaciones.

Observando la figura se comprueba que, siendo el  $H^{\circ}A^{\circ}$  un material esencialmente monolítico, el tramo saliente BCD se comportará como una viga única de eje poligonal apoyada en B y D, originándose un momento flector positivo en el extremo.

Pero además, y como consecuencia de la acción que cada una de las barras ejerce sobre la otra, tendiendo a hacerlas girar, y luego a rotar sobre si mismo, se origina un **momento torsor** que combinado con el momento flector da lugar a un estado de tensiones particularmente complejo, el que se refleja en el dimensionamiento, que resulta así bastante en-





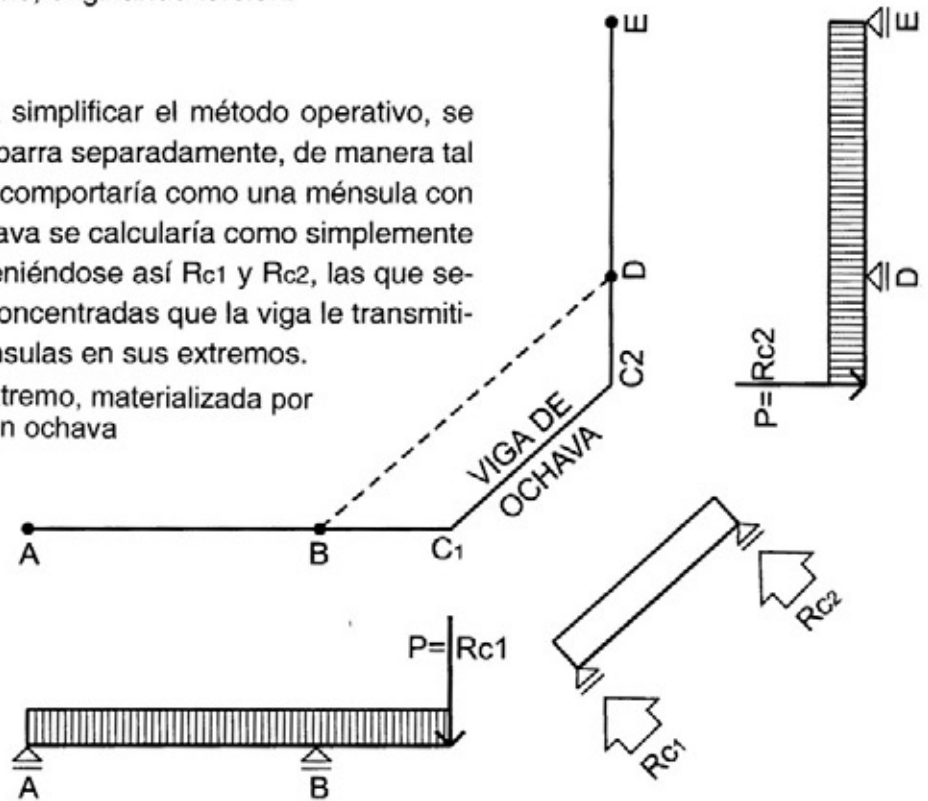
gorroso, con solicitaciones que son difíciles de evaluar y determinar.

La barra BC provoca en la sección rayada de la otra barra un giro alrededor de B y además, una rotación sobre si mismo, originando torsión.

Es por ello que, para simplificar el método operativo, se podría considerar a cada barra separadamente, de manera tal que cada una de ellas se comportaría como una ménsula con una carga\* La viga de ochava se calcularía como simplemente apoyada en C1 y C2, obteniéndose así  $R_{c1}$  y  $R_{c2}$ , las que serían a su vez las cargas concentradas que la viga le transmitiría a cada una de las ménsulas en sus extremos.

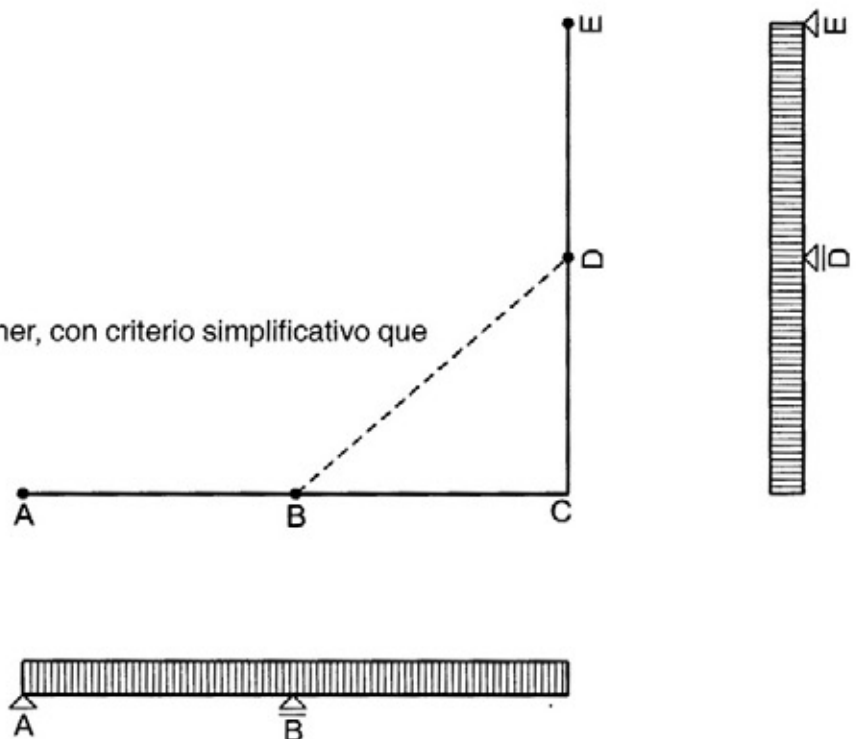
\* Concentrada en el extremo, materializada por la reacción de la viga en ochava

Caso de esquina en ochava

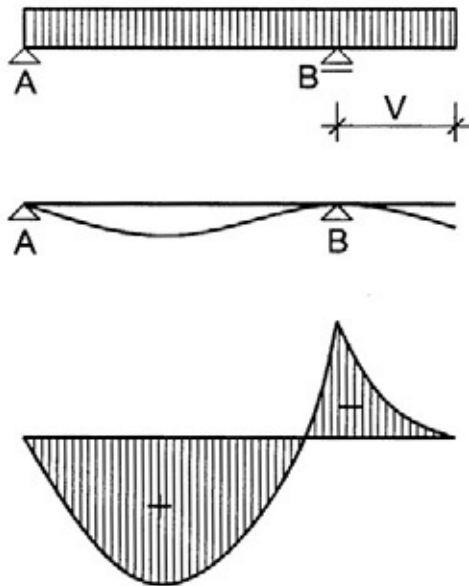


Caso de esquina recta

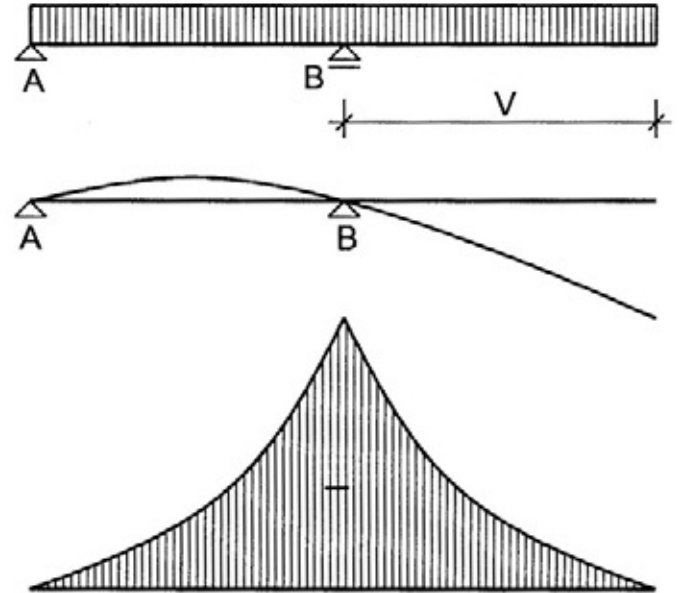
En este caso podemos suponer, con criterio simplificativo que ambas barras trabajan como vigas con ménsulas independientes entre sí.



Comparando ambos esquemas, comprobamos que en el caso de esquina recta el voladizo resulta sensiblemente mayor que con ochava, y como el momento flector crece con el cuadrado de la luz puede llegar a alcanzar valores tan considerables que haga francamente **desaconsejable la adopción de esta solución cuando se trata de esquinas rectas**, según se observa en las figuras que siguen.



VIGA CON MÉNSULA CHICA

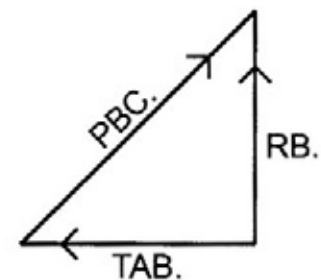
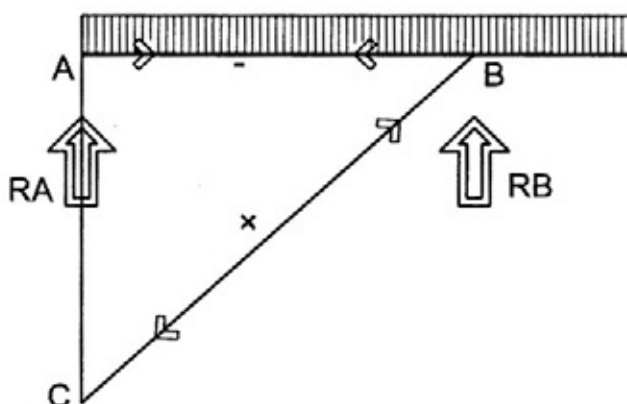


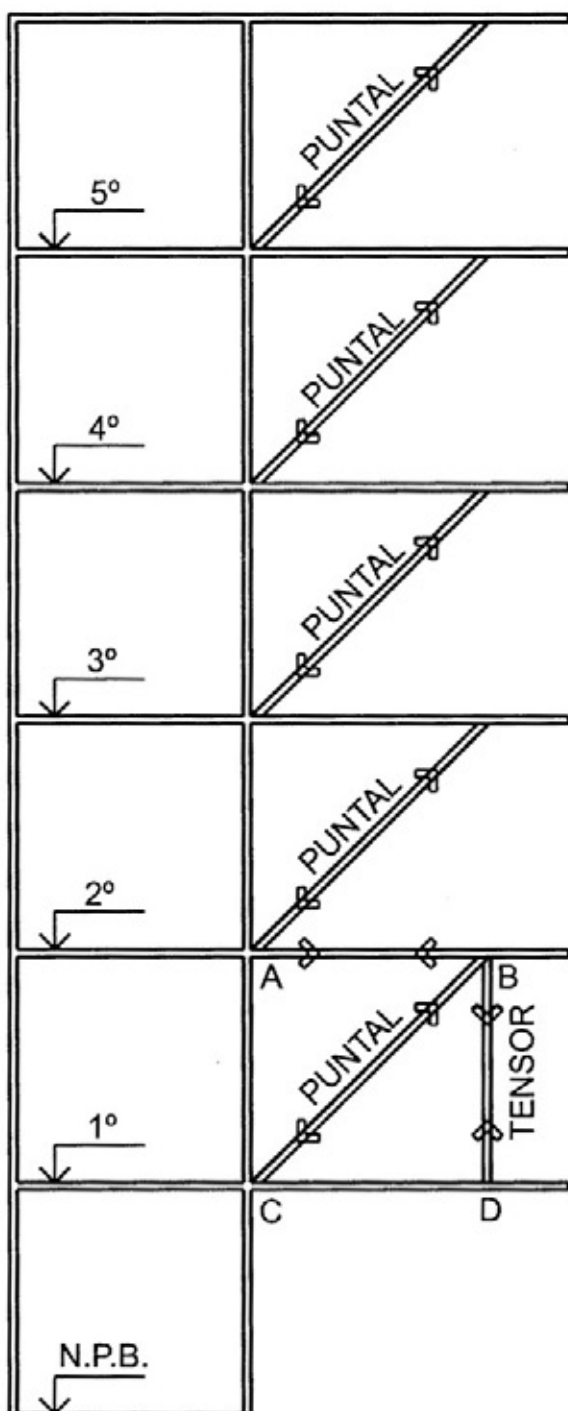
VIGA CON MÉNSULA GRANDE

Observando en ambas figuras la elástica y el diagrama de momentos de una ménsula normal con la de un voladizo de gran luz, comprobamos que en este último caso el momento flector en el apoyo puede alcanzar una magnitud desmesurada, pudiendo llegar a originar incluso momentos negativos en todo el tramo contiguo.

-¿Qué solución se aconseja en estos casos?

Agregar una diagonal BC para reducir la luz de la ménsula, transformándola en una viga AB con un voladizo pequeño. El sistema de cargas origina una reacción RA que es absorbida por la columna AC, mientras que la reacción RB, al no haber allí columna, se descompone en las direcciones AB horizontal y BC diagonal, mediante el polígono cerrado de fuerzas, con el que se obtienen la magnitud y sentido de las componentes PBC y TAB.





Trasladadas las flechas a las barras se comprueba que AB trabaja a tracción como tensor y la diagonal BC a compresión como puntal.

También pueden obtenerse analíticamente las magnitudes de las componentes:

$$\text{Puntal } P_{BC} = \frac{R_B}{\sin \alpha} \quad \text{inclinación aconsejada}$$

$$\text{Puntal } T_{AB} = \frac{R_B}{\cos \alpha} \quad \alpha = 45^\circ$$

Se obtiene así un esquema como el indicado en la figura, con la utilización de un puntal inclinado en cada piso, en reemplazo de la columna vertical, con excepción de la planta baja, que queda libre.

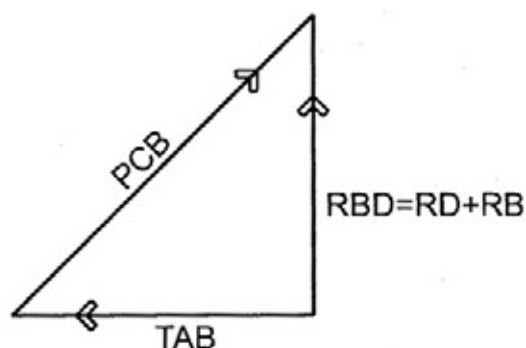
—¿Con qué se reemplaza la diagonal en planta baja?

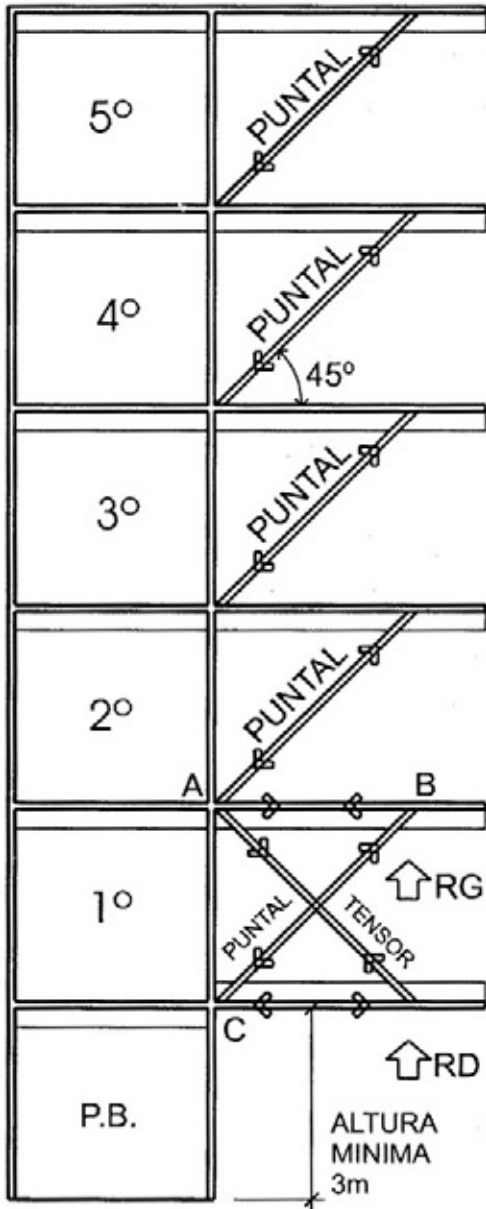
Existen 2 soluciones:

A) Colocar un tensor vertical en el 1º piso, como se indica en la figura, para materializar la reacción en *D* y transmitir el esfuerzo al nudo *B*, donde se le sumará *RB*.

La suma de  $RB + RD = RBD$  se descompondrá finalmente en las direcciones AB y BC, al igual que en los pisos superiores, según el polígono de fuerzas siguiente:

Como en el nudo *B* se suman las reacciones de 2 pisos, la carga que recibe el puntal del 1º piso se duplica en relación a los puntales de los pisos superiores.

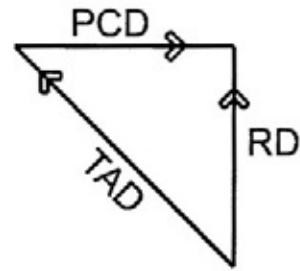




B) Colocar un tensor inclinado en el 1º piso, como se indica en la figura tiene dos ventajas

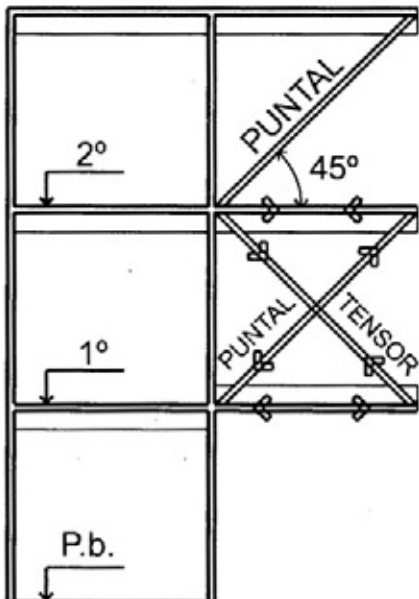
1. Estando el tensor inclinado unido con A, allí transmitirá los esfuerzos, y no al nudo B, como en el caso anterior. En consecuencia, el puntal BC recibirá la misma carga que los que se encuentran en los pisos superiores.
2. Disminuye a la mitad la luz de pandeo del puntal BC, en el 1º P.

La descomposición de la reacción  $RD$  en el nudo  $D$  será así:



Trasladando las flechas a las barras, se comprueba que la diagonal  $AD$  trabaja a tracción y la horizontal  $CD$  a compresión.

La resolución del nudo  $B$  descomponiendo  $RB$  en  $AB$  (tracción) y  $BC$  (compresión) es exactamente igual al caso A para los pisos superiores.



Puede acontecer también que cuando los cuerpos salientes no son tan considerables, no quede ningún voladizo, como se observa en la FIG adjunta, lo cual es ventajoso porque en ese caso tanto el tensor como el puntal trabajan más descansados.

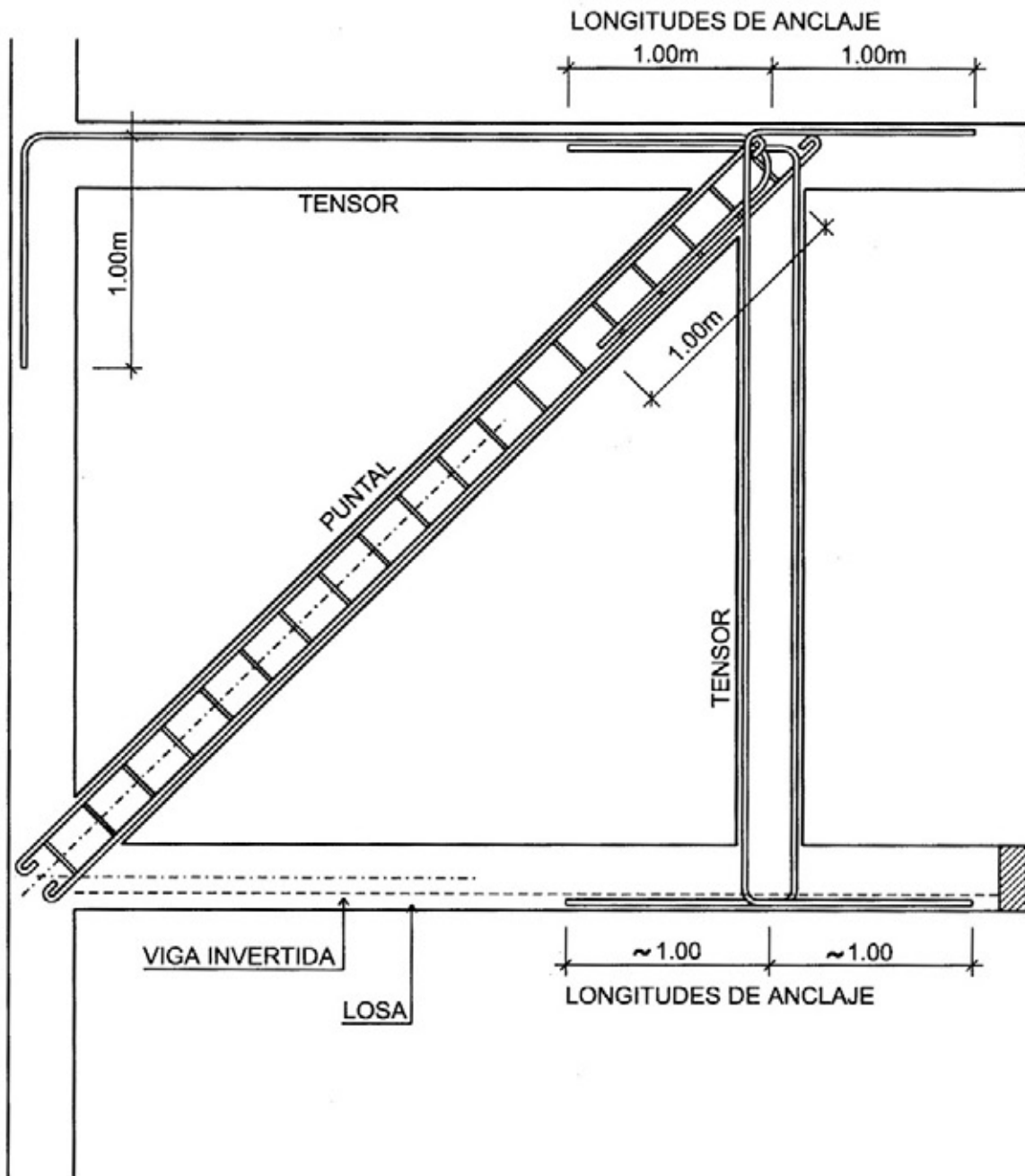
-¿Cómo se dimensionan?

El puntal se dimensiona a compresión, como cualquier columna.

En el tensor se dimensiona la armadura de tracción dividiendo la carga por la tensión admisible del acero

$$A_s = \frac{T}{\sigma_e} \text{ sin embargo la solución más apropiada es ejecutar los tensores en hormigón pretensado.}$$

La distribución de la armadura se realiza según el siguiente esquema:

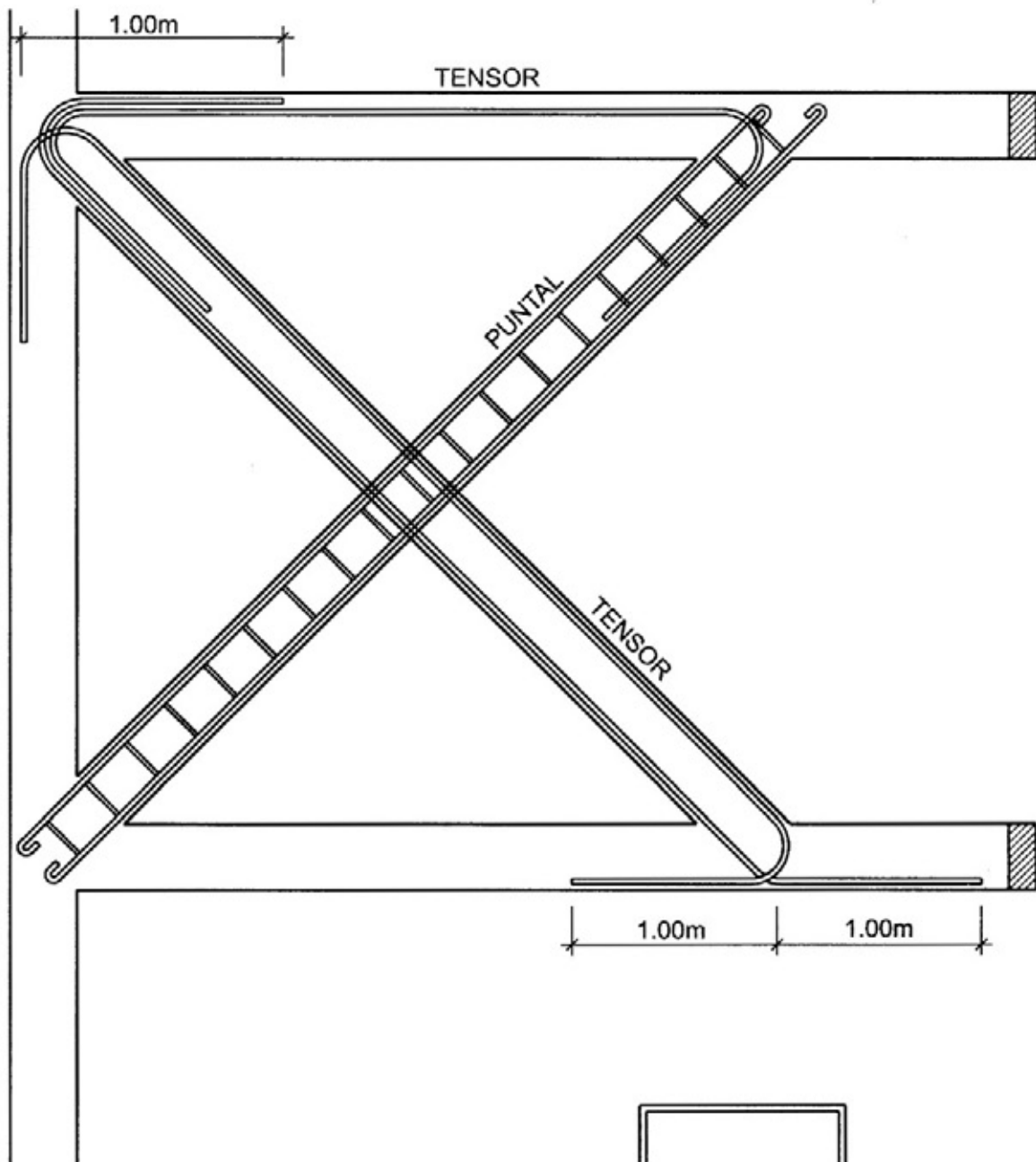


Nota:

Para una mayor claridad y comprensión del gráfico se ha omitido deliberadamente la armadura de flexión correspondiente a la viga, tanto en el tramo como en el voladizo, representándose exclusivamente la armadura del puntal y los tensores.

### A) Solución con tensor vertical en 1º P

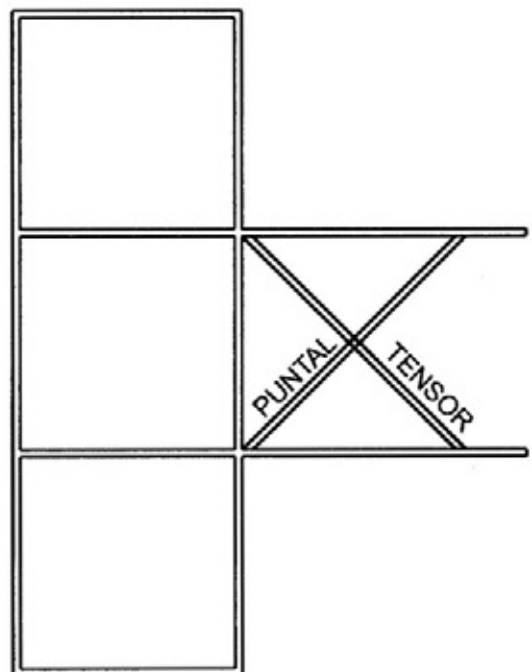
Se han representado exclusivamente las armaduras de los tensores y el puntal, omitiéndose deliberadamente la armadura de flexión.



**B) Solución con tensor inclinado en 1ºP**

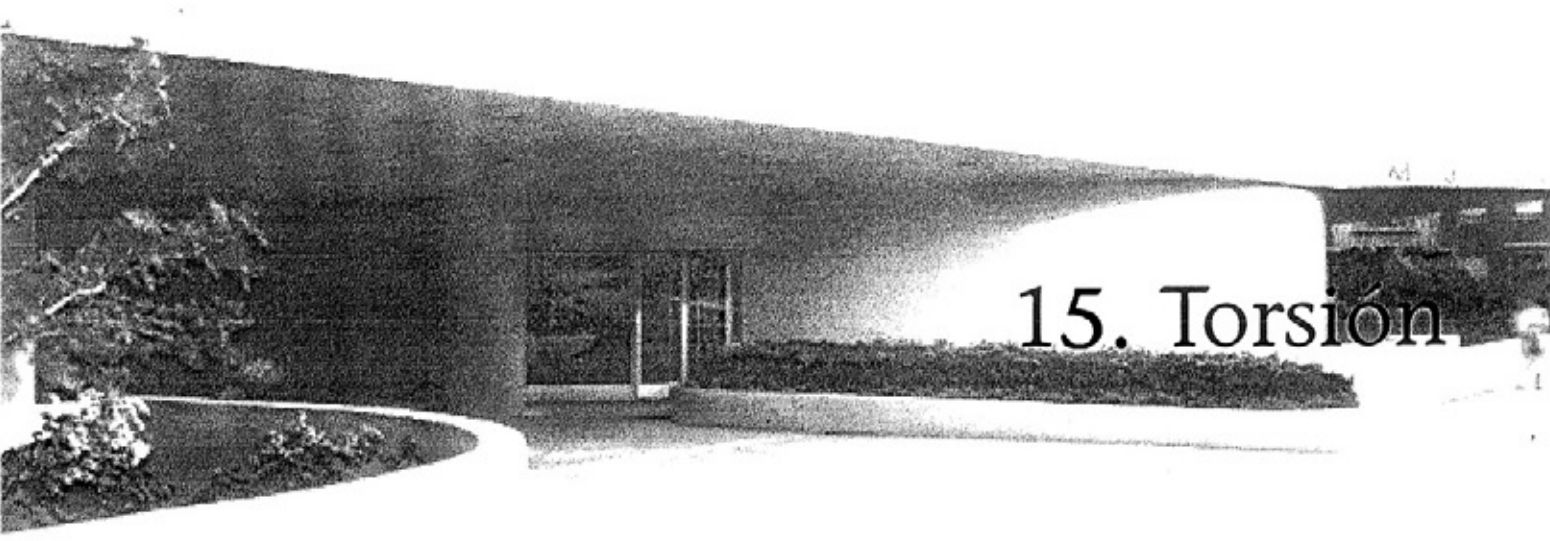
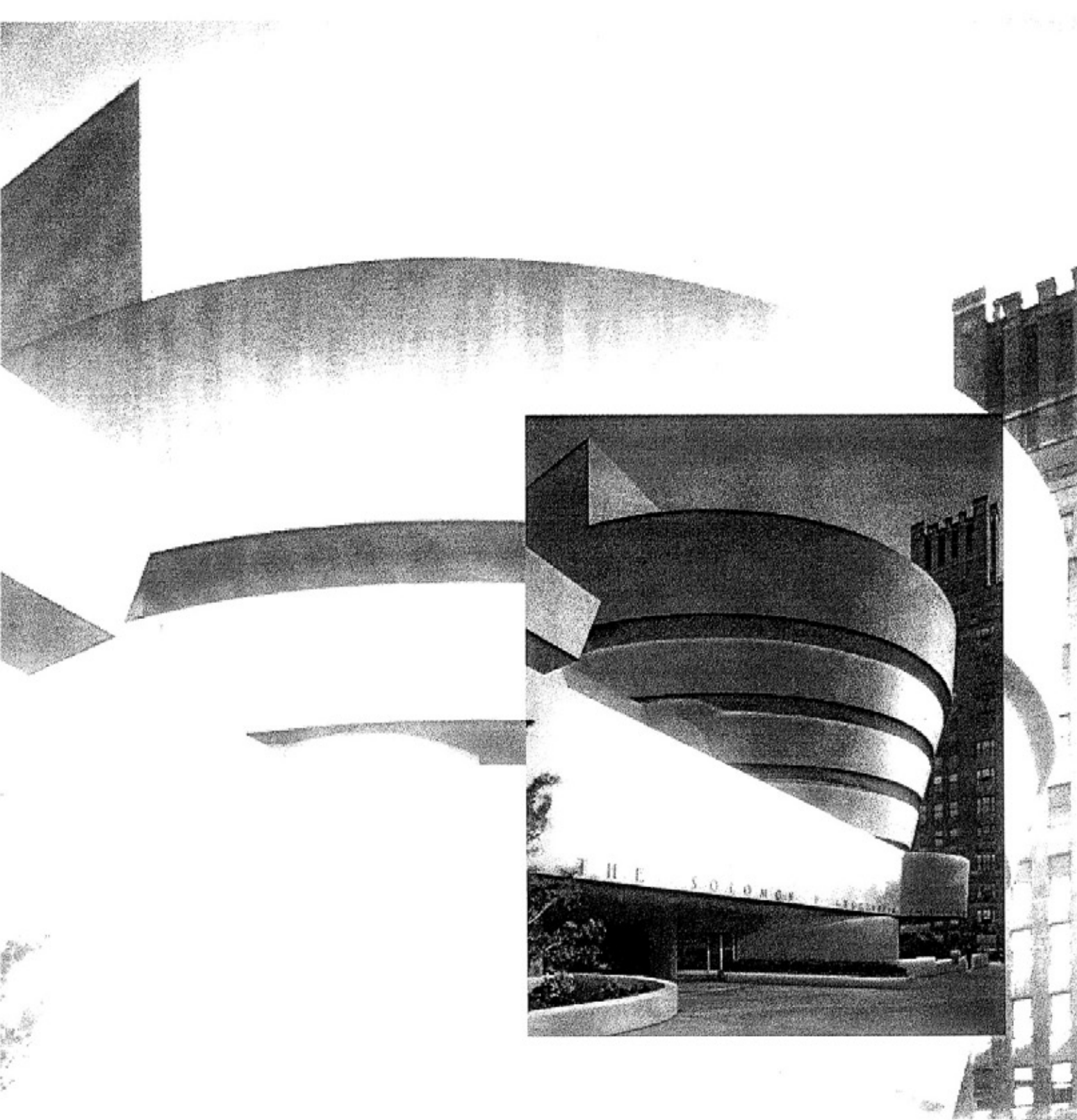
En el caso de los cuerpos salientes aislados, como el de la figura adjunta, o los tres volúmenes de la perspectiva inicial, por ejemplo, se aplican exactamente las mismas soluciones A y B propuestas para el 1ºP de los edificios de esquina.

Cuerpos salientes aislados









# 15. Torsión



## 15. Torsión

---

Habitualmente inicio los cursos de hormigón armado informando que sobre este material si bien existe una bibliografía abundante y de excelente nivel técnico, carecen en su mayoría de un adecuado tratamiento didáctico, resultando así extremadamente áridas, en particular para el estudiante de Arquitectura, y es en ese contexto que se nutre la falsa creencia de considerar a las estructuras una disciplina a ellos vedada, sólo reservada a especialistas e ingenieros.

Seguramente se sorprenderán de enterarse que muy a menudo, el estudiante de Ingeniería se encuentra con dificultades similares para la comprensión de los problemas de estabilidad, precisamente debido a la escasa importancia que se le concede al enfoque pedagógico, indispensable en el estudio de cualquier disciplina.

Y es este aspecto tan relevante el motivo fundamental que me indujo a la elaboración de una serie de publicaciones sobre las estructuras de hormigón armado, las que fueron apareciendo a partir de 1985, escritas para la cátedra de "Estructuras" del Ing. José Becker, en la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad de B. Aires, las que abarcan una amplia gama temática, a partir de un principio fundamental, el de considerar a la estructura como un hecho esencialmente físico, para cuyo estudio y comprensión son válidos tanto la expresión gráfica como los modelos y deducciones matemáticas, el análisis de las deformaciones, las maquetas y cualquier otra herramienta que ayude a desmistificar esta apasionante disciplina; y ello sólo se ha de lograr si cualquiera de los recursos citados no se transforma en un fin en sí mismo, como lamentablemente suele suceder, es decir, si todos y cada uno de esos medios se subordinan al fenómeno físico.

La presente publicación es una continuación natural de esta serie didáctica, y en esta he omitido deliberadamente la deducción de la ecuación general de la torsión en estado I, ya que puede encontrarse en cualquier tratado sobre resistencia de materiales, concentrándome especialmente en el tema menos conocido y por ello tan controvertido, que es la torsión en estado II, el que, a mi juicio, está encarado con el rigor y la amplitud que merece, en los tratados de Fritz Leonhardt, motivo por el cual han sido el punto de partida de este texto, completándose con otros autores de los que cabe mencionar a Hubert Rusch o Jiménez Montoya, entre otros.

Si uno de los objetivos del docente es motivar al alumno en la búsqueda del conocimiento, induciéndolo a la investigación y análisis de cada tema, y esta publicación ayudare a ese propósito, seguramente habrá cumplido su cometido.

Arq. Pedro Perles

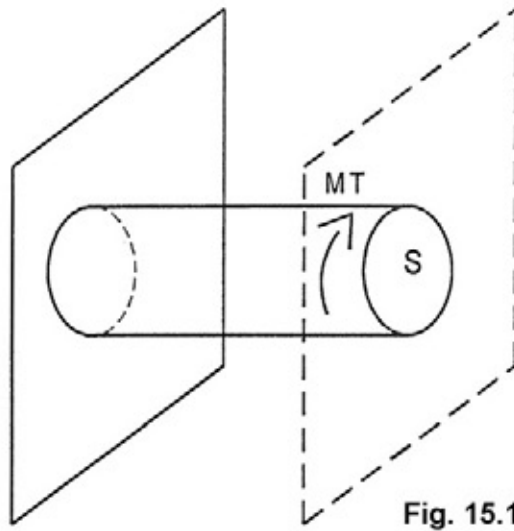


Fig. 15.1

Una barra trabaja a la torsión simple si las fuerzas exteriores situadas a la izquierda de una sección  $S$  se reducen a una cupla contenida en el plano de la sección  $S$ , provocando su giro. Fig. 15.1

—¿Cómo se genera la cupla?

Básicamente cuando la carga esta fuera del eje de simetría, como se observa en las figuras siguientes:

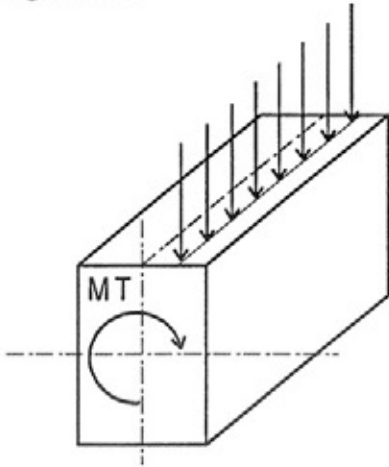


Fig. 15.2. Carga fuera del eje de la barra.

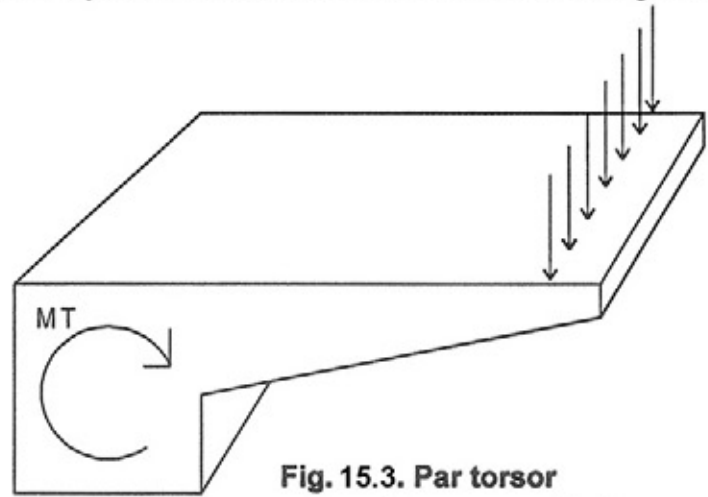


Fig. 15.3. Par torsor generado por un voladizo

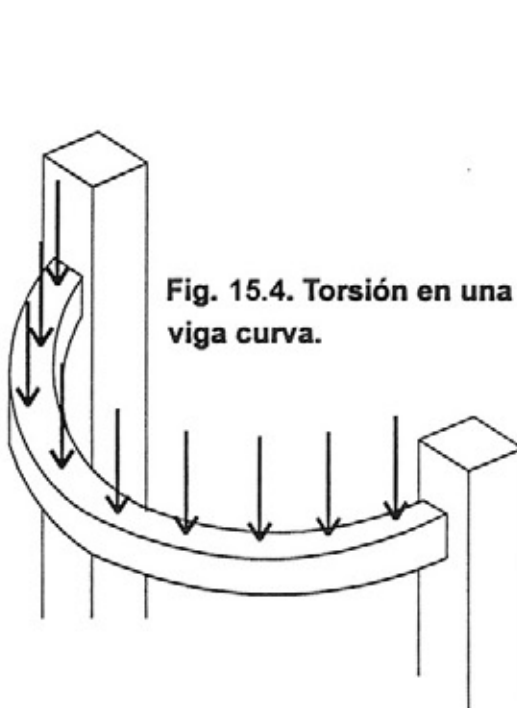
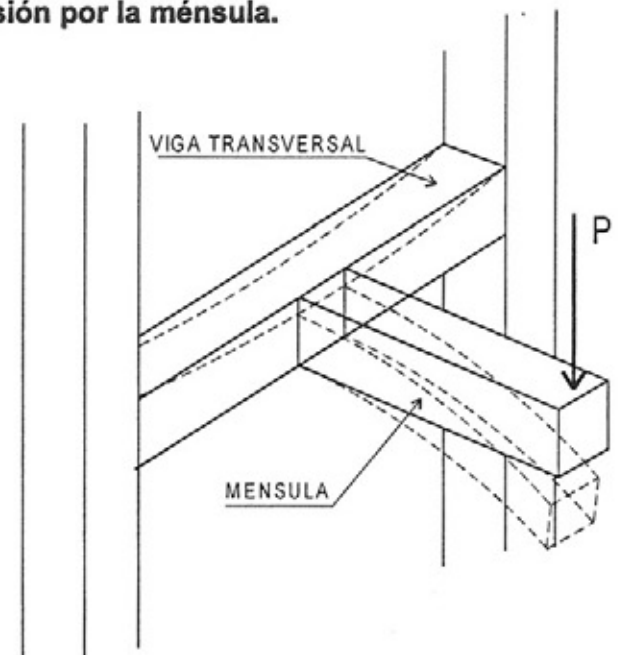


Fig. 15.4. Torsión en una viga curva.

Fig. 15.5. Viga transversal sometida a torsión por la ménsula.



–¿Cómo se desarrolla la torsión en una viga de borde?

Cuando la losa apoya sobre la viga de borde, tiende a provocar su giro, ocasionándole una torsión de magnitud igual al momento de empotramiento  $M_E$  de la losa, aunque esta se calcule por seguridad con el momento en línea punteada, como si estuviese articulada. Esto origina en la viga de borde un diagrama de momentos torsores de variación lineal, alcanzando su valor máximo  $M_T$  en los apoyos, en razón de que la rigidez de la columna le restringe el giro a la viga. Fig. 15.6.

Fig. 15.6

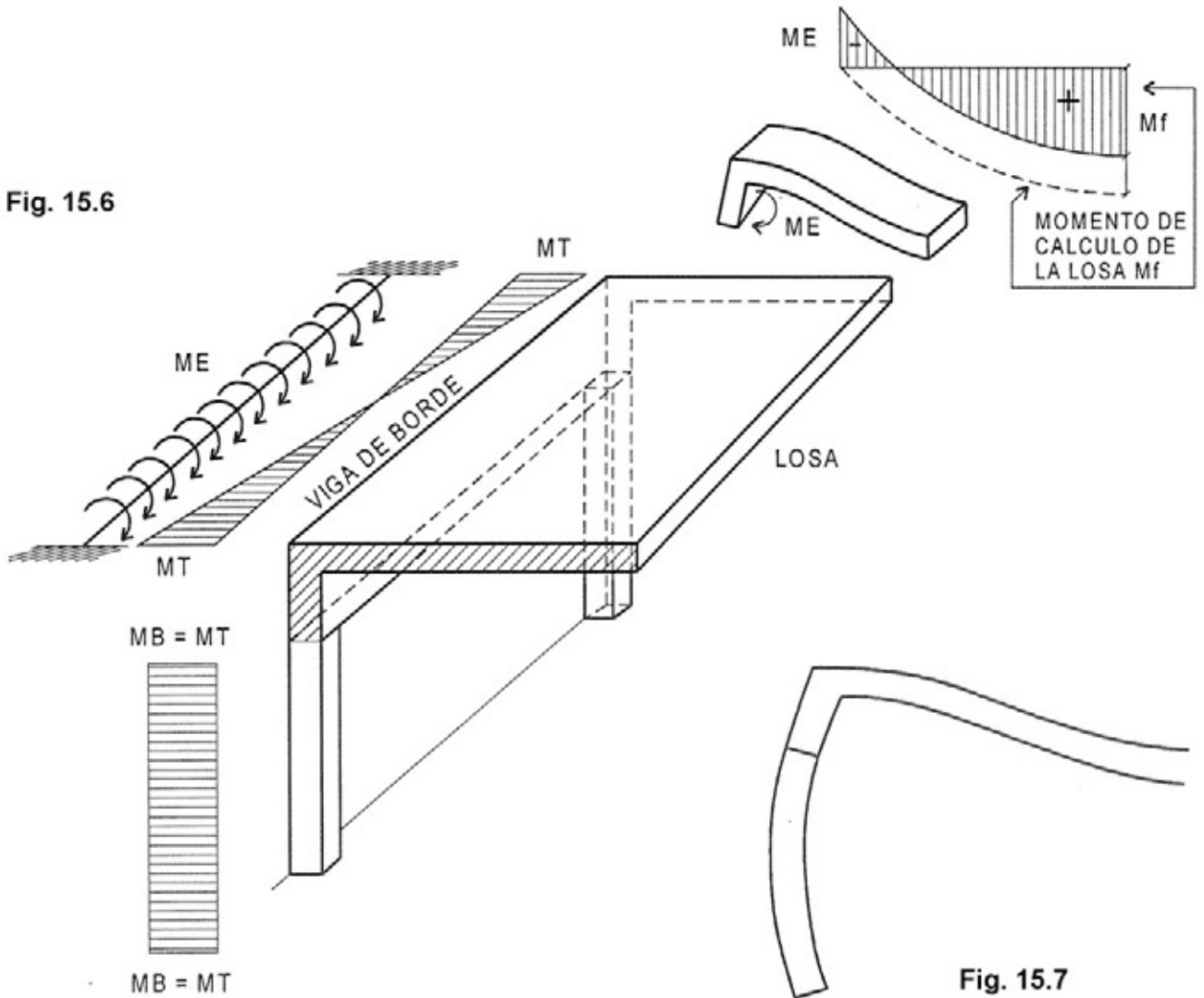


Fig. 15.7

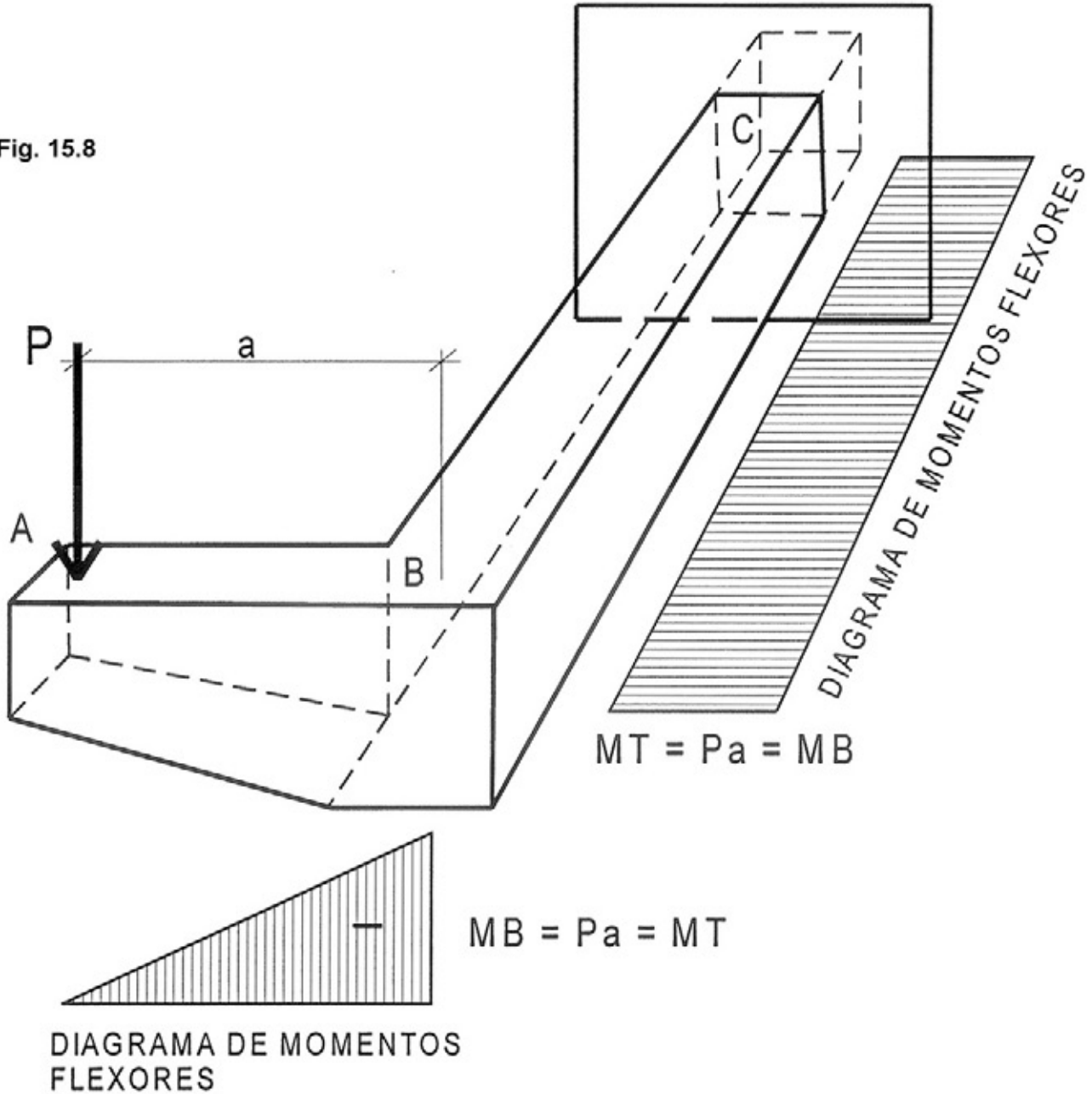
A su vez, como se observa en la Fig. 15.7, la viga, al intentar girar, le transmite a ambas columnas un momento flexor  $M_B$  igual a su momento torsor  $M_T$ , según se aprecia también en la Fig. 15.6.

En el hormigón armado podemos distinguir 2 tipos de torsión:

### A Los momentos de torsión que son necesarios para el equilibrio

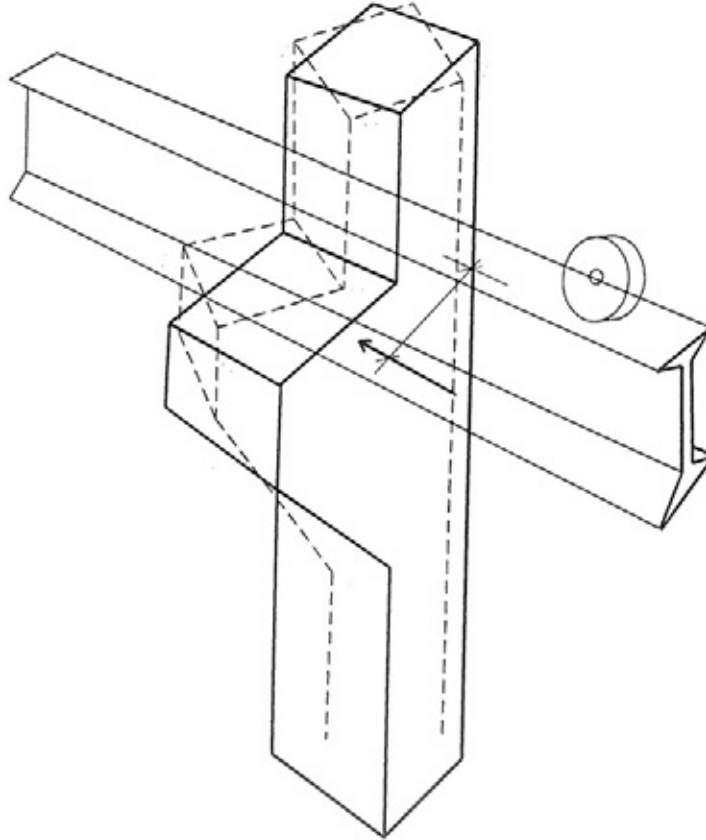
Esto lo observamos en la Fig. 15.8, donde la carga  $P$  genera flexión en la barra AB, de valor máximo igual a  $P.a$ , y torsión en la barra BC de valor constante también igual a  $P.a$ , siendo fundamental que esta barra posea rigidez a torsión para evitar el colapso. Fig. 15.8.

Fig. 15.8



Otro caso se presenta con el efecto de frenado del puente grúa, pues equivale a la aplicación de una carga  $P$  sobre la ménsula generando un momento torsor en la columna que tiende a hacerla girar junto a la ménsula, por lo que en el dimensionamiento deberá ser considerado este momento torsor para asegurar el equilibrio evitando su colapso. Fig. 15.9.

Fig. 15.9



**B Los momentos de torsión provocados únicamente por una sollicitación, que no son necesarios para asegurar el equilibrio.**

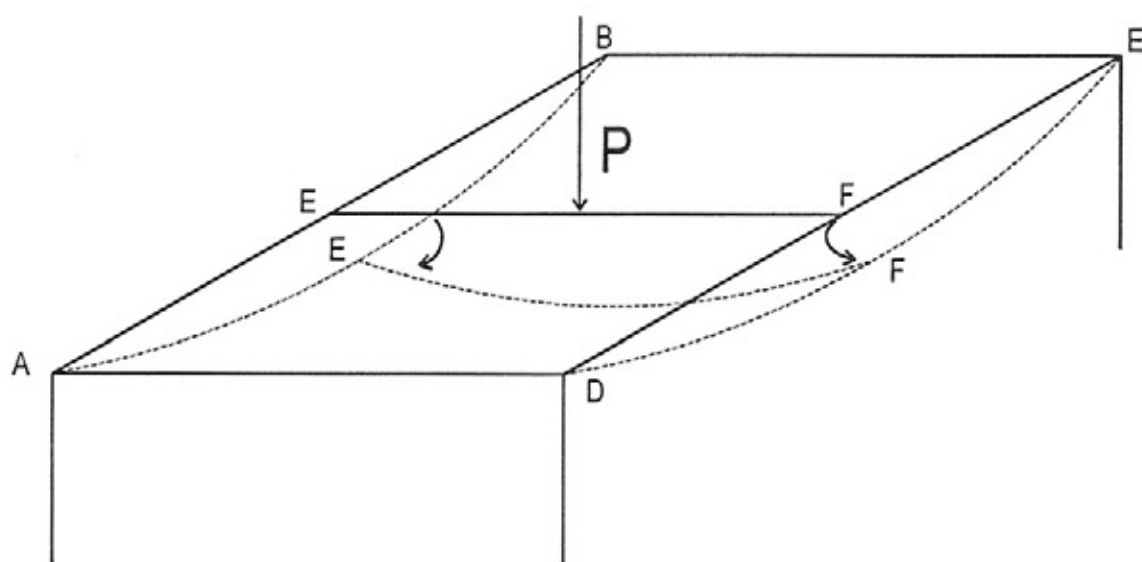
La carga  $P$  aplicada sobre la viga EF generan momentos de empotramiento en E y F, los que se transmiten a las vigas AB y CD como momentos torsores. Fig. 15.10.

Aunque ambas vigas no posean una adecuada resistencia a la torsión no se produce el colapso, ya que la viga EF actúa como arriostramiento de las vigas AB y CD, limitando los giros ocasionados por la torsión, lo que asegura la compatibilidad de las deformaciones. Fig. 15.10.

En estos casos es suficiente una armadura adecuadamente proyectada con el objeto de limitar el ancho de las fisuras.

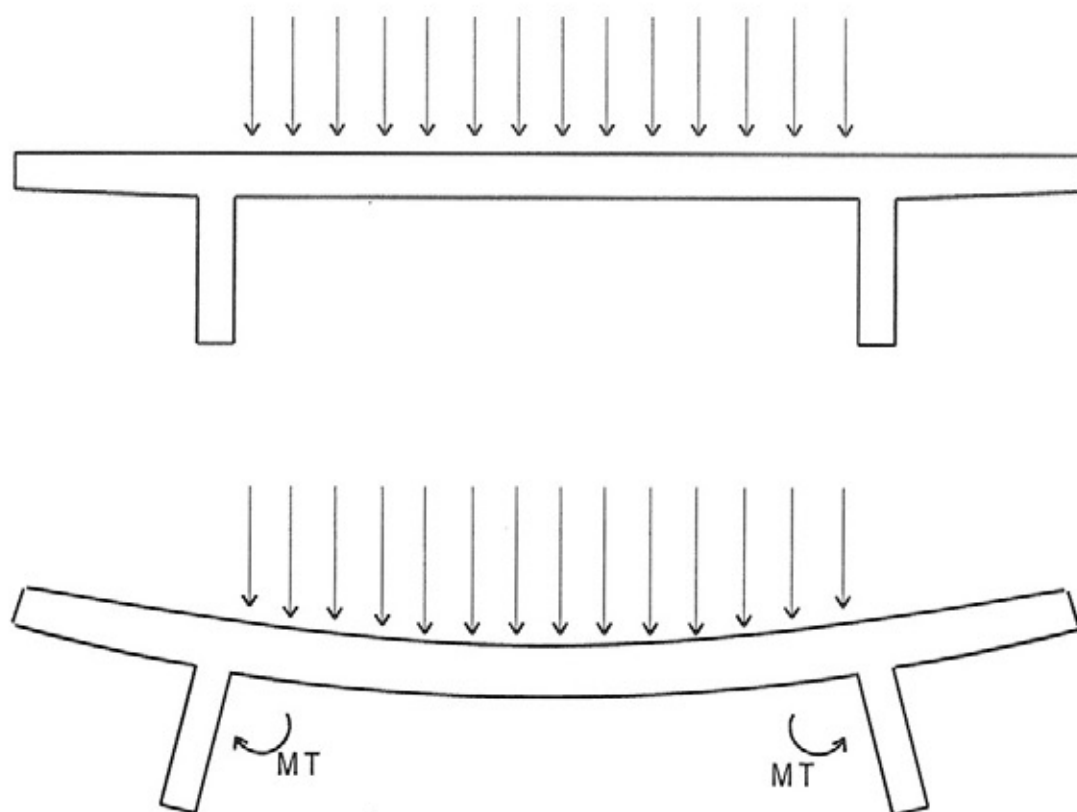


Fig. 15.10



Una situación similar se presenta en las vigas longitudinales de los puentes, que no son necesarias para asegurar el equilibrio, a pesar de lo cual se las suele proyectar con rigidez a la torsión. Fig. 15.11.

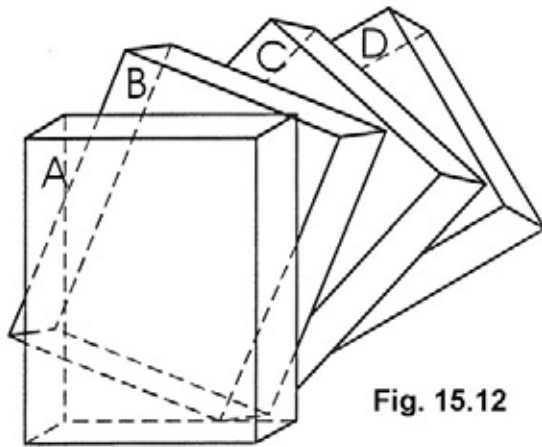
Fig. 15.11



La losa del puente, al flexionar, le transmite a las vigas longitudinales sendos pares torsores que provocan sus giros.

–¿Qué tensiones internas provoca la torsión?

Si suponemos la barra subdividida en una serie de fajas, cuando el par torsor tiende a hacer girar una sección A, la siguiente B, por un principio de acción y de reacción tiende a impedirlo, generándose entre ambas, **tensiones tangenciales** o de deslizamiento.



A su vez, el giro de la sección B tiende a ser impedido por la C, y con ello a la aparición de las mismas tensiones de resbalamiento, que se repiten entre C y D, y entre todas las demás secciones de la pieza. Fig. 15.12.

Además, la resistencia que opone el material al deslizamiento, da lugar a una diferencia de giros entre las infinitas secciones, ocasionando el **alabeo** de la barra.

–¿Cuál es la ley de variación de las tensiones?

En piezas de sección homogénea, a las cuales podríamos asimilar el hormigón armado en estado I, no fisurado, las tensiones tangenciales son máximas en la periferia y van disminuyendo hacia su interior hasta anularse en el centro. Figs. 15.13 y 15.14.

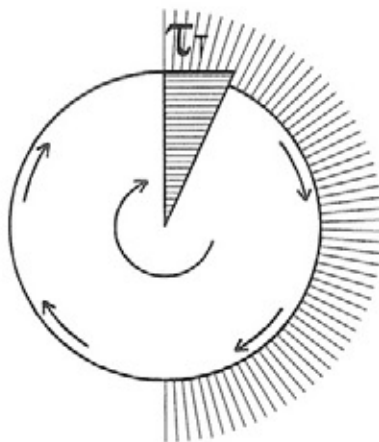


Fig. 15.13: sección circular.

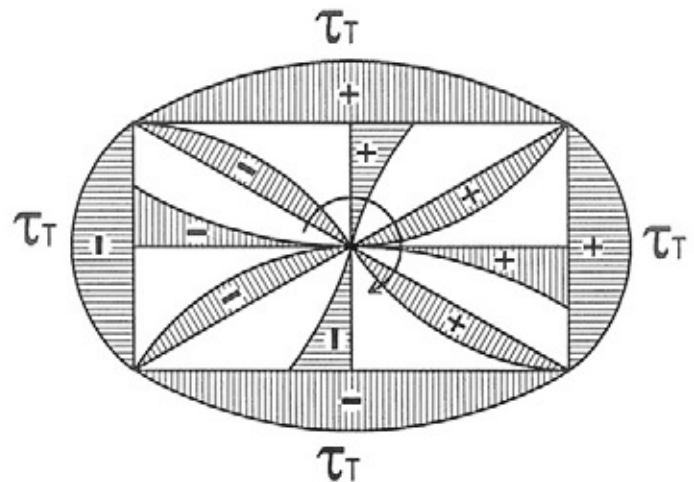


Fig. 15.14: sección rectangular.

–¿Cómo se determinan las tensiones tangenciales?

Con la muy conocida expresión general:

$$\text{Tensión de torsión } \tau_{\text{max}} = \frac{M_T}{W_T} = \frac{\text{Momento torsor}}{\text{Modulo resistente a torsion}}$$

$$\text{Donde } W_T = \frac{J_T}{R} = \frac{\text{Momento de inercia polar}}{\text{Radio}}$$

—¿Respecto a qué punto se calcula el momento torsor?

El momento torsor debe referirse siempre al centro de corte  $M$ , que sólo coincide con el baricentro  $S$  en las secciones con 2 ejes de simetría como se observa en las siguientes figuras.

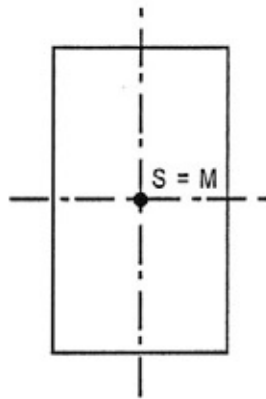


Fig. 15.15a

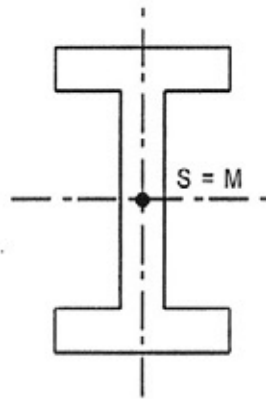


Fig. 15.15b

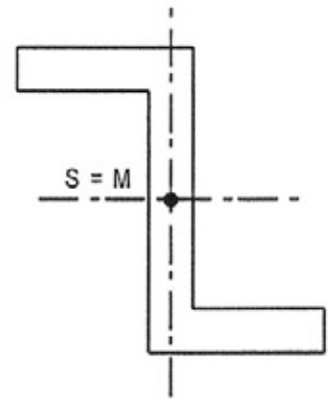


Fig. 15.15c

Quando el centro de corte no coincide con el baricentro la ubicación del punto  $M$  puede obtenerse hallando su distancia  $V$  así:

$$V = \frac{3t_1 h^2}{6t_1 h + t_2 b}$$

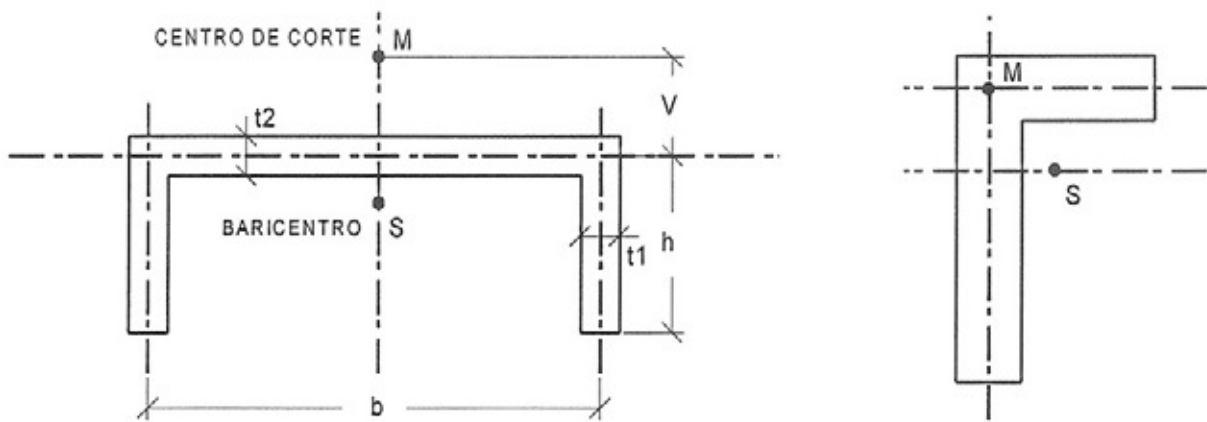
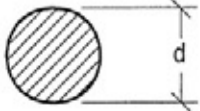
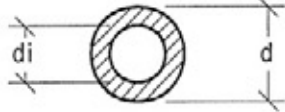

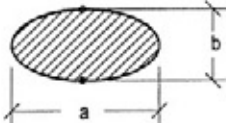
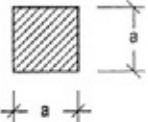
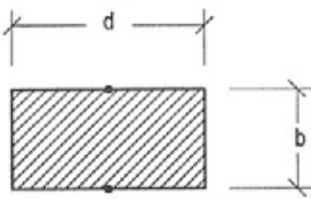
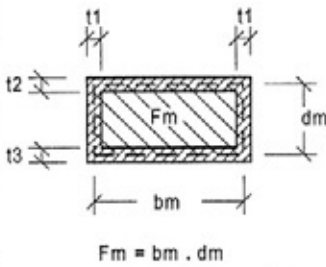

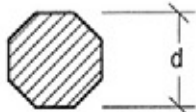


Fig. 15.16

En función de estas expresiones, la siguiente tabla nos da las tensiones de torsión  $\tau_{Tmax}$  y los momentos de inercia polar para diferentes secciones homogéneas.

Tabla T1

Sección	$\tau_{T \max} = \frac{M_T}{W_T}$	$J_T$							
	$\frac{16}{\pi} \frac{M_T}{d^3}$	$\frac{\pi d^4}{32}$							
	$\frac{16}{\pi} \frac{d}{d^4 - d_i^4} M_T$	$\frac{\pi}{32} (d^4 - d_i^4)$							
	$\frac{2}{\pi} \frac{M_T}{t dm^2}$	$\frac{\pi t dm^3}{4}$							
	$\frac{16}{\pi} \frac{M_T}{a \cdot b^2}$	$\frac{\pi a^3 b^3}{16 a^2 + b^2}$							
	$4,81 \frac{M_T}{a^3}$	$0,141 a^4$							
	$\beta \frac{M_T}{b^2 d}$		$\alpha b^3 d$						
	<i>d/b</i>	1,5	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0	$\infty$
	$\alpha$	0,196	0,229	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313	0,333
$\beta$	4,33	4,07	3,74	3,55	3,35	3,26	3,20	3,00	
	Fórmula de Bredt Sección hueca cualquiera $\frac{M_T}{2 F_m \cdot t_{\min}}$		$\frac{4 \cdot F_m^2}{\sum_i \frac{S_i}{t_i}}$						
	Sección hueca rectangular $\frac{M_T}{2 b_m \cdot d_m \cdot t_{\min}}$		$\frac{4 \cdot b_m \cdot d_m}{\frac{2}{b_m \cdot t_1} + \frac{1}{d_m \cdot t_2} + \frac{1}{d_m \cdot t_3}}$						
	$-5,32 \frac{M_T}{d^3}$	$0,133 d^4$							
	$-5,41 \frac{M_T}{d^3}$	$0,130 d^4$							

Fuente: Estructuras de Hormigón Armado. Tomo I. Fritz Leonhardt.

—¿Qué efectos generan las tensiones de torsión?

Del análisis de 2 secciones infinitamente próximas, comprobamos que aquí también las tensiones tangenciales generan una diagonal comprimida y otra traccionada, pero en distintos planos debido al alabeo de la pieza, siendo máximas en los bordes, es decir, en la periferia de la sección.

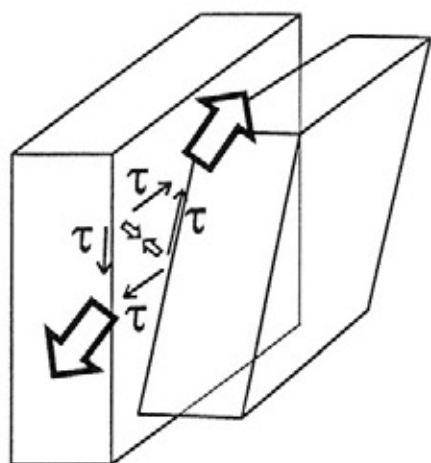


Fig. 15.17

Estas tensiones principales de tracción en el sentido del giro y compresión en el sentido opuesto forman ángulos de 45 y 135° respectivamente, adoptando una trayectoria helicoidal o en **espiral** en torno de la barra. Fig. 15.18.

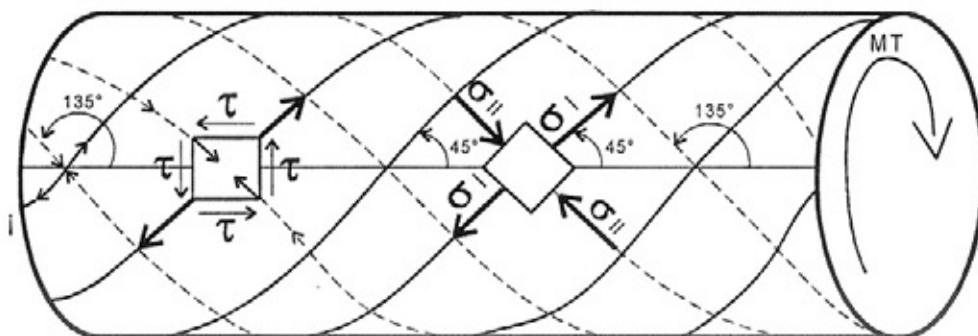
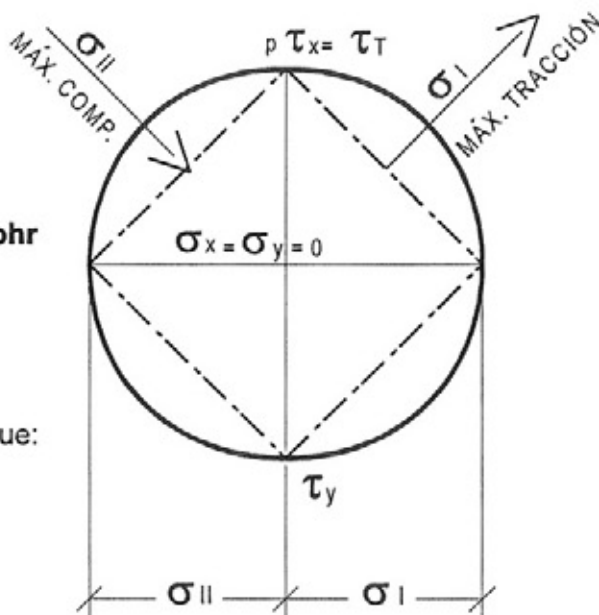


Fig. 15.18

Sabiendo que cuando las tensiones principales forman ángulos de 45° y 135°, las tensiones horizontales y verticales  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  son nulas y las tensiones tangenciales  $\tau$  son de igual valor a las principales  $\sigma_I$  y  $\sigma_{II}$ , según se comprueba por aplicación del círculo de Mohr, Fig. 15.19. Las expresiones que se deduzcan para obtener el valor de las diagonales comprimidas y traccionadas, son válidas para las máx. tensiones tangenciales  $\tau$ , o sea:

$$\sigma_I = \sigma_{II} = \tau$$

Fig. 15.19 Círculo de Mohr



Observando el círculo de Mohr se comprueba que:

$$\tau_x = \tau_y = \sigma_I = \sigma_{II}$$

–¿Qué sucede cuando el hormigón armado se fisura por efecto de las tensiones principales?

Cuando el **hormigón se fisura y pasa al estado II** los ensayos han demostrado que **sólo continúa colaborando en la superficie una delgada lámina de hormigón, como si el interior fuese hueco**.

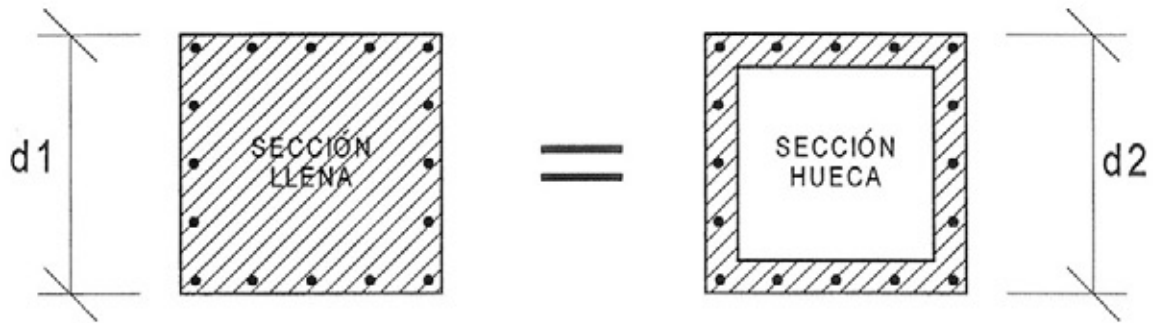


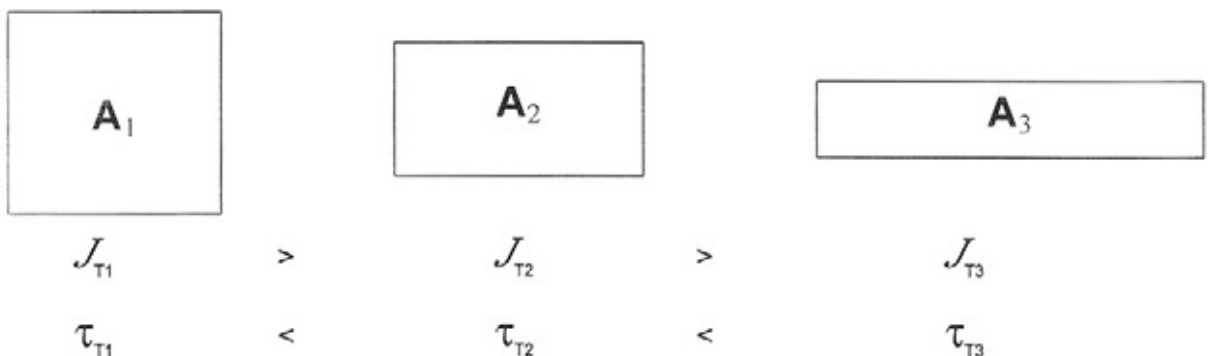
Fig. 15.20

$$\begin{array}{ccc}
 d_1 & = & d_2 \\
 A_{s1} & = & A_{s2} \\
 \sigma_{s1} & = & \sigma_{s2} \\
 \varepsilon_{s1} & = & \varepsilon_{s2}
 \end{array}$$

o sea que, según el gráfico, para la barra de sección cuadrada llena, en estado II, se obtienen las mismas tensiones y deformaciones en el acero que en la sección hueca.

–¿Existe otra diferencia entre los estados I y II ?

Haciendo abstracción de la sección circular, que es la más resistente a torsión, es sabido que en el **estado I** o estado no fisurado, **la mayor rigidez a torsión corresponde a la sección cuadrada**, generándose una marcada disminución en secciones rectangulares a medida que aumenta la diferencia entre los lados, aunque las áreas permanezcan constantes, según se comprueba en los siguientes gráficos comparativos:



De los gráficos surge que a igualdad de áreas, las tensiones  $\tau$  originadas por el momento torsor son mínimas en las barras de sección cuadrada porque poseen el máximo momento de inercia polar  $J_T$ , que define la rigidez de su área.

En cambio, en el **estado II** o estado fisurado, se manifiesta una marcada disminución de la rigidez a torsión en todas las secciones, **no habiendo diferencias entre la capacidad portante de la sección cuadrada con respecto a las diversas secciones rectangulares**, debido a que todas se comportan como si fuesen huecas, ya que sólo sigue colaborando una delgada lámina periférica.

**Conclusión:**

En el Estado II es posible calcular las tensiones con suficiente aproximación, tomando como modelo una sección tubular hueca.

A partir de esta premisa:

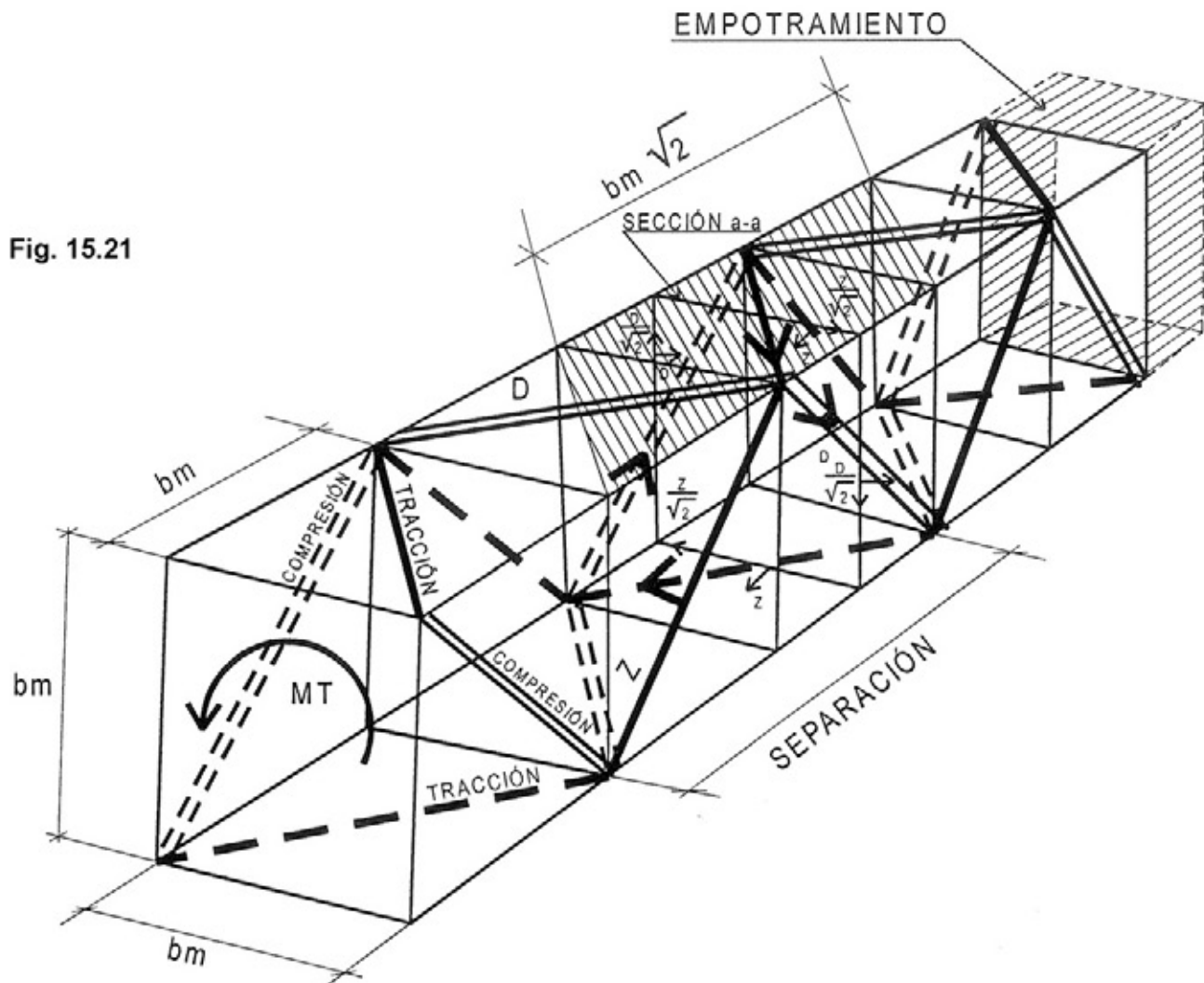
—¿Cómo encaramos el análisis?

Siendo que las trayectorias de las tensiones principales de tracción y compresión forman ángulos de 45 y 135° podemos considerar que:

Las paredes delgadas de los tubos huecos están constituidos por un reticulado cuyas barras poseen la dirección de las tensiones principales

siguiendo un criterio análogo al utilizado con los reticulados supuestos para las vigas solicitadas al corte.

Esto nos permitirá determinar las tensiones actuantes y dimensionar la sección de acero que asimilamos a las barras traccionadas a 45° del siguiente reticulado de sección cuadrada:



Llamando  $D$  a las diagonales comprimidas y  $Z$  a las traccionadas, si analizamos una sección cualquiera a-a las componentes de  $D$  y  $Z$  valdrán, aplicando Pitágoras:

$$\frac{D}{\sqrt{2}} = \frac{Z}{\sqrt{2}}$$

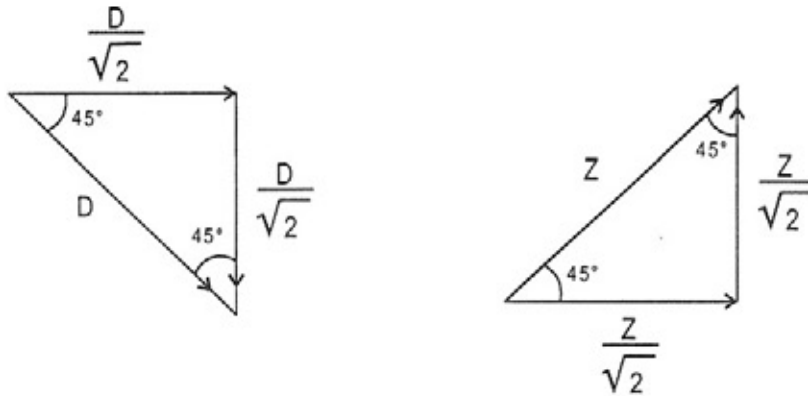


Fig. 15.22

siendo por consiguiente sus esfuerzos característicos en cada una de las 4 caras, provocados por el momento torsor. Fig. 15.23.

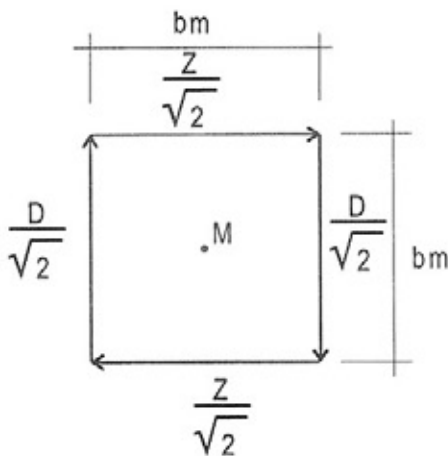


Fig. 15.23

Sección a-a

Así, el momento torsor referido al centro de corte  $M$  valora:

$$M_T = 2 \frac{Z}{\sqrt{2}} \frac{b_m}{2} + 2 \frac{D}{\sqrt{2}} \frac{b_m}{2} \Rightarrow \quad \text{siendo } D = Z, \text{ reemplazamos y simplificamos:}$$

$$M_T = \frac{2D b_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow \quad \boxed{D = \frac{M_T}{b_m \sqrt{2}} = Z \quad (1)}$$

El área de influencia de  $D$  y  $Z$  tiene un ancho igual al valor de la diagonal, según se aprecia en la Fig. 15.21, por lo tanto la tensión unitaria valdrá:



$$D_n = \frac{D}{b_m \sqrt{2}} \quad \text{reemplazando } D \text{ por (1)}$$

$$D_n = \frac{M_T}{b_m \sqrt{2} \cdot b_m \sqrt{2}} = \boxed{\frac{M_T}{b_m^2 \cdot 2} = D_n = Z_n} \quad (2)$$

La tensión en el acero valdrá entonces

$$\sigma_s = \frac{Z_n}{A_{sn}}$$

reemplazando  $Z_n$  por (2) será:

$$\sigma_s = \frac{M_T}{2 b_m^2 A_{sn}}$$

Siendo  $b_m^2$  igual a la sección media  $F_m$  y la sección unitaria de acero  $A_{sn}$  igual al cociente entre la sección total  $A_k$  y su ancho de influencia

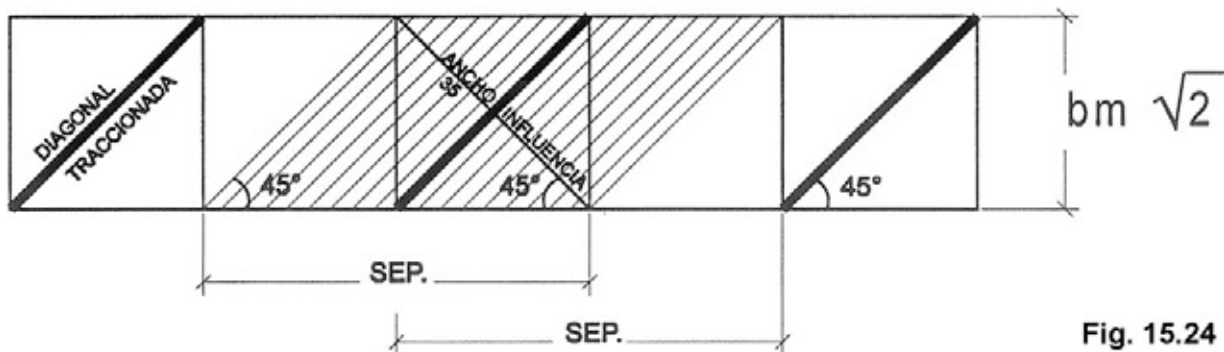


Fig. 15.24

Siendo el ancho de influencia  $a_s = \frac{sep}{\sqrt{2}}$  será  $A_{sn} = \frac{A_k \sqrt{2}}{sep}$

reemplazando se tiene:

$$\sigma_s = \frac{M_T}{2 F_m \frac{A_k}{sep} \sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{\sigma_s = \frac{M_T sep}{2 F_m A_k \sqrt{2}}}$$

de esta expresión podemos despejar la sección necesaria en espiral de acero

$$\boxed{A_k = \frac{M_T sep}{2 F_m \sigma_s \sqrt{2}}}$$

La tensión en el hormigón debido a la diagonal comprimida  $D$  será igual a  $D$  por la sección de una pared.

$$\sigma_b = \frac{D}{aS t_{\min}}$$

reemplazando  $D$  por (1) y siendo

$$aS = b_m \sqrt{2} \quad \text{se tiene}$$

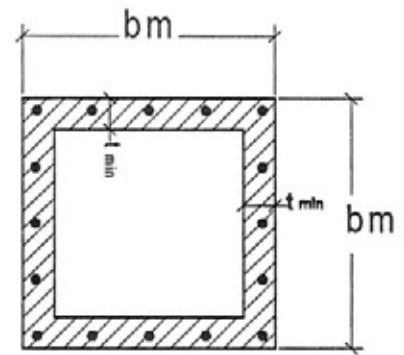


Fig. 15.25

$$\sigma_b = \frac{M_T}{b_m \sqrt{2} b_m \sqrt{2} t_{\min}} = \frac{M_T}{b_m^2 t_{\min}} \Rightarrow \boxed{\sigma_b = \frac{M_T}{2 F_m t_{\min}} = \tau_{II}} \quad (5) \text{ F\u00f3rmula de Bredt}$$

—¿Por qu\u00e9  $\tau_{II} = \sigma_b$ ?

La **tensi\u00f3n tangencial en el estado II**  $\tau_{II}$  es igual a la tensi\u00f3n principal  $\sigma_b$  cuando las diagonales comprimidas y traccionadas forman \u00e1ngulos de  $45^\circ$ , seg\u00fan lo explicado en p\u00e1g. 100, figs. 15.18 y 15.19.

—¿C\u00f3mo determinamos el esp.  $t_{\min}$  de la secci\u00f3n tubular?

En funci\u00f3n de la ubicaci\u00f3n que ocupan las barras longitudinales, pues ese espesor se ir\u00e1 incrementando cuanto m\u00e1s cerca de los respectivos bordes se encuentren estas barras, es decir, cuanto menor sea su recubrimiento, lo que implica una mayor secci\u00f3n en las supuestas paredes de los tubos, con la consecuente disminuci\u00f3n en las tensiones de compresi\u00f3n que soporta la secci\u00f3n hueca sustituta. As\u00ed, de acuerdo a la Fig. 15.26, se consideran que las barras est\u00e1n muy alejadas de los bordes cuando:

$$\boxed{\frac{b_m}{5} \leq \frac{b}{6}}$$

en este caso el espesor ser\u00e1:

$$\boxed{t_{\min} = \frac{b_m}{5}}$$

Consideramos muy cercanas a los bordes las barras cuando:

$$\boxed{\frac{b_m}{5} \geq \frac{b}{6}}$$

en este caso el espesor ser\u00e1:

$$\boxed{t_{\min} = \frac{b}{6}}$$

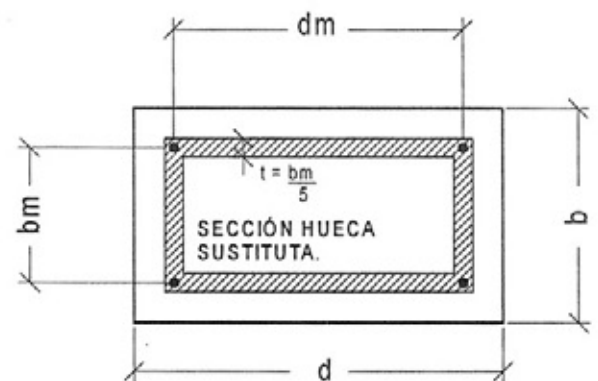


Fig. 15.26  
Barras alejadas de los bordes

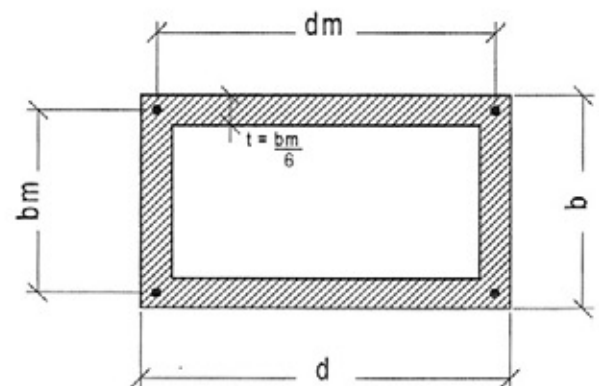


Fig. 15.27  
Barras cercanas a los bordes

–¿Y si realmente fuese una sección tubular hueca?

Se tomará el verdadero espesor de la pared salvo en aquellos casos en que resulte excesivamente alto.

–¿Qué se entiende por espesor real alto?

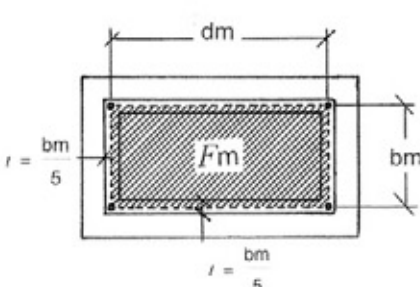
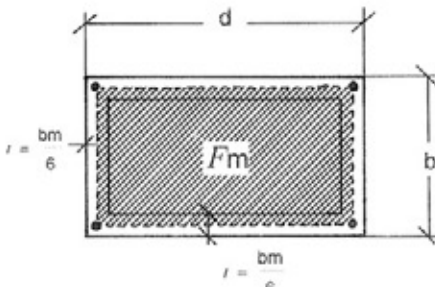
Quando el espesor real sea:

$$\left\{ \begin{array}{l} t > \frac{b}{6} \\ t > \frac{b_m}{5} \end{array} \right.$$

En este caso, debemos considerar, al igual que en las secciones llenas, una sección hueca sustituta, según lo visto.

–¿Cómo hallamos el área media  $F_m$  en secciones llenas?

Con los mismos criterios utilizados para calcular los espesores de las secciones tubulares huecas sustitutas, es decir:

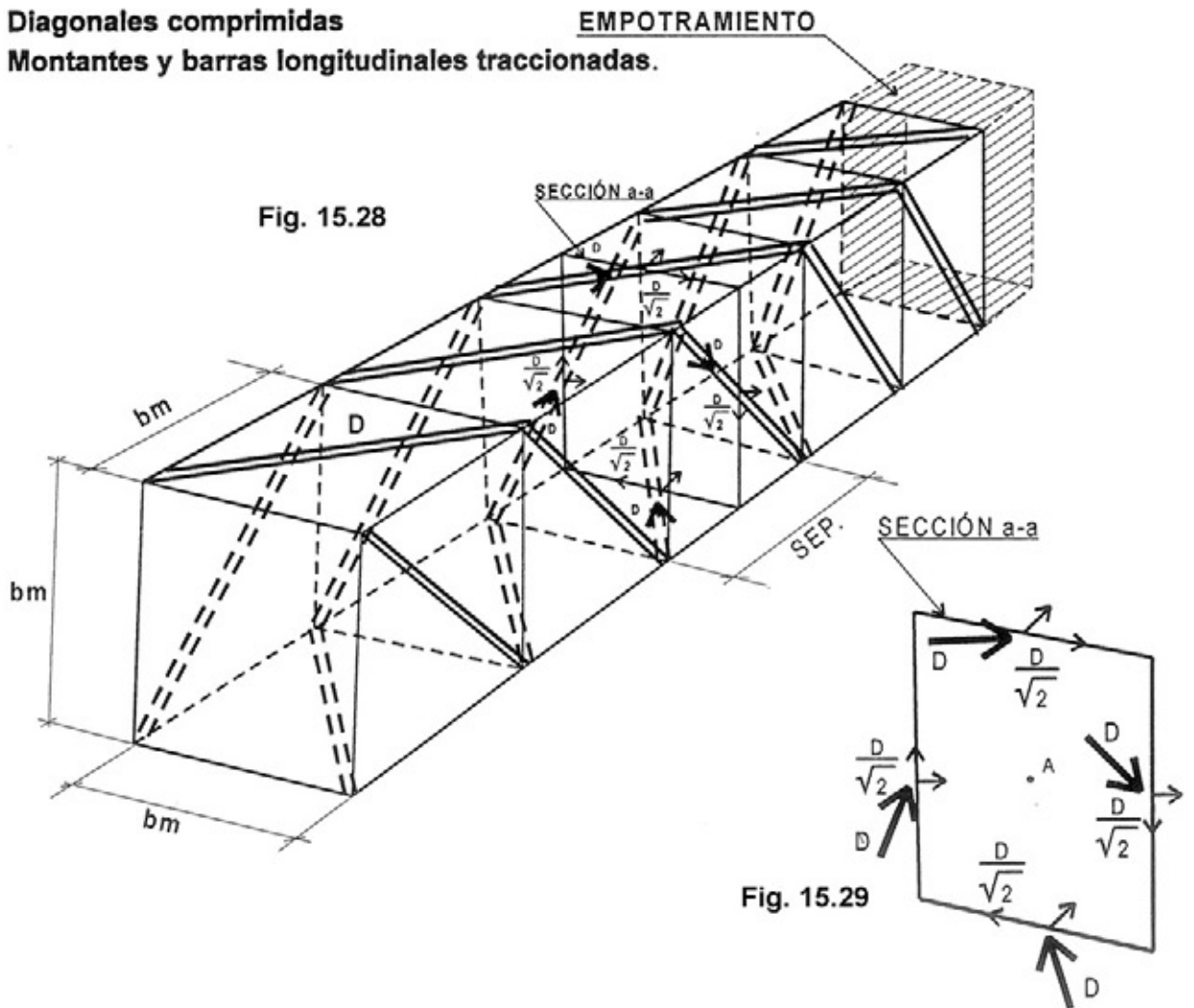
	
$t = \frac{bm}{5}$ <p>Barras de esquina ubicadas profundamente cuando</p> $\frac{bm}{5} < \frac{b}{6}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">F_m = bm \cdot dm</math> </div> <p>El área media se mide entre ejes de barras</p>	$t = \frac{b}{6}$ <p>Barras de esquina cerca de los bordes cuando</p> $\frac{bm}{5} > \frac{b}{6}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">F_m = [b - b/6][d - b/6]</math> </div> <p>El área media es menor a la encerrada entre ejes de barras</p>
<p>Dado que en la generalidad de los casos, las barras están alejadas de los bordes, el CIRSOC, con criterio simplificativo adopta</p> <p><b>Área media <math>F_m = bm \cdot D_m</math></b></p>	

**Piezas armadas con estribos y barras longitudinales**

Para su resolución utilizamos el siguiente reticulado espacial constituido por:

**Diagonales comprimidas**

**Montantes y barras longitudinales traccionadas.**



Tomando nuevamente una sección a-a cualquiera, la resultante de compresión  $D$  dará lugar en dicha sección a los siguientes esfuerzos característicos, según Figs. 15.28 a 15.31.

**Figs. 15.30/15.31.**

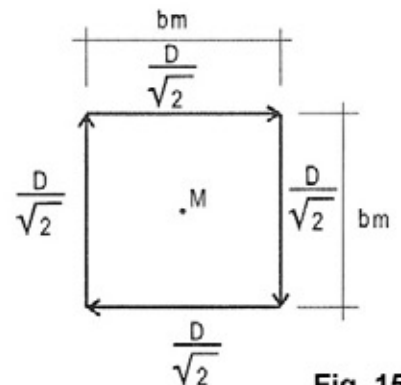
El momento torsor referido al centro de corte  $M$ , valdrá

$$M_T = \frac{4D}{\sqrt{b_m}} \frac{b_m}{2} \Rightarrow$$

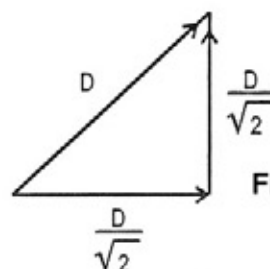
$$M_T = \frac{2Db_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$M_T = \sqrt{2} D b_m \Rightarrow$$

$$D = \frac{M_T}{\sqrt{2} b_m} \quad (6)$$



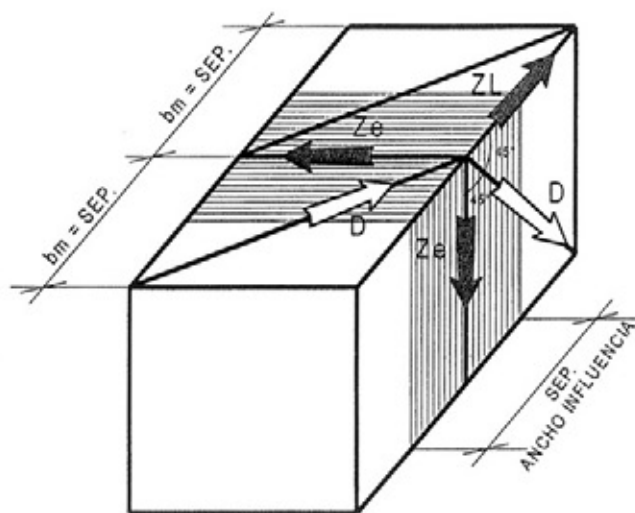
**Fig. 15.30**



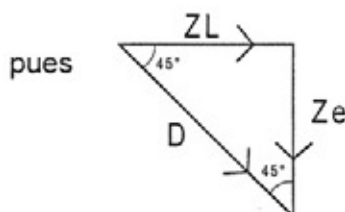
**Fig. 15.31**

Siendo un reticulado cuadrado, la componente de tracción transversal  $Z_e$  y la longitudinal de tracción  $Z_L$  valdrán también, según Fig. 15.32:

Ilustración, Fig. 15.32



$$Z_e = Z_L = \frac{D}{\sqrt{2}}$$



Por consiguiente, reemplazando  $D$  nuevamente por (6)

$$Z_L = Z_e = \frac{M_T}{\sqrt{2} b_m \cdot \sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$\boxed{Z_L = Z_e = \frac{M_T}{2 b_m}} \quad (7)$$

Dividiendo por el ancho de influencia  $b_m = \text{sep}$  se obtiene la tensión transversal por unidad de longitud

$$Z_{en} = \frac{Z_e}{b_m} = \frac{M_T}{2 b_m b_m} = \frac{M_T}{2 b_m^2} = Z_{en}$$

De igual modo, dividiendo la sección de cada estribo por su ancho de influencia igual a la separación se tiene la sección unitaria de los estribos:

$$\frac{a_{se}}{\text{sep}} = a_{sen}$$

Por lo tanto, dividiendo  $Z_{en}$  por  $a_{sen}$  se obtendrá la tensión unitaria  $\sigma_{se}$  que absorben c/u de los estribos:

$$\sigma_{se} = \frac{Z_{en}}{a_{sen}} = \frac{M_T}{2 b_m^2 \frac{a_{se}}{\text{sep}}} = \boxed{\frac{M_T \text{ sep}}{2 F_m a_{se}}} = \sigma_{se}$$

Lo que nos permite hallar la tensión que absorben los estribos en función de una sección adoptada, o bien, podemos despejar la **sección necesaria de cada estribo**:

$$\boxed{a_{se} = \frac{M_T \text{ sep}}{2 F_m \cdot a_{se}}} \quad (8)$$

Con el mismo criterio:

Dividiendo  $Z_L$  por el ancho de influencia igual a todo el perímetro se obtiene la tensión longitudinal de tracción  $Z_{Ln}$ :

$$Z_{Ln} = \frac{Z_L}{b_m} \quad \text{reemplazando } Z_L \text{ por (7)}$$

$$Z_{Ln} = \frac{M_T}{2 b_m \cdot b_m} = \frac{M_T}{2 b_m^2} \Rightarrow \boxed{Z_{Ln} = \frac{M_T}{2 F_m}} \quad (9)$$

De igual modo, dividiendo la sección total de las barras longitudinales  $A_{SL}$  por el perímetro de la pieza, obtenemos la sección unitaria longitudinal:

$$A_{SLn} = \frac{A_{SL}}{P} \quad (10)$$

Por consiguiente, dividiendo  $Z_{Ln}$  por  $A_{SLn}$  obtendremos la **tensión unitaria de tracción**  $\sigma_{SL}$  que absorben las barras longitudinales:

$$\sigma_{SL} = \frac{Z_{Ln}}{A_{SLn}} = \frac{\frac{M_T}{2 F_m}}{\frac{A_{SL}}{P}} \Rightarrow \boxed{\sigma_{SL} = \frac{M_T P}{2 F_m A_{SL}}} \quad (11)$$

Esta expresión puede utilizarse para verificar la tensión de tracción originada por la torsión en las barras longitudinales de sección  $A_{SL}$ , o bien, dimensionar la sección necesaria para absorber el momento torsor actuante, despejando de (11):

$$\boxed{A_{SL} = \frac{M_T P}{2 F_m \sigma_s}} \quad (12)$$

—¿Cómo se halla la tensión del hormigón generada por la diagonal comprimida?

Dividiendo su valor  $D$  por la sección hueca equivalente a la delgada lámina periférica resistente, de valor  $a_D$ , por su espesor  $t$ , o sea:

$$\text{Tensión Unitaria del Hormigón } \sigma_b = \frac{D}{a_D \cdot t}$$

Reemplazando  $D$  por su valor hallado en (6) y siendo el ancho de influencia de la diagonal comprimida, según Fig. 15.33

$$a_D = \frac{b_m}{\sqrt{2}} \quad \text{se tiene:}$$

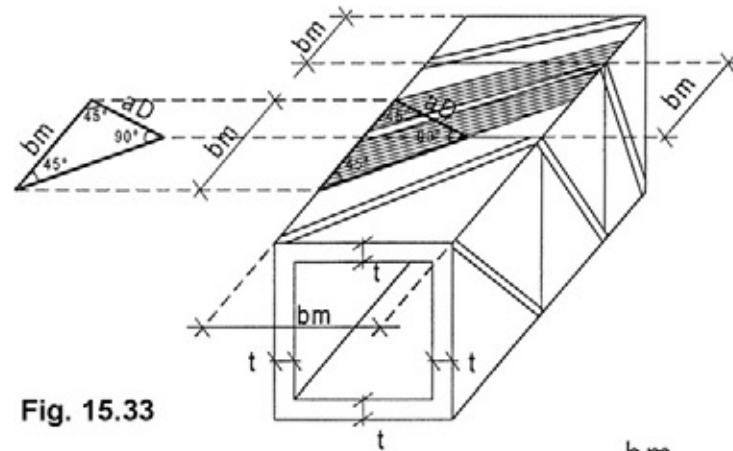


Fig. 15.33

$$\sigma_b = \frac{M_T}{\frac{\sqrt{2} b_m}{b_m t}} \Rightarrow \sigma_b = \frac{M_T}{b_m^2 t}$$

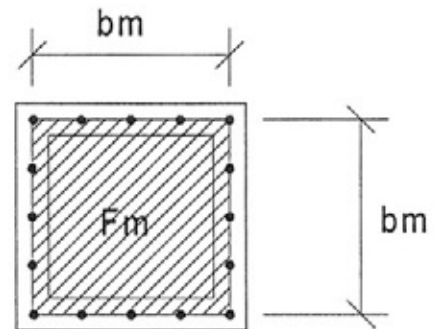


Fig. 15.34

Siendo  $b_m^2$  igual a la sección media  $F_m$ , (fig. 15.34) se tiene finalmente:

$$\sigma_b = \frac{M_T}{F_m t} \quad (13)$$

Comparando esta expresión con la (5) deducida para un reticulado a  $45^\circ$  y  $135^\circ$ , se comprueba que:

En las armaduras ortogonales formadas por estribos y barras longitudinales, la tensión del hormigón en las diagonales comprimidas se duplica, con relación a las obtenidas con armadura helicoidal.

Esto ha sido avalado por numerosos ensayos que confirman una:

Mayor resistencia a la rotura por torsión en las barras circulares con armadura en espiral respecto de la armadura ortogonal. Fig. 15.35

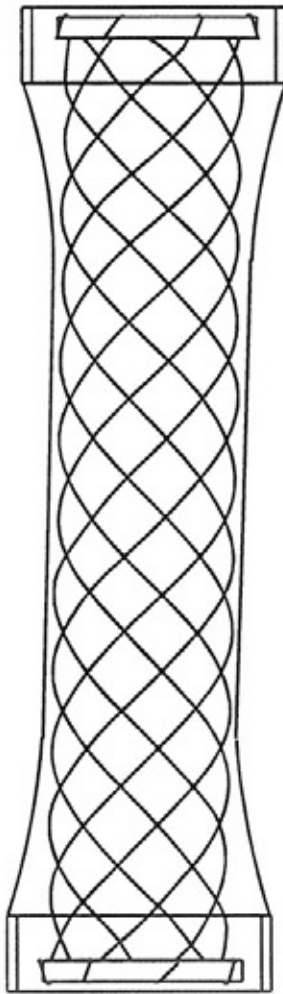


Fig. 15.35

ARMADURA EN  
ESPIRAL

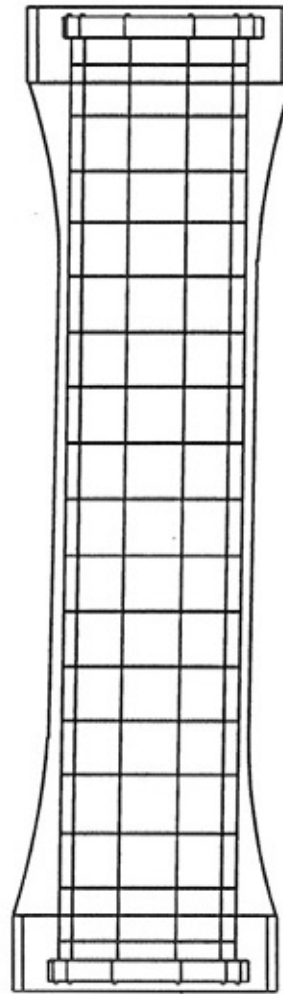


Fig. 15.36

ESTRIBOS Y BARRAS  
LONGITUDINALES

–¿Se deduce entonces que resulta más eficiente una armadura en espiral?

Siempre que la dirección de la espiral coincida con la dirección de las diagonales traccionadas.

Si ello no sucede por algún defecto de doblado, que es complicado, o por una inversión del momento torsor, la armadura será ineficaz.

Sólo puede solucionarse este problema colocando espirales en ambas direcciones principales, según Fig. 15.35, con el consiguiente encarecimiento.

Este problema no se presenta con armaduras ortogonales Fig.15.36, pues analizando el reticulado análogo de la Fig. 15.28, se comprueba que:

**Cualquiera sea el sentido del momento torsor, las diagonales comprimidas serán siempre absorbidas por el hormigón, y los estribos y barras longitudinales trabajarán siempre a torsión.**

Además, como en la mayoría de los casos, el máximo momento torsor está desfasado respecto del momento flexor máximo, la armadura longitudinal puede absorber ambas sollicitaciones, con la lógica economía.

Otro tanto sucede con los estribos, en particular, cuando el corte máximo no coincide con el momento torsor máximo.

Es por ello que normalmente:



**La armadura de torsión está constituida por estribos y barras longitudinales**

Si con estribos y barras longitudinales las tensiones de compresión se duplican respecto de la armadura en espiral, también se han de duplicar las tensiones tangenciales por torsión " $\tau_T$ ", o sea que:

Para armadura a 45°	$\sigma_b = \tau_T''$
Para estribos y barras longitudinales	$\sigma_b = 2 \tau_T''$

Se comprueba entonces que, al igual que en las tensiones límites de resbalamiento por corte:

**El límite superior de las tensiones tangenciales de torsión en Estado II, está condicionado por la capacidad resistente del hormigón en las diagonales ideales comprimidas.**

En función de esta relación, las normas vigentes, con criterio simplificador, **reemplazan la verificación del hormigón a compresión** por la:

**Verificación de las tensiones tangenciales límites,**

siguiendo criterios similares a las tensiones límites de corte.

Esto hace innecesario, entre otras cosas, el cálculo del espesor de las supuestas paredes de los tubos, abreviando las operaciones.

*–¿Pueden reducirse las tensiones tangenciales de torsión, en forma similar a las de corte?*

No es posible, en razón de que tanto las diagonales comprimidas como las traccionadas en el reticulado espacial, tienen siempre una inclinación no menor a 45°.

*–¿Soportan algún esfuerzo adicional los estribos y las barras longitudinales?*

El esfuerzo de tracción generado por el desvío de las diagonales comprimidas en los vértices del reticulado espacial, según se observa en la fig. 15.37, el que puede hacer saltar el hormigón, según fig. 15.38 debiendo ser absorbida en consecuencia por el acero de los estribos, o bien, por barras longitudinales.

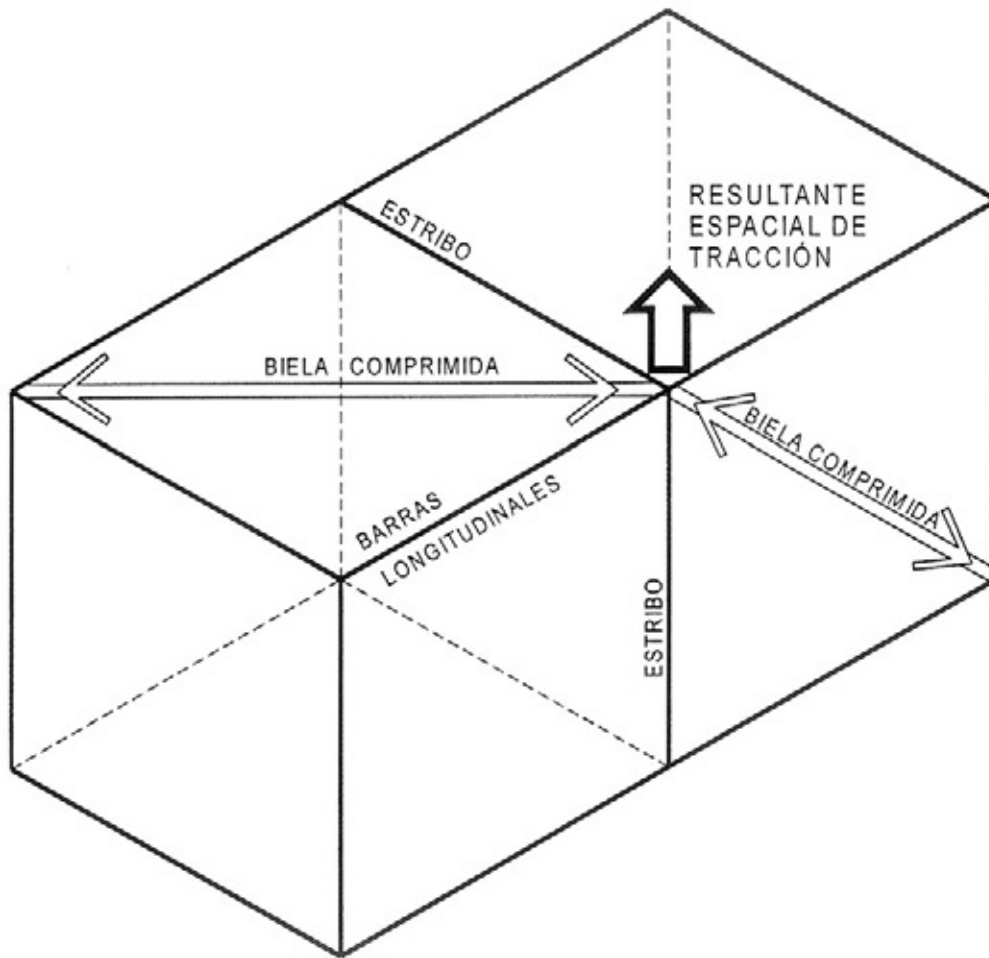
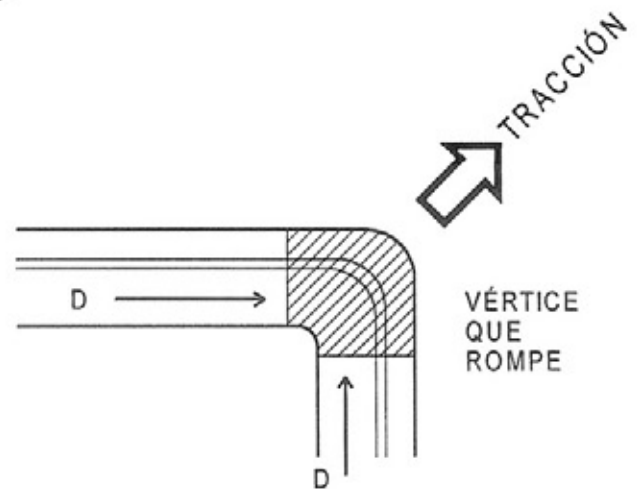


Fig. 15.37

Fig. 15.38



Es por ello que, aún con armadura a 45°, se recomienda agregar barras longitudinales para proteger estos vértices, y asegurar una adecuada transferencia de esfuerzos de las diagonales comprimidas en sus cambios de dirección, lo que encarece aún más la solución con barras en espiral., fig. 15.39. Este es otro de los motivos, además de los expuestos, por el que se prefieren y utilizan habitualmente, los estribos y barras longitudinales.

Para mayor claridad sólo se han graficado las diagonales comprimidas.

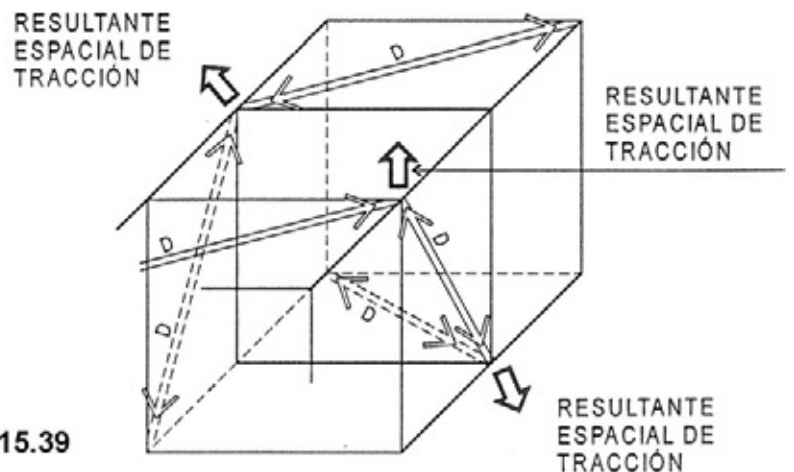


Fig. 15.39

—¿Cuál es el grado de analogía entre el reticulado espacial y la estructura real?

Aunque la analogía entre ambos está avalada por numerosos ensayos, no deja de ser una simplificación de la realidad, que es mucho más compleja.

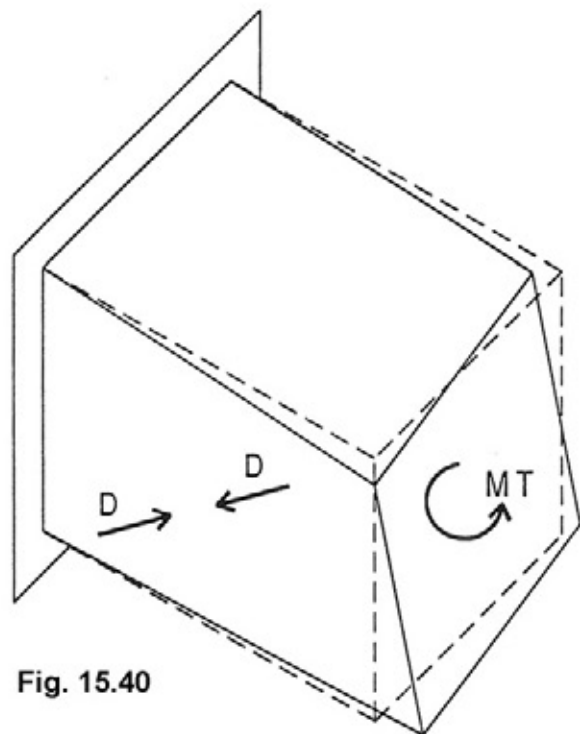


Fig. 15.40

Por ejemplo, para armaduras compuestas por estribos y barras longitudinales, se han observado en el centro de las superficies exteriores comprimidas acortamientos en el hormigón debido al alabeo de las superficies, (Fig.15.40), que corresponden a tensiones mucho mayores que las obtenidas con el reticulado espacial, lo que incrementa el riesgo de que la pieza torsionada falle por compresión.

Por ello es que resulta necesario reducir las tensiones en el hormigón, y con ese fin es que los reglamentos vigentes fijan tensiones admisibles reducidas, si se las compara con las tensiones de resbalamiento por corte.

A ello se agrega que para un mismo momento torsor, las tensiones en las diagonales comprimidas del hormigón se duplican cuando se utilizan estribos y barras longitudinales, como ya quedó demostrado con la expresión (13) de la pag.110, lo que obliga a ser medurado en la elección de las tensiones de trabajo.

Así, mientras en corte el límite superior es  $\tau_{03}$ , en

Torsión la tensión deberá ser igual o menor a  $\tau_{02}$  o sea, un 40% menor que en el corte.

Lo cual queda confirmado con la lectura y análisis de las disposiciones reglamentarias en la página siguiente:

### Disposiciones reglamentarias

Toman como valor básico las tensiones límites de corte, que dependen de las respectivas resistencias características del hormigón, según esta tabla:

Tabla T 2

	Resistencia característica $\beta_{CN}$ en $\text{kg/cm}^2$						
	110	130	170	210	300	380	470
$\tau_{012}$	4	5	6,5	7,5	10	11	12,5
$\tau_{02}$	9	12	15	18	24	27	30
$\tau_{03}$	15	20	25	30	40	45	50

Con estos valores básicos se establecen las siguiente disposiciones, a partir de la:

**Tensión tangencial por torsión en estado I**

$$\tau_T = \frac{M_T}{W_T}$$

La tensión  $\tau_T$  se puede hallar también utilizando la tabla de pág. 99, para distintas secciones y relaciones.

El CIRSOC establece en Pág. 206, Tomo 2:

**A. Torsión pura**

Si $\tau_T \leq 0,25\tau_{02}$ no es necesario verificar la armadura
Si $0,25\tau_{02} \leq \tau_T \leq \tau_{02}$ debe verificarse la armadura
Si $\tau_{02} < \tau_T$ debe redimensionarse la sección

**B. Torsión y corte**

Si $(\tau_o + \tau_T) \leq \tau_{012}$ no es necesario verificar la armadura
Si $(\tau_o + \tau_T) > \tau_{012}$ y además: $(\tau_o + \tau_T) < 1,3\tau_{02}$ $\tau_o \leq \tau_{03}$ $\tau_T \leq \tau_{02}$ se deberá dimensionar por separado: <ul style="list-style-type: none"> <li>• la armadura de corte para absorber <math>\tau_o</math></li> <li>• la armadura de torsión para absorber <math>\tau_T</math></li> </ul>
Si $(\tau_o + \tau_T) > 1,3\tau_{02}$ o bien $\tau_o > \tau_{03}$ o bien $\tau_T > \tau_{02}$ deberá redimensionarse la sección

–¿Cuáles son los criterios de dimensionamiento en una viga sometida a flexión, corte y torsión?

Surgen con el análisis de la siguiente viga, que recibe el apeo de una columna, que le transmite una carga puntual  $P$ , y el apoyo de una ménsula que le transmite un par torsor  $M_T = P.a$  y una carga puntual.

Si la carga de la columna es grande en comparación con la que proviene de la ménsula (Fig.15.41), los diagramas de corte (Fig.15.42), flexión (Fig.15.43), torsión (Fig.15.44) pueden ser los representados.

Observando los 3 diagramas comprobamos que en este caso particular no coinciden sus valores máximos pues:

$Q_{\max}$  en  
apoyo derecho B

$M_{t\max}$   
bajo columna

$M_{T. \max}$   
apoyo izquierdo A

Por consiguiente, los criterios a seguir para el dimensionamiento de los estribos y barras longitudinales serán:

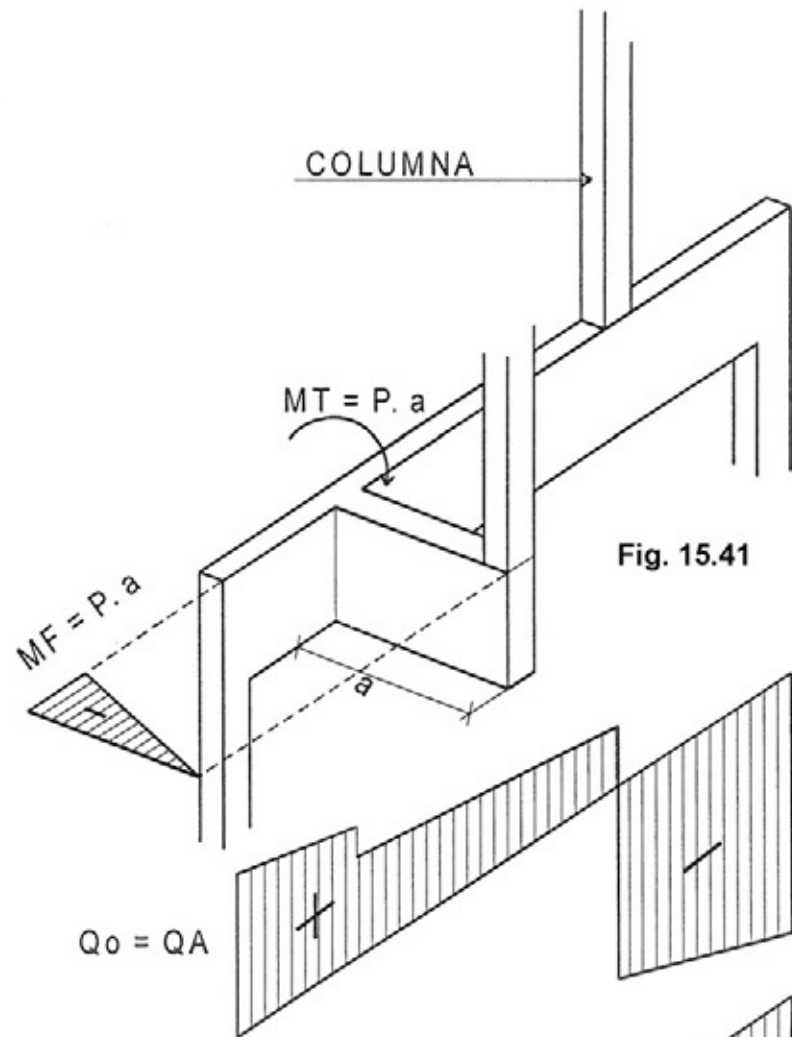
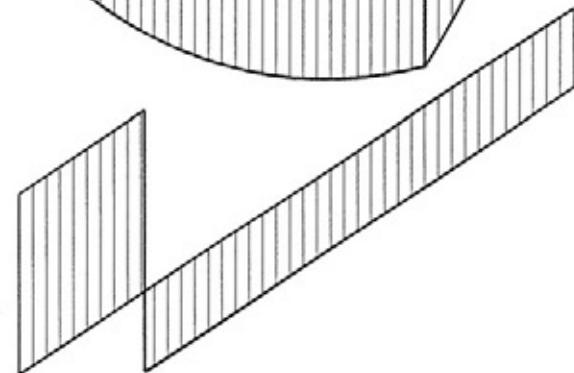
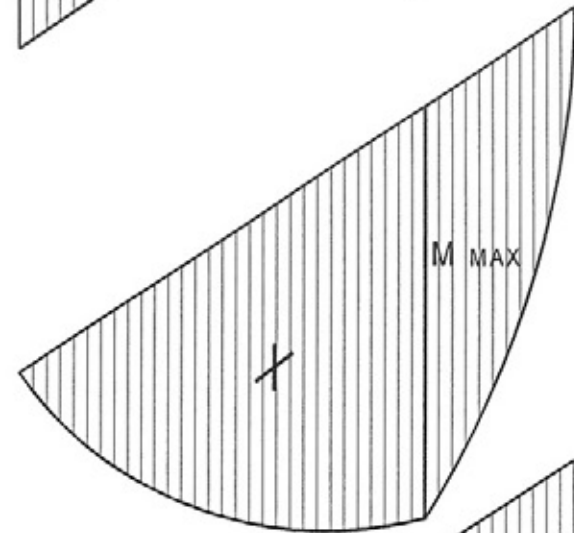


Fig. 15.42

Fig. 15.43

Fig. 15.44



**Estribos**

Como estos toman corte y torsión tendremos en:

Sector izquierdo

La situación más desfavorable se da en el apoyo A.

$A_{se} \text{ para } M_{Tmax} + A_{se} \text{ para } Q_o$       apoyo A

Sector derecho

La situación más desfavorable se da en el apoyo B.

$A_{se} \text{ para } Q_{max} + A_{se} \text{ para } M_T$       apoyo B

**Barras longitudinales**

Como estas toman flexión y torsión:

La situación más desfavorable se da bajo la columna

$A_{sl} \text{ para } M_{max} + A_{sl} \text{ para } M_T$       bajo columna

Se deduce de este ejemplo que en cada caso es necesario analizar todos los diagramas para determinar los criterios a seguir, ya que éstos suelen variar con las distintas combinaciones de cargas y sustentaciones.

### Ejemplo numérico

Dimensionar la viga que sostiene un voladizo de 1,80m de luz por 5.00m de largo. Fig. 15.45.

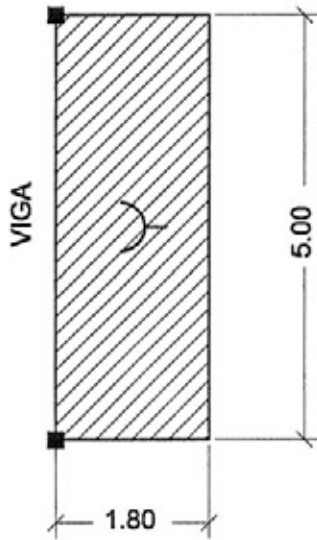


Fig. 15.45

Datos:

$$\begin{aligned} g &= 5 \text{ kn/m}^2 && \text{Hormigón } H17 \\ p &= 1 \text{ kn/m}^2 && \text{Acero } AB42 \\ q &= 6 \text{ kn/m}^2 \end{aligned}$$

#### (1) Predimensionado viga

$$h = \frac{800}{12} = 67 \text{ cm} = h \quad d_o = 70 \text{ cm}$$

Se adopta  $b_o = 35 \text{ cm}$

#### (2) Análisis de cargas viga

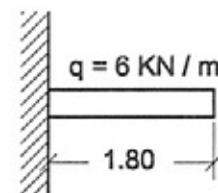
Voladizo $6 \text{ kn/m}^2 \cdot 1,80 \text{ m}$	$10,80 \text{ kn/m}$
Peso propio viga: $0,35 \text{ m} \times 0,70 \text{ m} \times 24 \text{ kn/m}^3$	$= 5,88 \text{ kn/m}$
	<hr/>
	$q = 1668 \text{ kn/m}$

$q = 17 \text{ kn/m}$
-----------------------

#### Momento torsor por metro lineal de viga:

será igual al momento flexor máximo de voladizo.

$$M_{.tm} = 6 \text{ kn/m} \cdot 1,80 \text{ m} \cdot 0,9 \text{ m} = 9,72 \text{ knm} = \text{mt}$$



-9.72

Fig. 15.46



#### (3) Solicitaciones de viga

$$RA = RB = \frac{17 \text{ kn} \cdot 5 \text{ m}}{2} = 42,5 \text{ kn}$$

$$M_{.fm} = \frac{17 \text{ kn/m} \cdot (5 \text{ m})^2}{8} = 53,13 \text{ knm}$$

$$\text{máx } M_T = \frac{9,72 \text{ kn/m} \cdot 5 \text{ m}}{2} = 24,3 \text{ knm}$$

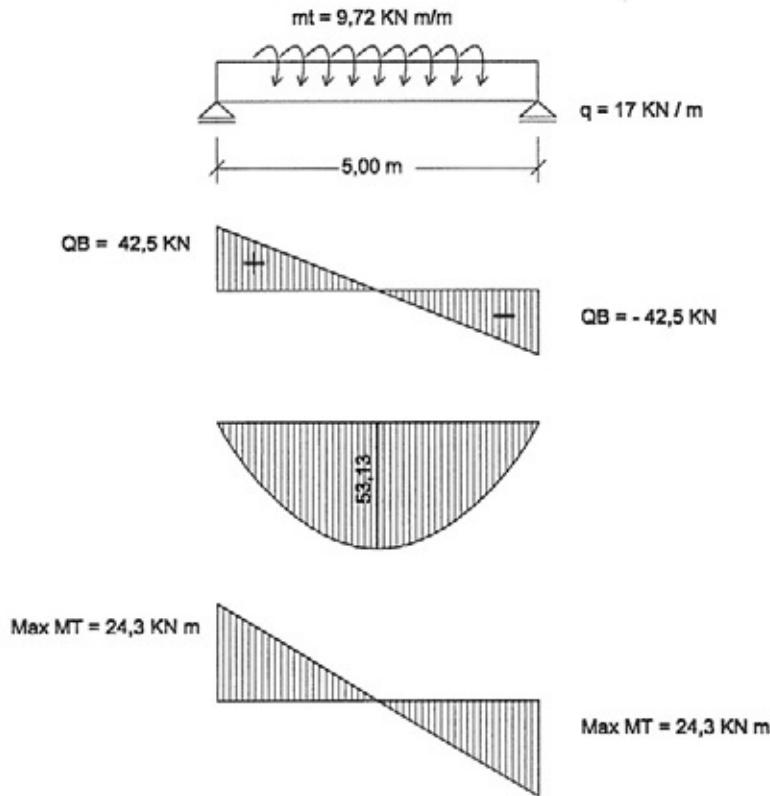


Fig. 15.47

**(4) Verificación viga a flexión y dimensionado  $A_s$**

$$m_s = \frac{M_t}{b_o h^2 \hat{\sigma}_t} = \frac{51313 \text{ kncm}}{35\text{cm} (67\text{cm})^2 1.40 \text{ kn/cm}^2} = 0.024 < 0,193$$

$\begin{matrix} \rightarrow K_z = 0.95 \\ \downarrow \omega_m = 0,055 \end{matrix}$

$$A_s = \omega_m \cdot \frac{b_o h}{\hat{\sigma}_s / \hat{\sigma}_t} = 0.055 \cdot \frac{35 \text{ cm} \times 70 \text{ cm}}{30} = 4.49 \text{ cm}^2$$

Se adoptan 4  $\Phi 12 = 4,52 \text{ cm}^2$

**(5) Verificación y dimensionado al corte**

$$\tau_o = \frac{Q}{b_o z} = \frac{42,5 \text{ kn}}{35 \text{ cm} \cdot 0,95 \cdot 67 \text{ cm}} = 0.019 \text{ kn/cm}^2 < 0,065 \text{ kn/cm}^2$$

Zona 1



Se adoptó  $\tau_o = \tau_{\max} = 0,019 \text{ kn/cm}^2$  por ser un valor muy bajo.

Por consiguiente, el corte se puede absorber con estribos.

$$\text{Según CIRSOC} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Sep} \leq 0,8 d_o \leq 0,8 \times 70 \text{ cm} = \mathbf{56 \text{ cm}} \\ \text{Sep} \leq \mathbf{30 \text{ cm}} \quad \text{Se adopta la menor sep.} \end{array} \right.$$

Se tiene, provisoriamente:

**Estribos:  $\Phi 6$  c 30 cm**

## (6) Verificación y dimensionado a torsión

**6.1** Calculamos la tensión de **torsión en estado I** con la tabla T1 (pág. 99) entrando con la relación:

$$\text{Para } \frac{d_o}{b_o} = \frac{70 \text{ cm}}{35 \text{ cm}} = 2 \quad \text{de tabla T 1, pág. 99} \quad \beta = 4.07$$

Utilizamos la fórmula que figura en la misma tabla:

$$\tau_{T\max} = \beta \frac{M_T}{b^2 d} \quad \text{Reemplazando valores}$$

$$\tau_{T\max} = 4,07 \cdot \frac{2430 \text{ kncm}}{(35 \text{ cm})^2 70 \text{ cm}} = 0,115 \frac{\text{kn}}{\text{cm}^2}$$

Con este valor y con  $\tau_o$  realizamos las siguientes:

## 6.2 Verificaciones reglamentarias de corte + torsión

Aplicando lo expuesto en la pág.115 se tiene:

$$\tau_o + \tau_T = 0.019 \text{ kn/cm}^2 + 0.115 \text{ kn/cm}^2 = \boxed{0.125 \text{ kn/cm}^2 \geq 0.065 \text{ kn/cm}^2 = \tau_{012}}$$

Por lo tanto, deben realizarse las siguientes verificaciones, según pág. 115

$$\tau_o + \tau_T \leq 1.3 \tau_{02} \quad \text{De tabla T2 pág. 114} \quad \tau_{02} = 0,15 \text{ kn/cm}^2$$

$$1.3 \tau_{02} = 1.3 \cdot 0.15 \text{ kn/cm}^2 = 0,195 \text{ kn/cm}^2$$

$$\tau_o + \tau_T = 0,125 \text{ kn/cm}^2 < 0,195 \text{ kn/cm}^2 \quad \text{Verifica}$$

$$\tau_o \leq \tau_{03} \quad \text{De tabla T2 pág. 114} \quad \tau_{03} = 0,25 \text{ kn/cm}^2$$

$$\tau_o = 0,019 \text{ kn/cm}^2 < 0,25 \text{ kn/cm}^2 \quad \text{Verifica}$$

$$\tau_T \leq \tau_{02}$$

$$\tau_T = 0,115 \text{ kn/cm}^2 < 0,15 \text{ kn/cm}^2 \quad \text{Verifica}$$

Por consiguiente:

**Se dimensionarán las armaduras de torsión y de corte por separado.**

La armadura de corte ya fue dimensionada, habiéndose adoptado, en principio:

**Estribos:**  $\phi 6c$  30cm

### 6.3 Dimensionado estribos a torsión

Adoptamos estribos  $\phi 6$ , y calculamos su separación despejando de la expresión (8) pág.108.

$$\text{sep} = \frac{a_{se} \cdot 2 \cdot F_m \cdot \sigma_{se}}{M_T}$$

$$\text{sep} = \frac{0,28 \text{ cm}^2 \cdot 2 \cdot 29 \text{ cm} \cdot 64 \text{ cm} \cdot 24 \text{ kn/cm}^2}{2430 \text{ kn cm}} =$$

$$\text{sep} = 10,26 \text{ cm} \sim 10 \text{ cm}$$

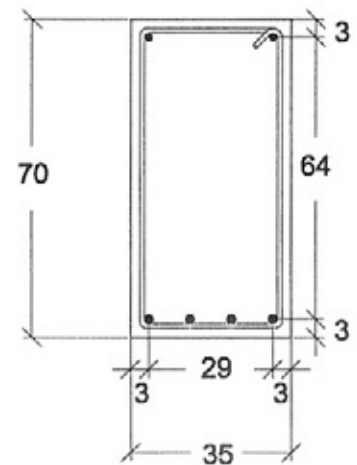


Fig. 15.48

### 6.4 Dimensionado estribos torsión + corte

Habiendo calculado en 6.2 por corte: estribos  $\phi 6c/30 \text{ cm}$

6.3 por torsión: estribos  $\phi 6c/10 \text{ cm}$

La separación definitiva se puede obtener así:

$$\text{Cantidad de estribos de torsión por } m \ell = \frac{100 \text{ cm}}{10 \text{ cm/est}} = 10 \text{ estribos}$$

$$\text{Cantidad de estribos de corte por } m \ell = \frac{100 \text{ cm}}{30 \text{ cm/est}} = 3,33 \text{ estribos}$$

---


$$\text{Total estribos torsión + corte por } m \ell = 13,33 \text{ estribos}$$

Por lo tanto, la separación definitiva será:

$$\text{Separación } \frac{100 \text{ cm}}{13,33 \text{ est/m}} \approx 7,5 \text{ cm}$$

**Torsión + Corte: est.  $\Phi 6c / 7.5 \text{ cm}$**

### 6.5 Dimens. barras longitudinales a torsión

Aplicamos la expresión (12) de pág. 105

$$A_{SL} = \frac{M_T P}{2 F_m \sigma_s}$$

$$A_{SL} = \frac{2430 \text{ kncm} \cdot 2(64 \text{ cm} + 29 \text{ cm})}{2 \cdot 64 \text{ cm} \cdot 29 \text{ cm} \cdot 24 \text{ kn/cm}^2} = 5,07 \text{ cm}^2$$

Observando los diagramas de características de pág.119 comprobamos que el máx. momento torsor se produce donde el momento flexor es nulo; por consiguiente, no es necesario sumar ambas secciones, y en cambio, puede aprovecharse de la armadura ya dimensionada a flexión en punto (4) pág. 119 únicamente los 2  $\phi 12$  ubicados en las esquinas inferiores:

$$A_s \text{ flexión: } 2 \phi 12 \text{ abajo} = 2,26 \text{ cm}^2$$

$$A_s \text{ adicional} = 5,07 \text{ cm}^2 - 2,26 \text{ cm}^2 = 2,81 \text{ cm}^2$$

Se adoptan 10  $\Phi 6 = 2.80 \text{ cm}^2$

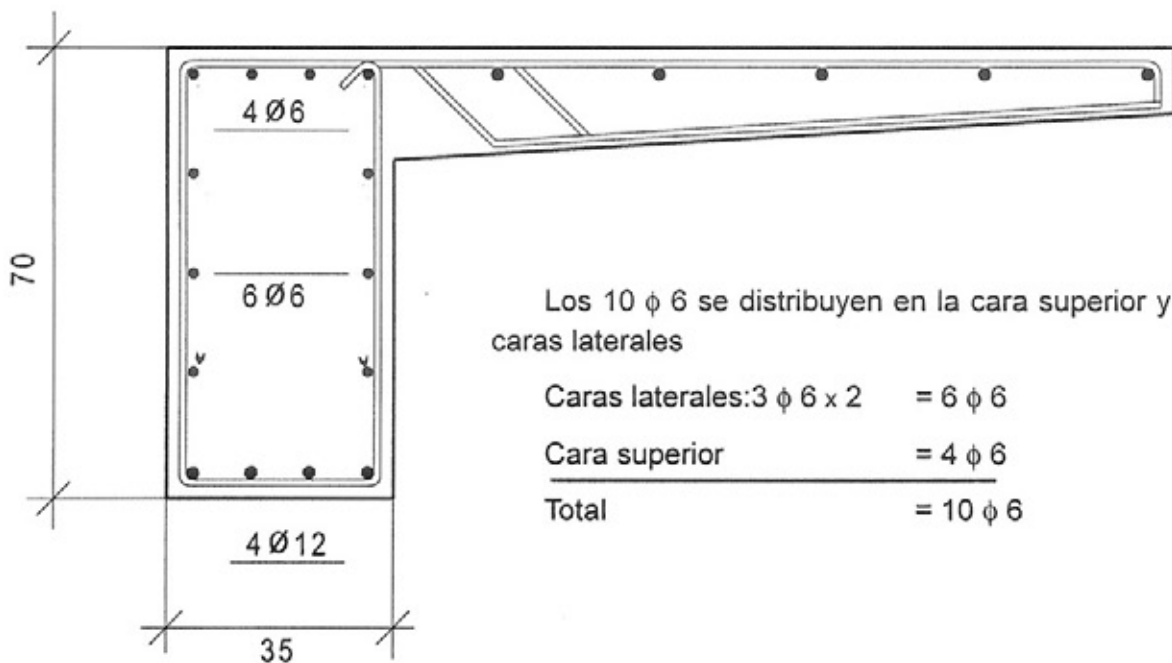
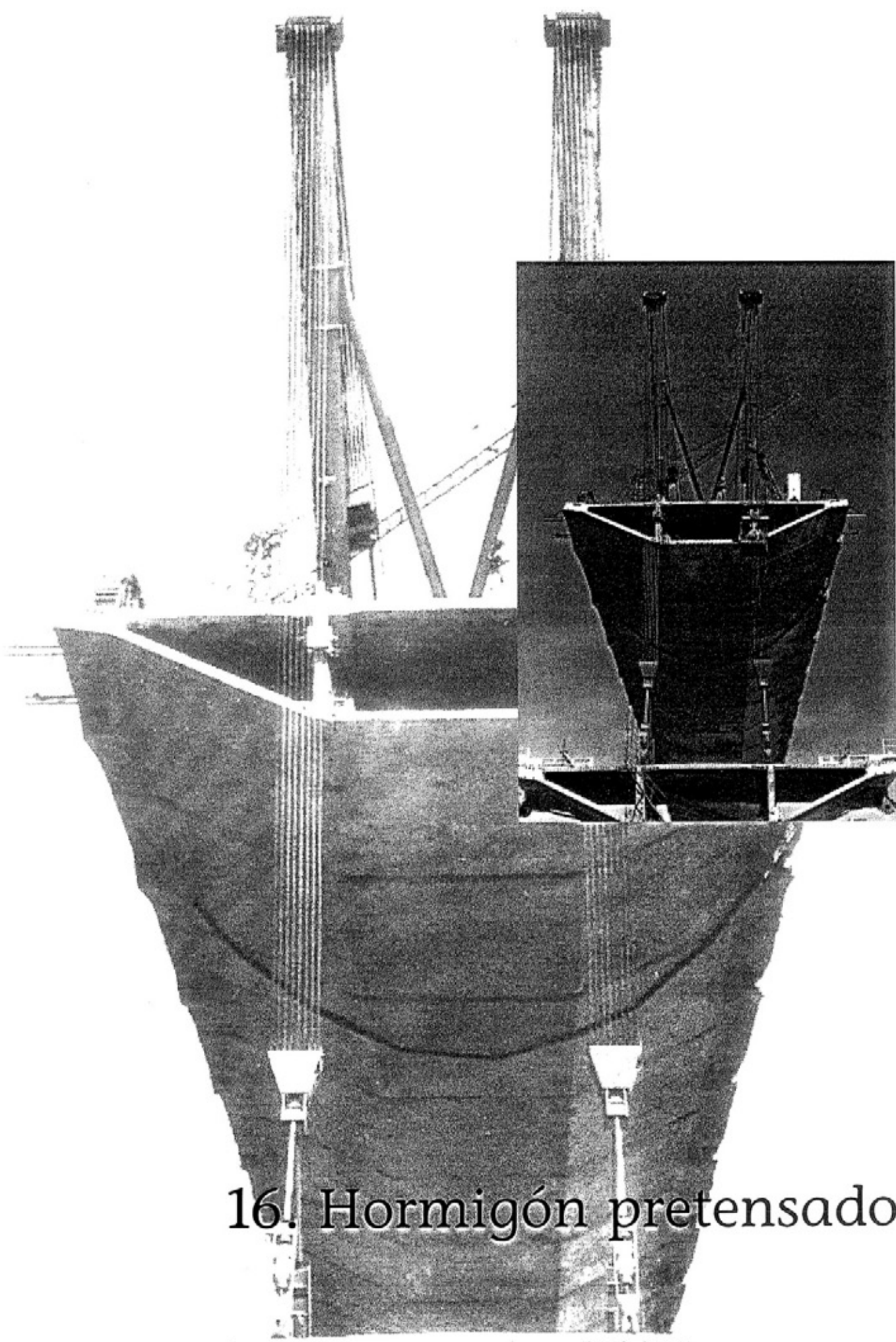


Fig. 15.49



16. Hormigón pretensado



## 16. Hormigón pretensado

---

Aplicando la matemática y los conceptos mecánicos al comportamiento de un edificio real, el estudiante puede entender mejor el propósito y la lógica de la estructura, y lo ayudará a percibir como funciona y como afecta a la forma del edificio.

Adicionalmente, y lo más importante, le enseñará al estudiante a ver las matemáticas como un eficiente medio de comunicación en vez de ser un fin en sí mismo.

El estudiante nunca comprenderá verdaderamente la complejidad del comportamiento estructural sólo mediante la lectura del material descriptivo y/o escuchando clases fascinantes.

El alumno debe resolver problemas reales para aprender ciertamente el tema en estudio y extraer lo que no se entienda.

Finalmente, el estudiante desarrollará un real sentimiento que de vida a la estructura y repentinamente sienta que él es la estructura y por lo tanto experimente el dolor de las concentraciones de las tensiones y de las distorsiones de sus huesos.

Ing. W. Schueller

Mientras que la invención del hormigón armado tuvo características bastante fortuitas, ya que la unión del hormigón con el acero se realizó sin conocer ni vislumbrar siquiera las posibilidades técnicas que encerraban; si el hormigón armado fue en cierta medida producto de la intuición de un artesano que tan solo trataba de reforzar su tiesto para flores con una malla de alambres ubicada en la zona donde este tendía a romperse; por el contrario, el hormigón precomprimido nació en un gabinete de estudios y fue concebido por un técnico, Freyssinet, que conocía muy bien las propiedades del hormigón armado, lo que permitió un desarrollo más científico, consciente y razonado, pues cuando Freyssinet expuso sus teorías sobre el hormigón pretensado ya se poseían amplios conocimientos sobre las deformaciones del hormigón y los aceros de alta resistencia, así como los inconvenientes que presentaba el hormigón simplemente armado.

*—¿Cuáles eran estos inconvenientes?*

Básicamente dos:

1. El desaprovechamiento estructural del hormigón en toda la zona traccionada.
2. La imposibilidad de utilizar aceros de alta resistencia.

*—¿Qué razones impiden su uso en el hormigón armado?*

El que todos los aceros, cualquiera sea su resistencia, posean el mismo módulo de elasticidad. En consecuencia, al existir la posibilidad de aumentar las tensiones en los aceros más resistentes, se producirá también un aumento proporcional de las deformaciones, y con ello de las fisuraciones en el hormigón, con el consecuente riesgo de corrosión y oxidación de las armaduras.

*—¿Qué ventajas ofrecen los aceros de alta resistencia?*

Su economía, pues aunque el costo es el doble de los aceros usos comunes, su límite elástico es de 5 a 7 veces más alto, lo que permite una reducción considerable de su sección. Precisamente, es a partir de la aguda escasez del acero en Europa al finalizar la 2ª Guerra Mundial, e iniciarse la reconstrucción, que recibe el impulso con el que comienza a desarrollarse el hormigón pretensado en la década del 40.

*—¿Cómo se resuelve el primer inconveniente?*

Sometiendo al hormigón a una compresión previa de igual o mayor magnitud que la solicitud de tracción posterior, de manera que toda la sección quede comprimida.

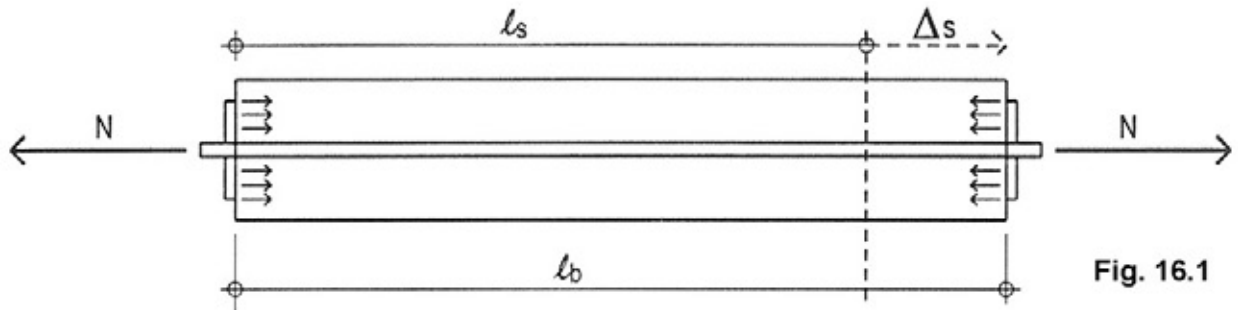
-¿Cómo se aplica la precompresión?

Si se estira un cable de acero un valor  $\Delta s$  mediante una fuerza de tracción  $N$ , y luego se retira la carga, el cable tratará de acortarse nuevamente hasta recuperar su longitud inicial  $l_s$ .

Si impedimos el acortamiento anclando el cable al hormigón después de tensado, presionará sobre éste, comprimiéndolo con una carga inicial

$$N = \Delta s \frac{A_s E_s}{l_s} \quad (1)$$

- $A_s$ : Sección barra de acero.
- $E_s$ : Módulo de elasticidad del acero.
- $l_s$ : Longitud inicial cable de acero.

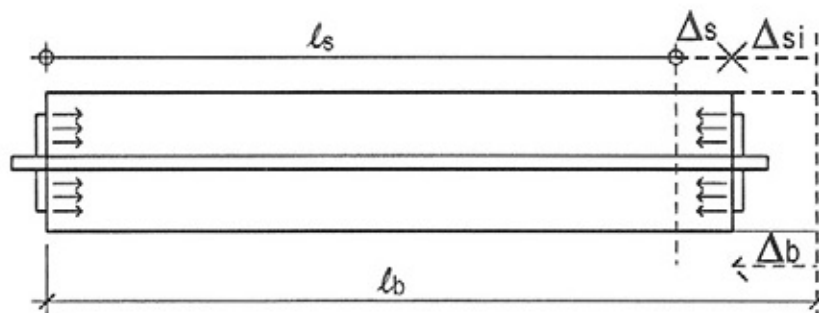


O sea que para comprimir el hormigón, es necesario estirar previamente el acero.

Y a esta conclusión llegó primero Doering, quien en 1888 hizo patentar la idea del pretensado, aunque sin éxito.

-¿A qué se debió el fracaso?

A que la barra de hormigón de longitud  $l_b$ , al ser comprimida, se acortara un valor  $\Delta b$ , obligando al acero a acortarse también un valor  $\Delta s_i = \Delta b$ , disminuyendo así  $\Delta s$ . Como  $N$  y  $\Delta s$  son proporcionales entre sí por ser las únicas variables de la expresión (1), se deduce fácilmente que si  $\Delta s$  se reduce, también lo hará  $N$ , reduciéndose la precompresión según esta figura.



-¿Con qué consecuencias?

Que si  $\Delta s$  disminuye excesivamente, se puede perder progresivamente la precompresión y aun anularse si desaparece  $\Delta s$ .

Y precisamente, este fenómeno demoró el desarrollo de la precompresión durante muchos años, ya que, al cabo de cierto tiempo, los grandes acortamientos del hormigón hacían desaparecer la precompresión.

Mathias Koenen, Arq. Oficial de Prusia, comprobó en numerosos ensayos, que al cabo de 1 a 3 años desaparecía por completo la precompresión.

En aquel entonces no era posible dar una explicación a este fenómeno ya que sólo se contaba con una idea más o menos clara de las deformaciones elásticas instantáneas.



A medida que fueron progresando los estudios, se fue descubriendo que, a la deformación instantánea provocada por la carga debían adicionarse las deformaciones por contracción de endurecimiento y por fluencia lenta a través del tiempo, las que son de tal importancia que en conjunto suelen duplicar, e incluso triplicar o cuadruplicar la deformación elástica inicial en el hormigón.

Incluso, se comprobó que los aceros muy tensionados durante largos períodos, sufren el fenómeno de relajamiento, el que consiste en una disminución o descarga lenta de la tensión aunque los alargamientos permanezcan constantes.

—¿Qué tiempo demandan las pérdidas de tensión?

Aproximadamente:

A los 15 días se verifica un 25%

A los 60 días se verifica un 50%

Entre los 2 a 3 años se verifica un 75%

—¿Qué grado de incidencia tienen *c/u* de los factores mencionados?

Deformación elástica instantánea hormigón:	2 a 3%
Deformación por contracción lenta de endurecimiento:	6 a 7%
Deformación por fluencia lenta del hormigón:	5 a 6%
Relajación del acero:	2 a 3%
Caída de tensión por razones constructivas:	9 a 12%
<hr/>	
Porcentaje total de caídas de tensión	24 a 31%

—¿Cómo se neutraliza la caída de tensión?

Sometiendo a los aceros a grandes alargamientos, muy superiores a los acortamientos por contracción de endurecimiento y fluencia lenta con el objeto de tener siempre alargamientos que permitan asegurar la máxima tensión de compresión en el hormigón, lo cual se logra aumentando considerablemente las tensiones actuantes. Y ello sólo es posible si se utilizan aceros de alta resistencia.

—¿Qué tensiones debieran aplicarse para la precompresión?

Surge de la magnitud de la caída de tensión, la que puede estimarse en  $\sim 2600 \text{ kg/cm}^2$ , lo que impediría el uso de aceros comunes con un límite elástico  $\beta_s = 2200 \text{ kg/cm}^2$ , pues se perdería totalmente la precompresión al ser ésta menor que la caída de tensión. Es lo que sucedía a principios de siglo, cuando no se contaba con aceros especiales.

Incluso, serían inconvenientes los aceros habitualmente utilizados en hormigón, con un  $\beta_s = 4200 \text{ kg/cm}^2$ , ya que la caída de tensión sería de:

$$\frac{2600 \text{ kg/cm}^2}{4200 \text{ kg/cm}^2} \cdot 100\% = 62\%,$$

valor muy grande comparado con la tensión total, pues sólo se contaría con un 38% de precompresión.

En cambio, utilizando aceros con un límite elástico de  $12.000 \text{ kg/cm}^2$  tensados a  $10.500 \text{ kg/cm}^2$ , la caída de tensión sólo sería de:

$$\frac{2600 \text{ kg/cm}^2}{10500 \text{ kg/cm}^2} \cdot 100\% = 25\%$$

o sea, apenas una cuarta parte del valor total.

Este descubrimiento fue hecho por Karl Wettstein en 1925, en Austria, usando alambres de alta resistencia, y posibilitando desde entonces el desarrollo de esta novedosa técnica en los distintos campos de aplicación.

Resulta interesante comprobar que así como en el hormigón armado no es posible el uso de aceros de alta resistencia debido al problema de la fisuración, estos deben necesariamente ser utilizados en el hormigón pretensado debido a la caída de tensión.

Se deduce entonces que, si por economía se quieren emplear aceros de alta resistencia, hay que pretensarlos, y si se quieren aplicar técnicas de pretensado para eliminar la tracción en el hormigón, hay que emplear aceros de alta resistencia, es decir, que por los 2 caminos se llega al mismo resultado:

**La necesidad de usar aceros de alta resistencia en hormigón precomprimido**

*—¿Y respecto del hormigón?*

Habiéndose demostrado por numerosos ensayos que los aceros altamente tensionados y de menor diámetro son más sensibles a la corrosión, deben protegerse con hormigones más densos, con una relación agua cemento baja, que disminuya los canales capilares, generando a una mayor resistencia.

El uso de hormigones más resistentes permite aumentar las tensiones de precompresión y lograr un mejor aprovechamiento de toda la sección.

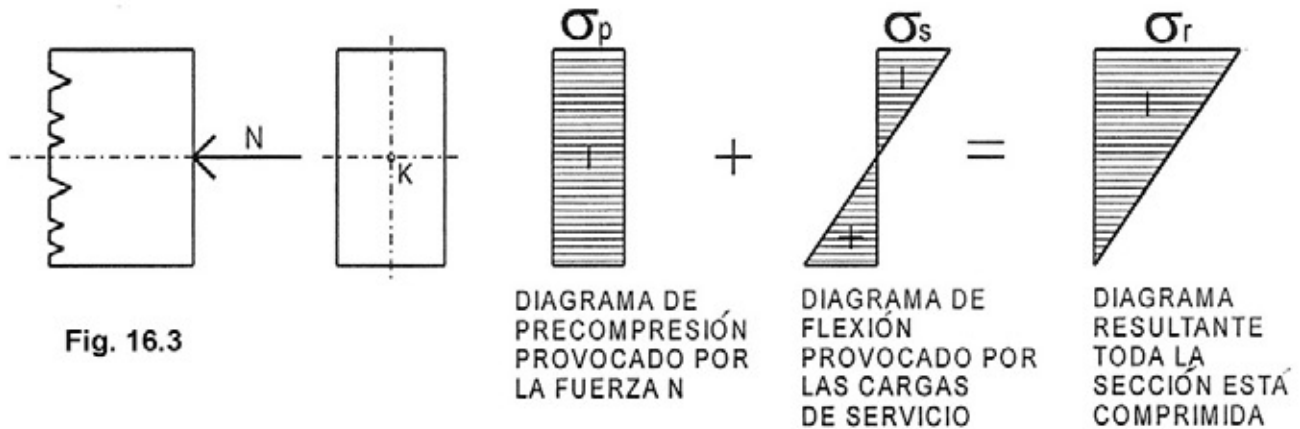
Además, los hormigones de más resistencia poseen mayor módulo de elasticidad, lo que da lugar a acortamientos más reducidos, y con ello a una menor caída de tensión.

Conclusión:

**En precompresión deben utilizarse hormigones de alta resistencia característica, entre 300 y 400 kg/cm<sup>2</sup>**

## Estado tensional

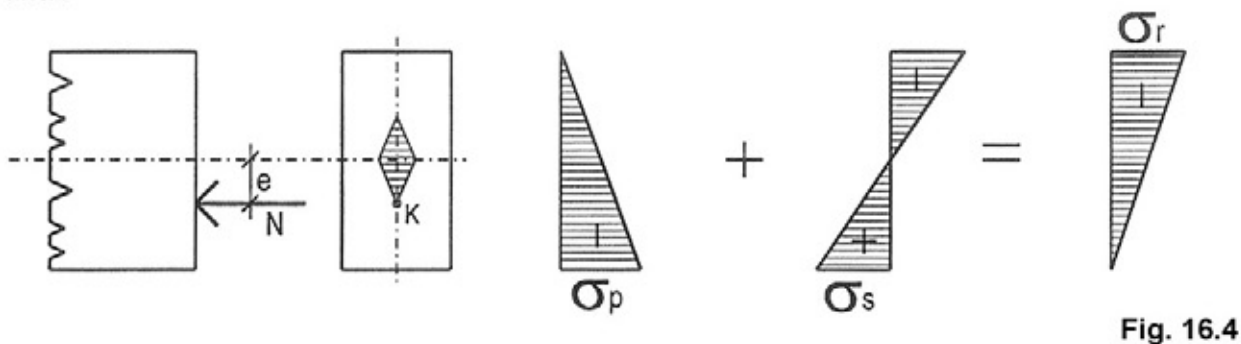
La secuencia se inicia con la aplicación de una carga  $N$  de precompresión, que da lugar a un diagrama rectangular de tensiones, al que se agrega luego el diagrama triangular provocado por las cargas de servicio, resultando finalmente un diagrama de compresión excéntrica lineal, pues se desarrolla en estado I



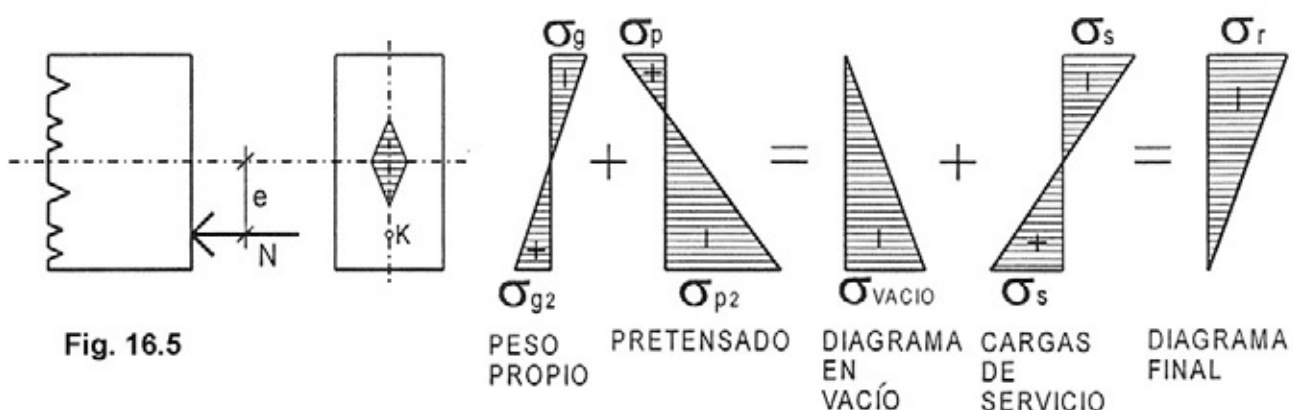
La aplicación de  $N$  en el centro, si bien elimina la tracción en la parte inferior, tiene el inconveniente de provocar **un aumento excesivo de la compresión en la parte superior**.

—¿Dónde habría que aplicar  $N$  en consecuencia?

En principio, en el borde del núcleo central de la sección para que la precompresión sea nula en la fibra superior más alejada, provocando una marcada reducción de esta sollicitación en el diagrama final.



En rigor, en un esquema real es imprescindible considerar además el peso propio  $g$  de la viga, que da lugar al clásico diagrama triangular que se suma a la precompresión, con lo que se obtiene finalmente la siguiente secuencia:



Observando el diagrama de pretensado se comprueba que para obtener una zona traccionada en la parte superior, la fuerza  $N$  **debe estar aplicada**, en rigor, **fuera del núcleo central**.

—¿Como se halla el valor y la excentricidad de la carga de precompresión  $N$ ?

Dado que  $N$  da lugar a una sollicitación de **flexo compresión normal**, pueden utilizarse sus ecuaciones correspondientes:

$$\sigma_{p1} = -\frac{N}{F} + \frac{N_e}{W}$$

$$\sigma_{p2} = -\frac{N}{F} - \frac{N_e}{W}$$

Se tiene un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas que se puede resolver por el método de suma y resta.

**Sumando** y teniendo en cuenta que:

$$\sigma_{p1} = \sigma_{g2} \text{ y } \sigma_{p2} = \sigma_v - \sigma_{g2} \Rightarrow \sigma_v = \sigma_{p2} + \sigma_{g2} \text{ y, como } \sigma_v = \sigma_r, \text{ por}$$

carácter transitivo se tiene que:  $\sigma_{p1} + \sigma_{p2} = \sigma_{real}$

$$\begin{array}{r} \sigma_{p1} = -\frac{N}{F} + \frac{N_e}{W} \\ + \\ \sigma_{p2} = -\frac{N}{F} - \frac{N_e}{W} \\ \hline \sigma_{real} = \frac{-2N}{F} \Rightarrow \boxed{N = -\frac{F \sigma_{real}}{2}} \end{array}$$

Restando, y teniendo en cuenta que siendo:

$$\sigma_{p1} = \sigma_{g2} \text{ será } \sigma_{p1} - \sigma_{p2} = \sigma_{g2} - \sigma_{p2} \text{ será:}$$

$$\begin{array}{r} \sigma_{p1} = -\frac{N}{F} + \frac{N_e}{W} \\ - \\ \sigma_{p2} = -\frac{N}{F} - \frac{N_e}{W} \\ \hline \sigma_{g2} - \sigma_{p2} = \quad \quad 2 \frac{N_e}{W} \Rightarrow \boxed{e = \frac{W (\sigma_{g2} - \sigma_{p2})}{2N}} \end{array}$$

Multiplicando la sección de cada alambre por su tensión admisible se obtiene la carga de pretensado  $\ell$  para un alambre. Dividiendo la carga total de pretensado  $N$  por este valor, se obtendrá la cantidad total de barras necesarias. Dividiendo la cantidad de barras por las que lleva cada cable, se obtiene finalmente el número de cables.

Ver ejemplos numéricos al final de este capítulo.

El análisis tensional expuesto supone que el diseño del hormigón pretensado debe ir unido rigidamente al concepto de ausencia total de tensiones normales de tracción en toda la sección del

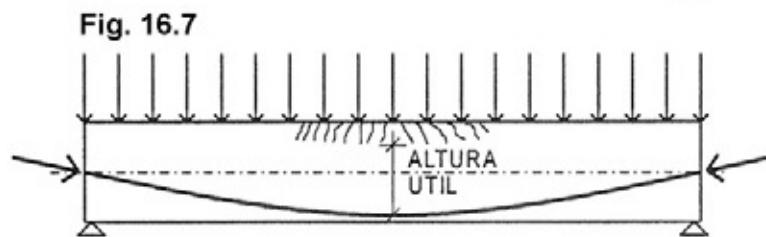
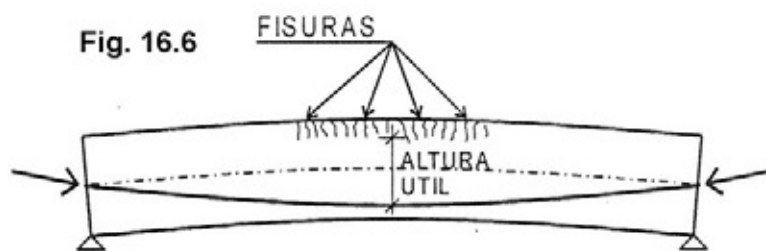
hormigón. Es lo que se denomina **pretensado total**, siendo defendida esta concepción básicamente por la escuela francesa liderada por E. Freyssinet y sus continuadores.

Esta postura fue puesta en crisis por la escuela alemana al comprobarse daños en estructuras pretensadas, corroboradas por numerosos ensayos.

—¿Las causas?

Son debidas a que, en la generalidad de los casos, para lograr un pretensado total, es necesario aplicar por debajo del eje neutro tensiones de precompresión muy elevadas, las que supuestamente disminuirán al actuar las cargas de servicio en su totalidad, lo que no siempre es así.

La consecuencia es una deflexión negativa de considerable valor, que en el transcurso del



tiempo aumenta debido a la fluencia lenta del hormigón, lo que puede ocasionar fisuraciones en el borde del cordón comprimido, Fig.16.6, de tal magnitud, que ya no llegan a cerrarse luego, aunque actúe toda la carga, Fig. 16.7, sobretodo en el caso de pavimentos, donde el pretensado es aplicado comúnmente sin que actúe todavía la carga total, ya que la carpeta final se agrega después.

Además, el pretensado total conduce a colocar muy poca armadura, lo que da lugar a una disminución de

la adherencia con el hormigón, pudiendo originar fisuras importantes cuando las diferencias de temperatura o asentamientos desiguales de la estructura den lugar a sollicitaciones elevadas.

Es por ello que actualmente se prefiere el pretensado limitado, o bien, el pretensado parcial, pues conducen a un comportamiento más favorable de la estructura.

—¿Qué se entiende por pretensado limitado?

En el **pretensado limitado** existen tensiones finales de tracción en el cordón inferior, estando éstas precisamente limitadas por un ancho admisible de las fisuras que no afectan al hormigón, y que están establecidas por las normas.

—¿Y por pretensado parcial?

En el **pretensado parcial**, en cambio, las tensiones de tracción por flexión no están restringidas, siendo éstas absorbidas por una armadura adicional de acero para hormigón, es decir, sin pretensar.

—¿Cuándo se aconseja entonces el pretensado total?

El **pretensado total** sólo se aconseja cuando se trate de depósitos de líquidos, que deben ser impermeables, o estructuras sometidas a gran número de esfuerzos repetitivos, capaces de provocar fatigas, como es el caso de puentes ferroviarios.

Los siguientes diagramas de tensiones permiten distinguir con más precisión los 3 tipos de pretensado:

**1 Pretensado total.**

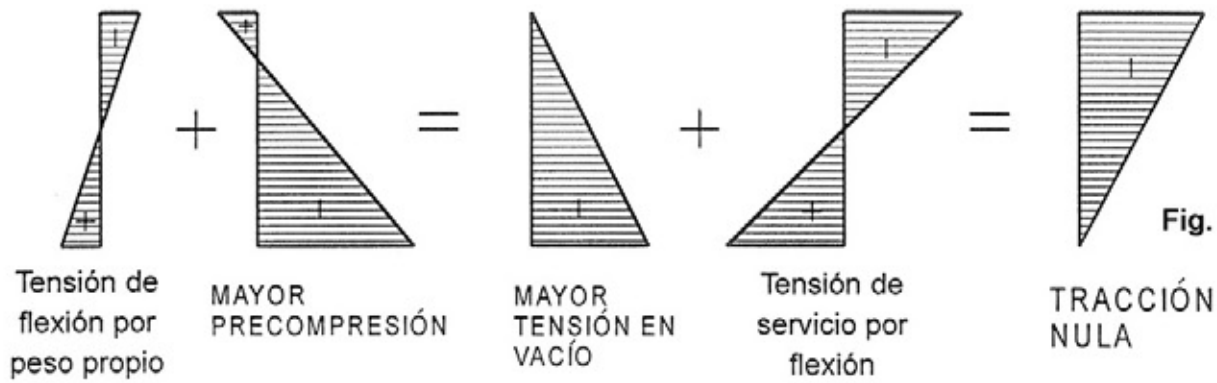


Fig. 16.8

**2 Pretensado limitado.**

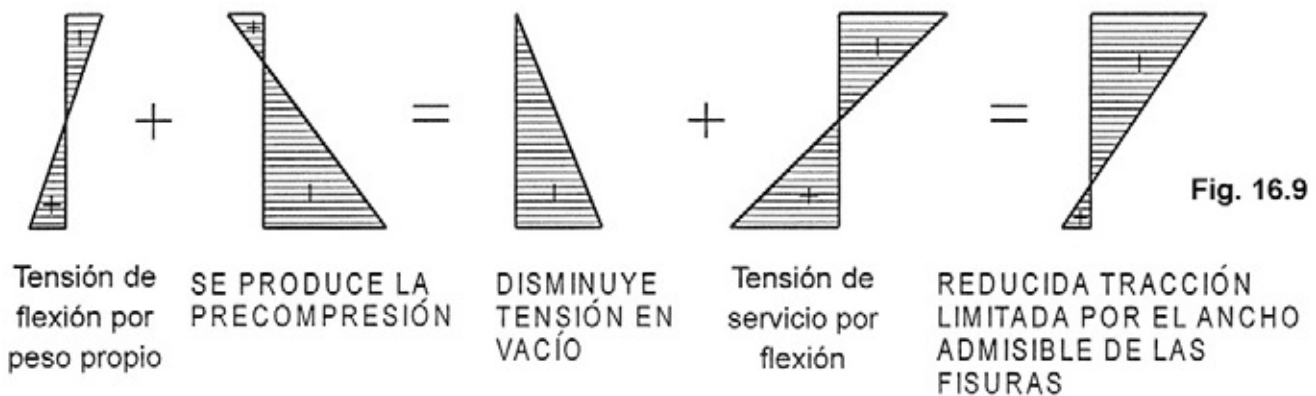


Fig. 16.9

**3 Pretensado parcial.**

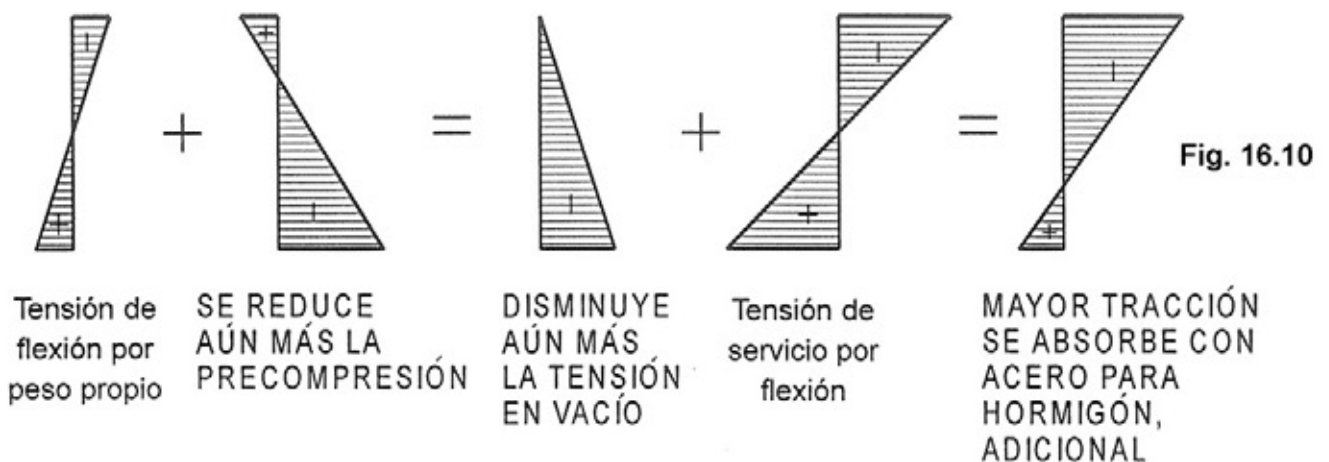


Fig. 16.10

Estas expresiones fueron estudiadas para la sección donde el momento flector es máximo. Siendo éste variable y disminuyendo hacia los apoyos, también lo hacen proporcionalmente  $\sigma_g$  y  $\sigma_s$  hasta anularse, con lo que el diagrama final sería el de pretensado, ya que todos los demás desaparecerían, dando lugar a un aumento de las tensiones de compresión en la parte inferior, las que así podrían llegar a resultar excesivas en la zona cercana a los apoyos.

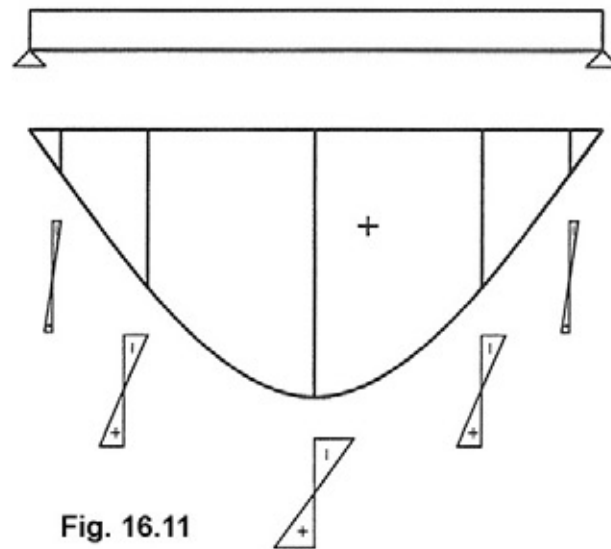


Fig. 16.11

—¿Cómo se pueden llegar a reducir estas tensiones?

Disminuyendo progresivamente la excentricidad  $e$  hasta anularse en los apoyos, para reducir el momento flector y con ello  $\sigma_{p2}$ , lo que se logra con una trayectoria parabólica de la armadura, en correspondencia con el diagrama de momentos.

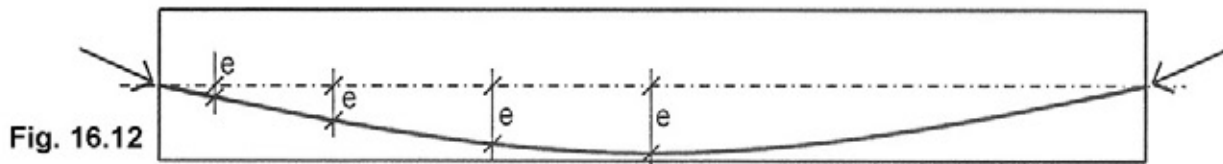


Fig. 16.12

Incluso podría adoptarse la inclinación de las isostáticas de tracción, pues si se tiene presente que éstas se descomponen en tensiones tangenciales horizontales y verticales de corte, se comprueba que se obtiene una mejora en la absorción de estas sollicitaciones, que precisamente alcanzan su máximo valor en el alma de la viga.

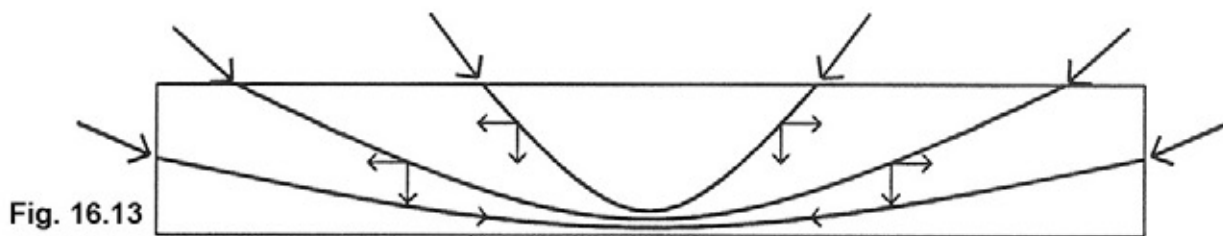


Fig. 16.13

Esto permite además, reducir el ancho del alma, lográndose secciones más esbeltas y con mejores posibilidades plásticas y económicas.

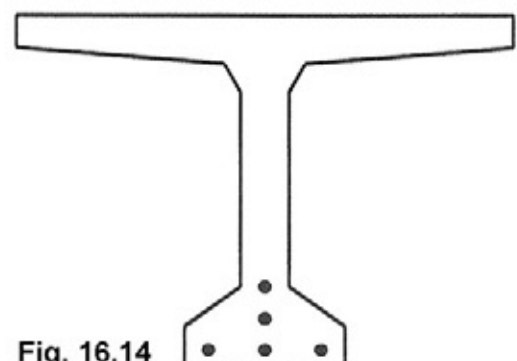


Fig. 16.14

–¿Cómo se obtienen los aceros de alta resistencia para pretensar?

- Pueden obtenerse por:
- 1) Aleación.
  - 2) Estirado en frío.
  - 3) Tratamientos térmicos.

**1) Aleación:** La elevada resistencia de estos aceros de dureza natural se obtienen con altos porcentajes de carbono (0,7%) en aleación con el manganeso (1,5%) silicio (0,7%) y vanadio (0,3%). Corresponde al acero tipo St 1080/1230 con límite elástico de 10800 kg/cm<sup>2</sup>, y tensión de rotura de 12300 kg/cm<sup>2</sup>

Los diámetros más usuales varían entre 26 y 36 mm.

Se utilizan muy poco, y solamente en sistemas alemanes.

**2) Estirado en frío:** Es el más usado.

Estos aceros de dureza mecánica se fabrican por trefilado, haciendo pasar las barras de acero por orificios cónicos, los que reducen su diámetro aproximadamente un 10% en cada pasada, produciéndole deformaciones plásticas que aumentan su resistencia, aunque lo tornan peligrosamente frágil, por lo que luego se lo somete a un proceso térmico de Revenido, que le restituye su tenacidad.

Aunque pueden someterse a proceso de estirado barras de cualquier diámetro, **las resistencias más elevadas se logran con alambres muy delgados donde se llega a tensiones de rotura de 15000 a 20000 kg/cm<sup>2</sup>**

Además, poseen mayor flexibilidad, por estas razones son los más utilizados.

Son alambres finos cuyos diámetros varían entre 2 y 8 mm. Entre 2 y 5 mm se pueden agrupar formando cables trenzados.

También pueden llegar a utilizarse los alambres tipo "cuerda de piano", con límite elástico del orden de los 24000 kg/cm<sup>2</sup> lo que permite tensarlos a ~ 13500 kg/cm<sup>2</sup>

–¿Cómo afecta la corrosión a los aceros de alta resistencia?

Los ensayos han demostrado que los aceros sometidos a altas tensiones son más sensibles a la corrosión que los tradicionales. Además, al ser de menor diámetro, aumenta su superficie específica de contacto, siendo más rápidamente afectados que los de mayor diámetro.

**3) Tratados térmicamente:** Tienen aproximadamente un 0,5% de C, 1,6% de Si, 0,6% de Mn y 0,4% de cromo.

Se los denomina así porque una vez laminados en caliente se los somete a un proceso térmico de templado que consiste en calentarlos a 900° C y luego enfriarlos bruscamente en un baño de aceite, lo cual les confiere dureza pero les quita ductilidad, por lo que a continuación se los somete a un proceso de revenido en un baño de plomo de ~ 450° C lo que le confiere tenacidad. Se obtienen resistencias de hasta 15700 kg/cm<sup>2</sup>

Son poco usados.

En base al instante en que se efectúa el proceso de estirado o tesado de la armadura, las estructuras se pueden clasificar en:

**1) Pretensadas:**

Cuando la armadura se tesa antes del llenado del hormigón, Fig. 16.15.

**2) Postesadas:**

Las armaduras se tesan después del llenado del hormigón, y cuando éste ha adquirido la resistencia prevista.

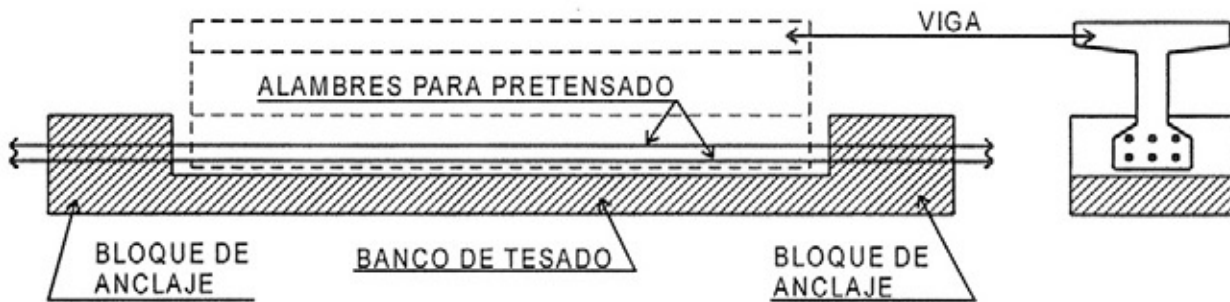


### 1) Hormigón pretensado:

Se ponen en tensión los cables mediante procedimientos mecánicos, provocando su alargamiento, con reducción de su diámetro. Luego se llena con el hormigón produciéndose el anclaje por simple adherencia.

Una vez que el hormigón ha adquirido la resistencia suficiente, a los 28 días (\*), se cortan los cables de los extremos para suprimir el tesado; es entonces que los cables, al **pretender acortarse** para recuperar su longitud inicial, **comprimen al hormigón**. También tiende a recuperar su diámetro, que aumenta, mejorando la adherencia con el hormigón.

Fig. 16.15

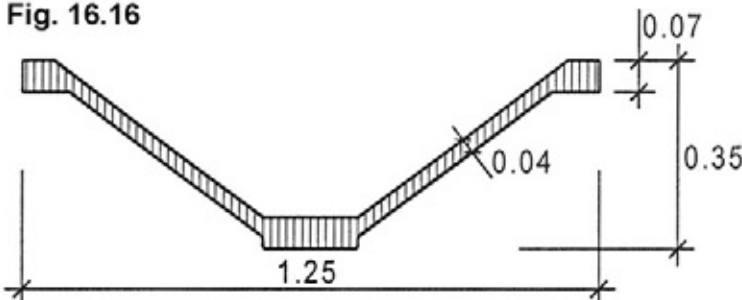


Como la obra no ofrece generalmente la suficiente comodidad para la instalación del banco de tesado con los mecanismos requeridos, este sistema se reserva para las plantas de prefabricación en serie, donde sí resulta conveniente y más económico.

(\*) Como para una producción racional deben alcanzarse a las pocas horas resistencias correspondientes a los 28 días, es común el uso de cementos de fragüe rápido, pero por sobre todo el curado con vapor saturado, con el cual se pueden conseguir resistencias iguales a la normal, en 24 horas, o aun en menos tiempo.

El anclaje de los elementos pretensados se produce por adherencia y rozamiento entre las armaduras y el hormigón. En pretensado no es posible lograr en las armaduras una trayectoria poligonal o parabólica, siendo en consecuencia siempre rectas, o sea, con una excentricidad constante.

Fig. 16.16



Sección transversal de un tipo de viga pretensada, que puede cubrir una luz may. de 15m entre apoyos.

Acero:  $\beta_s = 17500 \text{ kg/cm}^2$

Hormigón:  $\beta_{cn} = 300 \text{ kg/cm}^2$

### 2) Hormigón postesado

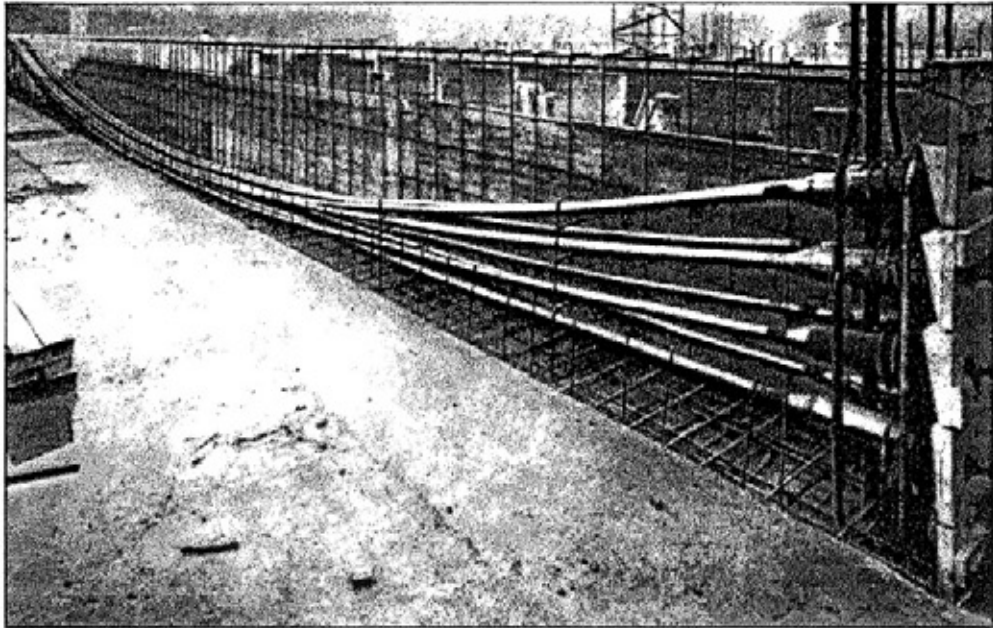
Los cables se hallan alojados en el interior de vainas metálicas flexibles que se dejan en el interior de los encofrados.

Después del llenado y cuando el hormigón ha adquirido resistencia se tesan los cables mediante gatos hidráulicos que se apoyan en el mismo hormigón anclando después las armaduras mediante un sistema mecánico.

Es el procedimiento más conveniente para ser utilizado "in situ" en grandes obras, siendo por lo tanto el más difundido.

El postesado posee la ventaja de que con los cables se puede obtener una excentricidad variable, en correspondencia con el diagrama de momentos, adoptando para ello una forma parabólica, que además mejora sensiblemente la absorción de las tensiones principales en el alma de la viga.

Sin embargo, en ensayos recientes sobre vigas con elementos tensores inclinados, se verificaron incrementos de las tensiones sobre los estribos. De ello se deduce que resulta favorable que una parte de la armadura tesada se prolongue en forma recta en todo el borde traccionado, obteniéndose la conformación que se indica en la figura.



Cables sistema B.B.R.V.

El postesado fue creado en Francia por E. Freyssinet en el año 1928, siendo importantes también los aportes de Magnel en Bélgica, creador del sistema que lleva su nombre y el de Hoyer, en Alemania.

En el año 1949, F Leonhardt y W Baur desarrollaron el procedimiento Leoba y el Baur Leonhardt.

En el mismo año los ingenieros Birkenmaier, Brandestein, Ros y Vogt desarrollaron en Suiza el procedimiento B.B.R.V. cuya denominación corresponde a sus iniciales.

En pocos años se aprobaron más de 20 patentes, de las cuales caducó la mayoría, quedando sólo las más valiosas.

En nuestro país podemos mencionar algunos de los siguientes:

Sistema Freyssinet	Sistema Dywidag
Sistema B.B.R.V.	Sistema Morandi
Sistema C.C.L.	Sistema Prenet
Sistema Postesa	Sistema Stronghold

### **Sistema Freyssinet**

Está constituido por un conjunto de cables usualmente formados por grupos de 12 alambres de alta resistencia de 7mm de diámetro, los que se hallan agrupados en la periferia alrededor de un fuelle central, arrollado en forma helicoidal con el objeto de dotar al cable de la flexibilidad necesaria

para que pueda adoptar trayectorias curvas, evitando a la vez la superposición entre los alambres, y dejando un núcleo central hueco por donde se inyectará el mortero una vez concluido el tesado.

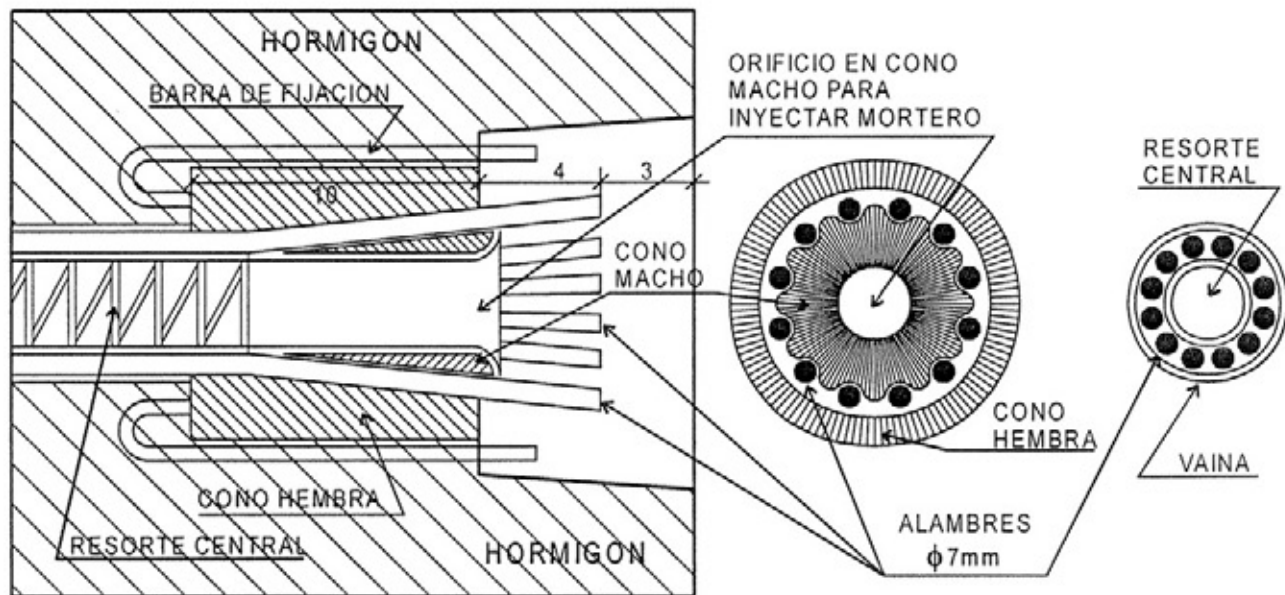


Fig. 16.17

Este mortero sirve para proteger los alambres contra la corrosión y mantenerlos fijos.

Cada cable termina en un extremo en un dispositivo formado por 2 conos: el cono hembra, donde se introduce el cable, tiene aproximadamente 10cm de largo, es de hormigón de altísima calidad y está fuertemente zunchado, posee exteriormente forma cilíndrica, presentando una cavidad central de forma cónica en la cual encajará como cuña el cono macho luego del tesado.

Este cono puede ser de hormigón revestido de carborundum o de acero. Tiene ~ 9,5cm de diámetro.

—¿Cómo se realiza el tesado?

Mediante un gato hidráulico que se apoya en el borde frontal del cono hembra, tomando todos los alambres, que son asegurados mediante cuñas en ranuras ubicadas en el borde cónico del cilindro del gato.

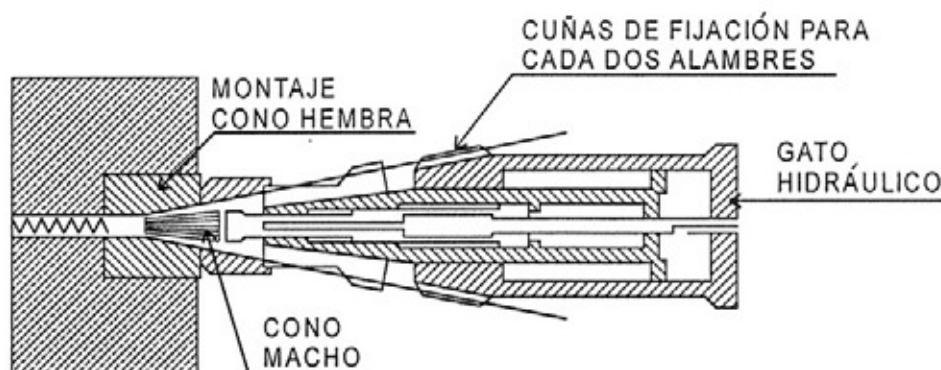


Fig. 16.18

Estos cilindros son de doble efecto pues constan de 2 pistones.

En la 1ª fase, el aceite que penetra a presión en la cámara, acciona el pistón principal, quien se desplaza tesando todos los alambres en conjunto, según figura siguiente:

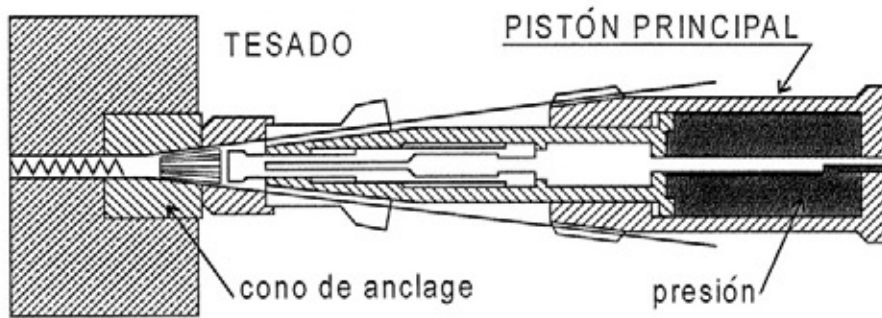


Fig. 16.19

En la 2ª fase, penetra el aceite por la parte central accionando el pistón de distribución, que al desplazarse presiona sobre el cono macho, acufando los alambres entre sus estrías contra la cavidad interior del cono hembra, según se indica en la figura siguiente:

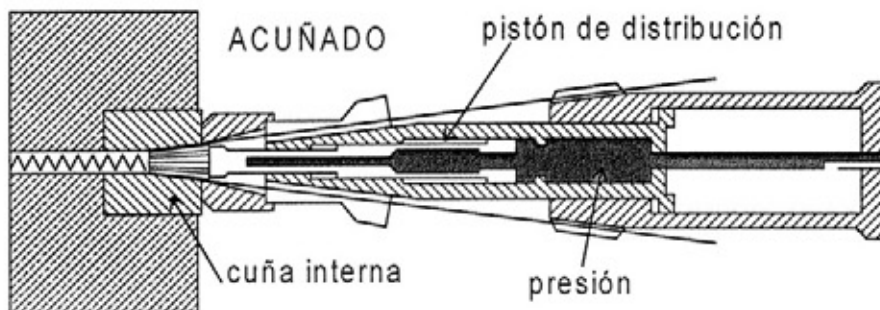


Fig. 16.20

Concluida la operación de anclaje, se cortan los alambres en conjunto y se retira el gato hidráulico, como muestra la figura siguiente:

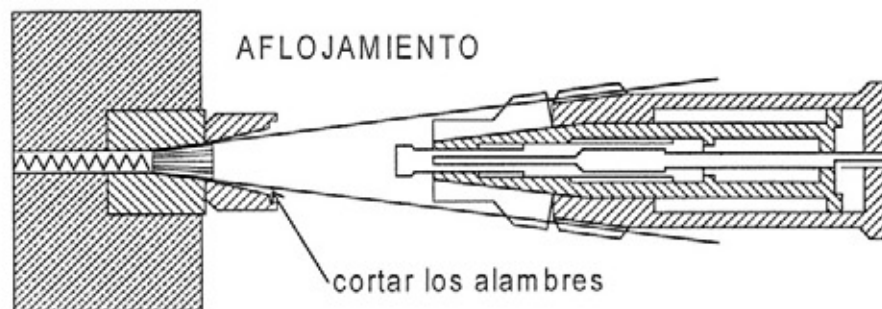


Fig. 16.21

Concluido el tesado debe inyectarse cuanto antes un mortero de cemento dentro de la vaina para:

- 1) Proteger los alambres pretensados de la corrosión.
- 2) Asegurar la adherencia entre aceros y hormigón.

Para obtener un mortero denso, de gran durabilidad, que brinde una óptima protección contra la corrosión, se aconseja una relación agua cemento de 0,35 a 0,45.

Debe introducirse lentamente mediante bombas con una presión de 2 a 3 bar, a fin de que pueda llenar todos los intersticios.

### Sistema B.B.R.V.

Se distingue porque el sistema de anclaje consiste en hacer pasar todos los alambres por orificios hechos en una placa cilíndrica de acero, a la que quedan fijados remachando en frío las cabecitas de c/u de los alambres con una máquina especial. Se forma así un anclaje fijo. Fig.16.22 A/ B/C/D. En el otro extremo del cable se forma un anclaje móvil consistente en un anillo con rosca, al que también están anclados anularmente los alambres, y es sobre este anillo que se ejerce el tesado.

Es un procedimiento que ha tenido singular éxito en todo el mundo.

Fig. 16.22 A

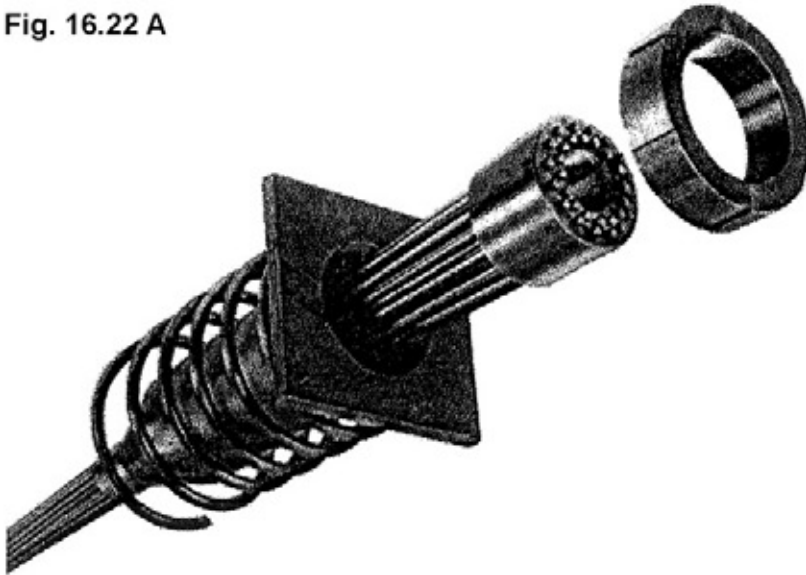
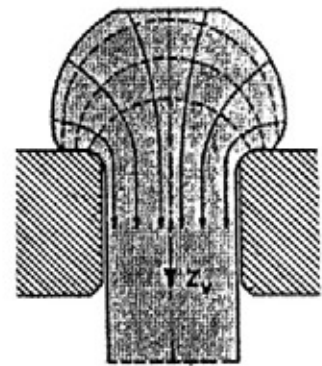
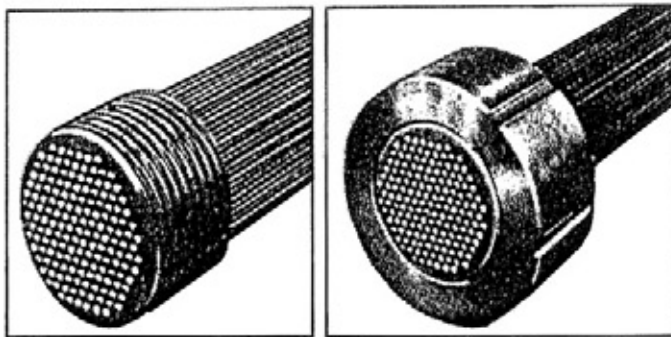


Fig. 16.22 B



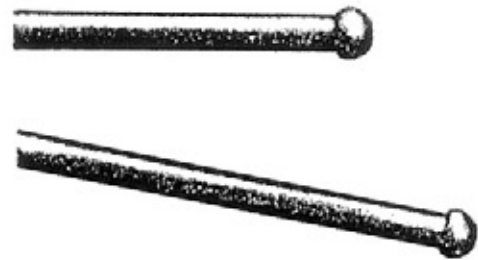
Trayectoria de las tensiones principales en las cabecitas de anclaje.

Fig. 16.22 C



Anclaje B.B.R.V. para 163 alambres de 7mm. Carga de pretensado admisible:  $600 T = 6000 \text{ kn}$ .

Fig. 16.22 D



Cabecitas de anclaje remachadas en frío mediante una máquina hidráulica.

Pueden citarse las siguientes obras :

- Puentes sobre el Río Guachipas. Prov. de Salta. Año 1973. Ing. Fermin Guerra. Vigas de 2.50 m. de altura, con vainas de 55 y 70 mm. de diámetro, con 21 y 31 alambres, respectivamente.
- Autopistas urbanas de la Ciudad de Buenos Aires AU1 - AU6
- Puente Internacional "Posadas - Encarnación" sobre el Río Paraná, Misiones.
- Central Nuclear de Embalse, pcia. de Córdoba
- Puente Colón - Paysandú sobre el Río Uruguay
- Autopista "Buenos Aires - La Plata", pcia. de Buenos Aires y Capital Federal
- Nuevo Puente Pueyrredón entre Capital y pcia. de Bs. As.

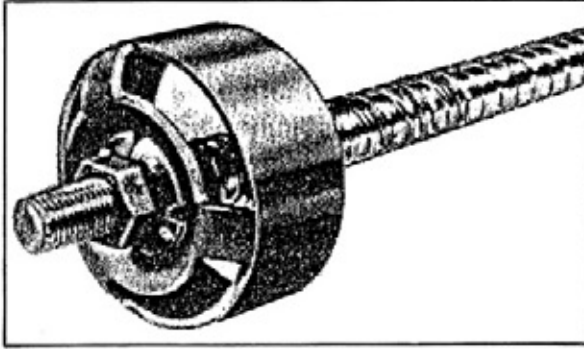
### Sistema Dywidag

Se caracteriza por utilizar barras de acero entre 12 y 32 mm, con resistencias que oscilan entre 10500 a 14000 kg/cm<sup>2</sup>.

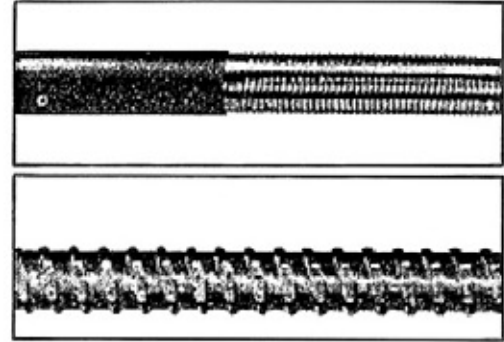
La fuerza es transmitida a la placa de apoyo por medio de una tuerca que se ajusta al extremo roscado de la barra.

El tesado se realiza individualmente por barra con una carga que oscila entre 31 y 45 T.

Fig. 16.23



Campana de anclaje Dywidag para barra tensora con tuerca cónica.



- a) Rosca laminada en frío sobre barras redondas lisas.
- b) Nervaduras laminadas en relieve en forma de rosca = barra "gewi".

### Sistema Morandi

Emplea cables constituidos por 7 alambres con una sección total de 0,93 cm<sup>2</sup> con resistencias de 17500 kg/cm<sup>2</sup>.

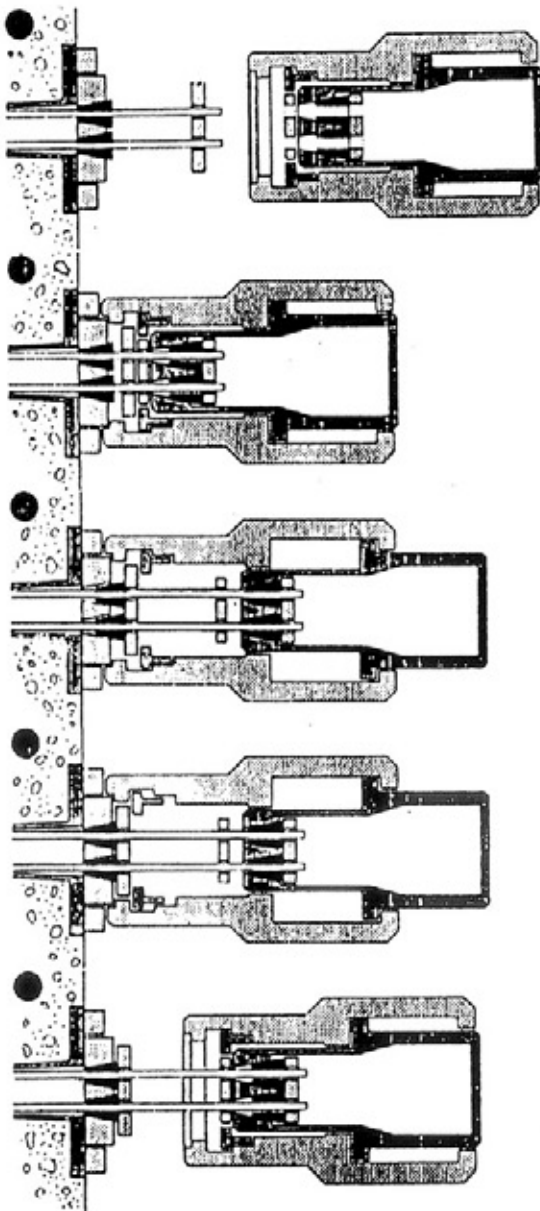
Estos cables se agrupan en múltiplos de 4 para constituir el cable total, a los cuales se les aplica el anclaje en forma simultánea.

Cabe citar alguna de las obras realizadas en nuestro país con este sistema:

- Puente sobre el Río Grande en Tierra del Fuego. Postesado de 44 vigas de 46 metros.
- Edificio Tandar de la Comisión Nacional de Energía Atómica. Postesado de vigas premoldeadas.
- Puente en calle J. B. Ambrosetti sobre vías del Ferrocarril Sarmiento; longitud de 30 metros.
- Puentes y viaductos Zárate Brazo Largo. Pretensado de las vigas en los viaductos ferroviario y carretero.
- Autopista acceso sud a Mendoza; pretensado de 22 puentes.
- Autopista acceso Este a Mendoza; pretensado de 31 puentes.
- Puente peatonal sobre Avda. Figueroa Alcorta en Bs. As. adyacente a la Facultad de Derecho; pretensado del tensor precomprimido del puente en arco de 65 metros.
- Cubierta de la nave de pescados del Mercado Central de Bs. As. Pretensado de las vigas principales de 31 metros.

### Sistema Stronghold

Fue presentado por primera vez en el Congreso de la FIP en Nueva York en el año 1974. Posee un sistema de tesado, destesado y anclaje muy rápido y preciso, en espacios muy reducidos. La secuencia de funcionamiento se describe a continuación:



Situado el gato frente a la placa de centrado, se desplaza éste hacia la culata. La operación de enhebrado requiere pocos segundos.

Con el gato en disposición de tesar, se da presión a la central. El agarre de todos los alambres o torones las cuñas de arrastre es inmediato y automático.

Se tesa el tendón hasta conseguir el esfuerzo y alargamiento deseados. Se puede aflojar ligeramente y retesar.

Se clavan definitivamente las cuñas del anclaje accionando la placa de centrado, que lo es también de clavado, mediante el cilindro hidráulico frontal.

Dando presión al circuito de retorno, se recoge el gato, soltándose automáticamente las cuñas de arrastre, cosa, lo que el gato puede retirarse e iniciar de nuevo el ciclo en el anclaje siguiente.

Fig. 16.24

Pueden citarse las siguientes obras:

- Autopista 25 de Mayo y Perito Moreno. Ambas suman en conjunto aproximadamente 10 km, y se construyeron como viaducto elevado a un ritmo de 1,35 Km. por mes.
- Autopista 9 de julio. Con luces a salvar de 25, 30, 35 y 40 metros, lo que permitió su prefabricación en obra.
- Puente para el Ferrocarril Roca sobre el Riachuelo. Vigas premoldeadas pretensadas, de unos 30 m. de largo, en 3 tramos, en reemplazo del puente metálico emplazado en el mismo sitio desde 1908.
- Catorce puentes ferroviarios para el Ferrocarril Urquiza en el sur de Entre Ríos, en reemplazo por los destruidos en las inundaciones.
- Puentes carreteros en la Autopista Buenos Aires / Rosario.

## Sistema Prenet

Utiliza cables multicordon T13, que permite un pretensado desde 15 a 285 Toneladas. El sistema multicordon realiza la síntesis del método de anclaje por cuñas individuales, lo que permite solucionar numerosos cables compactos y de gran potencia con anclajes de pequeña penetración de cuña. Pueden ser tensionados en una sola operación.

Suele utilizar los Gatos T 200 / T 350 para la operación de tesado, cuya secuencia se indica a continuación:

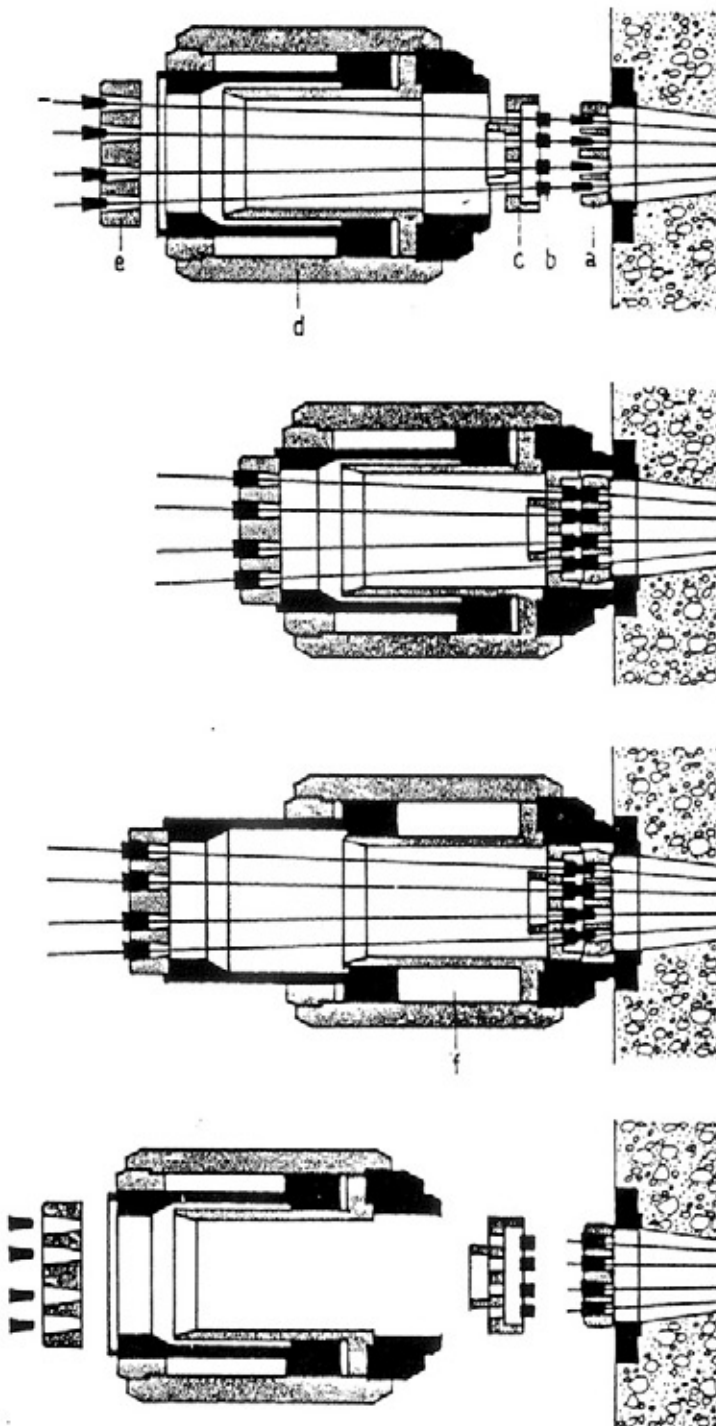


Fig. 16.25

### 1. Colocación

Orden de colocación del gato y sus accesorios

- a) bloque de anclaje con cuñas de un empleo;
- b) manguitos de caucho;
- c) placa de bloqueo;
- d) gato;
- e) bloque de anclaje trasero con cuñas especiales.

### 2. Preparación para tesar

Fijación de los torones sobre el bloque trasero del gato mediante cuñas.

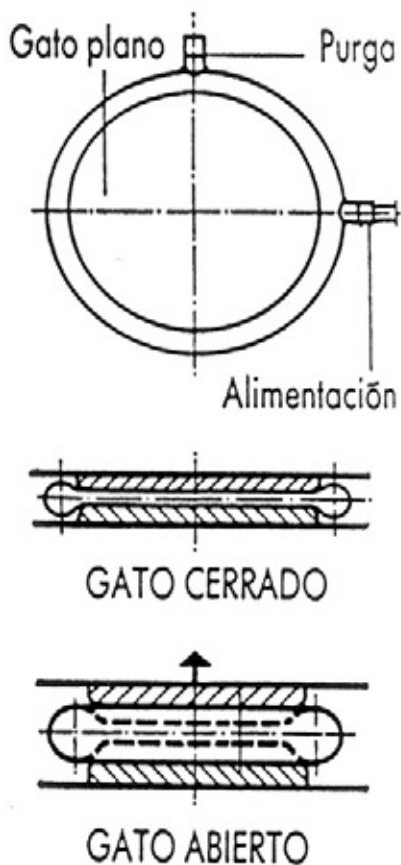
### 3. Tesado

Presión de la cámara de tensión (f) del gato hasta el número de bares correspondientes al esfuerzo deseado en el cable. Los manguitos de caucho aseguran el bloqueo uniforme de las cuñas y limitan su posterior penetración.

### 4. Vaciado y desmontaje del gato

Vaciado del aceite de la cámara de tensión. Desmontaje del gato y sus accesorios.





Utiliza también el gato plano, concebido y desarrollado por Eugene Freyssinet, con el fin de pretensar hormigón en situaciones difíciles.

Es una cápsula hidráulica de chapa delgada en forma de doble platillo hecha con 2 discos de chapa fina soldados, según se observa en el gráfico. El borde tórico del gato plano lleva una toma para la alimentación, y otra toma de purga. Cuando se inyecta con un líquido a presión, las caras superiores del gato se separan, lo que permite ejercer una gran fuerza de empuje en función de la presión hidráulica alimentada por agua o aceite y que en condiciones normales puede alcanzar presiones importantes.

Cabe citar alguna de las obras realizadas:

- Edificio de Oficinas de 8 pisos sito en calle San Martín 913, Capital. Entrepisos sin vigas postesados
- Sociedad Rural Argentina, playa de estacionamiento.
- Hipermercado Coto de Pompeya. Cubierta de la playa de estacionamiento, a su vez piso del salón de ventas.
- Hipermercado Norte sito en Agüero y Berutti, Capital. Cubierta de la playa de estacionamiento.
- Shopping Adrogué. Las 2 plantas de ampliación de 500 cocheras.
- Playa de estacionamiento sita en Santa Fe y 9 de Julio. Capital
- Playa de estacionamiento sita en Belgrano y 9 de Julio. Capital
- Apart. Hotel de 8 pisos sito en Bartolomé Mitre 1870, Capital. Entrepisos sin vigas.
- Torre para vivienda de 30 pisos sito en Gelli y Casares, Capital. Proyecto del Arq. Vignoly.

–¿Qué ventajas ofrece el pretensado en losas?

- 1) Estando toda la sección comprimida, el peligro de fisuración es mínimo, garantizándose así una mejor protección de las armaduras contra la corrosión. Si por cualquier causa imprevista se produjesen fisuras, estas desaparecerían al cesar de actuar la causa productora.
- 2) El pretensado da lugar a una contraflecha que compensa la flecha provocada por las cargas de servicio, ocasionando una menor deformación final, y una mayor rigidez del conjunto, según se observa en la figura 16.26.

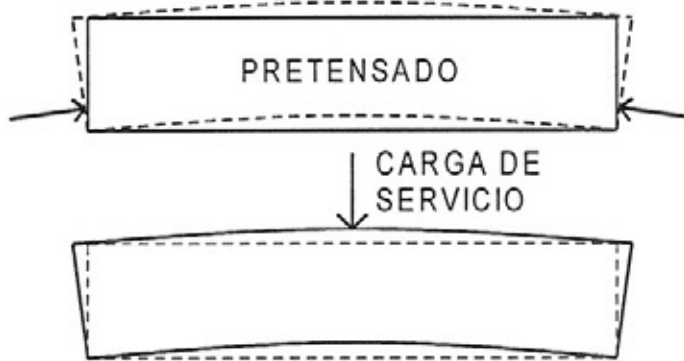


Fig. 16.26

- 3) Cabe destacar en especial el uso de las viguetas semirresistentes en reemplazo de las viguetas resistentes, debido a que estas últimas ofrecen el inconveniente de que necesitan en la parte superior mucha sección para absorber las tensiones de compresión del pretensado y de la flexión, haciéndolas pesadas y antieconómicas.

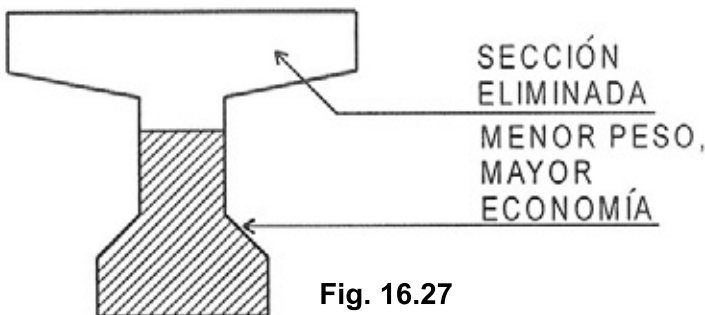


Fig. 16.27

En cambio, la semi vigueta, al no poseer cabeza de compresión, está transfiriendo esta función a la capa de compresión que se aplicará posteriormente in situ, la que tiene una sección considerablemente mayor, con lo que la semi vigueta resulta mucho más liviana y económica, y por ende con una gran deformabilidad, lo que permite fijar la contra flecha apropiada

- 4) Combinando las semi viguetas con elementos cerámicos pueden realizarse losas sin encofrados, ya que estos son reemplazados por estas viguetas, que son precisamente las que sirven de apoyo a los bloques cerámicos, con la consiguiente economía de madera y mano de obra, según se observa en esta figura y las siguientes.

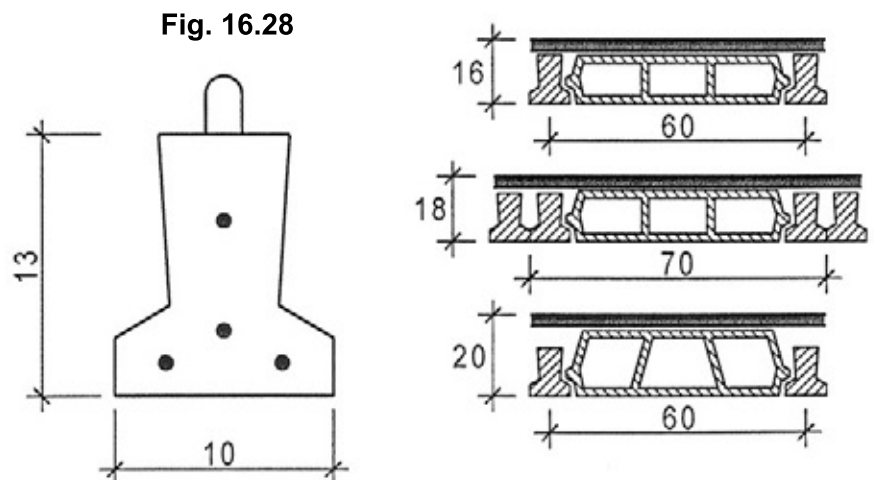


Fig. 16.28

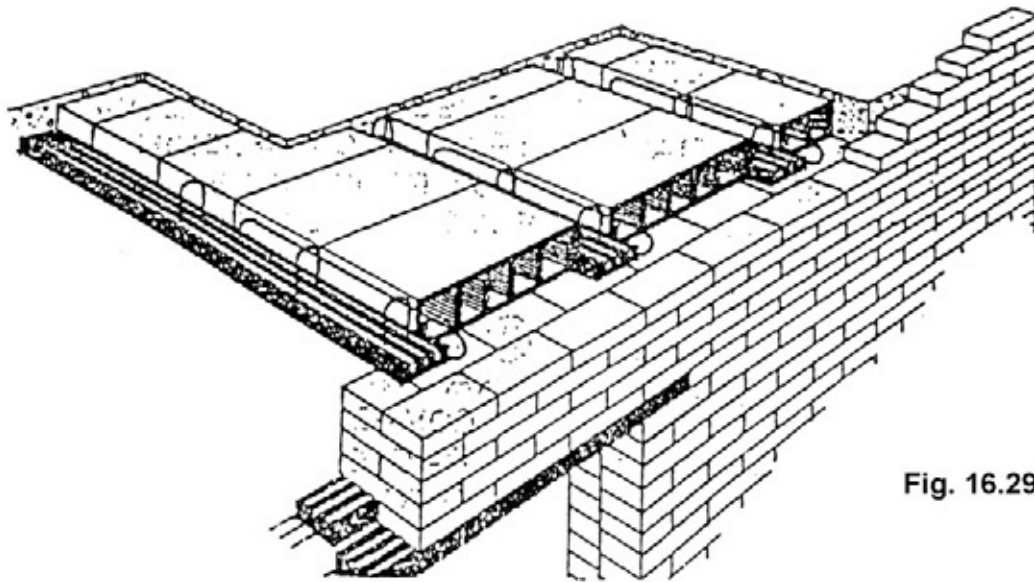


Fig. 16.29

Losa de semi viguetas pretensadas combinadas con bloques cerámicos.

Una variante interesante lo constituyen las losetas huecas de hormigón pretensado, que se caracterizan por no necesitar la capa adicional de compresión, llevando en cambio un mortero de unión de cemento y arena, que sirve para darle continuidad a estas losetas, según se observa en las figuras.

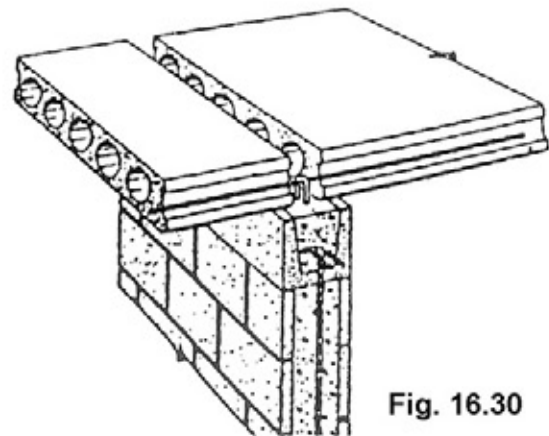


Fig. 16.30

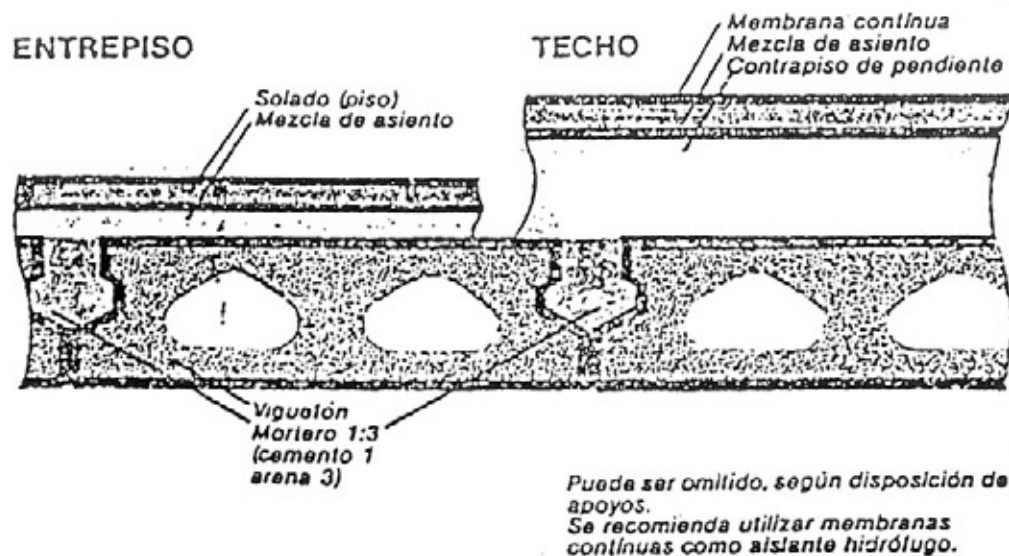


Fig. 16.31

En este tipo de losetas huecas:

- Con espesores de 9 cm se pueden cubrir hasta 4 m de luz.
- Con espesores de 12 cm se pueden cubrir hasta 6 m de luz.
- Con espesores de 16 cm se pueden cubrir hasta 8 m de luz.
- Con espesores de 20 cm se pueden cubrir hasta 9 m de luz.
- Con espesores de 24 cm se pueden cubrir hasta 11 m de luz.

–¿Qué otras posibilidades ofrece el pretensado en la prefabricación?

La facilidad que ofrece el pretensado para realizar uniones se aprovecha racionalmente en el sistema de construcciones por dovelas.

–¿En qué consiste?

En unir mediante cables unas piezas prismáticas prefabricadas de hormigón, que denominamos dovelas.

–¿Qué ventajas ofrecen las dovelas?

- 1) Con un sólo encofrado es posible hacer cientos de dovelas, con las consiguiente economía.
- 2) La reducida dimensión de las piezas y la gran cantidad de juntas reduce los problemas por contracción de fragüe y deformaciones diferidas del hormigón.
- 3) Siendo las dovelas de dimensiones reducidas, es posible la prefabricación en espacios reducidos.

–¿Pueden mencionarse obras realizadas con esta técnica?

Resulta oportuno destacar las obras del Arq. Miguel Fisac en España, por el alto grado de desarrollo que supo alcanzar en la técnica de las dovelas pretensadas prefabricadas, con las cuales ha solucionado de modo original no sólo los problemas estructurales, sino incluso los que hacen al aislamiento térmico e hidrófugo y los de iluminación cenital, elaborando formas de indudable calidad plástica.

Merecen mencionarse la fachada del edificio I.B.M., el Colegio de la Asunción, la fábrica Bouman, la fábrica Vich, el Centro de Estudios Hidrográficos y viviendas unifamiliares.



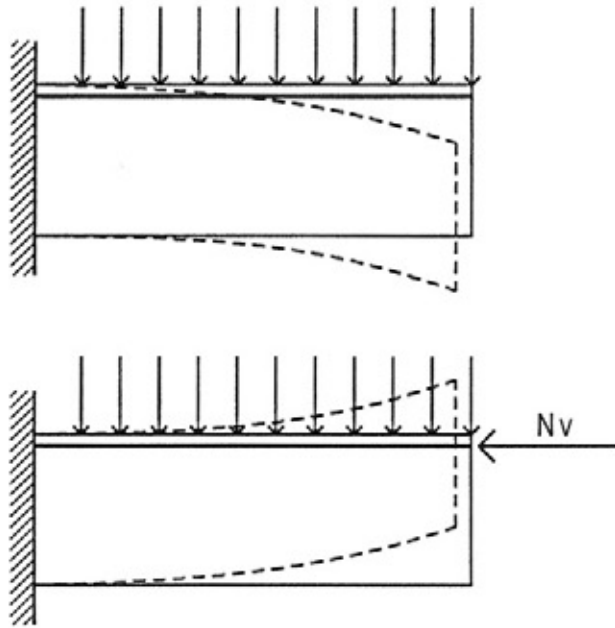
Edificio Astro 1, Córdoba  
Vista general

Proyecto: Estudio Ingeniero Rotman/Estudio  
Arias, López, Taranto, arqs.  
Proyecto y cálculo estructural:  
Carlos Larsson, ing.  
Ejecución: Astro Construcciones

Ubicación: Hipólito Yrigoyen 155, Córdoba  
Año de proyecto: 1985  
Finalización de obra: 1986

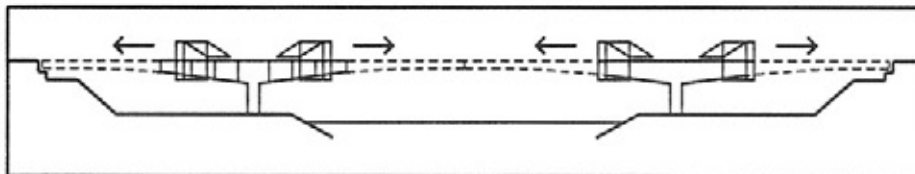
Edificio de dieciséis pisos en propiedad horizontal, con estructura portante de ladrillos cerámicos armados. Las fachadas han sido resueltas con paneles premoldeados de hormigón, diseñados y producidos especialmente para esta obra.

—¿Cuál es el grado de aprovechamiento del pretensado en los voladizos?



Siendo en los voladizos los momentos flectores negativos, con una curvatura de la elástica hacia abajo, según figura superior, la carga de pretensado  $N_p$  deberá estar aplicada arriba para provocar una curvatura opuesta, de abajo hacia arriba, dando lugar a una disminución sensible de la flecha, lo que permite cubrir luces mucho mayores que las tradicionales.

Esta propiedad es aplicada a la construcción de puentes mediante la técnica de **voladizos sucesivos postensados** lo que permite salvar ríos, o bien cruce de rutas, sin necesidad de interrumpir el tránsito inferior, pues con este sistema pueden utilizarse encofrados suspendidos o piezas prefabricadas en avances sucesivos. Se parte de los pilares extremos con ménsulas a ambos lados, que avanzan simultáneamente en forma simétrica, vinculándolas a la parte ya construida por postensado.



En el centro del tramo, ambas ménsulas provenientes de pilares opuestos se vinculan por una articulación especial.

En el caso de dovelas prefabricadas el anclaje se realiza con los mismos cables de tesado, mediante dispositivos especiales de empalme.

La longitud de cada ménsula puede variar de 3 a 5 m vinculándose a la parte ya construida por postensado, pudiendo ejecutarse mediante encofrados suspendidos y en avance o también prefabricarse para luego trasladarlas hasta su emplazamiento.

Con esta técnica se han construido gran número de viaductos urbanos sin perturbar el tráfico en la ruta inferior, habiéndose logrado cubrir en condiciones relativamente económicas hasta 300 m de luz libre, como es el caso del puente sobre el río Columbia, Estados Unidos, en su tramo central, construido con ménsulas sucesivas prefabricadas.

En nuestro país puede citarse como ejemplo el puente internacional **Paysandú-Colón**, sobre el río Uruguay, con una longitud total de 2300 m, correspondiendo el uso de voladizos sucesivos sólo al puente principal, con luces de 97, 140 y 97 m en sección cajón, integrando en conjunto una viga continua.

En los puentes **Corrientes-Chaco** sobre el río Paraná, y **Fray Bentos- Puerto Unzué**, sobre el río Uruguay, se ha aplicado también esta técnica.

Puede afirmarse que a partir de este sistema el puente ha adquirido una nueva dimensión arquitectónica.

—¿Qué otras posibilidades ofrece el pretensado en los voladizos?

La posibilidad que ofrece el hormigón pretensado para salvar grandes luces en voladizo por la sensible reducción de su flecha es aprovechada también para la construcción de **puentes de tramos sucesivos**, los que se caracterizan porque cada tramo de ejecuta en uno de los extremos, siendo empujados luego para que, deslizándose sobre los patines de apoyo, terminen por llegar al otro extremo.

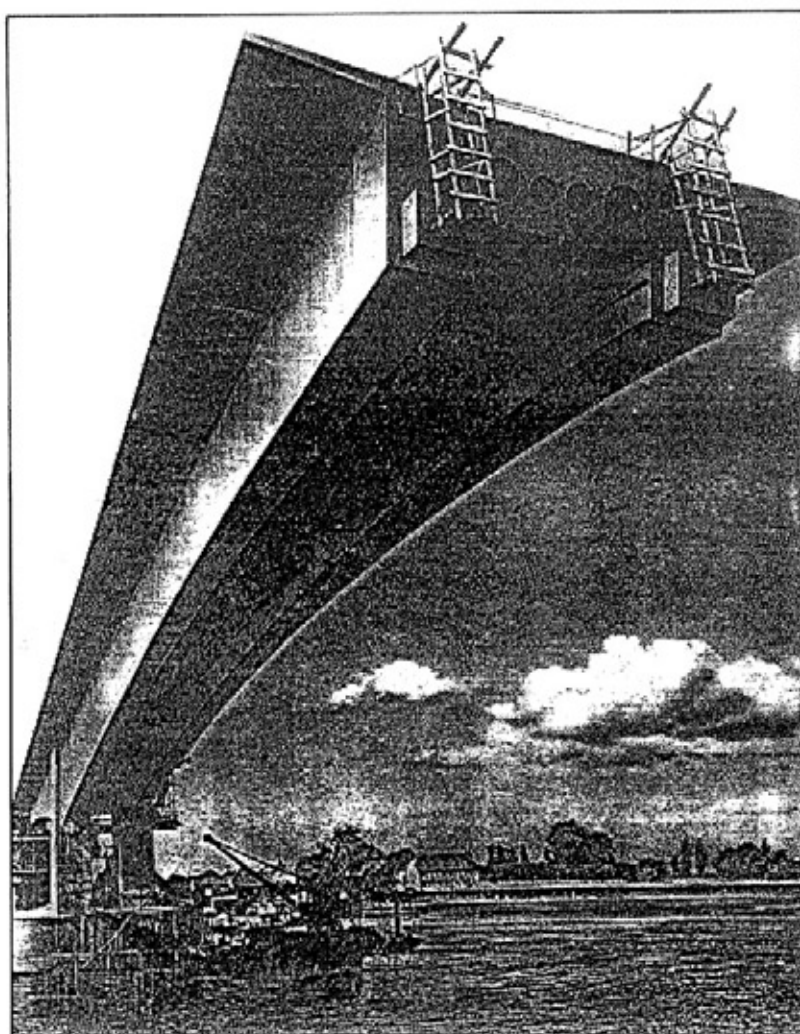
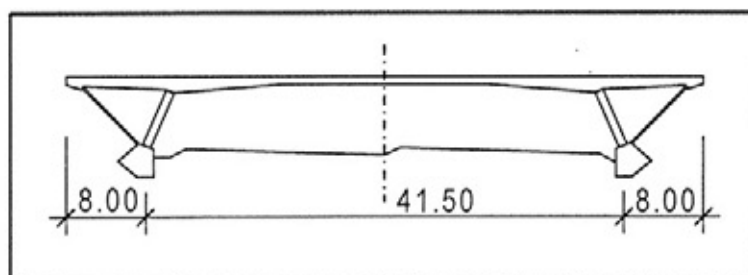
Merecen citarse:

El puente sobre el Río Andarax, Ing. J.A. Torroja.

El puente de Almonte, Ing. F. del Pozo.

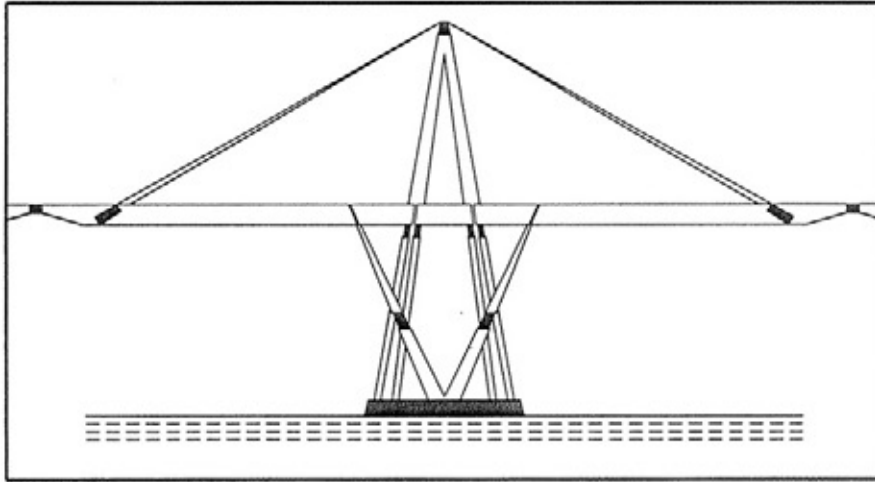
El puente de Almodóvar, Ing. Fernández Casado.

Los voladizos sirven también para reducir los momentos flectores en los tramos de puentes de grandes luces, sobretodo si a los extremos volados se le agregan tensores precomprimidos que reducen aun más la flecha en el tramo.



Puente de Navacerrada, con extremos volados atirantados para reducir la flecha en el tramo. Ing. C. Fernández Casado.

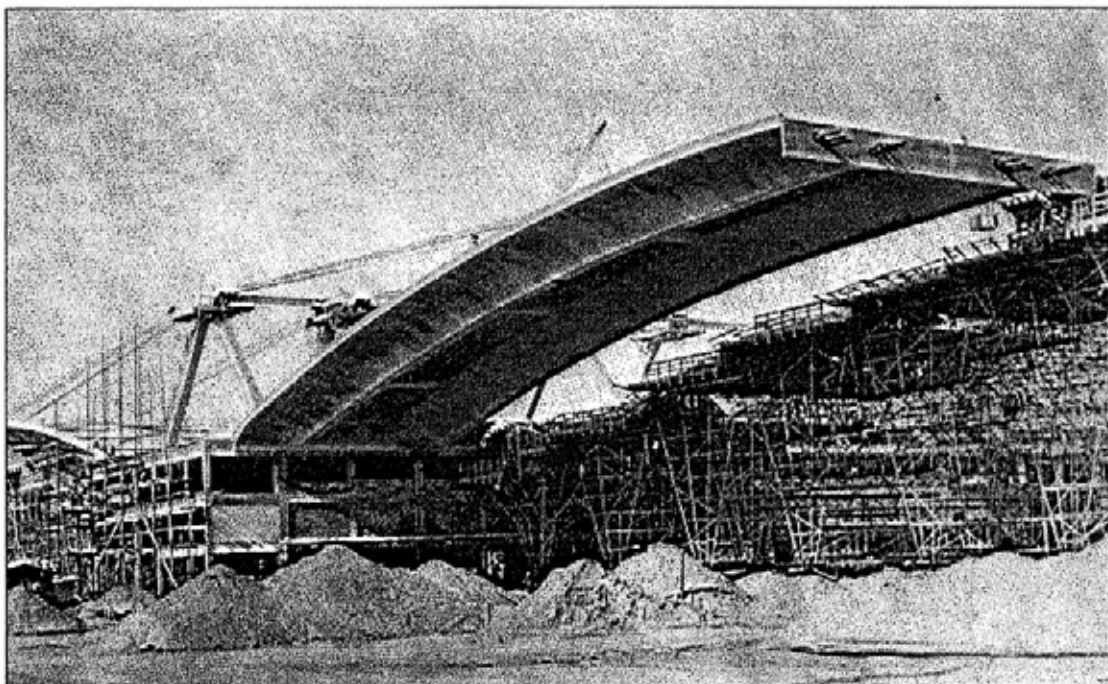
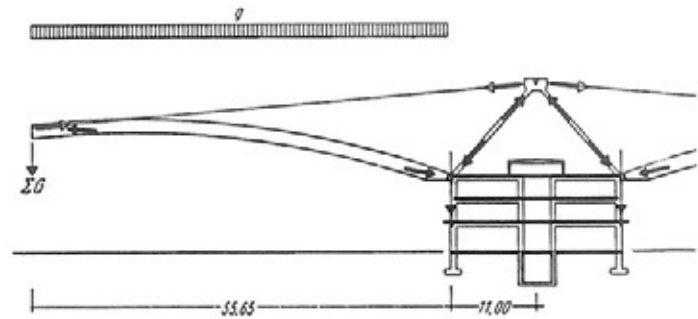
Otra variante lo constituyen los puentes de gran luz, con apoyos intermedios colgados hacia arriba mediante tensores que suben hasta las torres de apoyo, como se observa en el ejemplo siguiente:



Puente de Maracaibo.  
Detalle apoyos intermedios,  
torre y tensores.

Un caso similar se presenta con el siguiente hangar ubicado en Francfort, Alemania, 1969-1961, Otto Apel, Hannsgeorg Beckert.

Pueden verse los tirantes pretensados destinados a la sujeción de la cubierta sobre el caballete triangular de la construcción central



**Dimensionado losa hormigón pretensado**

Dimensionar losa de hormigón pretensado de 14m de luz, con una carga accidental  $p = 400$  kg/m<sup>2</sup>.

Acero  $B_{st}$  1570/1770

Hormigón  $\beta_{cn} = 300$  kg/cm<sup>2</sup>.

**1) Predimensionado**

$$d = \frac{14 \text{ m}}{30} = 0,466 \text{ m} \quad \text{Se adopta } d = 0,45 \text{ m}$$

**2) Análisis de cargas**

P.P. Losa: 0,45 m x 2400 kg/m <sup>3</sup>	= 1080 kg/m <sup>2</sup>
Contrapiso: 0.06 m x 1600 kg/m <sup>3</sup>	= 96 kg/m <sup>2</sup>
Mezcla de asiento: 0.02 m x 1900 kg/m <sup>3</sup>	= 38 kg/m <sup>2</sup>
Mosaicos: 22 k/cm x 2 cm	= 44 kg/m <sup>2</sup>

---

Carga permanente	$g = 1258$ kg/m <sup>2</sup>
Carga accidental	$p = 400$ kg/m <sup>2</sup>
Carga total	$q = 1658$ kg/m <sup>2</sup>

---

**3) Verificación tensión admisible hormigón**

$$M = \frac{1658 \text{ kg/m} \cdot 14^2 \text{ m}^2}{8} = 40621 \text{ kgm}$$

$$W_x = \frac{b h^2}{6} = \frac{100 \text{ cm} \cdot 45^2}{6} = 33750 \text{ cm}^3$$

Para  $\beta_{cu} = 300$  kg/cm<sup>2</sup> Se adopta  $\sigma_{badm} = 130$  kg/cm<sup>2</sup> verifica

$$\sigma_b = \frac{M}{W_x} = \frac{4062100 \text{ kgcm}}{33750 \text{ cm}^3} = 120 \text{ kg/cm}^2 < 130 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{verifica}$$

**4) Tensión peso propio losa  $\sigma_g$** 

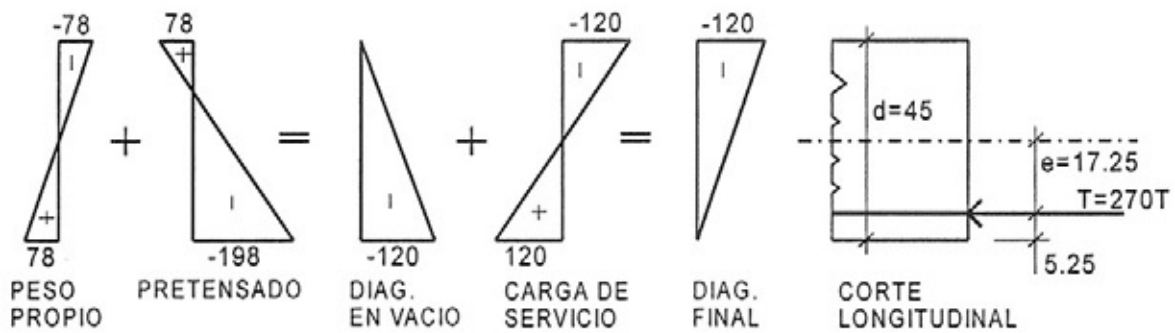
$$M = \frac{1080 \text{ kg/m} \cdot 14^2 \text{ m}^2}{8} = 26460 \text{ kgm}$$

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{2646000 \text{ kgcm}}{33750 \text{ cm}^3} = 78 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{verifica}$$

**5) Tensión de pretensado  $\sigma_{p2}$** 

$$78 \text{ kg/cm}^2 + \sigma_{p2} = -120 \text{ kg/cm}^2 \Rightarrow \sigma_{p2} = -120 \text{ kg/cm}^2 - 78 \text{ kg/cm}^2 = -198 \text{ kg/cm}^2$$





### 6) Carga de pretensado N

$$N = \frac{\sigma_r F}{2} = \frac{120 \text{ kg/cm}^2 \times 100 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}}{2} = 270.000 \text{ kg}$$

### 7) Excentricidad e

$$e = \frac{(\sigma_{g2} - \sigma_{p2})}{2 N}$$

$$e = \frac{(78 \text{ kg/cm}^2 + 198 \text{ kg/cm}^2) 33750 \text{ cm}^3}{2 \times 270000 \text{ kg}} = 17,25 \text{ cm}$$

### 8) Cálculo del número de hilos y cables

Adoptando hilos de 7 mm de diámetro, con una resistencia de 17500 kg/cm<sup>2</sup>, tesados a 13500 kg/cm<sup>2</sup>, y deducidas las pérdidas de tensión, se podrá considerar finalmente una tensión efectiva de 10500 kg/cm<sup>2</sup>, lo que dará una:

Resistencia por hilo:

$$t = \frac{3.14 \times 0,7^2 \text{ cm}^2}{4} \cdot 10500 \text{ kg/cm}^2 = 4040 \text{ kg}$$

Dividiendo la carga total de pretensado por la resistencia de cada hilo, obtenemos la cantidad total de hilos:

$$N^\circ \text{ de hilos} = \frac{270000 \text{ KG}}{4040 \text{ kg/hilo}} \approx 67 \text{ hilos}$$

Adoptando 12 hilos por cable, se tendrá por m l. de losa:

$$N^\circ \text{ de cables} = \frac{67 \text{ hilos}}{12 \text{ hilos/cable}} = 5,58 \sim 6 \text{ cables por metro}$$

$$\text{Separación cables} = \frac{100 \text{ cm}}{6} = 16,67 \text{ cm}$$

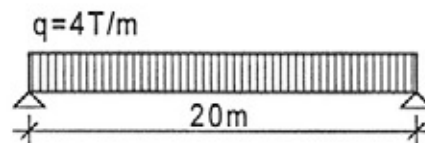
### Dimensionado viga hormigón pretensado

Dimensionar una viga de hormigón pretensado de 20m de luz sometida a una carga de 4T/m.  
Acero  $B_{st}$  1570/1770

#### 1) Módulo resistente necesario

$$M = \frac{4 \text{ T/m} \cdot 20^2 \text{ m}^2}{8} = 200 \text{ Tm}$$

$$W_x = \frac{M}{\sigma} = \frac{2000000 \text{ kgcm}}{130 \text{ kg/cm}^2} = 153846 \text{ cm}^3$$



#### 2) Diseño de la sección

Ilustración

$$h = \frac{2000 \text{ cm}}{16} = 125 \text{ cm}$$

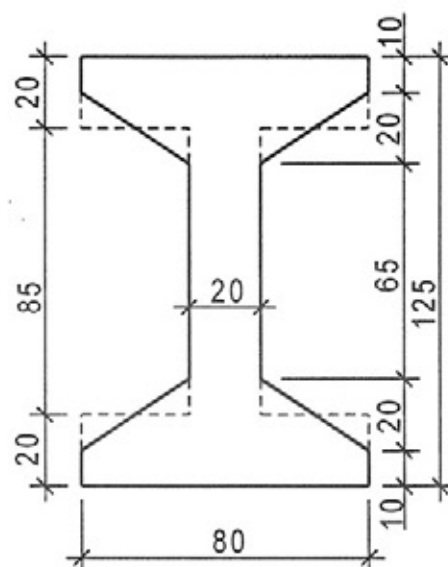
Con esta altura se adopta una sección y se calcula su  $W_x$  real suponiendo, con criterio simplificador, las alas de caras paralelas.

$$J_x = \frac{80 \times 125^3}{12} - \frac{2.30 \times 85^3}{12} =$$

$$J_x = 9.950.208 \text{ cm}^4$$

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} = \frac{9.950.208 \text{ cm}^4}{62,5 \text{ cm}} = 159203 \text{ cm}^3$$

$$\sigma_{\text{real}} = \frac{M}{W_{x \text{ real}}} = \frac{20000000 \text{ kgcm}}{159203 \text{ cm}^3} = 126 \text{ kg/cm}^2 < 130 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Verifica}$$

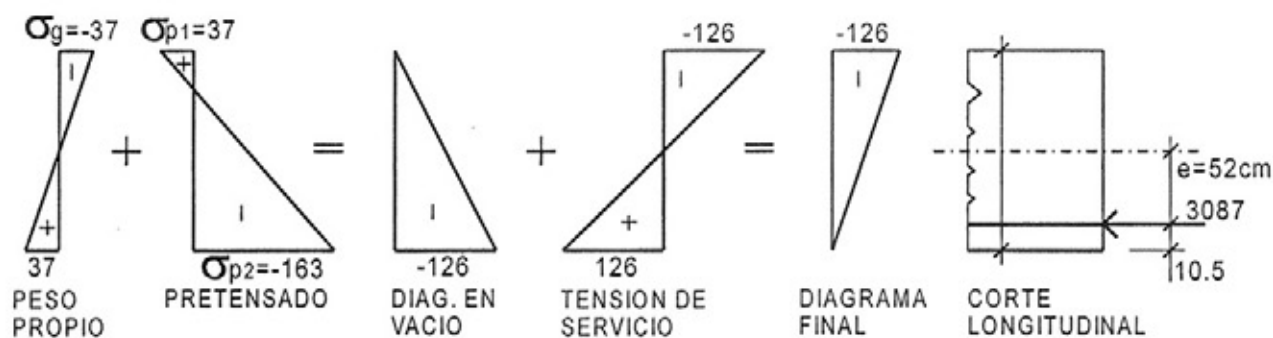


#### 3) Tensión peso propio y tensión de pretensado

$$p.p.viga = (0.80 \text{ m} \times 0,20 \text{ m} \times 2 + 0.85 \text{ m} \times 0.20 \text{ m}) 2400 \text{ kg/cm}^2 = 1176 \text{ kg/m}$$

$$M = \frac{1176 \text{ kg/m} \times 20^2 \text{ m}^2}{8} = 58.800 \text{ kgm}$$

$$\sigma_g = \frac{M}{W} = \frac{5880000 \text{ kgcm}}{159203 \text{ cm}^3} = \boxed{37 \text{ kg/cm}^2}$$



$$37 \text{ kg/cm}^2 + \sigma_{g2} = -126 \text{ kg/cm}^2 \Rightarrow \sigma_{p2} = -126 \text{ kg/cm}^2 - 37 \text{ kg/cm}^2 = -163 \text{ kg/cm}^2$$

#### 4) Carga de pretensado $N$

$$F = (20 \times 80 \text{ cm} \times 2) + (20 \text{ cm} \times 85 \text{ cm}) = 4900 \text{ cm}^2.$$

$$N = \frac{F \sigma_{\text{real}}}{2} = \frac{(37 \text{ kg/cm}^2 - 163 \text{ kg/cm}^2) 4900 \text{ cm}^2}{2} =$$

$$N = \frac{126 \text{ kg/cm}^2 \cdot 4900 \text{ cm}^2}{2} = 308700 \text{ kg} = \boxed{308,7 \text{ T}}$$

#### 5) Excentricidad $e$

$$e = - \frac{W (\sigma_{g2} - \sigma_{p2})}{2 N}$$

$$e = - \frac{159203 \text{ cm}^3 (37 \text{ kg/cm}^2 + 163 \text{ kg/cm}^2)}{2 \times 308700 \text{ kg}} = \boxed{52 \text{ cm}}$$

#### 6) Cálculo del número de hilos y cables

Adoptando hilos de 7 mm de diámetro, tesados a  $10500 \text{ kg/cm}^2$  ya deducidas las pérdidas de tensión, tendremos una:

$$t = \frac{3.14 \times 0,7^2 \text{ cm}^2}{4} 10500 \text{ kg/cm}^2 = 4040 \text{ KG}$$

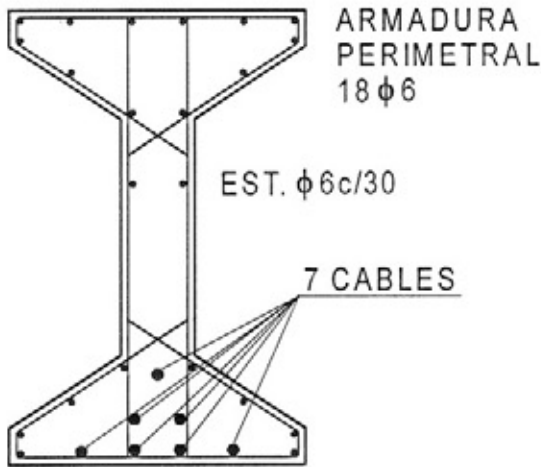
Dividiendo la carga total de pretensado por la resistencia de cada hilo, obtenemos la cantidad total de hilos:

$$\text{N}^\circ \text{ de hilos} = \frac{308700 \text{ kg}}{4040} \approx 77 \text{ hilos}$$

Adoptando 12 hilos por cable, se tiene

$$N^{\circ} \text{ de cables} = \frac{77 \text{ hilos}}{12 \text{ hilos/cable}} = 6,42$$

Se adoptan 7 cables



Esta distribución de cables permite reducir gradualmente su excentricidad hacia los apoyos, para lo cual adoptan una trayectoria parabólica, evitando así la aparición de tensiones de tracción en la parte superior, cercana a los apoyos.

Las normas recomiendan agregar una armadura longitudinal igual o mayor al 0,1% de la sección de hormigón.

$$A_{s \text{ dist}} = 0,1\% \text{ de } 4900 \text{ cm}^2 = 4,9 \text{ cm}^2 \quad \text{Se adoptan } 18 \phi 6 = 5,04 \text{ cm}^2$$

Si hubiésemos utilizado una viga rectangular de hormigón armado, habríamos obtenido los siguientes valores de dimensionamiento para  $\beta_{cn} = 170$  y  $\beta_s = 4200 \text{ kg/cm}^2$ ,

Predimensionado:

$$h = \frac{l}{10 \text{ a } 12} = \frac{2000 \text{ cm}}{11} \approx 180 \text{ cm} = h$$

$$d = 180 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 185 \text{ cm} \quad b_o = 30 \text{ cm}$$

**Verificación  $h$**

$$m_s = \frac{M}{b_o h^2 \hat{\alpha}_r} = \frac{20000000 \text{ kgcm}}{30 \text{ cm } 180^2 \text{ cm}^2 \times 140 \text{ kg/cm}^2} = 0,147 < 0,193$$

$$\omega_m = 0,313$$

**Dimensionado  $A_s$**

$$A_s = 0,313 \frac{30 \times 180 \text{ cm}}{30} = 56,34 \text{ cm}^2 \quad 12 \phi 25 = 58,92 \text{ cm}^2$$

Comparando las secciones de hormigón y acero dimensionadas en ambos casos, obtenemos el siguiente porcentaje de reducción en la viga de hormigón pretensado:

Sección de hormigón pretensado: **4900 cm<sup>2</sup>**

Sección de hormigón armado: 30 cm x 185 cm = **5550 cm<sup>2</sup>**

Porcentaje de economía de sección de hormigón pretensado

$$\frac{5550 \text{ cm}^2 - 4900 \text{ cm}^2}{5550 \text{ cm}^2} \cdot 100\% = \boxed{12 \%}$$

Sección de acero en hormigón pretensado

$$\frac{3,14 \cdot 0,7 \text{ cm}^2}{4} \times 77 \text{ hilos} = 0,384 \text{ cm}^2/\text{hilos} \times 77 \text{ hilos} = \mathbf{29.57 \text{ cm}^2}$$

Sección de acero en hormigón armado: **59.32 cm<sup>2</sup>**

**Porcentaje de economía de sección de acero pretensado**

$$\frac{56.34 \text{ cm}^2 - 29.57 \text{ cm}^2}{56.34 \text{ cm}^2} \cdot 100\% = \boxed{47,5 \%}$$

*–¿Implica este análisis una mayor economía de la viga pretensada?*

No necesariamente, pues siendo usual en estos casos recurrir al procedimiento de postesado, su ejecución dará lugar a un encarecimiento debido a los siguientes factores:

- 1 El mayor costo de los aceros de alta resistencia.
- 2 Las vainas metálicas y sus soportes.
- 3 El resorte metálico en el interior de las vainas.
- 4 Los gatos hidráulicos, las tareas de tesado.
- 5 Los sistemas de anclaje.
- 6 La inyección de mortero a presión en el interior de las vainas.

Las causas expuestas obligan a analizar específicamente cada caso particular y evaluar cuidadosamente la factibilidad de estos sistemas.

Sin embargo, a medida que aumentan las luces a cubrir, la incidencia de los factores mencionados decrecen paulatinamente, pudiendo en consecuencia afirmarse que cuando éstas alcanzan gran magnitud, superando aproximadamente los 20m resulta más ventajosa la utilización de estructuras postesadas.

En cambio, utilizando el procedimiento de pretensado para viguetas prefabricadas en serie, puede lograrse una sensible economía con luces muy reducidas. De allí su gran difusión en losetas huecas pretensadas y en losas cerámicas.

En el caso específico de losas, se obtienen economías apreciables para luces mayores de 12 m.

## Apéndice Tablas



**Pesos unitarios de materiales****da N/ m<sup>3</sup>****a) Cuerpos a granel**

○ Tierra sin compactar seca .....	1300
○ Tierra sin compactar húmeda .....	1800
○ Tierra sin compactar saturada .....	2100
○ Arena seca .....	1600
○ Arena húmeda .....	1800
○ Arena saturada .....	2100
○ Cal .....	1000
○ Cascotes de ladrillos .....	1300
○ Cemento suelto .....	1400
○ Piedra partida cuarcítica .....	1400
○ Piedra partida granítica .....	1600
○ Canto rodado .....	1700
○ Yeso .....	1250

**b) Mampostería****da N/ m<sup>3</sup>**

○ Ladrillos comunes, mortero de Cal .....	1600
○ Ladrillos comunes, mortero de Cemento .....	1800
○ Ladrillos huecos, mortero de Cal .....	1300
○ Ladrillos huecos, mortero de Cemento .....	1500
○ Ladrillos de máquina, mortero de Cal .....	2000
○ Ladrillos de máquina, mortero de Cemento .....	2200
○ Ladrillos prensados, mortero de Cal .....	1900
○ Ladrillos prensados, mortero de Cemento .....	2100
○ Bloques huecos de hormigón liviano .....	1300
○ Bloques huecos de hormigón .....	1600

**c) Morteros****da N/ m<sup>3</sup>**

○ Cemento y Arena .....	2100
○ Cemento, Cal y Arena .....	1900
○ Cal y Arena .....	1700
○ Cal, Arena y Polvo de ladrillos .....	1600

**d) Hormigones****da N/ m<sup>3</sup>**

○ Cemento Pórtland, arena y canto rodado piedra partida: Sin armar .....	2300
Armado .....	2400
○ Cemento Pórtland, arena y agregado basáltico .....	2400
○ Cemento Pórtland, arena y Cascotes .....	1800
○ Cemento Pórtland, arena y mineral de hierro .....	3600
○ Cemento Pórtland, arena y Arcilla expandida .....	1800
○ Cal, Arena y Cascote .....	1600

**e) Maderas****da N/ m<sup>3</sup>**

○ Pino de Flandes .....	700
○ Pino americano .....	800
○ Pino-tea .....	900
○ Pino spruce .....	550
○ Pino blanco .....	500



o	Abeto blanco a rojo .....	600
o	Roble vivo .....	950
o	Roble avellano .....	650
o	Roble rojo o negro .....	700
o	Roble blanco .....	750
o	Alamo .....	500
o	Ciprés .....	480
o	Fresno .....	650
o	Nogal blanco .....	450
o	Nogal negro .....	650
o	Ceibo .....	610
o	Raulí .....	580
o	Curupay colorado y negro .....	1100
o	Curupay blanco .....	950
o	Inciense amarillo .....	980
o	Inciense colorado .....	990
o	Inciense amarillo o verde .....	980
o	Lapacho negro o moro .....	1150
o	ñandubay .....	960
o	Quebracho blanco .....	920
o	Quebracho colorado .....	1300
o	Urunday .....	1220
o	Viraró .....	970
o	Virapitá .....	995
<b>f)</b>	<b>Metales</b>	<b>da N/ m<sup>3</sup></b>
o	Acero .....	7850
o	Aluminio .....	2700
o	Bronce .....	8600
o	Cobre .....	8900
o	Estaño .....	7400
o	Fundición de hierro .....	7250
o	Latón .....	8650
o	Magnesio .....	1850
o	Níquel .....	8900
o	Plomo .....	11400
o	Zinc .....	7200
<b>g)</b>	<b>Varios</b>	<b>da N/ m<sup>3</sup></b>
o	Alquitrán .....	1200
o	Asfalto .....	1300
o	Basura .....	700
o	Libros y documentos apilados .....	850
o	Papel apilado .....	1100
o	Agua .....	1000
o	Nafta .....	750
<b>h)</b>	<b>Piedras naturales</b>	<b>da N/ m<sup>3</sup></b>
o	Granito, Mármol, Pizarra, Caliza compacta .....	2800
o	Arenisca o Caliza porosa, Travertino .....	2400

<b>i) Solados y pavimentos</b>	<b>da N/ m<sup>2</sup></b>
o Baldosas y mosaicos, mortero de cemento y mármol reconstituido por cada centímetro de espesor .....	22
o Baldosas cerámicas, ídem, ídem .....	20
o Asfalto fundido, ídem, ídem .....	14
<b>j) Cielorrasos</b>	<b>da N/ m<sup>2</sup></b>
o Cielorrasos termo-acústicos con elementos modulares de fibra de madera, montados sobre elementos metálicos o enlistonado de madera, incluidos los mismos .....	10
o Cielorraso con elementos modulares de asbesto cemento montado sobre elementos metálicos o enlistonado de madera, incluidos los mismos .....	15
o Cielorraso de plaquetas de yeso montadas sobre armadura de aluminio .....	20
o Cemento, Cal, Arena, con metal desplegado .....	50
o Yeso con enlistonado .....	20
o Yeso aplicado .....	5
<b>k) Cubiertas</b>	<b>da N/ m<sup>2</sup></b>
o Membrana impermeable asfáltica, 7 capas .....	10
o Chapa acanalada ondulada o trapezoidal de aluminio, sin armadura de sostén: de 06 mm de espesor .....	25
de 08 mm de espesor .....	3
de 1 mm de espesor .....	4
o Chapa ondulada de asbesto cemento de 4 mm de espesor (onda chica) .....	10
de 6 mm de espesor (onda grande) .....	15
de 8 mm de espesor (onda grande) .....	20
o Chapa acanalada de acero cincado o aluminizado ondulada o trapezoidal .....	10
o Chapas de cobre de 06 mm de espesor, sobre entablonado, incluido este .....	25
o Chapa de cinc de 07 mm de espesor, sobre entablonado, incluido este .....	25
o Chapa en forma de pizarra múltiple de asbesto cemento, sobre enlistonado, incluido este, sin cabios .....	25
o Chapa en forma de teja múltiple de plástico reforzado de 15 mm de esp. medio, incluido armadura de sostén .....	15
o Chapa en forma de teja múltiple de asbesto cemento sobre entablonado, incluido este .....	30
o Tejas cerámicas tipo españolas o colonial, incluido armadura de sostén .....	100
o Tejas cerámicas tipo Marsella o francesa, sobre enlistonado, incluido este .....	55
o Tejas cerámicas tipo flamencas, sobre enlistonado, incluido este .....	70
o Tejas de pizarras, incluido armadura de sostén .....	45

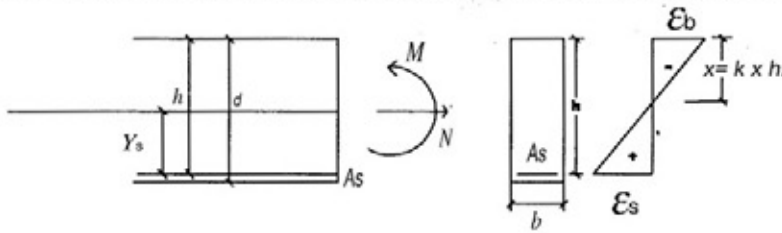
### Sobrecargas mínimas o cargas accidentales

<b>a) Viviendas</b>	<b>da N/ m<sup>2</sup></b>
o Azoteas y/o terrazas donde pueden congregarse personas con fines de recreación y observación .....	300
o Azoteas accesibles .....	200
o Azoteas inaccesibles .....	100

○ Baños y Cocinas .....	200
○ Balcones .....	300
○ Comedores, lugares de estar y dormitorios .....	200
○ Escaleras (medidas en proyección horizontal) .....	300
○ Rellanos y corredores .....	300
<b>b) Edificios públicos, oficinas, lugares de espectáculos, gimnasios, etc.</b>	<b>daN/ m<sup>2</sup></b>
○ Archivos .....	500
○ Aulas .....	350
○ Balcones: igual al local al cual sirve y no menor a .....	300
○ Baños .....	200
○ Bibliotecas .....	500
○ Cocinas .....	400
○ Comedores .....	300
○ Cuartos de máquinas y calderas .....	750
○ Dormitorios .....	250
○ Escaleras, medidas en proyección horizontal .....	400
○ Gimnasios .....	500
○ Lavaderos .....	300
○ Locales para reunión con asientos fijos .....	300
○ Locales para reunión sin asientos fijos .....	350
○ Oficinas .....	250
○ Rampas para vehículos de peso inferior a 2500 daN .....	500
○ Rellanos y corredores .....	400
○ Salones de baile .....	500
○ Tribunas con asientos fijos .....	500
○ Tribunas sin asientos fijos .....	750
○ Vestuarios min .....	250
○ Garages para vehículos de peso inferior a 2500 daN para luces mayores de 3 m en losas y 5 m en vigas .....	350
para luces menores de 3 m en losas y 5 m en vigas, la sobrecarga se incrementará en 3 m o 5 m y como máximo en 143 veces	
○ Posibilidad de choque de vehículos contra vigas, tabiques y muros portantes: se tomará una carga horizontal de 200daN/m aplicada a 050 m de altura del solado	
○ Garages para vehículos de peso superior a 2500 daN Se determinará en cada caso, según las características de los vehículos que se utilizarán.	

**TABLA A1**

Tabla para el dimensionamiento con coeficientes adimensionales, para secciones rectangulares sin armadura de compresión para flexión con esfuerzo longitudinal ( $B_{st} 420 / 500$ )



$$M_s = M \pm N \cdot Y_s$$

$$m_s = \frac{M_s}{b h^2 \beta_r}$$

$$m_s \leq m_s^* \quad \text{armadura simple}$$

$$\omega_m \frac{b \cdot h}{\beta_s} \pm \frac{N}{\sigma_{su}} = \mu g \cdot b h + \frac{N}{\sigma_{su}}$$

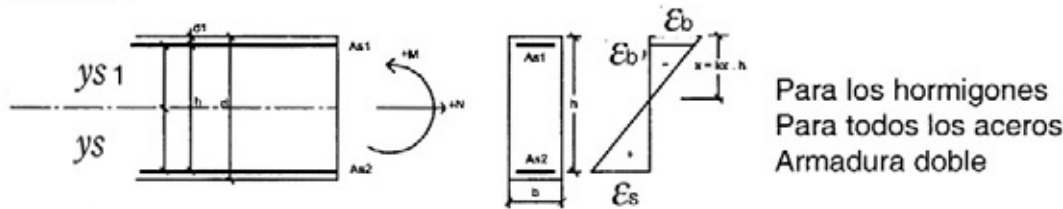
Para las diferentes magnitudes se deben emplear las unidades correspondientes.

$m_s$	$\omega_m$	$\frac{\beta_{cn} 130}{\mu g}$	$\frac{\beta_{cn} 170}{\mu g}$	$\frac{\beta_{cn} 210}{\mu g}$	$\frac{\sigma_{su}}{V}$	$K_x$	$K_z$	$\epsilon_b$	$\epsilon_s$	$V$	
		%	%	%				‰	‰		
0,01	0,018	0,045	0,06	0,075	240	0,08	0,97	0,46	5,00	1,75	Dominio 2
0,02	0,037	0,0925	0,1233	0,15416	240	0,12	0,96	0,68	5,00	1,75	
0,03	0,055	0,1375	0,1833	0,22916	240	0,15	0,95	0,87	5,00	1,75	
0,04	0,075	0,1875	0,25	0,3125	240	0,17	0,94	1,04	5,00	1,75	
0,05	0,094	0,235	0,31333	0,39166	240	0,19	0,93	1,21	5,00	1,75	
0,06	0,114	0,285	0,38	0,475	240	0,22	0,92	1,37	5,00	1,75	
0,07	0,134	0,335	0,4466	0,55833	240	0,23	0,92	1,53	5,00	1,75	
0,08	0,154	0,385	0,51333	0,64166	240	0,25	0,91	1,70	5,00	1,75	
0,09	0,175	0,4375	0,58333	0,72916	240	0,27	0,90	1,87	5,00	1,75	
0,10	0,197	0,4925	0,6566	0,82083	240	0,29	0,89	2,05	5,00	1,75	
0,11	0,218	0,545	0,72666	0,9083	240	0,31	0,88	2,25	5,00	1,75	
0,12	0,241	0,6025	0,8033	1,00416	240	0,33	0,87	2,47	5,00	1,75	
0,13	0,264	0,66	0,88	1,1	240	0,35	0,86	2,70	5,00	1,75	
0,14	0,288	0,72	0,96	1,2	240	0,37	0,85	2,96	5,00	1,75	
0,15	0,313	0,7525	1,04333	1,30416	240	0,39	0,84	3,25	5,00	1,75	
0,16	0,339	0,8475	1,13	1,4125	240	0,42	0,83	3,50	4,86	1,75	
0,17	0,367	0,9175	1,22333	1,52916	240	0,45	0,81	3,50	4,23	1,75	
0,18	0,395	0,9875	1,31666	1,64583	240	0,49	0,80	3,50	3,67	1,75	
$m_s^* = 0,193$	0,436	1,09	1,45333	1,81666	240	0,54	0,78	3,50	3,00	1,75	Dom. 3
0,196	0,458	1,145	1,52666	1,90833	265	0,57	0,76	3,50	2,69	1,79	Dom. 4
0,20	0,491	1,2275	1,63666	2,04583	229	0,61	0,75	3,50	2,28	1,83	
$m_s^{**} = 0,203$	0,515	1,2875	1,71666	2,14583	225	0,64	0,74	3,50	2,00	1,87	

Fuente: Cuaderno 220

Nota: La unidad de  $\frac{\sigma_{su}}{V}$  es  $MN/m^2$

Tabla A2



$$M_s = M - N \cdot Y_s$$

$$m_s = \frac{M_s}{b h^2 \beta_r}$$

Cuando  $m_s > m_s^*$  armadura doble

$$A_{s2} = \omega_m \frac{b \cdot h}{\beta_s} + \frac{N}{\beta_s / V}$$

$$A_{s1} = \omega_1 \frac{b \cdot h}{\beta_r}$$

Para las diferentes magnitudes se deben emplear las correspondientes unidades.

$N$  como compresión es negativa

$m_s$	$d/h = 0,05$		$d/h = 0,10$		$d/h = 0,15$		$d/h = 0,20$			$d/h = 0,25$			
	alle BST		alle BST		alle BST		alle BST	BST 220/340 BST 420/500	BST 500/550	alle BST	BST 220/340	BST 420/500	BST 500/550
	$\omega_m$	$\omega_1$	$\omega_m$	$\omega_1$	$\omega_m$	$\omega_1$	$\omega_m$	$\omega_1$	$\omega_1$	$\omega_m$	$\omega_1$	$\omega_1$	$\omega_1$
$m_s$ 0,193	0,436	0,000	0,436	0,000	0,436	0,000	0,436	0,000	0,000	0,436	0,000	0,000	0,000
0,20	0,448	0,012	0,449	0,013	0,450	0,014	0,451	0,015	0,015	0,452	0,016	0,017	0,020
0,21	0,467	0,031	0,468	0,032	0,470	0,034	0,472	0,037	0,040	0,475	0,039	0,042	0,049
0,22	0,485	0,049	0,488	0,052	0,491	0,055	0,494	0,058	0,063	0,498	0,062	0,066	0,079
0,23	0,504	0,068	0,507	0,071	0,511	0,076	0,516	0,080	0,087	0,522	0,086	0,091	0,109
0,24	0,522	0,086	0,527	0,091	0,532	0,096	0,538	0,102	0,111	0,545	0,109	0,116	0,138
0,25	0,540	0,104	0,546	0,110	0,553	0,117	0,560	0,124	0,134	0,568	0,132	0,141	0,168
0,26	0,559	0,123	0,566	0,130	0,573	0,137	0,582	0,146	0,158	0,592	0,156	0,166	0,198
0,27	0,577	0,141	0,585	0,149	0,594	0,158	0,604	0,168	0,182	0,615	0,179	0,191	0,227
0,28	0,596	0,160	0,604	0,169	0,614	0,179	0,626	0,190	0,205	0,638	0,202	0,216	0,257
0,29	0,614	0,178	0,624	0,188	0,635	0,199	0,677	0,212	0,229	0,662	0,226	0,241	0,287
0,30	0,632	0,197	0,643	0,207	0,656	0,220	0,669	0,233	0,253	0,685	0,249	0,266	0,316
0,31	0,651	0,215	0,663	0,227	0,676	0,240	0,691	0,255	0,276	0,708	0,272	0,290	0,346
0,32	0,669	0,233	0,682	0,246	0,697	0,261	0,713	0,277	0,300	0,732	0,296	0,315	0,315
0,33	0,688	0,252	0,702	0,266	0,717	0,281	0,735	0,299	0,324	0,755	0,319	0,340	0,405
0,34	0,706	0,270	0,721	0,285	0,738	0,302	0,757	0,321	0,347	0,778	0,342	0,365	0,435
0,35	0,725	0,289	0,741	0,305	0,759	0,323	0,779	0,343	0,371	0,802	0,366	0,390	0,464
0,36	0,743	0,307	0,760	0,324	0,779	0,343	0,801	0,365	0,395	0,825	0,389	0,415	0,494
0,37	0,761	0,326	0,779	0,344	0,800	0,364	0,822	0,387	0,418	0,848	0,412	0,440	0,524
0,38	0,780	0,344	0,799	0,363	0,820	0,384	0,844	0,408	0,442	0,872	0,436	0,465	0,553
0,39	0,798	0,362	0,818	0,382	0,841	0,405	0,866	0,430	0,466	0,895	0,459	0,490	0,583
0,40	0,817	0,381	0,838	0,402	0,861	0,426	0,888	0,452	0,489	0,918	0,482	0,514	0,612

Tabla

Tabla para el dimensionamiento con coeficientes adimensionales, para secciones rectangulares con armadura de compresión para flexión con esfuerzo longitudinal (para todos los tipos de aceros).

Tablas A3 y A4 en Hormigón armado Tomo I

Tabla A5

Diámetro mm	Peso kg/m	Cantidad de barras										Sección As
		1Ø cm²	2Ø cm²	3Ø cm²	4Ø cm²	5Ø cm²	6Ø cm²	7Ø cm²	8Ø cm²	9Ø cm²	10Ø cm²	
6	0,222	0,28	0,57	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	2,80	
8	0,395	0,50	1,01	1,51	2,01	2,51	3,02	3,52	4,02	4,52	5,00	
10	0,617	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,90	
12	0,888	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,78	7,92	9,05	10,18	11,30	
14	1,208	1,54	3,08	4,62	6,16	7,70	9,24	10,78	12,32	13,8	15,40	
16	1,573	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,10	20,10	
20	2,446	3,14	6,28	9,42	12,56	15,70	18,84	21,99	25,13	28,27	31,40	
25	3,853	4,91	9,82	14,73	19,64	24,55	29,46	34,37	39,27	44,18	49,10	

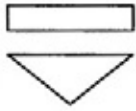

4 Barras cm²			5 Barras cm²			6 Barras cm²					
3Ø10	1Ø12	3,49	4Ø10	1Ø12	4,27	4Ø10	2Ø8	4,15	2Ø14	4Ø20	15,64
3Ø10	2Ø12	3,83	3Ø10	2Ø12	4,62	5Ø10	1Ø8	4,43	2Ø16	4Ø20	16,5
3Ø10	1Ø14	3,90	4Ø10	1Ø14	4,68	1Ø12	5Ø10	5,06	1Ø12	5Ø20	16,83
1Ø10	3Ø12	4,18	2Ø10	3Ø12	4,96	2Ø12	4Ø10	5,40	1Ø14	5Ø20	17,24
2Ø10	2Ø14	4,65	1Ø10	4Ø12	5,41	1Ø14	5Ø10	5,47	1Ø16	5Ø20	17,71
3Ø12	1Ø14	4,93	3Ø13	2Ø14	5,44	3Ø12	3Ø10	5,75	4Ø16	2Ø25	17,86
2Ø12	2Ø14	5,34	4Ø12	1Ø14	6,05	4Ø12	2Ø10	6,09	5Ø20	1Ø25	20,61
3Ø12	1Ø16	5,40	2Ø10	3Ø14	6,19	4Ø10	2Ø14	6,22	3Ø16	3Ø25	20,76
1Ø10	3Ø14	5,41	3Ø12	2Ø14	6,47	5Ø12	1Ø10	6,44	4Ø20	2Ø25	22,38
1Ø12	3Ø14	5,75	4Ø12	1Ø16	6,53	5Ø12	1Ø14	7,19	3Ø20	3Ø25	24,15
2Ø12	2Ø16	6,28	2Ø12	3Ø14	6,88	4Ø12	2Ø14	7,60	2Ø20	4Ø25	25,92
3Ø14	1Ø16	6,63	1Ø10	4Ø14	6,95	5Ø12	1Ø16	7,66	1Ø20	5Ø25	27,69
2Ø14	2Ø16	7,10	1Ø12	4Ø14	7,29	3Ø12	3Ø14	8,01			
1Ø12	3Ø16	7,16	3Ø12	2Ø16	7,41	2Ø12	4Ø14	8,42			
1Ø14	3Ø16	7,57	1Ø14	1Ø16	8,17	4Ø12	2Ø16	8,54			
3Ø16	1Ø20	9,17	2Ø12	3Ø16	8,29	1Ø12	5Ø14	8,83			
2Ø16	2Ø20	10,30	3Ø14	2Ø16	8,64	5Ø14	1Ø16	9,70			
1Ø16	3Ø20	11,43	2Ø14	3Ø16	9,11	4Ø14	2Ø16	10,18			
2Ø16	2Ø25	13,84	1Ø12	4Ø16	9,17	2Ø12	4Ø16	10,30			
3Ø20	1Ø25	14,33	1Ø14	4Ø16	9,58	3Ø14	3Ø16	10,65			
2Ø20	2Ø25	16,1	4Ø16	1Ø20	11,18	5Ø14	1Ø20	10,84			
1Ø20	3Ø25	17,87	3Ø16	2Ø20	12,31	1Ø10	5Ø16	10,84			
			2Ø16	3Ø20	13,44	2Ø14	4Ø16	11,12			
			1Ø16	4Ø20	14,58	1Ø12	5Ø16	11,18			
			3Ø16	2Ø25	15,85	1Ø14	5Ø16	11,59			
			4Ø20	1Ø25	17,47	4Ø14	2Ø20	12,44			
			2Ø16	3Ø25	18,75	5Ø16	1Ø20	13,19			
			3Ø20	2Ø25	19,24	3Ø14	3Ø20	14,04			
			2Ø20	3Ø25	21,01	4Ø16	2Ø20	14,38			
			1Ø20	4Ø25	22,78	3Ø16	3Ø20	15,45			

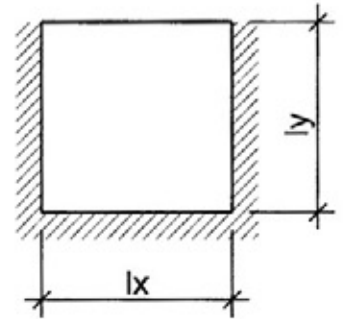
Tabla A6

Sección de acero para 100 cm de losa (cm <sup>2</sup> )													
Ø (mm)	SEP (cm)	Ø (mm)											
		6	6 8	8	6 10	8 10	10	8 12	10 12	12	10 14	12 14	14
2,00	7	4,04	5,62	7,18	7,64	9,80	11,22	11,68	13,70	16,16	16,62	19,08	22,00
1,87	7,5	3,78	5,24	6,70	7,14	8,60	10,48	10,90	12,78	15,08	15,50	17,80	20,52
1,75	8,	3,53	4,91	6,28	6,68	8,05	9,82	10,21	11,98	14,14	14,53	16,69	19,34
1,63	8,5	3,33	4,62	5,91	6,27	7,58	9,24	9,61	11,28	13,31	13,68	15,71	18,11
1,55	9	3,14	4,37	5,59	5,94	7,16	8,73	9,08	10,65	12,57	12,92	14,84	17,10
1,47	9,5	2,98	4,14	5,29	5,63	6,78	8,27	8,60	10,09	11,90	12,24	14,05	16,50
1,40	10	2,83	3,95	5,03	5,34	6,44	7,85	8,17	9,58	11,31	11,62	13,39	15,37
1,33	10,5	2,69	3,74	4,78	5,09	6,14	7,48	7,78	9,13	10,77	11,07	12,72	14,66
1,27	11	2,57	3,57	4,57	4,86	5,86	7,14	7,43	8,71	10,28	10,57	12,14	13,99
1,21	11,5	2,46	3,42	4,37	4,65	5,60	6,83	7,11	8,34	9,84	10,11	11,68	13,37
1,16	12	2,36	3,28	4,18	4,45	5,37	6,54	6,81	7,98	8,42	9,69	11,13	12,83
1,12	12,5	2,26	3,14	4,02	4,27	5,15	6,28	6,54	7,67	9,05	9,30	10,69	12,32
1,07	13	2,17	3,02	3,87	4,11	4,96	6,04	6,29	7,37	8,70	8,94	10,37	11,85
1,03	13,5	2,09	2,91	3,72	3,96	4,77	5,82	6,05	7,10	8,38	8,61	9,89	11,40
0,99	14	2,02	2,81	3,59	3,82	4,60	5,61	5,84	6,85	8,08	8,31	9,54	11,00
0,96	14,5	1,95	2,71	3,47	3,69	4,45	5,42	5,62	6,61	7,80	8,02	9,21	10,62
0,92	15	1,89	2,62	3,35	3,57	4,30	5,24	5,45	6,38	7,54	7,75	8,90	10,26
0,89	15,5	1,82	2,53	3,26	3,45	4,16	5,07	5,27	6,19	7,30	7,50	8,65	9,94
0,86	16	1,77	2,46	3,14	3,34	4,03	4,97	5,11	5,99	7,07	7,27	8,35	9,62
0,84	16,5	1,71	2,38	3,05	3,24	3,91	4,76	4,95	5,81	6,85	7,05	8,08	9,33
0,81	17	1,66	2,31	2,96	3,14	3,78	4,62	4,81	5,84	6,65	6,84	7,85	9,05
0,79	17,5	1,62	2,25	2,87	3,06	3,68	4,49	4,67	5,48	6,46	6,64	7,63	8,79
0,77	18	1,57	2,18	2,79	2,96	3,58	4,36	4,34	5,32	6,28	6,46	7,42	8,55
0,75	18,5	1,53	2,13	2,72	2,89	3,49	4,25	4,42	5,18	6,11	6,29	7,22	8,32
0,72	19	1,48	2,07	2,65	2,81	3,39	4,13	4,30	5,04	5,95	6,12	7,06	8,10
0,71	19,5	1,44	2,02	2,58	2,74	3,31	4,03	4,19	4,87	5,80	5,86	6,85	7,89
0,70	20	1,41	1,95	2,51	2,67	3,22	3,93	4,08	4,79	5,65	5,81	6,67	7,69
0,67	20,5	1,38	1,92	2,45	2,61	3,14	3,83	3,98	4,67	5,51	5,68	6,58	7,52
0,66	21	1,35	1,87	2,39	2,55	3,07	3,74	3,89	4,56	5,38	5,54	6,36	7,33
0,64	21,5	1,32	1,83	2,34	2,49	3,00	3,65	3,80	4,45	5,25	5,41	6,21	7,16
0,63	22	1,29	1,79	2,29	2,43	2,93	3,57	3,72	4,36	5,14	5,29	6,07	7,00
0,61	22,5	1,26	1,75	2,23	2,38	2,86	3,49	3,63	4,26	5,02	5,17	5,93	6,84
0,60	23	1,23	1,71	2,19	2,32	2,80	3,40	3,56	4,17	4,92	5,06	5,81	6,70
0,58	23,5	1,21	1,68	2,14	2,28	2,74	3,34	3,48	4,08	4,81	4,95	5,69	6,56
0,57	24	1,18	1,64	2,10	2,25	2,69	3,27	3,41	3,99	4,71	4,85	5,57	6,42
0,56	24,5	1,15	1,60	2,05	2,18	2,63	3,20	3,33	3,91	4,61	4,74	5,45	6,28
0,56	25	1,13	1,57	2,01	2,14	2,58	3,14	3,27	3,83	4,52	4,65	5,34	6,16
0,54	25,5	1,11	1,54	1,97	2,10	2,53	3,08	3,20	3,76	4,43	4,56	5,24	6,04
0,53	26	1,09	1,51	1,93	2,06	2,48	3,02	3,14	3,69	4,35	4,48	5,14	5,93
0,51	26,5	1,07	1,49	1,90	2,02	2,43	2,96	3,08	3,61	4,26	4,39	5,04	5,81
0,51	27	1,05	1,46	1,86	1,98	2,38	2,90	3,02	3,54	4,18	4,30	4,94	5,70
0,50	27,5	1,03	1,43	1,83	1,95	2,35	2,85	2,97	3,49	4,11	4,24	4,86	5,61
0,49	28	1,01	1,41	1,80	1,91	2,30	2,80	2,92	3,42	4,03	4,15	4,77	5,50
0,49	28,5	0,99	1,38	1,77	1,88	2,27	2,76	2,87	3,37	3,97	4,09	4,68	5,41
0,47	29	0,98	1,36	1,74	1,85	2,23	2,71	2,82	3,31	3,90	4,01	4,61	5,31
0,46	29,5	0,96	1,34	1,71	1,81	2,19	2,66	2,77	3,25	3,83	3,94	4,53	5,23
0,46	30	0,94	1,31	1,67	1,78	2,14	2,61	2,72	3,19	3,76	3,87	4,45	5,13
0,44	31	0,92	1,27	1,61	1,73	2,08	2,53	2,64	3,10	3,66	3,75	4,31	4,70
0,43	32	0,89	1,23	1,57	1,67	2,01	2,45	2,56	3,00	3,54	3,63	4,18	4,81
0,42	33	0,86	1,19	1,52	1,62	1,95	2,38	2,48	2,91	3,42	3,52	4,05	4,50
0,40	34	0,83	1,15	1,48	1,57	1,90	2,31	2,41	2,82	3,32	3,43	3,93	4,58

Tablas T1, T2, T3, T4, T5 y T6 en Hormigón Armado Tomo I

Tabla T 7

$\varepsilon = \frac{l \text{ menor}}{l \text{ mayor}} = \frac{l_x}{l_y}$	$\alpha^e$	$\beta^e$	$\alpha$	$\beta$	
	0,50	0,0499	0,0451	0,0230	
	0,55	0,0480	0,0441	0,0211	
	0,60	0,0460	0,0431	0,0196	
	0,65	0,0439	0,0421	0,0182	
	0,70	0,0416	0,0410	0,0170	
	0,75	0,0395	0,0399	0,0159	
	0,80	0,0373	0,0387	0,0148	
	0,85	0,0352	0,0376	0,0138	
	0,90	0,0330	0,0356	0,0127	
	0,95	0,0307	0,0355	0,0116	
	1,00	0,0285	0,0345	0,0105	
		0,95	0,0296	0,0370	0,0106
		0,90	0,0307	0,0395	0,0107
		0,85	0,0319	0,0422	0,0105
		0,80	0,0329	0,0450	0,0101
		0,75	0,0338	0,0482	0,0096
0,70		0,0346	0,0516	0,0089	
0,65		0,0352	0,0548	0,0079	
0,60		0,0356	0,0578	0,0068	
0,55		0,0360	0,0603	0,0062	
0,50		0,0362	0,0621	0,0058	



$$\varepsilon = \frac{l \text{ menor}}{l \text{ mayor}} = \frac{l_y}{l_x}$$

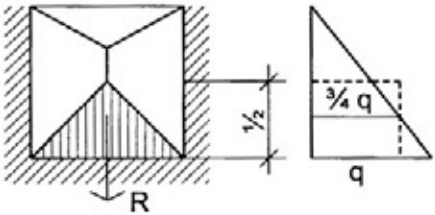
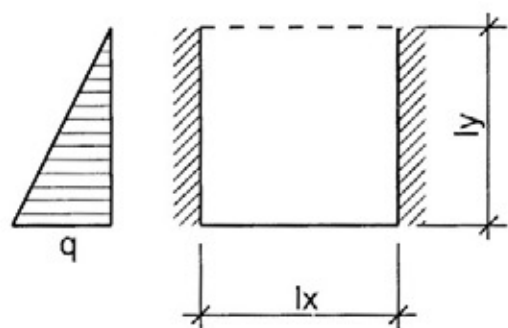
Momentos	Reacciones
$M_x^e = \alpha^e q (l \text{ menor})^2$	$R = l \left[ \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{3}{4} q \right]$
$M_y^e = \beta^e q (l \text{ menor})^2$	$R = \frac{3}{16} q$
$M_x = \alpha q (l \text{ menor})^2$	
$M_y = \beta q (l \text{ menor})^2$	



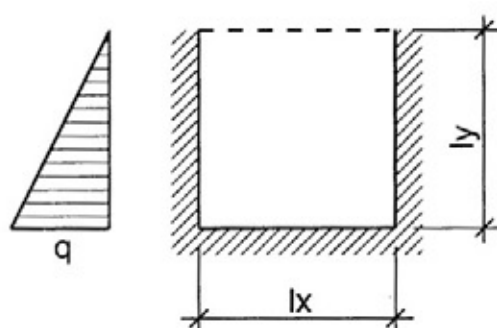
Tabla T 8



$\frac{l_x}{l_y}$	$\alpha^e$	$\beta$	$\alpha$
0,30	-0,0132	0,0045	0,0009
0,35	-0,0155	0,0054	0,0015
0,40	-0,0178	0,0062	0,0024
0,45	-0,0200	0,0069	0,0036
0,50	-0,0221	0,0074	0,0048
0,55	-0,0241	0,0076	0,0059
0,60	-0,0260	0,0077	0,0070
0,65	-0,0278	0,0078	0,0080
0,70	-0,0295	0,0078	0,0090
0,75	-0,0310	0,0077	0,0100
0,80	-0,0324	0,0076	0,0109
0,85	-0,0337	0,0073	0,0118
0,90	-0,0349	0,0070	0,0127
0,95	-0,0360	0,0067	0,0136
1,00	-0,0368	0,0063	0,0145
1,10	-0,0384	0,0056	0,0159
1,20	-0,0396	0,0050	0,0171
1,30	-0,0405	0,0043	0,0197
1,40	-0,0410	0,0037	0,0185
1,50	-0,0413	0,0031	0,0190
1,75	-0,0416	0,0019	0,0200
2,00	-0,0417	0,0009	0,0206

Momentos
$M_x^e = \alpha^e q (l_x)^2$
$M_x = \alpha q (l_x)^2$
$M_y = \beta q (l_x)^2$

Tabla T 9



$\frac{l_x}{l_y}$	$\beta^e$	$\alpha^e$	$\beta$	$\alpha$
0,30	-0,0120	0,0048	0,0002	0,0006
0,35	-0,0148	0,0066	0,0009	0,0012
0,40	-0,0172	0,0084	0,0016	0,0018
0,45	-0,0193	0,0104	0,0024	0,0026
0,50	-0,0212	0,0124	0,0032	0,0034
0,55	-0,0229	0,0145	0,0041	0,0042
0,60	-0,0246	0,0166	0,0050	0,0050
0,65	-0,0262	0,0186	0,0057	0,0058
0,70	-0,0277	0,0205	0,0062	0,0067
0,75	-0,0291	0,0222	0,0065	0,0076
0,80	-0,0304	0,0238	0,0067	0,0085
0,85	-0,0317	0,0254	0,0069	0,0094
0,90	-0,0329	0,0269	0,0071	0,0104
0,95	-0,0340	0,0283	0,0071	0,0110
1,00	-0,0349	0,0297	0,0070	0,0118
1,10	-0,0358	0,0319	0,0068	0,0126
1,20	-0,0375	0,0338	0,0064	0,0134
1,30	-0,0391	0,0354	0,0057	0,0142
1,40	-0,0405	0,0367	0,0049	0,0150
1,50	-0,0418	0,0378	0,0041	0,0158
1,75	-0,0455	0,0399	0,0027	0,0179
2,00	-0,0478	0,0413	0,0016	0,0203

Momentos
$M_y^e = \beta^e q (l_x)^2$
$M_x^e = \alpha^e q (l_x)^2$
$M_y = \beta q (l_x)^2$
$M_x = \alpha q (l_x)^2$

## Bibliografía consultada

---

- Balado Juan F. Ing. *Método para la dosificación de hormigones*. Instituto del Cemento Portland Argentino.
- Casinello Pérez Fernando Dr. Arquitecto. *Construcción Hormigonera*. Editorial Rueda. Madrid.
- CIRSOC 201. *Centro de Investigación de los reglamentos de seguridad de obras civiles*.
- Clases teóricas dictadas por el Arq. Perles en la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de Buenos Aires.*
- Clases Teóricas dictadas por el Ing. Civil García Raggio en la Facultad de Arquitectura de Buenos Aires.*
- Clases teóricas dictadas por el Ing. José Becker en la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de Buenos Aires.*
- Cowan Enry J. *Design of Reinforced Concrete Structures*.
- Cuaderno 220. Comisión Alemana para el Estudio del Hormigón Armado.*
- Jiménez Montoya P. Dr. Ingeniero. *Hormigón Armado*. Editorial Gustavo Gili S.A. Barcelona.
- Kalmanok A. S. Prof. Ing. *Manual para el Cálculo de placas*. Editorial Inter Ciencia. Año 1961.
- Leonhardt Fritz Ing. Civil Profesor Emérito Universidad de Stuttgart. *Estructuras de Hormigón Armado*. Editorial "El Ateneo". Buenos Aires.
- Mattheib Jürgen Dr. Ing. *Hormigón armado, armado aligerado, pretensado*. Editorial Reverte S.A.
- Moretto Oreste. *Curso de Hormigón Armado*. Editorial "El Ateneo" Buenos Aires.
- Pozzi Azzaro Osvaldo J. Ing. Civil. *Manual de Cálculo de Estructuras de Hormigón Armado*. Instituto del Cemento Portland Argentino.
- Puppo Alberto Hugo Ing. Civil. *Cálculo Límite de vigas y estructuras aporticadas de hormigón armado*. Instituto del Cemento Portland Argentino.
- Renaud H. y Letertre F. *Technologie du Batiment – Gros Oeuvre – Ouvrages en Beton Arme*. Les Editions Foucher. París.
- Rusch Hubert Prof. Dr. Ing. *Hormigón Armado y Hormigón Pretensado*. Compañía Editorial Continental S.A.



## Bibliografía general

---

- *Estructuras de Hormigón Armado. Tomo I y V: Hormigón Pretensado*. Fritz Leonhardt. Ingeniero Civil. Profesor Emérito en el Instituto de Construcciones de la Universidad de Stuttgart.
- *Hormigón Armado y Hormigón Pretensado*. Hubert Rusch, Compañía Editorial Continental S.A.
- *Hormigón Pretensado*. Enrique Luis De Luca. Ing. Civil. Profesor de la Cátedra de Hormigón II en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires. Librería "El Ateneo" Editorial.
- *Construcción Hormigonera*. Fernando Casinello Pérez, Editorial Rueda. Madrid.
- *La Estructura en la Arquitectura Moderna*. Attilio Arcangeli, Editorial Universitaria de Buenos Aires.
- *Hormigón Pretensado*. Jürgen Mattheib. Profesor an der Fachhochschule München, Editorial Reverté. S.A.
- *Tecnología de la Construcción*, G.Baud. Ingeniero Consultor Profesor, Editorial Blume. Tuset 17. Barcelona.
- *Design of Reinforced Concrete Structures*, Henry Cowan.
- *Información Técnica sobre Losas Huecas de Hormigón Pretensado*, Vipret de Arcillex S.A.
- Información técnica sobre Losa Acer Beton.
- Ladrillos Olavarría S.A.I.C.
- Información técnica sobre Celerlosa 60 de Palmar.
- Información técnica sobre Astori, estructuras modulares en hormigón armado.
- Información técnica Hachece S. A.
- Información técnica Prenet S.R.L.
- Información técnica Stronghold.
- Información técnica Postesa S. A.
- Información técnica Pretensac S. A. Cables B.B.R.V.
- *Cuaderno 220*. Comisión Alemana del Hormigón Armado. Instituto Argentino de Racionalización de Materiales. IRAM.
- *CIRSOC 201*. Centro de Investigaciones de los Reglamentosa de Seguridad de Obras Civiles. INTI.
- *Cálculo de estructuras de cimentación*, J. Calavera, Editorial Intermac - España.
- *Cimientos*, V. C. Launder, Editorial Blume - Barcelona.
- *Cimentaciones superficiales*, Fructuoso Maña, Editorial Blume - Barcelona.
- *Manual de cálculo de estructuras de hormigón armado*, Osvaldo J. Pozzi Azzaro, Instituto del cemento Portland Argentino.
- *Lecciones de estructuras de hormigón armado*, Agripino R. Spampinato.
- *Método para la dosificación de hormigones*, Juan F. García Balado, Instituto del cemento Portland Argentino.
- *Manual para cálculo de placas*, A. S. Kalmanok, Editora Interciencia, 1961.
- *Tecnología del hormigón*, Agustín Norberto Casiarena, Instituto del cemento Portland Argentino.
- *Curso de hormigón armado*, Oreste Moretto, El Ateneo, Buenos Aires.
- *Cálculo límite de vigas y estructuras aporticadas de hormigón armado*, Alberto Hugo Puppo, Instituto del cemento Portland Argentino.
- *Hormigón armado*. P. Jiménez Montoya, Gustavo Gili, Barcelona.
- *Tecnologie du bâtiment - Gros Oeuvre - Ouvrages en beton arme*. H. Renaud y F. Letertre, Les editions Foucher, Paris.
- *Criterio para elegir el sistema de fundación de un edificio*. Carlos N. Alonso, Universidad Nacioanl de Córdoba, Facultad de Arquitectura y Urbanismo.
- Conferencia sobre hormigón pretensado dictada por el ingeniero Antonio Fermín Guerra, el 6 de noviembre de 1997, en el Instituto del Cemento Portland.
- Clases teóricas dictadas por el ingeniero civil García Raggio en la Facultad de Arquitectura de Buenos Aires.
- Clases teóricas dictadas por el arquitecto Pedro Perles en la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de Buenos Aires.

