

ACTUALIZACIÓN DE LOS CURSOS DE FÍSICA Y MATEMÁTICA

NECESIDAD IMPOSTERGABLE DESDE LA AGENDA 2030



Universidad 2020

12^{do} Congreso Internacional
de Educación Superior

CURSO 14

ACTUALIZACIÓN DE LOS CURSOS DE FÍSICA Y MATEMÁTICA

**NECESIDAD IMPOSTERGABLE DESDE LA
AGENDA 2030**

**Juan José Llovera González
Alfredo M. del Castillo Serpa**

ACTUALIZACIÓN DE LOS CURSOS DE FÍSICA Y MATEMÁTICA

Llovera González, Juan José

Actualización de los cursos de Física y Matemática: necesidad impostergable desde la agenda 2030 / Juan José Llovera González, Alfredo M. del Castillo Serpa, coordinador y editor: Guillermo Jesús Bernaza Rodríguez – La Habana: Editorial Universitaria (Cuba), 1a. edición, 2020. – 76 páginas: bibliografía (figuras, esquemas y tablas). – (14 x 21 cm.).

ISBN 978-959-16-4394-0 (PDF).

1. Castillo Serpa, Alfredo M. del; 2. Bernaza Rodríguez, Guillermo Jesús, coordinador; 3. Cuba, Ministerio de Educación Superior; 4. Colección de Educación; 5. Educación superior.

II. Título.

III. Curso 14: Universidad 2020: Congreso Internacional de Educación Superior, 12.

CDD 378 - Educación superior

Coordinador y editor: Dr. C. Guillermo Jesús Bernaza Rodríguez

Diseño de la cubierta: Lic. Romanda Selman-Housein

Editorial Universitaria. Calle 23 esquina a F. No 565. El Vedado, La Habana, CP 10400, Cuba. Teléfono (+537) 837 4538. Web:

<http://eduniv.reduniv.edu.cu>

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode>



TABLA DE CONTENIDO

Figuras, esquemas y tablas.....	7
Resumen.....	9
Autores.....	11
Las Ciencias Técnicas como Ciencias Básicas Aplicadas.....	14
PARTE 1: Sobre los fundamentos matemáticos de las Ciencias	
Técnicas.....	19
I. Impacto de las matemáticas en el modo de actuación de ingenieros y arquitectos.....	25
II. La presencia de la disciplina Matemática en los planes de estudios para la formación de ingenieros y arquitectos en la universidad cubana.....	30
El problema de la articulación con el nivel precedente.....	33
El problema de la maduración de la asimilación en el nivel precedente y el rol de la matemática en la formación del Ingeniero.....	33
La motivación y el momento: oportunidad para sólida formación del pensamiento abstracto y su comunicación en el lenguaje de la matemática.....	34
Lo utilitario y lo formativo ¿Una contradicción?.....	34
Lo básico, lo general y lo específico.....	34
El volumen de conocimientos y tiempo disponible para orientar su asimilación.....	35
Referencias.....	39
Anexo 1.....	41
Sobre la contribución de la disciplina Matemática a la formación del futuro ingeniero.....	41
Sobre la contribución del modelo educativo.....	41
Sobre los objetivos generales de la Disciplina.....	42
Sobre el sistema de conocimientos y su estructuración.....	44
PARTE 2: El papel de la Física en la formación de ingenieros y arquitectos.....	45
Algunos fundamentos físicos de las ciencias técnicas. Una actualización.....	46
Metamateriales.....	48
El descubrimiento de monopolos magnéticos.....	54

La comprobación de los efectos relativistas en el espacio-tiempo debidos a la gravedad.....	57
Las teorías de la relatividad como teorías del espacio – tiempo. Un enfoque didáctico.....	59
El descubrimiento del entrelazamiento cuántico de partículas y específicamente de fotones.....	68
Referencias.....	71
Anexo 2.....	73
Presencia de la física general en los planes de estudio de ingenierías en la universidad cubana actual.....	73
Algunos de los objetivos generales de la disciplina son:.....	75
Algunas de las características más sobresalientes en la concepción actual de la disciplina son.....	76

Figuras, esquemas y tablas

Tabla 1: Competencias matemáticas e indicadores de acuerdo a PISA (2003).....	27
Esquema 1. Modelo de formación del profesional en Cuba.....	32
Figura 1. Sentido de propagación de la fase (contrario a la propagación de la energía en un metamaterial.....	49
Figura 2. Refracción invertida en un metamaterial líquido.....	50
Figura 3. Arreglo microscópico de elementos nanoscópicos artificiales.....	50
Figura 4. Curvas de comportamiento de la permitividad y la permeabilidad del metamaterial con la frecuencia.....	51
Figura 5. Representaciones computacionales de vórtices espinoriales de bosones a ultrabajas temperaturas en un condensado de Bose-Einstein.....	56
Figura 6. Métrica de un SRI. Celdas espaciales idénticas espacio homogéneo e isotrópico.....	63
Figura 7. Métrica espacial en un SRNI. Celdas espaciales desiguales, espacio no homogéneo y anisótropo.....	63
Figura 8. Representación de la métrica espacial deformada por la presencia de la Tierra para el sistema no inercial de referencia. Cuerpo en “caída libre”.....	64

Resumen

El curso se propone revelar el rol que desempeñan las ciencias básicas como fundamento conceptual y metodológico de las ciencias técnicas con énfasis en la Matemática y la Física. Se presentan algunos de los más recientes descubrimientos y aportes de estas ciencias que han dado lugar al desarrollo de nuevas tecnologías y se enfatiza en su presencia cada vez más pertinente en los modos de actuación de ingenieros y arquitectos. El curso propicia valorar la necesaria presencia de las ciencias básicas en los currículos de formación pre y posgraduada de ingenieros y arquitectos vista desde la experiencia actual de la universidad cubana.

Autores

Juan José Llovera González. Dr. C. Instituto de Ciencias Básicas, Departamento de Física, Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría”, Cujae. Licenciado en Educación, Instituto Pedagógico “Varona” Cuba (1972). Licenciado en Física, Universidad de la Habana, (1981). Doctor en Ciencias Técnicas, Cujae (1998). Profesor Titular, Cujae (2004). Desde 1971 ha ejercido la docencia en la disciplina Física en diferentes niveles de enseñanza media superior y superior ocupando en varios centros de estudio cubanos la dirección del departamento de Física General. Desde 1984 se desempeña como profesor en la Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría” ocupando diversas responsabilidades de dirección metodológica y científica en su Departamento de Física. Investiga en los campos de Enseñanza de la Física y Física Aplicada. Ha participado en más de 60 eventos nacionales e internacionales y cuenta con más de 30 publicaciones en revistas especializadas en 4 de las cuales es miembro del comité editorial. Ha asesorado metodológicamente, impartido diplomados, o desarrollado investigaciones conjuntas con docentes de las siguientes universidades: Universidad Autónoma de Nuevo León, México, (1995 y 1996), Universidad Libre de Colombia, (1998), Universidad Tecnológica Centroamericana (UNITEC), Honduras (2001), Universidad Técnica de Oruro, Bolivia, (2005), Universidad de California Davis, USA desde 2009, Universidad Católica del Norte, Chile (2010), Universidad de Sao Paulo, Brasil desde 2010, Universidad del Litoral, Santa Fé Argentina, desde 2010, Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia desde 2014.

Alfredo M. Del Castillo Serpa. Dr. C. Instituto de Ciencias Básicas, Centro de Estudios de Matemática (CEMAT), Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría”, Cujae. Ingeniero Electricista, Universidad de La Habana (1969). Profesor Titular (Cujae ,1983), Doctor en Ciencias Técnicas (Cujae, 1985), actualmente Profesor Titular Consultante (Cujae, 2014). Desde 1969 ha ejercido la docencia en la disciplina Matemática en carreras de ingeniería y arquitectura y ocupado diferentes responsabilidades, entre ellas Jefe de Dpto. de Matemática en el Instituto Superior Politécnico “José A. Echeverría”, Presidente de la Comisión Nacional de Matemática para el Perfeccionamiento de Programas de disciplinas de Matemática para las carreras de Ciencias Técnicas. Participa en investigaciones con entidades nacionales y extranjeras destacándose: Proyectos de investigación internacionales con Universidad Autónoma Metropolitana (México), Universidad de Lomonosov (URSS/Rusia), Capes (Brasil), Proyecto Alfa (Unión Europea), Universidad de Gandes (Bélgica). Ha participado en más de 20 proyectos de investigación en Cuba. Ha participado en proyectos de servicios técnicos tanto en Cuba (Unión Nacional Eléctrica y otras) como en el extranjero (Transportadora de Electricidad en Bolivia). Ha brindado asesorías y cursos de postgrado en diferentes universidades latinoamericanas tales como: Centro Universitario “Joao Pessoa” (Brasil), Universidad de Ciencias Aplicadas (Perú), Universidad Técnica de Oruro (Bolivia), Universidad Experimental “Francisco de Miranda” (Venezuela), Instituto Tecnológico de Santo Domingo (República Dominicana), Universidad Técnica de Manabí (Ecuador).

Las Ciencias Técnicas como Ciencias Básicas Aplicadas

Desde la más remota antigüedad el desarrollo de los incipientes “ingenios tecnológicos” estuvieron muy asociados a los descubrimientos de hombres dedicados a la observación y aplicación de los fenómenos naturales. Sin descartar los casos de algunos filósofos y pensadores de la antigüedad, tales como Zhang Heng, Herón de Alejandría, Arquímedes, Zenón, Vitrubio, Pitágoras, Euclides, Al-Juarismi y Al Biruní entre otros muchos que desarrollaron teoremas, cálculos así como algunos dispositivos y mecanismos simples en las antiguas civilizaciones de China, Grecia, Roma y el Medio Oriente Árabe; uno de los más evidentes exponentes de esto lo fue sin dudas Leonardo da Vinci (1452-1519). Como se conoce es increíble la cantidad y diversidad de aplicaciones de la Física y la Matemática que este genio polímata desarrolló y construyó lo cual le ha valido ser reconocido como paradigma de ingeniero e inventor además de sus aptitudes para la arquitectura, las artes y la anatomía entre otras áreas del conocimiento humano.

La enseñanza de las ciencias básicas para la formación de ingenieros ha tenido la misión histórica de proporcionar a los estudiantes, desde los primeros años de las carreras, los fundamentos científicos de las tecnologías y sobre todo de desarrollar en ellos el pensamiento lógico y abstracto necesario para poder apropiarse después de los procesos tecnológicos inherentes a cada una de sus especialidades así como de modos de actuación que les permitan resolver problemas propios de las ingenierías en las cuales se desempeñarán como futuros profesionales en un contexto his-

tórico social determinado. En particular la Matemática y la Física son de las ciencias que más llamadas están a contribuir a esta misión.

Como se puede apreciar según una de las definiciones más actuales de la ingeniería esta es: *“la profesión en la cual el conocimiento de las ciencias matemáticas y naturales obtenido por el estudio, la experiencia y la práctica se aplica conscientemente para desarrollar maneras de utilizar, eficientemente, los materiales y las fuerzas de la naturaleza para el bien de la humanidad”*¹

En esta definición se asumen como ciencias naturales básicas la Física, la Química y la Biología fundamentalmente.

Según este buró internacional y de manera general, independientemente de las que devengan de los contextos histórico-sociales propios de cada país, en la actualidad se consideran como competencias a formar en los futuros ingenieros las siguientes:

- a) La habilidad de aplicar conocimientos de matemática, ciencias, e ingeniería.
- b) La habilidad de diseñar y dirigir experimentos, así como analizar e interpretar los datos de estos obtenidos.
- c) La habilidad de diseñar sistemas, componentes, y procesos capaces de cubrir las necesidades deseadas dentro de restricciones objetivas tales como de salud y seguridad, económicas, ambientales, sociales, políticas, éticas, de manufacturabilidad, y de sostenibilidad.
- d) La habilidad de trabajar en equipos multidisciplinarios.

1 Accreditation Board for Engineering and Technology (ABET), www.abet.org (2017).

- e) La habilidad de identificar, formular, y solucionar problemas ingenieriles.
- f) Actuar con responsabilidad profesional y ética.
- g) La habilidad de comunicarse eficazmente.
- h) Adquirir una educación amplia necesaria para comprender el impacto de las soluciones ingenieriles en un contexto mundial económico, ambiental y social.
- i) Reconocer la necesidad y adquirir la habilidad de lograr aprendizajes durante toda la vida.
- j) Tener conocimientos de los asuntos contemporáneos a escala local y mundial.
- k) La habilidad de usar con destreza las técnicas y las herramientas de las tecnologías de su tiempo necesarias para la práctica de ingeniería.

Cuando analizamos estas demandas, en particular las demandas a), b) d), g), e i) respectivamente, podemos percatarnos de que tanto la matemática como la física están destinadas a contribuir a la satisfacción total o parcial de las mismas de manera directa o indirecta por lo que la formación en estas disciplinas resulta hoy más que nunca antes una necesidad ineludible en la concepción de cualquier currículo de formación de ingenieros a escala global.

Pero la formación básica en ciencias para ingenieros enfrenta un reto de carácter metodológico que deviene en un reto en el campo de la didáctica y es el que se deriva de la necesidad de mantener una actualización de los contenidos específicos que deben ser objeto de aprendizaje, los cuales se van incrementando de año en año de manera sostenida producto de los avances y des-

cubrimientos de las ciencias que son casi inmediatamente aplicados a las tecnologías, en tanto los programas de formación se van reduciendo en sus presupuestos de tiempo a fin de satisfacer las necesidades de las diferentes sociedades en la formación de sus recursos humanos a la mayor brevedad y con sostenibilidad económica de modo que cada vez más se hace necesario lograr que la formación básica en las carreras de ingeniería se alcance de manera sólida pero en el menor tiempo posible.

Este reto implica repensar y resignificar los procesos de formación en ciencias básicas de manera que, sin sacrificar el aprendizaje de sus principios, leyes y métodos más esenciales, se propicie la actualización de sus contenidos a fin de que su aprendizaje y apropiación dote a los futuros ingenieros tanto de las habilidades, capacidades y valores que a través del estudio de estas ciencias deben ser adquiridos como de una visión contemporánea de los descubrimientos más recientes que ya están impactando o impactarán en un futuro inmediato las tecnologías que tendrán que asimilar como ingenieros una vez graduados y sobre todo contribuir desde los primeros años de su formación a desarrollar la capacidad de “aprender a aprender” que tanto se ha reclamado desde hace varios años a nuestro quehacer pedagógico.

A modo de resumen se puede decir que históricamente el desarrollo de la tecnología ha venido acompañado de los descubrimientos científicos y viceversa, los desarrollos de nuevos dispositivos tecnológicos han facilitado el desarrollo de las investigaciones en ciencias básicas y en particular de la física y la matemática.

Este curso tiene por finalidad presentar algunos de los más recientes descubrimientos y aportes de estas ciencias que han dado lugar al desarrollo de nuevas tecnologías así como de

promover enfoques didácticos que puedan ser valorados como alternativas para lograr dar respuesta al reto que nos impone hoy la formación en ciencias básicas de los actuales y futuros ingenieros.

Analizaremos también la concepción de las disciplinas Matemática y Física en los más recientes planes de estudio y su inserción en los currículos para la formación de ingenieros en Cuba a manera de estudio de caso.

PARTE 1: Sobre los fundamentos matemáticos de las Ciencias Técnicas

“Ninguna certeza existe allí donde no puede aplicarse alguna de las ciencias matemáticas o de las que están unidas con ellas”

Leonardo da Vinci

Algunos hechos y opiniones sobre la matemática y su relación con la ciencia y la tecnología evidencian que no pocos pensadores han ocupado tiempo en comprender la estrecha relación que existe entre estos aspectos del desarrollo humano y que en ocasiones pueden haber lacerado por algún tiempo y en algún lugar el carácter de ciencia básica de la matemática y su rol en los fundamentos del impresionante desarrollo tecnológico de la contemporaneidad.

Algunos estudiosos de la relación de la matemática con otras ciencias destacan evidencias irrefutables de tal relación y su carácter en ambas direcciones. Algunas cuestiones al respecto se mencionan en diferentes trabajos [1, 2, 3] y aquí se han seleccionado varias de ellas.

- **Ciencia moderna:** teoría científica que dispone de un modelo matemático adecuado.
- Uno de los retos que impone la ciencia moderna a la Matemática: nuevos resultados de investigación en plazos más cortos.
- La Matemática es el idioma en que están escritas las páginas de la ciencia y basado en ello se afirma que la matemática impacta el desarrollo combinado ciencia-tecnología, que ha transformado la vida de ciudadanos en las sociedades tecnológicamente avanzadas en los últimos 150 años.
- Las matemáticas que se pueden aplicar involucran todos los niveles de dificultad.

- La utilidad de la matemática para las ciencias incluye la técnica y la ingeniería, pero los contornos son hoy más difusos.
- La matemática tiene un componente artístico por la belleza en la forma de axiomas, teoremas y relaciones lógicas o numéricas.
- La matemática ejemplo convincente de la capacidad humana para el razonamiento y el análisis.
- La matemática es ciencia de lo exacto y cálculo de lo probable; ciencia del razonamiento abstracto y simbólico, posee la capacidad y efectividad para analizar información.
- El avance de la tecnología para el cálculo ha hecho de la simulación numérica una herramienta indispensable en la comprensión, diseño y control de los procesos industriales.
- Uno de los roles importantes de la matemática es asimilar datos y entender fenómenos, particularmente con el desarrollo tecnológico de la denominada Sociedad del Conocimiento y de la Información.
- En manos del ingeniero la matemática se convierte en herramienta que hace posible construir un modelo numérico o cualitativo cuyo análisis contribuye a tomar decisiones, construir artefactos y controlar procesos de manera eficaz y confiable.
- La industria moderna necesita de modelización, análisis de datos y simulación computacional.

De todos es conocido que desde hace más de 2 400 años, Arquímedes de Siracusa (287-212 a.n.e.) aplica el denominado método de “exhaustión” (precursor del concepto de límite), así como introduce los elementos de la mecánica como ciencia, con resultados que aún nos asombran; también antes de nuestra era se desarrollaron múltiples aplicaciones de la aritmética, la geometría y el álgebra que permitieron a notables pensadores griegos alcanzar importantes conclusiones científicas sobre astronomía, arquitectura y otras ciencias. Pasando rápido en el tiempo, nos sorprende Newton con la combinación de intuiciones de la mecánica y la geometría y desarrolla el cálculo diferencial e integral. Newton, muestra que el movimiento de los cuerpos sigue una ley matemática simple que denominó la ley de gravitación

universal y con ella se desarrolla una visión del universo que algunos le llaman “universo newtoniano”.

Por otra parte, con el advenimiento de la denominada Revolución Industrial se produce un impetuoso desarrollo tecnológico y con él se estimula el avance de muchas ciencias, y con ello la necesidad de solucionar nuevos problemas. Muchos de estos problemas requieren de formulaciones e interpretaciones matemáticas; ya no solo las áreas venerables de la matemática como la aritmética, el álgebra, la geometría y el análisis matemático contribuyeron a la solución de nuevos problemas, sino que se estimulan otras áreas denominadas nuevos retoños como la estadística, las probabilidades, la lógica matemática y la matemática discreta entre otras.

Sin embargo, desde mediados del siglo XIX se aprecia un movimiento notable en el campo de las ciencias y un desarrollo de la experimentación que se conoce como una época de crisis en el conocimiento científico y que sin duda en los intentos por solucionarla, mentes prodigiosas aportaron en diferentes ramas de la ciencia resultados sorprendentes y maravillosos que impactaron también a la matemática y aún tiene sus consecuencias positivas en nuestros días. Como se conoce, los pilares de la ciencia moderna son la teoría y la experimentación, las que están mediadas por la matemática. Ciencias básicas como la física, la química, la geología y la biología, entre otras tienen a la observación como medio para la comprensión y la experimentación como vía para verificar las predicciones, que de ser efectivas reflejan un conocimiento e interesa expresarse en un idioma apropiado: la matemática.

Con la intención de argumentar esta última afirmación solo deseamos comentar, a modo de ejemplo, la estrecha relación entre

la física y la matemática que se evidencia en las dos grandes revoluciones en la manera de concebir el mundo físico, que a inicios del siglo XX cambiaron de forma radical el “universo newtoniano” y cuya más íntima esencia se expresa en fórmulas matemáticas: *la teoría de la relatividad y la mecánica cuántica*.

En septiembre de 1905, A. Einstein (1879-1955) publicó un artículo en que demostró la fórmula matemática fundamental $E = mc^2$ sobre la equivalencia de masa y energía siendo c la rapidez de la luz en el vacío. Por otro lado, las leyes de transformación de la relatividad especial, que reemplazan a las leyes de transformación “galileanas” a velocidades relativamente altas, conocidas como las leyes de transformación de Lorentz, para un desplazamiento en el eje x son:

$$x = \gamma x' + \gamma v t' \quad , \quad t = \gamma t' + \frac{v}{c^2} \gamma x' \quad , \quad y = y' \quad , \quad z = z'$$

donde la constante γ se llama factor de Lorentz (o de dilatación del tiempo). Esta constante depende de la velocidad relativa v y viene dada por la expresión:

$$\gamma = 1 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

Por consiguiente, la suma de velocidades sigue la sorprendente regla

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} \quad ,$$

muy en contra de lo que se estaba acostumbrado a creer

$$(u = u' + v).$$

los agujeros negros; al decir de muchos, todo un ejercicio de matemática pura como modelo de una rama de la física.

También en las primeras décadas del siglo XX se desarrolla la mecánica cuántica que describe la materia y la luz a la escala atómica. De la hipótesis de los quanta de Max Planck (1858-1947), pasando por la ecuación de Schrödinger (1887-1961), el principio de incertidumbre de W. Heisenberg (1901-1976) y otros, el mundo atómico queda codificado en la ecuación

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V(x, y, z, t) \psi$$

donde \hbar es la constante de Planck reducida, $\hbar = h/2\pi$, $i = \sqrt{-1}$, y ∇^2 (o también Δ) es el operador laplaciano y $V = V(x, y, z, t)$ es el potencial de interacción. Inicialmente, se dudaba de qué representaba exactamente la variable $\psi(x, y, z, t)$, que se denominaba “función de onda”. En 1928 Max Born (1882-1970) propone la interpretación probabilística, donde $|\psi(x, y, z, t)|^2$ representa la densidad de probabilidad de encontrar la partícula en el lugar de coordenadas (x, y, z) en el instante t . La mecánica cuántica es un desafío al determinismo tradicional y a la causalidad. El determinismo está basado en el supuesto de que “el conocimiento exacto del presente permite calcular el futuro”. En 1927, W. Heisenberg encontró la respuesta siguiente: “no es la conclusión [de la hipótesis determinista] lo que es falso, sino la hipótesis inicial”.

Otra revolución en el siglo XX la protagonizan la tecnología y las matemáticas con una integración que da origen al moderno ordenador en 1946. Las características del ordenador tales como: utilidad general, tecnología electrónica, carácter digital y progra-

mable confirman la afirmación anterior, ya que es indudable la relación de las dos últimas características con la matemática. Con este invento y su vertiginoso desarrollo tecnológico se abren y desarrollan diferentes campos de la matemática [4] y [5], tales como: la teoría de la complejidad, teoría de la computabilidad, teoría de autómatas, desarrollo de lenguajes formales, representaciones del conocimiento y modelos matemáticos del aprendizaje, potenciación de la modelización matemática, simulación numérica, desarrollo de metaheurísticas, teoría de grafos, minería de datos, visualización – control por solo mencionar algunos. Ya se comenta y algunos lo consideran un hecho que hay un nuevo paradigma para la ciencia al complementar la teoría y la experimentación con la denominada ciencia computacional.

Resulta evidente que el siglo XXI será muy fecundo en nuevos conocimientos [6] y en un inusitado desarrollo tecnológico en el que se interrelacionan la ciencia, la tecnología, la matemática con impactos en las más diversas esferas de la actividad humana. Este panorama no le es ajeno incluso a políticos que vislumbran un mundo globalizado debido una creciente conexión e integración producto de avances en una economía digital, ciencia cuántica y la inteligencia artificial, entre otros.

Los comentarios y ejemplos tratados anteriormente pretenden ilustrar aspectos de la relación de la ciencia, la tecnología y la matemática para contribuir a comprender la afirmación indicada en [3] que expresa “La Matemática forma junto con el método experimental, el esquema conceptual en que está basada la Ciencia Moderna y en el que se apoya la Tecnología, existiendo estrechas interacciones entre ellas. Sobre estas bases nació la Sociedad Industrial hace varios siglos, y la nueva Sociedad del Co-

nocimiento y la Información se construye en el presente siguiendo las mismas pautas”.

I. Impacto de las matemáticas en el modo de actuación de ingenieros y arquitectos

En general como objeto de la matemática son consideradas todas las formas y relaciones del mundo real que posean objetivamente tal grado de independencia respecto al contenido, que pueden ser totalmente abstraídas de este último. Además, no solo las formas abstraídas de la realidad son objeto de estudio de la matemática sino también aquellas lógicamente posibles, determinadas sobre la base de formas y relaciones ya conocidas.

En particular, como aspectos específicos del modo de actuación de ingenieros y arquitectos a los que puede tributar una adecuada formación matemática de estos profesionales, independientemente de los tradicionales aspectos considerados, resulta de interés destacar algunos aspectos sobre la formación matemática de los ingenieros que son indicados con fuerza por organizaciones internacionales. Entre estas organizaciones se encuentran Mathematical Association of America, el Consejo de Actividades Educativas del Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos, Association for Computing Machinery y otras. Algunos de los aspectos que mayor impacto de las matemáticas en el modo de actuación de ingenieros y arquitectos que se mencionan en conferencias y congresos de estas organizaciones se refieren a las de:

- Ampliar la madurez matemática y la capacidad de trabajo con la abstracción.
- Desarrollar habilidades para la comunicación de propiedades y características de magnitudes y formas en las variantes formal, gráfica y numérica.

- Conformer de una cultura científica general e integral actualizada.

Por otra parte, en la comunidad científica la problemática educativa vinculada al desarrollo de competencias ha sido objeto de estudio de varios investigadores, que plantean la importancia de orientar un proceso de enseñanza aprendizaje que tribute al desarrollo de éstas en diferentes contextos tales como los indicados por [7]: competencia empresarial, competencias profesionales, competencias comunicativas, competencias investigativas, competencias matemáticas.

Dentro del proyecto PISA [8] (*Programme for Indicators of Student Assessment*) se realizó una definición y selección de las competencias consideradas esenciales para la vida de las personas y el buen funcionamiento de la sociedad); y en este marco se identifican 8 competencias básicas y entre ellas se encuentra la competencia matemática.

La noción de competencia matemática planteada por el estudio PISA: “... conjunto de capacidades (puestas en juego por los estudiantes) para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o enuncian problemas matemáticos en una variedad de situaciones y dominios incluyendo conceptos matemáticos cuantitativos, espaciales, probabilísticos o de otro tipo” resalta el carácter funcional de las matemáticas y permiten tener elementos que articulan la Educación Matemática desde edades tempranas hasta la universitaria como se destaca en los trabajos [9] y [10]. En la Tabla 1 se relacionan las competencias e indicadores según PISA.

Tabla 1: Competencias matemáticas e indicadores de acuerdo a PISA (2003)

Competencia Matemática	Descripción
Razonamiento matemático (RM)	<ul style="list-style-type: none"> • Capacidad para razonar matemáticamente • Dar cuenta del proceso que se sigue para llegar a conclusiones. • Justificar las estrategias y los procedimientos empleados. • Sustentar conclusiones. • Distinguir entre diferentes tipos de enunciados (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, afirmaciones condicionales). • Formular hipótesis, hacer conjeturas. • Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo como medios de validar y rechazar conjeturas y avanzar en el camino hacia la demostración. • Seguir y evaluar cadenas de argumentos matemáticos. • Reflexionar sobre los argumentos matemáticos, explicar y justificar los resultados. • Encontrar regularidades, relaciones y patrones. • Hacer generalizaciones. • Demostrar proposiciones a partir de hipótesis dadas.
Comunicación matemática (C)	<ul style="list-style-type: none"> • Capacidad para comunicar y comprender las ideas matemáticas. • Comunicar las ideas matemáticas, tanto en forma oral como escrita. • Comprender la relación entre los lenguajes natural, simbólico y formal. • Formular definiciones matemáticas y expresar generalizaciones. • Leer comprensivamente textos matemáticos. • Comprender los enunciados orales o escritos acerca de temas matemáticos. • Decodificar e interpretar el lenguaje simbólico y el formal, y comprender su relación con el lenguaje natural. • Traducir del lenguaje natural al simbólico y al formal.

Competencia Matemática	Descripción
Construcción de modelos (CM)	<ul style="list-style-type: none"> • Manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas. • Capacidad para construir modelos matemáticos. • Interpretar y modelar fenómenos físicos, naturales y económicos. • Traducir la “realidad” a estructuras matemáticas. • Trabajar con un modelo matemático. • Construir modelos. • Evaluar la unidad y coherencia que debe existir entre los datos del problema o la información del objeto a modelar y la solución que se busca. • Reflexionar, analizar y proporcionar críticas al modelo y sus resultados. • Validar el modelo. • Identificar las matemáticas como instrumento de modelación de fenómenos y su relación con las ciencias experimentales.
Representación (R)	<ul style="list-style-type: none"> • Capacidad para usar diferentes registros de representación de las ideas matemáticas. • Utilizar diferentes registros de representación, (verbal, gráfico, simbólico...), para crear, expresar y representar ideas matemáticas. • Interpretar cuadros, tablas, gráficos, diagramas, dibujos y esquemas. • Elegir y cambiar entre diversas formas de representación de acuerdo con la situación y el propósito. • Apoyarse en ideas intuitivas e interpretaciones geométricas y físicas. • Decodificar e interpretar el lenguaje simbólico y el formal y comprender su relación con el lenguaje natural. • Traducir del lenguaje natural al simbólico y al formal. • Manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmula.
Planteamiento y solución de pro-	<ul style="list-style-type: none"> • Capacidad para plantear y resolver problemas. • Interpretar el texto de un problema a partir de

Competencia Matemática	Descripción
Problemas (SP)	<p>los datos dados, los que hay que encontrar y las relaciones entre ellos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Plantear y resolver problemas. • Traducir el problema a un modelo matemático. • Resolver diversos tipos de problemas matemáticos de diferentes maneras. • Interpretar la solución obtenida al resolver un problema. • Aplicar vías alternativas para comprobar la solución de un problema realizado. • Comunicar el proceso y la solución de un problema. • Construir nuevas situaciones problemáticas. • Modificar condiciones sobre problemas dados, para crear nuevos problemas y resolverlos.
Procedimientos y algoritmos matemáticos (PA)	<ul style="list-style-type: none"> • Capacidad para realizar procedimientos y algoritmos matemáticos. • Dominar las técnicas algebraicas. • Elegir el algoritmo indicado para realizar un cálculo. • Interpretar la solución obtenida al realizar un cálculo. • Aplicar vías alternativas para comprobar la solución de un cálculo realizado. • Emplear variables, resolver ecuaciones y llevar a cabo cálculos. • Aplicar rutinas memorizadas.
Herramientas de apoyo en las matemáticas (H)	<ul style="list-style-type: none"> • Capacidad para usar las herramientas de apoyo en las matemáticas. • Saber acerca de y ser capaz de emplear diversos apoyos y herramientas que pueden ser de ayuda en las actividades relacionadas con las matemáticas. • Incorporar las nuevas tecnologías como herramientas en el trabajo con las matemáticas. • Saber sobre las limitaciones de dichos apoyos y herramientas.

Las características generales de la ingeniería que trata con múltiples objetos y procesos de tipo físicos, químicos, biológicos y sociales para la producción de productos y servicios que benefician a la humanidad, así como que el diseño de tales productos y servicios está basado en principios y teorías científicas, la mayoría de los cuales están generalmente descritas matemáticamente conjuntamente con los aspectos referidos sobre las competencias matemáticas y sus características evidencian la necesaria y cuidadosa inclusión de la disciplina Matemática en los currículos de carreras de ingeniería y que se trata en [7].

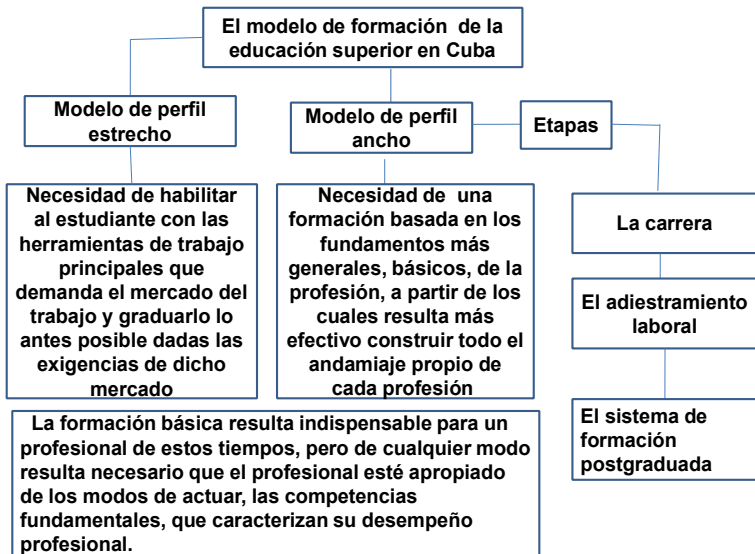
II. La presencia de la disciplina Matemática en los planes de estudios para la formación de ingenieros y arquitectos en la universidad cubana

Desde el inicio de la enseñanza de la ingeniería en Cuba en 1900 hasta nuestros días la disciplina Matemática siempre ha estado presente en los diferentes planes de estudios correspondientes a cada época. Durante muchos años la formación básica de matemática para ingenieros y arquitectos era compartida en las mismas aulas con los estudiantes de carreras de Matemática, Física y Química. Desde luego, no faltaban asignaturas en los años avanzados de las carreras con características básicamente matemáticas, pero con un sesgo hacia una profesión basada en la aplicación a cierto tipo de objetos o procesos específicos.

Después del triunfo revolucionario de 1959 se realiza una importante reforma universitaria en 1962 que transformó definitivamente la concepción de la formación de profesionales que requería el país, acorde con las significativas y avanzadas transformaciones que se realizaban en la sociedad cubana. Desde luego, que tal Reforma Universitaria impactó significativamente las características de los planes y programas de estudios correspon-

dientes a las diferentes carreras de ingeniería y arquitectura evidenciándose una modernización en los contenidos de los programas, los textos y formas de enseñanza así como en la formación de valores acordes con los principios del nuevo y avanzado sistema social.

Una sistematización del necesario proceso de perfeccionamiento continuo de la formación de profesionales en el país se consigue a partir de 1976 con la creación del Ministerio de Educación Superior (MES). Hasta el momento se identifican cinco procesos de perfeccionamientos formalmente declarados, aunque las propias regulaciones vigentes sobre este proceso se caracterizan por permitir que el proceso tenga un carácter permanente y continuo si fuese necesario. Un esquema sobre el modelo de formación de profesionales en Cuba de forma general y de ingenieros y arquitectos en particular (considerados en estos procesos) se muestra en el esquema 1.



(Dr. Pedro Horrutiner Silva, 2006)

Esquema 1. Modelo de formación del profesional en Cuba.

Aquí se establece claramente la importancia de la formación básica y de las competencias fundamentales que caracterizan el desempeño profesional correspondiente en todo modelo de formación de profesionales, que en el caso particular de los ingenieros y arquitectos requiere la necesaria inclusión de la formación básica en matemática y de las competencias correspondientes como ha sido comentado en los acápites I y II.

En tal sentido, en el modelo del profesional, a partir del cuarto proceso de perfeccionamiento (denominado Plan D), para la formación de ingenieros y arquitectos se considera el enfoque de perfil amplio y el concepto de formación continua del profesional considerando las tres etapas indicadas en el esquema. Desde luego, este nuevo enfoque impactó al diseño de los programas de las disciplinas de Matemática del Plan “D” para carreras de Ciencias Técnicas. En correspondencia con estos cambios, fue

necesario, entre otras cuestiones, atender varios aspectos que se habían identificado como limitaciones de los programas de matemáticas precedentes. Estos aspectos fueron estudiados y considerados adecuadamente para el diseño de los programas en el denominado Plan D. Algunos de ellos se mencionan a continuación.

El problema de la articulación con el nivel precedente

Resulta necesario establecer claramente las características de los programas vigentes de matemática en la enseñanza media ya que se han producido modificaciones importantes que se deben considerar para la elaboración de los nuevos programas de las disciplinas de Matemática para las carreras de Ciencias Técnicas.

El problema de la maduración de la asimilación en el nivel precedente y el rol de la matemática en la formación del Ingeniero

Independientemente de la existencia o no de problemas de articulación de los programas de matemática de las carreras de ingeniería con el nivel precedente, se debe considerar la necesidad de un espacio a contenidos de matemática ya estudiados en la enseñanza media (contenidos que se denominaran básicos) con el objetivo de redimensionarlos, consolidarlos y hasta complementarlos debido, por un lado a las especificidades del nivel de maduración en la asimilación de conceptos y habilidades matemáticas por parte de los estudiantes que ingresan en carreras de ciencias técnicas y por otro su importancia en la formación matemática de los estudiantes de ingeniería.

La motivación y el momento: oportunidad para sólida formación del pensamiento abstracto y su comunicación en el lenguaje de la matemática

Valorar que el momento en que mejores condiciones se poseen para lograr mayor efectividad en la formación matemática de los estudiantes de ingeniería, es en los primeros semestres de las carreras, ya que posteriormente se dimensionará el interés por otras materias y aquello que no se logre formar en los semestres iniciales limitará significativamente las posibilidades de asimilación de contenidos complejos que requieran del lenguaje y abstracción matemática para su comprensión.

Lo utilitario y lo formativo ¿Una contradicción?

No se debe considerar que el papel de la disciplina matemática en el plan de estudio de las carreras de ciencias técnicas es esencialmente utilitario, sino que los primeros cursos son esencialmente formativos, es decir, tienen un carácter como el indicado por muchas organizaciones internacionales (Ver acápite II: Proyecto PISA y otros). Desde luego, el que tenga un carácter formativo no excluye que se considere su carácter específicamente utilitario, pero siempre y cuando no vaya en detrimento del aspecto formativo. Seguramente, que una vez vencidas las necesarias etapas de formación matemática del estudiante de ingeniería es útil incluir cursos o tópicos con un fin específico.

Lo básico, lo general y lo específico

Todo programa de la disciplina Matemática para Ciencias Técnicas debe incluir de forma coherente y armónica contenidos de tipo básico, general y específico.

Por contenido *básico* se entiende aquel contenido que de cierta manera ya el estudiante de ingeniería lo conoce de la enseñanza

precedente, pero que es necesario tratarlo nuevamente en el nivel universitario con el objetivo de redimensionarlos, consolidarlos y hasta complementarlos debido a su importancia en la formación de competencias matemáticas necesarias para el futuro profesional de ciencias técnicas.

Por contenido *general* se entiende aquel contenido que tiene un carácter tanto formativo como utilitario en la mayoría de las carreras de ingeniería, es decir, contribuye a la cultura científica matemática general del estudiante de ingeniería.

Por contenido *específico* se entiende aquel contenido matemático que atiende necesidades específicas de una carrera (específico obligatorio) y/o brinda una formación especializada de interés individual (complementario optativo/electivo.)

El volumen de conocimientos y tiempo disponible para orientar su asimilación

El desarrollo del conocimiento científico implica un necesario aumento del conocimiento en todas las ramas, por tanto es natural la tendencia al incremento de horas lectivas en el diseño de programas de las diferentes disciplinas. Desde luego, esta no es la vía para la solución de la natural contradicción entre el volumen de conocimientos y el tiempo disponible para orientar su asimilación ya que conduce a un callejón sin salida. Como tendencia para la solución de esta contradicción en el caso de las disciplinas de Matemática para carreras de ciencias técnicas, se recomienda valorar la dedicación de mayor tiempo lectivo en los momentos de mayor efectividad potencial de su uso, con el objetivo de dimensionar la capacidad de asimilación de conocimientos y habilidades matemáticas de forma independiente por parte de los alumnos. Esto permite la disminución paulatina de las horas lectivas en los diferentes cursos que compongan la disciplina

de Matemática, sin afectación significativa en la efectividad de la formación de las competencias matemáticas requeridas por el futuro profesional.

Después de una década de aplicación y perfeccionamiento continuo de los programas de las disciplinas de matemática de las diferentes carreras de ciencia técnicas correspondientes al denominado Plan D, la educación superior cubana aborda una revisión profunda de los programas de formación y desarrollo de los profesionales cubanos (denominada Plan E) planteándose como política *“Perfeccionar la formación de pregrado en carreras de perfil amplio, reenfocándolas hacia la solución de los problemas generales y frecuentes de la profesión en el eslabón de base. Ello posibilita reducir la duración de las carreras a cuatro años”*.

Una de las premisas fundamentales, en correspondencia con la política antes mencionada, para el diseño de los Planes de Estudio E es el proceso de formación continua de los profesionales cubanos que consta de tres etapas:

- a) *Formación de pregrado en carreras de perfil amplio*, que asegure una profunda formación en los aspectos básicos y básicos específicos de cada profesión, y desarrolle en el egresado modos de actuación que le permitan brindar respuestas, de manera innovadora, a los problemas más generales y frecuentes que se presentan en el eslabón de base de la profesión, y erigirse germen y actor de las transformaciones que necesita la sociedad. En esta etapa la mayor responsabilidad recae en las universidades, unido a un rol no despreciable de los organismos formadores.
- b) *Preparación para el empleo*, concebida y ejecutada en las entidades laborales con el propósito de continuar desarro-

lando y perfeccionando en el recién egresado los modos de actuación profesional específicos relacionados con su puesto de trabajo. En esta etapa la mayor responsabilidad recae en las entidades laborales, en coordinación con las universidades.

- c) *Formación de postgrado*, que asegure la formación permanente y la actualización sistemática de los graduados universitarios, el perfeccionamiento del desempeño de sus actividades profesionales y académicas, el desarrollo de altas competencias

Entonces, esta nueva generación de planes de estudio, denominada Plan de Estudio E, debe lograr mayor nivel de esencialidad en los contenidos de las disciplinas seleccionando aquellos contenidos fundamentales para lograr dar solución a los problemas más generales y frecuentes de la profesión en el eslabón de base. También debe lograrse mayor grado de racionalidad mediante la elaboración de programas de disciplinas y de asignaturas comunes para diferentes carreras siempre que sea posible, para favorecer el empleo racional de recursos humanos y materiales. (Tomado de documento “*Ciclo común de formación básica en el Plan de Estudio E para las carreras de ingeniería y arquitectura de la CUJAE*”)

En el Anexo 1 se presenta un resumen de las características de una variante de disciplina Matemática para el ciclo básico común a diferentes carreras de ingeniería de la Universidad Tecnológica de la Habana (CUJAE) como un caso de estudio, que es el resultado del perfeccionamiento que se ha llevado a cabo en la disciplina Matemática en el último decenio, la consideración de las indicaciones antes mencionadas sobre los lineamientos para el denominado Plan E, la investigación sobre las necesidades de

la articulación de la disciplina con el nivel precedente (enseñanza media), y con el perfil del profesional para las carreras consideradas, así como el modelo pedagógico necesario para responder a los objetivos de plan de estudio.

Desde luego, el programa presentado para el ciclo común debe ser complemento en otras disciplinas y variantes personalizadas para la formación matemática de pregrado, así como la presencia de la matemática en las otras etapas de la formación continua del profesional (formación para el empleo y formación postgraduada), según los intereses y necesidades de cada profesional.

Referencias

- [1] Vázquez, J. L. Matemáticas, Ciencia y Tecnología: una relación profunda y duradera. Recuperable en : <http://www.dulcinea.uc3m.es/ceamm>, sept. 2017
- [2] Rodríguez, M.E. La matemática y su relación con la ciencia como recurso pedagógico. Revista Números. Volumen 77, julio, 2011. Recuperable en. <http://www.sinewton.org/numeros>. sept, 2017.
- [3] Vázquez , J.L. Las matemáticas y los objetivos del año 2000. Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, Vol. 3,1, 2000
- [4] Fonseca, I. et. al. The impact of mathematical research on industry and viceversa. Round Table at 3rd. European Congress of Mathematics. Barcelona, julio, 2000.
- [5] Kasabov, N.K. Foundations of neural networks, fuzzy systems, and knowledge engineering. MIT Press, USA, 1998.
- [6] Jackson, A. Mathematical challenges of the XXI century. Notices Amer. Math. Soc., vol. 47, No.10, 2000.
- [7] Sánchez Zayas, M. et. Al. El desarrollo de las competencias matemáticas en la formación ingenieros. 18va Convención Científica de Ingeniería y Arquitectura. La Habana, 2016.
- [8] OCDE. Informe PISA (2003). Aprender para el mundo del mañana. Madrid: Santillana., 2005.
- [9] Rico, L. y Lupiáñez, J.). Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular. Madrid: Alianza Editorial S.A., 2008.
- [10] Solar, H., Rojas, F. & Ortiz, A. Competencias Matemáticas, una línea de investigación. XIII Conferencia interamericana de educación matemática. Recife, Brasil, 2011.

Anexo 1

A continuación se mencionan algunos rasgos de una variante de programa de la disciplina Matemática correspondiente al ciclo de formación básica común a varias carreras de ingeniería en la Universidad Tecnológica de La Habana (Cujae).

Sobre la contribución de la disciplina Matemática a la formación del futuro ingeniero

Algunos aspectos que se distinguen en este sentido son:

- Ampliar la madurez matemática y la capacidad de trabajo con la abstracción.
- Contribuir a la conformación de una cultura científica general e integral actualizada.
- Identificar, interpretar, analizar y formular modelos matemáticos de procesos técnicos, económicos, productivos y científicos vinculados a la carrera, así como resolver los problemas de índole matemática a los que éstos conducen, utilizando para ello los contenidos matemáticos que se estudian en la disciplina, haciendo un uso eficiente de las técnicas modernas de cómputo y de los asistentes matemáticos.

Sobre la contribución del modelo educativo

De acuerdo con el fundamento psicopedagógico del modelo educativo que sirve de referencia al programa de la disciplina Matemática propuesto se pretende alcanzar como objetivos fundamentales que el estudiante:

- Construya una sólida base de conocimientos, integrada y sistémica, que deje huella en su proceso de aprendizaje y le permita resolver problemas con los recursos y estrategias estudiadas.
- Aprenda a pensar y actuar de forma creadora.

Para ello se requiere una concepción del modelo de enseñanza que tenga en cuenta:

- Una estructuración sistémica de los contenidos (conocimientos, habilidades, actitudes y sentimientos).
- Una enseñanza centrada en el estudiante como sujeto activo, constructor y reconstructor de su propio conocimiento y proceso de aprendizaje.
- Una enseñanza a través y para la resolución de problemas vinculados a la profesión.
- Una enseñanza desarrolladora dirigida a la educación de la personalidad del estudiante con una implicación personal activa, consciente y reflexiva.

Sobre los objetivos generales de la Disciplina

Algunos de los objetivos generales de la Disciplina se relacionan a continuación.

- Asumir una concepción científica del mundo al interpretar los conceptos del Cálculo Diferencial e Integral, el Álgebra Lineal, la Geometría Analítica, las Series, las Ecuaciones Diferenciales, la Matemática Numérica y la Teoría de las Probabilidades y la Estadística como resultados de la Ciencia Matemática, que son un reflejo de la realidad material existente objetivamente. Para ello se utilizará la modelación matemática y la solución de problemas reales de la vida y vinculados a otras disciplinas de la carrera, así como la comprensión de los fenómenos aleatorios y determinísticos en el campo de acción del futuro ingeniero.
- Interpretar a partir de su análisis en el transcurso de la disciplina, cómo la historia de la matemática ha estado esencialmente vinculada con las necesidades de la vida material de la sociedad.
- Desarrollar la avidez por aprender a partir de propiciar con diferentes actividades de investigación en la disciplina una constante búsqueda de nuevas fuentes de información y de conocimiento.

- Caracterizar, interpretar, comunicar y aplicar los conceptos y principales resultados de la disciplina, mediante una correcta utilización del lenguaje matemático en sus formas analítica, gráfica, numérica y verbal, centrando la atención en vlos modelos matemáticos, como invariante esencial del conocimiento para esta carrera y nodo de articulación con las restantes asignaturas y disciplinas.
- Analizar y resolver problemas que se modelen por los conceptos de la disciplina, utilizando los recursos y los métodos matemáticos estudiados, las estrategias heurísticas, las estrategias metacognitivas y los asistentes matemáticos, a partir de escoger en cada caso el método que se ajusta al problema en dependencia de los datos disponibles, de la respuesta que se desea hallar y de los medios con que se cuente para su solución.
- Desarrollar la capacidad de razonamiento y las formas de pensamiento lógico mediante la utilización de algunos elementos de la Lógica Matemática en la comprensión de propiedades y teoremas, en el trabajo con los conceptos matemáticos, en la identificación e interpretación de los mismos, en la argumentación lógica de propiedades de los objetos matemáticos y en la demostración de resultados teóricos sencillos, así como mediante el empleo de los métodos analíticos, gráficos y/o numéricos en la solución de problemas tanto de tipo determinístico como probabilístico-estadístico.
- Valorar los métodos estadísticos como herramientas útiles para diseñar, analizar y tomar decisiones en situaciones propias de las carreras, relacionadas con el mantenimiento, confiabilidad y disponibilidad de sistemas, equipos y componentes así como en la construcción de dispositivos y sistemas, utilizando los métodos estadísticos para el muestreo, estimación de parámetros y la toma de decisiones.
- Desarrollar la capacidad de elaborar algoritmos, a través de la utilización de asistentes matemáticos y enfoques computacionales en la disciplina, así como modelar y resolver problemas utilizando conceptos y métodos numéricos estudiados en la disciplina.
- Utilizar los medios automatizados de cómputo para el procesamiento de datos mediante técnicas estadísticas.

Sobre el sistema de conocimientos y su estructuración

El sistema de conocimientos incluye aspectos de geometría analítica plana y del espacio, álgebra lineal, cálculo diferencial e integral en una y varias variables, métodos numéricos, probabilidades y estadística. Se recomienda su estructuración en 4 asignaturas una de las cuales se reserve para los tópicos de probabilidades y estadística.

PARTE 2: El papel de la Física en la formación de ingenieros y arquitectos

*“Nada hay más práctico que una buena teoría”
Albert Einstein*

Tanto en la época del renacimiento como en la edad moderna y hasta la actualidad la mayor parte de los aportes que ha hecho la humanidad al desarrollo de las tecnologías se han debido en sus inicios a inventos o descubrimientos de hombres de ciencia. La Física al igual que la matemática está llena de tales ejemplos, el descubrimiento de los principios cinemáticos del movimiento mecánico por Galileo Galilei (1564-1642) quien implementó en el estudio de la naturaleza el método científico experimental y la formulación de las leyes de la dinámica después por Isaac Newton (1643-1727). Los descubrimientos de estos dos fundadores de la Mecánica Clásica permitió el desarrollo de dispositivos tecnológicos y modelos matemáticos que a posteriori generaron avances en las investigaciones de la termodinámica, la astronomía, y la óptica fundamentalmente.

Otro tanto ocurrió a partir de las investigaciones en el campo de los fenómenos electromagnéticos debidas a L. Galvani (1737-1798) y A. Volta (1745-1827), gracias a las cuales se inventaron las pilas galvánicas o baterías actuales, A. M. Ampere (1775-1836), quien inventó el primer telégrafo eléctrico y el electroimán a partir de sus estudios sobre la corriente eléctrica, M. Faraday (1791-1867) a cuyos estudios y descubrimiento de la inducción electromagnética se debe el desarrollo posterior por N. Tesla (1856-1943) de la corriente eléctrica alterna que revolucionó

los sistemas de generación y transmisión de la energía eléctrica a escala universal.

Se podrían seguir mencionando ejemplos diversos en el campo de la Termodinámica, la Óptica, y más recientemente de la Física Cuántica que han permitido el desarrollo vertiginoso de una inmensa variedad de dispositivos y procesos tecnológicos, entre los cuales destacan las tecnologías de la información y la comunicación, que han sido el detonante de la revolución digital o Tercera Revolución Industrial.

En los últimos años se han realizado en el campo de la Física descubrimientos que no solo han sido o están siendo ya implementados en procesos tecnológicos sino que algunos de estos han venido a confirmar algunas predicciones teóricas que habían sido vaticinadas, algunas hace más de un siglo, y que esperaban ser experimentalmente comprobadas.

¿Cuáles son algunos de estos descubrimientos más notables y qué impacto han tenido o podrán tener en la ingeniería actual y futura? ¿Cómo se pudieran abordar en los programas curriculares de la enseñanza de la Física para estudiantes de ingeniería?

Algunos fundamentos físicos de las ciencias técnicas. Una actualización

Es casi imposible encontrar alguna rama de las tecnologías en la actualidad que no haya sido beneficiada por el desarrollo de las investigaciones en el campo de la Física Aplicada. Como ejemplos concretos de estas aportaciones se pueden considerar los siguientes:

- La producción, almacenamiento y transmisión de energías limpias: eólica, solar, fotovoltaica, y otras.

- El desarrollo de dispositivos para la microelectrónica y la nanoelectrónica con altísimos grados de compactación e integración.
- El desarrollo de dispositivos para la captura y procesamiento de imágenes aplicables en el campo de la medicina.
- El desarrollo de isótopos artificiales y radiaciones ionizantes para el diagnóstico y tratamientos de enfermedades y cultivos así como en la industria alimentaria.
- El desarrollo de computadoras de nueva generación basadas en efectos cuánticos para el almacenamiento y transmisión de datos casi instantáneamente al ser generados.
- La contribución al desarrollo de la tecnología espacial y la astrofísica con el desarrollo de sistemas de posicionamiento global (GPS)
- El estudio de la Física de la atmósfera y de la Tierra ha perfeccionado la predicción meteorológica y de otros fenómenos atmosféricos y terrestres así como los estudios de prospección geológica con diversos fines.
- Casi toda la instrumentación científica y técnica utilizada en laboratorios metrológicos y en el control de procesos industriales se fundamenta en fenómenos físicos.

En este apartado nos proponemos exponer de manera resumida algunos de los más recientes descubrimientos de la Física que están siendo ya aplicados a modernos desarrollos tecnológicos con el objetivo primero, de brindar una actualización pertinente sobre estos que después se pueda ampliar consultando la literatura científica apropiada y segundo, y sobre todo, de evidenciar en qué medida las tecnologías actuales se están aprovechando de tales descubrimientos de forma temprana. También esbozaremos en cada caso algunas sugerencias de dónde, cómo y cuándo insertar estos desarrollos de la Física en los cursos de esta disciplina para estudiantes de ingeniería. Específicamente nos referiremos a:

- El desarrollo de los denominados metamateriales.

- El descubrimiento de monopolos magnéticos.
- La comprobación de los efectos relativistas debidos a la gravedad.
- El descubrimiento del entrelazamiento cuántico de partículas y específicamente de fotones.

Metamateriales

De la óptica conocemos que la luz se propaga en las diferentes sustancias a velocidades inferiores a su velocidad de propagación en el vacío que es una velocidad límite de los procesos naturales hasta hoy día observados y cuyo valor se ha establecido como $c = 299\,792\,458$ m/s (valor convenido como exacto a los fines de definir a partir de este el metro patrón) [1].

La velocidad con que se produce esta propagación en una sustancia depende de sus propiedades electromagnéticas específicas según se demostró a partir del modelo ondulatorio electromagnético de la luz desarrollado a partir de la electrodinámica clásica de Maxwell definiéndose así el índice de refracción como la cantidad $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ donde ϵ y μ son las respectivas permitividad dieléctrica y permeabilidad magnética del medio en cuestión ambas positivas en las sustancias que comúnmente encontramos en la naturaleza.

En consecuencia, y siendo $n = \frac{c}{v}$ donde v es la velocidad de la luz en el medio, el índice de refracción resulta ser una cantidad positiva y mayor que la unidad.

En el año 1968 del siglo pasado el científico soviético G. Veselago [2] publicó un artículo en el cual concibió teóricamente la posibilidad de desarrollar materiales artificialmente con valores simultáneamente negativos de ϵ y μ .

El hecho de que tanto ϵ como μ sean negativos implica que a los efectos de la propagación de la onda electromagnética el vector de onda \vec{k} se orienta en el sentido contrario al vector de Poynting $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$ que es el que define la dirección y sentido de propagación de la energía a diferencia de lo que ocurre en los medios reales (Fig. 1).

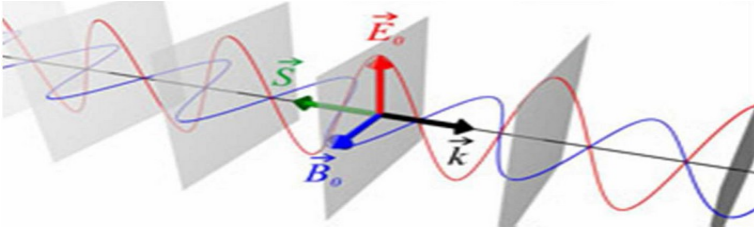


Figura 1. Sentido de propagación de la fase (contrario a la propagación de la energía en un metamaterial²).

Este resultado se puede interpretar como si tales medios tuvieran un índice de refracción negativo ($n < 0$) en cuyo caso la refracción tendría lugar de manera que el rayo refractado se acercaría a la normal pero apareciendo en el lado opuesto al que aparece en los materiales normales. Esta característica determina que se les haya denominado “zurdos” a dichos materiales (Fig. 2).

2 Tomado de A. Martínez, “Curso de Nanofotónica”, Centro de tecnología Nanofónica de Valencia, 2014.



Figura 2. Refracción invertida en un metamaterial líquido³

Si bien durante varios años el artículo no pasó de ser una especulación científica lo cierto es que desde hace varios años se comenzaron “diseñar” materiales artificialmente conformados a nivel de nanoestructura tales que en lugar de los átomos reales que constituyen los medios naturales estos se conforman con arreglos de elementos nanométricos que se comportan como “átomos artificiales” y que combinados convenientemente proporcionan valores simultáneamente negativos de ϵ y μ respectivamente (Fig. 3 y 4) [3]

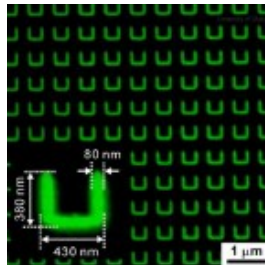


Figura 3. Arreglo microscópico de elementos nanoscópicos artificiales.

3 Tomado de A. Martínez, “Curso de Nanofotónica”, Centro de tecnología Nanofónica de Valencia, 2014.

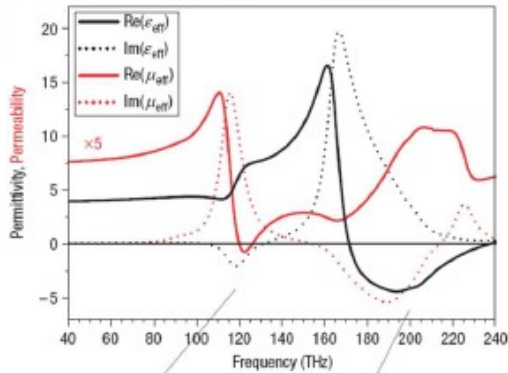


Figura 4. Curvas de comportamiento de la permitividad y la permeabilidad del metamaterial con la frecuencia.

Tomadas de: N. Liu, H. Guo, L. Fu, S Kaiser, H. Schweizer, and H. Giessen, “Realization of three-dimensional photonic metamaterials at optical frequencies”, Nature Mater, 7, 31 (2008).

Una detallada explicación de la conformación nanométrica de un metamaterial se puede apreciar en [4]. Los metamateriales hoy desarrollados pueden diseñarse para ser utilizados en cualquier rango de frecuencias incluyendo frecuencias acústicas y sus propiedades permiten generar una gran gama de aplicaciones tecnológicas que se relacionan con el diseño y construcción de sistemas de antenas, lentes planas que permiten enfocar los objetos con mayor nitidez y construir sistemas ópticos capaces de resolver objetos de dimensiones inferiores a la longitud de onda de la luz empleada evitando los efectos de la difracción que limitan los dispositivos ópticos comunes, así como para la construcción de nanocircuitos de computadoras de altísima velocidad de operación entre otras de sus múltiples aplicaciones.

Aun cuando en la mayor parte de los textos de Física actuales que se emplean en el nivel universitario no aparecen explicaciones relacionadas con estos materiales, atendiendo a su actualidad

y múltiples aplicaciones, se hace necesario incluir el tema en el curso de Física para estudiantes de ingeniería.

Se sugiere sea tratado en el capítulo dedicado a la óptica ondulatoria explicando sus fundamentos físicos más esenciales y quizás proponer a los estudiantes un seminario de actualización a través del cual los mismos investiguen y presenten a sus compañeros el tema destacando las aplicaciones que más se relacionen con sus respectivas especialidades. El sitio web www.consolider-metamateriales.es puede resultar una fuente de información confiable actualizada y rica en información autorizada sobre el tema.

El descubrimiento de monopolos magnéticos

Desde que en el año 1931 Paul Dirac (1902-1984) formulara su teoría electrodinámica cuántica relativista, una de las predicciones derivada de la misma lo fue la posibilidad de la existencia de polos magnéticos aislados o monopolos [5]

Como demuestra la práctica común al dividir un imán en el mismo siempre se forman dos polos, uno norte y otro sur, de modo que en la naturaleza no habían sido nunca hallados polos norte separados de polos sur tal y como si se pueden encontrar aisladas partículas con electricidad positiva y otras con electricidad negativa.

La teoría electromagnética clásica de J. C. Maxwell (1831-1879) no fue capaz de predecir la existencia de tales partículas en la naturaleza lo cual se puede apreciar en una de sus ecuaciones que expresa la divergencia nula del vector de inducción magnética del campo electromagnético a saber: $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$.

Sin embargo la teoría de Dirac establecía claramente que tales partículas deberían existir.

Durante muchos años inclusive del presente siglo se realizaron ingentes experimentos para tratar de detectar al menos un monopolos en la naturaleza sin lograrlo.

Uno de los experimentos más costosos y llamativos se basa en el hecho de que de existir tal partícula su masa predicha teóricamente debe ser muy grande en comparación con las de otras partículas fundamentales conocidas como son los electrones y los quarks que constituyen los nucleones (protones y neutrones). Se estima el valor de dicha masa en el orden de 10^{16} GeV (la masa de las partículas fundamentales se expresa en términos de su

energía propia dada por la conocida relación $E = mc^2$ y en unidades múltiplos del eV donde 1 eV equivale a $1,6 \cdot 10^{-19} \text{J}$) pero la misma está concentrada en un volumen extremadamente pequeño del orden de 10^{-28}cm de diámetro tal densidad de masa hace casi imposible acelerar estas partículas en los aceleradores hasta hoy construidos por el hombre pero a su vez pone en evidencia que en la estructura interna del mismo deben existir otras partículas fundamentales de gran energía (bosones X, Y, W^+ , W^- y Z^0) que en contacto con los quarks que componen los protones pueden dar lugar a su desintegración proceso este que pudiera ser detectado [6].

Como resulta muy poco probable que tal encuentro de un protón con un monopolo ocurra se ha concebido aumentar notablemente el número de protones que se expongan a que ocurra tal evento de modo que se incremente la probabilidad de al menos una detección. Para lograr esto se han rellenado de agua casi pura enormes cavidades de minas abandonadas que han sido hermetizadas casi perfectamente y en las que se han ubicado sensores múltiples capaces de detectar la energía liberada en una sola de estas posibles desintegraciones. Estos experimentos se han prolongado por varios años sin haberse logrado ni una detección confiable de monopolos.

Recientemente sin embargo, han aparecido reportes de la obtención de sistemas monopolares en laboratorios de bajas temperaturas en forma de los denominados condensados de Bose Einstein, por ejemplo, de átomos de rubidio-87 ultrafríos [7, 8].

Al disminuir la temperatura absoluta de un gas de átomos hasta valores tan pequeños como entre 200 nK y 50 nK los mismos reducen su energía hasta el nivel fundamental mínimo provocándose un estado agregativo singular de la sustancia para el cual

los espines atómicos se pueden acoplar intensamente creándose vórtices espinoriales que se conducen como polos magnéticos aislados (Fig. 5) [9]

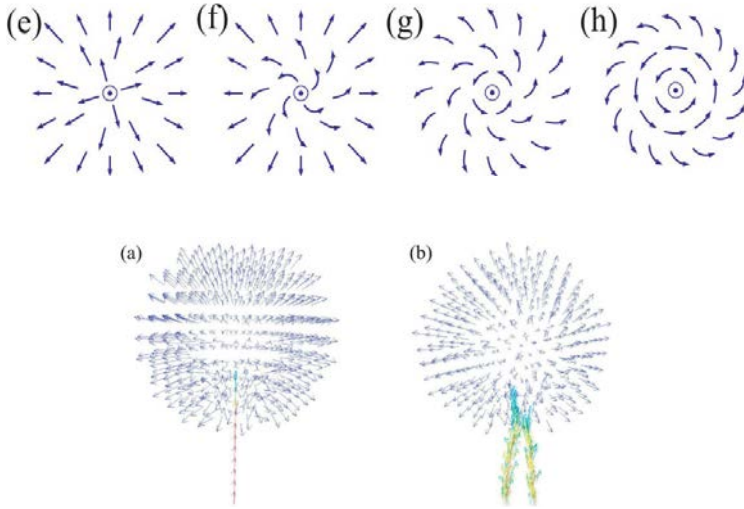


Figura 5. Representaciones computacionales de vórtices espinoriales de bosones a ultrabajas temperaturas en un condensado de Bose-Einstein⁴

La confirmación definitiva de la existencia de polos magnéticos aislados en la naturaleza, aun cuando en el estado actual de evolución del Universo tienen muy poca presencia, haría que se modificaran las ecuaciones de Maxwell del campo electromagnético aceptando la posible existencia de densidades de carga magnética análogas a las densidades de carga eléctrica así como la existencia de corrientes de conducción magnéticas que hasta hoy son términos ausentes en dichas ecuaciones quedando formuladas como:

4 Tomada de: V. Pietilä and M. Möttönen, “Creation of Dirac Monopoles in Spinor Bose-Einstein Condensates” PRL 103, 030401 (2009).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \rho_m \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{J}_m - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

La real existencia de polos magnéticos aislados puede proporcionar aplicaciones inmediatas en las tecnologías de detección de campos magnéticos intensos así como en el desarrollo de memorias mucho más compactas para las computadoras de nueva generación.

La introducción de este tema en el curso de Física posibilita no solo presentar posibles aplicaciones tecnológicas de los descubrimientos de la Física sino que también ampliar y consolidar la concepción científica del mundo en los estudiantes evidenciando que la ciencia se desarrolla por etapas en las cuales unas teorías se desarrollan en cierto momento negando dialécticamente teorías previamente comprobadas hasta cierto grado de aplicabilidad.

Igualmente se sugiere introducir su estudio a modo de situación problemática a investigar a partir de la asimetría del sistema de ecuaciones de Maxwell tratando de responder a la pregunta ¿Qué faltaría incluir en este sistema de ecuaciones para que su simetría fuera casi perfecta?

La comprobación de los efectos relativistas en el espacio-tiempo debidos a la gravedad

El tratamiento de las teorías relativistas en los cursos de física general tanto al nivel preuniversitario, como al nivel universitario, ha sido muchas veces cuestionado lográndose en muy escasas ocasiones su inclusión en los cursos de física con la articulación necesaria como para que se revele su verdadero valor cognoscitivo y metodológico para la comprensión de los fenómenos naturales.

Es frecuente incluso que sea cuestionada su enseñanza en los cursos de ingeniería aduciendo la poca o ninguna aplicación práctica que pueden tener las predicciones de esta teoría en los procesos tecnológicos.

Trataremos en lo que sigue de revelar de manera asequible y didácticamente fundamentada el papel que debe desempeñar el estudio y comprensión de las teorías relativistas y sus consecuencias para comprender mejor la dinámica de Universo del que somos parte y sus efectos prácticos que deben ser tomados en cuenta en algunos dispositivos tecnológicos hoy desarrollados tratando de superar aquel criterio expresado por el propio Albert Einstein al decir que: *“somos diminutos escarabajos incapaces de apreciar sólo con nuestros sentidos la compleja estructura del espacio – tiempo”*.

Las teorías de la relatividad como teorías del espacio – tiempo. Un enfoque didáctico

La presentación clásica de las teorías de la relatividad en los cursos de física responde desde el punto de vista metodológico a un paradigma muy esquematizado que lejos de hacerlas comprensibles las desarticula y les hace perder sus potencialidades epistemológicas y metodológicas para contribuir a formar en el futuro ingeniero una concepción científica y actual del Universo.

Si se revisan los textos más clásicos de física general, en su inmensa mayoría se presenta este tema en el orden siguiente:

- Postulados de la teoría especial o restringida a los sistemas de referencia inerciales.
- Consecuencias cinemáticas de la relatividad de la simultaneidad para los intervalos espaciales y para los intervalos temporales.
- Consecuencias dinámicas de la teoría restringida: interpretaciones y formulaciones covariantes de la cantidad de movimiento, la masa y la energía.

En muy pocos cursos se presenta el principio de equivalencia y la teoría general de la relatividad como teoría de la gravitación con sus consecuencias respecto a los efectos de los campos gravitatorios en la métrica espacio-temporal.

Vamos a proponer una metodología no clásica de presentación de la teoría relativista que pretende revelar su esencia más integralmente.

En primer lugar es tradicional considerar, como lo hizo Einstein, dos principios físicos:

- El principio de relatividad de Galileo generalizado no sólo para incluir el movimiento mecánico, sino cualquier fenómeno físico, lo cual, como sabemos, se enuncia diciendo que **todos los fenómenos naturales transcurren del mismo modo en todos los sistemas inerciales de referencia.**
- El principio de la invariancia de la velocidad de la luz en el vacío.

Aunque desde sus orígenes fueron formulados como dos principios diferentes, un análisis detenido nos permite darnos cuenta de que esto no es precisamente así.

El asunto radica en que la luz es un sistema físico en sí misma (campo electromagnético autosustentado) y como tal su propagación entre dos puntos del espacio - tiempo es también, en consecuencia, un fenómeno físico, de modo que debe ser incluido como uno más entre los fenómenos físicos que se contemplan en el principio de relatividad generalizado.

A nuestro juicio, desde el punto de vista metodológico tiene más valor otro resultado que es la esencia del principio, y es el hecho de que la máxima velocidad con la que se transmite una información entre dos puntos del espacio - tiempo en el vacío es finita (es justamente $c = 299\,792\,458$ m/s).

Este resultado experimental constatado en la práctica hasta hoy tiene como consecuencia directa el hecho de que dos sucesos que son simultáneos al apreciarlos desde un cierto sistema de referencia inercial no lo son necesariamente desde otro que se mueva a cualquier velocidad respecto del primero, en consecuencia la teoría concluye que los intervalos temporales medidos para un mismo suceso desde ambos sistemas de referencia difieren, pudiendo demostrarse como se sabe que

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \Rightarrow \Delta t' \geq \Delta t \quad (1)$$

donde el $\Delta t'$ es el intervalo temporal medido por un observador situado en el sistema de referencia en movimiento respecto al sistema en el cual ocurre el suceso cuya duración se mide y ves la rapidez del movimiento de un sistema respecto del otro [10].

Del resultado anterior se puede concluir entonces que la medición de la longitud $\Delta x'$ de un objeto físico ubicado en el sistema que se mueve con rapidez v respecto al sistema en el que otro observador "ve pasar" dicho cuerpo se puede hacer por un simple cálculo a partir de la relación sencilla $\Delta x' = v \cdot \Delta t$

de lo cual, en virtud de la relación (1) se obtiene

$$\Delta x' = \Delta x \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad \Rightarrow \Delta x \geq \Delta x' \quad (2)$$

obteniéndose así la relatividad de los intervalos espaciales como consecuencia directa de la relatividad de la simultaneidad entre dos sucesos.

En la práctica cotidiana tales efectos no son apreciables. Un cálculo sencillo permite demostrar que un error porcentual máximo de un 1 % entre Δx y $\Delta x'$ (o entre $\Delta t'$ y Δt) se obtiene para $v \leq 0,14 c$, o sea para $v \leq 0,32 \cdot 10^8$ m/s, la cual ya es una velocidad muy considerable para la práctica usual; sin embargo la diferencia si es de tomar en cuenta en el diseño de diferentes dispositivos para las comunicaciones o en los laboratorios de investigaciones de altas energías en los cuales las partículas que se estudian son aceleradas a velocidades relativistas del orden de $0,98 c$ e incluso mayores.

Recordemos que a las magnitudes Δt y $\Delta x'$ que son la duración de un proceso y la longitud de un objeto medidos en el sistema de referencia en el que dicho proceso está ocurriendo o dicho objeto está ubicado se les denominan *tiempo propio* y *longitud*

propia respectivamente, y son el menor intervalo de tiempo y la mayor longitud del objeto que pueden ser medidos desde cualquier sistema de referencia inercial. El resultado último obtenido en la ecuación (2) adquiere entonces un valor inestimable desde el punto de vista metodológico pues, como veremos a continuación sus consecuencias sobrepasan el marco de la llamada relatividad restringida.

Como sabemos, si un sistema de referencia está acelerado respecto de otro ocurriendo el movimiento relativo en el eje x , por ejemplo, entonces si denominamos x a la distancia recorrida por el origen de un sistema respecto al origen de otro con relación al que se desplaza con aceleración constante a entonces $v^2 = 2ax$ ($v_0 = 0$), de donde, sustituyendo en (2)

$$\Delta x' = \Delta x \sqrt{1 - \frac{2ax}{c^2}} \quad (3)$$

de lo cual se concluye que en los sistemas de referencia no inerciales la longitud de los intervalos espaciales recorridos en iguales intervalos de tiempo depende de la coordenada x , o sea, de a qué distancia nos encontremos del origen de coordenadas [11].

Este resultado nos permite concluir que los sistemas acelerados (no inerciales) no tienen la misma métrica que los inerciales en los cuales, al ser $a=0$, $\Delta x = \Delta x'$ para cualquier valor de la coordenada x . Una idea más clara de esta diferencia entre la métrica del espacio en ambos sistemas la dan las figuras 6 y 7 siguientes:

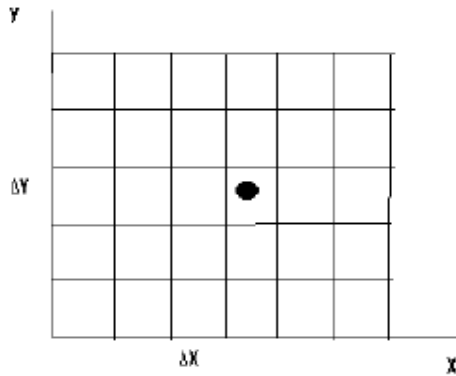


Figura 6. Métrica de un SRI. Celdas espaciales idénticas espacio homogéneo e isótropo.

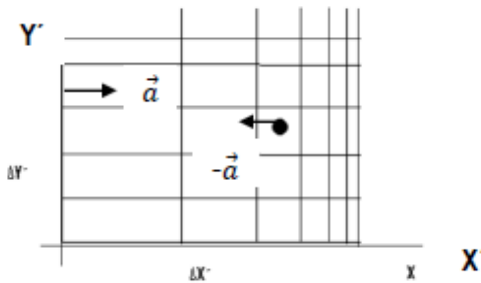


Figura 7. Métrica espacial en un SRNI. Celdas espaciales desiguales, espacio no homogéneo y anisótropo.

Nótese que si bien cada celda espacial elegida en el sistema inercial (Fig. 6) es equivalente a cualquier otra tanto punto a punto como en una u otra dirección (espacio homogéneo e isótropo), ninguna de ambas aseveraciones pueden hacerse en relación con el sistema de referencia no inercial (Fig. 7), en el cual el espacio ni es homogéneo ni es isótropo.

La diferencia en la métrica del espacio - tiempo en los sistemas no inerciales de referencia puede ser ahora utilizada para com-

prender el fundamento físico que sirvió de base a la teoría de la gravitación de Einstein.

Esto se puede hacer sencillamente dándonos cuenta de que desde un cuerpo de masa m que cae libremente bajo la acción del campo gravitatorio terrestre el espacio-tiempo en la región cercana a la superficie de la Tierra se aprecia como un sistema de referencia no inercial, que se desplaza con aceleración constante $a = g$ (estamos considerando el movimiento en una región del campo lo suficientemente pequeña como para que este pueda considerarse uniforme, o sea, que se pueda considerar como válida la aproximación de campo uniforme ($\vec{F} = -m\vec{g}$)).

En la figura 8 se muestra la métrica espacial por la cual transcurre el movimiento del cuerpo en tal sistema de referencia.

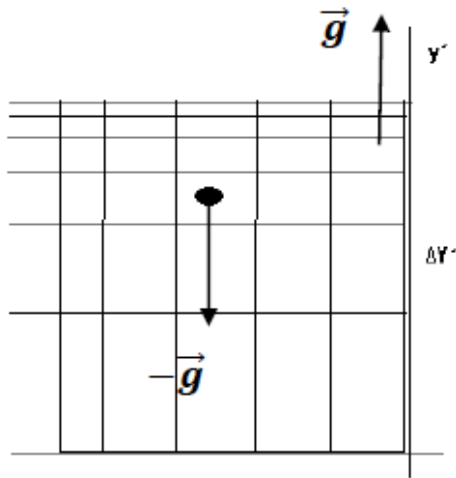


Figura 8. Representación de la métrica espacial deformada por la presencia de la Tierra para el sistema no inercial de referencia. Cuerpo en “caída libre”.

Como se puede notar, desde el punto de vista de un observador en el cuerpo la caída de este se puede explicar de forma *equivalente* a su movimiento en un sistema de referencia no inercial en el cual $v^2 = 2gy$, de modo que las distancias recorridas durante cada unidad de tiempo son crecientes con la coordenada "y" según la ecuación

$$\Delta y' = \Delta y \sqrt{1 - \frac{2gy}{c^2}} \quad (4)$$

Esta formulación permite justificar el resultado que Einstein denominó *principio de equivalencia*, en el cual se establece que los fenómenos que ocurren en un sistema inercial situado en un campo de gravedad homogéneo transcurren de forma absolutamente equivalente a como si se produjeran en un sistema no inercial que se mueve con aceleración de cantidad y dirección constantes [12].

Nótese que este resultado evidencia que la ley de movimiento en este caso es absolutamente independiente de la masa del cuerpo como realmente se comprueba en la práctica.

Si analizamos las consecuencias que tiene la teoría de la relatividad para el transcurso del tiempo en los sistemas de referencia no inerciales podemos llegar de forma muy sencilla a la conclusión de que en tales sistemas el tiempo tampoco transcurre uniformemente, en un mismo sitio. Este interesante resultado puede concluirse, también simplemente, si sustituimos $v^2=2gy$ en (1), obteniéndose:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{2gy}{c^2}}} \quad (5)$$

De esta ecuación se infiere que, para un valor fijado de la coordenada "y", cualquiera sea este, cuanto más intenso sea el campo gravitatorio, o sea, mayor el valor de g , $\Delta t'$ también lo será respecto de Δt , de modo que la duración de los procesos será mayor en las regiones cercanas a los cuerpos más masivos (campos gravitatorios más intensos).

Como se puede ver hasta aquí la teoría relativista es algo más que una teoría sobre los sistemas de referencia, la misma es, esencialmente, la teoría del espacio - tiempo como formas de existencia de los objetos y procesos naturales y su alcance va más allá de las consecuencias que de esta se derivan para el movimiento puramente mecánico.

Hasta aquí se han revisado los conceptos fundamentales de la teoría relativista de forma integral haciendo uso de un mínimo de recursos matemáticos. La presentación del contenido sin hacer mención a una teoría restringida y a otra general es perfectamente posible y hasta más adecuada desde el punto de vista lógico, permitiendo revelar, a partir de tres principios esenciales, el verdadero alcance de esta teoría como teoría del espacio - tiempo. Estos tres principios fueron:

- **El principio de la relatividad:** Los fenómenos naturales transcurren del mismo modo en todos los sistemas inerciales de referencia.
- **El principio de la invariancia de la velocidad de la luz en el vacío:** La velocidad a que se transmite la luz de un punto a otro del espacio - tiempo es finita y su máximo valor es c , la velocidad de la luz en el vacío.
- **El principio de equivalencia:** Los fenómenos que ocurren en un sistema inercial situado en un campo de gravedad homogéneo transcurren de forma absolutamente equivalente a como si se produjeran en un sistema no inercial que se mueve con aceleración de cantidad y dirección constantes

El alcance de la teoría relativista es tal que resulta prácticamente imposible evadir sus consecuencias en el estudio de los procesos físicos por lo que su inclusión en el curso de física general es inevitablemente necesaria.

Una de las aplicaciones tecnológicas más actuales derivadas de las teorías de la relatividad tiene que ver con el diseño y operación de los actuales sistemas de posicionamiento global (GPS).

Tales dispositivos funcionan enviando y recibiendo información a satélites geoestacionarios ubicados a varios kilómetros de altura respecto a la superficie terrestre. Las señales electromagnéticas que se envían y reciben sufren variaciones en sus tiempos de propagación y detección debidas a la relatividad de los intervalos temporales no solo producto a los movimientos relativos del sistema respecto a los satélites sino también a la presencia del campo gravitatorio de la Tierra.

Aun cuando campo gravitatorio terrestre es relativamente débil respecto al de otros planetas y estrellas así como que la velocidad relativa no llega a ser relativista se ha comprobado que si no se tuviese en cuenta el efecto que sobre el decursar del tiempo tienen la velocidad del satélite y la gravedad respecto a un observador en tierra, se produciría un adelanto de 38 microsegundos por día en el reloj del satélite (el reloj retrasaría al día 7 microsegundos como consecuencia de la velocidad relativa y adelantaría 45 microsegundos por efecto de la gravedad), que a su vez provocarían errores acumulativos de varios kilómetros en la determinación de la posición.

El descubrimiento del entrelazamiento cuántico de partículas y específicamente de fotones

Uno de los más recientes descubrimientos realizados en la mecánica cuántica es el denominado entrelazamiento (entanglement) de fotones. Expliquemos brevemente en que consiste este fenómeno.

Como es conocido las partículas fundamentales tienen una propiedad inherente denominada espín que fue predicha teóricamente por P. M. Dirac a partir de sus trabajos en la teoría electrodinámica cuántica relativista desde 1931 y posteriormente descubierta experimentalmente.

Esta propiedad, que no tiene análogo en las propiedades clásicas de las partículas, ha permitido clasificarlas en dos tipos: las que tienen espín semientero como por ejemplo los electrones y los quarks, y las que tienen espín entero como los fotones y otras partículas portadoras de las interacciones fuerte de color y débil (gluones y partículas W^+ , W^- , Z^0).

Ambas clases de partículas responden a distribuciones estadísticas diferentes para la descripción de sus estados cuánticos, las primeras a la denominada estadística de Fermi y Dirac por lo que se denominan “fermiones” y las segundas a la estadística de Bose y Einstein por lo cual se conocen como “bosones”. Bajo determinadas condiciones se pueden generar pares de micropartículas tales que sus funciones de onda respondan a un único estado cuántico de manera que sus propiedades quedan enlazadas durante todo el período de sus existencia aun cuando después de generadas se separen. Este fenómeno que no tiene análogo en la física clásica de los macrocuerpos fue predicho por Einstein, Podolsky y Rosen desde 1935 en un artículo publicado en ese año discutiendo aspectos paradójicos a que conducían los presupes-

tos teóricos de la mecánica cuántica, entonces en pleno desarrollo. En poco tiempo se denominó entrelazamiento cuántico al posible fenómeno.

El hecho de que dos a o más partículas se generen entrelazadas cuánticamente implica que aun cuando se separen sus propiedades físicas observables como lo es por ejemplo su espín se mantengan correlacionadas de modo que si se modifica una de estas propiedades en uno de los fotones también simultáneamente se modifica en el otro aunque no se encuentren juntos.

Por ejemplo si se genera un par de fotones entrelazados y el estado cuántico del sistema tiene espín nulo. Esta condición permanece después de separarlos de manera que si uno de los fotones cuyo espín es 1 tiene una orientación determinada opuesta a la del espín del otro fotón al alterar la orientación del espín de cualquiera de estos se altera también la de su par enlazado.

Los primeros intentos de obtener fotones enlazados y separarlos se hicieron a distancias cortas a escala de laboratorio pero el desarrollo de los sistemas para generar partículas enlazadas ha evolucionado de tal manera que ya hoy se logran enviar a grandes distancias sin perder el entrelazamiento.

Aunque el entrelazamiento cuántico de fotones se viene logrando desde hace pocos años ya está siendo aplicado para desarrollar las primeras computadoras cuánticas y las primeras experiencias de tele transportación de datos y encriptamiento de información.

Un reciente reporte de fecha 16 de agosto del 2016 informaba que China realizó un revolucionario experimento científico poniendo un satélite en órbita para sentar las bases de la tecnología de comunicaciones seguras del futuro. El satélite– apodado Micius – es la primera nave espacial concebida para establecer co-

municaciones “cuánticas” entre el espacio y la Tierra mediante la creación de pares de fotones entrelazados a grandes distancias para poner a prueba los principios del teletransporte cuántico.

Como es fácil comprender siendo el código binario el que está en la base de los procesos de grabación, transferencia y reproducción de la información en las tecnologías informáticas, el entrelazamiento cuántico posibilita decodificar información a distancia de manera instantánea pues los cambios en las orientaciones del espín de un fotón se reproducen instantáneamente en el otro que está cuánticamente enlazado al primero.

Este tema resulta de interés para los ingenieros en telecomunicaciones e informática y puede abordarse en el curso de física cuántica de manera elemental a modo de seminario de actualización.

Hemos visto hasta aquí algunos de los más recientes descubrimientos de la Física que están impactando directamente en el desarrollo de tecnologías del futuro. Su tratamiento en los cursos de Física General para estudiantes de ingenierías no debe ser postergado como ha estado ocurriendo históricamente con otros resultados de esta ciencia y su inclusión temprana en los cursos debe constituir un poderoso elemento motivacional para lograr en nuestros estudiantes una justa valoración de la importancia de la Física para su formación.

Referencias

- 1) Bureau International des Poids et Mesures. Organization Intergouvernementale de la Convention du Mètre. Le Système International d'Unités 8. Ed. 2006.
- 2) V. G. Veselago. "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of electrical and magnetic permittivity", Soviet Physics Uspekhi, vol 10, 4, 509 (1968)
- 3) N. Liu, H. Guo, L. Fu, S Kaiser, H. Schweizer, and H. Giessen, "Realization of three-dimensional photonic metamaterials at optical frequencies", Nature Mater, 7, 31 (2008).
- 4) Ch. Kern, M. Kadic, and M. Wegener "Experimental Evidence for Sign Reversal of the Hall Coefficient in Three-Dimensional Metamaterials" PRL 118, 016601 (2017)
- 5) Dirac, P. M. "Quantised Singularities in the Electromagnetic Field" Proc. R. Soc. A 133, 60 (1931). *Recuperable en* <http://rspa.royalsocietypublishing.org>, septiembre de 2017.
- 6) Novikov, I. "¿Cómo explotó el Universo?" Ed. MIR, Moscú 1990.
- 7) M. W. Ray et al., "Observation of Dirac monopoles in a synthetic magnetic field," Nature [505: 657–660, 30 Jan 2014](#)
- 8) Lindsay J. LeBlanc, "Atomic physics: Polar exploration," Nature [505: 627–628, 30 Jan 2014](#)
- 9) V. Pietilä and M. Möttönen, "Creation of Dirac Monopoles in Spinor Bose-Einstein Condensates" PRL 103, 030401 (2009)
- 10) Sears, F. W. Zemansky, M. W. "Física Universitaria" 9. Ed. Félix Varela, La Habana 2008 pp.1198-1199
- 11) Yavorski, B. M. Pinski, A. A. "Fundamentos de Física" tomo I, Ed. MIR, Moscú 1983
- 12) Einstein, A. Infeld, L. "La Física: Aventura del pensamiento", Ed. Científico-técnica, La Habana 2008

Anexo 2

Presencia de la física general en los planes de estudio de ingenierías en la universidad cubana actual

La presencia de la Física en los planes y programas de estudio de las carreras de ingeniería en la universidad cubana ha pasado por diferentes etapas desde el triunfo de la revolución en 1959.

Este proceso de transformaciones curriculares se ha desarrollado en función de satisfacer las necesidades de cada época en correspondencia con las demandas de formación de profesionales para servir al desarrollo del país en contextos económicos sociales cambiantes así como a tendencias que se fueron asimilando sobre la formación de ingenieros en los países del anterior campo socialista unidas a las muy valiosas experiencias de destacados profesores, ingenieros y arquitectos cubanos que fundaron la nueva universidad desde los primeros años de la Revolución.

Desde los primeros planes “A” en los que la disciplina Física estaba concebida en 5 semestres asignaturas correspondientes a los temas, Mecánica, Física Molecular y Termodinámica, Electromagnetismo, Óptica ondulatoria y Física Moderna respectivamente en carreras de 5 años de duración hasta la actualidad se ha ido reduciendo la cantidad de asignaturas y de horas/asignatura en función de incrementar la eficiencia del proceso de formación de los ingenieros hasta lograr reducir a 4 años la etapa de formación de pregrado en los planes “E” que en la actualidad se implementan.

En correspondencia con lo anterior los programas de Física se han tenido que concebir con criterios de selección muy rigurosa

de los contenidos que deben ser motivo de aprendizaje, centrándolos en las leyes y principios fundamentales de la Física y concibiendo cambios en sus concepciones metodológicas capaces de lograr el cumplimiento de los objetivos formativos que de la Física demandan el resto de las disciplinas específicas de las diferentes carreras.

En la actualidad se ha concebido un programa de Física General común para todas las ingenierías contenido de tres asignaturas básicas denominadas Física General 1, 2 y 3 respectivamente.

La Física General 1, concebida para ser impartida en 80 horas presenciales, incluye los contenidos fundamentales de la Mecánica (incluyendo los fundamentos de la mecánica de fluidos) y la Física Molecular y Termodinámica con énfasis en el enfoque termodinámico. La Física General 2, concebida también para 80 horas, incluye los contenidos fundamentales del electromagnetismo y la óptica ondulatoria. Finalmente la Física General 3, aborda en apenas 48 horas presenciales los modelos y principios más fundamentales de la Física Cuántica incluyendo los elementos de Física Atómica y Nuclear.

Algunas carreras han determinado no incluir en el currículo base la Física 3 optando por pasar estos temas a la formación posgraduada según necesidades de cada especialista.

Como objetivo integrador la disciplina Física General para las carreras de ciencias técnicas se plantea: “contribuir a la formación integral del ingeniero, a través del estudio del objeto de la Física, su lógica y sus métodos, con un enfoque intra, multi, inter y transdisciplinar a partir de una cosmovisión global coherente, que permita pertrechar al ingeniero en formación de las herramientas teórico-metodológicas y axiológicas para enfrentar la solución de los diversos problemas con que deberá

enfrentarse en el ejercicio de su profesión, con una conciencia patriótica, político-ideológica, jurídica, económica así como del impacto social y ambiental que pueden ocasionar los productos del desarrollo científico-tecnológico en su interacción con el objeto de la profesión”.

Algunos de los objetivos generales de la disciplina

- Consolidar y ampliar la concepción dialéctica materialista del mundo a partir de la comprensión del cuadro físico contemporáneo incidiendo especialmente en los siguientes aspectos: La materialidad y la cognoscibilidad del mundo, el movimiento en sus diversas formas como modo de existencia de la materia, la unidad dialéctica entre objeto, propiedad y medida, el papel de los conceptos, modelos, leyes, teorías y cuadros físicos en el conocimiento del objeto.
- Contribuir a la formación integral del futuro ingeniero a través de la valoración desde la disciplina del impacto en las relaciones Ciencia -Tecnología - Sociedad - Ambiente y el pensamiento, de los productos del desarrollo ocasionados por la Revolución Científico Técnica del siglo XX y su propagación al siglo XXI liderada por las revoluciones cuántico-relativista, cibernética y biotecnológica, revelando sus relaciones interdisciplinarias y los valores implicados.
- Desarrollar la creatividad y el rigor en la solución de las tareas propias de la disciplina con criterios éticos y estéticos haciendo uso de las normas y regulaciones vigentes en el tratamiento del sistema internacional de unidades y en la entrega de informes de laboratorio y proyectos de investigación.
- Identificar modelos físico-matemáticos y simular objetos, sistemas, procesos y fenómenos físicos como necesidad sentida del ingeniero.
- Aplicar el método científico en el trabajo experimental de la disciplina revelando su dimensión educativa.
- Desarrollar las capacidades para el aprendizaje autónomo y colaborativo a través del modo de asimilación de los contenidos, donde predomine un enfoque sistémico con tendencia hacia niveles de asimilación productivos.

Algunas de las características más sobresalientes en la concepción actual de la disciplina

- Un tratamiento sistemático de la estructura de la materia, las teorías especial y general de la relatividad, las leyes de conservación, el principio de superposición tomándolos como nodos cognitivos invariantes.
- Utilización predominante del método deductivo, que permite una importante economía de tiempo en la propia dinámica del proceso y un mayor desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes.
- Las aplicaciones de la Física en la ciencia y la tecnología ocupan un lugar importante en los objetivos y contenidos de la disciplina.
- La utilización de métodos de enseñanza que contribuyan a la activación del proceso cognoscitivo de los estudiantes.
- La aplicación del método experimental reflejando un progresivo aumento del nivel de complejidad y del grado de independencia de los estudiantes a través de la disciplina en los laboratorios docentes.
- La instrumentación y desarrollo del uso de las simulaciones virtuales de experimentos docentes (SVED), el empleo de plataformas interactivas y otras herramientas similares.
- El procesamiento de la data experimental aplicando la teoría y práctica de la estimación de incertidumbres en las mediciones.

Actualización de los cursos de Física y Matemática: necesidad impostergable desde la agenda 2030 ha sido maquetado con la plantilla EDUNIV en Libre Office Writer, tipos Times New Roman 10/12 y Verdana 11/24, en el mes de abril de 2020.