GEOMETRIA DESCRIPTIVA

Simón E. Sepúlveda Tabares

Profesor Titular U.T.P.
Tecnólogo Mecánico U.T.P
Ingeniero Mecánico U.T.P
Especialista en Instrumentación Física U.T.P
Director Departamento de Dibujo,
Facultad de Ciencias Básicas U.T.P.

UNIVERSIDAD TECNOLOGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS BASICAS
DEPARTAMENTO DE DIBUJO

2014

Octava edición 2014
Impreso por: Universidad Tecnológica de Pereira
Edificio la Julita, Pereira . Risaralda
Tel: 3137300

ISBN 8065 – 62 - 3
Cámara Colombiana del Libro
Agencia ISBN, Bogotá D. E.
Marzo de 2003

Impreso en Colombia – Printed in Colombia

Otras publicaciones:

PROBLEMARIO DE GEOMETRIA DESCRIPTIVA	ISBN 8065-63-1
MANUAL BASICO DE LA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL INVENTOR	ISBN 8065-76-3
INVENTOR ® 10	ISBN 978-958-8272-57-3

CONTENIDO

PROLOGO

El presente trabajo es la recopilación de mis experiencias ganadas en los diferentes cursos de pregrado impartidos a los estudiantes de Ingeniería en la Universidad.

De ninguna manera pretendo "INVENTAR", pero sí ORGANIZAR positivamente los conceptos metodológicos para un mejor desarrollo del curso, ya que induce a los estudiantes a la participación dinámica y así crear sus propios diseños ajustados a las normas establecidas internacionalmente.

El contenido del libro se presenta en forma secuencial y ordenada conforme al programa de la asignatura de Dibujo II (Geometría Descriptiva) que se dicta actualmente por parte del Departamento de Dibujo. Estoy seguro del aporte positivo hecho y espero que el alumno o cualquier persona que lo consulte quede satisfecho de haber logrado el objetivo buscado para su utilización.

Quiero agradecer a mi Madre, a mi esposa y a mis hijos Mateo y Laura, por el apoyo que me brindaron, por el tiempo que sacrificaron y me cedieron para dedicarlo a la preparación de este libro. Reconocimiento especial a Margarita María Pérez S. Por su valiosa ayuda en la elaboración de las gráficas.

Simón E. Sepúlveda Tabares

GEOMETRIA DESCRIPTIVA

Definición : Solución gráfica de problemas de puntos , líneas y planos en el espacio.

1.0 EL PUNTO Y LA LINEA

1.1 EL PUNTO: Localización teórica en el espacio, sin dimensiones. Para establecer su verdadera posición debe proyectarse siempre perpendicular por lo menos a dos planos principales , principio de la proyección ortogonal

CONCEPTOS BASICOS

* **Proyección ortogonal**: Proyección que se obtiene al utilizar líneas visuales paralelas que forman 90 grados con el plano de proyección . Fig 1
* **Plano de proyección** : Plano que es perpendicular a la visual, localizado entre el observador (visual) y el objeto. Sistema ASA. Fig 1
* **Línea visual**: Trayectoria desde el observador hasta un punto en particular. La visual es perpendicular al plano de proyección.

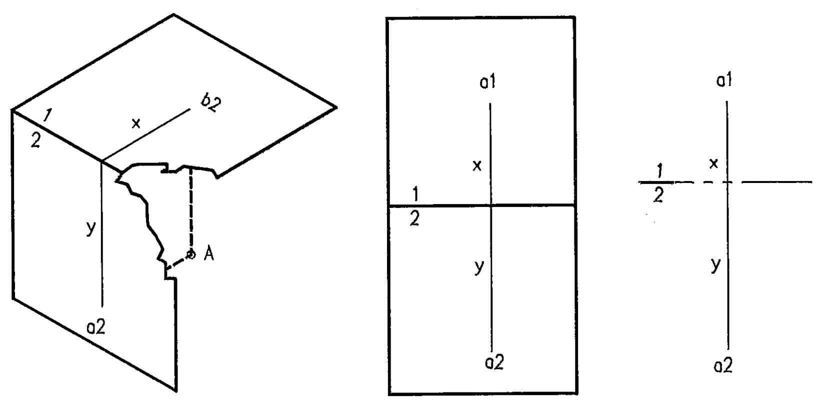


Fig 1

A: punto en el espacio a_1 : proyección en plano 1 a_2 : proyección en plano 2
1-2 : línea de giro x : alejamiento y : elevación.

* **Tipos de planos**

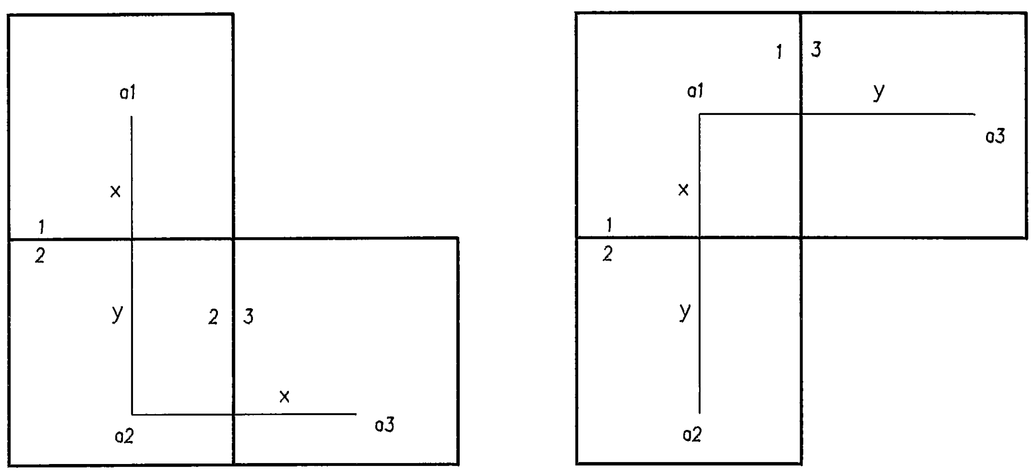
HORIZONTAL : Todos los puntos están situados a la misma altura, (ELEVACION). Conocido también como superior, map, 1, de planta o top. Solo hay un plano horizontal e infinitos verticales. Fig 2.

b) VERTICAL : Plano que forma 90 grados con el plano horizontal, las líneas visuales son horizontales. Conocido como frontal, vertical frontal, de alzado, 2. Fig 2

c) PERFIL : Plano perpendicular a los planos horizontal y vertical frontal. En la figura 2a, el plano 2 se mantiene fijo mientras que en la 2b, el plano fijo es 1.

* **Proyecciones adyacentes**: Siempre que dos proyecciones estén colocadas una junto a la otra, bien lateralmente o una sobre la otra, alineadas con la dimensión común se denominan adyacentes. En al fig 2a los planos 1-2 y 2-3 son adyacentes.

* **Proyecciones anexas** : son todas las proyecciones de una misma vista que no est□n juntas, en la fig 2a son anexos: 1 y 3.



(a) (b)

fig 2

* **Línea de giro:** Línea formada por la intersección de dos planos de proyección, conocida también como línea de pliegue o línea plano de referencia. En la fig 2a, 1-2 y 2-3 son líneas de giro.

1.1.1 REGLAS BASICAS DE LA PROYECCION

a) DE PERPENDICULARIDAD: Las líneas visuales para dos proyecciones adyacentes cualesquiera deben ser perpendiculares.

b) DE ALINEACION: cualquier punto de un objeto en una proyección debe estar alineado por una paralela, con un punto correspondiente directamente opuesto de cualquier proyección adyacente.

c) DE SIMILARIDAD : en todas las proyecciones anexas, la distancia entre dos puntos similares del objeto, debe ser la misma medida en las paralelas .

* **Plano auxiliar:** Permiten representar el objeto desde una dirección deseada, son de gran ayuda para el dibujante. Si la auxiliar se toma desde el plano superior toma el nombre de plano auxiliar de elevación. Fig 3.

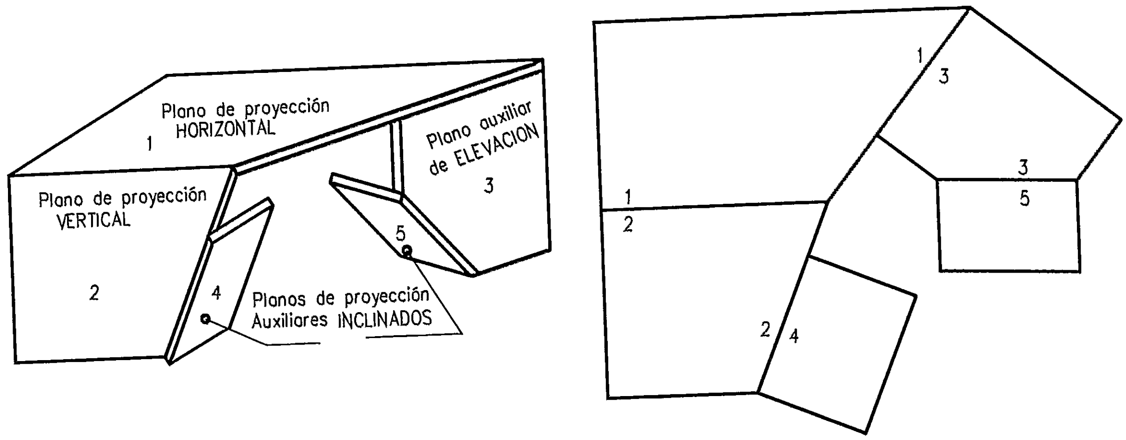


Fig 3

LOCALIZACION DE PUNTOS

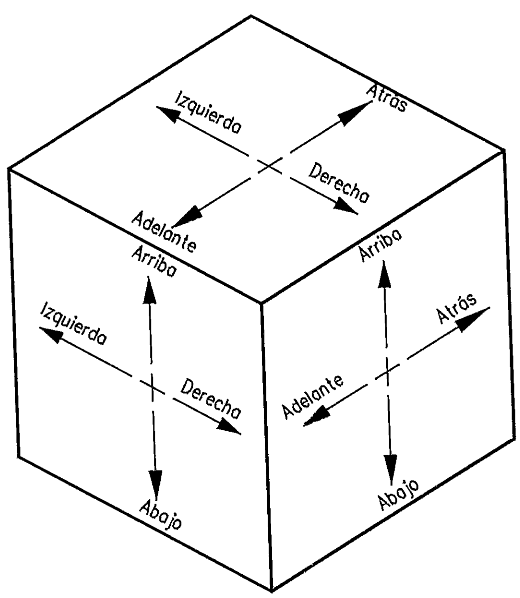


Fig 4

1.2 LA LINEA

1.2.1 LINEA RECTA: Trayectoria de un punto en movimiento que se mueve siempre constante y en la misma dirección , la longitud de la línea es determinada por los extremos.

1.2.2 VERDADERA LONGITUD DE UNA LINEA. (V.L.)

Cualquier línea en el espacio que sea paralela a un plano de proyección será proyectada sobre este plano en su verdadera longitud , de igual manera si es paralela a una línea de giro, en una vista aparecerá en su verdadera longitud en la vista adyacente (relacionada) al otro lado de la línea de giro. Fig 5a,5b y 5d.
Si una línea se proyecta en punto, aparecerá en verdadera longitud en la vista adyacente. Fig 5b y 5c.

1.2.3 SITUACION DE PUNTOS EN UNA LINEA

Cuando se haya dibujado una línea es muy frecuente el tener que situar puntos en ella, basta con llevarlos con líneas de proyección a las vistas adyacentes, aplicando el concepto :
" SI UN PUNTO PERTENECE A UNA LINEA, PERTENECERA A LA LINEA EN TODAS SUS PROYECCIONES ". Fig 5e y 7b.

1.2.4 TIPOS DE LINEAS

a) FRONTAL : Línea paralela al plano de proyección frontal, esta línea se verá en su verdadera longitud en la vista frontal. Todos los puntos de la línea tienen el mismo alejamiento. Fig 5a

b) HORIZONTAL: Llamada también de nivel, línea paralela al plano horizontal y se verá en su verdadera longitud en la vista en planta. Todos los puntos de la vista tienen la misma elevación . Fig 5b

c) DE PERFIL : Las proyecciones horizontal y frontal son perpendiculares a la línea de giro. Fig 5d

d) VERTICAL: Esta línea se proyecta como punto en el plano horizontal. Fig 5c

e) INCLINADA : Línea que no es ni vertical ni horizontal, esta línea no puede aparecer en su verdadera longitud en la vista de planta.

f) OBLICUA: Línea que es inclinada respecto a los tres planos principales, no aparece en su verdadera longitud en ninguno de los tres planos principales. Fig 5e

TIPOS DE LINEAS

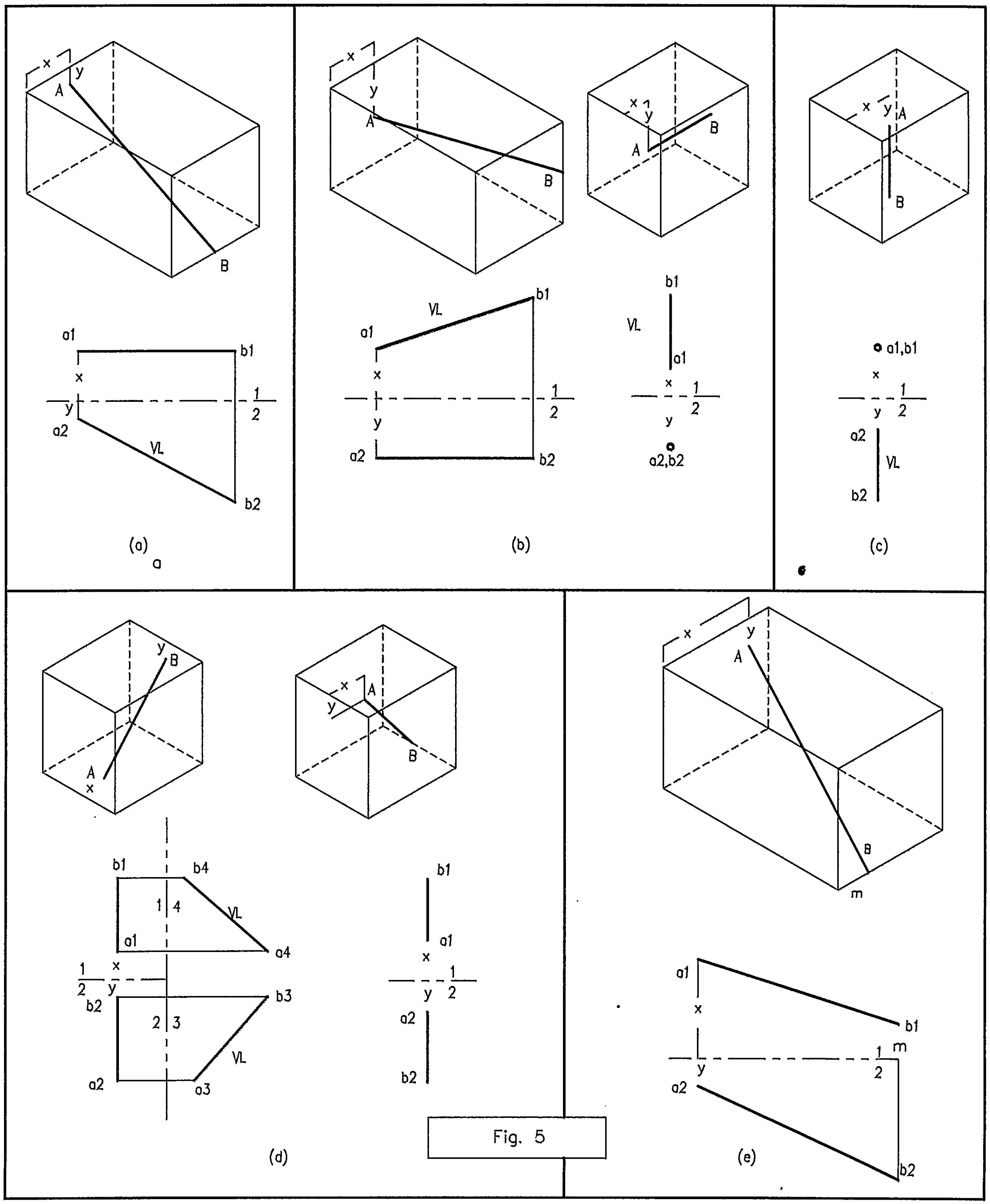


Fig. 5

1.3 PENDIENTE DE UNA LINEA

La pendiente de una línea es la tangente del ángulo que la línea forma con un plano horizontal. El ángulo entre una línea en su verdadera longitud y un plano horizontal se llama ángulo de pendiente.
El ángulo de pendiente de cualquier línea puede verse únicamente en un plano de elevación que muestre la línea en su verdadera longitud.

NOTA: Aún cuando una vista inclinada puede mostrar la verdadera longitud de una línea, no puede mostrar la pendiente verdadera, porque una vista inclinada no puede mostrar un plano horizontal como un filo o línea.
La pendiente se puede medir en grados o como porcentaje.

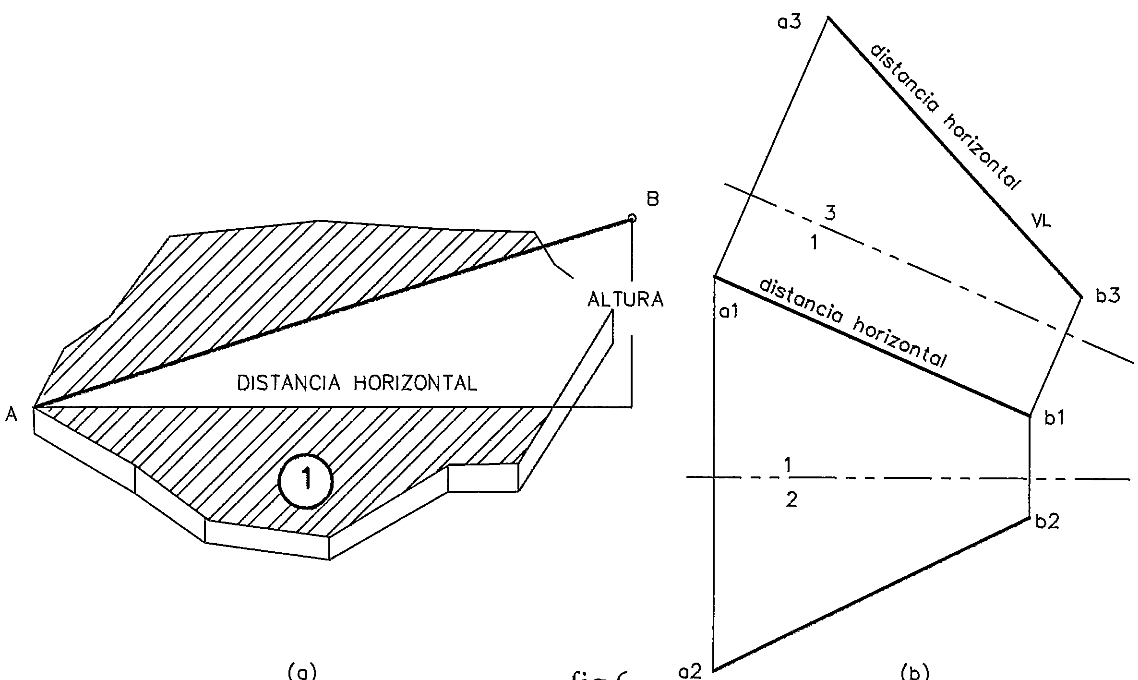


fig 6

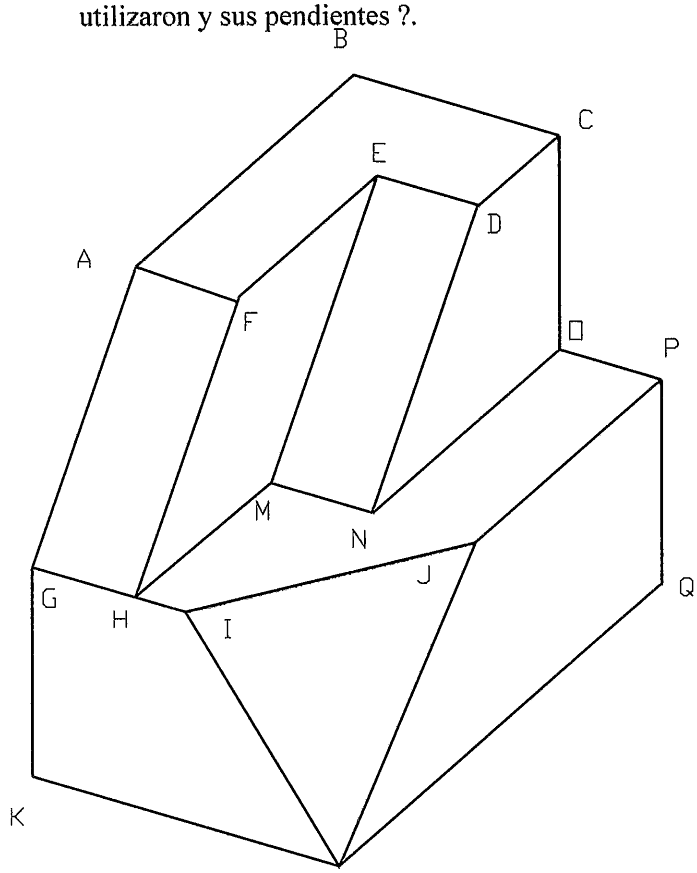
1.3.1 PENDIENTE POSITIVA : Si el punto final de la línea en V.L. se acerca a la línea de giro, la pendiente es positiva. En la fig 6b si se define la línea como AB, "b" es el punto final y se acerca a la línea de giro 1-3

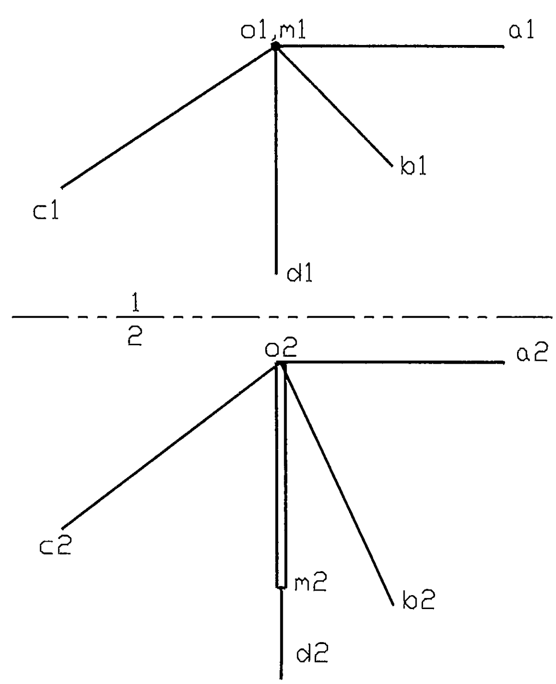
1.3.2 PENDIENTE NEGATIVA . Si el punto final de la línea en V.L. se aleja de la línea de giro , la pendiente es negativa , observar la fig 6b y determinar la pendiente de la línea BA.

1.3.3 DISTANCIA HORIZONTAL : distancia entre dos puntos de la línea medida a lo largo de la misma en el plano 1. Fig 6b.

EJERCICIOS

1. El punto K pertenece al plano superior y esta alejado del plano frontal 40 mm. Mostrar proyecciones principales fijando el plano 1 y el plano 2.
2. H con respecto a K: 45 mm a la izquierda, 25 adelante y 20 abajo. Se pide proyecciones 1 y 2 de H y K. Proyección auxiliar cualquiera con línea de giro 2-3. Proyección auxiliar de elevación cualquiera con línea de giro 2-4.
3. Línea AB es frontal, con pendiente positiva de 30 grados. El punto B a la derecha 55 metros (1 cm= 10 metros). Se pide proyecciones 1 y 2, verdadera longitud de AB y localizar un punto X a lo largo de la línea 20 m desde B.
4. La línea MK es de perfil y su verdadera longitud es de 60 m (1cm=10 metros). El ángulo que MK forma con el plano vertical es de 60 grados. Se pide proyecciones 1 y 2 de la línea y su pendiente.
5. (1 cm= 10 metros). Se desea unir dos tramos de tubería XY y YZ. El tramo XY con pendiente de -15 grados, el punto Y exactamente a la derecha de X, 50 metros. El tramo YZ así : Y y Z al mismo nivel, Z respecto a Y: 25 m a la derecha y atrás 40 metros. Cuánto miden las tuberías ?
6. (1 cm. 10 metros) El punto B exactamente atrás de A 40 metros y debajo del mismo 30 metros. El punto X pertenece a la línea AB y está detrás de A 30 metros. Se pide pendiente de BX y a cuanto de A está el punto X medido a lo largo de la línea ?.
7. Por su posición real en el espacio, dar los nombres de las líneas que forman el bloque, según las letras asignadas.
8. (1 cm. 1 metro). Cables OA, OB, OC y OD; poste MO. Cuántos metros de cable se utilizaron y sus pendientes ?.





1.4 PENDIENTE EN PORCENTAJE

Generalmente la pendiente se expresa en grados, sin embargo en ingeniería civil se expresa ya sea como un porcentaje del declive o como inclinación. Fig 7.

α : ángulo de pendiente.
h : diferencia de alturas.
d : distancia horizontal (paralela al piso).

m=(h/d)x100 (%) . Expresa que porcentaje es la altura de la diferencia.

Veamos con los siguientes datos:
h=40 unidades
d=100 unidades
m=(40/100)x100= 40%

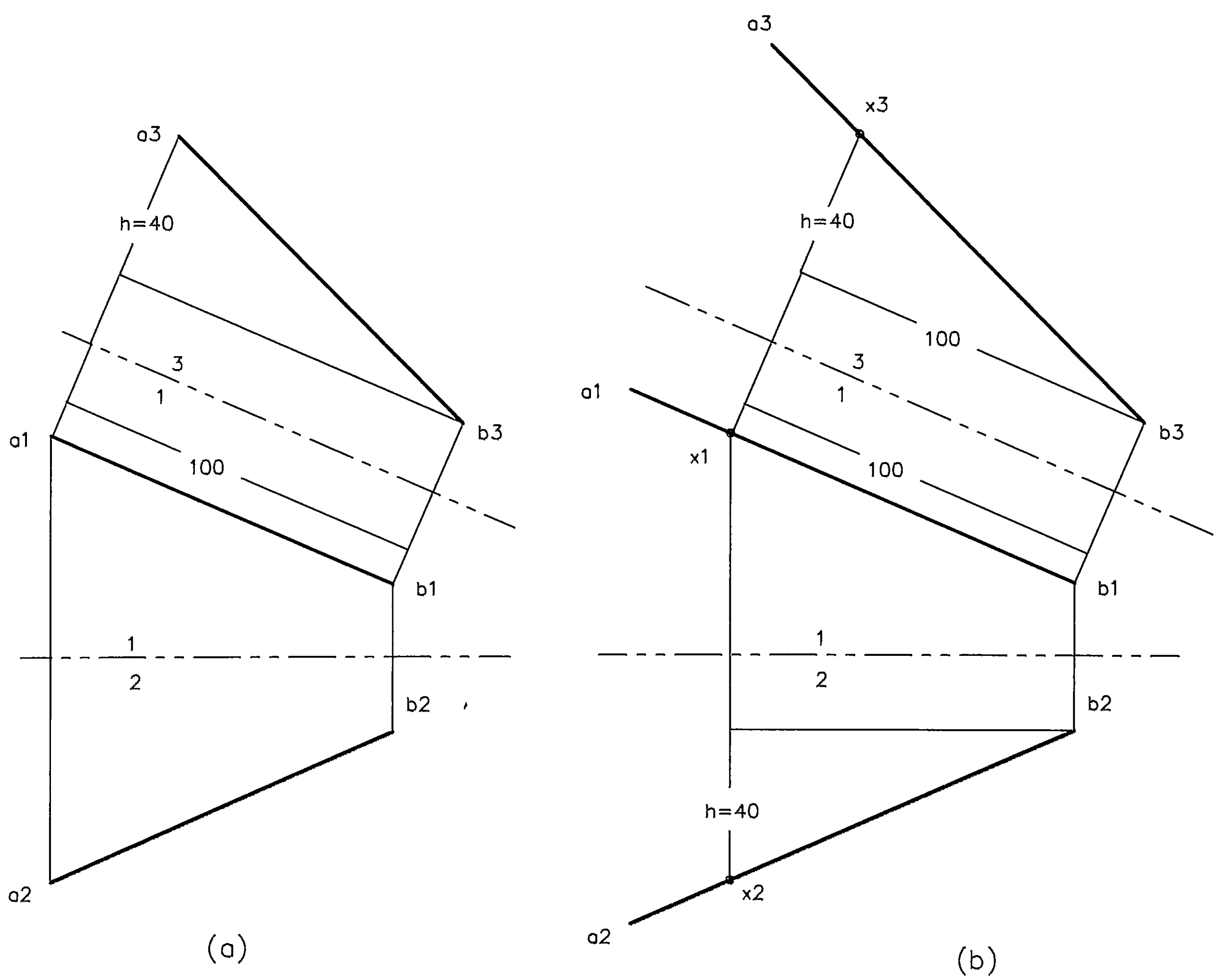


Fig 7

A veces es muy dispendioso tomar las 100 unidades , para lo cual se recurre al uso de fraccionar las medidas, supóngase que se tiene un declive del 40%, se fracciona la relación así:

100 .... 40 unidades
10 ...... 4 FACTOR = 20 1 unidad= 1 centímetro
5 2

CASOS : (fig 8)

a) La línea AB es más corta que la distancia horizontal.

b) La línea AB es más larga.

c) La línea AB es igual.

d) Con una línea oblicua.

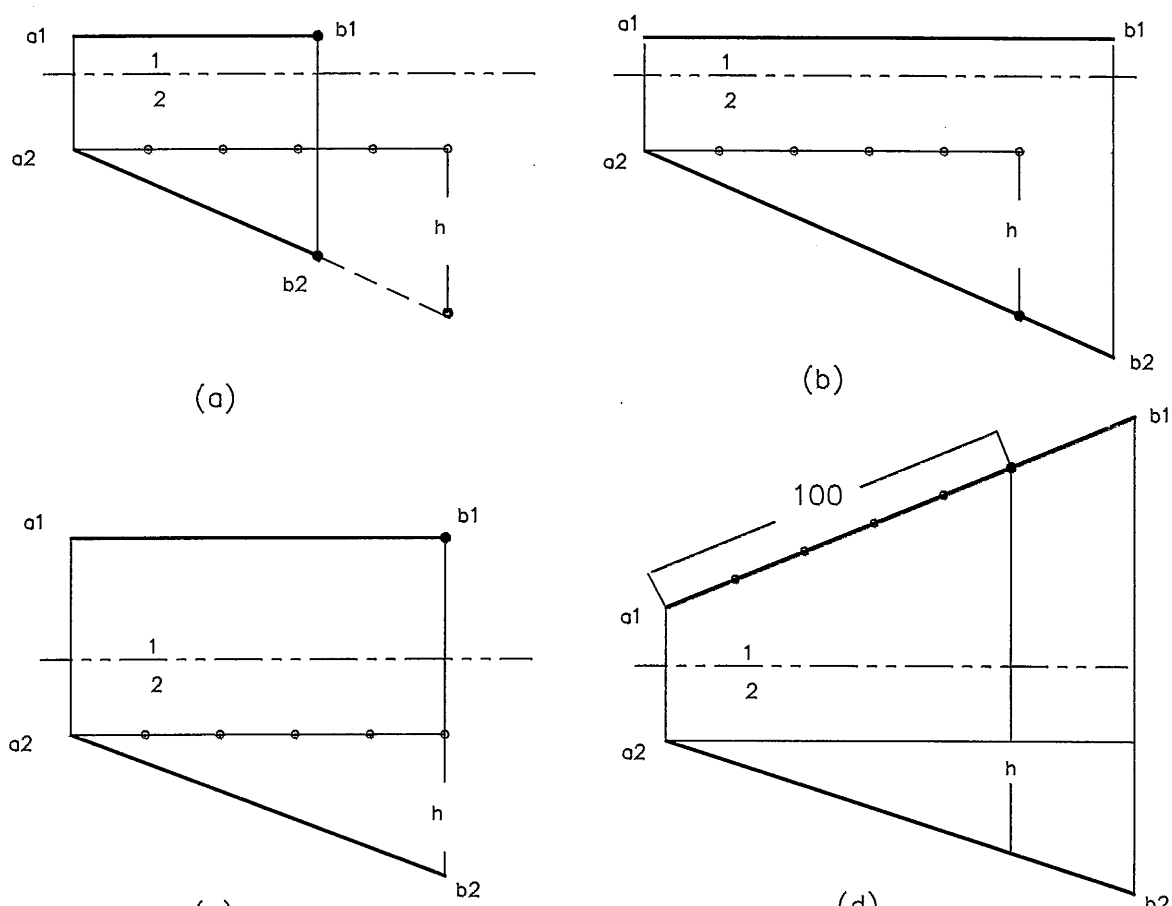


Fig. 8

1.5 COORDENADAS

Para determinar la posición de un determinado punto numérica o gráficamente debemos relacionarlo con otro cuya posición sea conocida. Este punto fijo viene a ser el punto de referencia o bien el origen de coordenadas.

Se usan varios métodos para expresar los datos de los problemas tales como :

1. Datos localizados sobre la hoja listos a hallar la solución.
2. Datos en forma de enunciado.
3. Datos por información de puntos así: el punto B, 30 metros al norte, 20 a la derecha y 15 abajo de A.
4. Ejes coordenados detallado así : **A(X-Y) = punto A**

Donde x= alejamiento y= elevación, veamos algunos ejemplos:

A(1.5-5)= punto A
A(2-4)3D(2-6)=línea AD, donde D está a la derecha de A.
D(3-4)R(4-7)= línea DR, de perfil.
F(4-7)4G(4-9)5E(2-8)= plano FGE
También puede darse el caso que no se conozcan algunos o todos los datos de alejamiento o elevación así :

A(x-x)= punto A.
D(4-x)3F(4-x)= línea DF.

En todos los casos el punto de referencia es el primer punto dado y las unidades (dentro del paréntesis) se toman en centímetros.

Ejercicio:
A(4-3)4B(0.5-0.5)= AB. Encontrar los verdaderos ángulos que AB forma con los planos principales de proyección.

1.6 ESCALAS

Cuando proyectar el tamaño real de objetos sea complejo, que exija tamaños incontrolables del papel o que dificulte la lectura de la información, es mucho más practico variar proporcionalmente todas las medidas del objeto para trazarlo en el tamaño adecuado a las necesidades para las cuales se realizó.

MEDIR UN OBJETO ES COMPARARLO CON UN PATRON o elemento base que permite, verificar el número de veces que dicho patrón está contenido exactamente en la situación a medir. La escala es el instrumento utilizado para medir y reducir o aumentar el tamaño real de las cosas y así facilitar su dibujo.

NOTA: LA PENDIENTE Y LAS COORDENADAS DEL PUNTO SON INDEPENDIENTES DE LA ESCALA. La escala DEBE aparecer en el dibujo y se escribe normalmente así : escala A:B y se lee A en B

A y B expresan la relación entre el dibujo y el objeto (la realidad), siendo A, la cifra asociada al dibujo y B al objeto.

Metricas

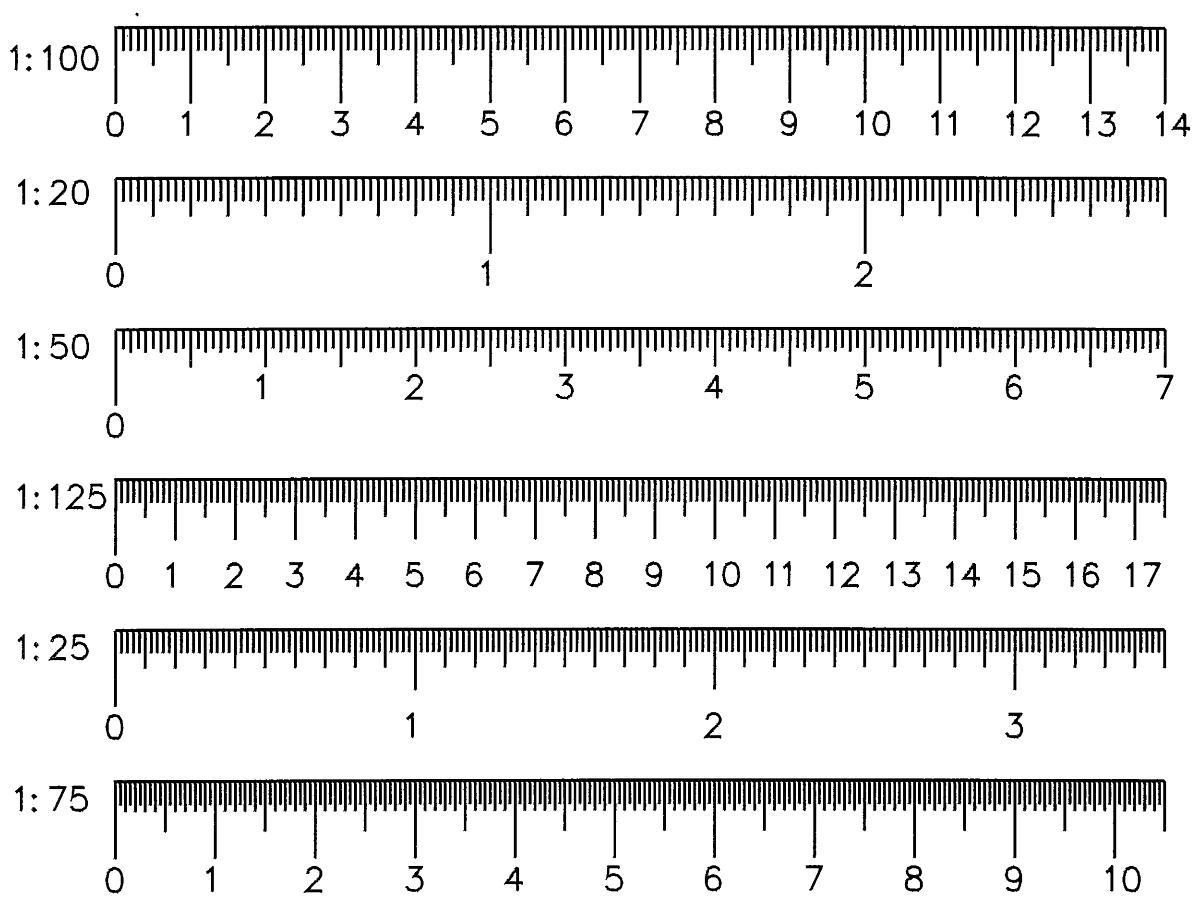


Fig 9

1.6.1 REDUCCION :

1:X **X>1** X indica las veces que la realidad es mayor que el dibujo, ejemplo 1:2

1.6.2 AMPLIACION:

X:1 X>1 X indica las veces que el dibujo es mayor que la realidad, ejemplo 3:1

Se nota que en ambos casos el 1 se asocia con el menor tamaño que en la escala de reducción corresponde al dibujo y en la de ampliación a la realidad (objeto).

1.6.3 ESCALAS METRICAS

$$\boxed{1/E = Dib/Real}$$

Todas las escalas se señalan con base a 1:N es decir, 1 es la unidad en centímetros y N es la escala correspondiente, así que 1 centímetro en el plano o dibujo equivale a N centímetros en la realidad (objeto).

NOTA : 1: 25 o 1/25 debe leerse asì: 1 cm del dibujo equivale a 25 cm del objeto.

Para conocer la medida aproximada de un objeto con escala indicada y no se tiene dicha escala , se mide en centímetros y se multiplica por la escala indicada, así :

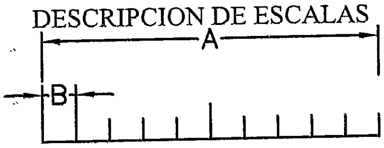
EJEMPLO 1 : Cuánto mide AB en la escala 1:75 ?.

A ———————————— B

Medir AB AB = 4.5 cm

AB * escala (75) = 337.5 cm = 3.37 metros

DESCRIPCION DE ESCALAS



1 : 75 A= 1 metro B= 10 cm
1 : 7.5 A= 10 cm B= 1 cm
1 : 750 A= 10 metros B= 1 metro
1 : 7500 A = 100 metros B= 10 metros

TABLA DE ESCALAS EN SISTEMA METRICO

Escalas equivalentes a milimetros por 1 Metro

ESCALA	Milímetros	ESCALA	Milímetros
1:100	10	1:2000	0.5
1:200	5	1:2500	0.4
1:250	4	1:50	20
1:400	2.5	1:40	25
1:500	2	1:75	13.3
1:750	**1.33**	1:20	50
1:1000	**1**	1:15	66.7
1:1250	0.8	1:10	100
1:1500	0.67	1:5	200

EJEMPLO 2: Se tiene un objeto dibujado de 450 mts *315 mts, y se dispone de un formato A2 (420 mmx594 mm); se desea abarcar el máximo de área útil de 554 mm 380 mm). Cuál debe ser la escala indicada a utilizar ?.

Formar reglas de tres así:

Parà longitud mayor: 450 m….554 mm x = 554/450 = 1.23 m
1 m ….x

Para longitud mayor: 315 m….380 mm x = 380/315 = 1.21 m
1 m ….x

Buscar en la tabla anterior (sistema métrico) el valor mayor obtenido de 1.23 mm , nótese que se encuentra entre 1.0 y 1.33, así que la escala más apropiada es 1: 1000, se **escoge la menor**

1.7 RUMBO

Es otra forma de situar la línea y puede representar muchas situaciones tales como tuberías, estructuras, rutas de aviones etc.
RUMBO es el grado de desviación que tiene la línea con respecto a una línea NORTE-SUR, la dirección norte se supone hacia la parte superior del dibujo, a menos que se indique otra dirección. Así que el rumbo SOLO PUEDE MEDIRSE EN LA VISTA SUPERIOR y generalmente se mide el rumbo en el ángulo agudo. Fig 10

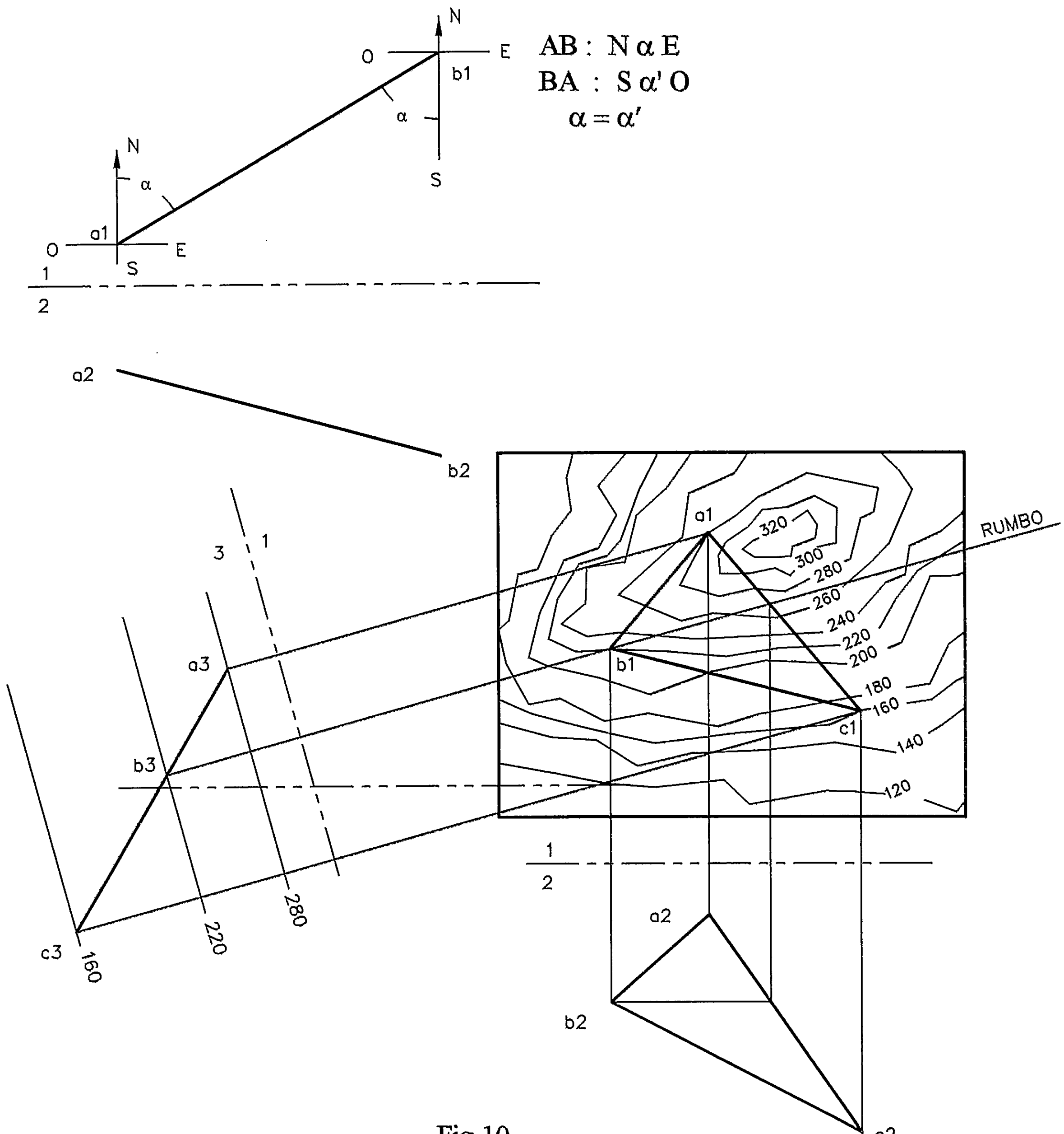
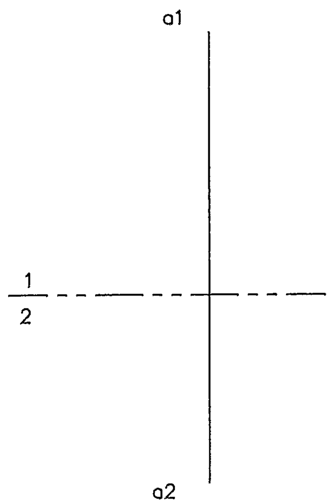


Fig 10

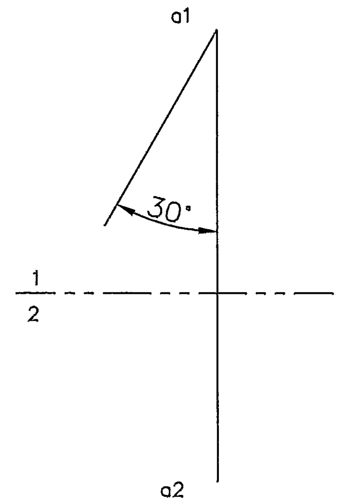
CONSTRUIR UNA LINEA DADO: RUMBO, PENDIENTE Y LONGITUD.

AB representa la ruta de un avión, su rumbo es S 30 O, pendiente ascendente del 40% y su recorrido 500 metros (VL). Escala 1:12500. se piden vistas 1 y 2.

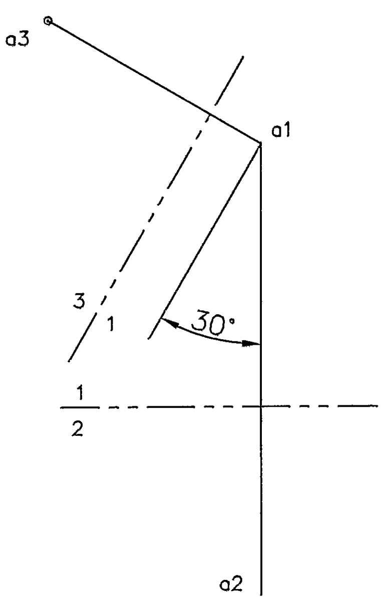
1. localizar el punto "a" y escoger escala.



2. Dibujar el rumbo



3. Localizar una proyección paralela (que muestre la verdadera longitud).



4. Localizar pendiente y medir recorrido, ubicar b_3 y b_2

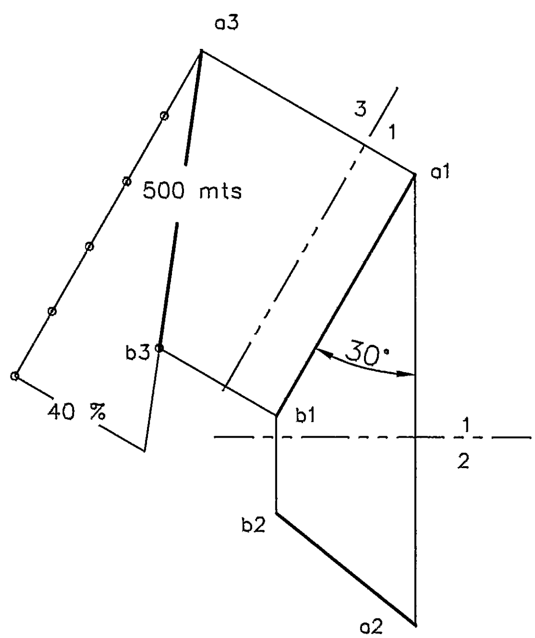


Fig 11

EJERCICIOS

1. Sea la línea AB con rumbo oeste, es el eje de una tubería de 40 m. El punto B a la izquierda de A 35 m. Escala 1:1000. La tubería AB recibe a CD a 15 m de A con rumbo N45E y desde 35 m al oeste de A. Si ambas tuberías van subiendo con la misma inclinación determinar la diferencia de alturas entre B y C. (Resp=29m).

2. A(5-2)3B(2-X)=AB. Escala=1:1000. 9D(6-0.5)6C(3.5-X)=CD
A se encuentra a la orilla de un lago y D es la parte alta de una torre al mismo lado de A. Un poste vertical enclavado en un lago puede ser visto por dos topógrafos ubicados en A y D. En A mira con un ángulo de depresión de 25 grados con dirección AB hacia la parte alta del poste. En D mira con un ángulo de depresión de 35 grados con dirección DC hacia la parte baja del poste (fondo del lago). Se pide ubicar el poste en 1 y 2, altura del poste (resp=11m), profundidad del lago (resp=35m) y que distancia tiene que recorrer (caminando) el topógrafo ubicado en A para llegar a el que está en D? (resp=105m).

3. K(0.5-0.5)= parte alta de una torre . Escala=1:1000
Desde el extremo superior de una torre de 55m de altura se observa un automóvil con dirección N50O bajo un ángulo de 40 grados y al mismo nivel de la base de la torre. Instantes después se encuentra 15 m encima de la posición inicial y se observa con dirección N25E y bajo un ángulo de 27 grados.
Hallar rumbo (resp=N72E), pendiente (resp=16%), distancia recorrida (resp=90m).

4. A(5-0.5)B(1-3.5)=línea AB. Escala=1:75. Tres tuberías parten del punto común A. AD tiene rumbo S60E con igual inclinación y signo de AB. El punto D, 100 cm abajo de B. La tubería AC: el punto C a la izquierda de A 300 cm y más abajo que A, 2m. La verdadera longitud de AC=4 m y C al norte de A. Se pide vistas 1 y 2 para los elementos, rumbos y diferencia de alturas entre C y D.
Respuestas= BA=norte, AC=N60O y la dif. de alturas entre D y C=1.3 m

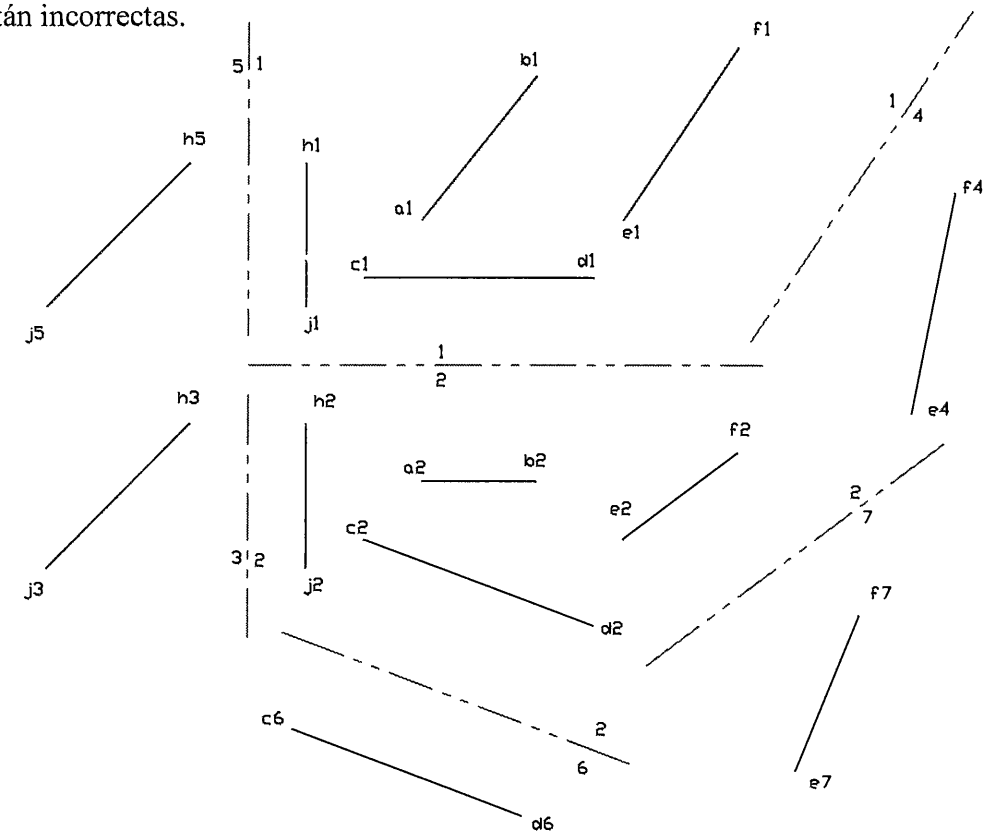
5. A(1-6)=A. Escala=1:40. AB tiene 3.4 metros de VL., el punto B con respecto a A se encuentra así: 1.8 metros atrás, 2.2 metros arriba y está a la derecha (dato por construcción). Se pide proyecciones 1 y 2, rumbo (resp=N46E) y su pendiente en porcentaje (resp=86%).

6. C(6-X)=C, Escala=1:100. Tres ductos parten desde A, B y D, convergen en una boca de acceso C. El punto D exactamente al sur de C, 4 metros y con -20%. El que parte de A tiene rumbo N40O y una distancia horizontal de 6 metros. Los que parten de A y B tienen igual inclinación que la que parte de D. El punto C esta a cero metros sobre el nivel del mar. Si la que parte de B tiene N45E y está 50 cm más alto que C, determinar: verdadera longitud de CD y CA (resp=4.1 y 6 metros), elevaciones de A, B y D sobre el nivel del mar (resp= 120 , 50 y 80 cm)).

7. A(0.5-X)= punto A. (X=9 Y=4). No trabajar con el plano 2. Escala=1.5 cm=10 Km.
Un avión se encuentra en A y viaja con dirección N40E, después de 10 minutos se encuentra en C a 60 Km de verdadera distancia de A y 20 Km por debajo de A. Desde A se observa un barco B con dirección N35O, 30 Km debajo del avión y pendiente negativa de 35 grados. Desde C se observa el mismo barco en un punto D bajo un ángulo de -15 grados y N50O. Se pide Rumbo (resp=N48E), pendiente de la distancia recorrida por el barco (resp= 0 grados) y distancia recorrida por el barco (resp=46 Km).

8. T(1-X)= torre de control. (X=7 Y=17) Escala=1:2500. Desde una torre de control de un aeropuerto situada 100 metros al sur de la pista, se observa con dirección N30O y con un ángulo de depresión de 20 grados un avión listo a despegar de la pista con rumbo este. Segundos después se observa el mismo avión a la misma altura de la torre y 300 metros al este de la misma. Se pide el ángulo de despegue del avión (resp=7 grados), altura de la torre (resp=40 metros), dirección de la segunda visual (resp=N72E) y distancia de la torre al punto de despegue (resp=120 metros).

9. Si las proyecciones 1 y 2 de las líneas están correctas, encuentre que proyecciones están incorrectas.



1.8 LINEAS QUE SE PROYECTAN COMO PUNTO

Para que una línea se proyecte como punto es preciso que los rayos visuales del observador sean paralelos a esa línea, así que, el extremo más alejado de la línea debe aparecer exactamente detrás del extremo más cercano. En todas las proyecciones adyacentes a una proyección en punto la línea aparecerá en su verdadera longitud. Figs 5b y 5c.

1.8.1 LINEA REPRESENTADA COMO PUNTO

En la fig 12, la línea AB no está en verdadera longitud en las vistas principales, pero obtenemos las proyecciones 3 y 6, en donde las líneas de referencia son paralelas a "AB". Si la línea AB se mira perpendicularmente en las proyecciones 7, 4 y 5 se observa que se ve como punto en 4 y 7, PORQUE ?

** a_3b_3 y a_6b_6 están en V.L. y además son perpendiculares a las líneas de giro 3-4 y 6-7, también las distancias de a_1b_1 a 1-3 y de a_2b_2 a 2-6 son iguales.

CONCLUSION : una línea se ve como punto en una proyección perpendicular a la línea en verdadera longitud.

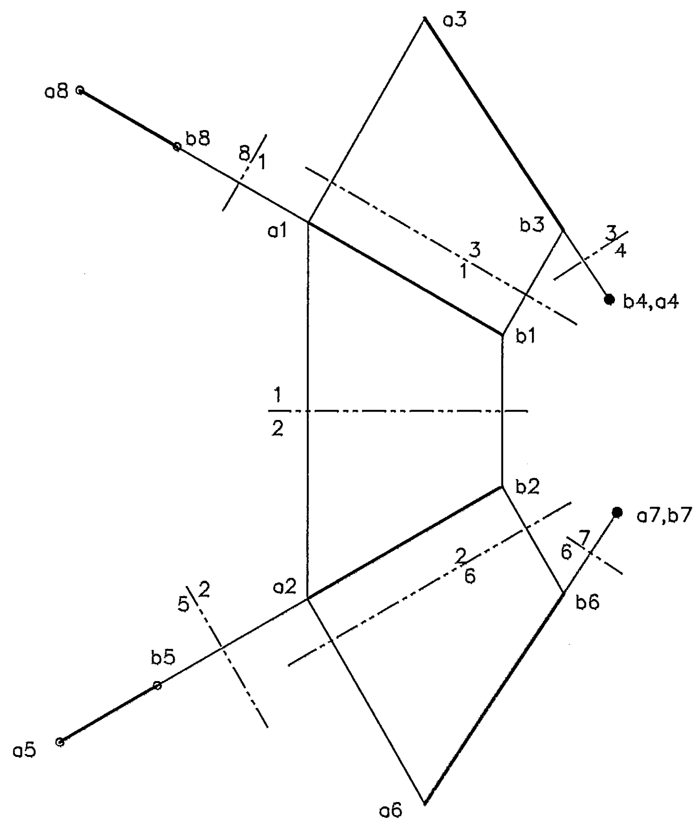
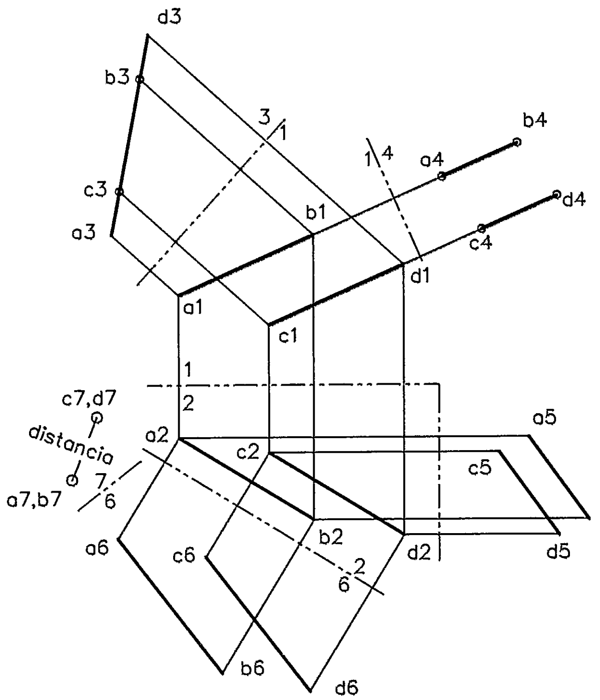


Fig 12

1.9 LINEAS PARALELAS

Dos líneas rectas en sus proyecciones se pueden cortar, cruzar o ser paralelas. Las líneas paralelas en el espacio se mostrarán paralelas en todas las proyecciones. Fig 13.



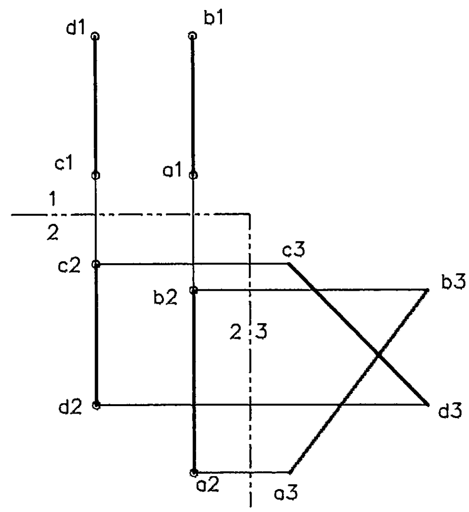


Fig 14

Fig 13

En la fig 13 se señalan siete proyecciones diferentes de las rectas AB y CD en las que siempre aparecen paralelas menos en dos casos: dichos casos son la excepción , en la proyección 7 aparecen en punto y en la 3 coinciden.

La coincidencia de líneas es un caso particular de paralelismo y la proyección en punto de dos líneas indica que ambas tienen la misma dirección. En la fig 14, las líneas de perfil AB y CD parecían paralelas, pero la proyección 3 (lateral derecha) demuestra que no lo son, por lo tanto dos proyecciones adyacentes NO son prueba evidente de paralelismo, es necesario una vista adicional.

Para la figura 13:

* Note que AB y CD en el plano 1 tienen igual dirección y son paralelas.
* En el plano 2 son paralelas.
* En el plano 3 son paralelas y tienen la misma pendiente (caso especial).
* En el plano 7 se proyectan en punto

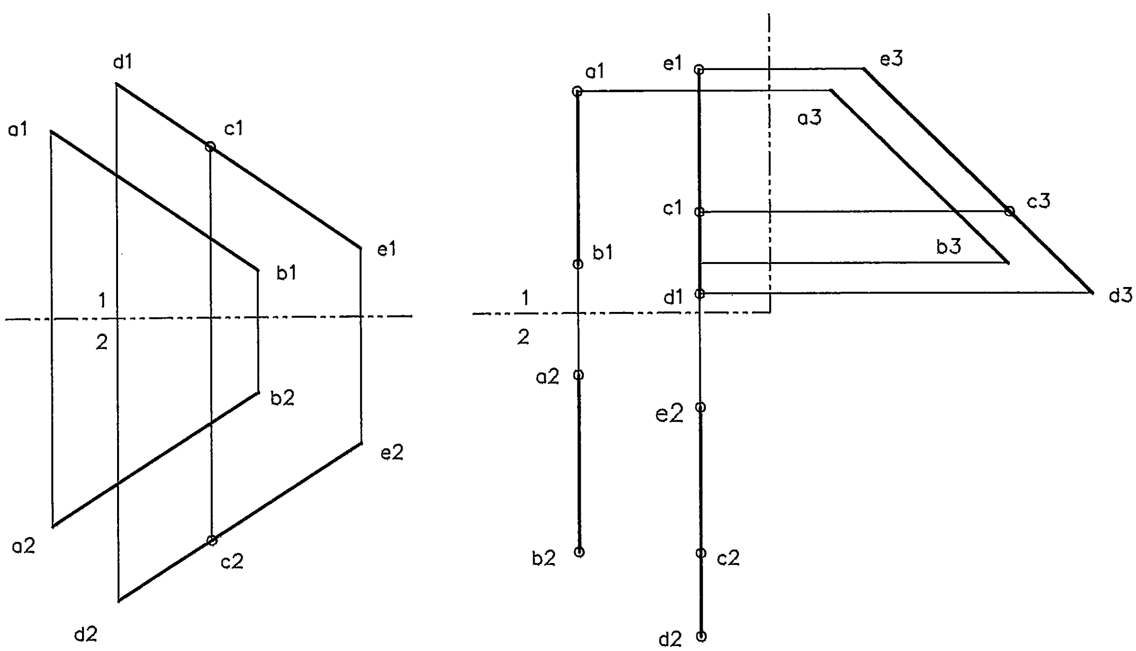
1.10 DISTANCIA REAL ENTRE DOS LINEAS PARALELAS

La distancia real entre dos líneas paralelas es la perpendicular entre ellas, figurando esta distancia en la proyección en que las paralelas en su longitud verdadera y con una línea de referencia perpendicular a esas paralelas se proyectan en punto, siendo la distancia "d", entre estos puntos la que existe entre las paralelas; (a_7b_7 - c_7d_7). Fig 13.

1.10.1 TRAZAR UNA LINEA PARALELA POR UN PUNTO DADO QUE SEA PARALELA A OTRA

La línea solicitada tiene que pasar por el punto dado y ser paralela a la recta dada en todas las proyecciones, quedando bien determinada, a menos que esa recta venga de perfil en las dos proyecciones .

En las figs 15a y 15b se dan las proyecciones 1 y 2 de la línea AB y del punto C. Trazar una línea DE que sea paralela AB y pase por C.

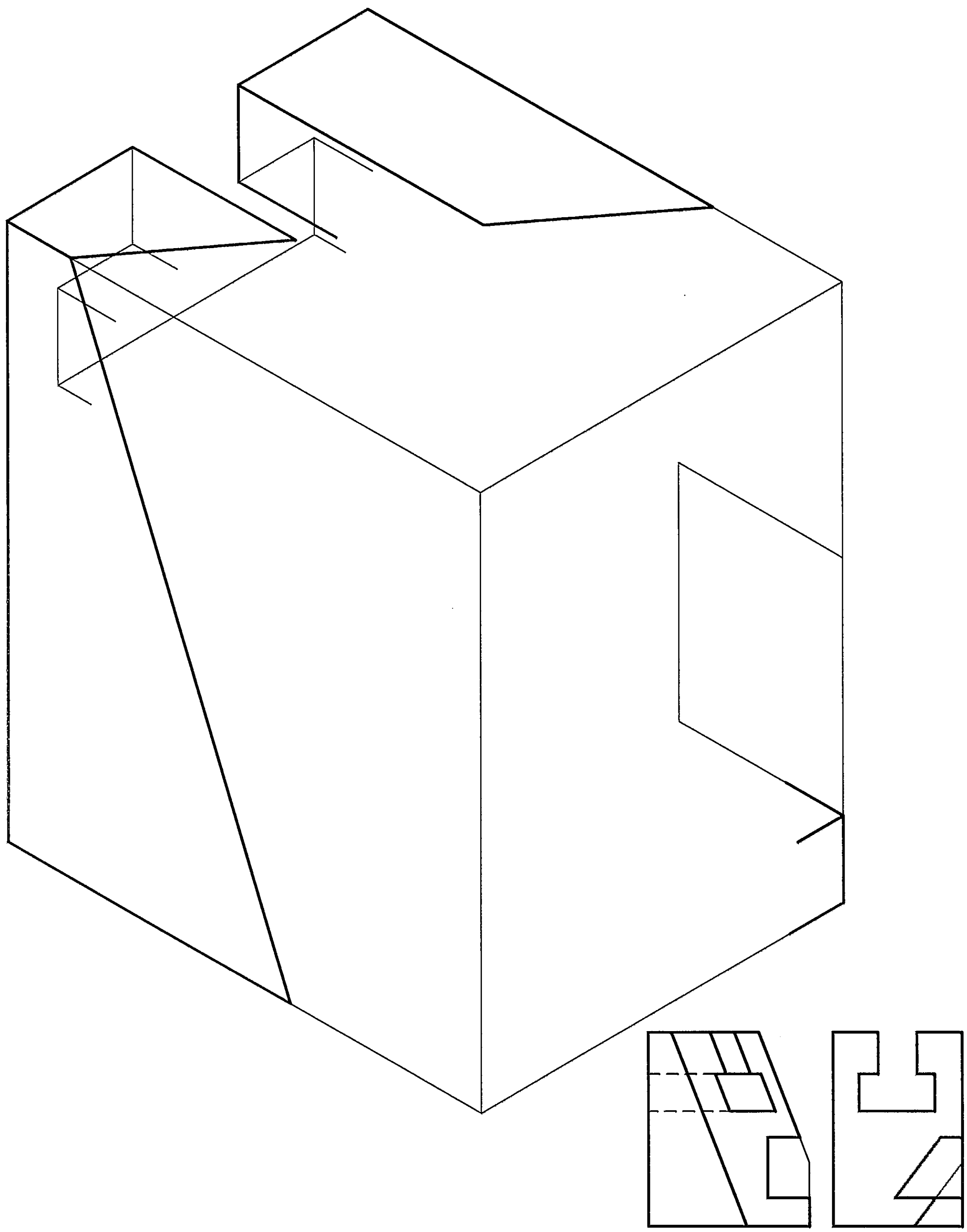


(a) (b)

Fig 15

PROPUESTO

1. Aplique el concepto de líneas paralelas para completar el dibujo adjunto.



1.11 LINEAS QUE SE CORTAN Y LINEAS QUE SE CRUZAN

1.11.1 LINEAS QUE SE CORTAN: Si dos líneas se cortan el punto de intersección tiene que figurar en ambas líneas en todas las proyecciones. En la fig 16, AB y CD se cortan en W, porque w_1, intersección de a_1b_1 y c_1d_1, está colocado exactamente encima de w_2 que es la intersección de a_2b_2 y c_2d_2

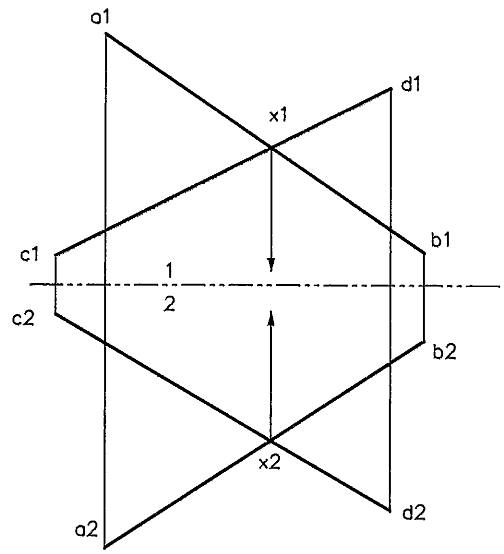


Fig 16

1.11.2 LINEAS QUE SE CRUZAN: son aquellas líneas que ni se cortan ni son paralelas, tienen diferente dirección y no tienen puntos comunes. Fig 17. Este tipo de líneas permite determinar cuál de ellas va encima o abajo y cuál adelante o atrás.

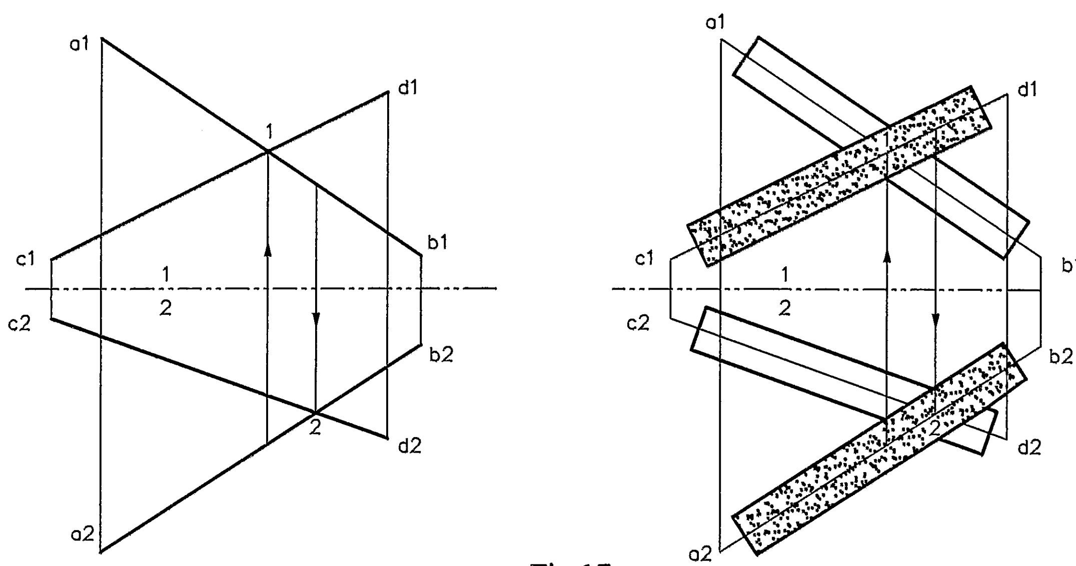


Fig 17

En la fig 17 el "punto aparente" de corte 1, al proyectarlo vemos que toca primero a la línea CD; por lo tanto CD está ENCIMA de AB, así el punto aparente de corte 2, al proyectarlo al plano 1, toca primero a AB lo cuál permite aclarar que AB está ADELANTE de CD. En la fig 18, la línea AB se presenta de perfil, este tipo de línea requiere un método especial para darnos cuenta si las líneas se cortan o se cruzan, para este caso es necesario una vista adicional, note que ocurre con cada par de líneas.

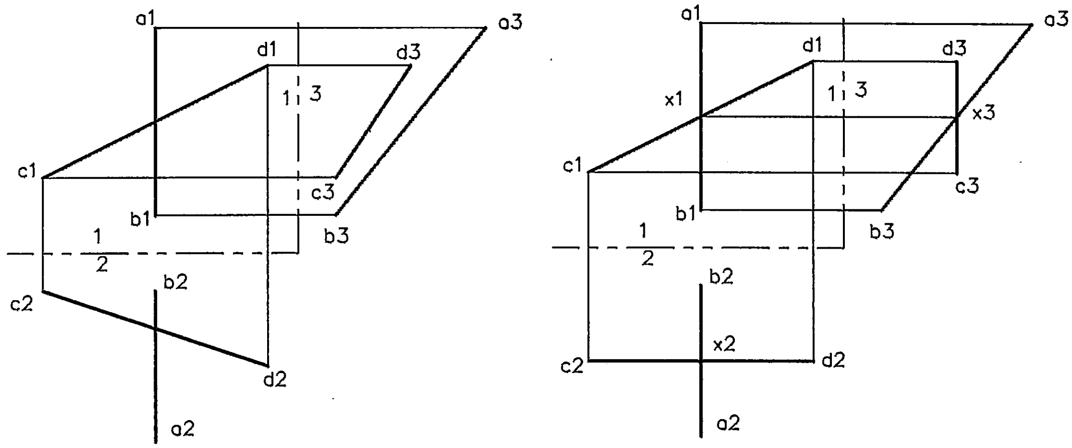


Fig 18

En la fig 19 se muestran AB yCD cuyo punto de intersección se encuentra por el borde izquierdo del papel; para saber si se cortan o se cruzan basta con unir dos puntos cualesquiera de AB con otros dos de CD; si x_1 coincide exactamente debajo de x_2 indica que x es la intersección común y al prolongarse se encuentran.

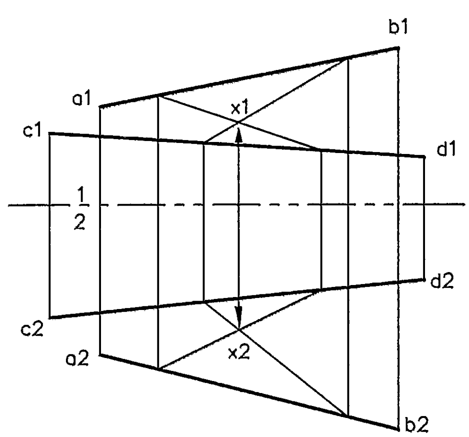
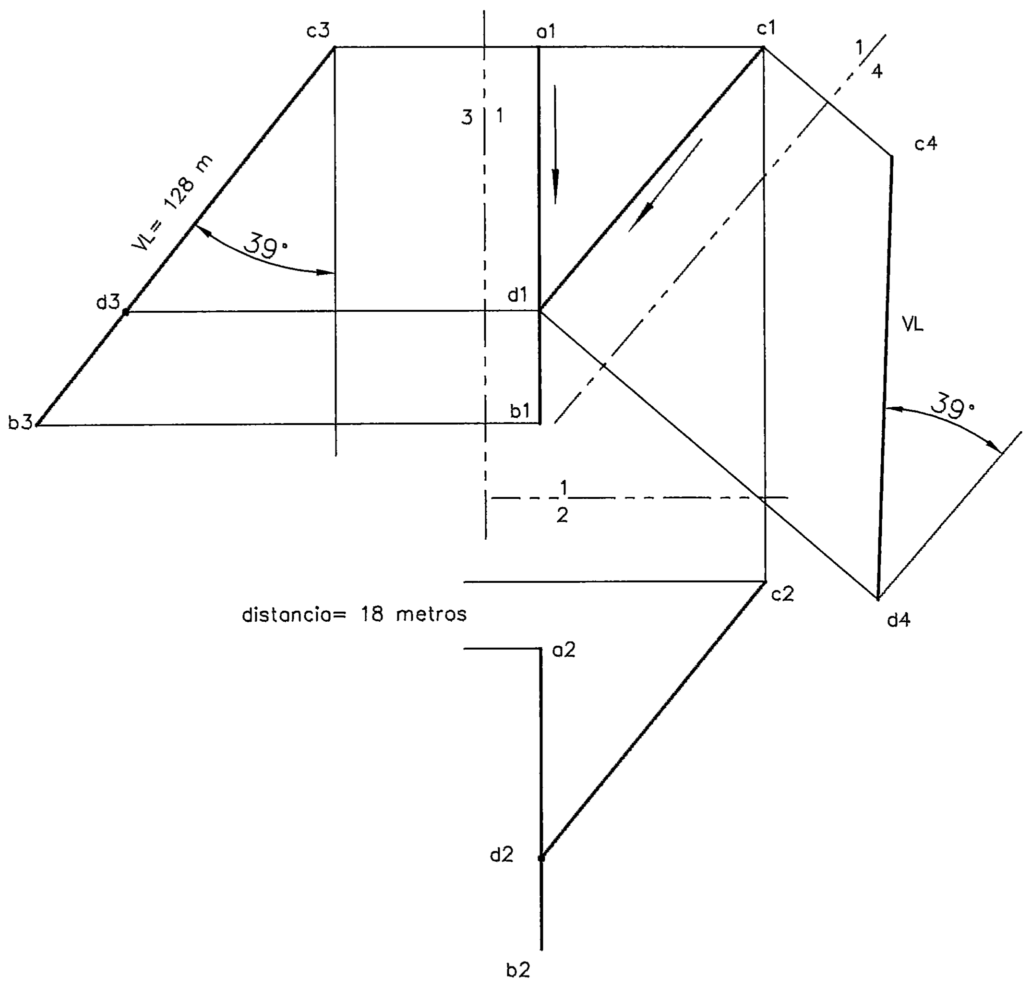


Fig 19

EJERCICIO

A(6-2)B(1-X)=línea AB, 3C(6-X)D(2.5-X)=línea CD. Escala= 1:2000
Dos tuberías AB y CD se CORTAN en D y descienden como se muestra. AB y CD tienen igual inclinación y la verdadera longitud de AB es de 128 metros. Se pide mostrar las tuberías en planos 1 y 2, VL de CD y la diferencia de alturas entre A y C.



Con línea 1-3 paralela a a_1b_1 obtener a_3b_3 con longitud de 128 m a la escala dada, respecto a la horizontal medir la pendiente de AB (negativa) y ubicar d_3 sobre AB (se cortan). Con línea de giro 1-4 paralela a CD ubicar d_4 y como la pendiente de AB es igual a CD; sobre d_4 medir una pendiente igual a -CD, por lo tanto c_4 se acerca a la línea 1-4. Por similaridad ubicar c_2. La verdadera longitud de CD = 118 m, pendiente AB= -38 grados y la diferencia de alturas entre A y C es de 18 m.

PROPUESTOS

1. A(2.5-3)2.5B(0.5-0.5)=AB, 0.5M(1-X)6N(4-X)=MN. Escala= 1:100
AB y MN se cruzan, la VL de MN es de dos veces la VL de AB. La pendiente es descendente. Se pide pendiente en % de MN y la diferencia de alturas entre M y N. (Resp: 80% y 5 metros).

2. Escala=1:1000. A(3.5-0.5). Se desea trazar dos líneas que se cortan, AB y CD de acuerdo a los datos: AB con rumbo S60E, -52% y VL=50 metros. Un punto C con relación a A: 20 metros al oeste, 30 al sur y la diferencia de alturas entre A y C es de 40 metros. Desde C arranca CD (D en AB) pendiente ascendente, rumbo N75E la cual corta a AB. Se pide proyecciones 1 y 2 de las líneas y la pendiente de CD. (Resp=44%).

3. E=1:1000 A(4-0.5)= punto A. 7M(5-1)5N(2-X)= línea MN. AB y MN se cortan. Dibujar las proyecciones 1 y 2 de AB si el rumbo es S60E, VL=40 metros y -30 grados. Completar la proyección 2 de MN, VL y rumbo de una línea de nivel MK (K en AB), (resp=65 metros y S77O), y de una línea KZ paralela al plano 2 (Z en MN) hallar : su rumbo (resp=este), pendiente (resp=-12 grados) y VL (resp=53 metros).

4. A(6-9)15B(6-2)=AB, 3F(1-1)3E(10,10)=EF , 1C(2-3)14D(7-8)=CD E = 1:10. AB, CD y EF son las líneas de eje de tres tuberías de 10 cm de diámetro (cilindros rectos). Determinar visibilidad en los extremos y en los puntos de cruce. (X=2, Y=14).

5. A(0.5-0.5), Escala=1 : 750. Dar las respuestas en el dibujo. A y C situados en una superficie plana horizontal, son las entradas de dos túneles, C está 60 metros al este y 25 metros al norte de A. Desde A un túnel lleva dirección N30E y -60% con una diferencia de alturas entre A y B de 38 metros. Desde C (CD) arranca otro túnel con dirección N65O, -45% y VL=52 metros. Se desea unir los dos túneles así : a) con un túnel frontal que partiendo de C encuentra al túnel procedente de A, cual es la VL del túnel ? (resp=49 metros) y b) que se debería hacer con esta obra para comunicar estos dos túneles con uno de ventilación vertical que salga hasta la superficie plana y cuál su VL ?. (resp=28 metros).

6. P(3-1)9Q(5.5-0.5)= PQ, R(1-3)10S(0.5-3.5)= RS . Utilizando únicamente las vistas dadas decir si las líneas PQ y RS se cortan o se cruzan ?. Explique.

7. A(5-1.5). E= 1250. se perfora un túnel AF sobre un piso nivelado de 75 mts desde A con rumbo N60°E y -100% de pendiente. En qué punto (coordenadas) del terreno debe empezarse un segundo túnel FB con N45°O y -55% que encuentre al extremo del primer túnel referenciado a A y cuál es su verdadera longitud. (Se supone que los dos túneles , AB y FB parten de la misma superficie). (Resp: 9.2F(1.6-1.5) y 110 mt)

1. 12 LINEAS PERPENDICULARES

Son aquellas que en alguna proyección aparecen perpendiculares y ADEMAS, una o las dos líneas aparecen en su verdadera longitud, o sea, que en una proyección adyacente una de las líneas, por lo menos ha de ser paralela a la línea de giro común.

Si dos líneas SON PERPENDICULARES y una de ellas se proyecta en punto , la otra es VL .

Si dos líneas se cortan perpendicularmente en el ESPACIO, se mostrarán perpendiculares en todas las vistas que muestran la verdadera longitud de una de ellas, la única excepción es cuando la otra línea se proyecta en punto.

El hecho de que dos líneas sean perpendiculares en una o dos vistas, NO implica que sean perpendiculares en el espacio, para que lo sean en el espacio basta que por lo menos uno de los lados que forma el ángulo recto esté en verdadera longitud. Fig 20.

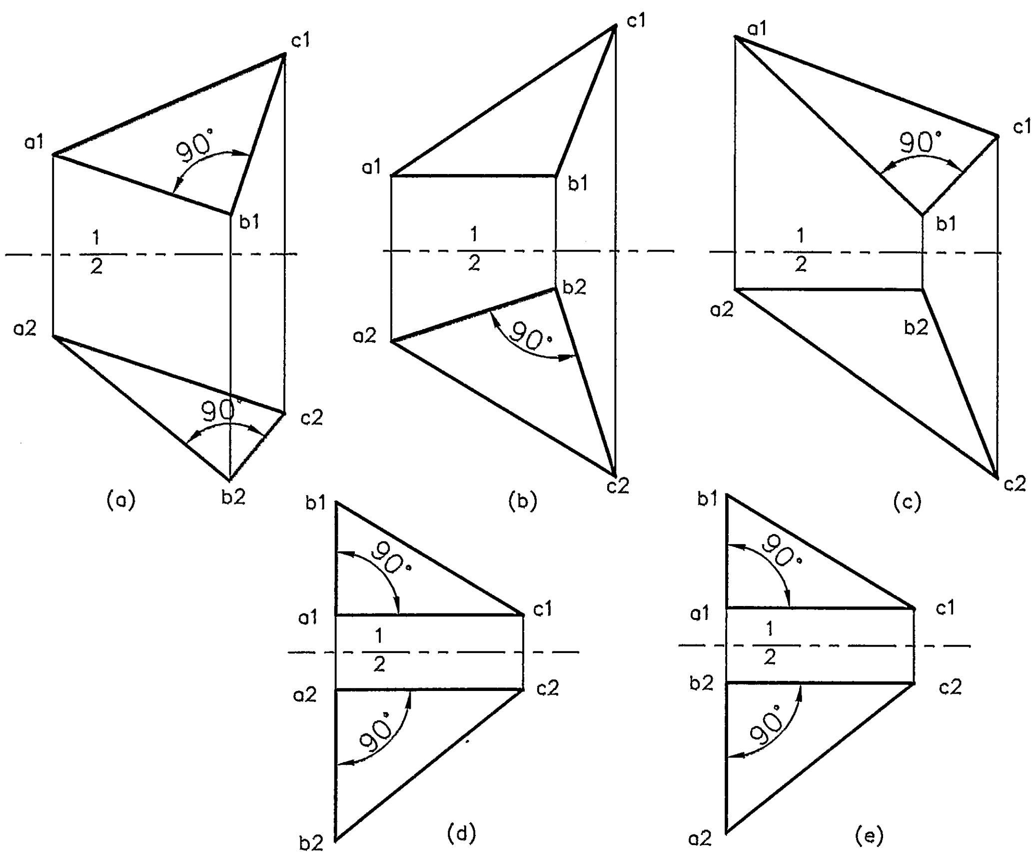
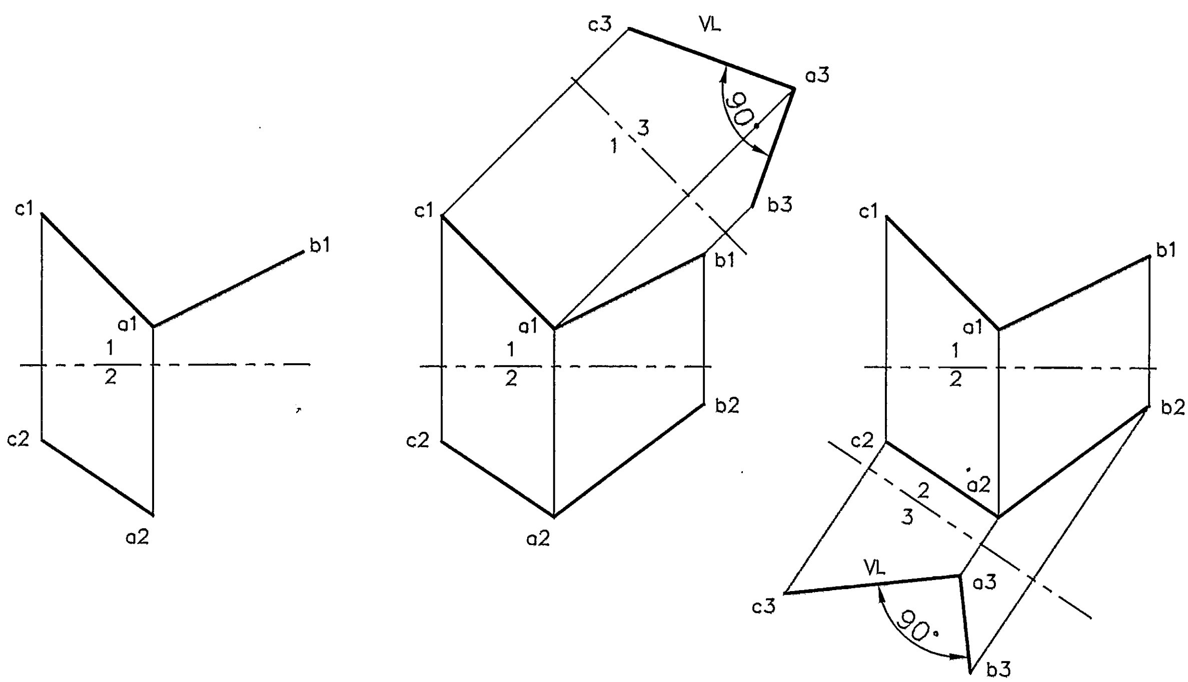


Fig 20

En la fig 20a, AB y BC aparecen perpendiculares en 1 y 2, pero ninguna de las líneas aparece en VL, así que no lo son en el espacio.
En la fig 20b, AB y BC aparecen perpendiculares en la vista 2 y además AB en 2 es VL. por lo tanto son perpendiculares en el espacio.
En 20c, Ab y BC aparecen perpendiculares en la vista 1 y además AB en 1 es VL, son por lo tanto perpendiculares en el espacio.
Las figuras 20d y 20e las dejo a consideración del estudiante.

1.12.1 TRAZAR UNA PERPENDICULAR A UNA LINEA POR UN PUNTO DADO

Dado las proyecciones 1 y 2 de AC y a proyección 1 de AB trazar por A una perpendicular a CA. Fig 21.



(a) (b) (c)

Fig 21

Proceso: con línea de giro 1-3, paralela a CA, se obtiene c_3a_3 en VL, que sirve de referencia para trazar la perpendicular (90 grados) y obtener el punto b_3 que está alineado desde la proyección b_1 , así que la proyección b_2 se obtiene por similaridad. Fig 21b. Para la fig 21c se traza una línea de giro 2-3 paralela a c_2a_2 y aplicar el mismo proceso anterior.

1.13 DISTANCIA MINIMA DE UN PUNTO A UNA LINEA.

La distancia más corta de un punto a una línea es la perpendicular desde ese punto a la línea en su VL.

Dado las proyecciones horizontal y vertical del oleoducto AB y el depósito C. La conexión entre el oleoducto y el depósito se hace con una T a 90 grados. Cuál es la longitud de la tubería de empalme y situar el punto donde se unen las tuberías. Fig 22

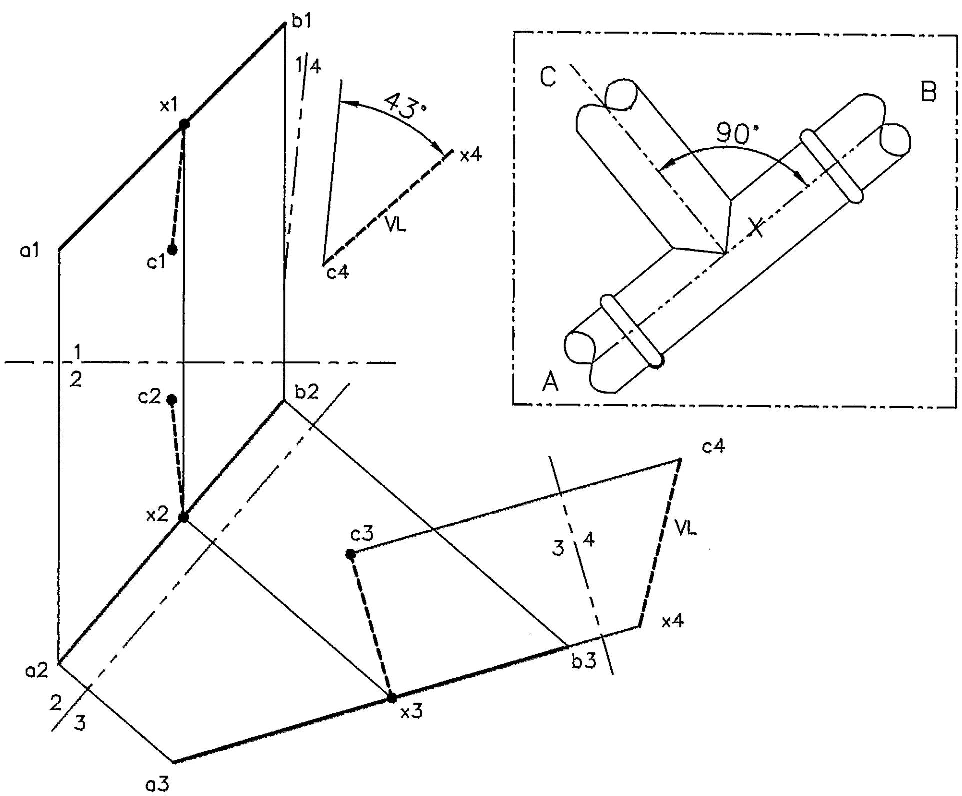
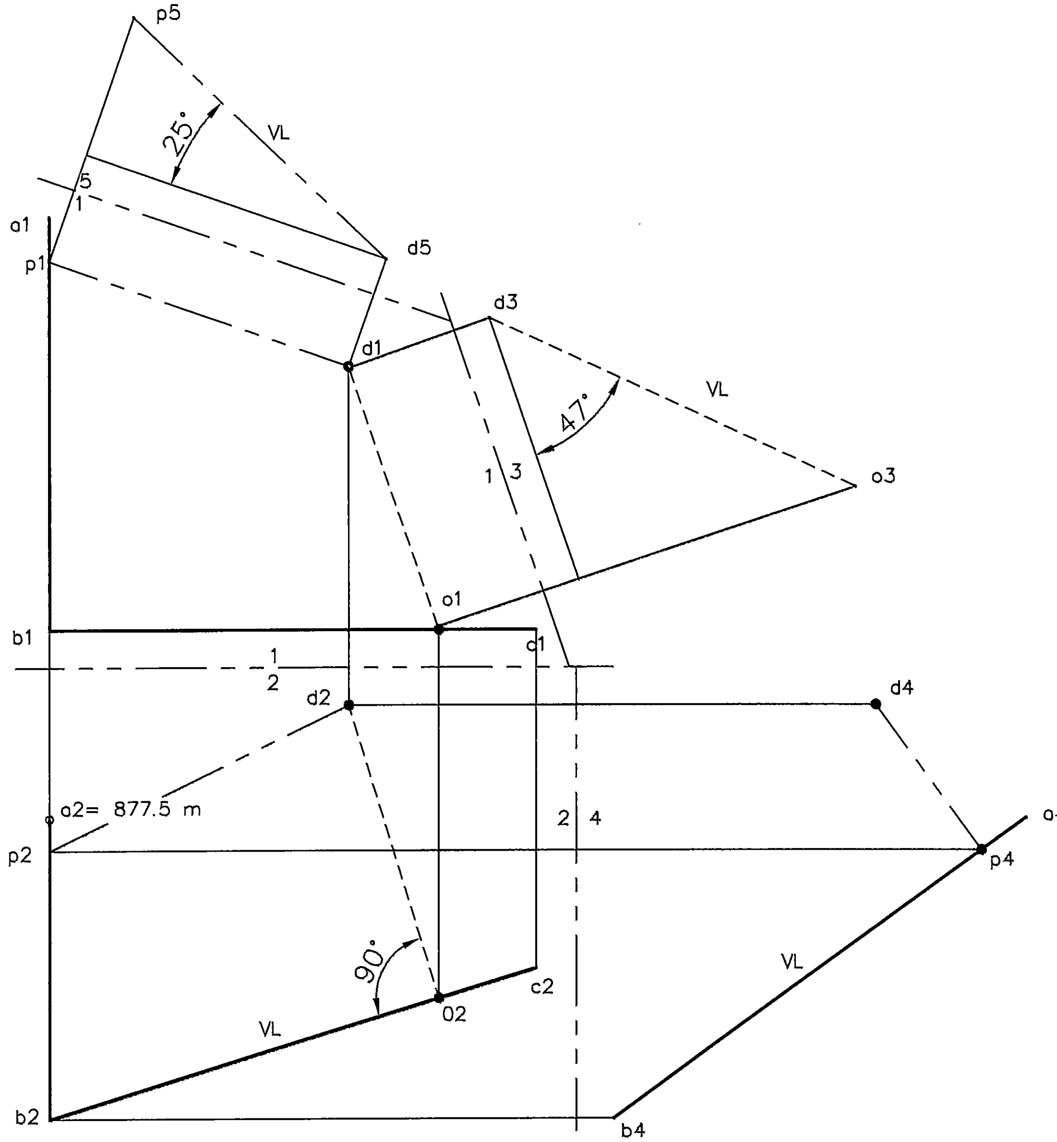


Fig 22

Proceso: la longitud de la tubería solicitada es la perpendicular al oleoducto desde el punto C, por lo tanto es la distancia más corta. Así que se traza la línea de giro 2-3 paralela a a_2b_2 y se obtiene a_3b_3 en VL y ubico c_3 ; desde éste punto trazar una perpendicular a la VL obteniendo x_3, x_2 y x_1. Para la VL de CX se traza líneas de giro 1-5 o 3-4 paralelas a CX en 1 y 3. La más conveniente es 1-5 ya que se puede medir el ángulo de pendiente.

EJERCICIO

Escala= 1:500 A(6-2)B(0.5-x)=AB 6.5C(0.5-x)=BC 4D(4-x)=D
Elevaciones con respecto al nivel del mar : D= 885 m, B= 857.5 m, A=877.5 m , y C= 867.5 m. BC y AB son dos líneas de eje de dos tubos del acueducto donde D es el contador. Hallar la distancia más corta del contador a la línea del agua, su pendiente y proyecciones.



Proceso: se ubica B, C, y D respecto a A, desde d_2 se traza perpendicular a b_2c_2 (está en VL) y se obtiene o_2 y luego a d_1o_1 ; trazar línea de giro 1-3 para obtener VL de DO. Con respecto a AB trazar línea de giro 2-4 y se obtiene AB en VL y desde d_4 trazar perpendicular resultando p_4 (en AB) y con línea de giro 1-5 la VL de PD. La distancia pedida es la menor entre DO y DP.

PROPUESTOS

1. (X=1.5 Y= 18). Completar vistas. CD, DE y OD son perpendiculares a AB. O(x-6.5)3D(4.5-3.5)=OD, 0.5A(0.5-1)4.5B(7-5)=AB 1C(7-x)=CD 7E(2-x)=ED NOTA: en plano 1, ED se muestra perpendicular a AB y en plano 2 lo es OD.

2. (X= 9 Y= 4). C(x-2.5)2d(3.5-0.5)=CD, 3A(5.5-x)1B(1.5-x)=BA, 8E(0.5-2)=DE. AB y CD son PERPENDICULARES a la línea DE. NOTA: en plano 1 DE se muestra perpendicular a AB.

3. (X=13 Y=15). E=1:750. A(7-5.5)3.5B(3.5-0.5)= AB
Trazar por B una línea de perfil BM perpendicular a AB. La longitud real de BM es 15 m y el punto M abajo de B. Se pide: a) proyecciones 1 y 2 de BM y diferencia de alturas entre B y M. (Resp= 8.6 m) y b) trazar por A una línea AC perpendicular a AB de acuerdo a los datos: AC con rumbo S65E, VL= 32 m. Proyecciones 1 y 2 de AC. Diferencia de alturas entre A y M (Resp= 28.92 m) y entre A y C. (Resp= 21.8 m)

4. (X=7 Y= 15) . A(3-x), E= 1:75 . Desde una superficie plana horizontal se perfora un túnel frontal AB con rumbo este, distancia horizontal de 4.5 m y -30 grados . Se pide : a) proyecciones 1 y 2 de AB. b) trazar una línea perpendicular a AB por B, llamarla BM de acuerdo a : M atrás de B, 1 metro (NO exactamente) y abajo de B; VL de BM es 3 metros. Cuál es la distancia horizontal de BM ? (resp= 1.8 m)

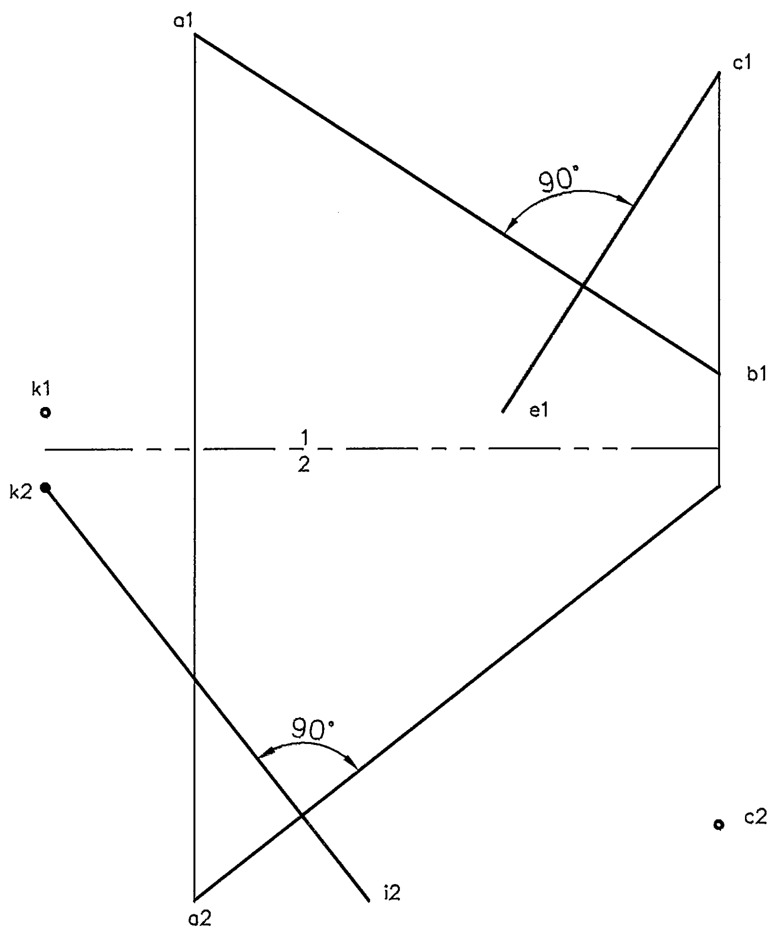
5. (X=8 Y=11). E=1:50. A(6-6.5)3.5B(3-1.5). AB es el elemento de una estructura anclado a un piso nivelado en el punto A. a) se requiere colocar un puntal de refuerzo perpendicular a AB en su punto medio, dicho puntal es de perfil (denominarlo KL), K en el piso y L en AB. Cuál es la inclinación y VL de KL y mostrar KL en todas las vistas. b) dibujar también las proyecciones de AM perpendicular a AB. El punto M tiene el mismo alejamiento de B y está arriba de A 50 cm. Se pide el rumbo de AM (resp=52SO), rumbo de BA (resp=50NO), pendiente de KL (resp=31 grados), verdadera longitud de KL (resp= 2.4 m) y diferencia de alturas entre A y M (resp=50 cm).

6. (X=5 Y=9). Hacerlo en hoja apaisada. E=1:75 Un tramo de tubería utilizado como ramal está sujeto al suelo a 4.3 metros adelante de una pared, (suelo= plano horizontal pared= plano vertical frontal) y unida a ella exactamente atrás del anclaje en el piso a una distancia de 5.2 metros arriba del suelo. Desde un punto en la pared , a la derecha de la tubería 3 metros y a 2 metros arriba del suelo, un brazo rígido se une al brazo principal mediante una conexión a 90 grados . Qué distancia debe tener este brazo?. Si por este mismo punto de conexión se agrega otro ramal perpendicular a las dos tuberías ya trazadas, hasta que toque la pared, cuál es su VL ?. El punto de anclaje en la pared estaría a la derecha o a la izquierda del ramal principal ? cuánto ?. (Resp: VL de brazo= 3.6 m, ramal= 2.5 m y a la izquierda 1.5 m).

7. (X=9 Y=7). Escala= 1:10000. A(5-x) = A. Un terreno tiene forma de un cuadrilátero y sus lados están así: AB=N60E, 50% y VL=500 m., BC tiene VL=350 mt **es perpendicular** a AB y tiene rumbo S60E, CD es paralelo a AB y DA es de perfil. Dibujar vistas 1 y 2 del terreno, y hallar rumbo de AD (Resp = sur).

8. A(5-1)5B(1-3)= AB. AB es una diagonal de un cuadrado, la otra diagonal es una línea horizontal. Dibujar vistas 1 y 2, también una vista donde muestre la otra diagonal como punto.

9. Complete las vistas si CE y KL son perpendiculares a AB.



1.14 DISTANCIA MINIMA ENTRE DOS LINEAS QUE SE CRUZAN

Es el problema más corriente en la ingeniería, la línea más corta que une dos líneas que se cruzan (ni se cortan ni son paralelas) es la perpendicular a esas dos líneas. Cuando dos tuberías que se cruzan y tienen que unirse por una tercera se utilizan tuberías de simples T o en ángulo recto para usar la tubería más corta posible. Es de anotar que en una y solamente en una determinada posición en el espacio es posible obtenerla.
En la fig 23 se dan proyecciones vertical frontal y horizontal de las líneas centrales de dos cables AB y CD, que se cruzan, determinar la distancia mínima entre estas dos líneas.

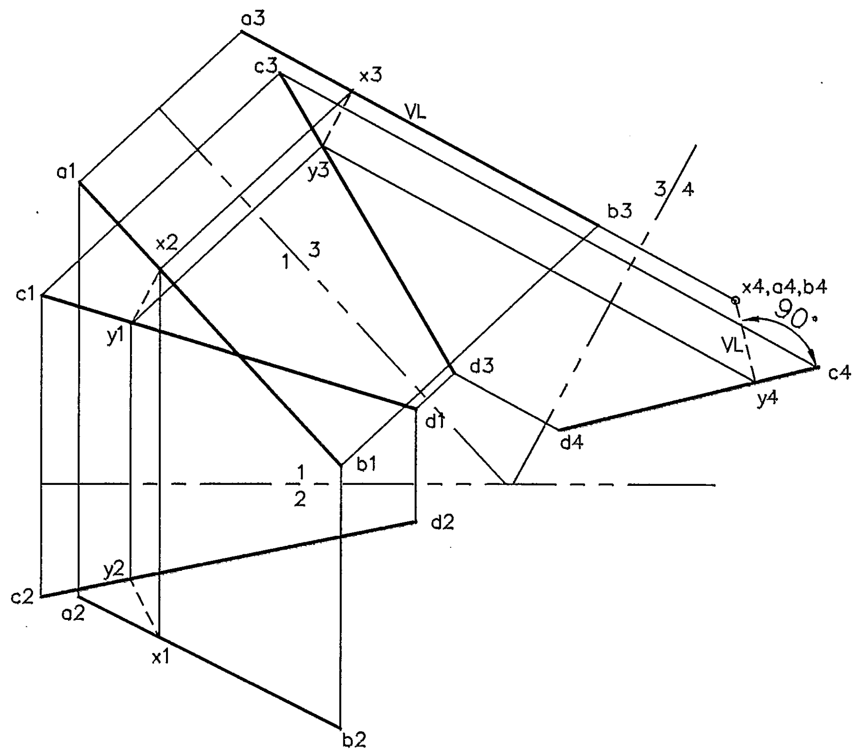
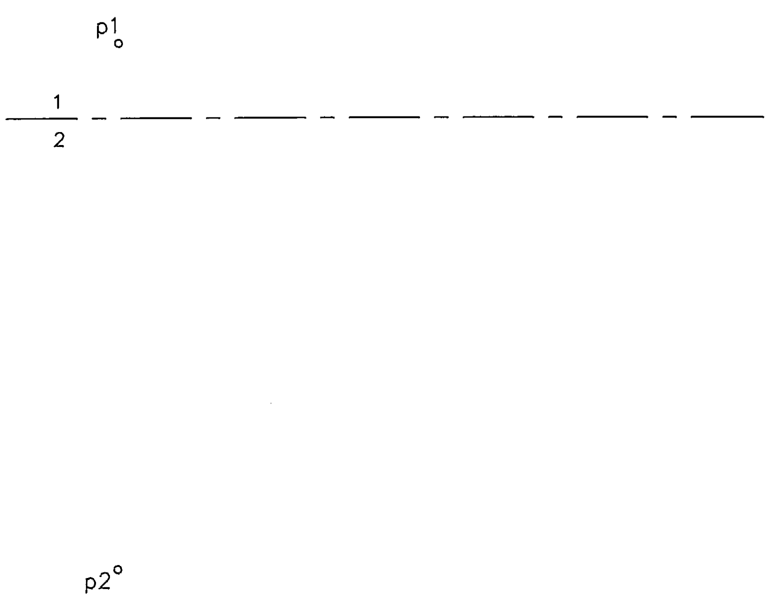


Fig 23

Solución: con línea de giro 1-3 paralela a a_1b_1 se obtiene a_3b_3 que es verdadera longitud y a c_3d_3., dicha verdadera longitud se lleva a punto como a_4b_4, luego se traslada c_4d_4. Desde la línea en punto trazar perpendicular a la proyección de CD en 4, obteniendo en CD al punto y_4 que se denomina pié de la perpendicular. Ahora, como AB está en punto y x_4y_4 es perpendicular a AB, x_4y_4 es verdadera longitud, por definición. Por lo tanto x_3y_3 en el plano 3 debe ser paralela a la línea de giro 3-4 y el punto y_3 se encuentra sobre CD.

EJERCICIO

P(1-6)= punto P. 2A(4.5-2.5)5.5B(0.5-0.5)=AB 4.5C(6-6)7D(0.5-5)=CD
E=1:100
Trazar PM perpendicular a la distancia mínima entre la líneas dadas. Se pide rumbo, pendiente y verdadera longitud de PM. (Resp= N41E, 32 grados y 5.7 metros).



PROPUESTOS

1. (X=12 Y=19). A(3-0.5)4B(2-2)=AB, 1.5K(0.5-3)=K, E=1:100. AB es el eje de una tubería de 1.2 metros de diámetro, K es el centro de un tanque esférico de 2.4 m de diámetro. Cuál es la distancia libre entre el tanque y la tubería ?. (Resp=80 cm).

2. (X=7 Y=8). A(0.5-2.5)=A, 6B(2-0.5)=B, E=1:5 . La tubería por A tiene N45E y -70%, la por B tiene -50% y N60O; son líneas centrales de dos tuberías de 6 cm de diámetro. Cuál es el margen de seguridad entre las dos tuberías?. Cuánto habrá que elevar o descender verticalmente la tubería por A, sin modificar la proyección horizontal para que las tuberías se toquen tangencialmente?. (Resp= 6 y 10 cm)

3. (X=5 Y=10). A(4.5-2)4B(0.5-4.5)= alambre AB, 1M(0.5-0.5)1N(0.5-6)= mástil MN. 2T(4-6)= T, E= 1:100. Se desea atar al mástil lo más alto posible un tensor que parte de T. Hallar el punto más alto del mástil en el cuál pueda atarse el tensor si la distancia entre este tensor y el alambre tiene que ser por lo menos 1.2 m. (Resp= arriba de N, 3 m)

4. T(3.5-0.5)= T, M(0.5-2)= M , E=1:50 . Un tubo horizontal parte de M con dirección este, Del punto T parte otro tubo son dirección S45E y con -40 grados. Cuál será la distancia entre los ejes de los tubos ?. Manteniendo fijo el punto T y la dirección del tubo que parte de él, cuál tiene que ser la nueva inclinación de este tubo para que la distancia entre ejes sea 900 mm ? . (Resp= 65 cm y -50 grados).

5. (X=7 Y=12). A(0.5-0.5)4.5B(4-2)=AB, 1C(3-5)4.5D(1.5-3)=CD, 1M(2-2.5)=M , E= 1:25. Cuál es la distancia mínima ?. Obtener línea KL que una AB con CD (K en AB y L en CD) y pase por M, mostrar la distancia mínima en todas las vistas. (Resp= 55 cm).

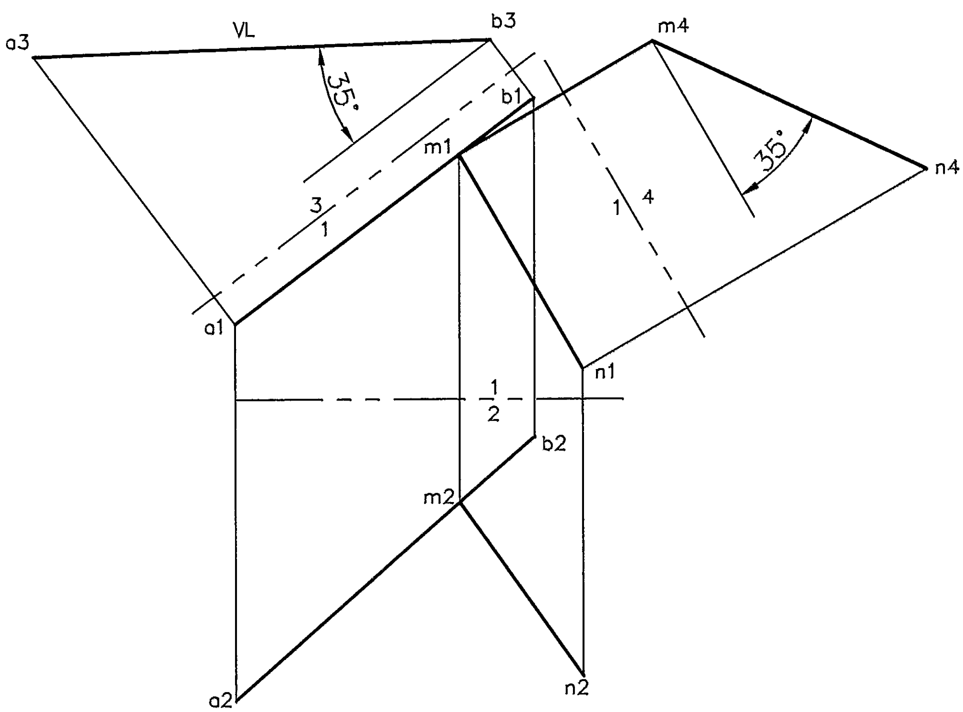
6. Igual al problema anterior. (X=4 Y=10) .A(0.5-0.5)B(5-3.5)=AB, 3C(1-4)3D(4-1)=CD, 1.5M(1.5-3)=M, Escala = 1:1 (Resp= 45 cm).

7. (X=4 Y=12). A(0.5-3.5)6B(4-0.5)=AB, 1C(4-6)7D(1-1.5)=CD, E=1:50
La distancia entre los dos cables de alta tensión debe ser de 1.3 m. Si la distancia es menor, en el caso mostrado , se pide variar únicamente la posición del punto D, verticalmente, hasta conseguir la distancia especificada. La longitud de CD tendrá que ser variada, cuánto se desplaza verticalmente ?. (Resp=70 cm).

8. A(1-1)6C(1-x)3B(x-x)6P(5-1.5). Escala 1:100. ABC es un marco compuesto por tres barras. Una línea de transporte de energía eléctrica parte de P con S45O y con -20 grados de pendiente. CB y AB forman 60 grados con el plano 2 y el marco forma 30 grados con el plano 1. Hallar para la mínima distancia de la línea de energía a la barra más cercana del marco: VL, rumbo y pendiente en grados. (8.83 m, S28E y 39).

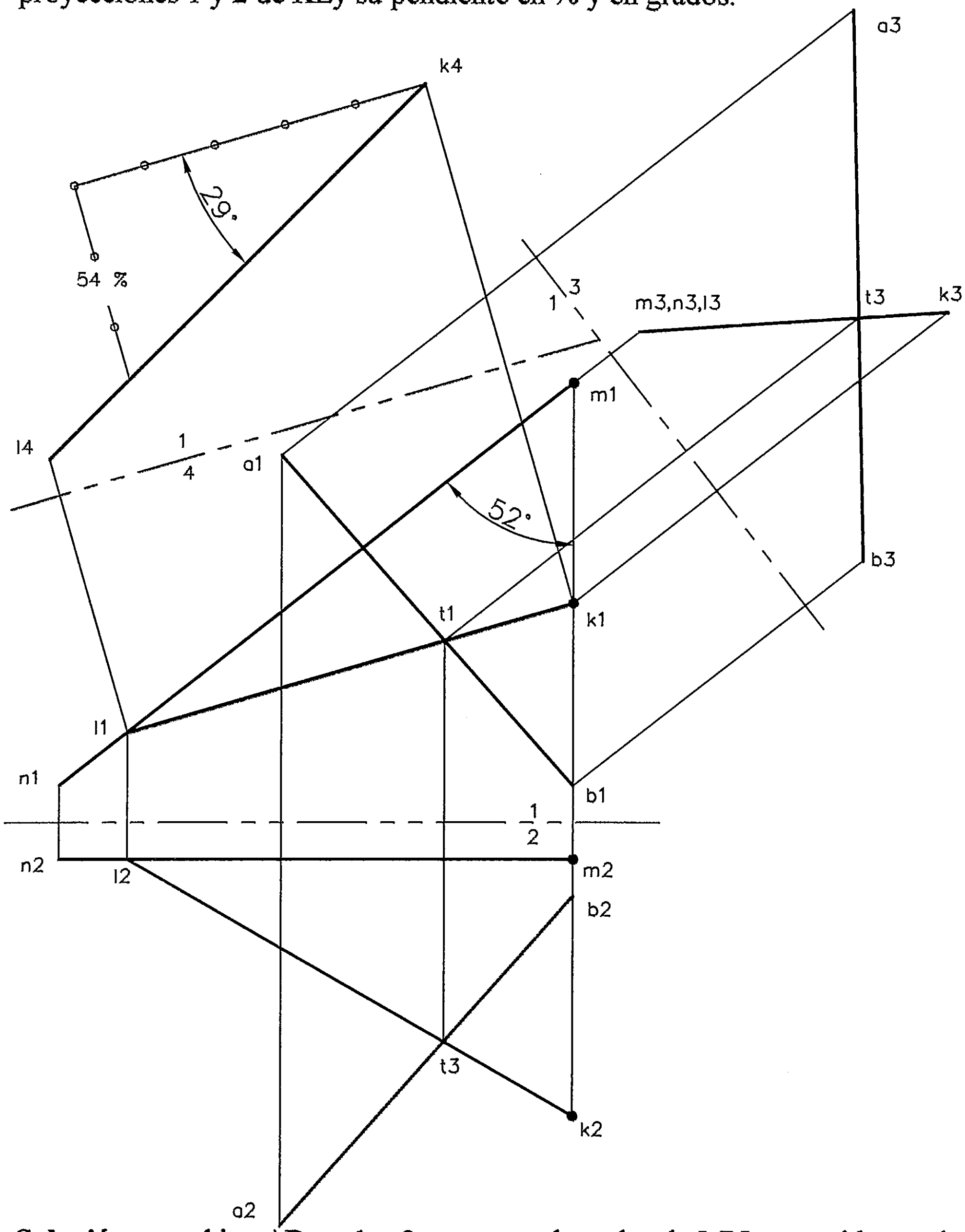
MISCELANEA DE PROBLEMAS RESUELTOS

A(1-4)4B(4-0.5)= AB, E= 1:500.
Dos tuberías AB y MN se deben unir bajo las siguientes condiciones : el punto M en AB al este de A 15 m; MN con rumbo S30E, y su pendiente es igual a la de AB pero con signo negativo, N al sur de B 18 m. Se piden proyecciones 1 y 2 de MN, verdadera longitud y pendiente de MN.



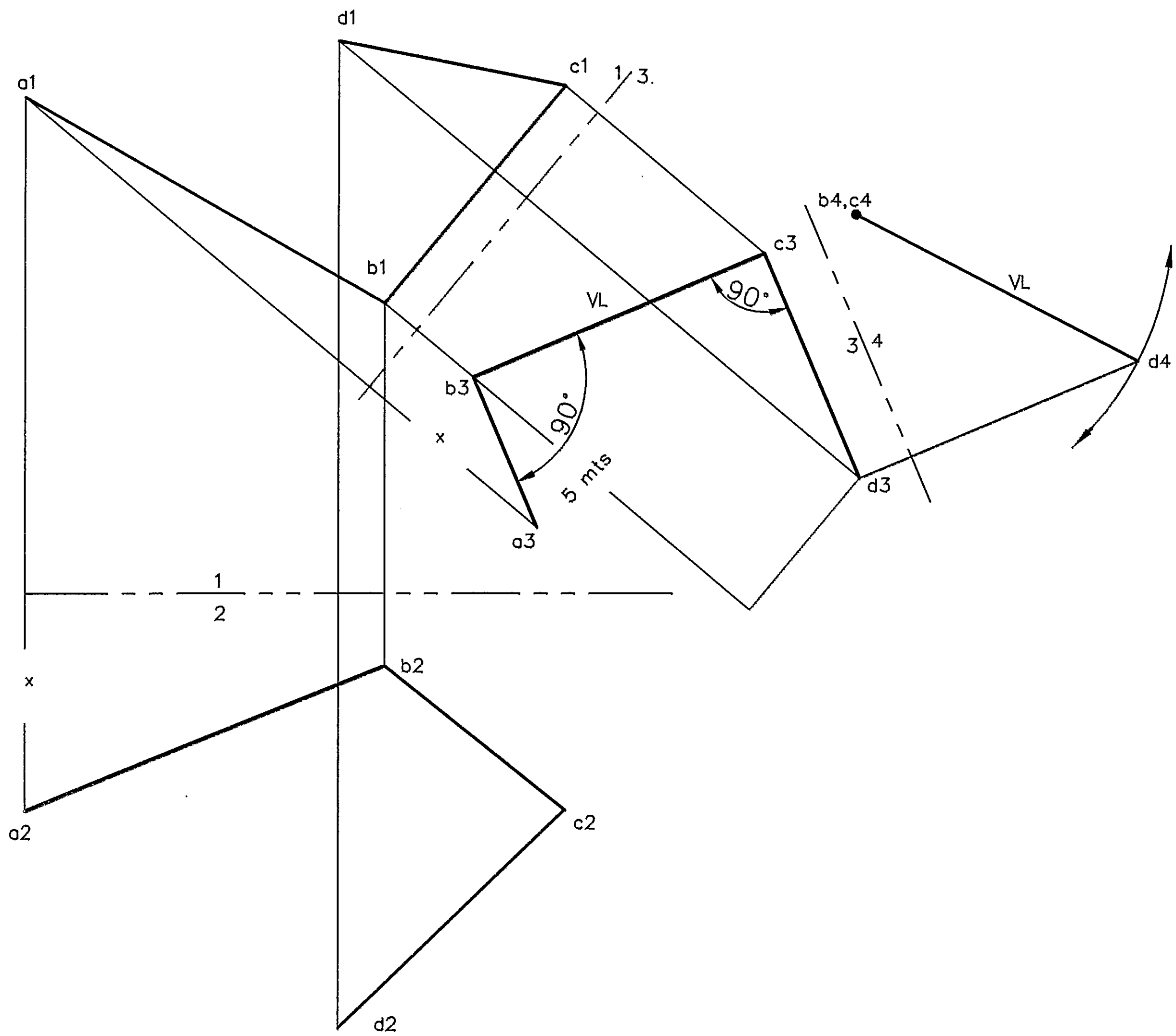
Solución : se ubica m_1 al este de A y sobre a_1b_1, como está sobre AB debe estar en todas las proyecciones sobre AB. A partir de m_1, se mide el rumbo de MN y a partir de b_1 medir 18 m que corta la dirección de MN obteniendo n_1. Con línea de giro 1-3 paralela a a_1b_1 se halla la pendiente de AB (positiva) por lo tanto la pendiente de MN es negativa (condición). Con línea de giro 1-4 paralela a m_1n_1 ubicar en el plano 4 a el punto m_4 y la pendiente de MN, obteniendo además el punto n_4 y se traslada al plano 2.
La verdadera longitud de MN=21 m y la pendiente es de -35 grados.

A(5-5.5)4B(0.5-1)=AB, 4M(6-0.5)=M. Línea MN así: S52O, horizontal y verdadera longitud de 440 m. E=1:5000.
4K(3-4). Trazar por K una línea KL que se apoye en AB y MN, (L en MN). Se pide proyecciones 1 y 2 de KLy su pendiente en % y en grados.



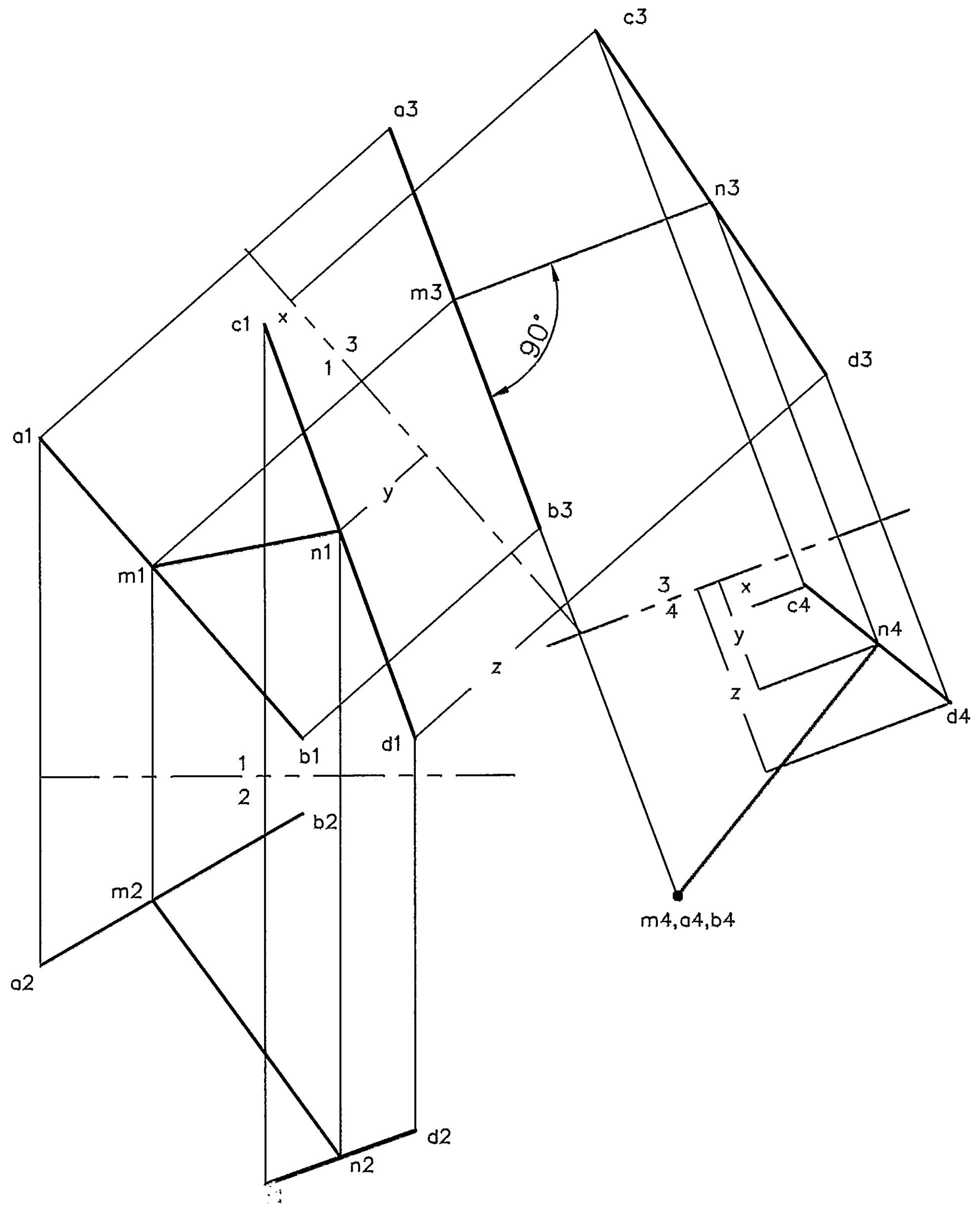
Solución : se ubica AB en 1 y 2, se traza el rumbo de MN y se mide en el plano 1 la verdadera longitud de MN por ser una línea horizontal. Proyectar en punto a MN con línea de giro 1-3 y trasladar a AB y K. Unir k_3 con AB obteniendo l_3 y t_3 (L en MN y T en AB).
Ubicar t_1 y trazar línea desde k_1 que pase por dicho punto y se obtiene l_1 en m_1n_1. . Proceso igual para t_2 y l_2.

A(x-3)5B(4-1)=AB, 7.5C(7-3). AB, BC y CD son tres líneas mutuamente perpendiculares. BC y CD son iguales en longitud. El punto D está 5 mts más abajo de B. Mostrar proyecciones 1 y 2 de las líneas. Escala= 1:100



Solución: aplicando el concepto de la sección 1.12.1 (fig 21) se obtiene a_1 , Para el punto D: como CD es perpendicular a BC, se lleva a punto a BC y además BC=CD (si dos líneas son perpendiculares y una de ellas está en punto la otra es VL), la vista 3 es una vista de elevación y sirve de guía para ubicar a D más bajo que B, así que d_4 se ubica sobre el arco trazado desde c_4d_4, d_3 estará en la proyección desde d_4 y en la perpendicular trazada desde c_3. Aplicar similaridad para proyecciones 1 y 2 de C y D.

A(4.5-2.5)3.5B(0.5-0.5)=AB, 3C(6-x)5D(0.5-x)=CD, 1.5M(x-x)=M en AB 4N(x-x)=N en CD . E=1:10. Se da la proyección 1 y 2 de AB, la proyección 1 de CD y también de MN que es la distancia más corta entre las dos líneas que se cruzan AB y CD. Se pide a) completar la vista 2, b) cuánto mide esta distancia mínima. Mostrar vistas 1 y 2 de dicho punto.



Solución : Ubicar puntos dados. De acuerdo al principio de líneas que se cruzan desde m_3 trazar perpendicular que corte la proyección trazada desde n_1 (obteniendo n_3). Con 3-4 se lleva a punto la línea AB y por similaridad se ubica n_4 . Ahora, desde m_4 situado en AB, trazar línea hasta n_4 que es perpendicular a c_4d_4, dichos puntos estan sobre las distancias que se pasaron desde el plano 1 (paralelas a 3-4)

2.0 PLANOS

2.1 DEFINICION . Una superficie plana es aquella en la que si se unen dos puntos cualesquiera de la misma, la recta que los une queda siempre dentro de esa superficie.
Una superficie plana está limitada por rectas o curvas, **se supone que se extiende indefinidamente aunque regularmente tengan tamaño limitado.**

2.2 REPRESENTACION DE PLANOS.

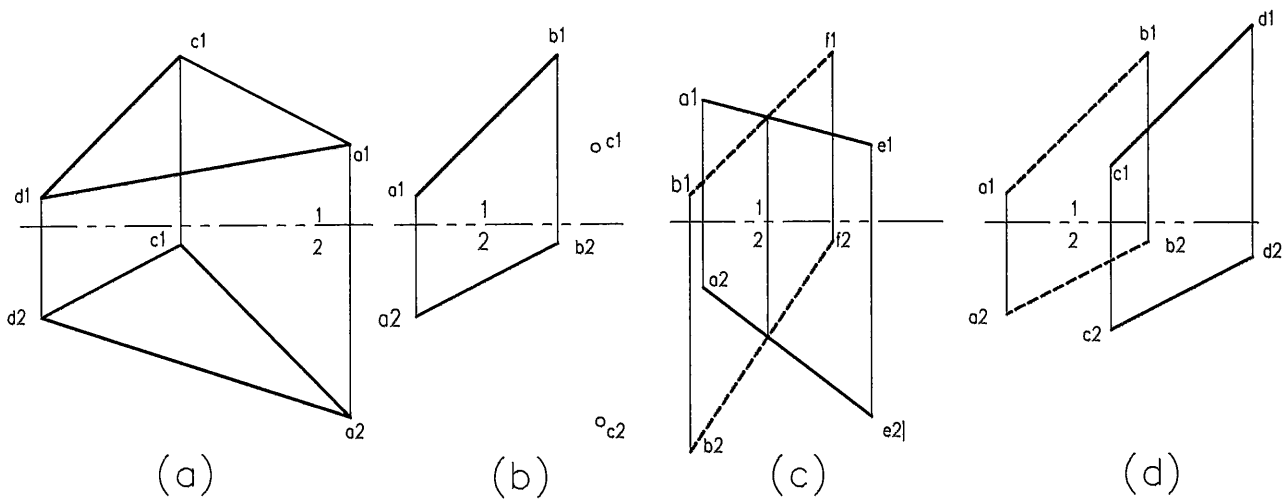


Fig 24

Un plano queda determinado por: **a)** dos líneas paralelas (AB yCD) fig 24d ; **b)** dos líneas que se cortan (AE y BF) fig 24c ; **c)** una línea y un punto exterior a ella (C y AB) **fig** 24b ;y **d)** tres puntos no colineales (D, C y A) fig 24a.
Un plano puede ser cuadrado, triangular, circular etc.

2.3 TIPOS DE PLANOS (Fig 25)

a) HORIZONTAL : todos los puntos están a la misma altura, las visuales son verticales y perpendiculares a el plano . Fig 25b
b) FRONTAL : todos los puntos tienen el mismo alejamiento. Fig 25a.
c) DE PERFIL : aparece tanto en la vista de planta como en la de alzado frontal como una línea y es paralelo al plano de proyección de alzado lateral. Fig 25c
d) OBLICUO : no es paralelo a ninguno de los planos principales de proyección, sus proyecciones pueden ser rectas o crear planos acortados de menor tamaño que el verdadero. Fig 25d.

TIPOS DE PLANOS

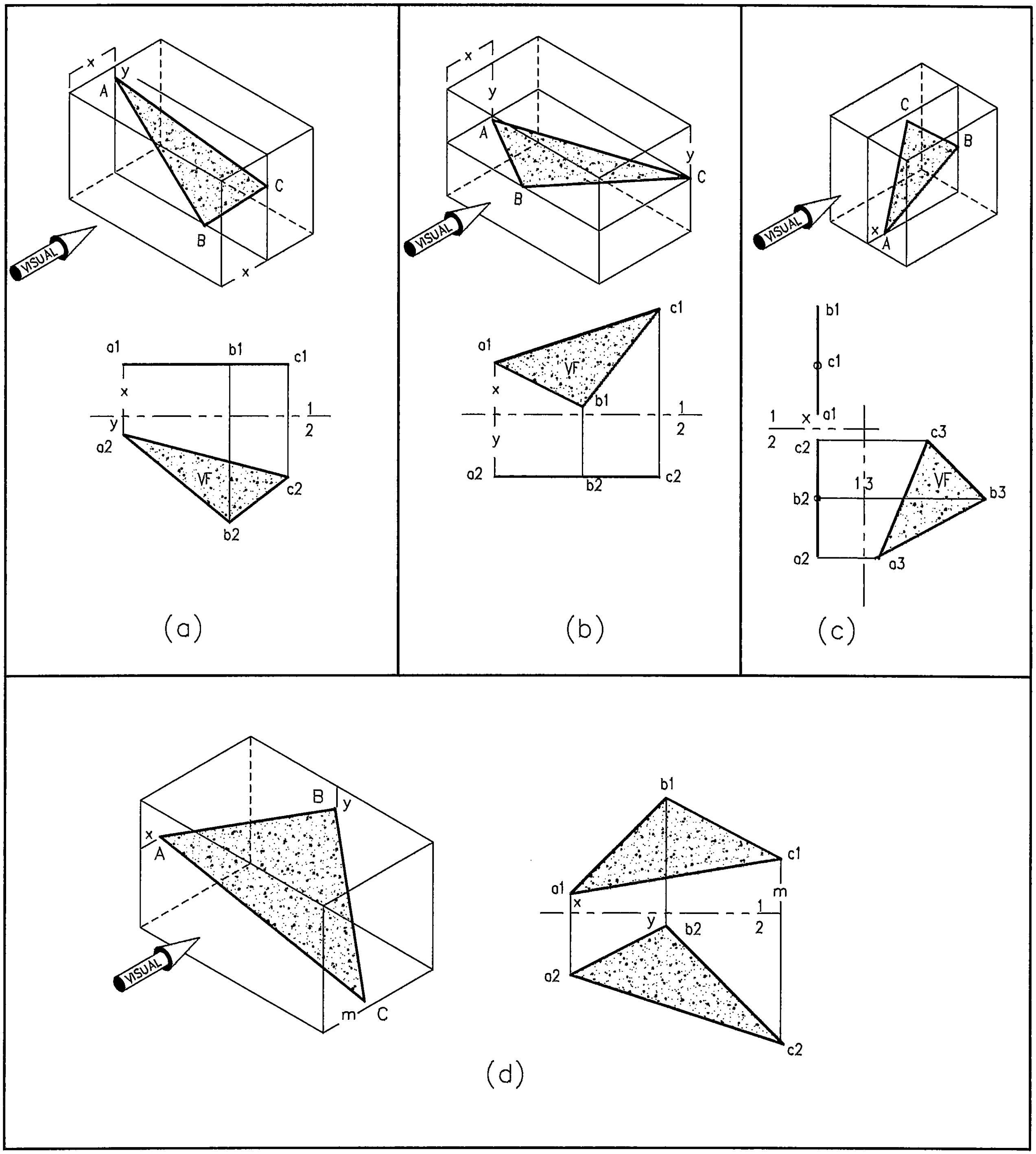


Fig 25

2.4 PUNTOS Y LINEAS EN EL PLANO

PRINCIPIOS

a) Dos líneas situadas en un plano ó se cortan o son paralelas.
b) Si una línea pertenece a un plano, deben haber por lo menos dos puntos de la línea comunes con el plano.
c) Un punto debe estar primeramente situado en alguna recta del plano .
d) Una línea del plano paralela a uno de los lados del plano será paralela en todas las vistas.

2.4.1 LINEAS EN EL PLANO

A veces es necesario situar otras líneas en el mismo plano como vemos en la fig 26a. Dado r_1s_1 y las proyecciones 1 y 2 de ABC, cual será la proyección r_2s_2 ?

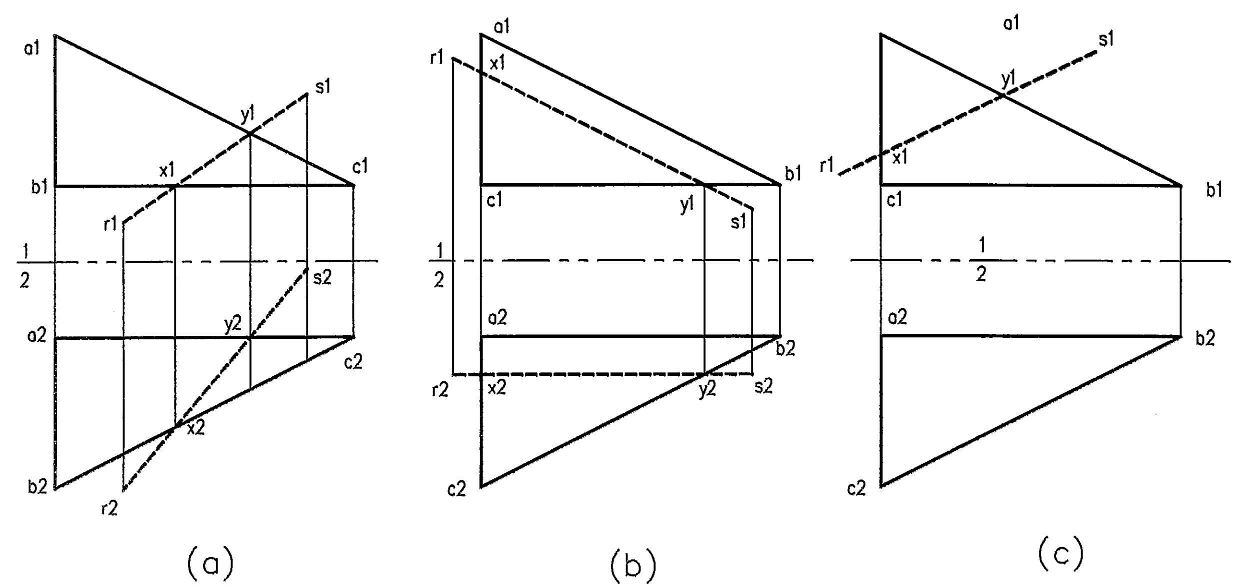
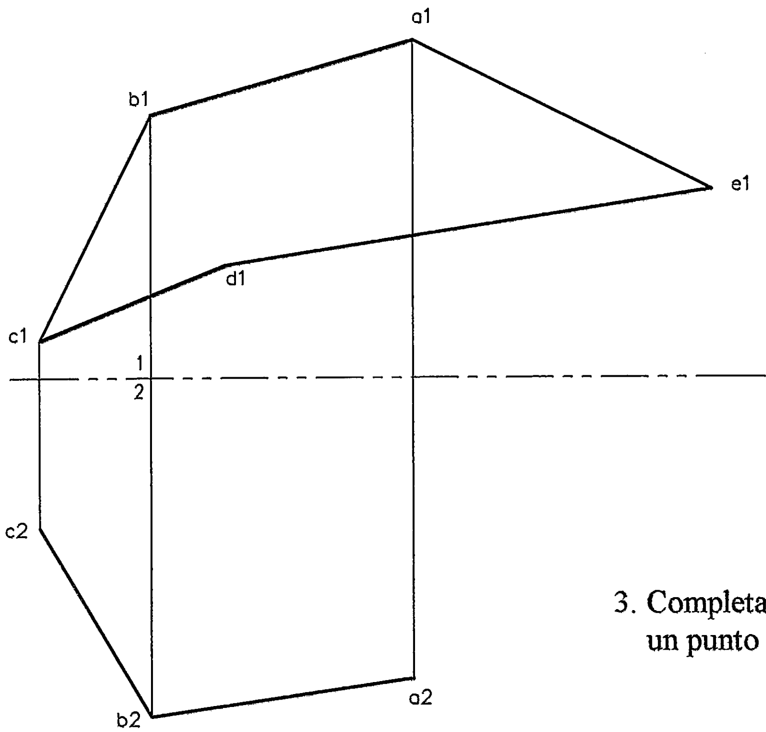


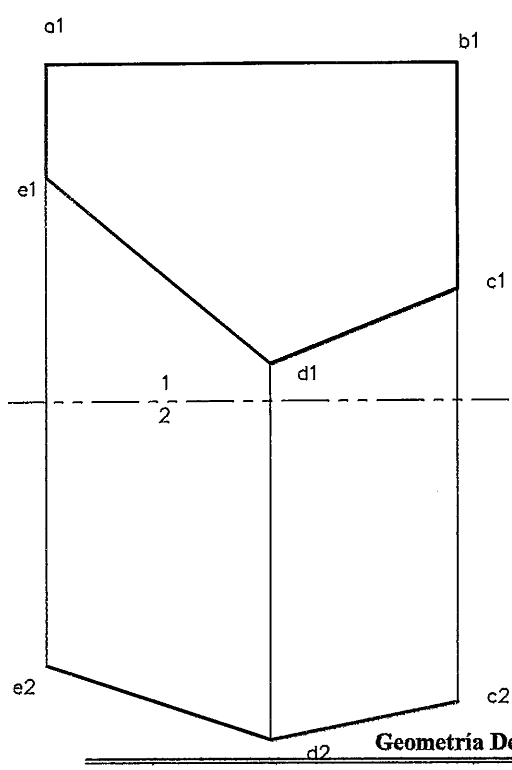
fig 26

De acuerdo al principio anterior (b); los puntos x_1 y y_1 son comunes tanto a la recta RS como al plano ABC, así dichos puntos deben estar exactamente debajo y alineados en la perpendicular con la línea de giro 1-2.
Para el caso de la fig 26b, la línea RS es paralela con la línea AB del plano ABC, la proyección 2 de RS se halla aplicando el principio (d).
Para la fig 26c cómo se halla la proyección 2 de RS ?

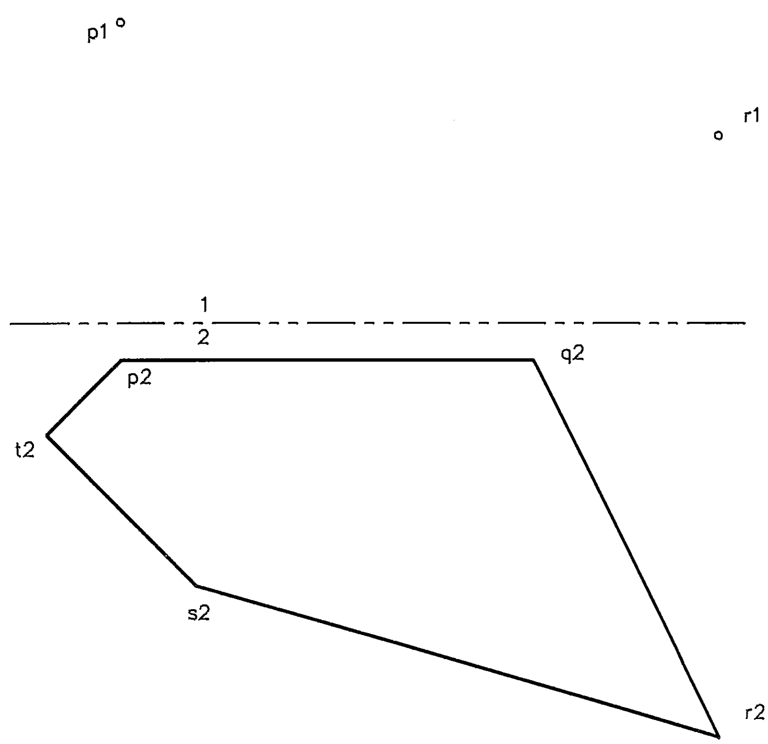
1. Completar la vista frontal



2. Completar la vista frontal



3. Completar la vista superior, Q es un punto posterior y PQR es recto



2.4.2 PUNTOS EN EL PLANO

Primero que todo, el punto debe estar situado en alguna recta del plano , si no lo está deberá trazarce otra línea nueva que contenga el punto dado y suponerse exista en el plano. Para este caso habrá un número infinito de soluciones , pues por un punto pasan infinitas rectas.

En la fig 27, el punto X pertenece al plano ABCD. AB y CD son paralelas.
Dado proyecciones 1 y 2 de las rectas AB y CD y la proyección 2 de X, hallar x_1.

De acuerdo al principio (b), trazar la línea m_2n_2 cualquiera que pase por x_2, pudiéndose hallar m_1n_1 , y como x pertenece a la recta, entonces x_1, estará alineado con x_2 y sobre la línea o recta m_1n_1.
Consideremos otro punto y_1 y se pide ubicación de y_2. Primero unir los puntos A con C y B con D, formando el plano ABDC, y trazar una línea desde y_1, hasta que corte las líneas AC y BD. Como la línea trazada pertenece al plano, se tienen puntos de corte r_1 y s_1, llegando de esta forma al caso anterior pudiendo hallar r_2, s_2 y y_2.

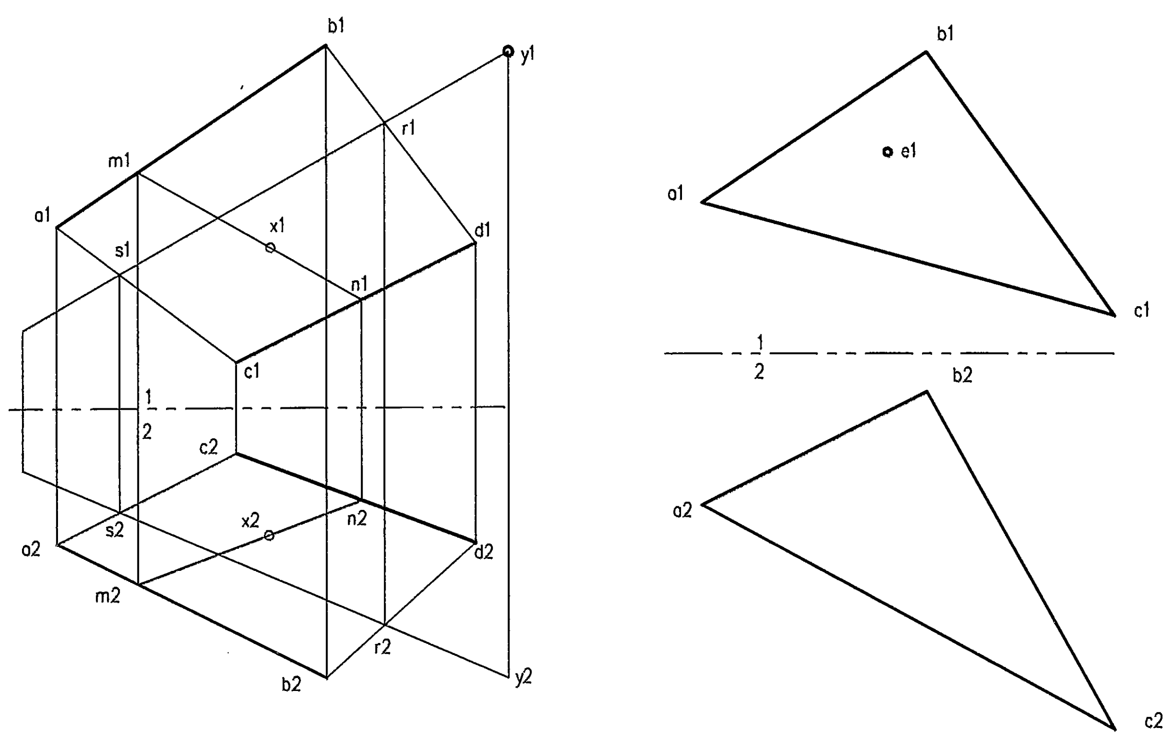
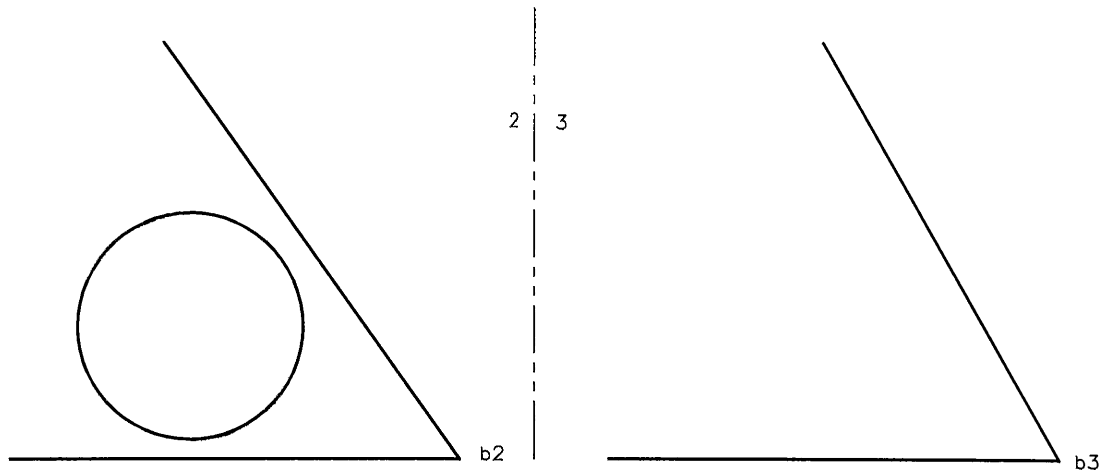
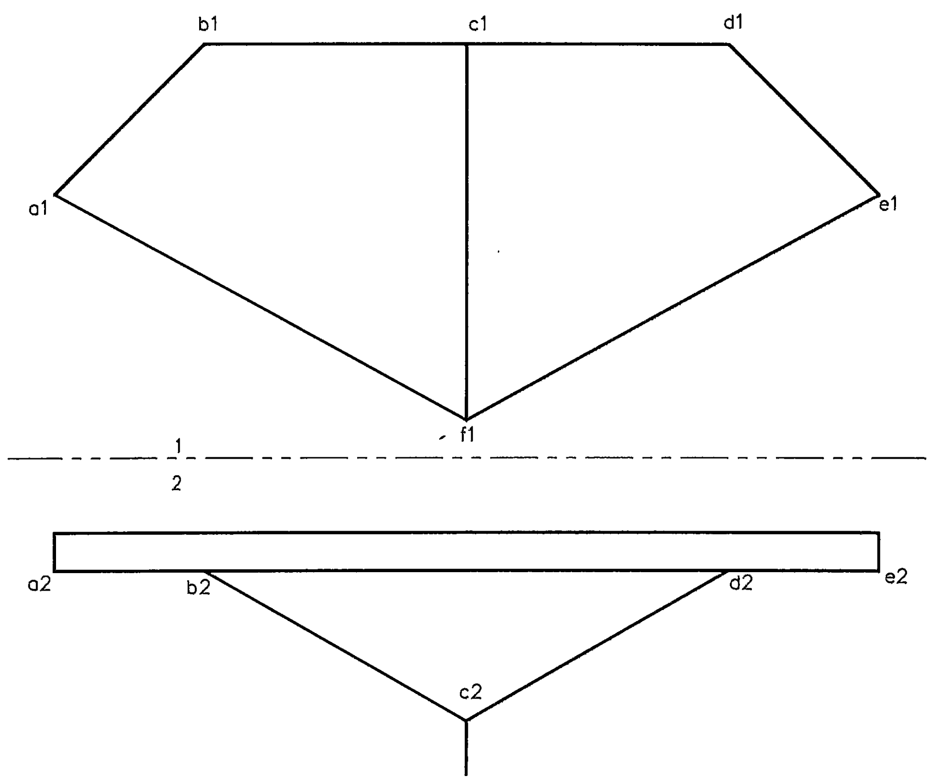


Fig 27

PRACTICA. completar vistas





2.5 ORIENTACION . RUMBO

La orientación de un plano es el ángulo de dirección que tenga una línea **en verdadera longitud** de ese plano en el plano horizontal. Fig 28.

Dado el plano formado por A, B y C, hallar la orientación .

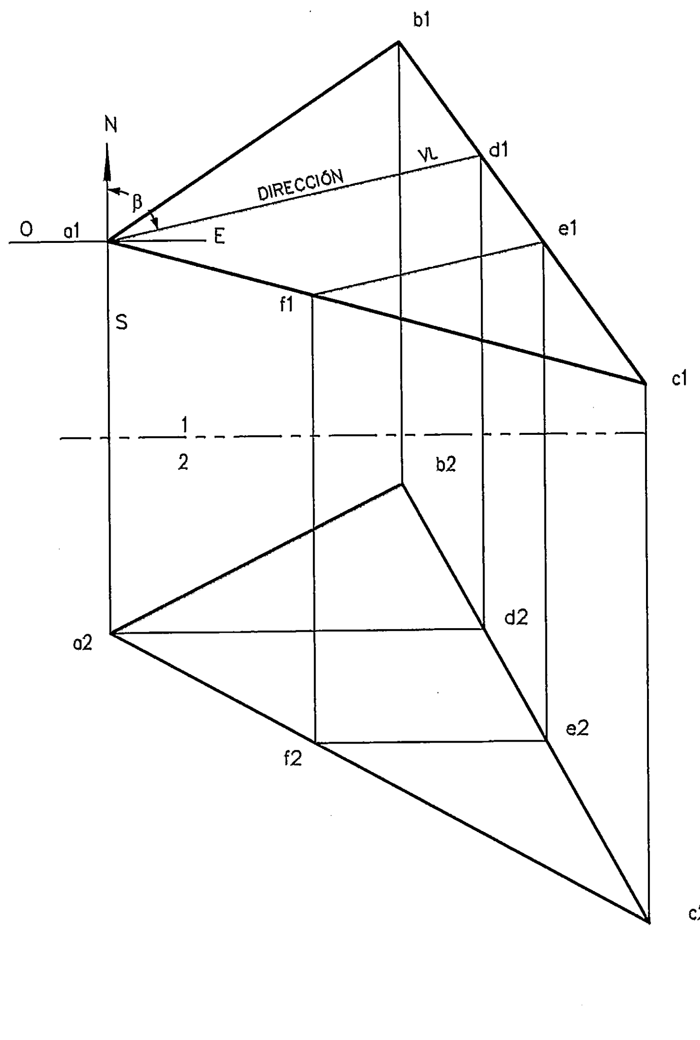
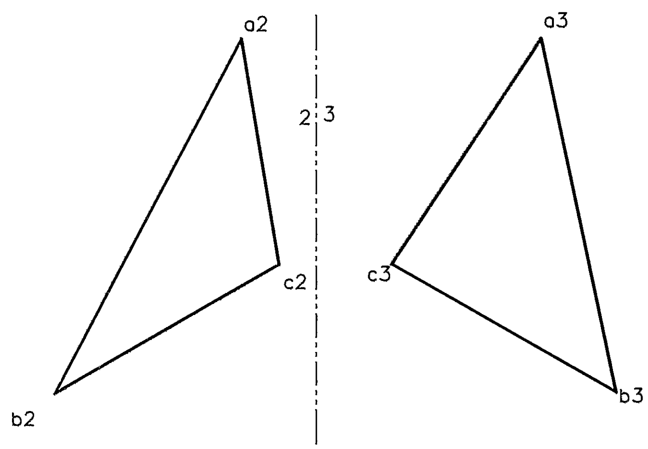


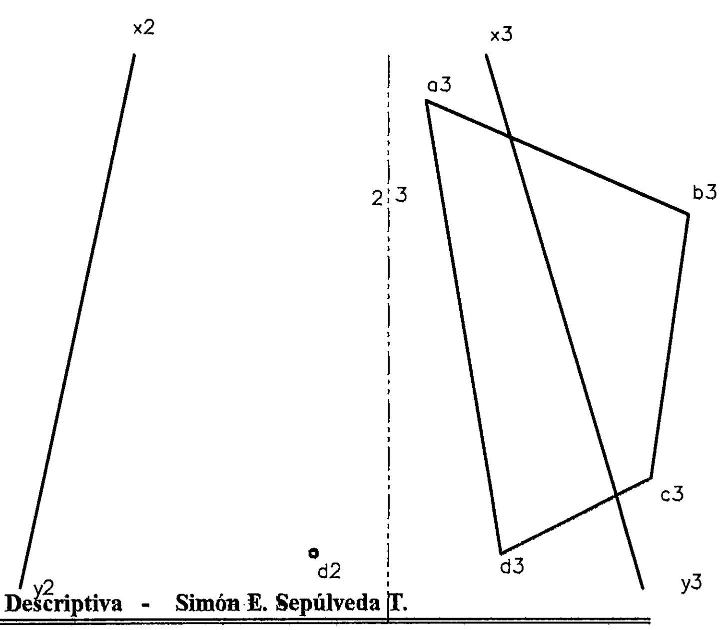
Fig 28

Trazar una línea de nivel a_2d_2 que pertenezca al plano, así que a_1d_1 será una línea de orientación del plano (es verdadera longitud), cuyo ángulo de dirección tanto de esta línea como del plano es **N** β **E**

1. Dado plano ABC, hallar su rumbo.



2. XY pertenece al plano ABC, cuál es el rumbo ?



2.6 PLANO EN ARISTA

Basta que una línea del plano se proyecte en punto para obtener el plano en arista. En la fig 29, a la línea a_1d_1 (verdadera longitud) se le traza línea de giro 1-3, obteniéndose en el plano 3 al plano ABC en arista. Siempre que un plano se proyecte como una línea en una proyección dada, y se quiera indicar que es ilimitado, se traza una línea de trazo continuo y sus extremos con líneas de trazos.

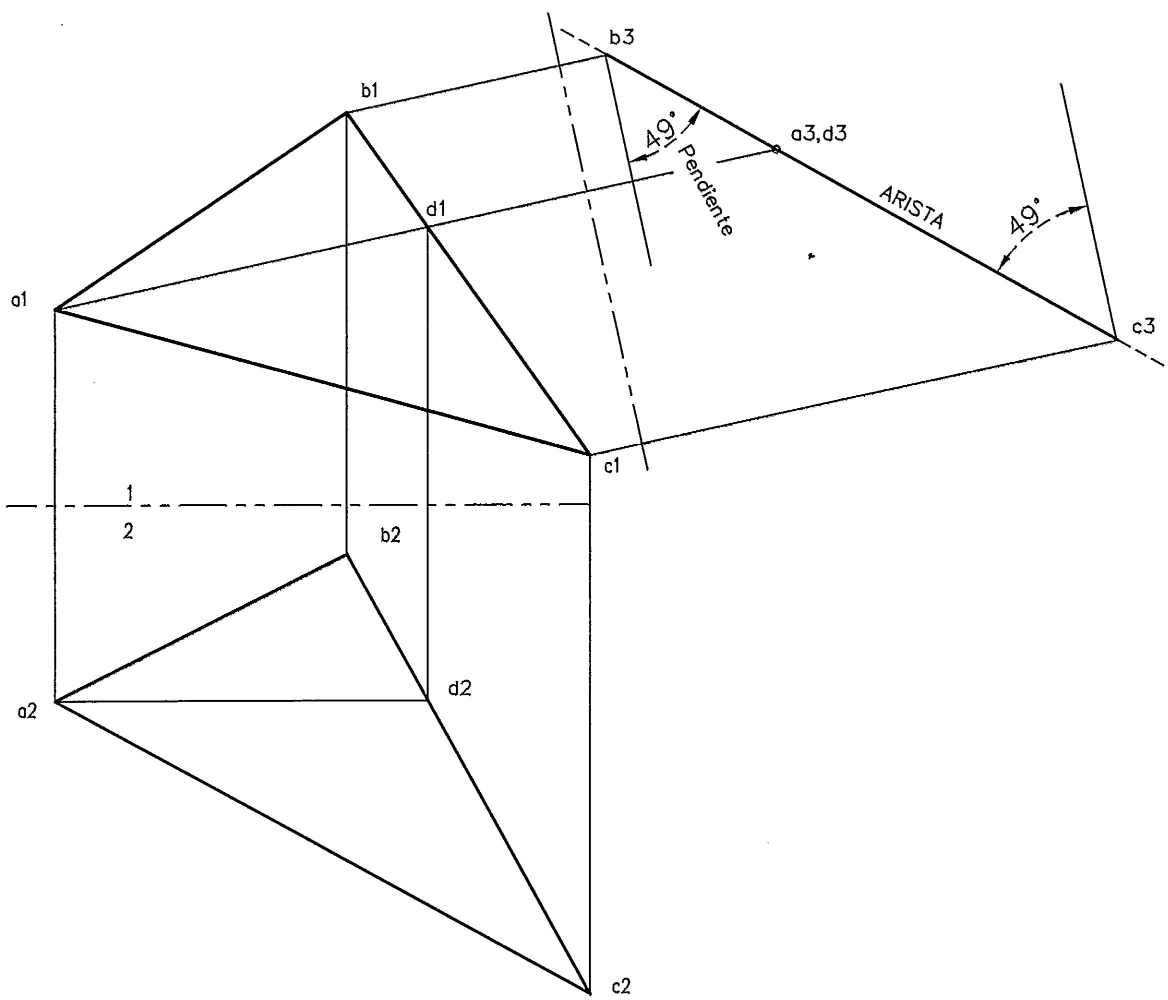
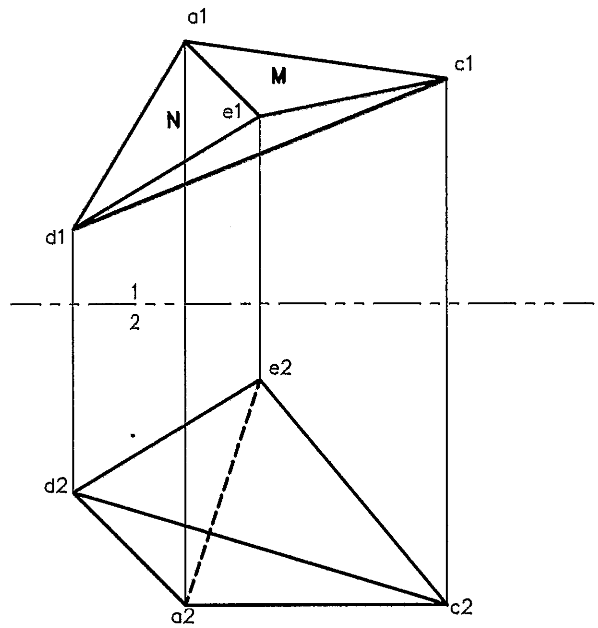
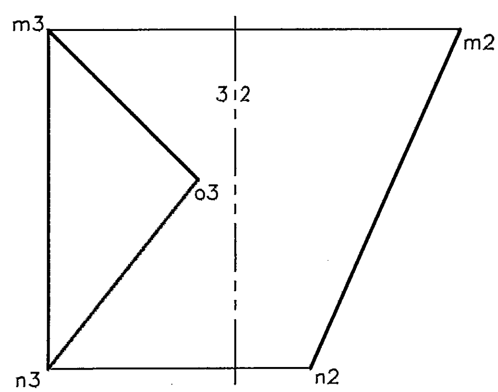


Fig 29

1. Mostrar M y N como arista.



2. MNO forma 30 grados con el plano frontal. Hallar rumbo del plano y de OX. (X= punto medio de MN).



2.7. PENDIENTE DE UN PLANO

Pendiente de un plano es el ángulo que forma este plano con uno horizontal, se puede expresar en grados o en porcentaje. Fig 30.

REGLA: Para obtener la pendiente de un plano es necesario obtener **el plano en arista en un plano de proyección de elevación.**

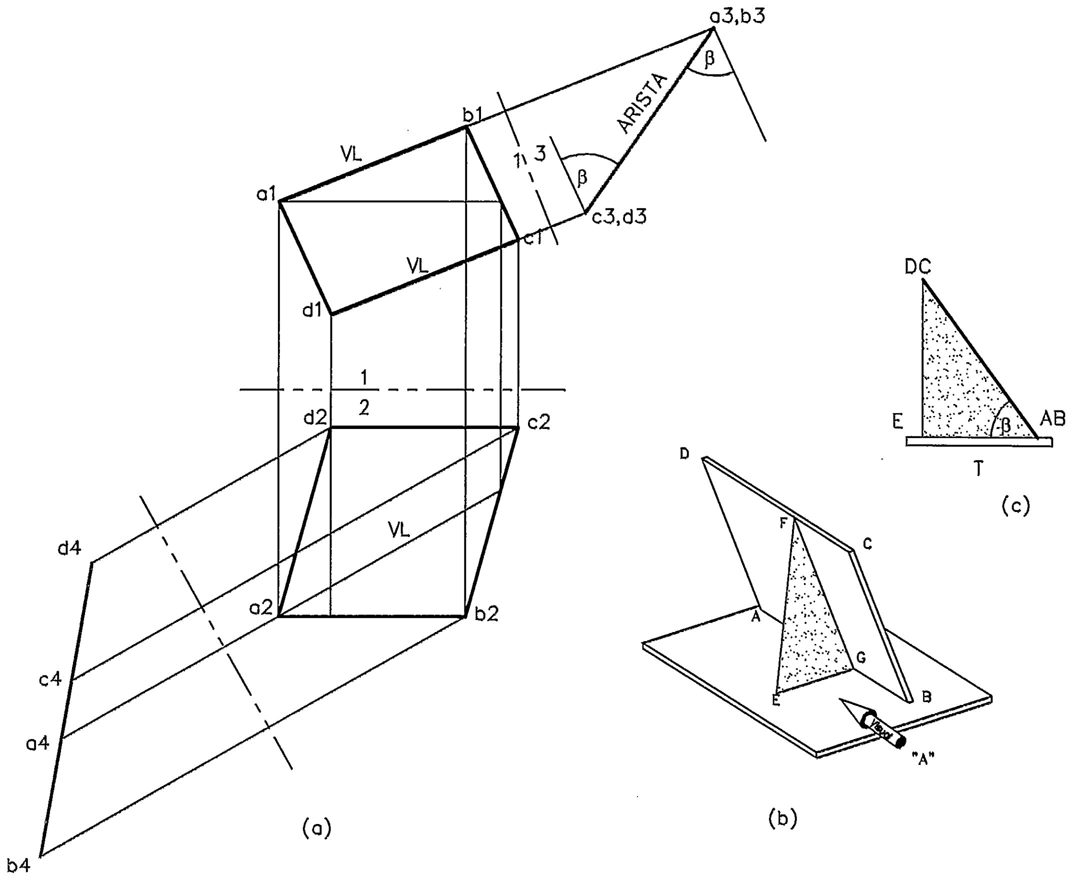


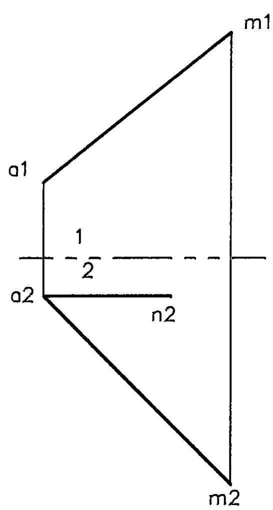
Fig 30

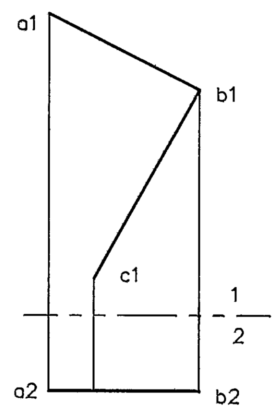
Nótese que a_1b_1 es VL por ser a_2b_2 horizontal, con línea de giro 1-3 perpendicular a la VL se obtiene ABCD y el plano horizontal en arista.

NOTA: no es suficiente que el plano dado se proyecte como una línea, tiene que proceder, de una proyección horizontal elevada, para que éste plano y uno horizontal se proyecten simultáneamente de perfil.

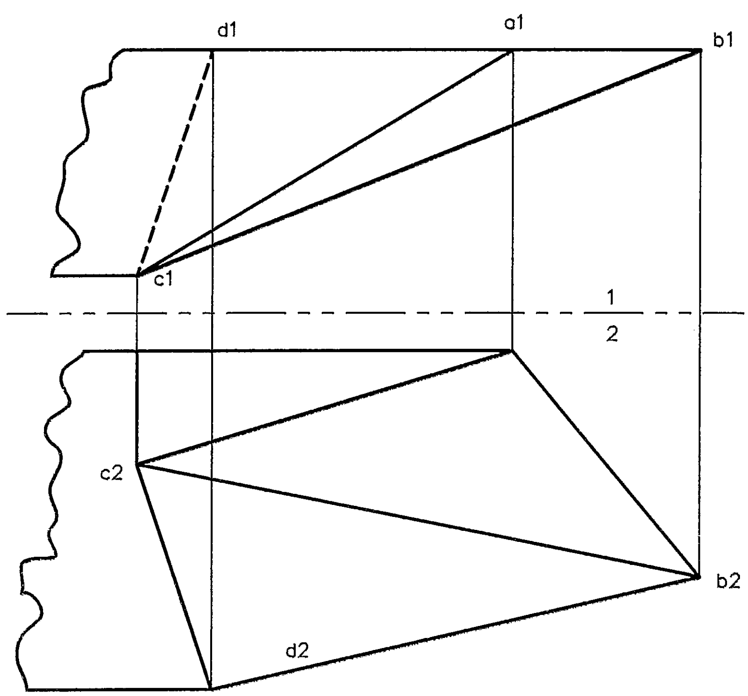
Las líneas de máxima pendiente de un plano son las perpendiculares a las horizontales del mismo. En la fig 30b se tiene el plano ABCD sobre un plano horizontal viéndose el ángulo de pendiente según la flecha "A", perpendicular al plano EFG, que a su vez lo es a ABCD. Ahora en la fig 30c, aparece el ángulo de pendiente con el plano dado y el horizontal de perfil.

1. Planos ilimitados MNO y ABC. El plano MNO con rumbo N30E, hallar su pendiente. ABC tiene de pendiente 30 grados (C abajo de AB). Completar vistas.





2. Hallar pendientes de CDB y CAB



2.8 LINEA MAS CORTA DE UN PUNTO A UN PLANO

La distancia más corta de un punto a un plano es la perpendicular trazada desde ese punto al plano en arista. Dadas las proyecciones 1 y 2 de el plano ABC y del punto X, hallar la distancia más corta entre el punto y el plano.

2.8.1 METODO DEL PLANO EN ARISTA

PRINCIPIO. Si una línea es perpendicular a un plano es perpendicular a todas las líneas del plano que cortan la perpendicular.

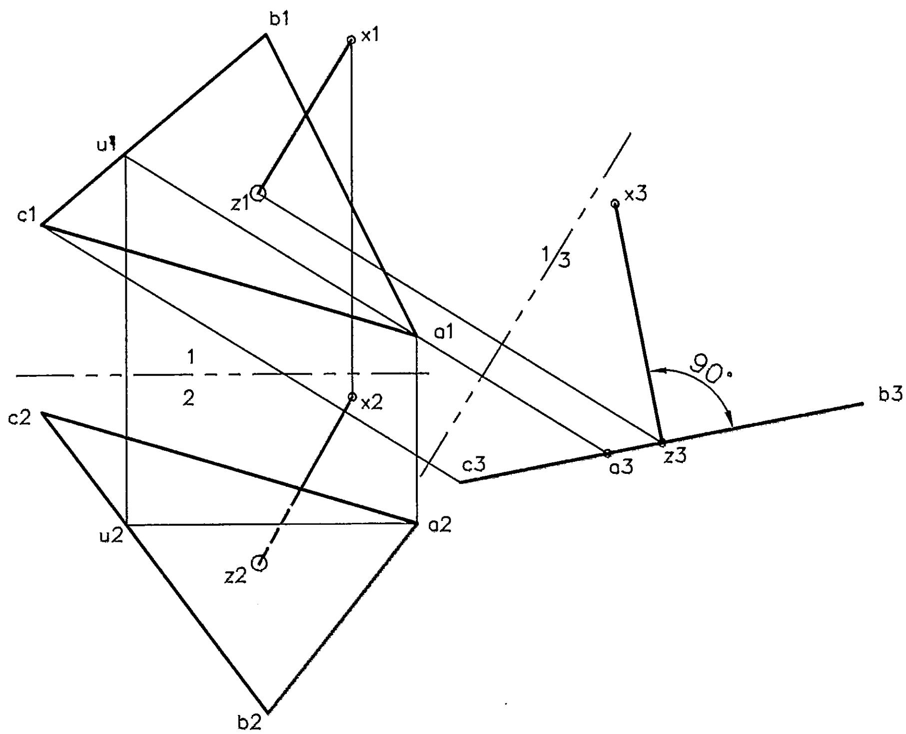
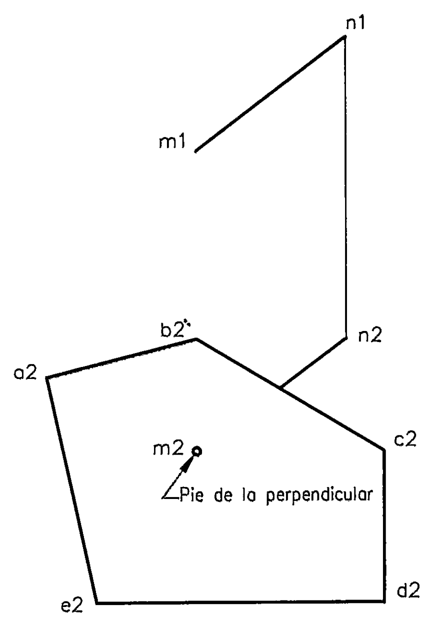


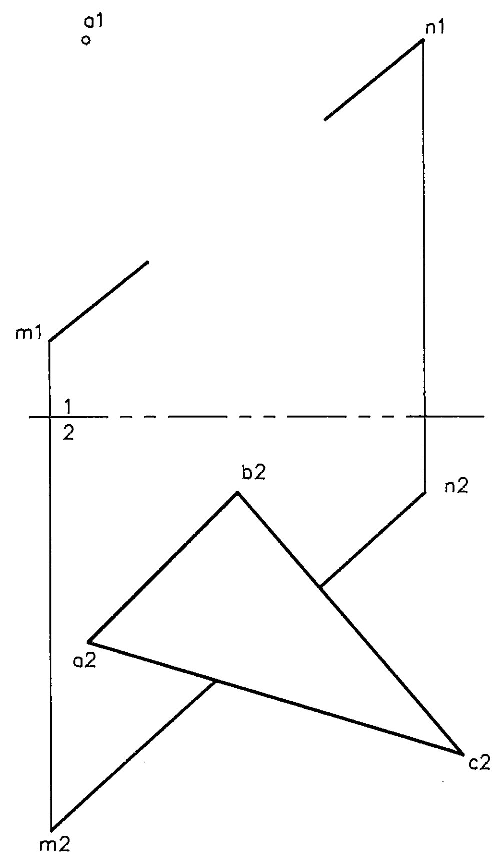
Fig 31

Con una línea de nivel a_2u_2 se ubica a_1u_1 en VL, a ésta se traza línea de giro 1-3 para obtener plano en arista. Desde x_3 trazar perpendicular que corta al plano en z_3, x_3z_3 es VL, por lo tanto x_1z_1 es paralela a 1-3, por similaridad y alineamiento se obtiene z_2.

2.8.2 PRINCIPIO DE VISIBILIDAD: Para saber si la línea XZ está encima o debajo, delante o atrás del plano aplico los conceptos de visibilidad estudiados en la sección **1.7.2, LINEAS QUE SE CRUZAN**. Tenga presente que el punto Z es común para la recta como para el plano.

1. Para cada caso completar plano superior sabiendo que MN es perpendicular a ABCDE y ABC respectivamente. Aplicar visibilidad.





2.9 LINEA PERPENDICULAR A PLANO OBLICUO.

Conocido como el principio de la dirección. En cualquier vista ortográfica, una línea que en el espacio es perpendicular a un plano oblicuo aparece perpendicular a cualquier línea del plano que se muestre en su VL., en aquella vista. **Es de anotar que este principio muestra la dirección de la perpendicular al plano y no el punto donde la perpendicular corta al plano.** Fig 32

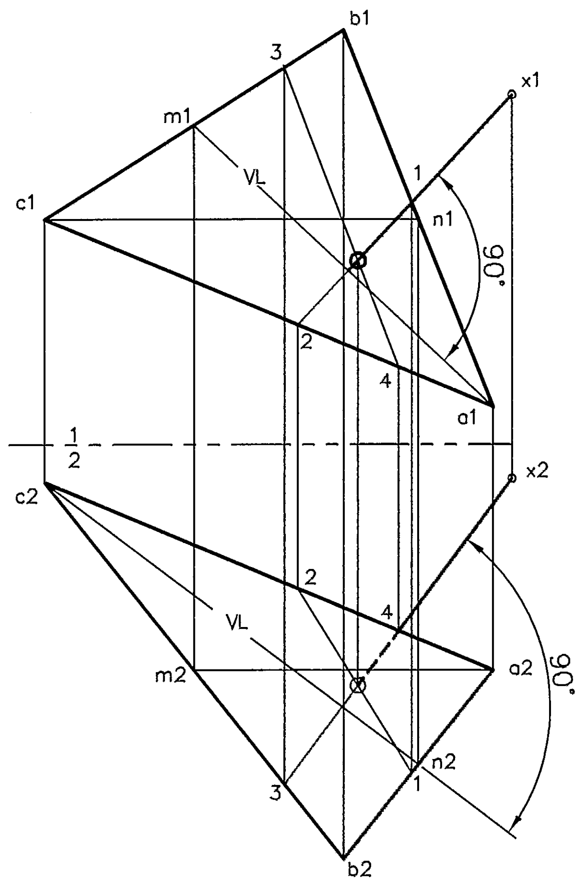
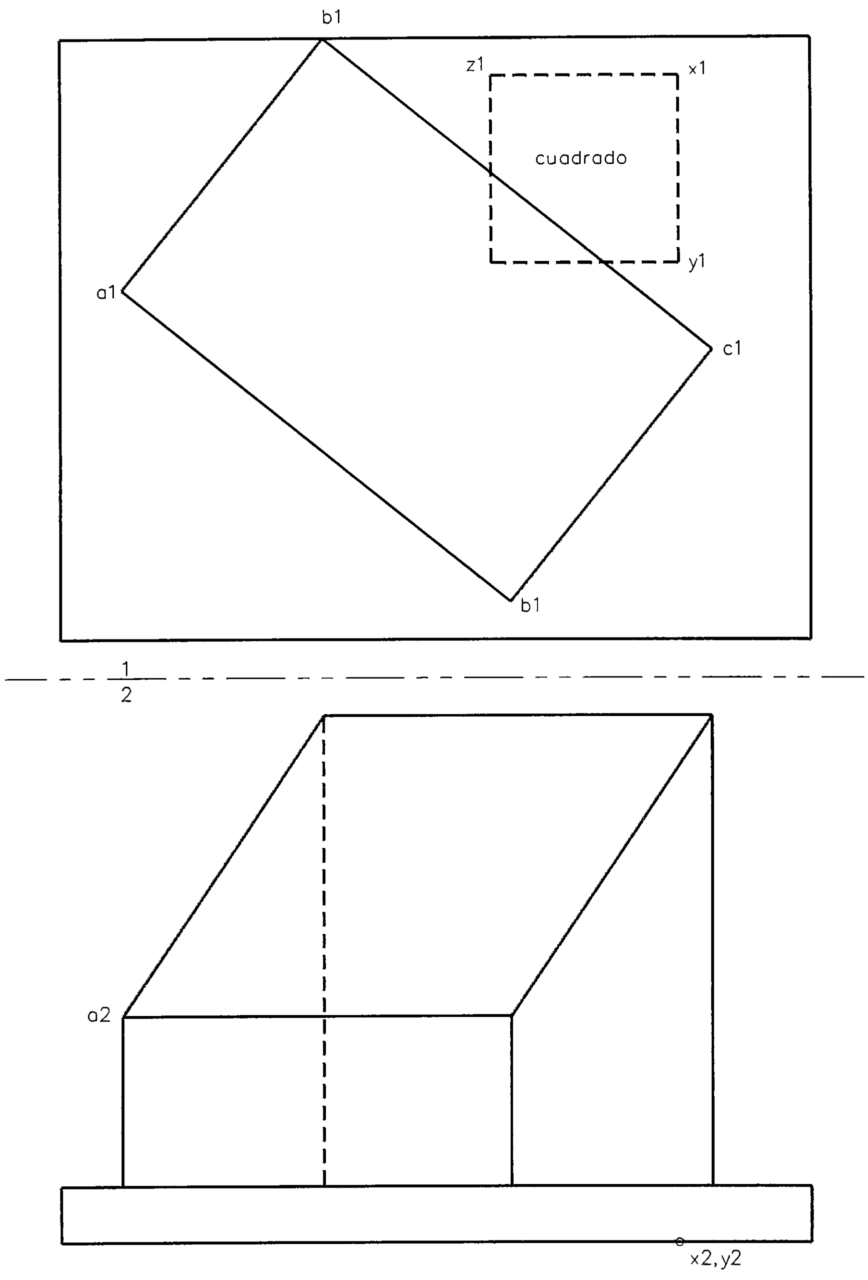


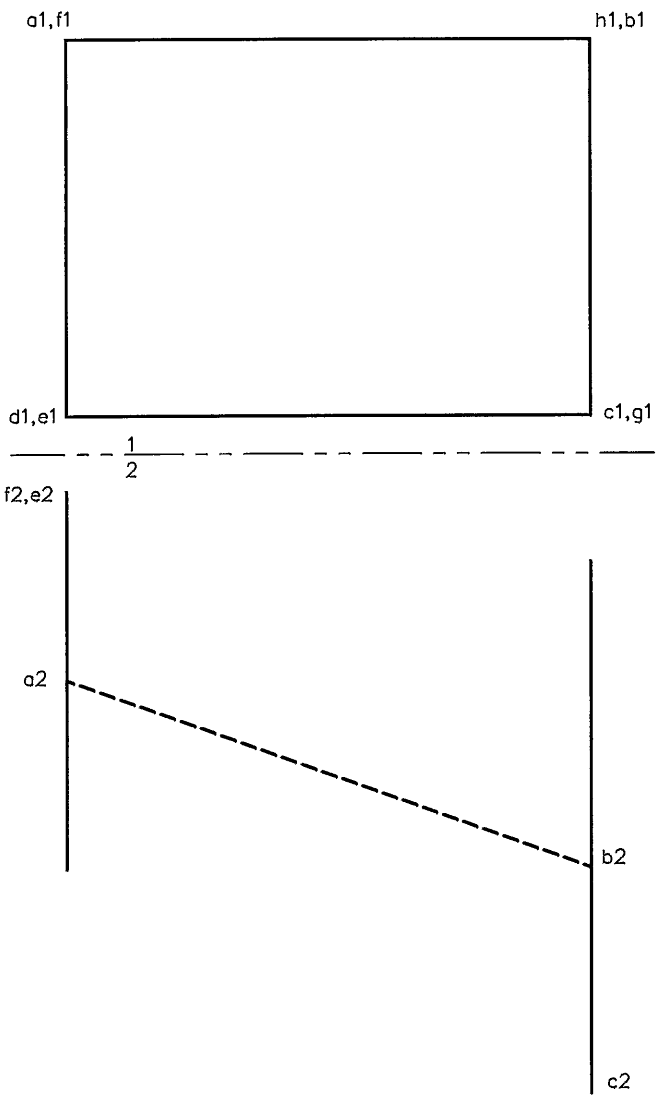
Fig 32

Dados los mismos datos del ejemplo anterior, se traza AM horizontal y se ubica en las dos vistas. La perpendicular al plano desde el punto X se traza luego en la vista en planta, perpendicularmente a la línea a_1m_1, la cual aparece en VL, en la vista en planta. La línea trazada desde X es de longitud indefinida puesto que no se conoce el punto de intersección , igual proceso se realiza con una línea frontal CN.
Dicho punto de intersección se halla por el método de los planos cortantes verticales o frontales, según sea el caso.

1. Mostrar el orificio recto perpendicular a la superficie inclinada. (Utilizar únicamente las vistas dadas.)



1. E= 1:100. El depósito mostrado está cerrado en la parte superior por una tapa horizontal (EFHG). Representar el eje de un tubo comprendido entre el fondo (ABCD) y una pared del depósito; dicho tubo es perpendicular al fondo del depósito en su punto central. Mostrar el eje en las vistas marcando claramente el extremo superior del tubo si su verdadera longitud es de 6 metros. Aplicar visibilidad. Mostrar también el fondo del depósito en arista con línea de giro 2-5.



2.10 PLANOS PROYECTANTES

Estos planos permiten obtener el punto donde la línea atraviesa el plano, utilizando únicamente las dos vistas dadas y son :

2.10.1 PLANO PROYECTANTE VERTICAL : Fig 33. El plano proyectante vertical de la línea dada es el plano que contiene todas las líneas de visión verticales de la línea dada, es decir, el plano que proyecta la línea sobre el plano de proyección horizontal y aparece como una línea en el plano horizontal y contiene la línea dada.

Dado las proyecciones 1 y 2 de el plano ABC y de la línea XY, hallar el punto de intersección entre el plano y la línea.

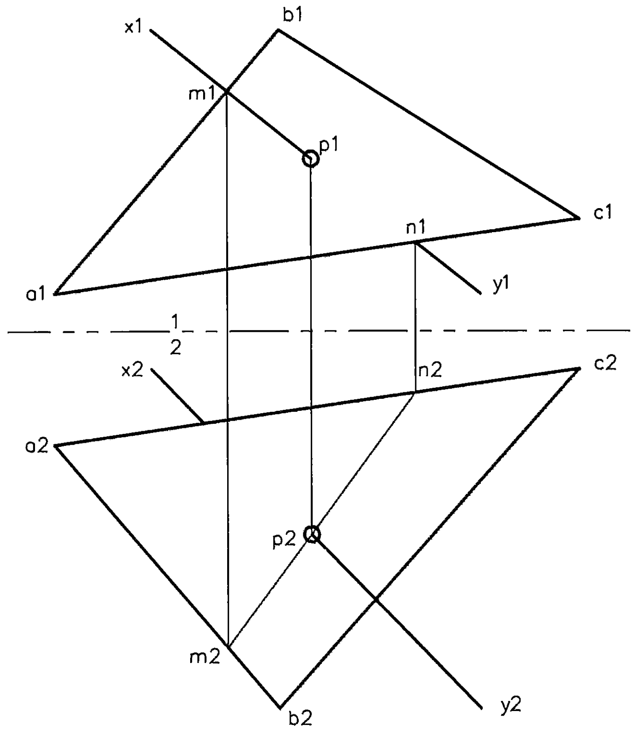


Fig 33

El plano proyectante vertical de XY aparece como línea en el plano horizontal como x_1y_1 la intersección de éste plano vertical con el plano ABC es la línea MN. las líneas MN y XY están ambas en el PP. vertical, y en el alzado frontal se cortan en P. Dicho punto está en MN, que pertenece al plano ABC, por lo tanto P está en ABC y en XY.

Nota: Si en la vista frontal aparece XY paralela a MN es prueba de que XY es paralela al plano, porque era paralela a una línea MN del plano, así que no hay corte. Fig 35.

2.10.2 PLANO PROYECTANTE FRONTAL. Fig 34. El PP frontal de una línea es el plano que proyecta a la línea sobre el plano de proyección frontal, se determina la línea de intersección del PP. frontal con el plano dado y se aplica el mismo proceso anterior. El punto de corte P, aparece en la vista de planta u horizontal.

Dado el plano ABC y la línea XY, hallar punto de corte utilizando PP. frontal.

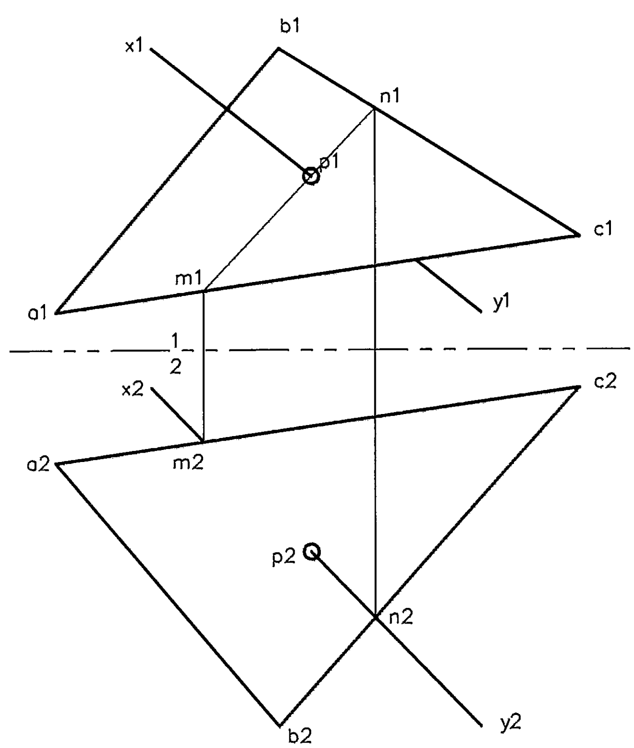


Fig 34

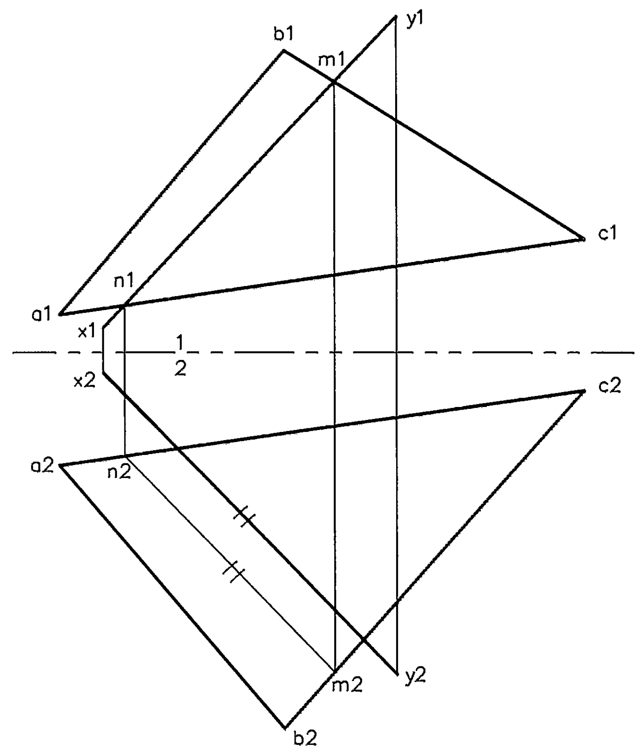
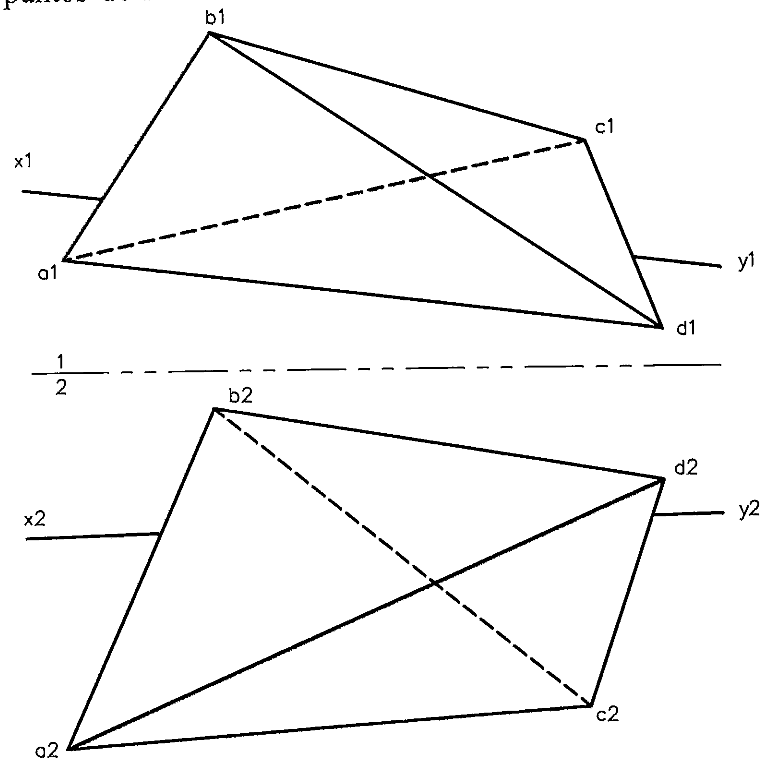


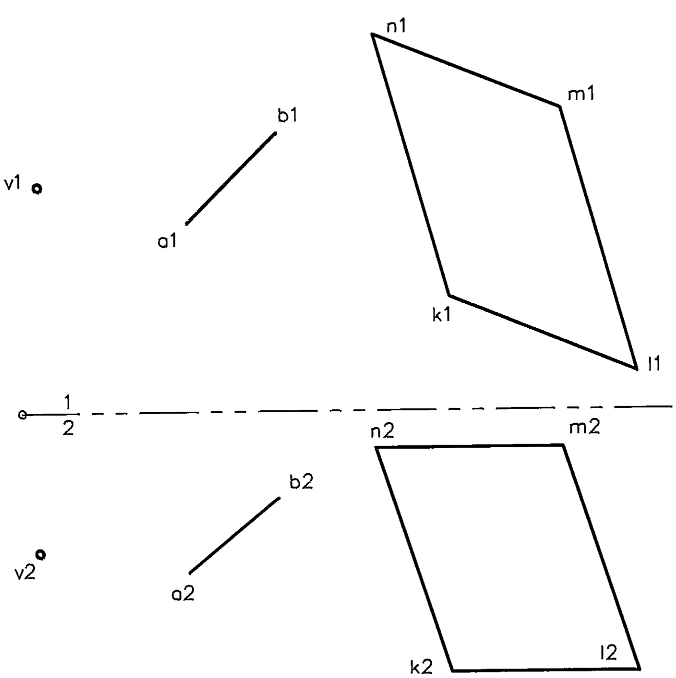
Fig 35

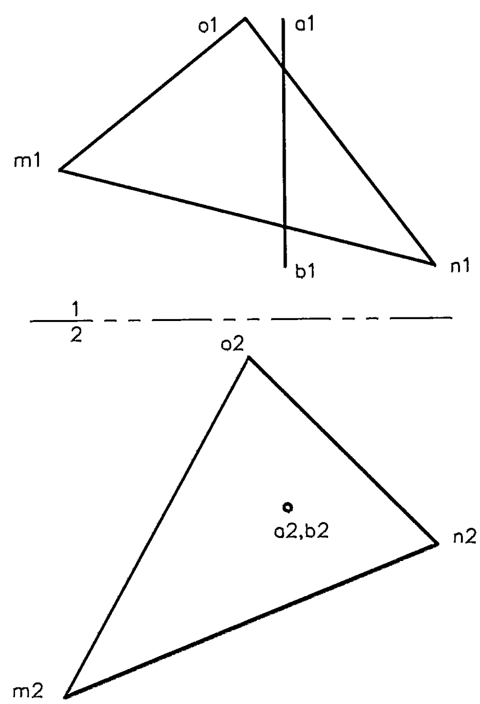
1. Encuentre los puntos de intersección de XY con cada una de las superficies del tetrahedro.



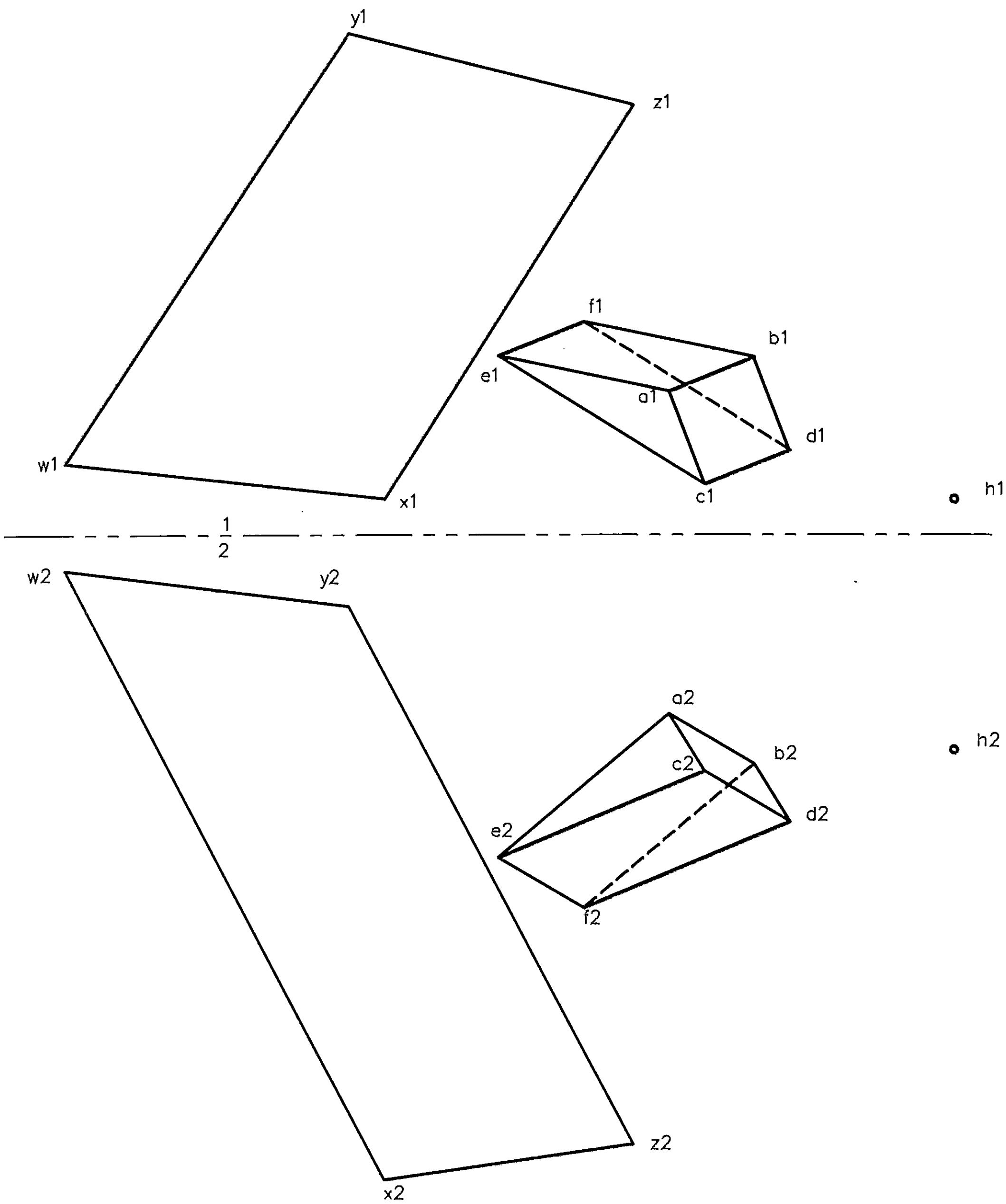
2. V es un rayo de luz, determine la sombra de AB en KLMN.

3. Hallar la intersección de AB con MNO





4. Encontrar la sombra proyectada por el plano XWYZ a partir del foco luminoso H.



2.11 PLANO EN VERDADERA FORMA

Un plano aparece en verdadera forma cuando las líneas de mira son perpendiculares al plano. Cualquier superficie plana paralela a un plano de imagen se proyectará sobre éste en su forma verdadera, en estos planos todas las dimensiones son reales.

2.11.1 VERDADERA FORMA DE UN PLANO OBLICUO: Fig 36. Dado el plano ABC en proyecciones 1 y 2, hallar verdadera forma.

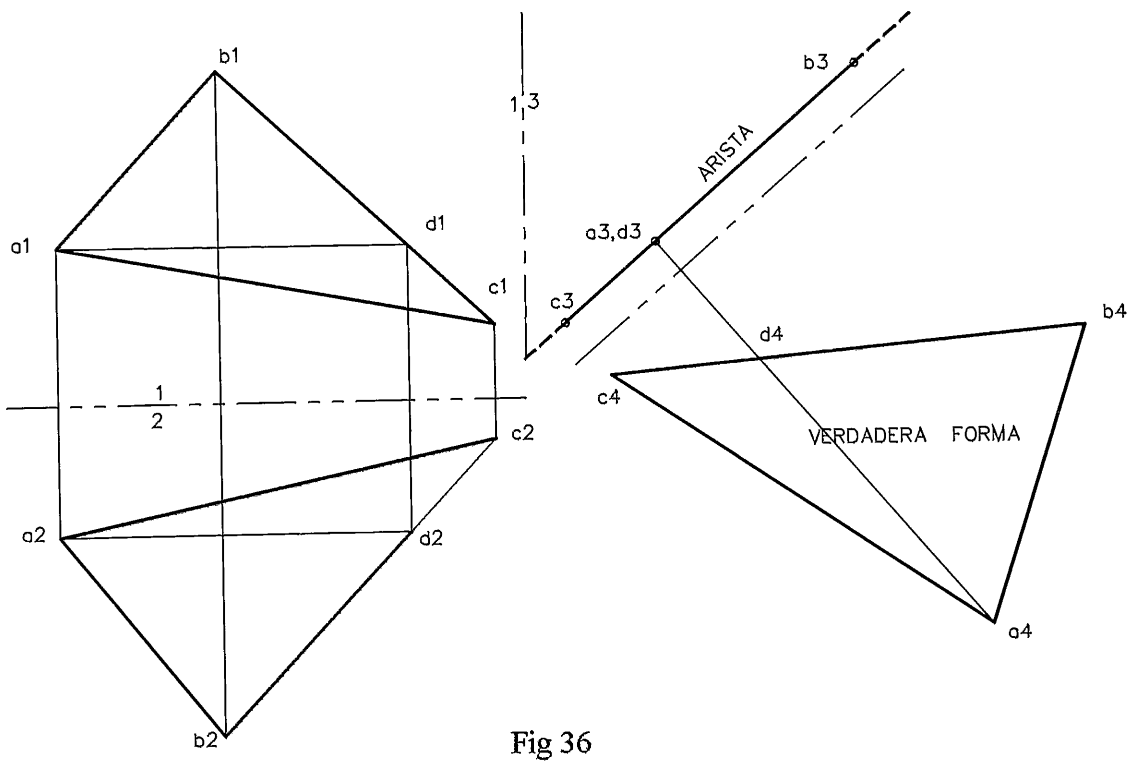


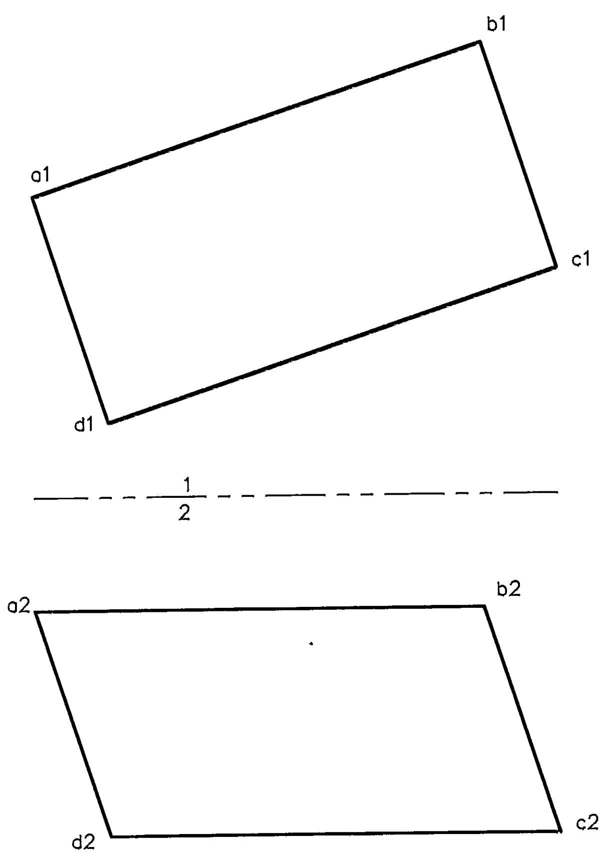
Fig 36

El primer paso consiste en obtener el plano en arista, utilizando una línea en VL. del plano y llevándola a punto, dicha línea puede ser a_2d_2 (horizontal) o bien una frontal (a_1e_1). La vista auxiliar de elevación (3) mostrará dicha línea como punto y el plano como arista o filo. La vista inclinada (4) mostrará el plano en VF. Con una línea frontal AE, se llega al mismo resultado.

2.11.2 FIGURAS PLANAS EN UN PLANO DADO

Una vista que muestre el plano dado en VF, mostrará también la VF. de la figura plana dada. Recuerde que una vista adyacente a la VF, debe ser una vista que muestre el plano en arista y sus líneas de mira deben ser perpendiculares a la vista de filo.

1. Escala=1:100. En el plano dado se desea situar una abertura de 1.5 x 2 metros, cuyo centro es el punto X. Los lados mayores de la abertura son paralelos a los lados similares del plano . Mostrar vistas 1 y 2, rumbo y pendiente del plano.



2. Fig 37. Escala=1:2.5, hallar el área de la placa que debe proteger a la superficie ABCD de la carga puntual P, dicha placa está separada 6 cm de la superficie. Practicar un agujero centrado de 8 x 4 cm en la superficie y ubicarlo en la placa. (los lados de 8 cm son frontales). Aplicar visibilidad.

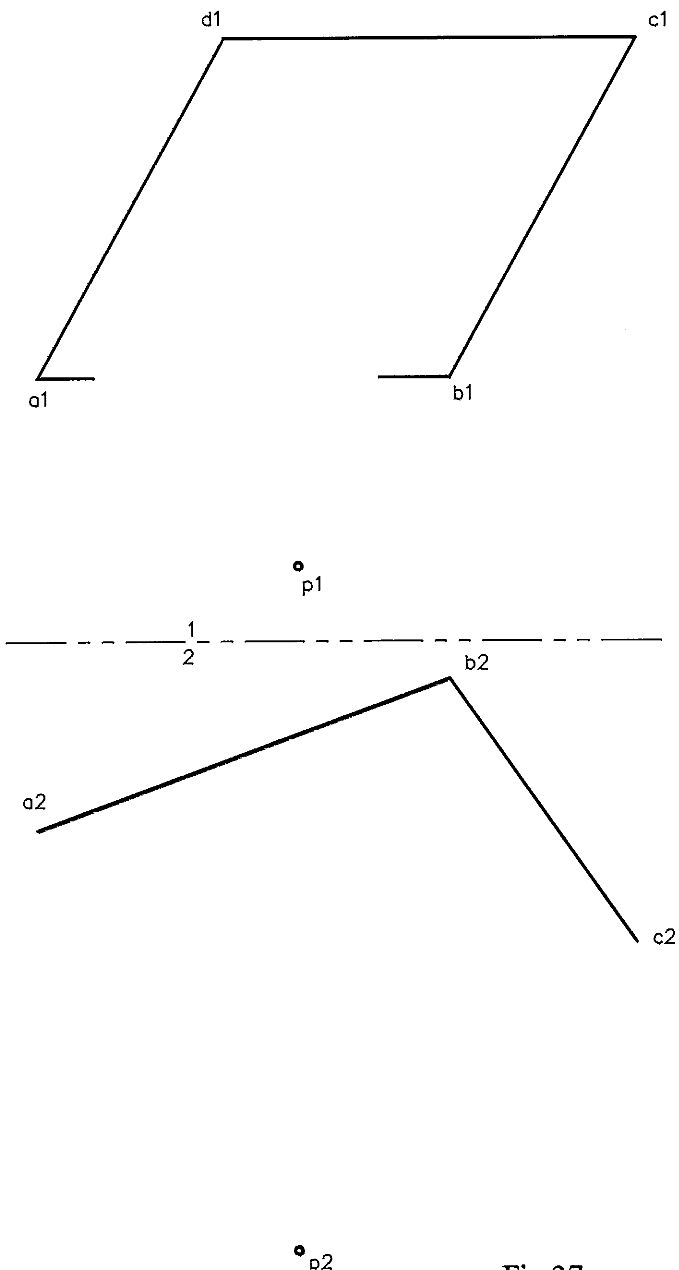
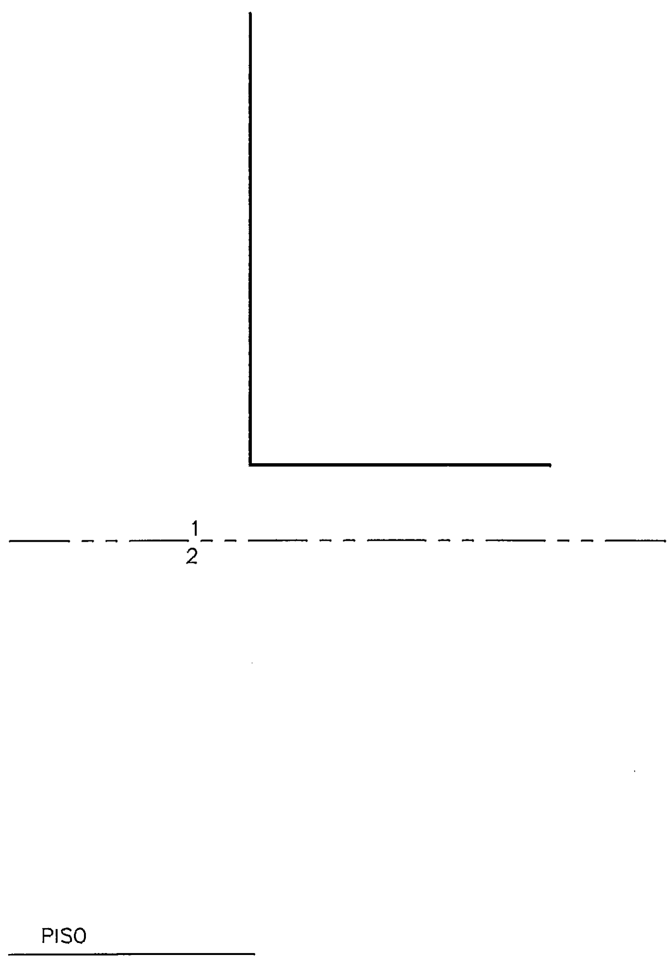
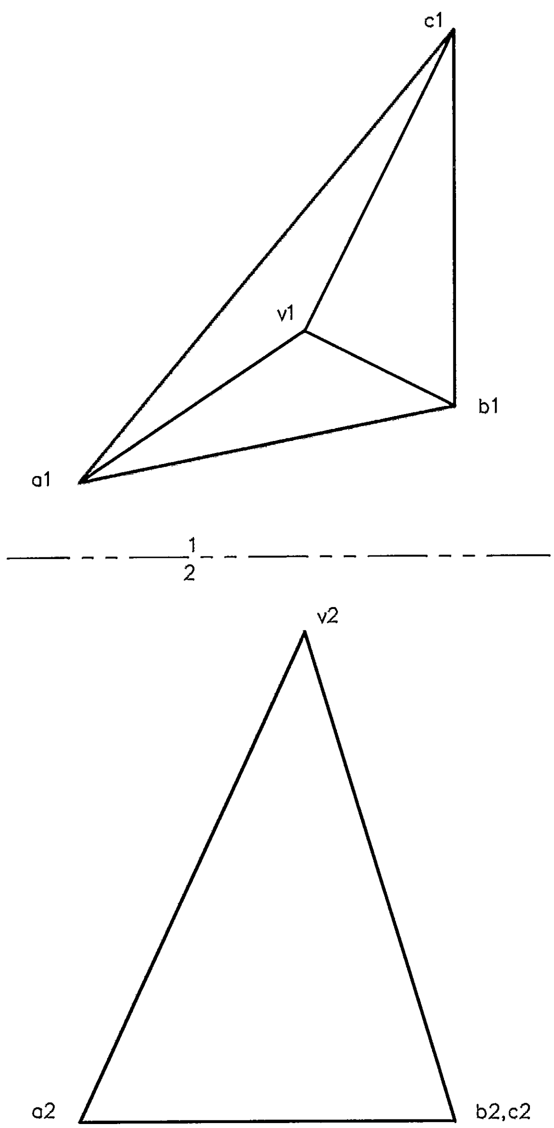


Fig 37

3. Escala 1 cm = 4 mts. Una edificación de 16 metros de ancha, 24 m. de larga está protegida por una cubierta en teja de barro a 4 aguas que comienza a 10 metros de la altura del piso, teniendo una cumbrera central de 8 metros de larga y ubicada a 6 metros desde el extremo del edificio en su ala derecha, las limatesas de la esquina de los extremos derechos tienen pendiente de 45 grados., calcular : a) trazar proyecciones 1 y 2, b) pendiente de cada limatesa , c) pendiente de cada una de las aguas, d) altura de la cumbrera respecto al piso, e) cuantas tejas se necesitan para cubrir el edificio sabiendo que por cada metro cuadrado de techo se necesitan 14 tejas, f) cuantos metros lineales de canal se necesitan para desaguar el techo, y g) cuántos metros de caballete se necesitan para el techo.



4. Escala=1:7.5 Ubicar el mayor triángulo equilátero en BCV así : un vértice en punto medio de BC y su lado opuesto es horizontal; en BVA ubicar un rectángulo, las bases mayores son líneas horizontales separadas de AB, 10 y 15 cm y las menores separadas de el punto B, 5 y 15 cm respectivamente.



2.12 ANGULO DIEDRO

Angulo diedro es el ángulo formado por dos planos que se cortan, dicho ángulo se mide en un plano perpendicular a la línea de intersección de los dos planos, fig 38.

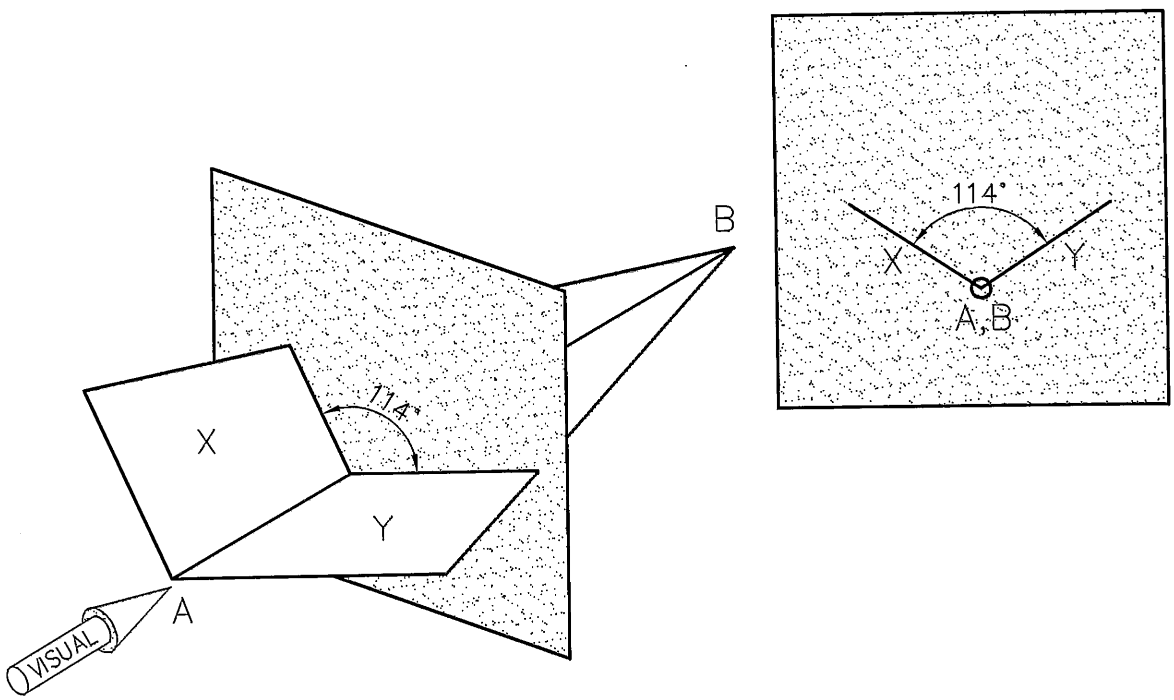


Fig 38

Se presentan dos casos :

2.12.1 LINEA DE INTERSECCION DADA: Una vista que muestre la línea de intersección de dos planos como un punto, también mostrará los dos planos como aristas o filos. El ángulo entre las dos aristas representa la magnitud real.

EJEMPLO: en la fig 39 se desea hallar el ángulo diedro entre los dos planos, dada la línea de intersección.
La línea de intersección es AB, así que en la vista de elevación auxiliar muestra dicha línea en VL, luego con vista inclinada 4 se obtiene AB en punto y los dos planos como arista. El ángulo diedro se mide entre los dos planos en arista.

A partir de la vista inclinada puedo hallar la VF.de cada uno de los planos.

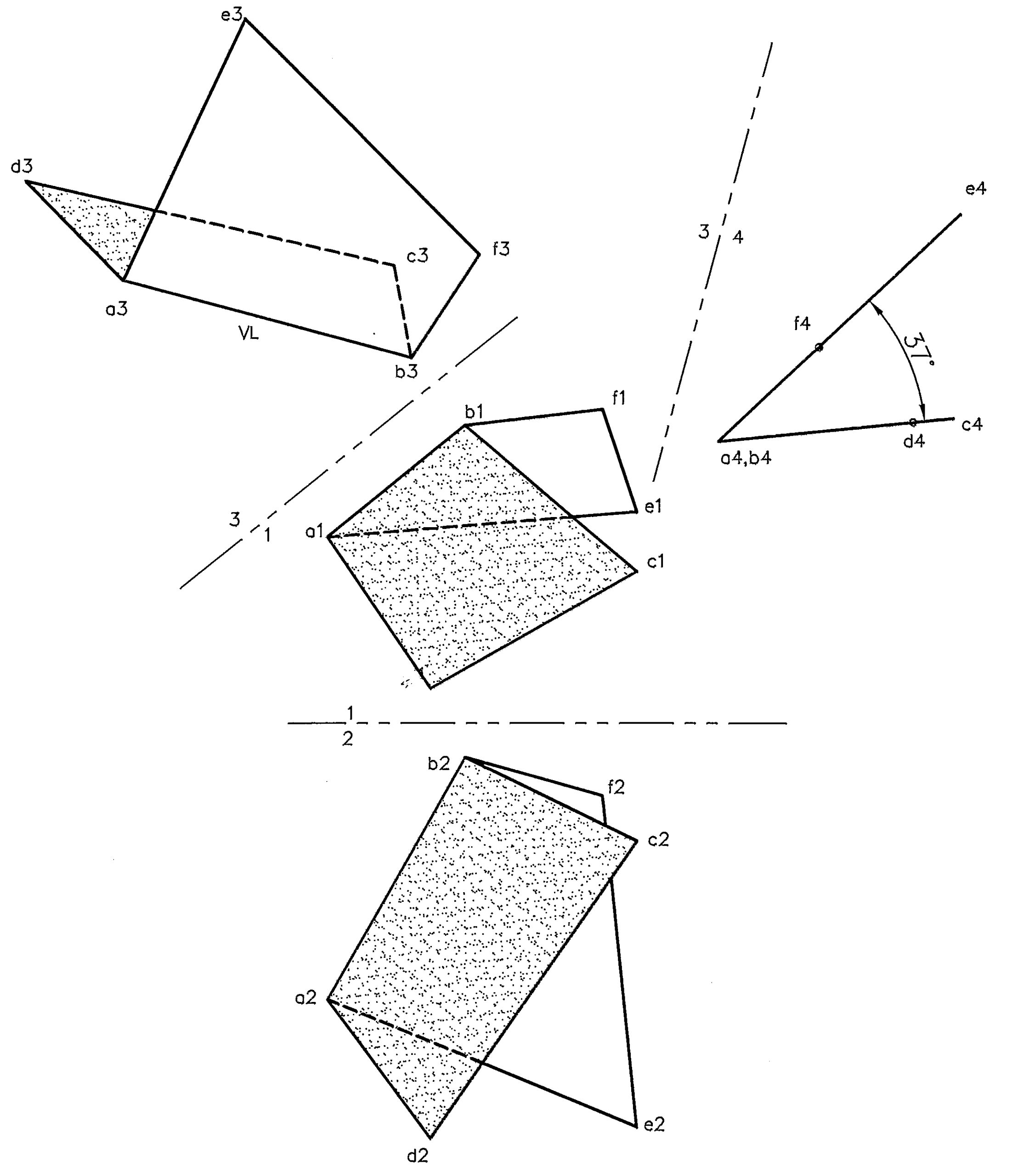


Fig 39

2.12.2 LINEA DE INTERSECCION NO DADA: para este caso si ambos planos pueden verse como aristas en una vista, el ángulo diedro puede medirse entre los dos planos de filo.

En la fig 40 se muestran dos planos sin la línea de intersección , se desea hallar el ángulo diedro.

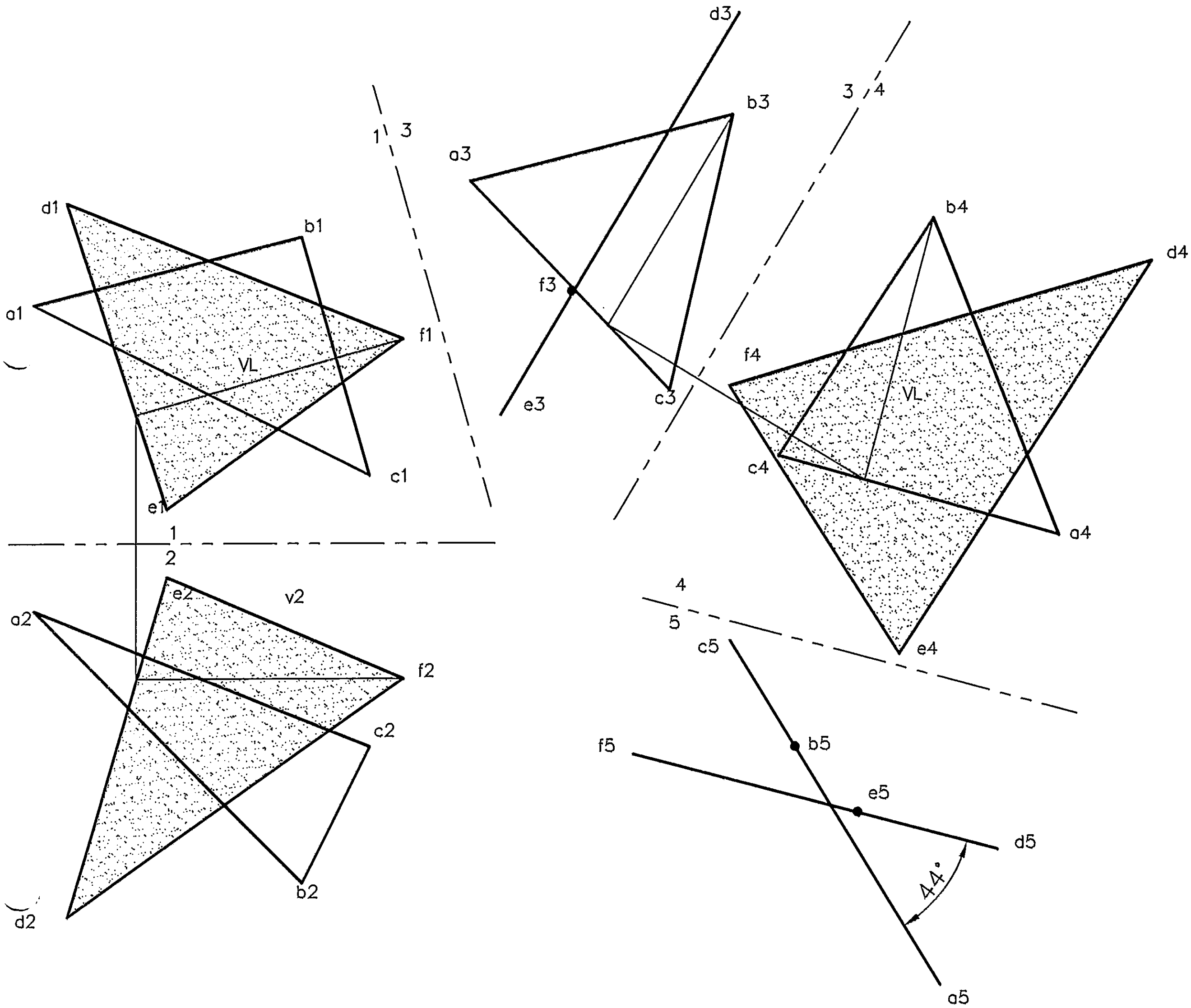
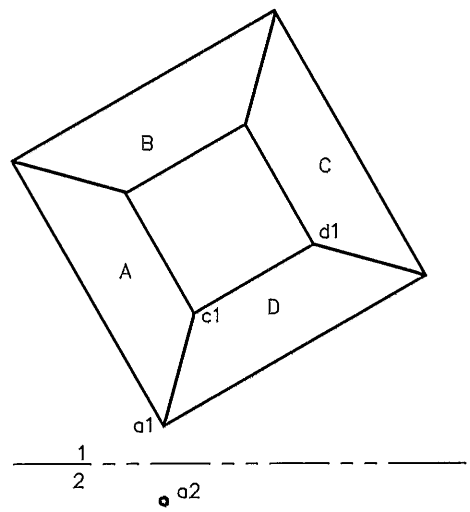


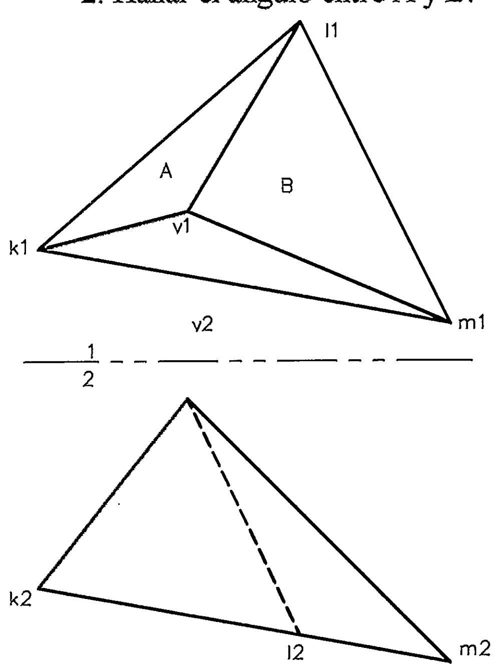
Fig 40

Los planos son ABC y DEF, mostrados en 1 y 2. Con ayuda de una línea de nivel FX, se obtiene en la vista auxiliar de elevación 3, el plano DEF en arista y se proyecta el plano ABC; con la vista inclinada 4, muestrar la V. forma de DEF. Así que cualquier línea de giro que se trace a la vista 4 dará nuevamente en la vista adyacente el plano DEF en arista; pero cuál línea de giro tomar ?..... veamos: lo que resta es obtener el plano ABC también en arista en la vista 5, lo cuál debe procederse así: en la vista 3 tomar BY paralela a 3-4 que es verdadera longitud en 4, con 4-5 perpendicular a dicha VL obtener en 5 también el plano ABC en arista.

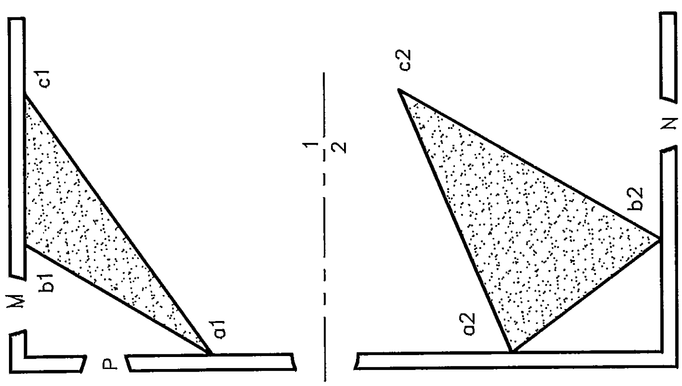
1. Se muestra una tolva cuyas secciones superior e inferior son cuadradas horizontales, las caras laterales son planos con inclinación de 60 grados. Angulo entre D y C.



2. Hallar el ángulo entre A y B.



3. Hallar el ángulo diedro entre el plano ABC y cada uno de los planos principales.



2.12.3 HALLAR LA LINEA DE INTERSECCION ENTRE DOS PLANOS

Dado los planos ABC y DEF. Hallar la línea de intersección. Fig 41.

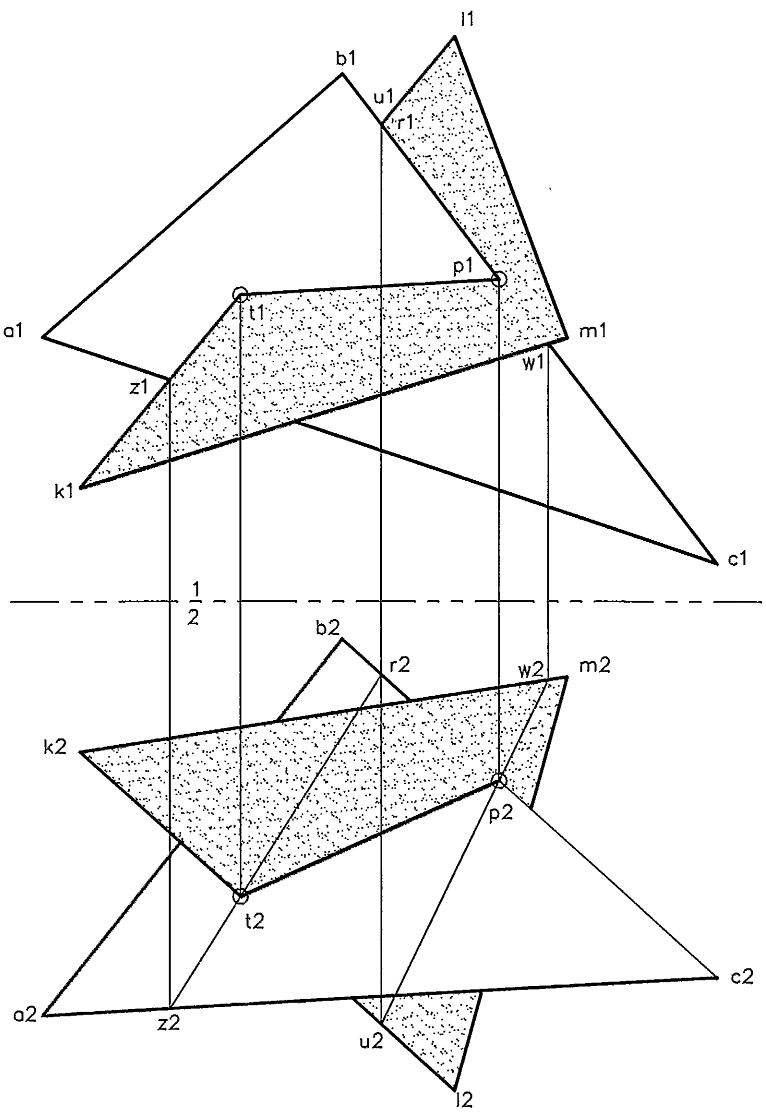
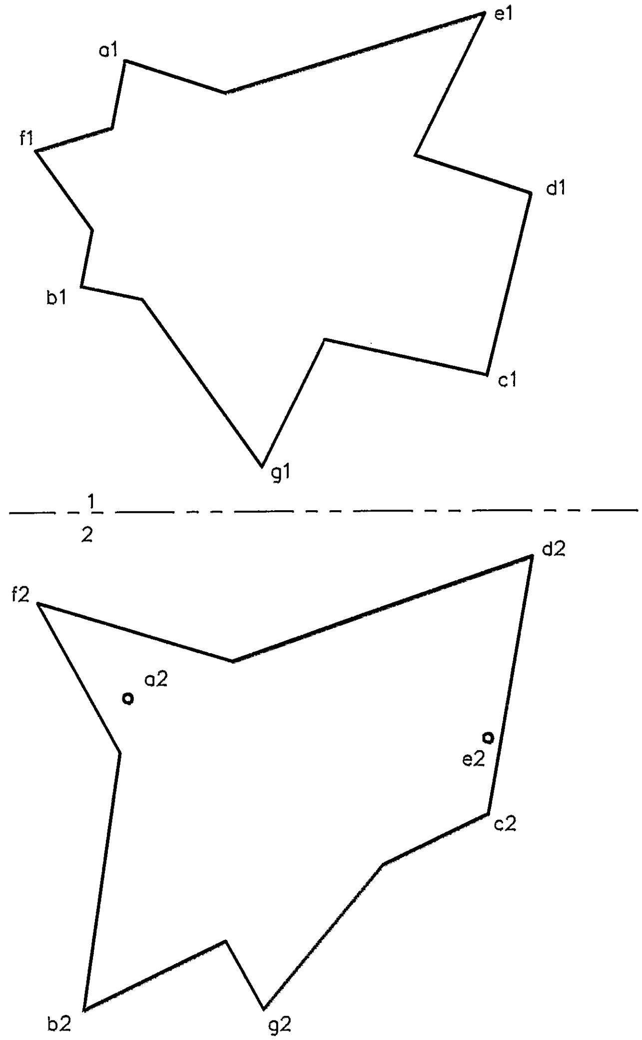


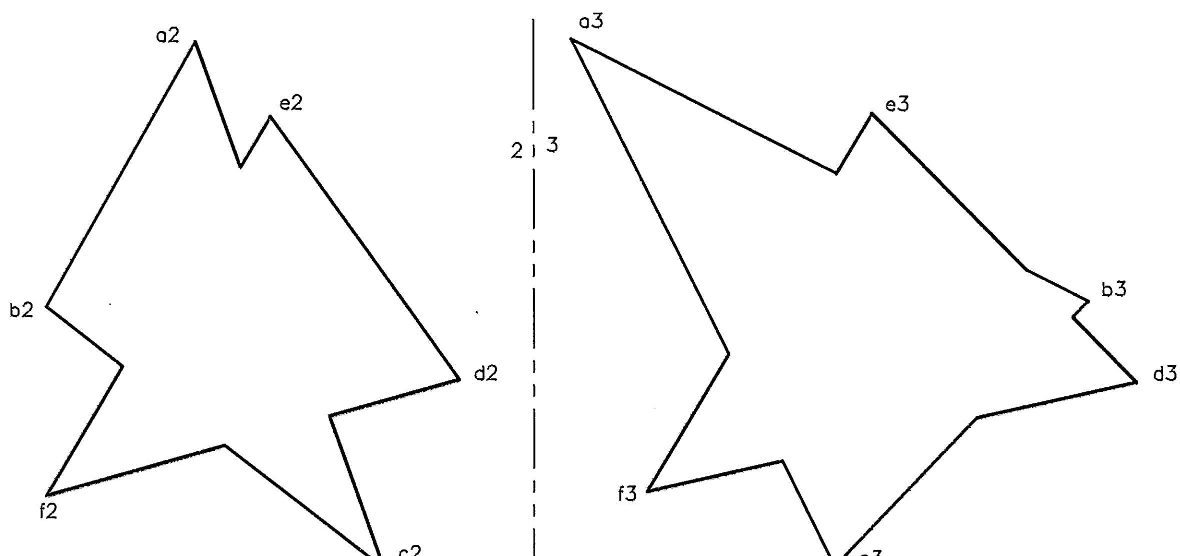
Fig 41

Con procesos conocidos , hallar dónde las líneas KL, KM, AC y BC cortan los planos ABC y KLM respectivamente . KL corta a ABC en Z y R, se ubican en 1 y 2 ; sobre z_2r_2 estará la intersección t_2, de KL con ABC.

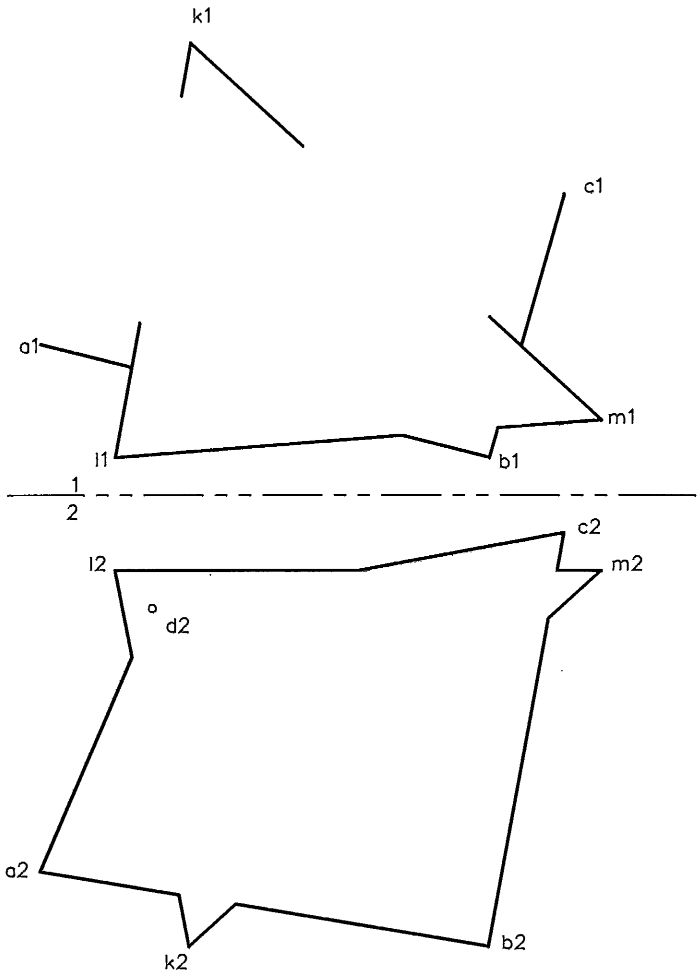
BC corta a KLM en U y W, así que sobre u_2w_2 estará la intersección p_2 de BC con KLM. Los puntos t_1 y p_1, se ubican sobre KL y BC, aplicar visibilidad. Con el concepto 2.12.2 hallar ángulo diedro.

1 y 2. En cada caso hallar línea de intersección.

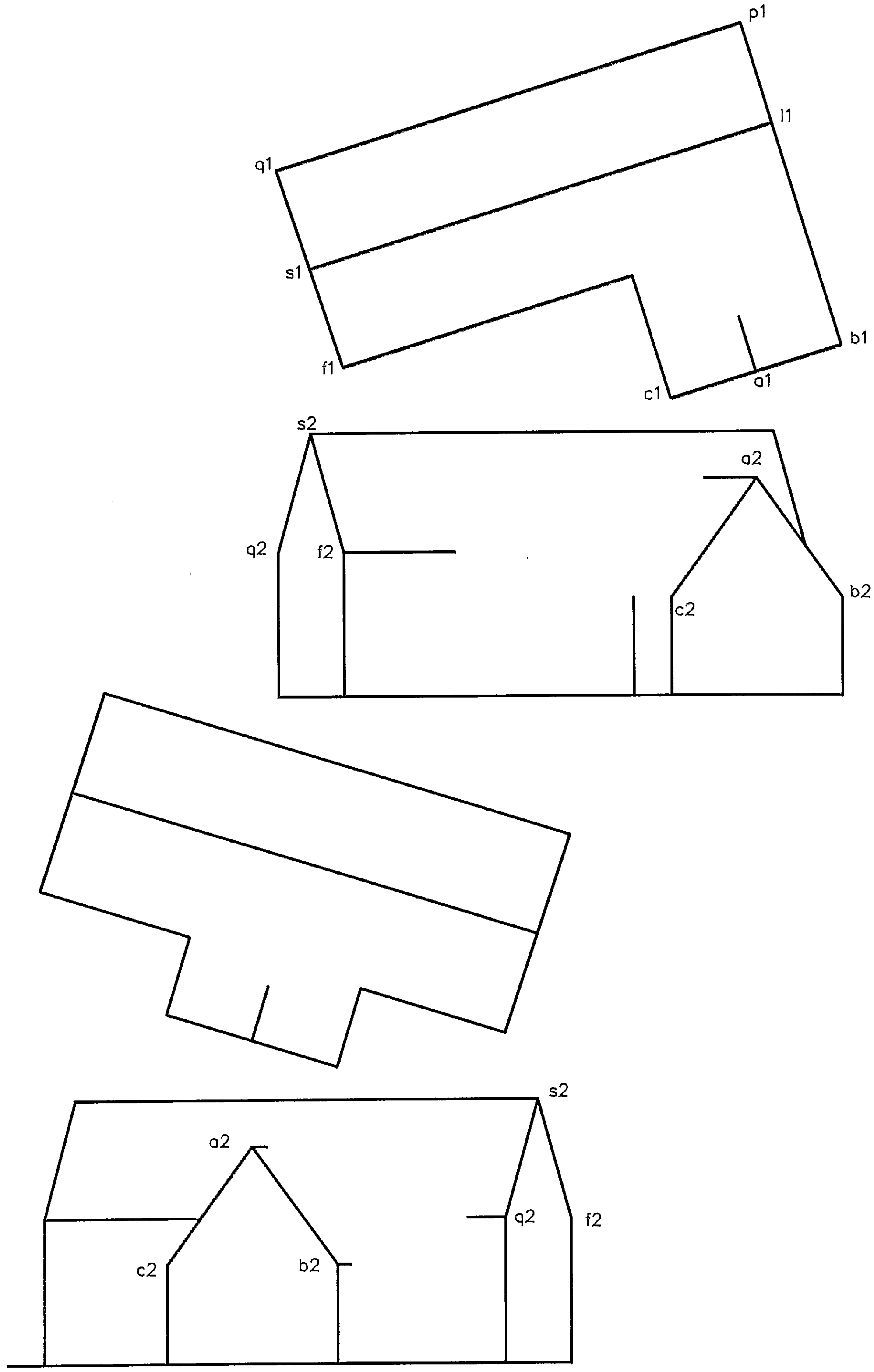




3. Hallar el ángulo diedro entre ABCD y KLM.



4. Encuentre la intersección de los tejados.



2.12.4 ANGULO ENTRE UNA LINEA Y UN PLANO

Dicho ángulo está sobre un plano de proyección que es perpendicular al plano dado y que contiene a la línea. La vista que muestra la línea en su longitud verdadera y el plano como arista también mostrará el ángulo entre ellos.

Dado ABC y XY, hallar el ángulo entre ellos. Fig 42.

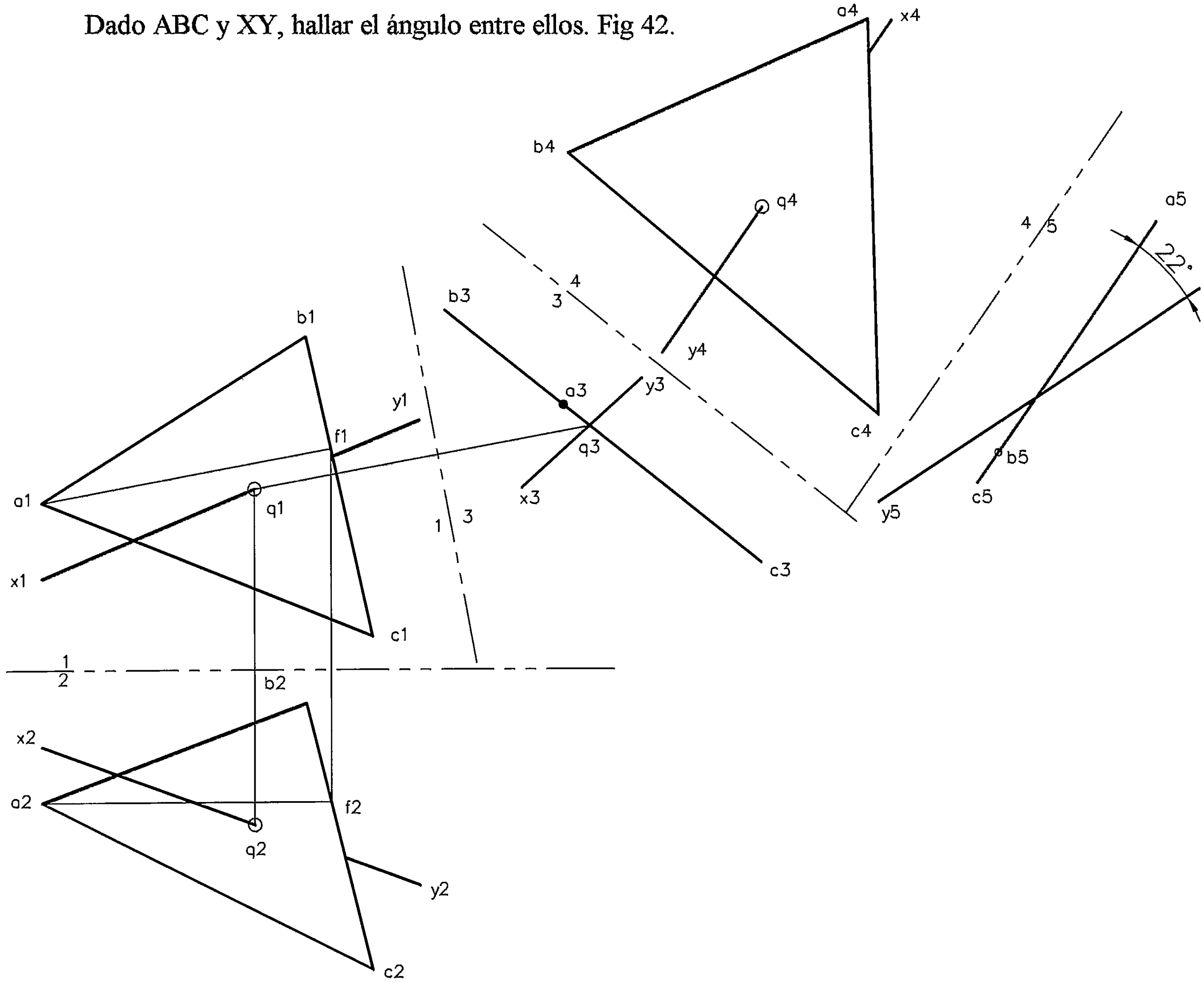
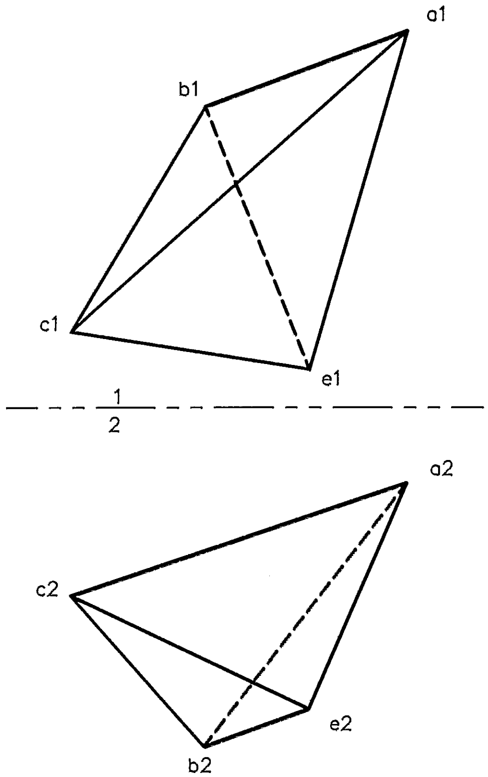


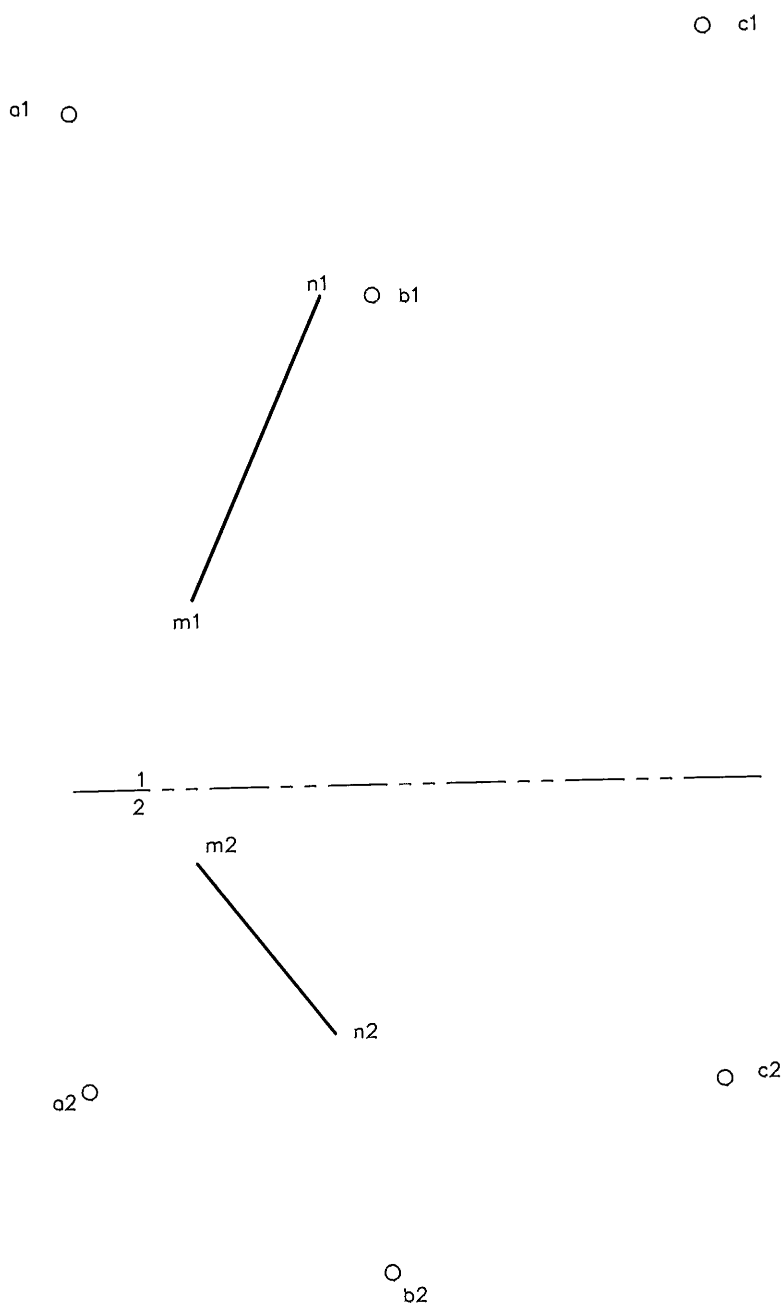
Fig 42

Con línea de nivel AF, obtengo en 3 a el plano ABC en arista y en 4 dicho plano en verdadera forma. Recuérdese que cualquier vista relacionada con el plano en VF, dará el plano en arista, así que con 4-5 que es paralela a x_4y_4 aparece la línea XL en longitud verdadera y ABC en arista, el ángulo se mide en 5. Para el punto de penetración de la línea en el plano se determina por los métodos vistos anteriormente.

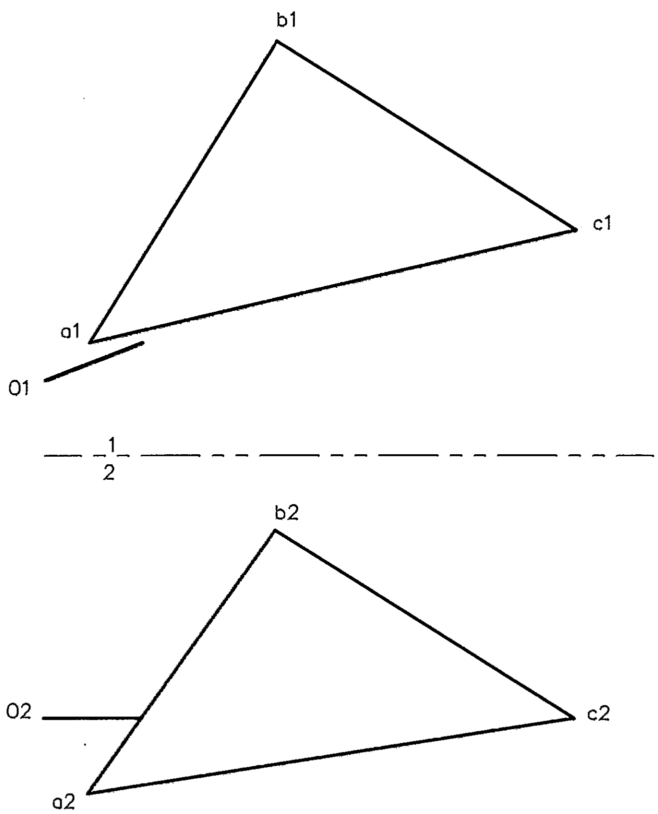
1. Hallar el ángulo entre ABC y AE. Utilice líneas de nivel y frontales.



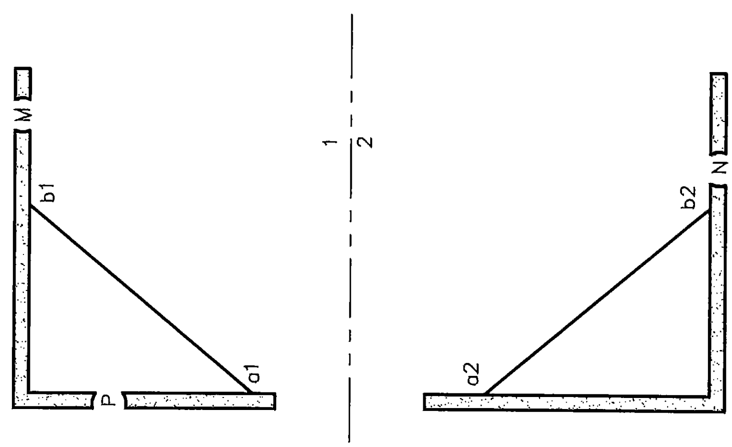
2. Qué distancia debe extenderse el túnel MN hasta encontrar la veta de mineral formada por los puntos A, B y C. Cuál es el ángulo entre el túnel y la beta ? (Sugerencia: línea de nivel en C).



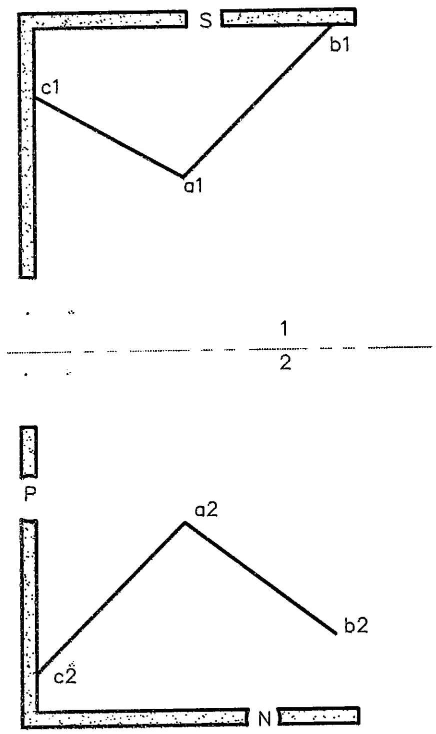
3. Utilizando **UNICAMENTE** dos vistas auxiliares, hallar el ángulo entre OS y ABC. Aplique visibilidad. (resp= 18 grados).



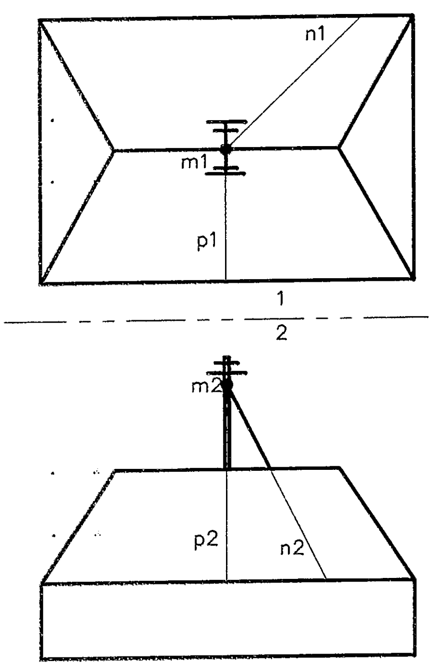
4. Hallar el ángulo entre AB y cada uno de los planos principales.



5. Hallar el ángulo que forman AB y AC con los planos P y S respectivamente.



6. La antena MT está sostenida por los cables MN y MP. La antena forma 30° con MP. Hallar los ángulos que los cables forman con los planos o techos con los que se intersectan. (Mostrar intersecciones con visibilidad).



3.0 ROTACION..REVOLUCION..GIRO

En las secciones anteriores se trataron problemas de puntos, líneas y planos con el método de **cambio de posición**, es decir las vistas se obtuvieron en el hecho de que el observador asume diferentes posiciones respecto al punto, línea o plano FIJOS en el espacio, Fig 43a. Ahora resolveremos los problemas haciendo que el observador permanezca quieto y el objeto gire hasta una posición que revele la información necesaria, fig 43b.

El movimiento del objeto debe ser preciso y definido **alrededor** de un eje fijo de rotación, para estos casos, debe ser una línea recta especificada o supuesta, antes de que el objeto empiece a girar. La rotación nos ayuda en muchos casos a la no utilización de demasiados planos de proyección y auxiliares

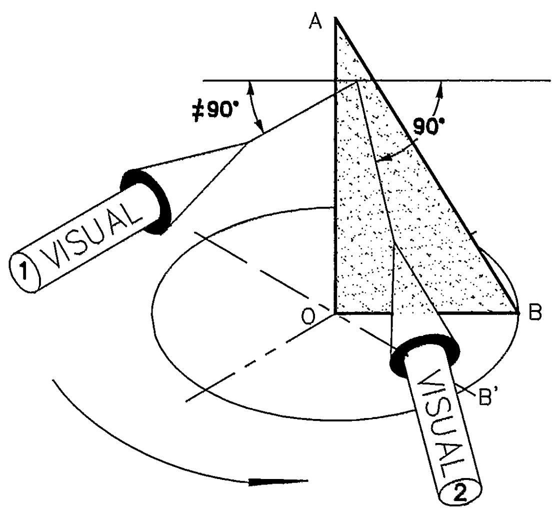


Fig 43a

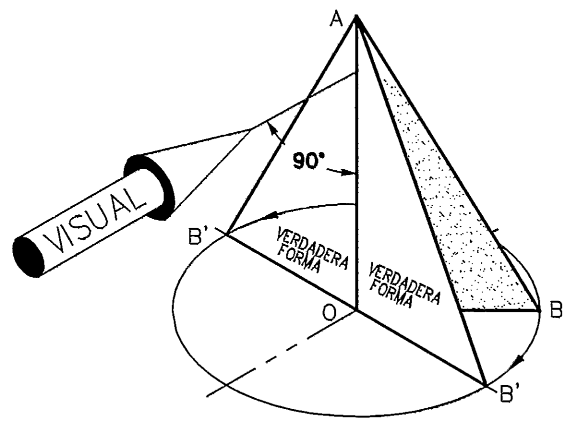


Fig 43b

En la fig 43a, el observador situado en la posición convencional de la vista de frente (1), no verá en VL. la recta AB, así que se desplaza, hasta la nueva posición en la que el plano ABO es perpendicular a la visual y verá en VL. a AB; ahora, en la fig 43b en vez de desplazarse el observador lo que se hace es rotar el plano AOB (eje AO) hasta una posición AOB' o AOB'' de tal manera que AB' y AB'' son verdaderas longitudes.

3.1 PRINCIPIOS BASICOS:

Estos principios te darán una idea clara de lo que realmente sucede en el espacio :

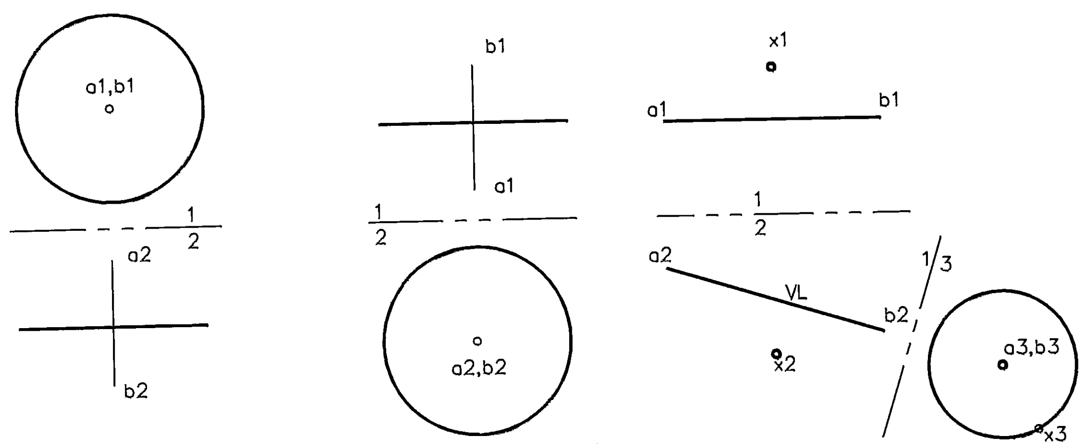
a) Un punto cuando gira en el espacio, lo hace siempre alrededor de una línea recta que hace las veces de eje, así que es necesario determinar primero cuál es el eje de rotación.

b) La trayectoria del punto en la vista en la que el eje aparece en punto, es **circular**.

c) La trayectoria del punto en la vista en la que el eje aparece en verdadera longitud, es **lineal** y perpendicular al eje.

d) Un punto gira siempre en un plano perpendicular al eje.

En la vista 44 vemos al punto X girando alrededor de ejes vertical, horizontal y frontal.
En la 44c hay vistas en la que la trayectoria es elíptica, para el caso de punto girando alrededor de línea oblicua se lleva a VL. el eje y luego se aplica el caso de la fig 44c.



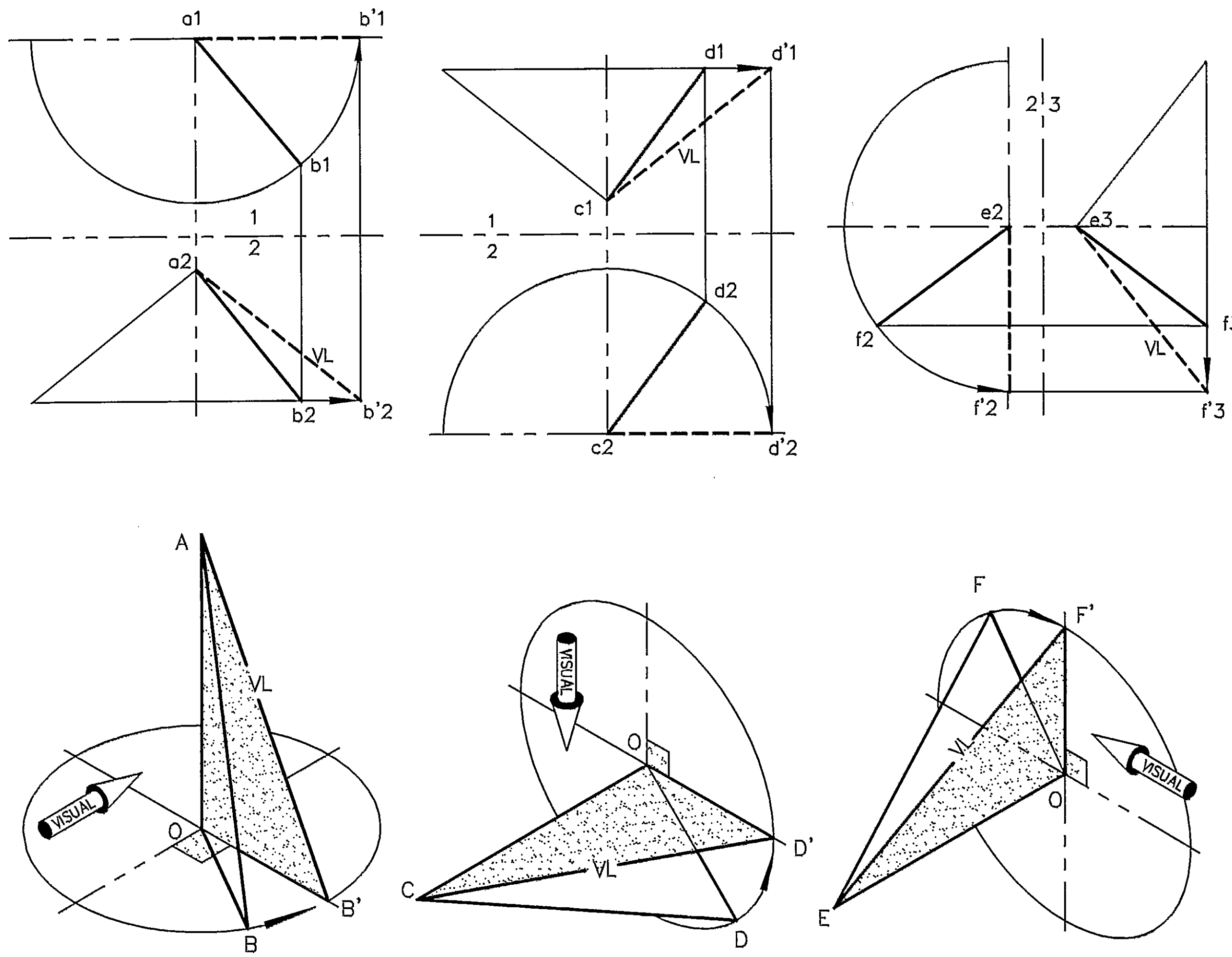
(a) (b) (c)

Fig 44

3.2 VERDADERA LONGITUD DE UNA LINEA

Si una línea situada en el espacio la giro alrededor de un eje hasta que sea paralela a un plano de proyección, aparecerá en verdadera longitud en la vista relacionada.

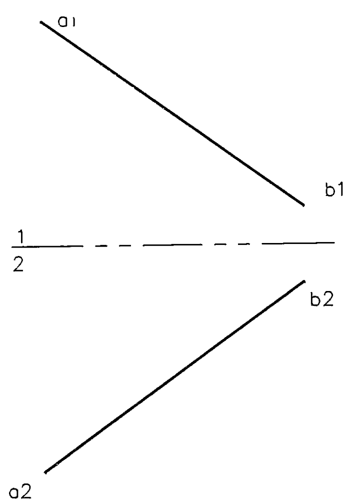
En la fig 45, vemos la línea oblicua AB girando alrededor de un eje horizontal (Fig 45b y 45c) y de un eje vertical (fig 45a), note bien el concepto de rotación para cada uno de los casos.

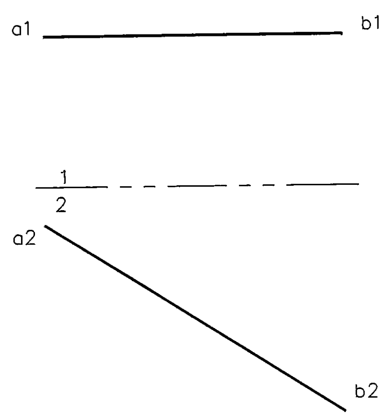


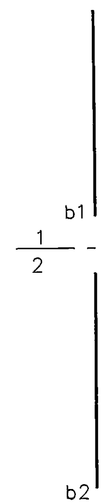
(a) (b) (c)

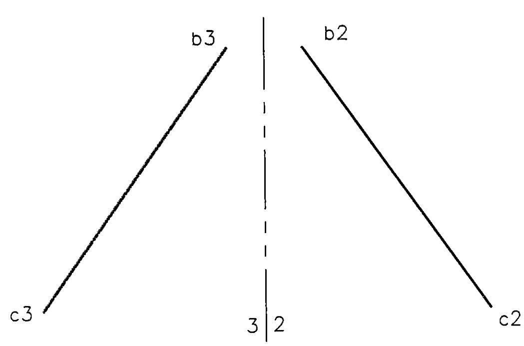
Fig 45

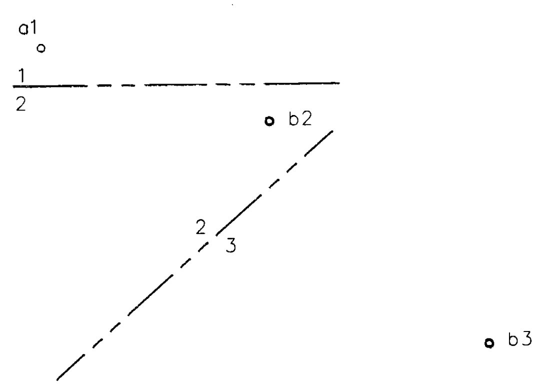
PRACTICA: para cada uno de los casos hallar por rotación la VL. y ubicar el ángulo que forma con cada uno de los planos principales. (Ver página siguiente).









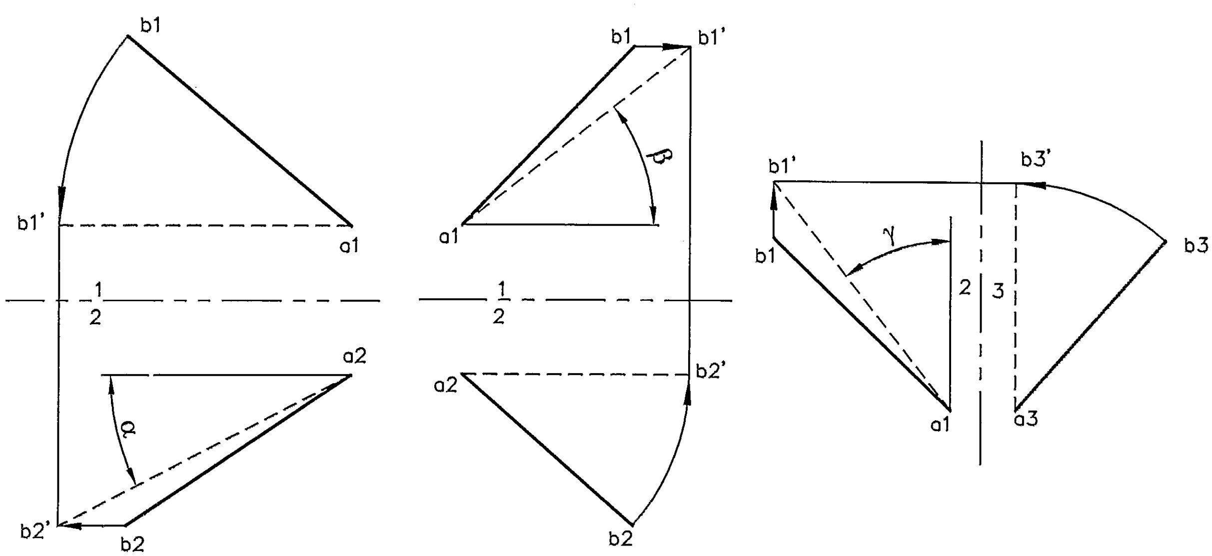


Tomar para este ejercicio VL= 4.5 cm

3.3 ANGULO ENTRE UNA LINEA Y LOS PLANOS PRINCIPALES

Debe recordarse que el ángulo entre una recta y un plano aparece en VL en una vista en la cuál el plano aparece en arista y la recta en VL.
En todas las vistas, dos planos principales aparecen en arista; por lo tanto, cuando una recta aparece en verdadera longitud en una vista principal, podrá medirse el ángulo entre la recta y uno de los planos principales.

En la fig 46, como puede verse, una línea puede rotarse en cualquier vista principal para encontrar su verdadera longitud. En la fig 46a, en la vista frontal aparece en arista el plano horizontal; en la fig 46b, el plano frontal aparece en arista en el plano horizontal y en la fig 46c el plano de perfil aparece en arista en el plano frontal.



(a) (b) (c)

α = con P. horizontal β = con P. frontal γ = con P. de perfil

Fig 46

3.4 PLANO EN ARISTA

Cuando un plano gira alrededor de un eje, todas las líneas del mismo han tenido igual desplazamiento angular; y si cualquier línea del plano, apareciese proyectada en un punto indicaría que el plano se ha proyectado en arista. En la proyección adyacente , la línea estará en longitud verdadera y será perpendicular a la línea de referencia.

Dado el plano ABC, hallar dicho plano en arista en la proyección horizontal. Fig 47

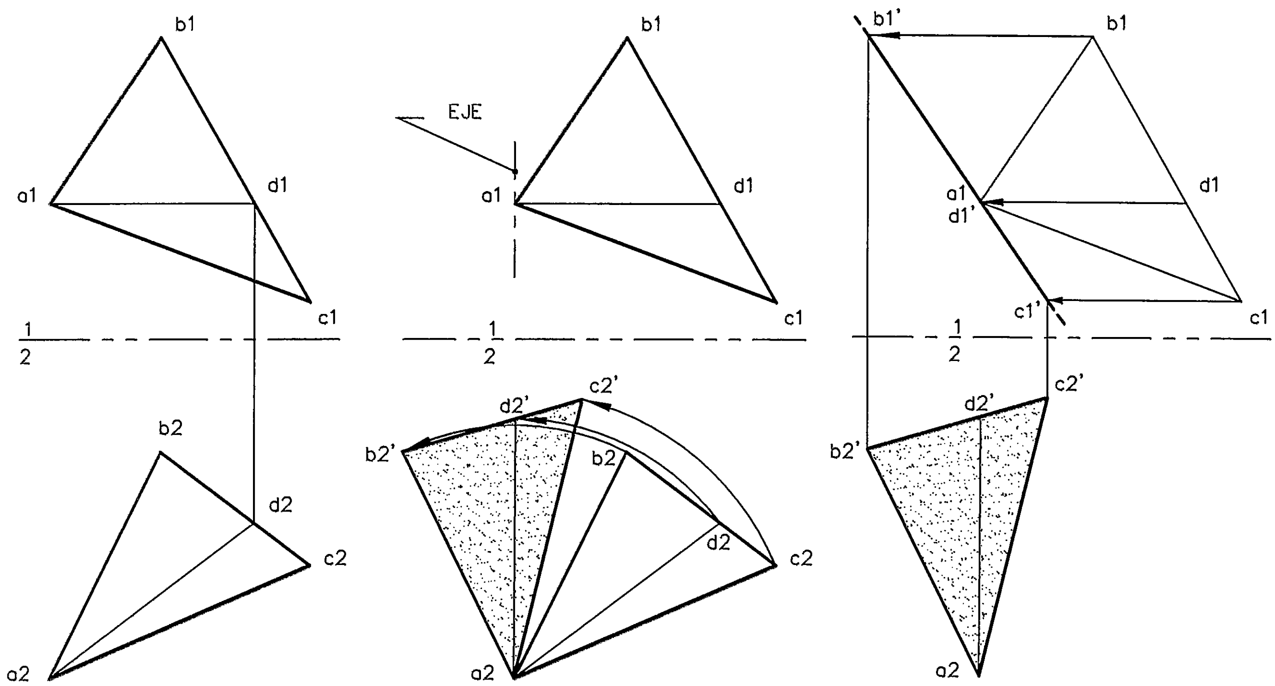
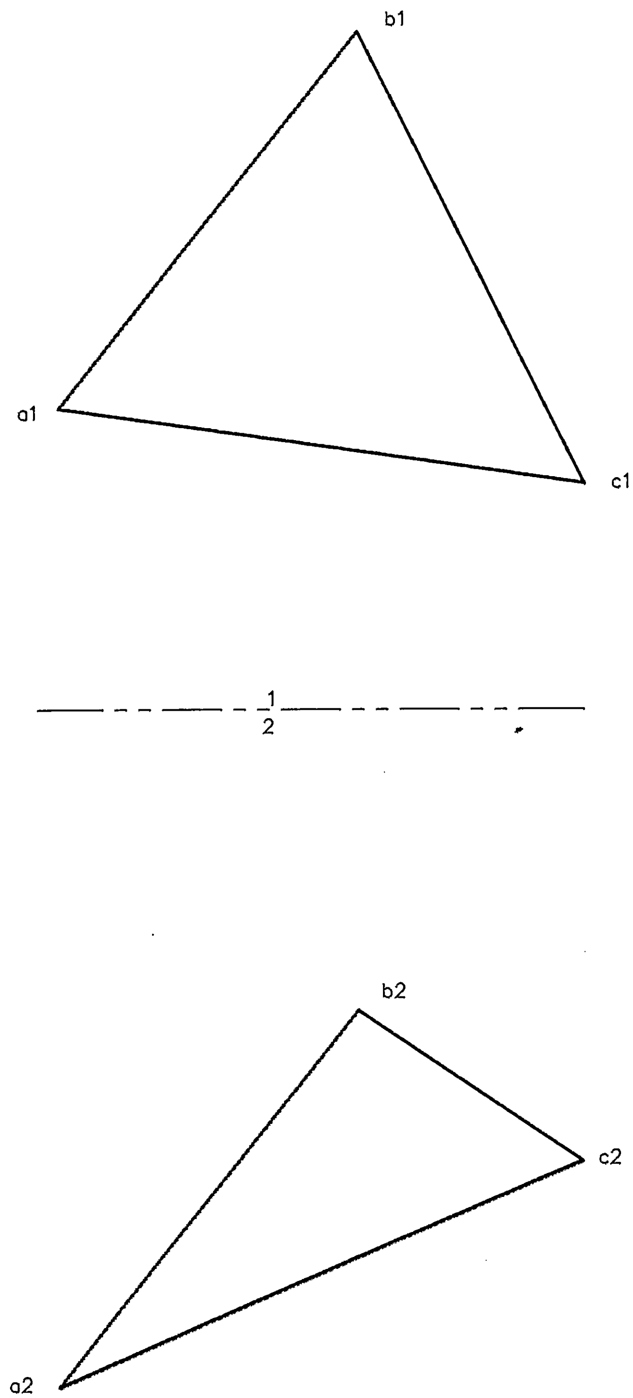


Fig 47

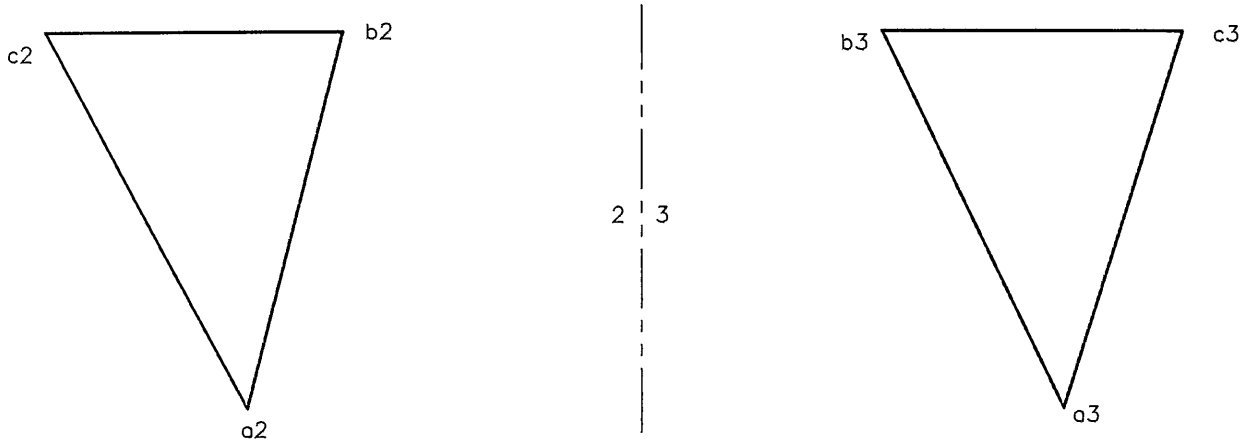
Tenga presente:

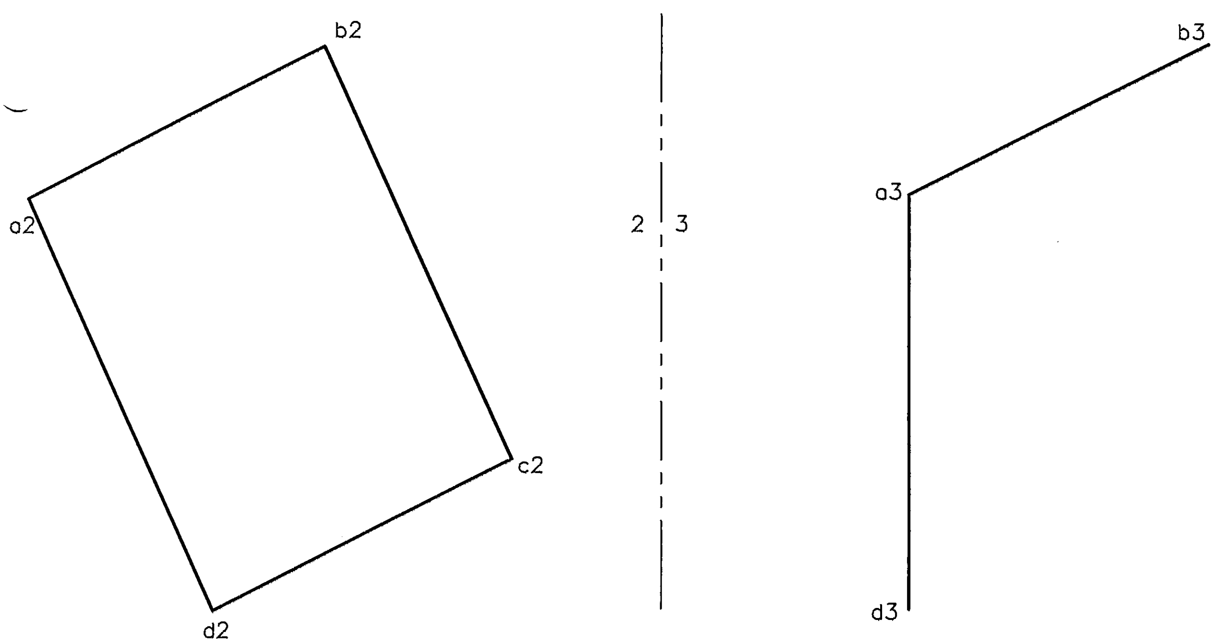
a) Suponga una línea del plano que sea VL. en la proyección adyacente (vista frontal).
b) Se supone, en esa proyección adyacente, un eje que figure como punto (por a_2 supongo un eje horizontal) y
c) girar el plano hasta que la línea en VL, se proyecte en punto, ($a_2d_2^r$ perpendicular a 1-2).

1. Mostrar el plano ABC en arista por rotación , utilizando eje vertical en C y horizontal en A.



2. Dadas vistas 2 y 3 de ABC y ABCD hallar plano en arista por rotación.





3.5 VERDADERA FORMA DE UN PLANO

Un plano se puede girar alrededor de un eje hasta que aparezca en su verdadera forma. Las condiciones para hallar la v. forma deben ser:

Primer método:

a) Se debe girar alrededor de un eje que pertenezca al plano y

b) El eje debe ser paralelo al plano de proyección sobre el cuál se va a proyectar el plano, así que, si el plano va a ser girado de tal manera que aparezca en verdadera forma en el plano horizontal tiene que tomarse como eje una línea situada en el plano, luego de determinada la localización del eje como punto y la línea en VL, aplico rotación girando cada uno de los puntos del plano hasta que el plano sea horizontal.

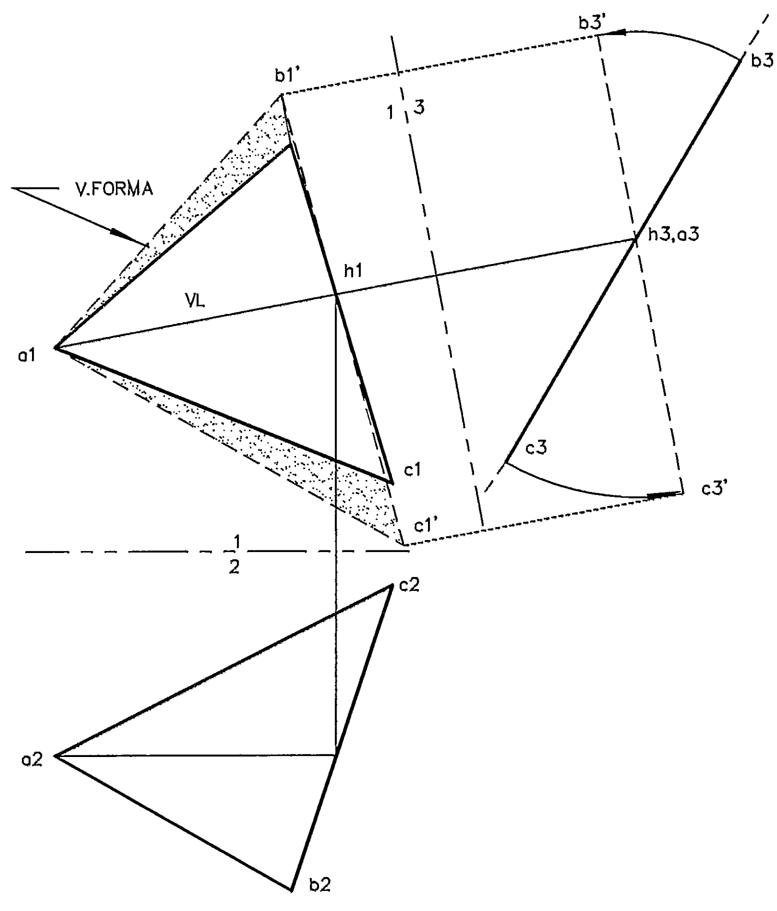


Fig 48

En la fig 48 el plano se gira hasta que sea paralelo al plano horizontal, se traza un eje horizontal AH que aparezca en VL. en la vista 1 y como punto en 3; el plano lo giro alrededor de a_3h_3 hasta que quede paralelo al plano horizontal, los puntos girados b_3^r y c_3^r se ubican en el plano 1 como b_1^r y c_1^r , definición de rotación , el plano en VF, en el plano 1 es: $a_1b_1^rc_1^r$.

Segundo método:
Otra forma de hallar la verdadera forma de un plano (Fig 49), es haciendo una segunda rotación , generalmente llamada **doble rotación**, para que el plano en arista hallado por rotación sea paralelo a la vista en arista del plano frontal (línea de giro 1-2) ; allí la línea $b_2^r c_2^r a_2$ representa el plano en arista, girar alrededor de $b_2^r d_2$ hasta que sea paralelo a 1-2 y aplica principio de rotación.

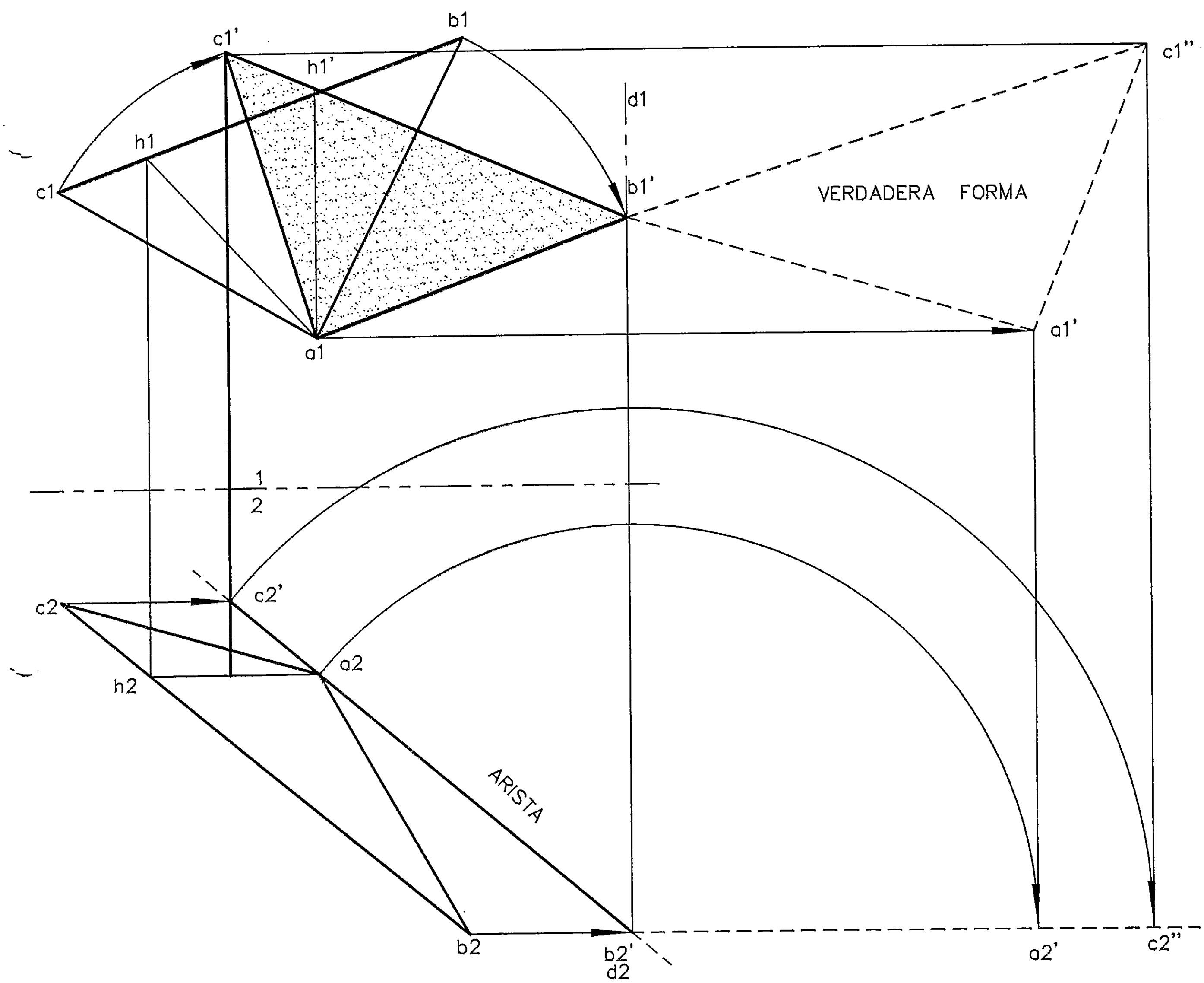
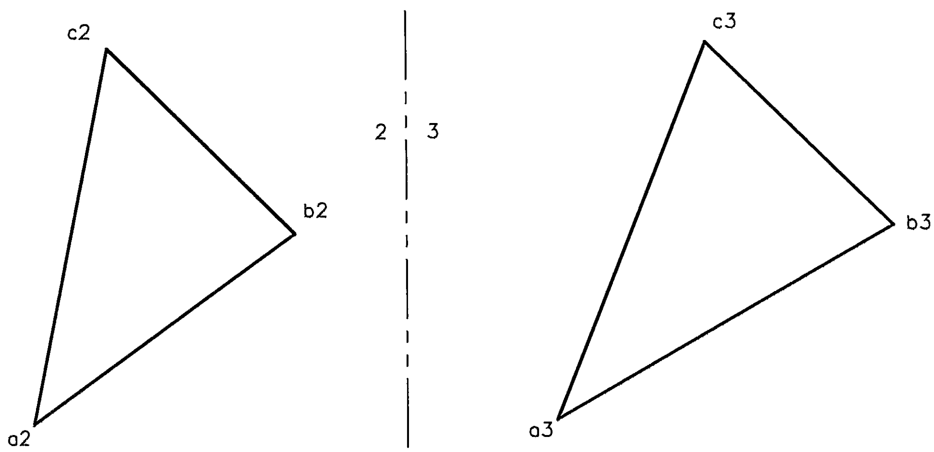
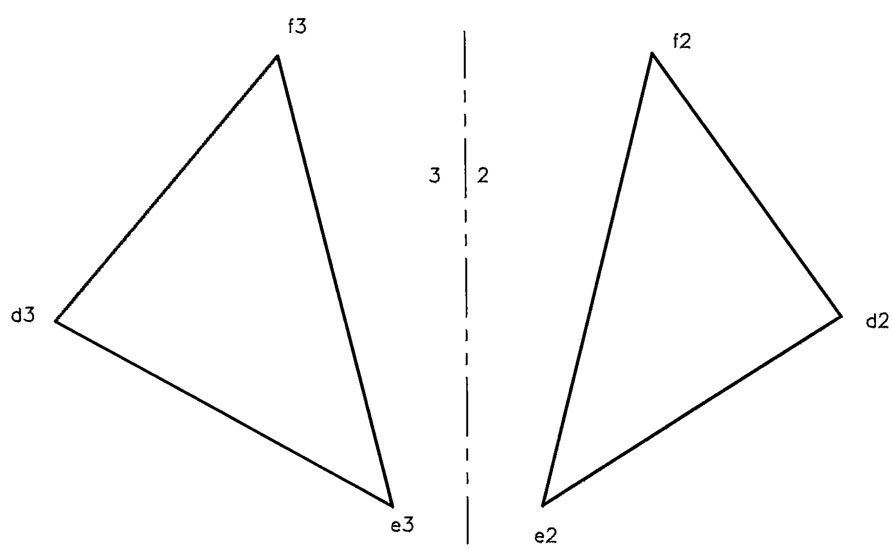


Fig 49

1. Hallar la verdadera forma del plano ABC por vista en arista y de DEF por doble rotación.





3.6 ANGULO DIEDRO

El ángulo formado por dos planos se mide por el ángulo plano determinado en los dos planos por un tercer plano perpendicular a la línea de intersección de los dos planos dados. Se determina primero la línea de intersección y luego se traza un plano perpendicular hallándose así la intersección de este tercer plano con cada uno de los planos dados. Estas dos líneas de intersección forman el ángulo plano que mide el ángulo diedro, se gira el plano de éste ángulo hasta la posición en que pueda ser visto en V. magnitud. En la Fig. 50 hallar el ángulo diedro.

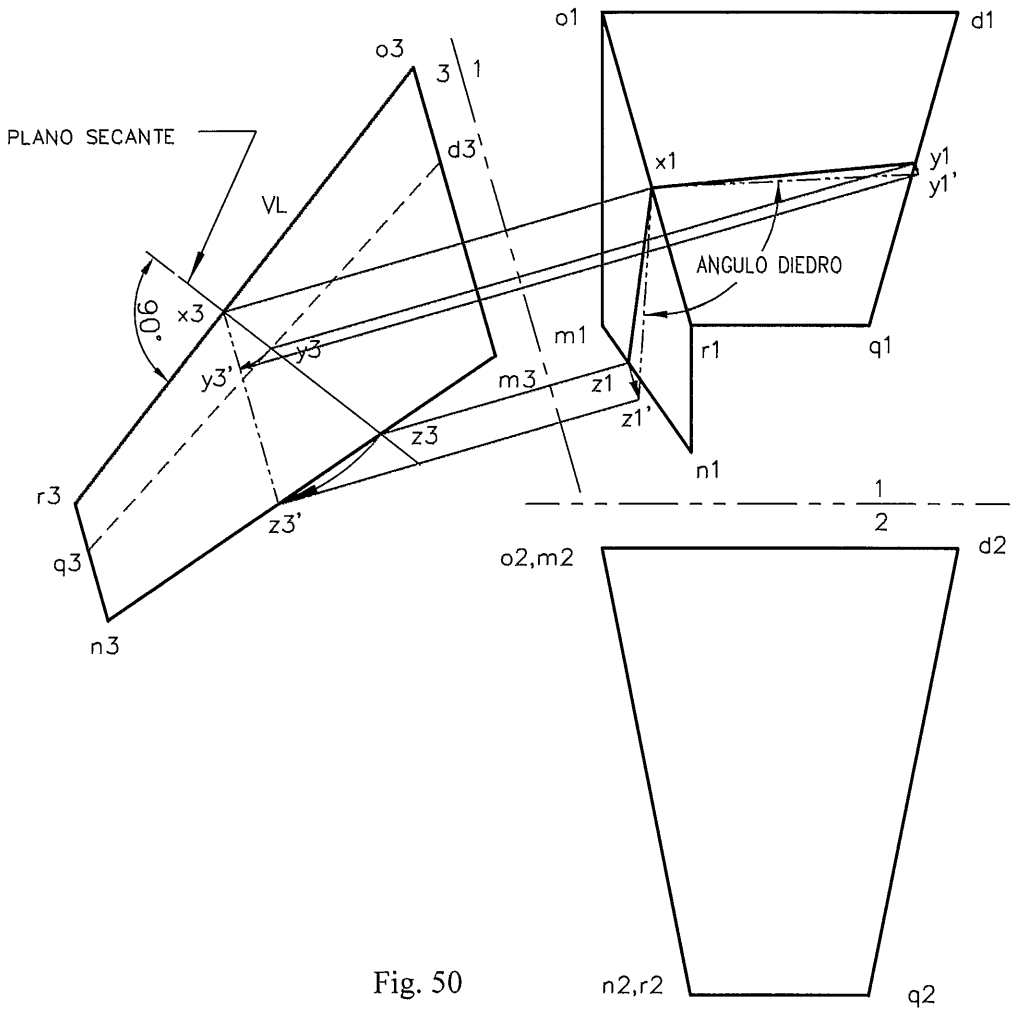
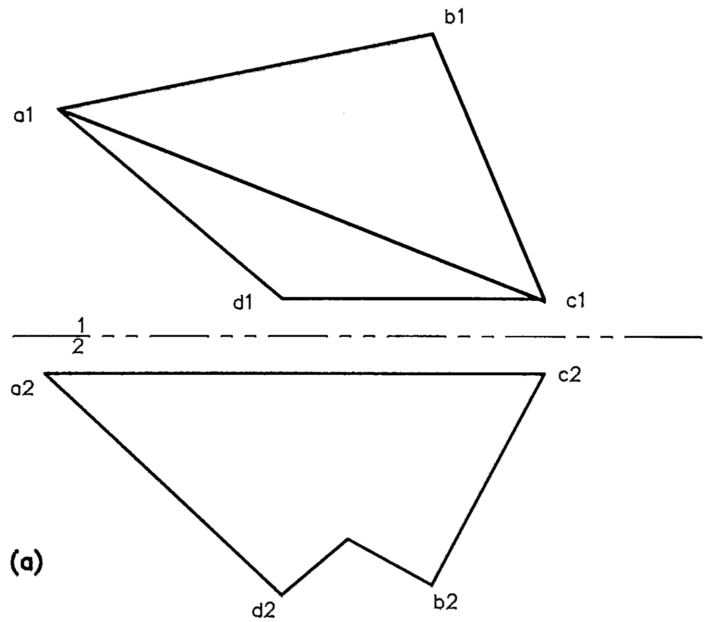


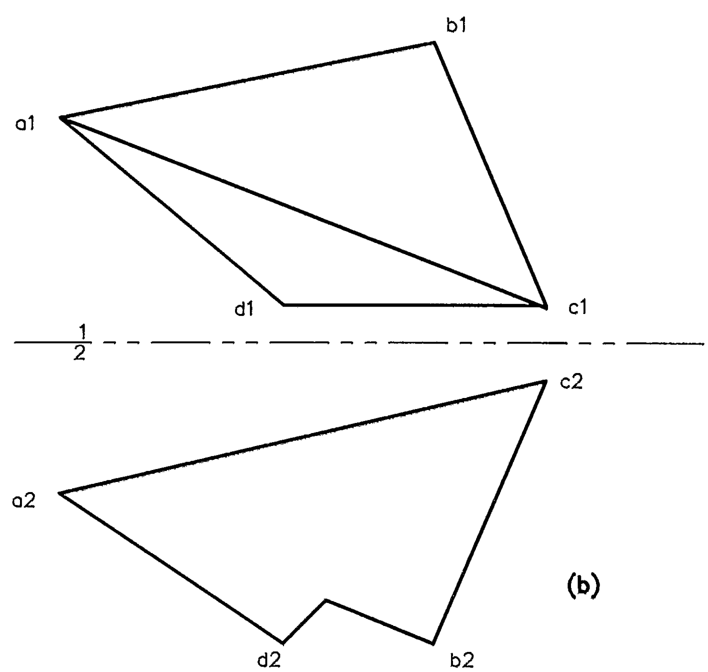
Fig. 50

La línea OR es común y por lo tanto su línea de intersección, con L. giro 1-3 se obtiene VL. de OR y allí se traza un plano secante perpendicular a OR, en cualquier punto y se ubica en 1. La verdadera magnitud del ángulo diedro se obtiene rotando dicho plano secante alrededor de una línea horizontal del plano secante hasta una posición horizontal o paralelo a 1-3, en este caso x_3 es el eje en punto y los puntos y_3^r y z_3^r son los girados y $z_1^r x_1 y_1^r$ es el valor del ángulo diedro.

1. Encuentre el ángulo diedro entre los planos ABC y ADC (Para el caso (a) utilice plano secante y para el caso (b) por doble rotación.)

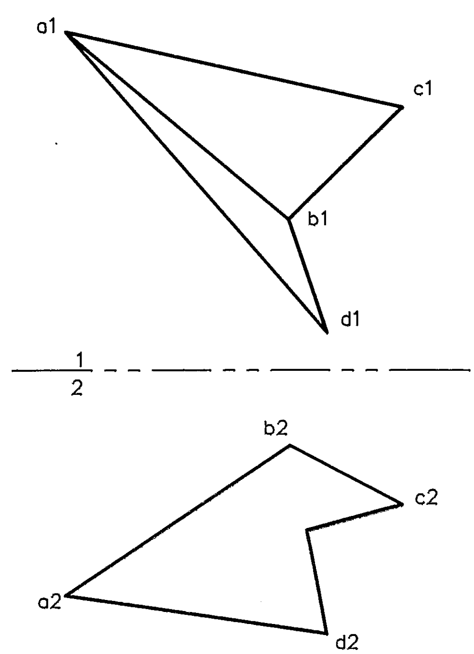


(a)



(b)

2. Girar ABD un ángulo tal que lo haga coincidir con el plano ABC. Indicar la nueva posición en todas las vistas. (Sugerencia: hallar primero el ángulo diedro).



3.7 ANGULO ENTRE LINEA Y PLANO

Para hallar el ángulo entre una línea y un plano la línea se debe **girar alrededor de un eje perpendicular al plano en V. Forma;(si se gira alrededor de otro eje no se mostrará el ángulo pedido)**. Se traza una vista de la línea y de el plano en verdadera forma., en esta vista el eje aparece en punto y se gira la línea alrededor del eje hasta obtener la línea en verdadera longitud de la línea en la vista en la cuál el plano aparece en arista.

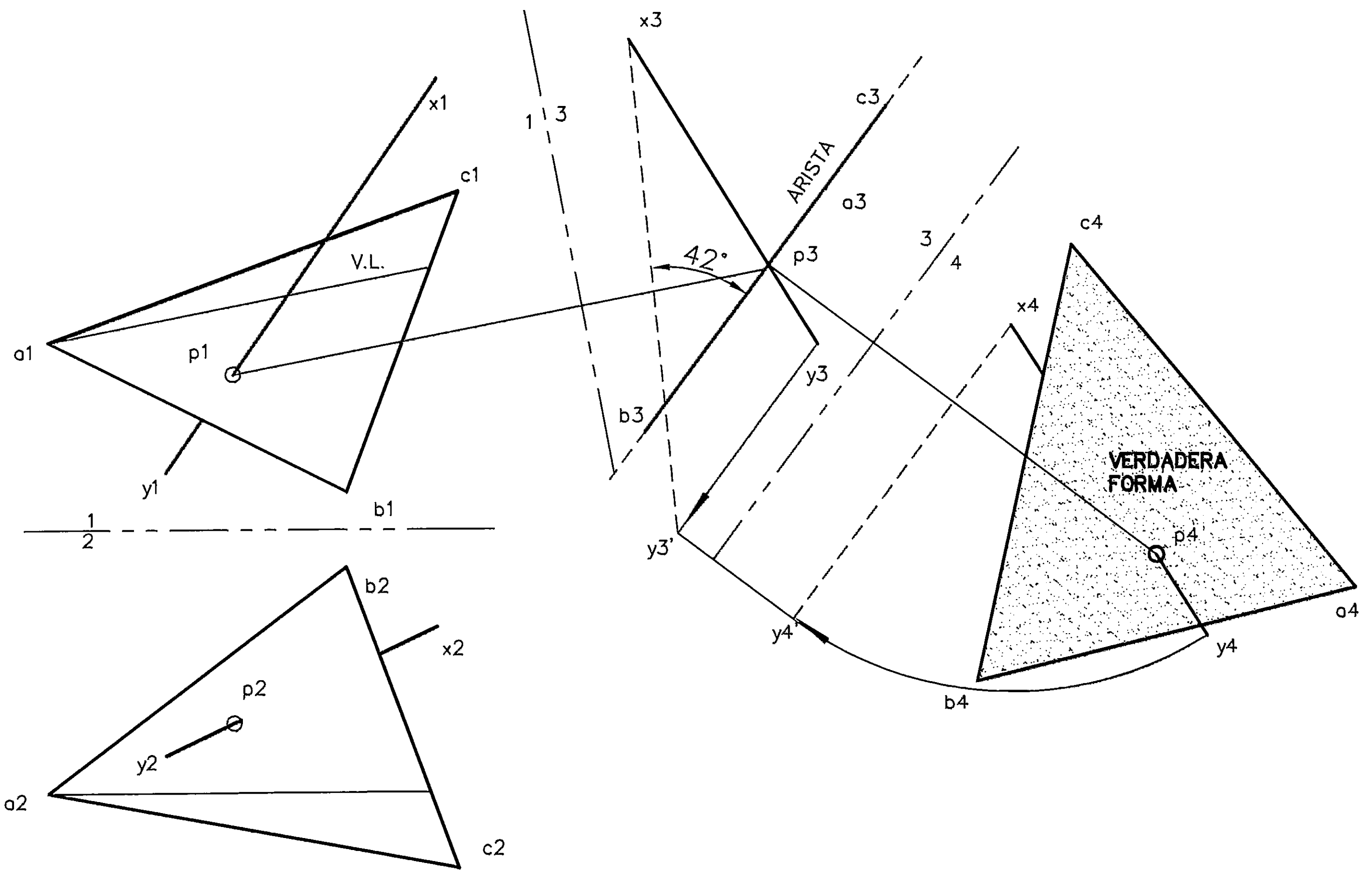
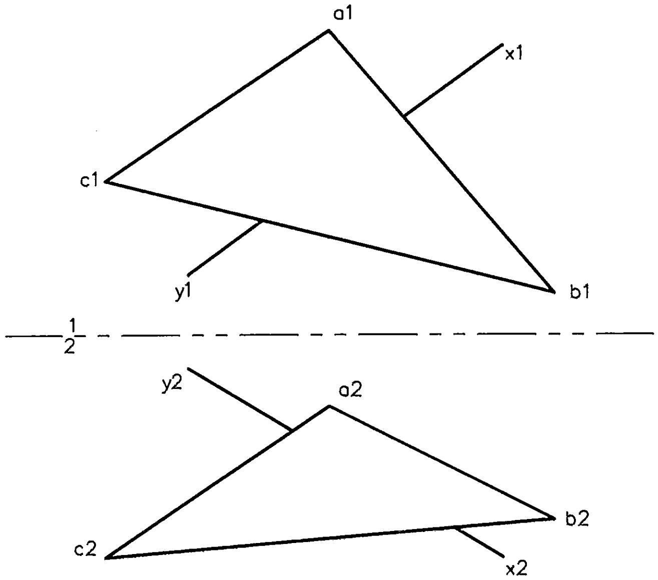


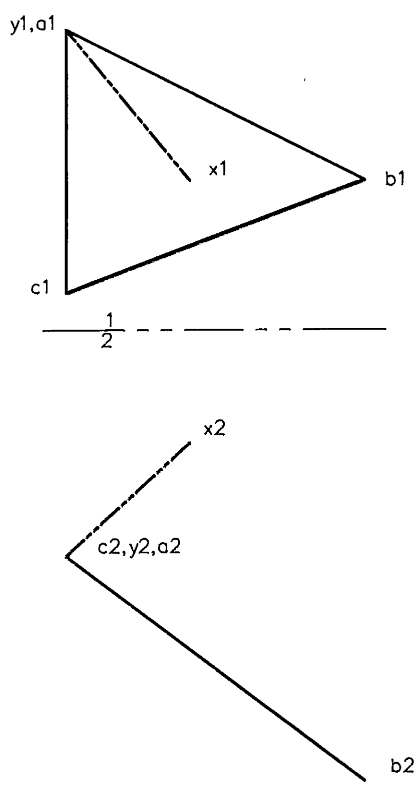
Fig. 51

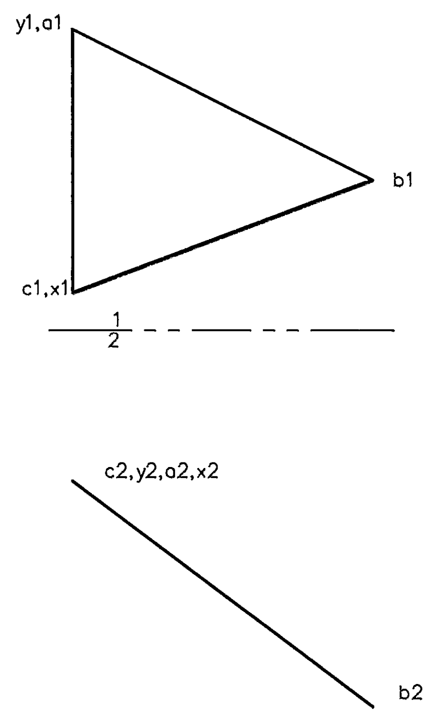
En la figura 51 se muestra el plano ABC y la línea XY, para obtener el ángulo se procede así:

Obtener plano en arista y con línea de giro 3-4 paralela a dicho plano resulta en la vista 4 el plano en verdadera forma (no es necesario dibujarlo) y la línea x_4y_4 ; girar la línea alrededor de x_4 hasta que quede paralela a 3-4 para así obtener la verdadera longitud en la vista 3 donde se puede medir el ángulo diedro.

1. Para cada uno de los casos encontrar por rotación el ángulo entre el plano y la línea. VISIBILIDAD.







3.8 ROTACION DE UN PUNTO ALREDEDOR DE UN EJE

En la Fig. 52a se muestra AB y el punto O, **Se pide rotar el punto O hasta la parte más elevada** . Con líneas de giro 2-3 y 3-4 se obtienen las vistas principales de rotación (verdadera longitud y en punto) Fig. 52b: con radio $a_4b_4o_4$ trazar trayectoria de rotación del punto. Ubicar el punto más elevado en la vista 2, Fig. 52c, denominándose AE (ARRIBA) y se ubica en 3 y 4, así que el punto en que la recta corta la trayectoria circular del punto es la posición pedida, (este proceso pudo haberse hecho a partir de 1); observamos la trayectoria del punto en forma elíptica en vistas 1 y 2.

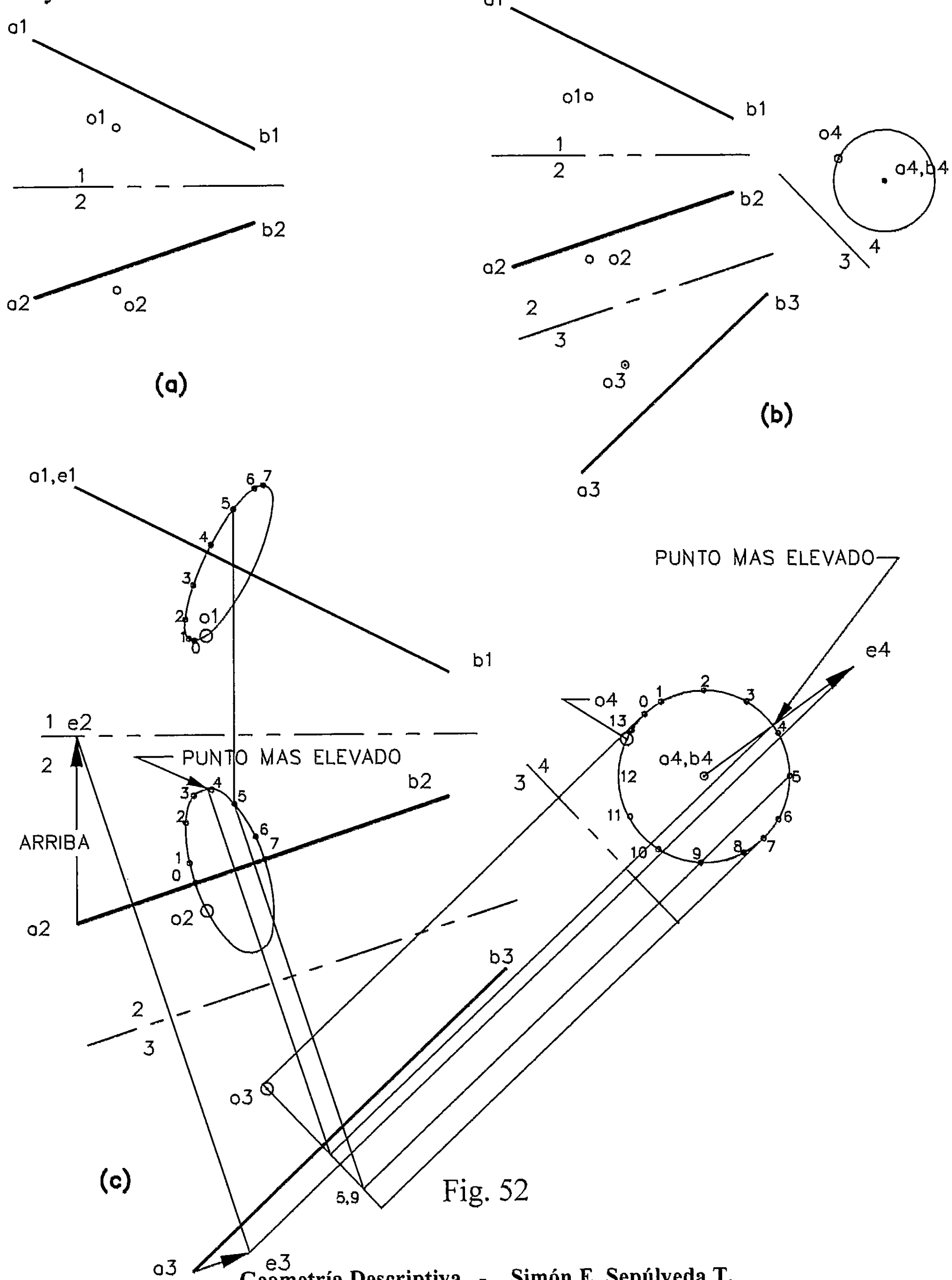
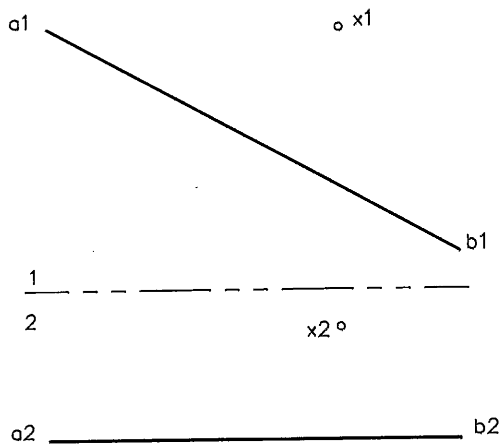
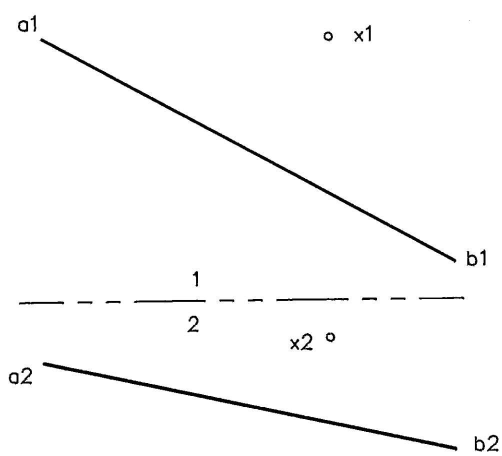


Fig. 52

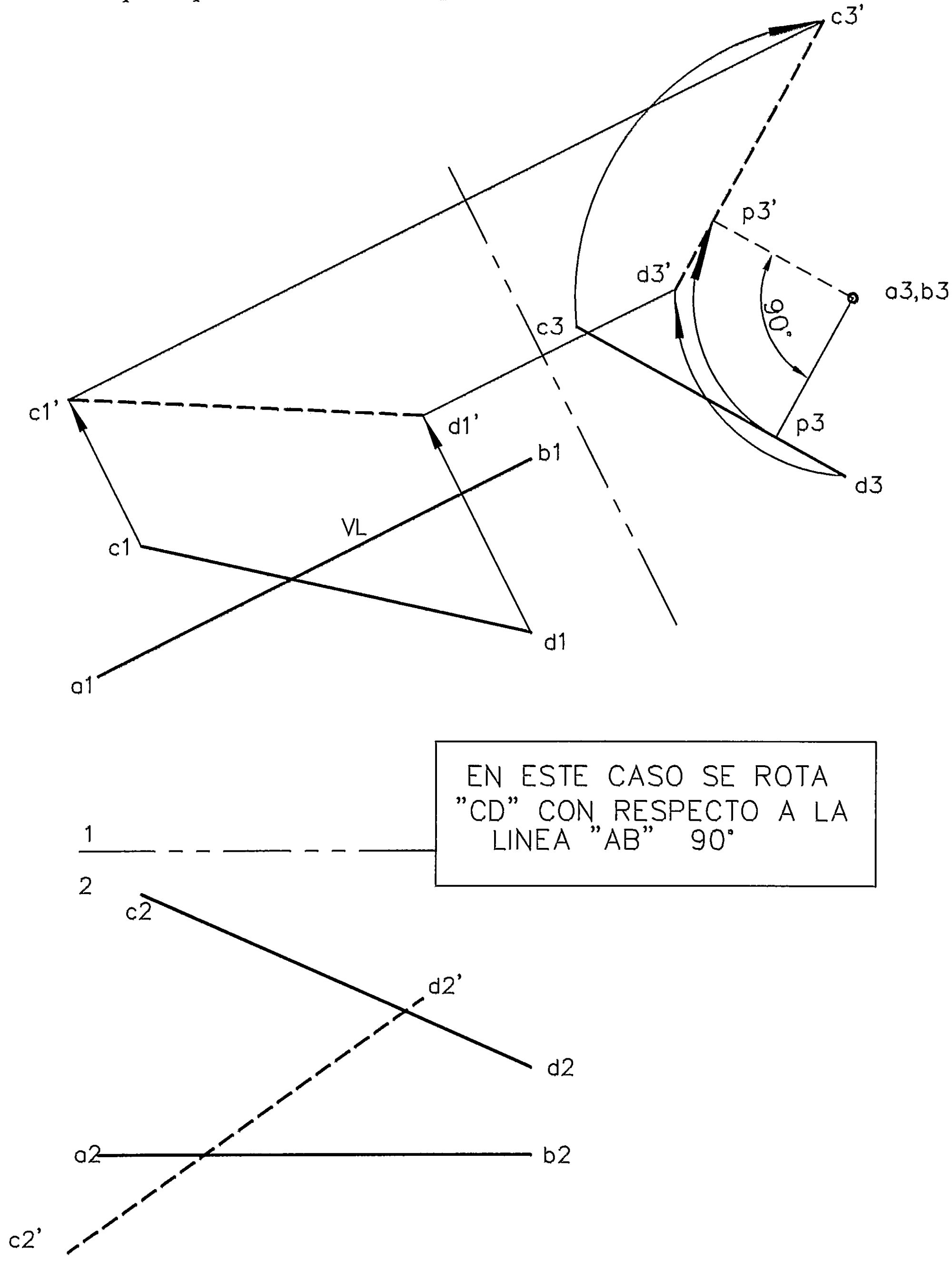
1 Rotar el punto hasta las posiciones : más alta y más baja.
2 Rotar el punto hasta las posiciones más adelante y más atrás. Mostrar todas las vistas.



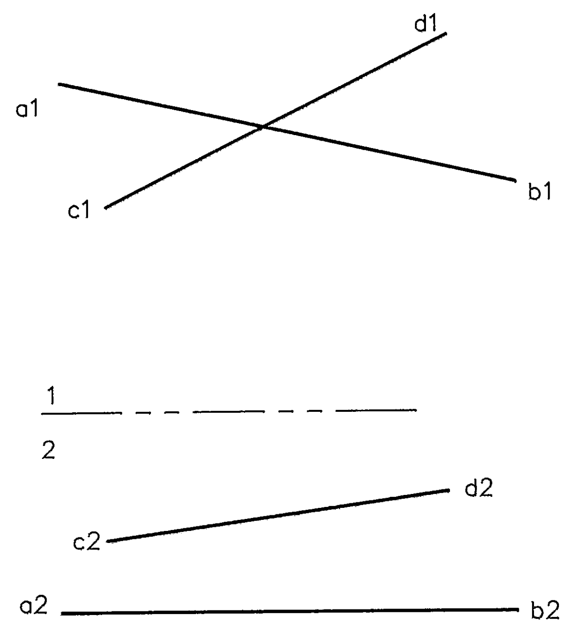


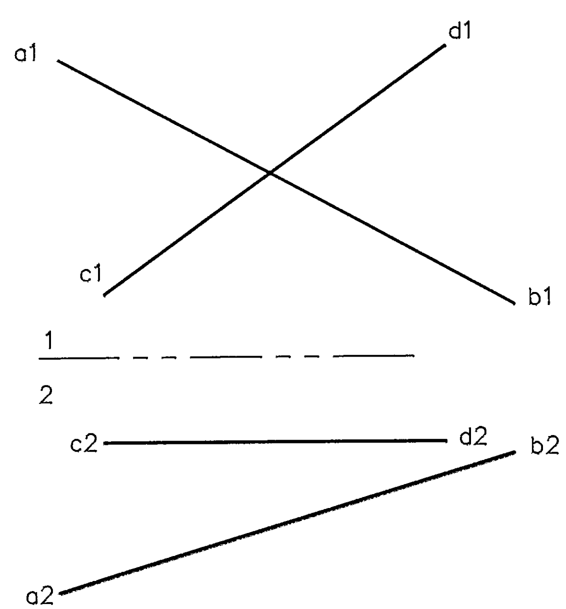
3.9 ROTACION DE UNA LINEA RECTA ALREDEDOR DE UN EJE

Una recta CD puede girar alrededor de un eje AB como vemos en la Fig. 53. Si la recta utilizada como eje aparece en punto; con radio $a_3b_3p_3$ se traza círculo tangente a CD y se rota cada extremo de CD el número de grados pedido , de esta forma se puede trazar la nueva posición $c_3^rd_3^r$; en la vista 1 la proyección $c_1^rd_1^r$ se obtiene aplicando el principio de rotación. Las parabólicas es un ejemplo para este caso.



1. Rotar CD alrededor de AB en sentido horario 90°. Mostrar todas las vistas.





3.10 ROTACION DE UN PRISMA ALREDEDOR DE UN EJE.

Se pide rotar la sección transversal de un prisma alrededor de un eje tal que dos de las caras sean verticales.
En la fig 54a se muestra el eje del prisma recto y la sección transversal, en la fig 54b el eje en punto y allí se traza una circunferencia con diámetro igual al lado de la sección transversal y una línea guía vertical (*), en la fig 54c se traza la sección transversal y se proyecta a las demás vistas teniendo presente que dos de los lados deben ser paralelos a la línea vertical, luego trazar los lados del prisma por las esquinas de la sección transversal paralelos al eje y aplicar visibilidad .

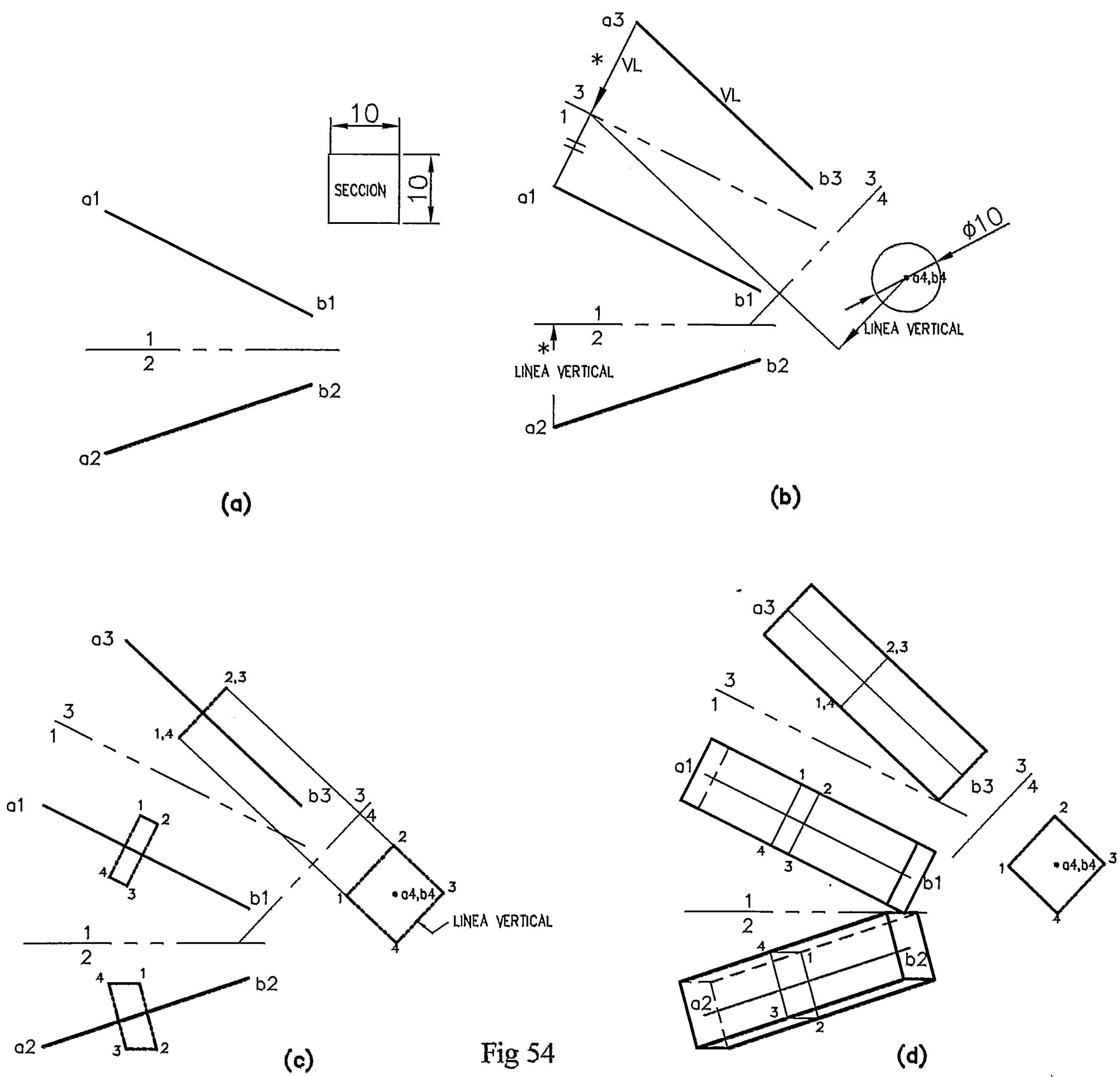
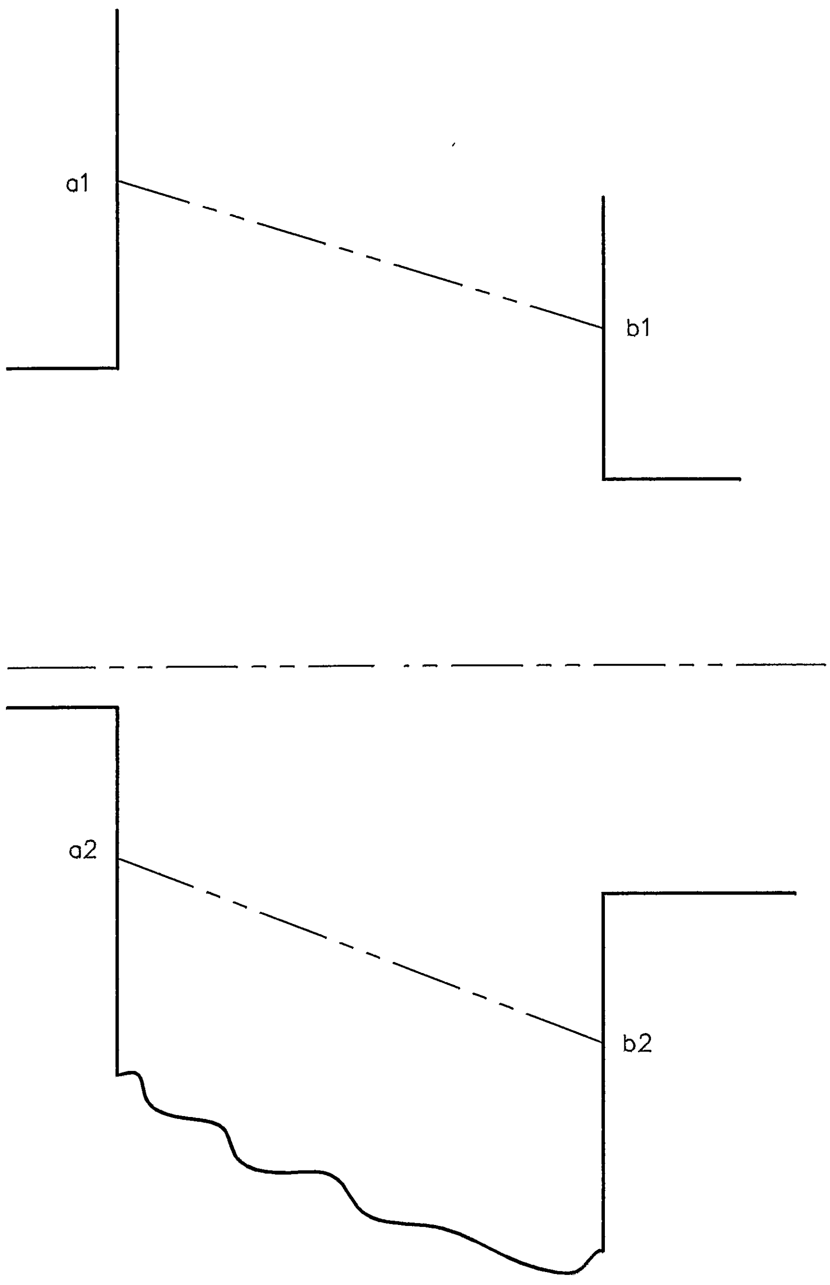


Fig 54

1. AB es el eje de un conducto de sección cuadrada de 1 metro de lado, rotar la sección cuadrada hasta que dos de los lados de la sección sean verticales. E=1:50.



4.0 INTERSECCION DE SUPERFICIES.

El movimiento de un punto engendra una línea recta o curva; así de la misma forma el movimiento de una línea recta o curva engendra:

a) Superficies regladas.. poliedros= prismas, pirámides
superficies de simple curvatura= cono, cilindro.
alabeadas.

b) Superficies de simple curvatura .. superf. revolución y sup. evolución.

Consideremos superficies como algo sustantivo que aunque tenga espesor sea despreciable, para fines prácticos consideraremos superficies a : tuberías, tolvas, ductos, etc.

4.1 INTERSECCION LINEA CON POLIEDRO.

Antes de estudiar estos casos, repasar la sección 20. En las Fig. 55a y 55b vemos la línea MN intersecando los poliedros.

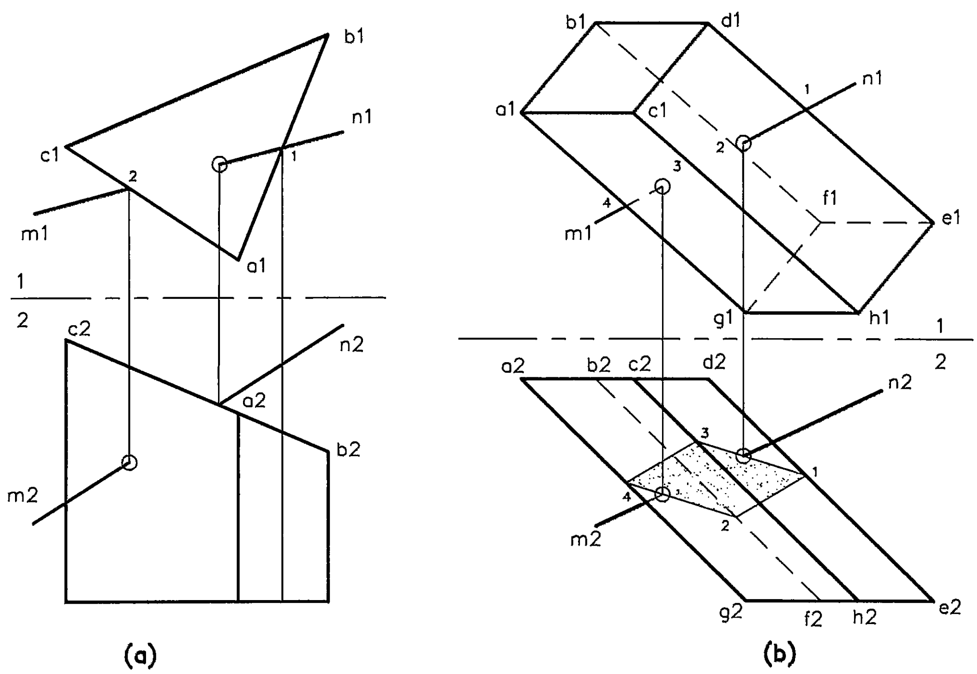
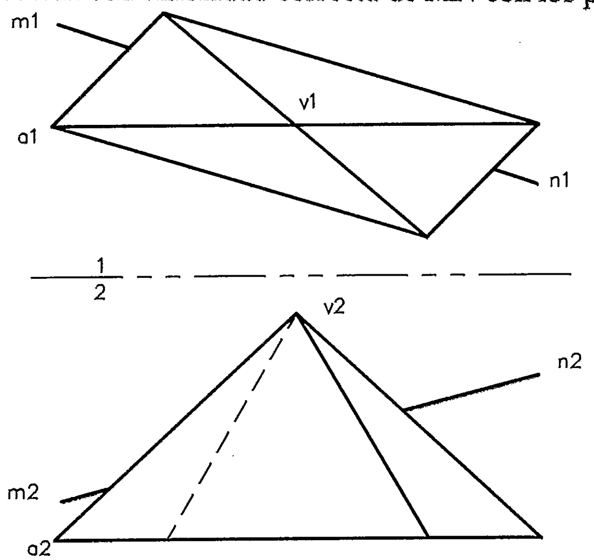
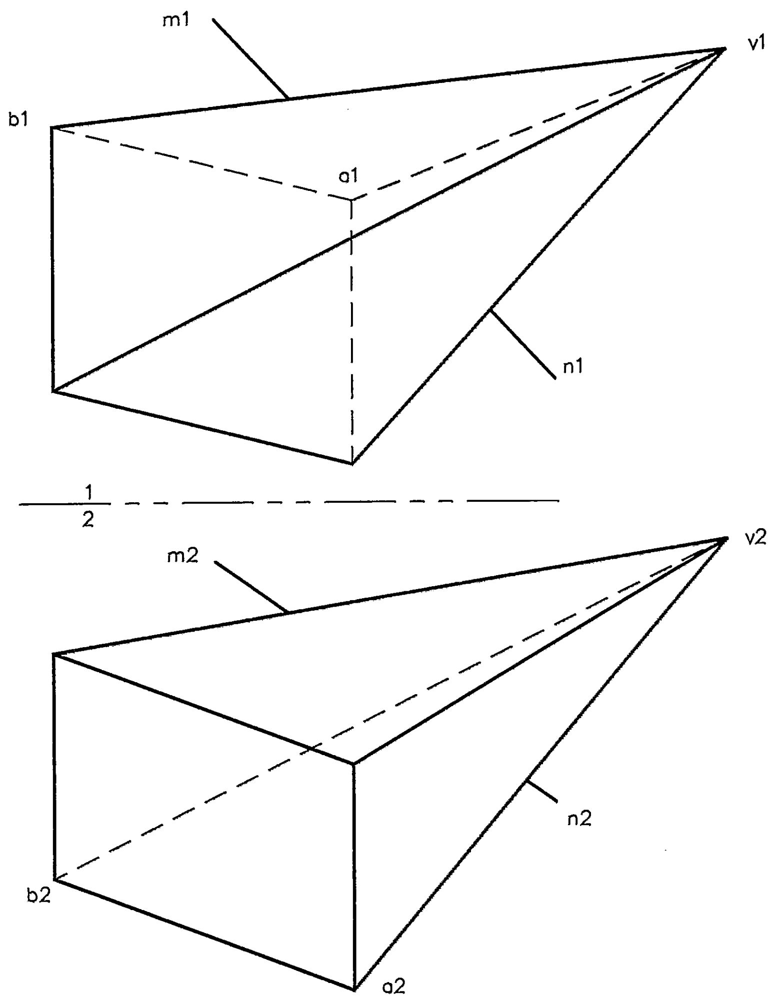


Fig. 55

Si una línea pasa a través de un poliedro cortará a su superficie en dos puntos. Supóngase un plano cortante que pase por la línea originando en el poliedro un corte de sección plana, por lo tanto en esta sección se encuentran los dos puntos. Para la Fig. 55b, suponer MN contenido en un PP.vertical, corta las aristas en los puntos 1,2,3,4, figurando la sección plana en la vista 2, cortando la línea MN en los puntos xy pedidos. Aplicando visibilidad se obtiene la intersección correcta.

1. Hallar la intersección con visibilidad correcta de MN con los poliedros dados.





4.2 INTERSECCION DE PLANO CON POLIEDRO.

Para este caso utilicemos los métodos vistos, planos proyectantes o el de la vista auxiliar en la que el plano se ve como arista.

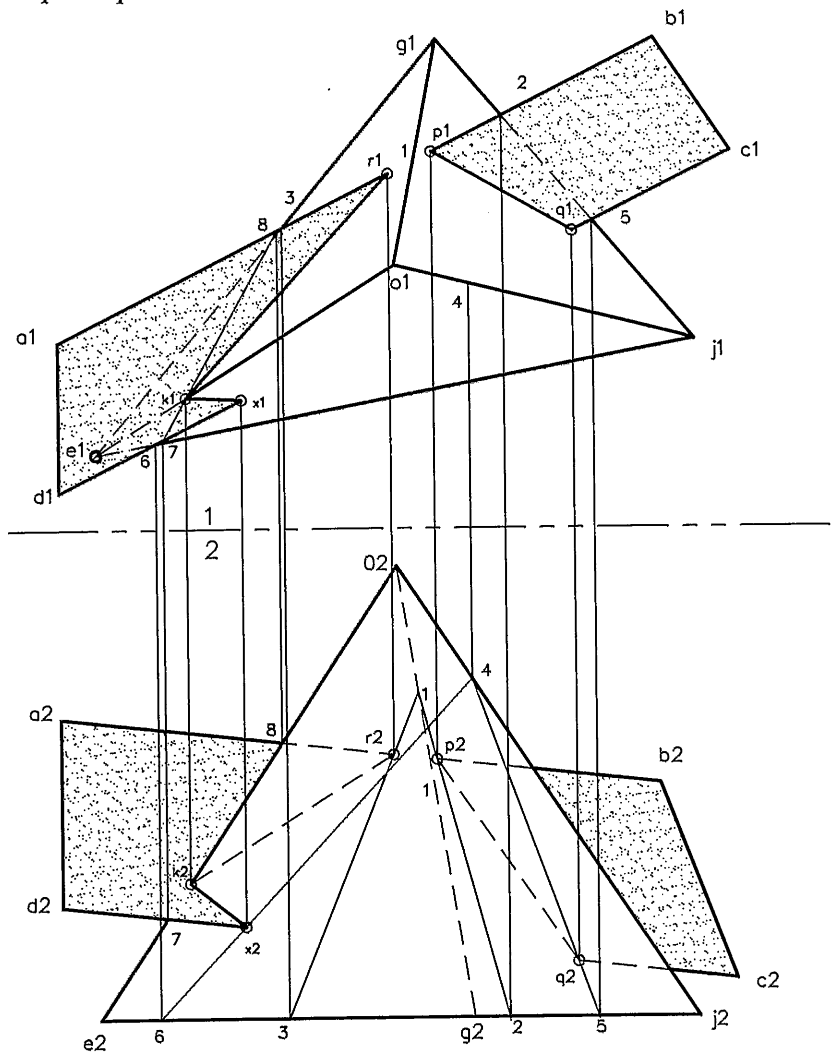
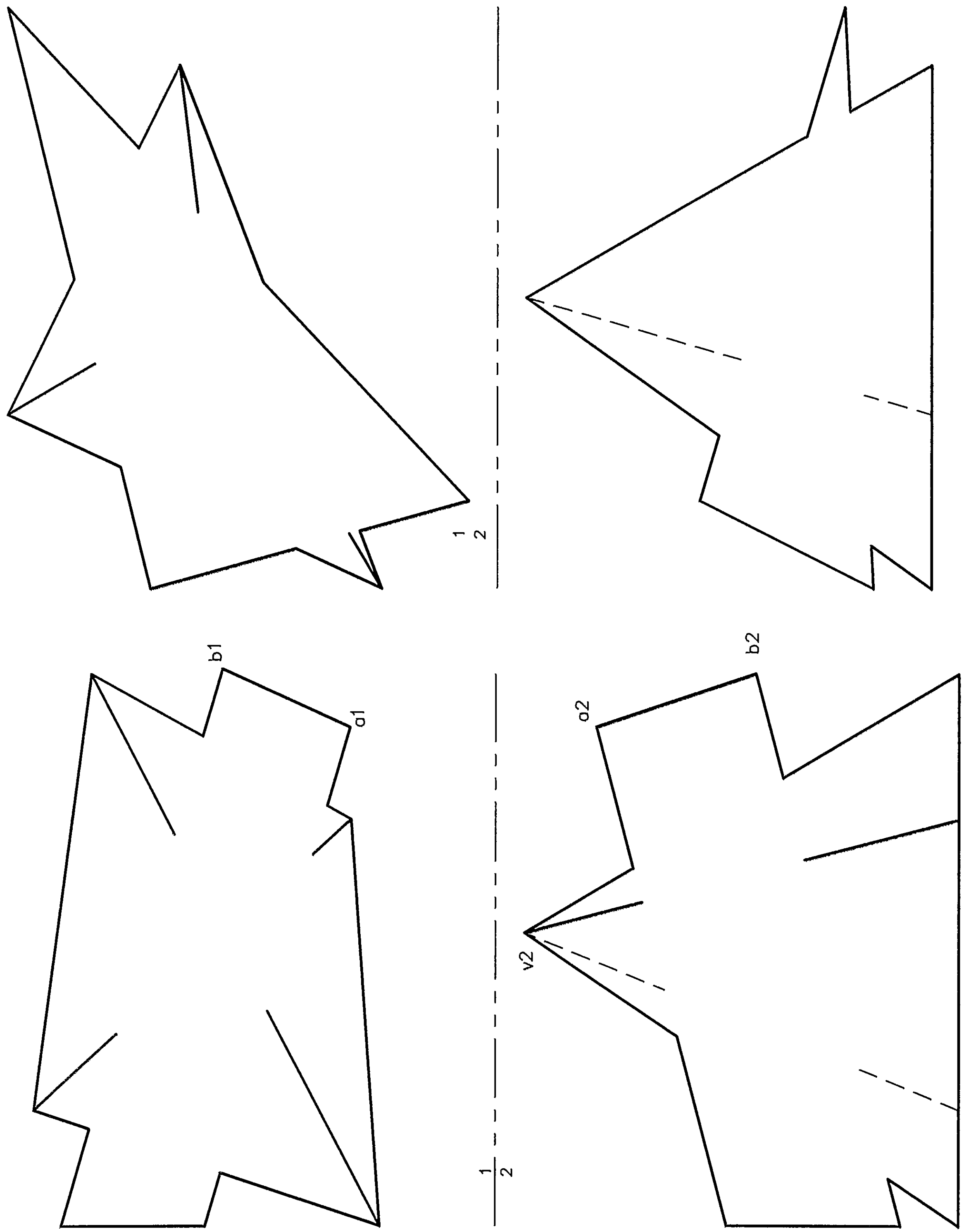


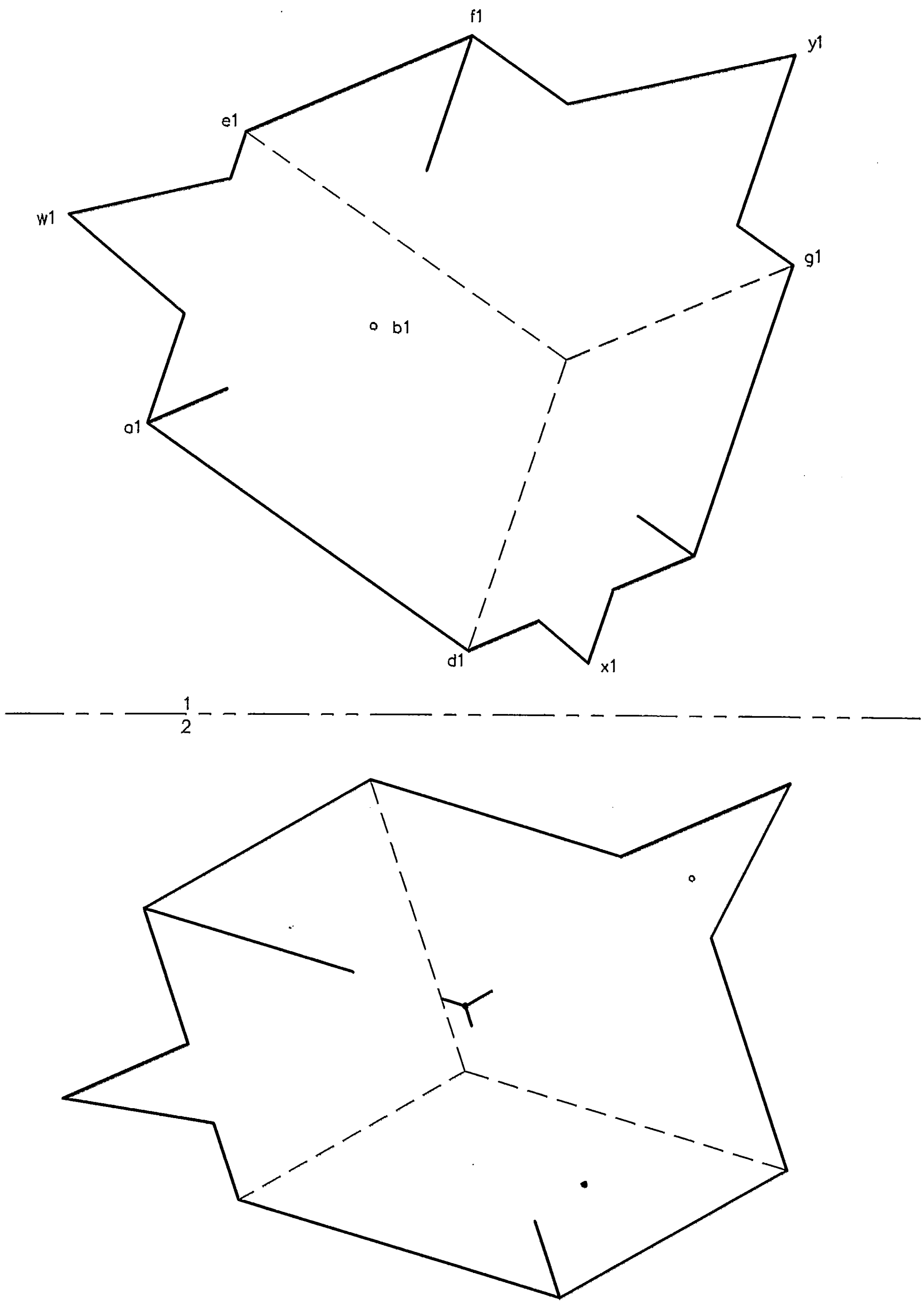
Fig 56

En la fig 56, AB corta a la pirámide en 1,2,3 y a CD en 4,5,6. Con PP.vertical ubicar en la vista 2 ,se halla p_2 , q_2 , r_2, s_2. Para el punto p_2 se procede así: b_1a_1 corta a g_1j_1 en 2, a g_1o_1 en 1 y a g_1e_1 en 3. Dichos puntos, 1,2,3 se ubican en la vista 2 sobre cada arista de la pirámide así: sobre g_2j_2 está 2 y sobre g_2o_2 está 1, se unen los puntos 1 y 2 y el cruce de esta línea con a_2b_2 determina p_2. Proceda de igual manera para los otros puntos y aplique visibilidad, se puede aplicar el método de la vista auxiliar mostrando el plano en arista. Ahora, o_2c_2 corta a ABCD en 8 y 7; se ubican en el plano 1 sobre AB y CD, se unen y se obtiene k_1 en o_1e_1 y k_2 por alineamiento.

1. Hallar intersecciones con visibilidad. Aplicar métodos de las dos vistas y aparte el de la vista auxiliar.



2. Mediante método plano cortante hallar la intersección.



4.2.1 SUPERFICIES DE SIMPLE CURVATURA

CILINDRO : engendrado por una línea que se mueve alrededor de otra línea permaneciendo siempre paralelo a ésta. Generalmente se considera que es una superficie cerrada lo que significa que la generatriz vuelve al punto de partida. En la práctica la mayoría de los cilindros son redondos (tanques, tubos...).
Si dos vistas de un cilindro están relacionadas y una de ellas es la vista de V.L. las generatrices extremas de una de las vistas estarán sobre la línea de centros en la otra vista. Un cilindro de revolución es aquel que tiene la anchura igual a su diámetro en todas las vistas (cilindro recto).

CONO : Engendrado por una generatriz rectilínea que se mueve alrededor de una directriz rectilínea a la cual corta, el ángulo entre ellas puede variar. Un cono de revolución es un caso especial cuando la generatriz gira alrededor del eje con ángulo constante, y se ve en engranajes, cojinetes de rodillos, así que conos diferentes o distintos a los de revolución están en reducciones de tubería.

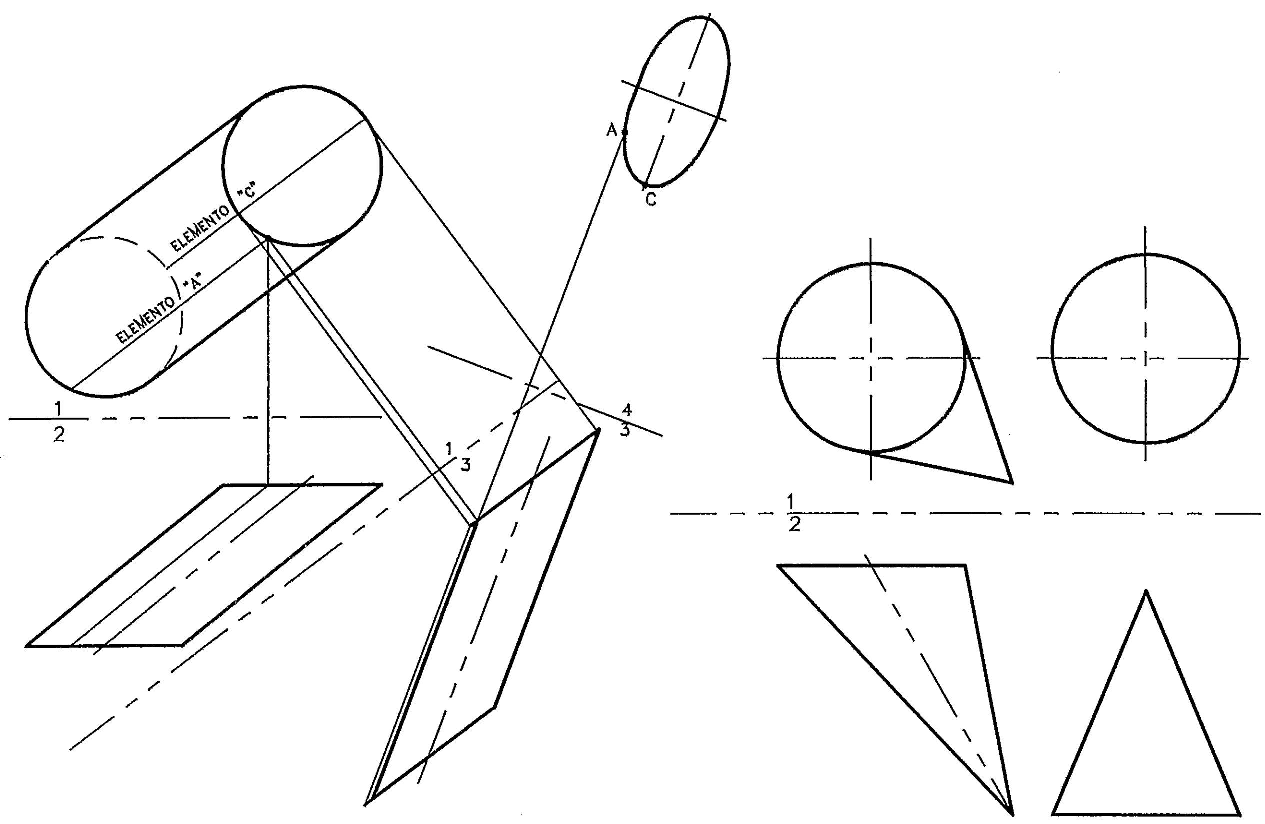


Fig 57

En la fig 57 se muestran diferentes representaciones de conos y cilindros.

4.3 INTERSECCION DE LINEA CON CILINDRO

Se tiene en la fig 58a un cilindro circular recto, dibuje una vista en la que el eje del cilindro se muestre en punto, mostrar en esa vista la línea y así la localización de los puntos de intersección será obvia.

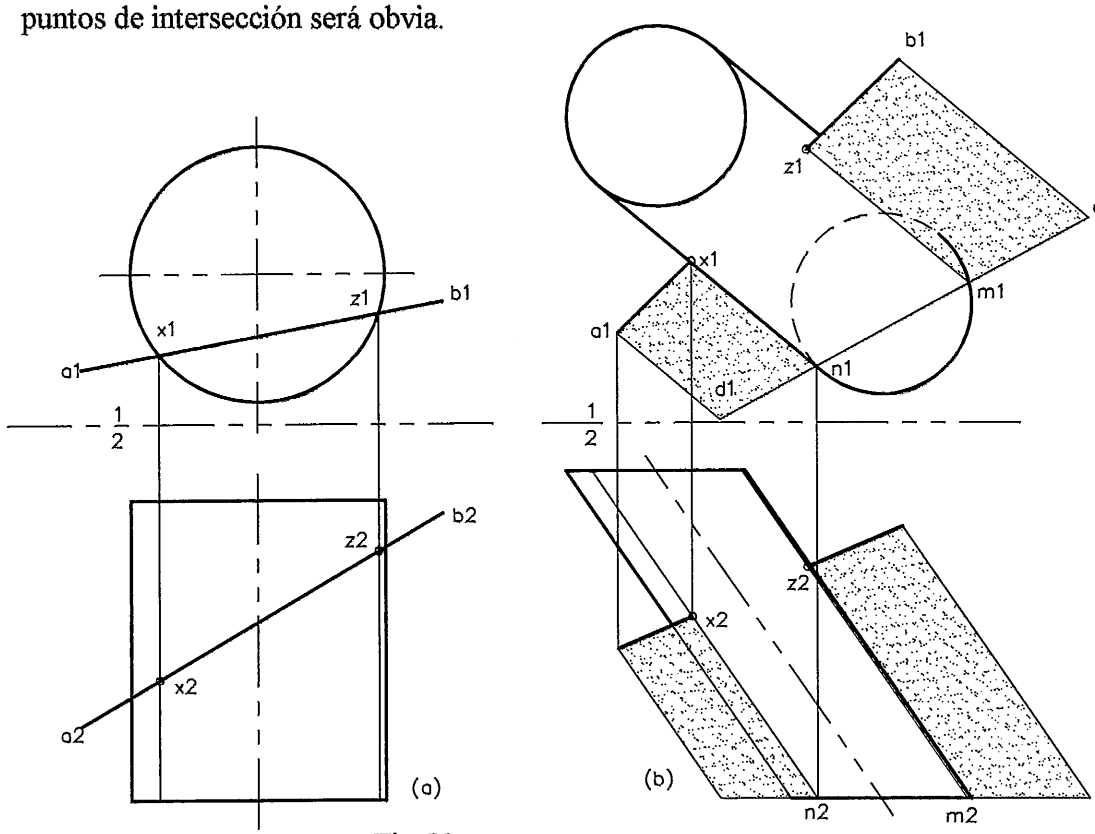


Fig 58

En la fig 58b se tiene un cilindro oblicuo y se pide la intersección con AB.

Para este caso se traza un plano secante paralelo al eje y a todos los elementos rectilíneos. Este plano debe contener a la línea dada y a los elementos rectilíneos, por su intersección con la superficie del cilindro. Estos dos elementos están situados en este mismo plano con la línea dada, la cuál tendrá que cortarlos o ser paralela a los mismos. Si es paralela a ellos es paralela al cilindro y no puede cortarlo. Si los corta, los dos puntos de intersección son los puntos de corte pedidos. Las dos vistas dadas permitirán siempre determinar si la línea es o no paralela al cilindro.

El plano secante es BADC, el cuál contiene a AB, corta a la base inferior del cilindro en CD y transversalmente a esta base en los puntos M y N, dichos puntos son los extremos superiores de los dos elementos rectilíneos los cuales están también en BADC,. Observe bien en las dos vistas los dos elementos paralelos al eje y los puntos en los que cortan a AB son los puntos de intersección pedidos (x y z). Se llega a la misma solución mirando al eje del cilindro paralelamente (eje en VL. y luego a punto) y ubicando la línea en esa vista.

4.4 INTERSECCION DE LINEA CON CONO

Los métodos a utilizar : **plano en arista y planos cortantes.**

Si la línea corta al cono corta dos elementos rectilíneos de la superficie, dichos elementos deben pasar por el vértice del cono. El método a usar es el del plano secante, que debe pasar por el vértice, contener a la línea dada y corte transversalmente la base.

En la Fig. 59b, se da el cono oblicuo y la línea AB, hallar intersección con visibilidad correcta.

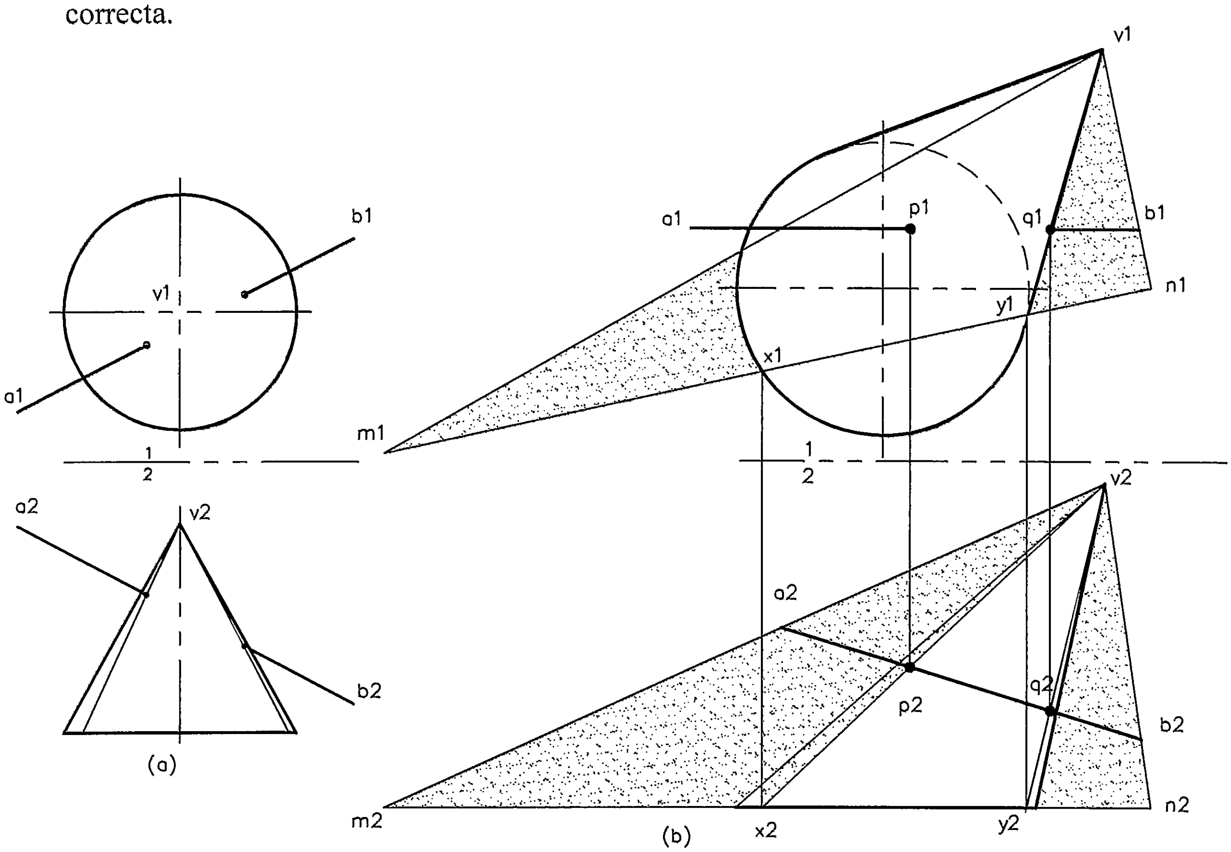
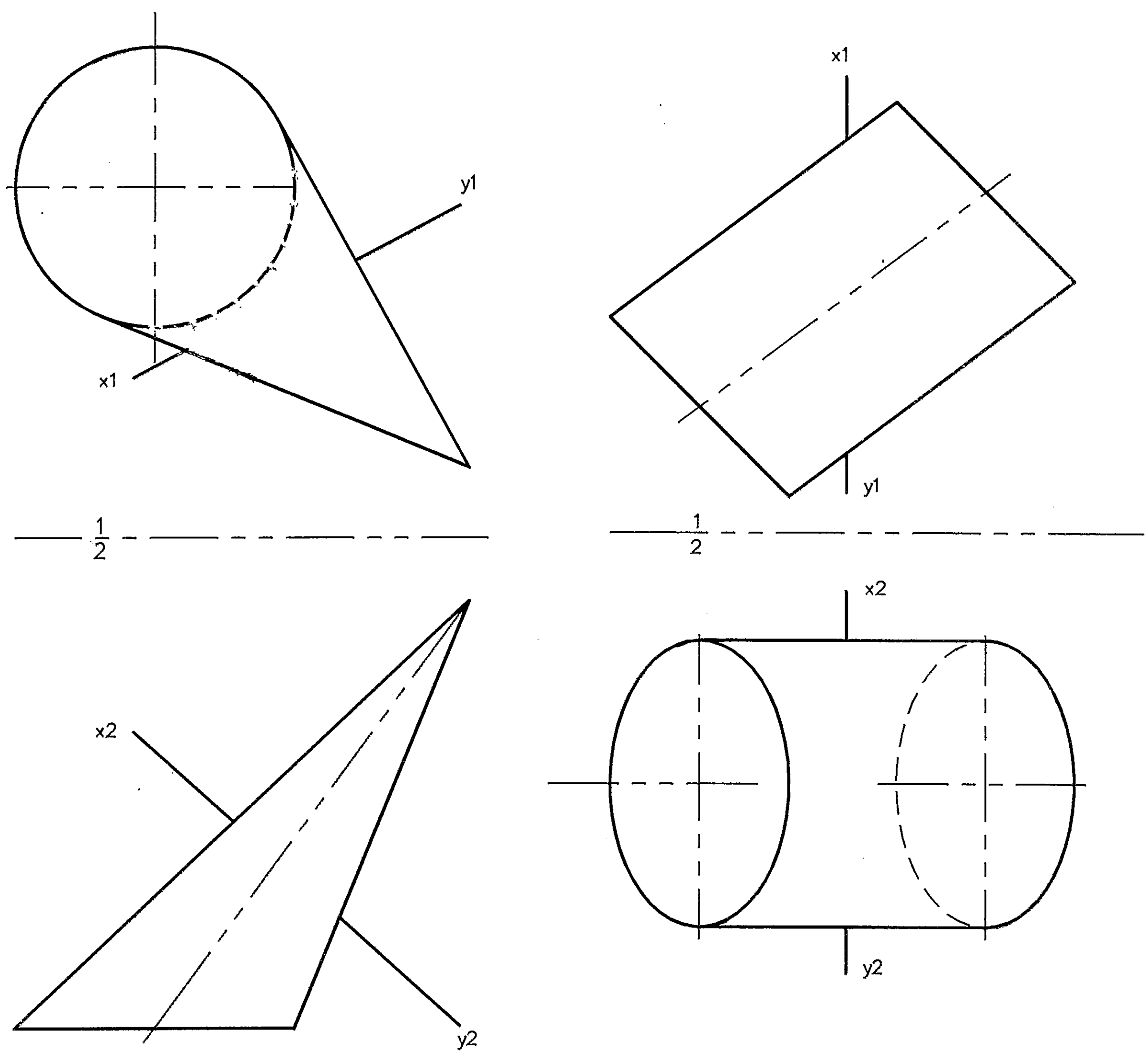


Fig. 59

El plano secante es ABV que contiene el vértice y la línea AB, dicho plano corta la base del cono en M y N y transversalmente en X e Y, los cuales son los extremos inferiores de los dos elementos buscados. Uno X e Y con el vértice y corta a AB en P y Q, puntos pedidos.

NOTA . Si el plano secante se lleva a arista tanto en el cilindro oblicuo como en el cono oblicuo se llega a lo mismo.

1. Encontrar intersección de la línea con el cono y cilindro dados.



4.5 INTERSECCION DE PLANO CON CILINDRO

Dado el plano ABC y el cilindro oblicuo , hallar su intersección con visibilidad.

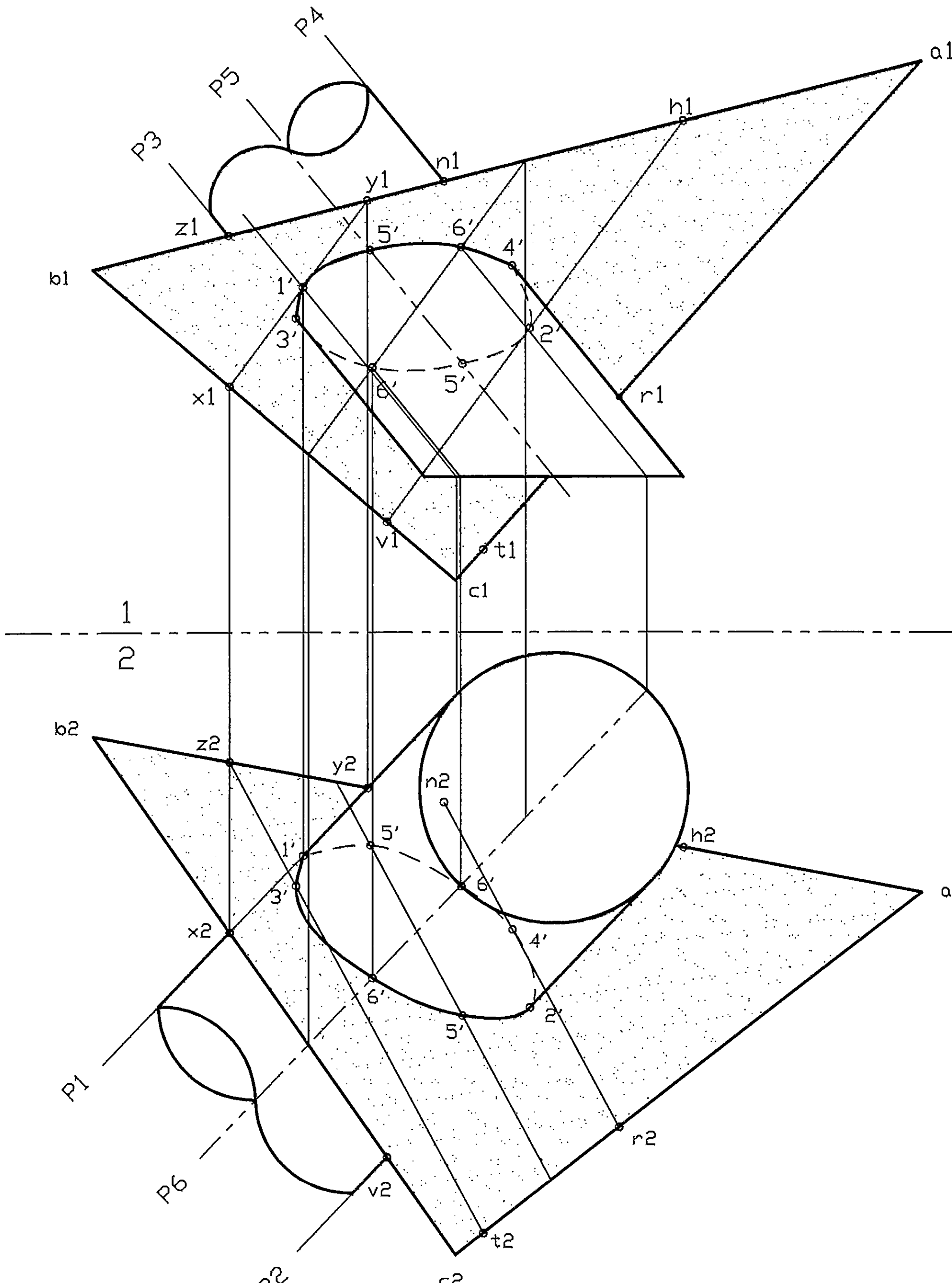
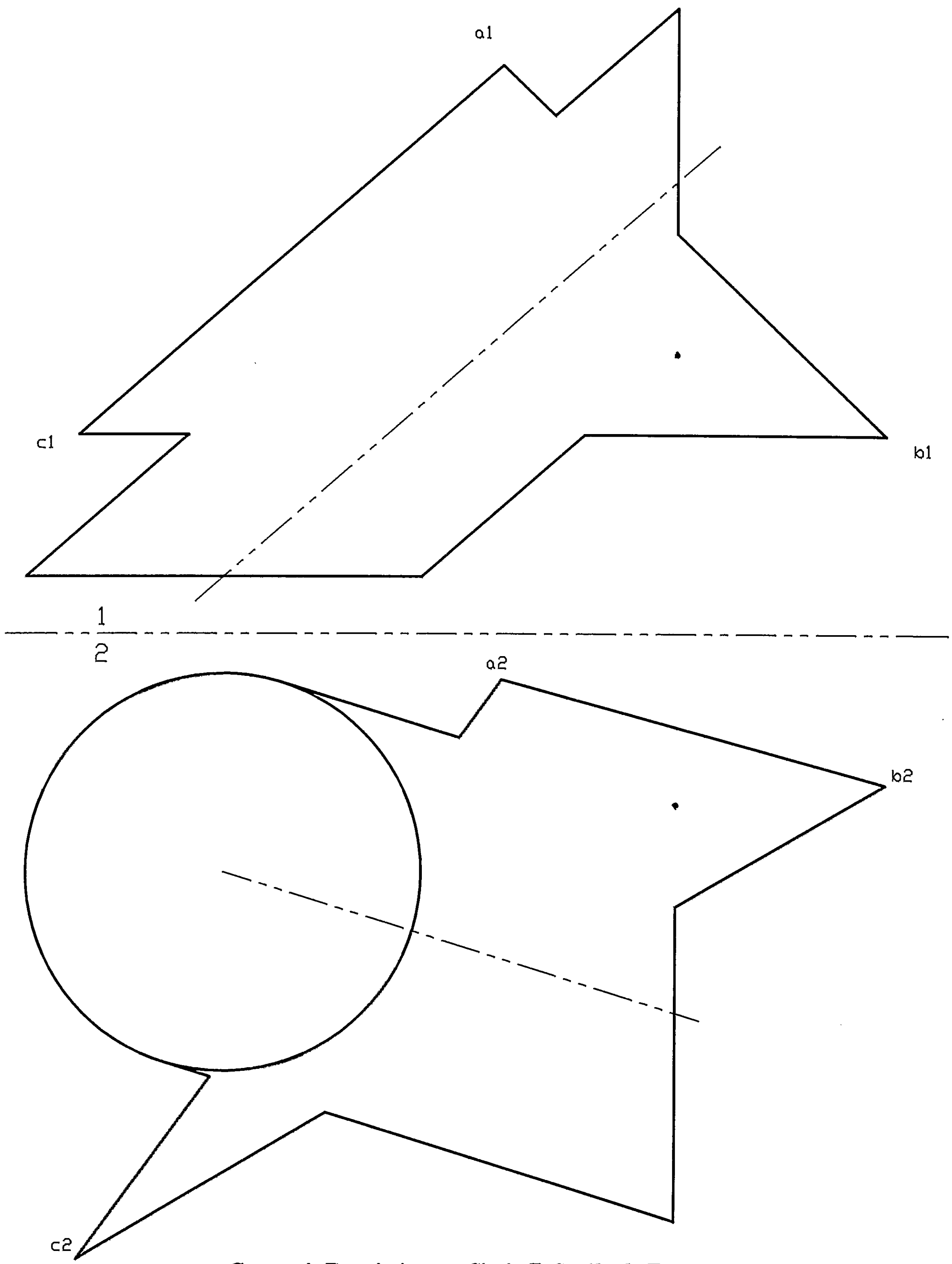


Fig. 60

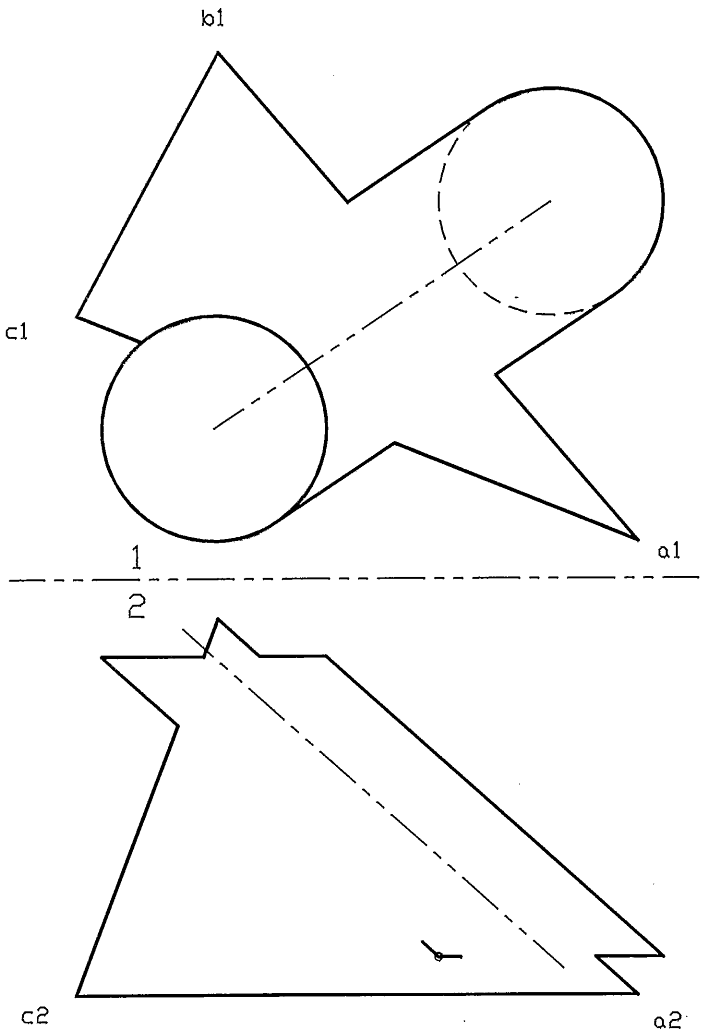
En la Fig. 60 se puede empezar seleccionando cualquier elemento del cilindro que servirá de plano cortante (frontal), se escoge el elemento 1, extremo de la proyección vertical y se ubica en el plano 1, dicho elemento se toma como plano cortante frontal " P1", que corta a AB en Y y a BC en X, localizando así a x_1y_1 y su intersección con el elemento 1 nos da el punto 1^1 que es uno de los puntos de intersección , dicho punto es un punto importante en la proyección 2 ya que es un punto de tangencia de la curva con el elemento extremo, donde la curva pasa de visible a oculta. De manera análoga se establece el punto 2^1 sobre el otro elemento extremo de la proyección vertical, donde el elemento 2 corta a AB en H y a BC en V; así que 2' es generado por v1h1 y la proyección del elemento 2 en la proyección 1. El elemento 3 en el plano 1, se emplea para localizar 3^1, que se obtiene con la intersección de z2t2 y el elemento 3 , análogamente para 4' con la intersección de n2r2 y el elemento 4.
Los restantes puntos de la curva se consiguen suponiendo planos paralelos a los anteriores, se utilizan los ejes del cilindro como P5 y P6

Para la visibilidad tener en cuenta los puntos 1', 2', 3' y 4' que son los puntos que servirán como referencia para determinar donde la curva se vuelve oculta y cuando es visible

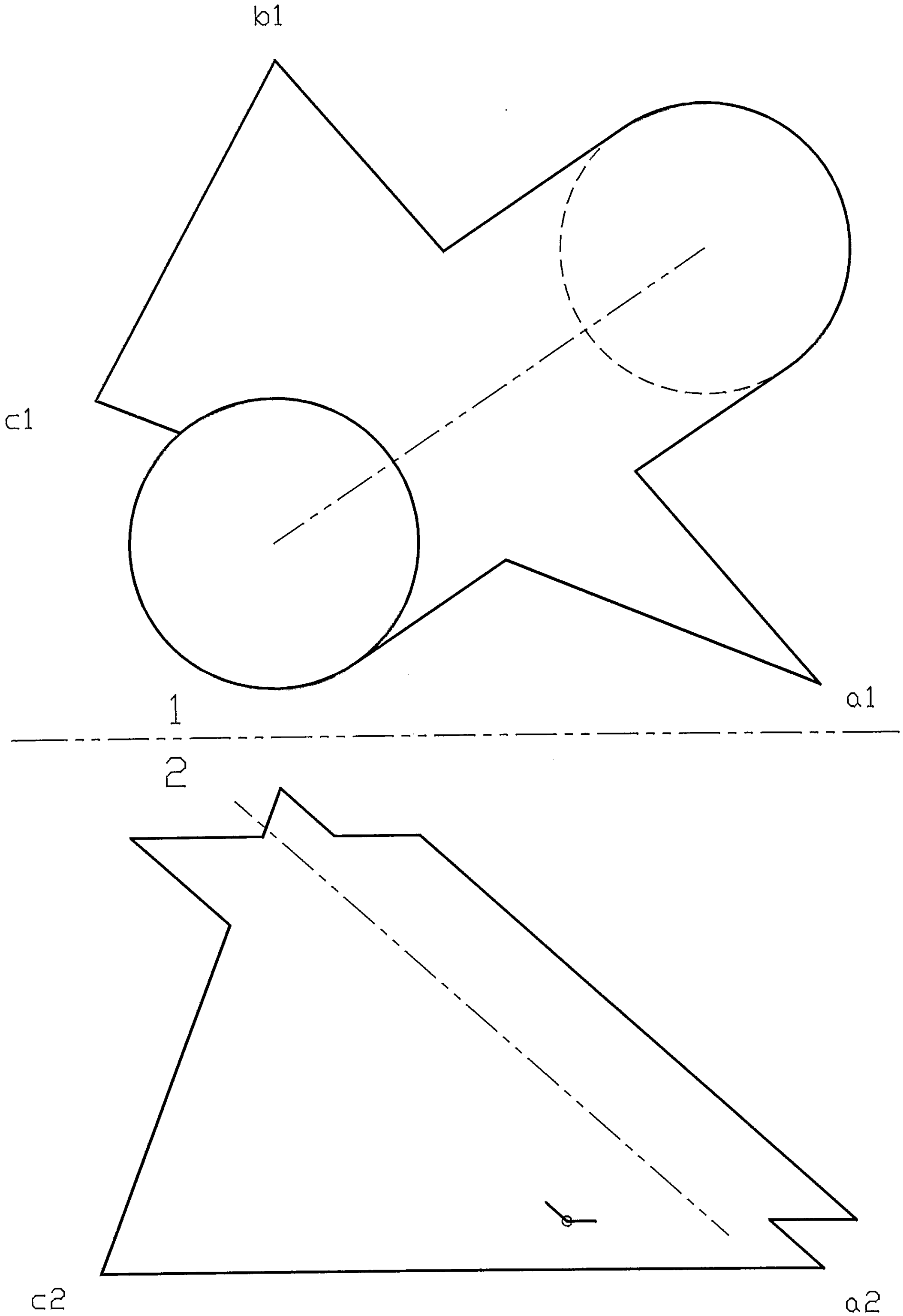
1. Encontrar la intersección entre el plano y el cilindro.



2. Use método de vista auxiliar para hallar intersección con visibilidad.



3. Use método de dos vistas solamente para hallar intersección y su visibilidad.



4.6 INTERSECCION DE PLANO CON CONO

Los métodos a utilizar serían el de la vista auxiliar o el de los planos de corte (caso de plano con prisma).

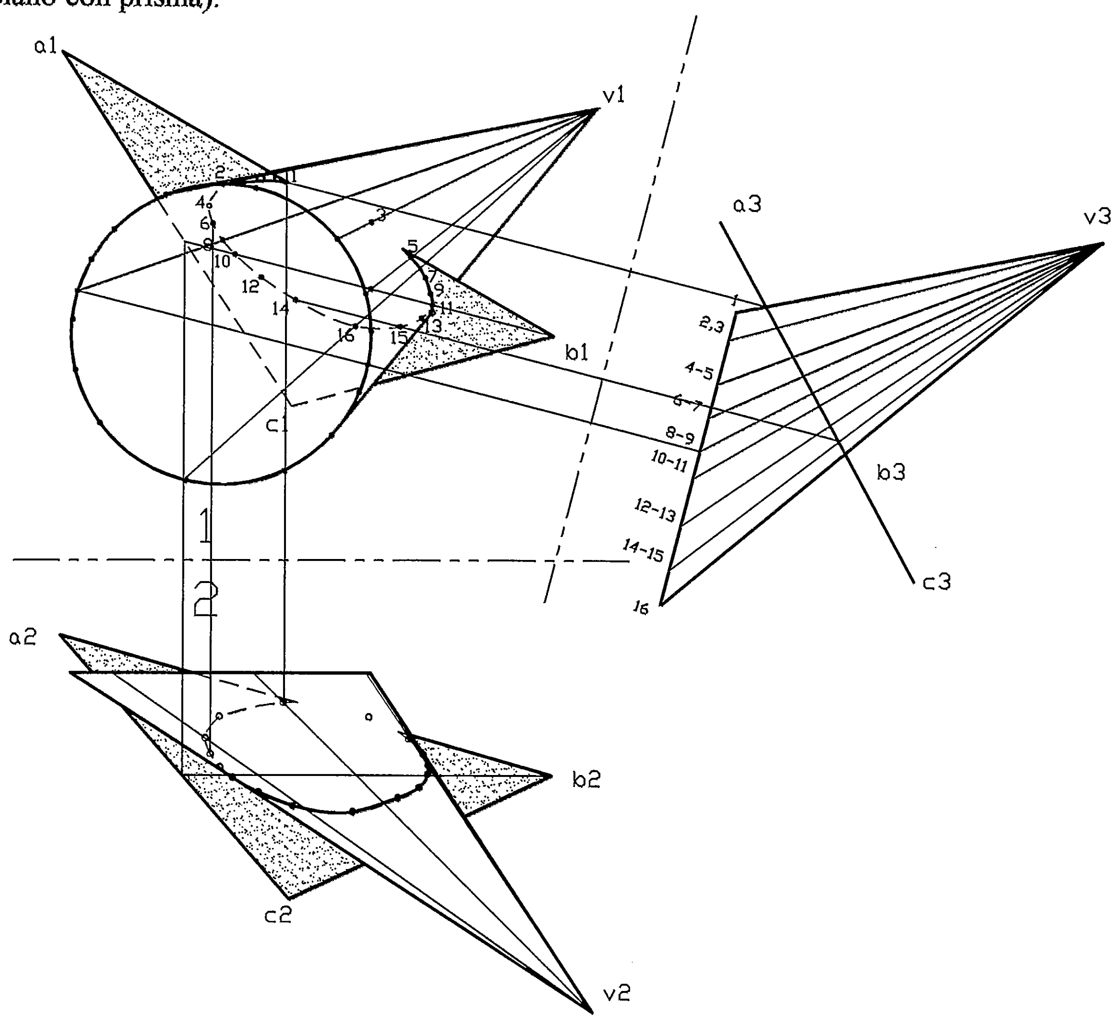
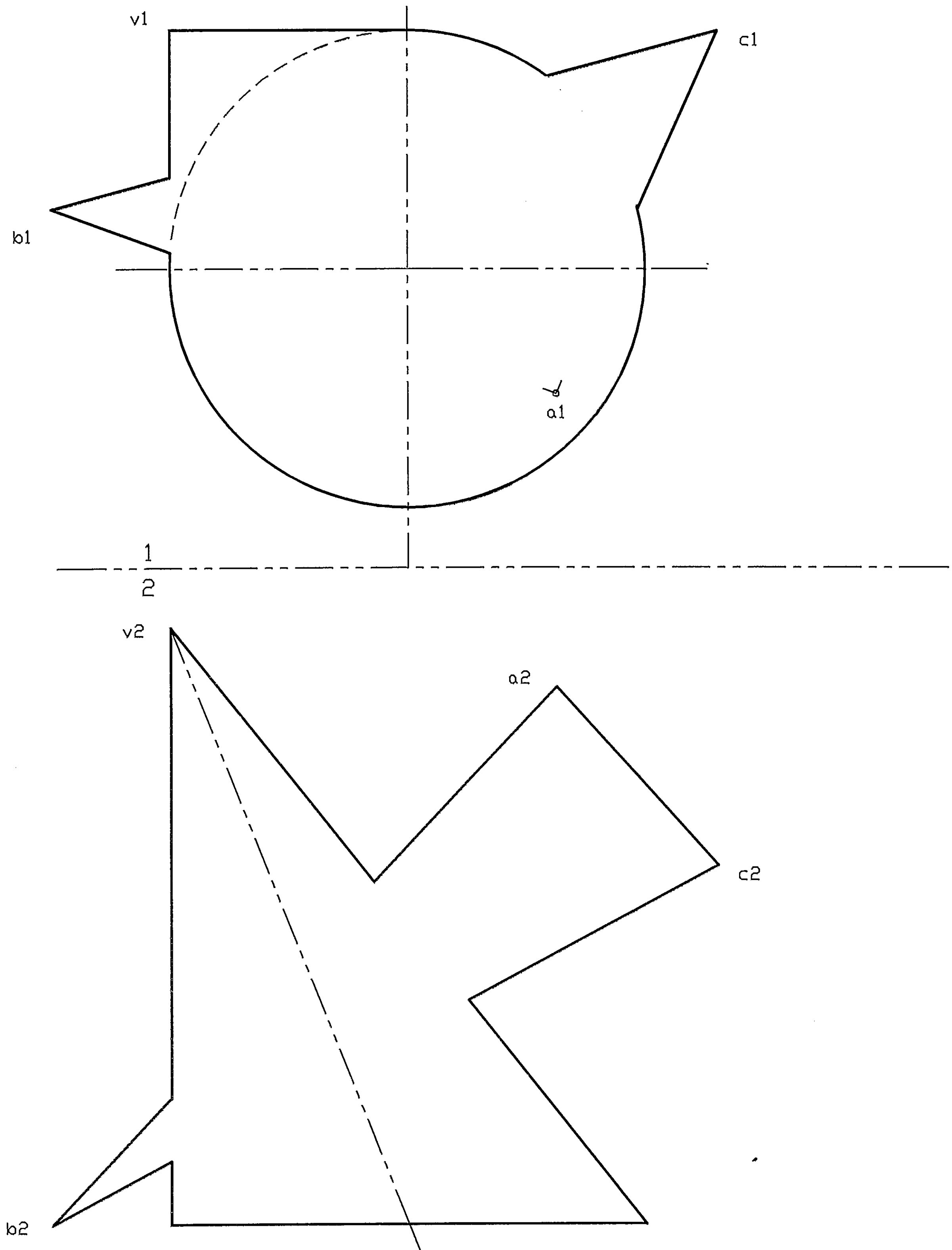


Fig 61

Llevar plano ABC a arista y proyectar el cono en la vista 3; aconsejable porque la base del cono aparecerá en arista (y no elíptica), con línea de giro 3-4 paralela a AB en 3 se obtiene la vista 4 y allí la VF de la intersección . En 3 se traza los elementos extremos del cono y una serie de puntos en la base y se unen al vértice, y se ubican en 1 y 2 uniéndolos también con el vértice. Los puntos de la base tales como 2-3 y 8-9 pueden ser localizados en las proyecciones y determinar su visibilidad, así: 8-9 en la vista 3 dan los puntos 8^1 y 9^1 de intersección con ABC y con alineación se llevan a 1 y 2 y luego se unen todos los puntos para obtener la curva solicitada que debe ser tangente a los elementos extremos en cada proyección; debiendo prestar atención a los puntos donde la curva cambia de visibilidad.

1. Hallar intersección entre el plano ABC y el cono dado.



4.7 INTERSECCION DE SUPERFICIES

4.7.1 INTERSECCION DE DOS PRISMAS (vistas dadas).

Hallar la intersección con visibilidad entre los siguientes prismas.

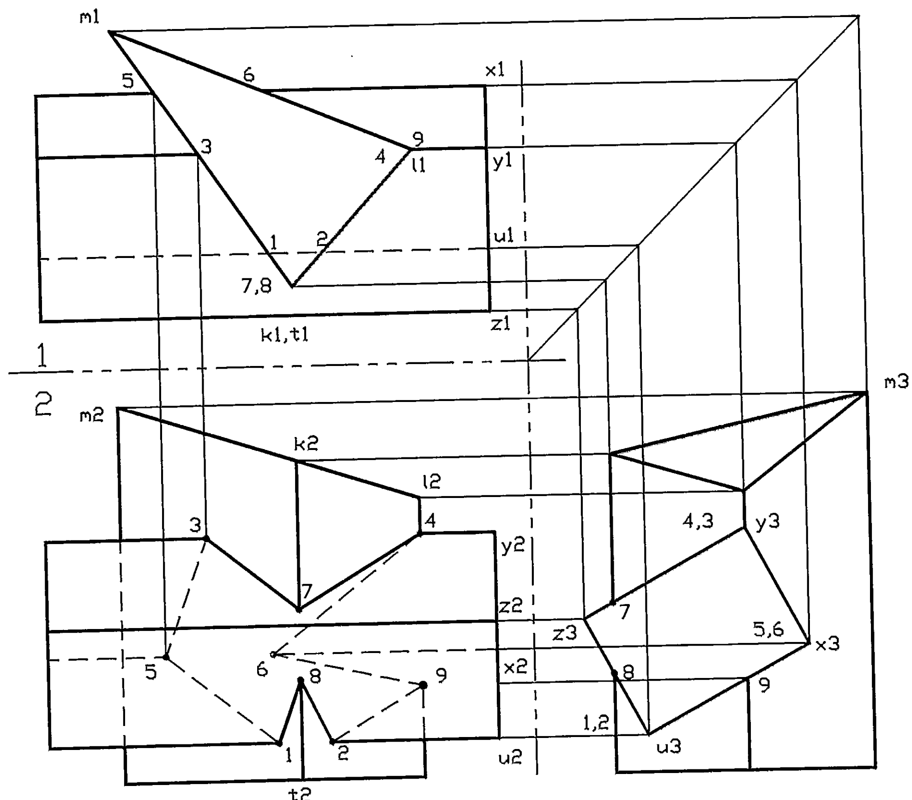


Fig 62

La línea de intersección entre dos prismas es una serie de líneas rectas unidas que forman una especie de polígono irregular, cada vértice de éste polígono son puntos donde cada línea de perfil de un prisma corta la cara del otro prisma; es conveniente tener uno o los dos prismas de perfil para que las caras laterales aparezcan como líneas.

Las caras laterales del prisma vertical figuran de perfil en la horizontal y en la vista 3 aparece de perfil el otro prisma; cada perfil de cada prisma se designa en su extremo, note que el perfil X corta a dos caras del otro prisma en 5 y 6 , y que el perfil K del otro prisma, corta en 7 y 8 (vista 3). El perfil Z pasa por delante, así que existen 9 puntos que determinan la línea de intersección. Para ser visible en la vista 2, un punto tiene que estar colocado en un perfil visible de un prisma y sobre una cara visible del otro, el punto 3, situado en la cara frontal del vertical y sobre el perfil Y del otro. Para el polígono irregular son visibles en la vista 2 los puntos: 1-2-3-4-7-8, y los segmentos 3-7, 7-4, 1-8 y 8-2.

4.7.2 INTERSECCION DE DOS PRISMAS (Dos vistas solamente)

Para la Fig. 63, el método de las dos vistas es la aplicación de planos cortantes (verticales o frontales).

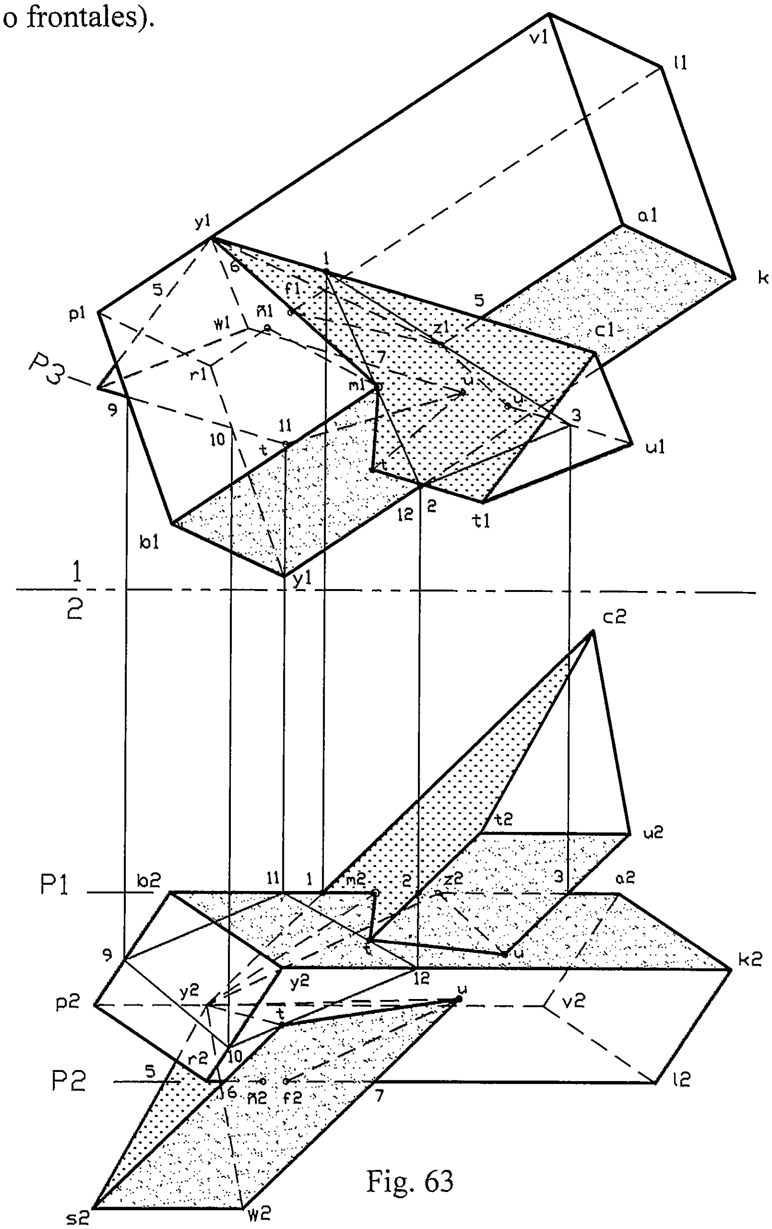
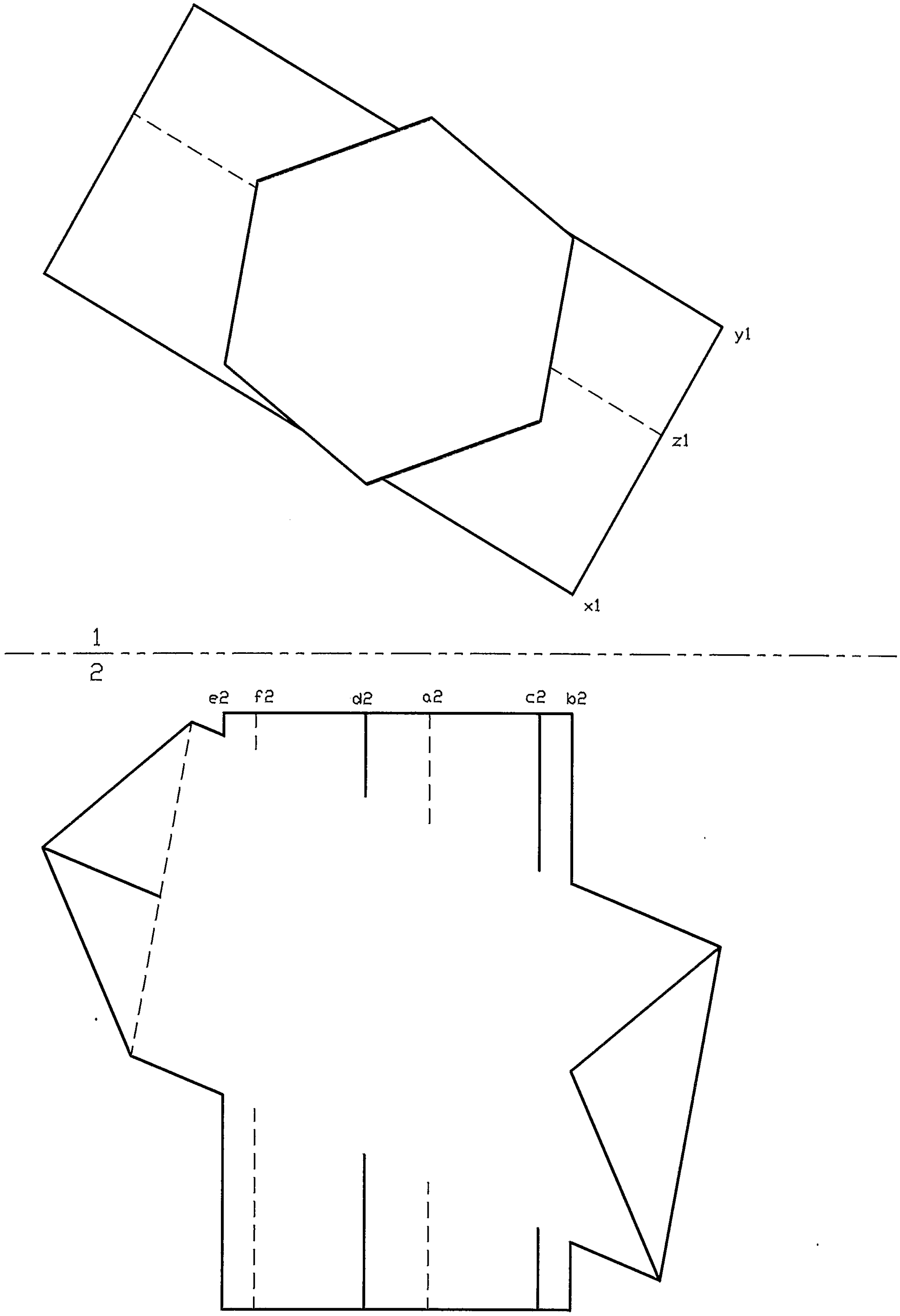


Fig. 63

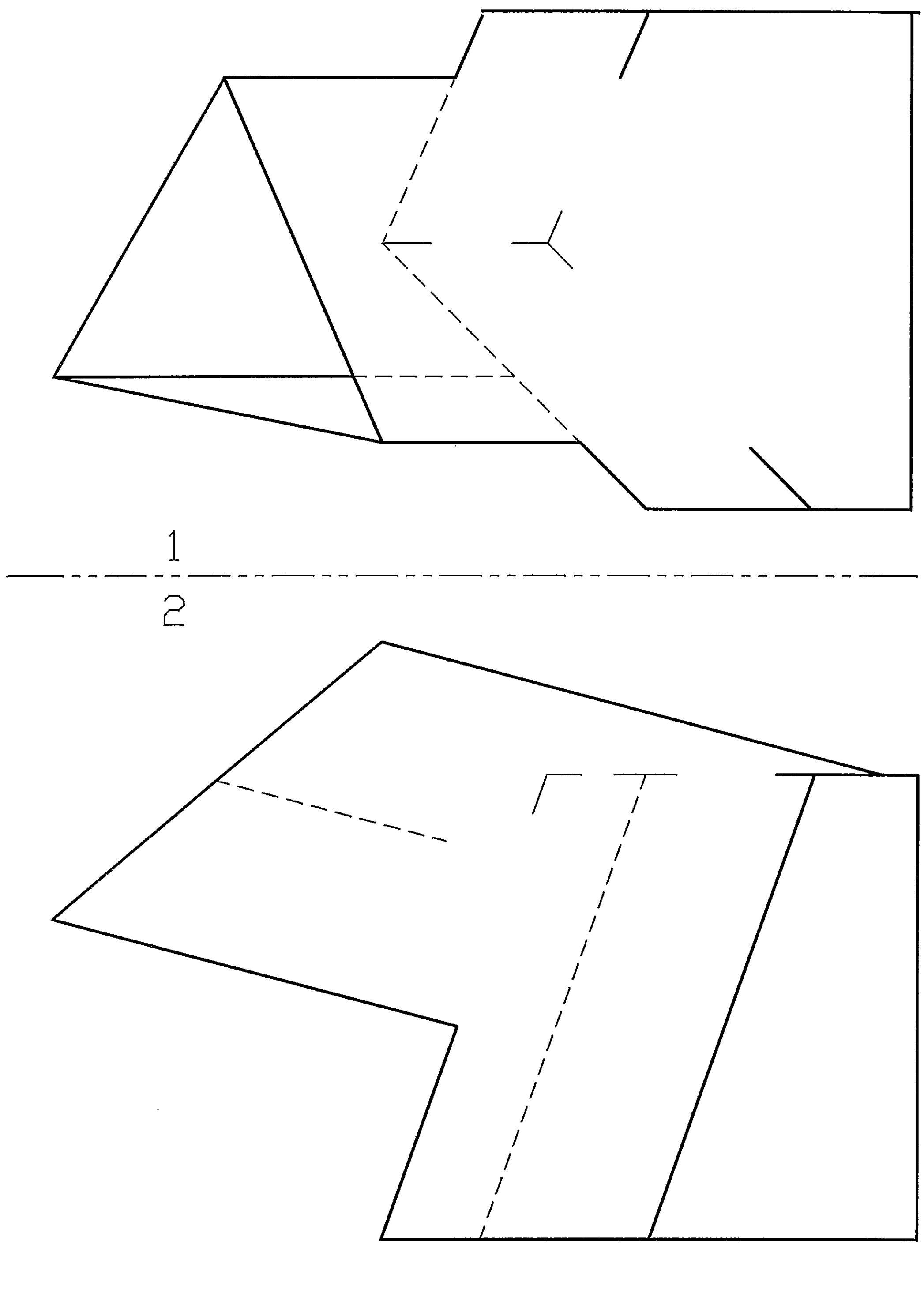
En la vista 2: P1, arista a_2b_2 del prisma se utiliza como plano cortante frontal que intercepta la cara TCYS del prisma triangular en M y a CYWU en Z, (ver puntos 1, 2, 3), para los puntos: 9, 10, 11, y 12 se utilizó el plano cortante frontal P3 que generó el plano 9, 10, 11 y 12 en la proyección 2, note que ese plano frontal atraviesa las líneas 10-12 y 11-12 correspondientes a las caras RYKL y ABYK.

Para el resto se trabaja en forma similar con planos cortantes, sean verticales o frontales.

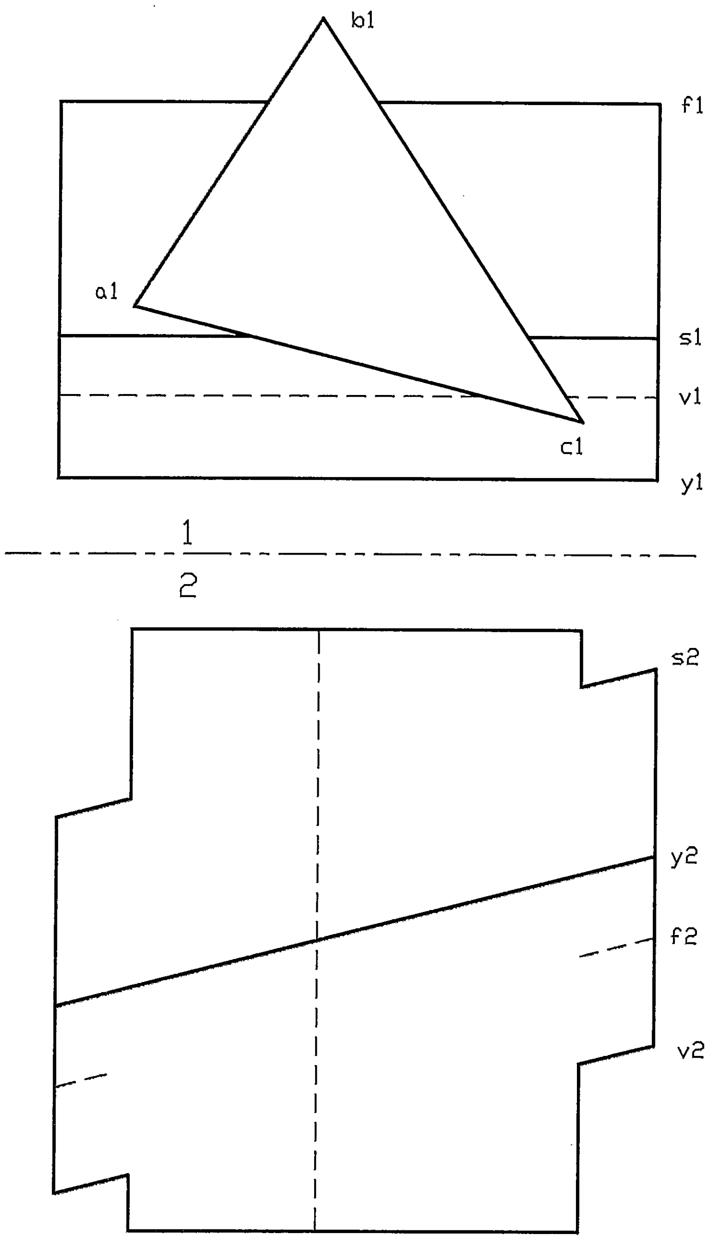
1 Hallar la intersección entre los prismas dados, aplicar ambos métodos. Visibilidad



2. Hallar la intersección entre los prismas dados. Visibilidad.



3. Hallar la intersección entre los prismas dados. Visibilidad.



4.7.3 INTERSECCION DE PRISMA Y PIRAMIDE (vista auxiliar).

En la Fig. 64 el prisma no aparece de perfil en ninguna de las vistas principales.

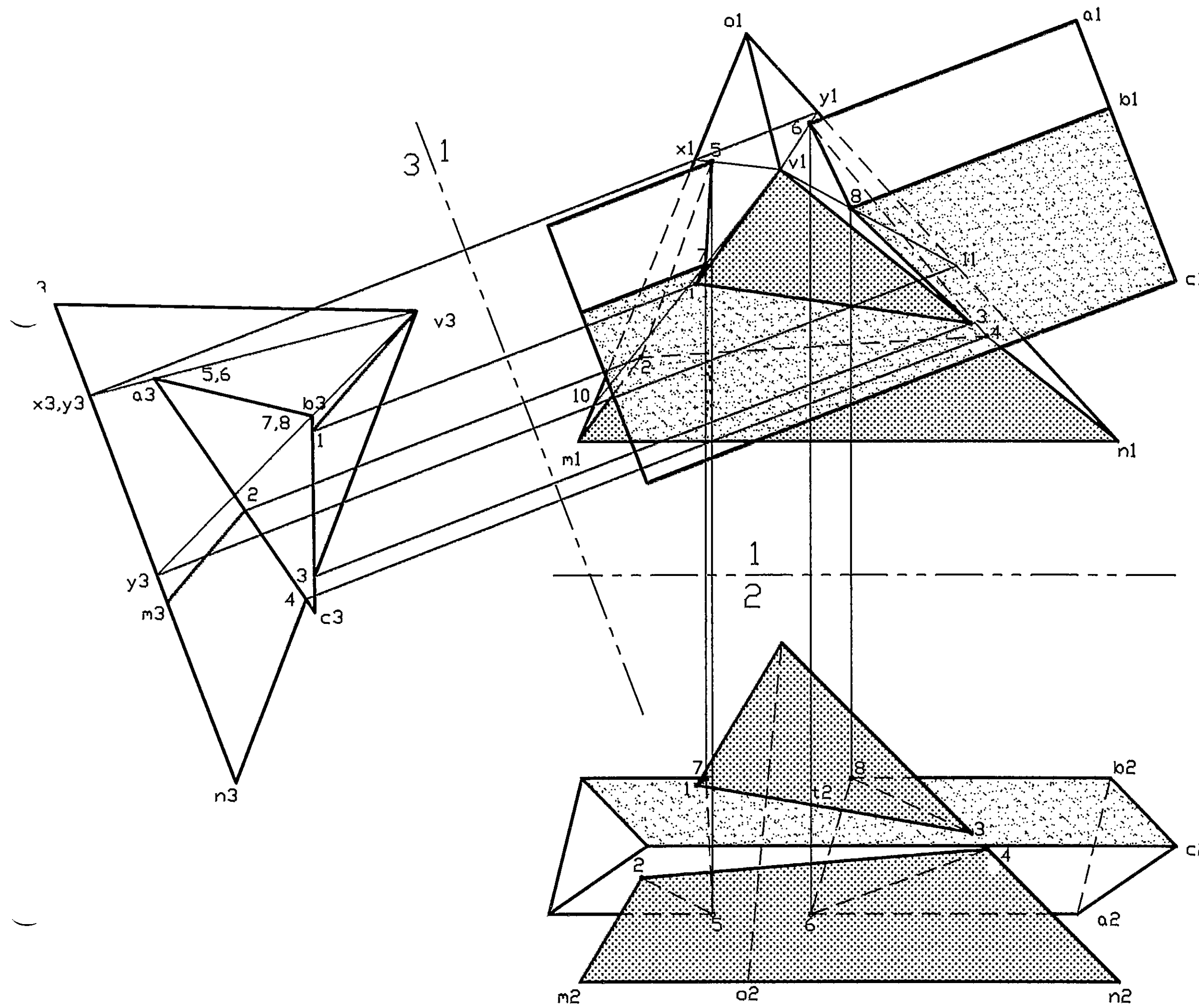
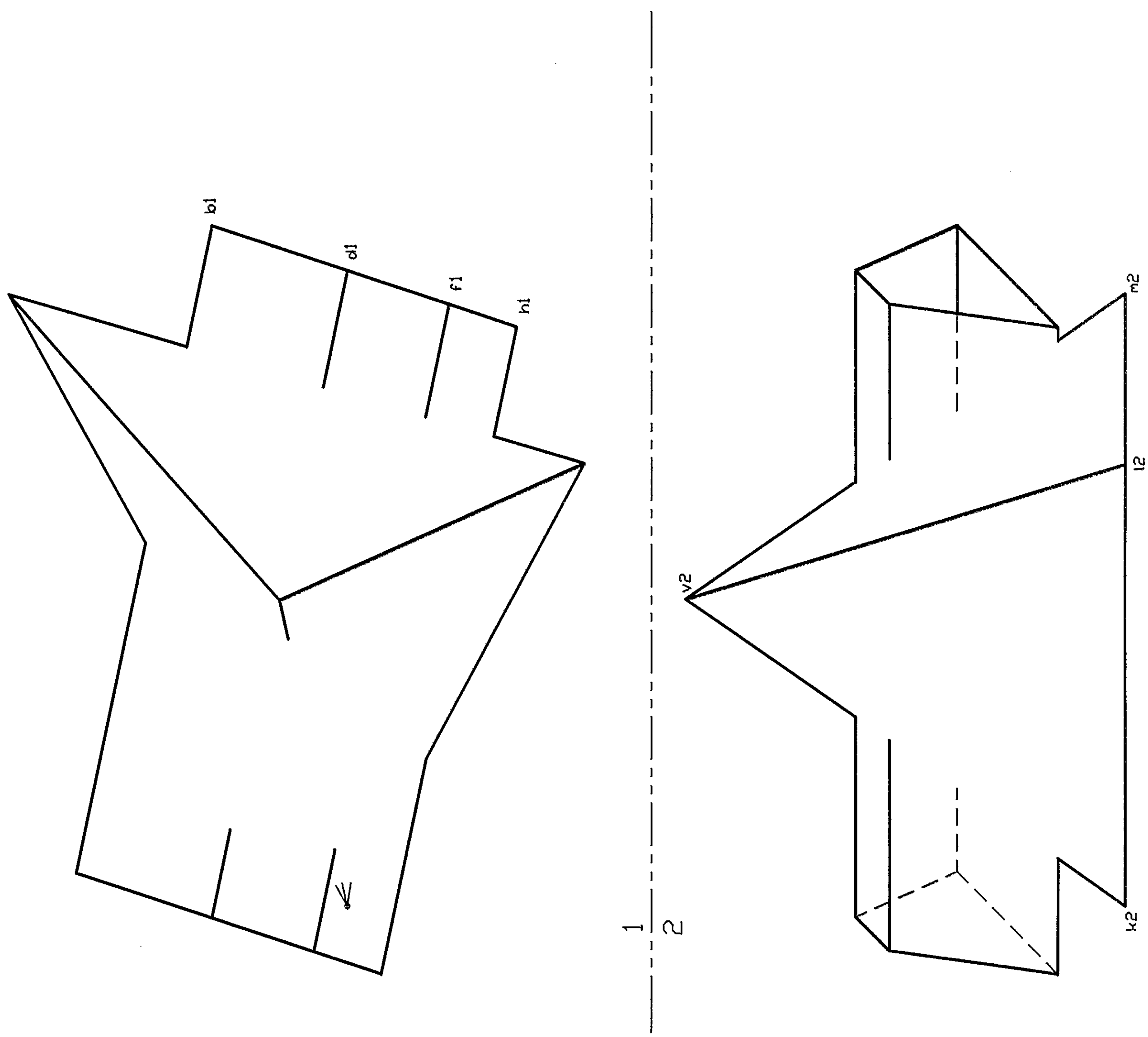


Fig. 64

Así, con línea de giro 1-3 se obtiene el prisma en arista y es fácil determinar donde las aristas A, B, C del prisma cortan a las caras de la pirámide. Los puntos de corte 1, 2, 3, y 4 de dos aristas de la pirámide con dos superficies del prisma son localizados en la vista auxiliar y proyectados a las vistas principales. Los puntos de corte 5-6-7 y 8 se determinan de la siguiente manera: por a3 se traza v3-x3 y v3-y3 (en OM y ON respectivamente dando los puntos 5 y 6, igualmente por b3 se traza v3-10 y v3-11 determinando los puntos 7 y 8.Lo demás es visibilidad.

1. Hallar intersección entre la pirámide y el prisma con visibilidad.



4.7.4 INTERSECCION DE CILINDROS

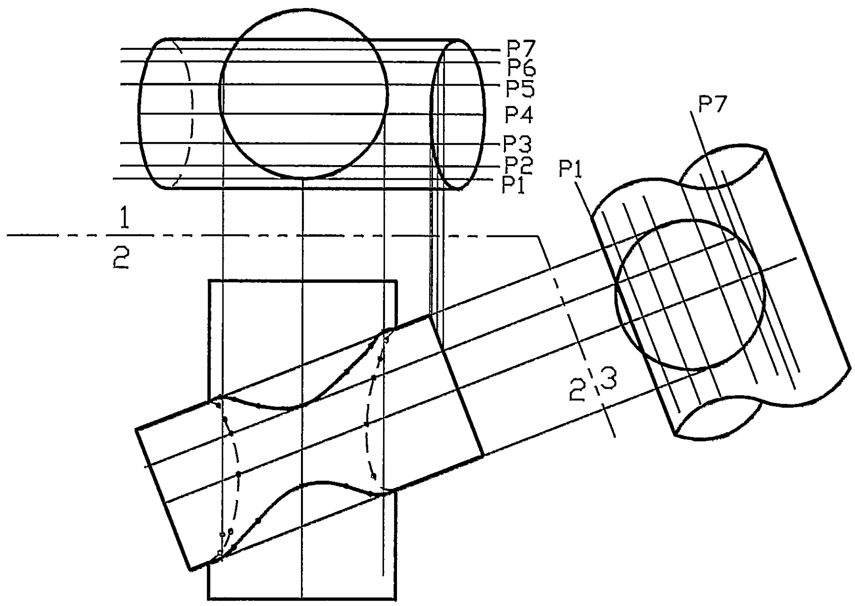


Fig 65

En la Fig 65, seleccionar un cierto número de planos de corte verticales que aparezcan de perfil en las vistas 1 y 3. El plano de corte 2 corta el cilindro vertical según dos elementos como se ve en la vista 1 y según otros dos elementos al cilindro inclinado como se ve en la vista 3. Los cuatro elementos son parte de la curva de intersección y son visibles en la proyección vertical, nótese que para este caso no es necesaria la vista 3 ya que los elementos del cilindro inclinado pueden ser localizados, utilizando los puntos r_1 y s_1..

Si el cilindro inclinado es circular y recto se simplifica como se ve en la fig 65b. Trazar un semicírculo en el extremo del cilindro el cuál hará de V. auxiliar; desplazar línea de referencia T^1F^1 correspondiente a A^1F^1 y las distancias simétricas tales como **d** trasladadas desde la vista 1 al semicírculo. Los puntos del 2 al 6 se establecen con dicha distancia. Con éste método es innecesario dibujar extremos elípticos.

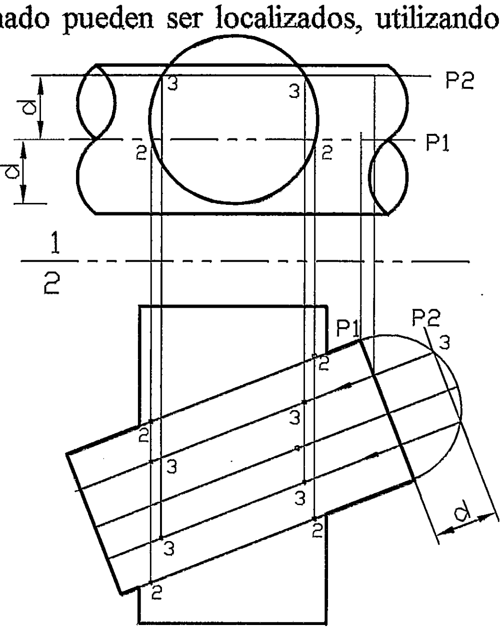
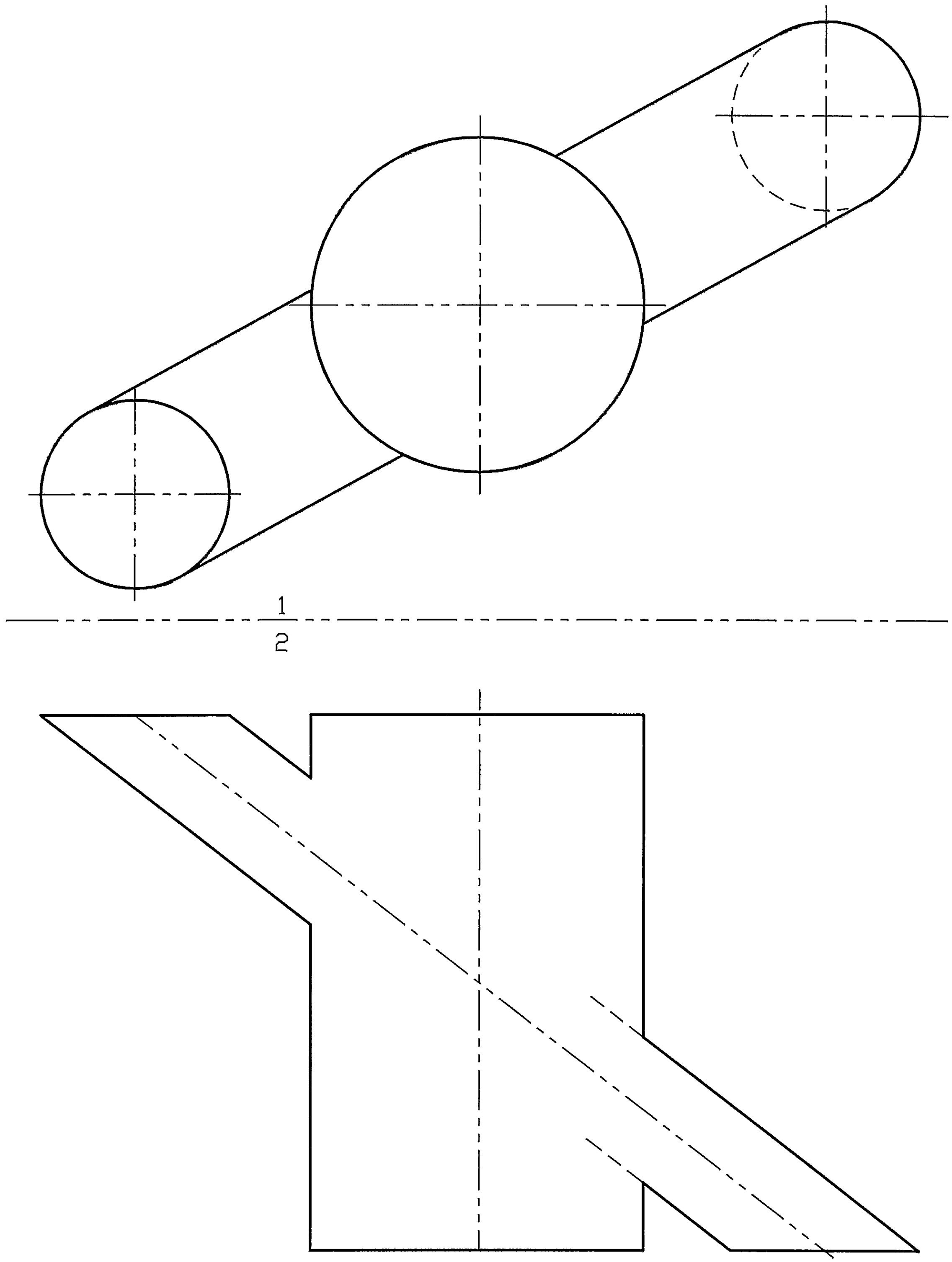


Fig 65b

1. Hallar la intersección entre los sólidos dados



4.7.5 INTERSECCION DE CILINDRO Y PRISMA

Se puede determinar aplicando el método seguido para los dos cilindros, planos cortantes paralelos a los ejes de ambos cuerpos, que cortarán a la superficie de los mismos según elementos rectilíneos. La intersección será entonces una línea curva que cruza en trazo seguido las caras del prisma, pero discontinuo en cada trazo que se presenta de perfil .

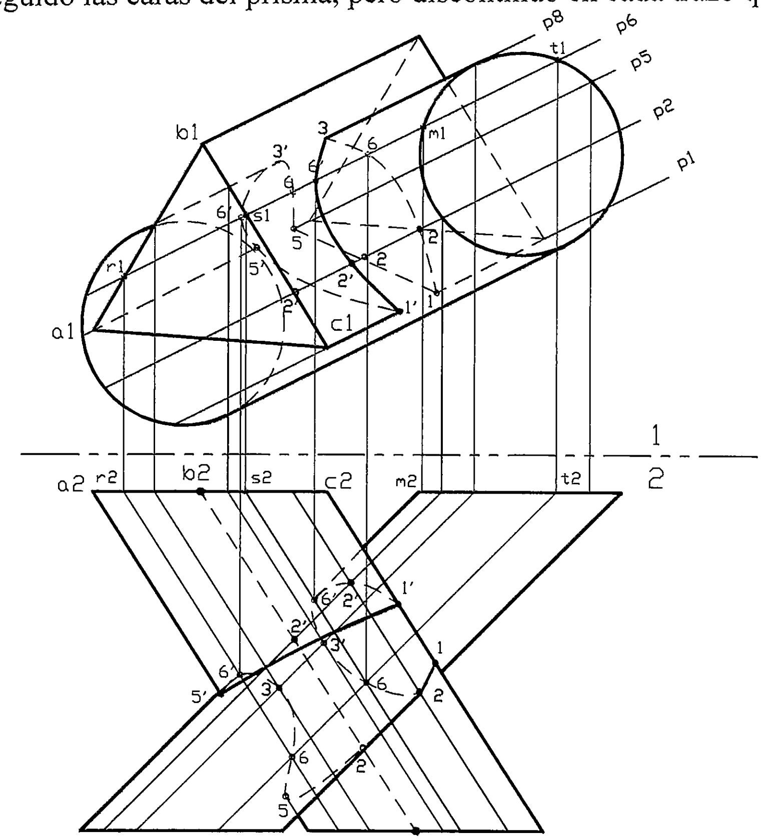
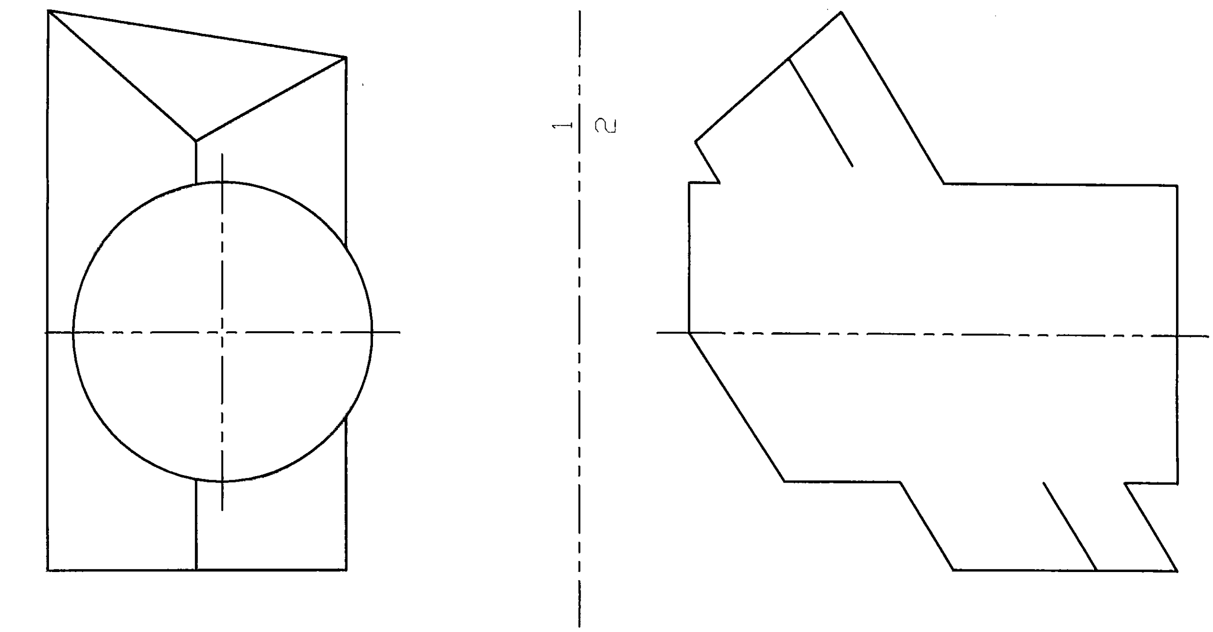
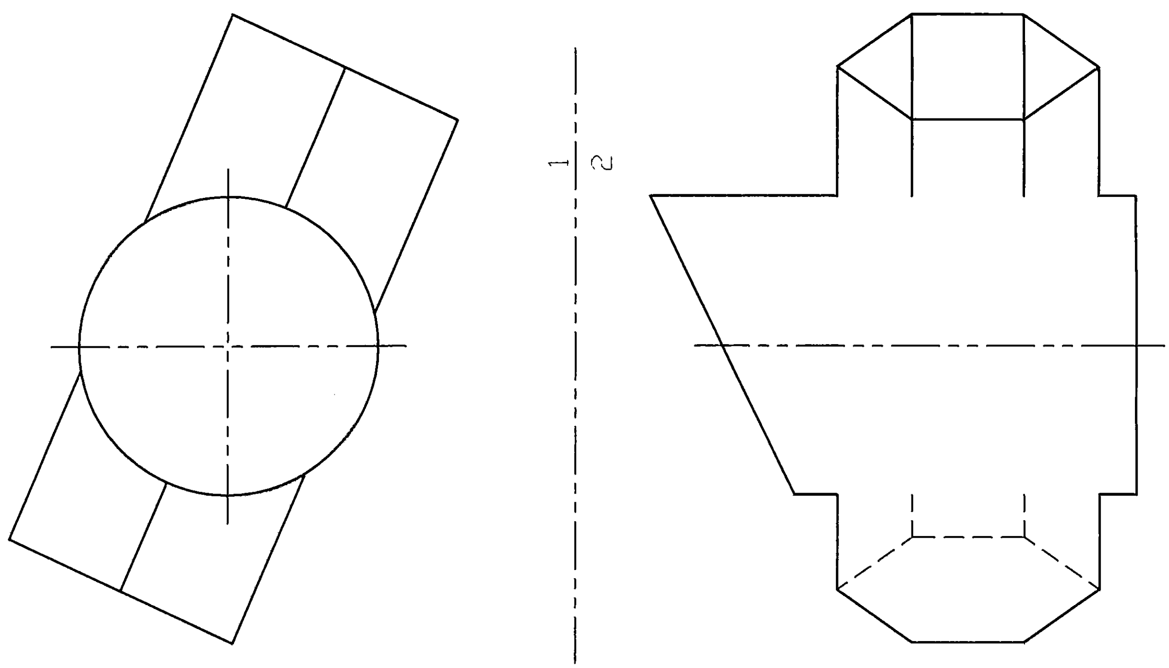


Fig. 66

Las superficies dadas ocupan una posición especial, los ejes del cilindro y del prisma aparecen paralelos en la vista 1, y por lo tanto planos cortantes paralelos a ambos ejes, figurarán de perfil en esta vista. Nótese que el plano P6 corta la base superior del cilindro en m_1 y t_1 y a la base superior del prisma en r_1 y s_1 trazándose los dos elementos de corte en la vista 2, de Ésta manera se obtiene los puntos 6 y 6, 6^1 y 6^1, ocultos en la vista vertical y en la vista horizontal de perfil sobre el plano P6, uno de ellos será visible. Los planos P1 y P8 son el primero y último que cortan al cilindro y al prisma, el P1 y P5 cortan al prisma con líneas de perfil . P1 pasa por C y localiza a 1 y 1^1, P5 pasa por A y localiza a 5 y 5^1. Los puntos en la vista 2 donde la curva de intersección es tangente a los extremos del cilindro se determinan así: se toman los planos P2 y P6. P2 se traza por n_1 y por lo tanto uno de los elementos de corte del cilindro será un elemento extremo en 2, P2 localiza la tangente en el punto 2. P6 se pasa por m_1 localizando 6^1.

1. Hallar intersección entre los salidos dados.





4.7.6 INTERSECCION DE CILINDRO Y CONO

Cualquier plano que pase por el vértice del cono corta la superficie cónica según dos elementos rectos y a la superficie del cilindro , si este plano es paralelo al eje de ese cilindro según otros dos elementos rectos.

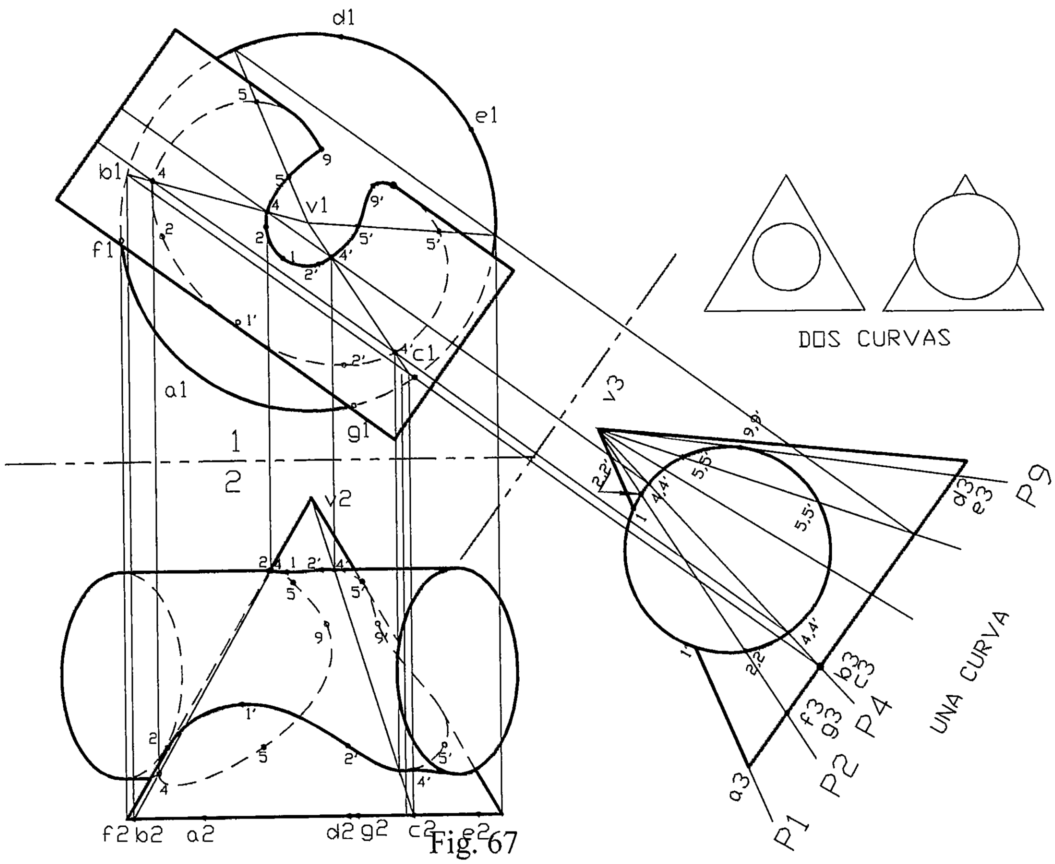
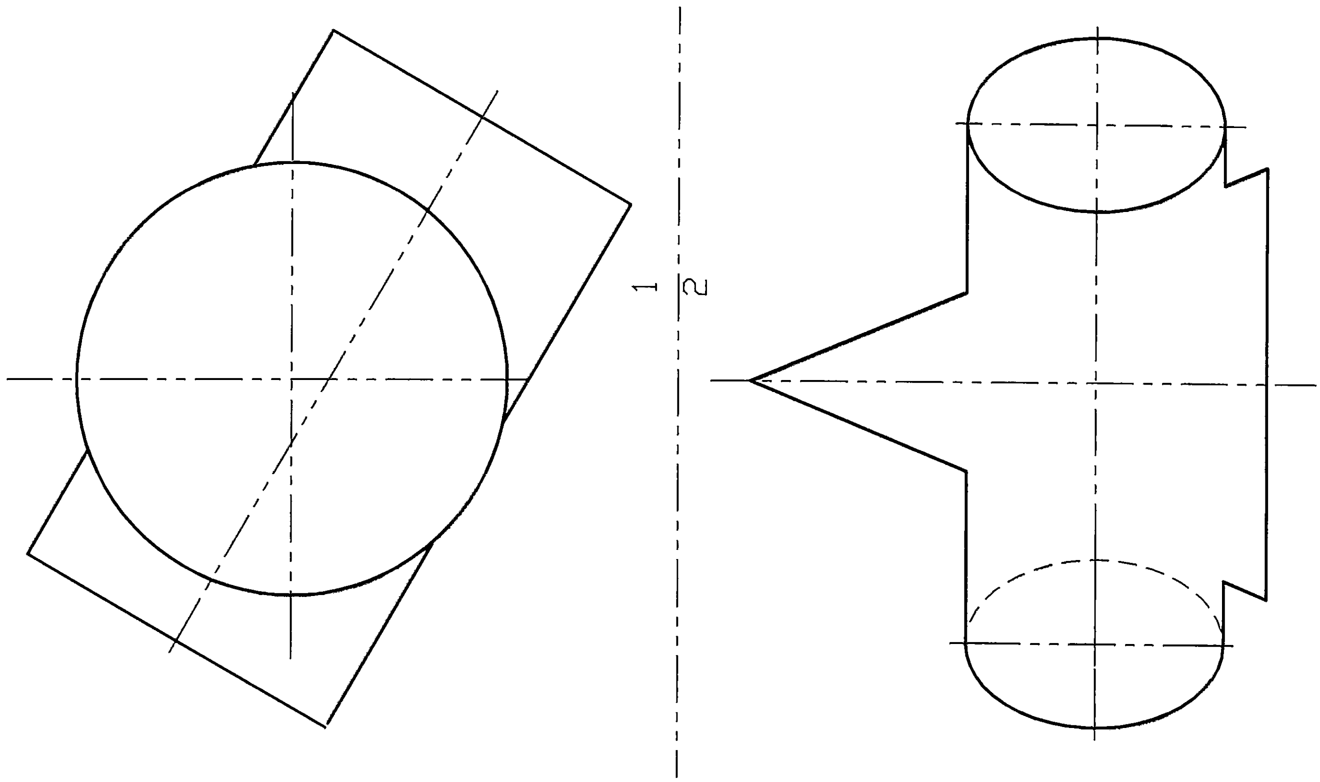
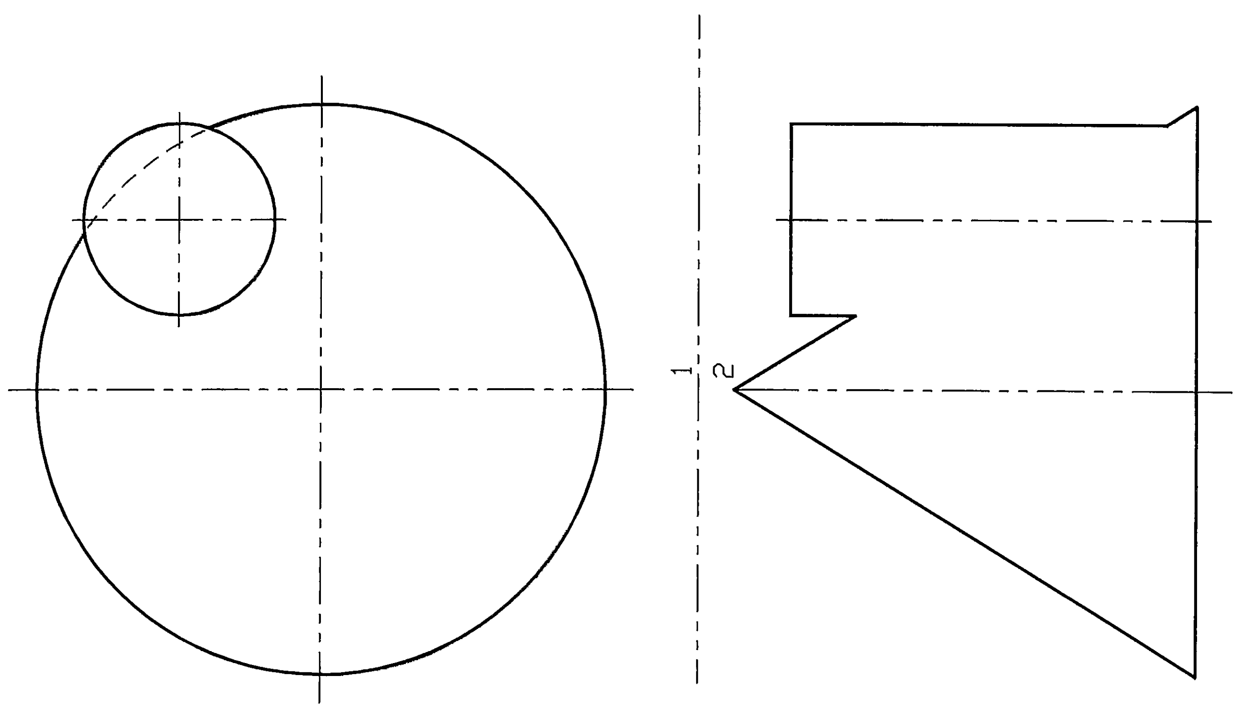


Fig. 67

En la Fig. 67 se ve, la vista 3, mostrando el eje del cilindro como punto y los planos cortantes de perfil, que deben pasar por V. P4 corta al cilindro en $4\text{-}4^1$, partes superior e inferior y al cono a lo largo ve v_3-c_3d_3. En la vista 1, los elementos del cono aparecen en v_1b_1 y v_1c_1. De los elementos del cilindro uno es visible y el otro oculto, la intersección de estos cuatro elementos determinan 4 y 4^1. (dos serán visibles y dos ocultos). En 3, P1 y P9 son el primero y último corte de la serie , P1 tangente al cono y P9 al cilindro, así que los puntos críticos de intersección son 1 y 1^1, 9 y 9^1; dichos puntos determinan la curva. De la vista 3, se concluye que si el perfil del cilindro queda completamente dentro del contorno del cono, la intersección tiene dos curvas lo mismo si el cilindro es lo demasiado grande que sobrepase los elementos extremos del cono. Nuestro ejemplo tiene una sola curva de intersección.

1. Hallar intersección entre los sólidos dados.





4.7.7 INTERSECCION DE CONO Y PRISMA.

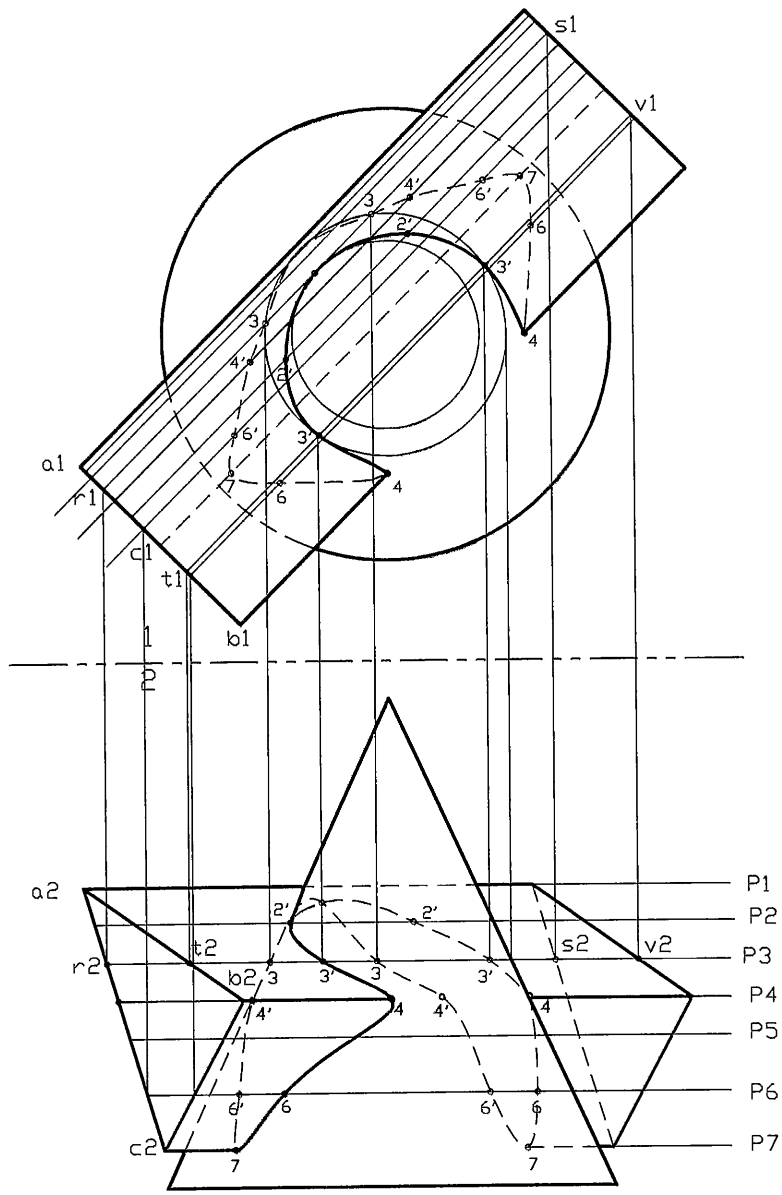
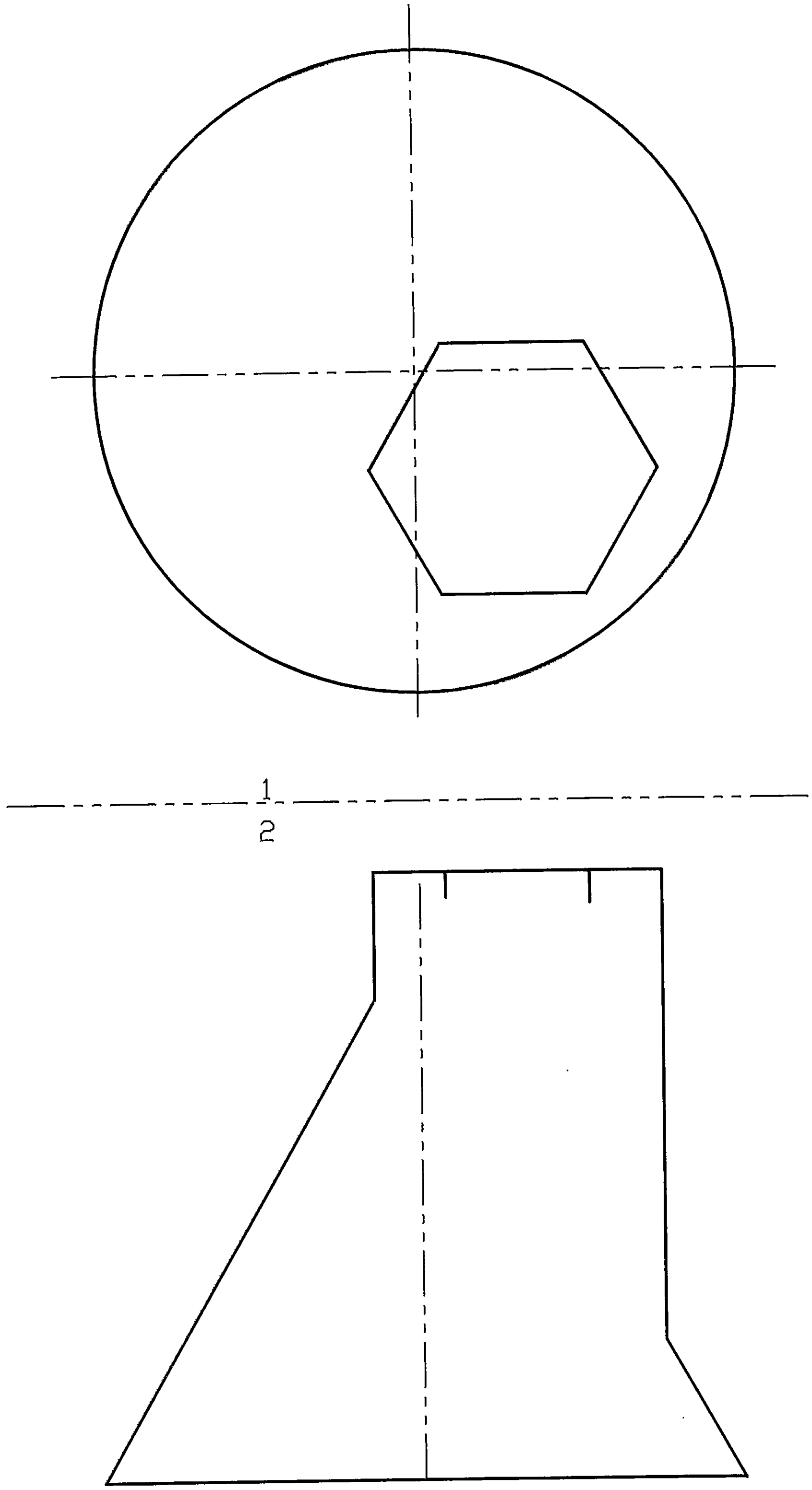


Fig. 68

En la Fig. 68, utilizaremos las aristas del prisma recto como planos cortantes horizontales, dichos planos cortan al cilindro según círculos y al prisma según l□neas rectas bastando encontrar la intersección entre esos círculos y esas rectas y unirlos para encontrar la línea de intersección. El plano P3, corta al círculo en 3 y al prisma en las paralelas RS y TV. En la vista 1, r_1s_1 corta al círculo 3 en los puntos designados por 3^1 y t_1v_1 al mismo circulo en los designados por 3. Aplicando visibilidad se determina la curva.

1. Hallar la intersección entre los sólidos dados.



4,7,8 INTERSECCION DE DOS CILINDROS OBLICUOS

Los planos de corte oblicuos paralelos a los dos cilindros cortarán a la base común horizontal de los mismos según una serie de líneas paralelas y cada una de estas líneas de intersección localizaran los pares de elementos rectilíneos de corte.

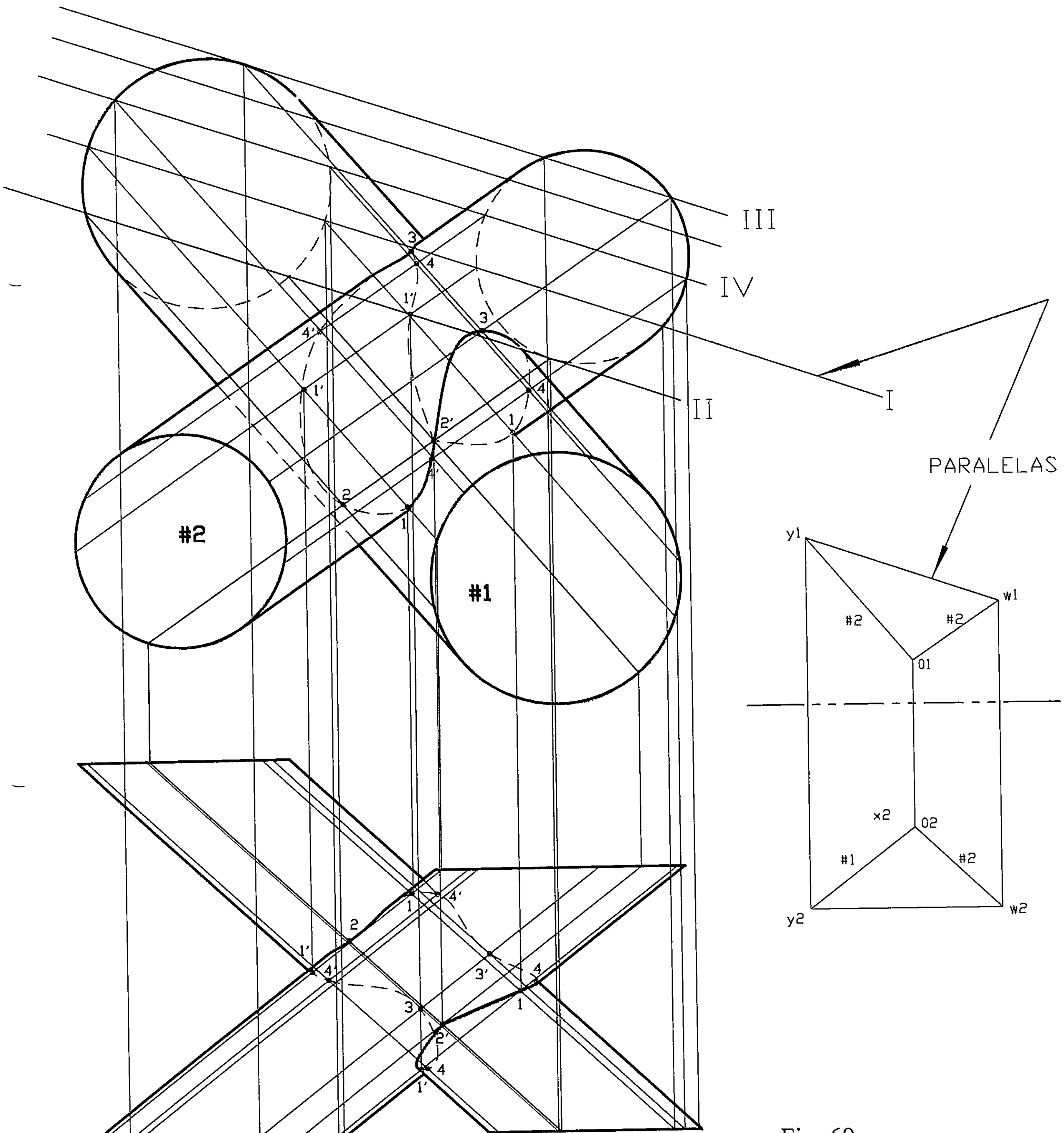


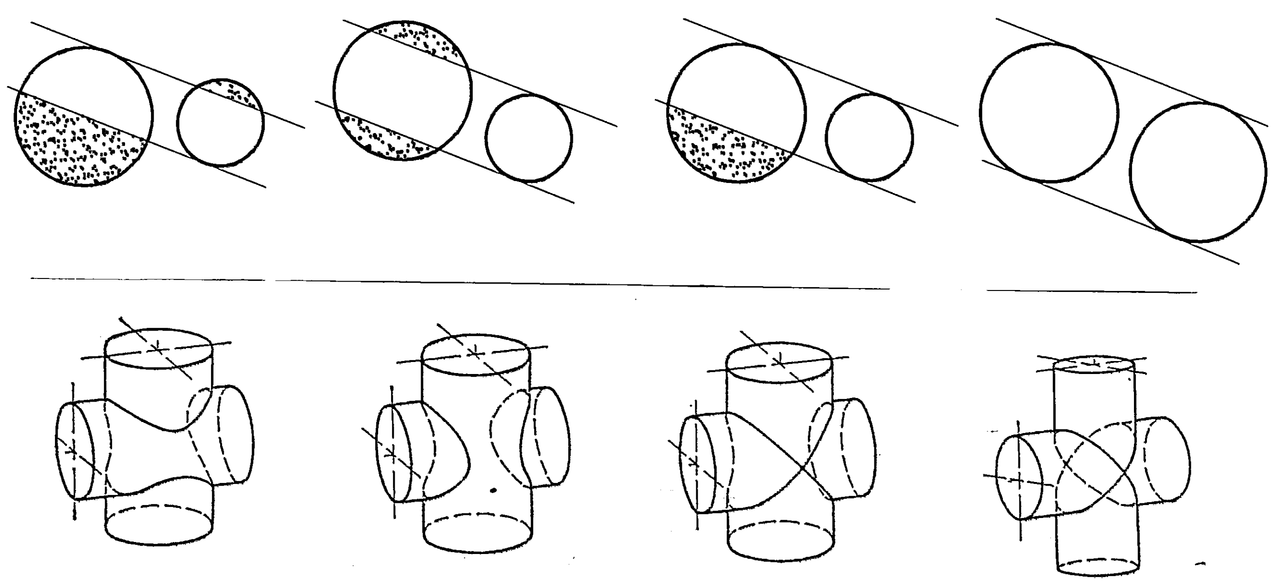
Fig. 69

En la Fig. 69, las bases se encuentran en un plano común, supóngase que ambos cilindros son opacos, forman un cuerpo entero (pieza fundida) de tal forma que un cilindro encuentra al otro pero no lo atraviesa. Por un punto supuesto O_2 se traza x_2w_2 paralela al eje a_2b_2 y y_2z_2 paralelo a c_2d_2, obteniéndose el plano paralelo maestro a los ejes de ambos cilindros. Dicho plano se ubica en el plano 1, donde y_1w_1 es la traza maestra (huella, intersección de recta con plano, que determina los elementos rectilíneos en ambos cilindros, en nuestro caso aparecen tres trazas; dos de ellas son tangentes, una al cilindro 1 que es la III y la otra tangente al cilindro dos que es la II y la secante que es la I. Las II y III denominadas trazas de planos de corte limitadores. La traza I, determina dos elementos rectilíneos en cada cilindro que son paralelos a los ejes de cada cilindro y se obtienen 4 puntos marcados con 1^1, la III da un elemento rectilíneo en el cilindro 1 y dos elementos en el cilindro 2 y se cortan dos veces en 3^1. El resto de puntos de igual manera.
Para la visibilidad se aplica que un punto es visible si pertenece a dos elementos rectilíneos visibles. **TRAZA: Línea de intersección de dos planos**

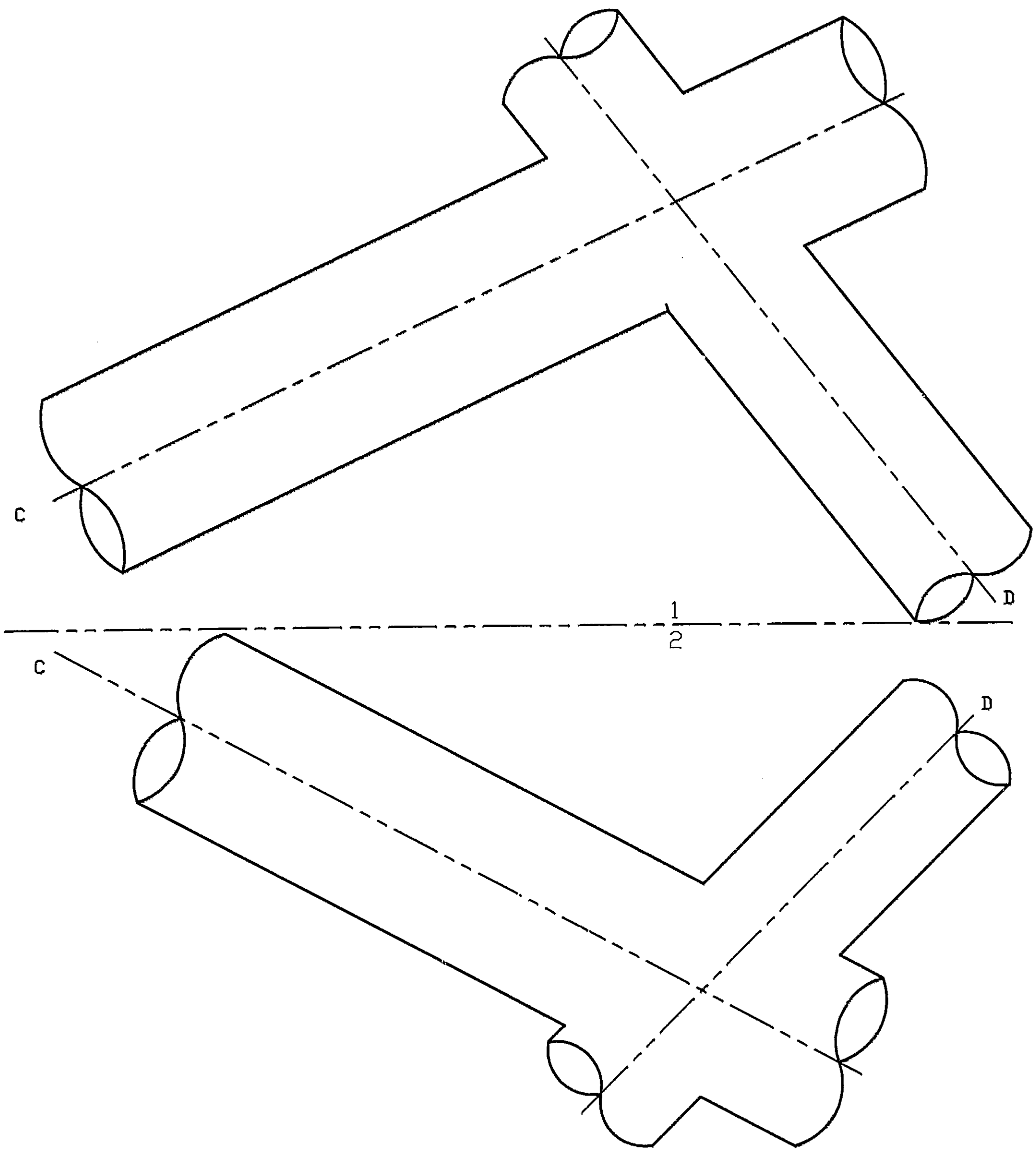
4.7.8.1 INTERSECCIONES TIPICAS

Estas gráficas nos indican si es una o dos las curvas de intersección: a) una curva, b) dos curvas, c) dos curvas tangentes en un lado y d) dos curvas tangentes en ambos lados.

(a) **(b)** **(c)** **(d)**



1. Hallar la curva (ó curvas) de intersección para los cilindros dados.



4.7.9 INTERSECCION DE DOS CONOS OBLICUOS.

Loe elementos de intersección, originados por el plano secante, en cada uno de los conos, pasán por los vértices, luego los planos cortantes pasarán por la línea de los vértices VA-VB la que prolongada corta la base común en O, punto clave de la solución.

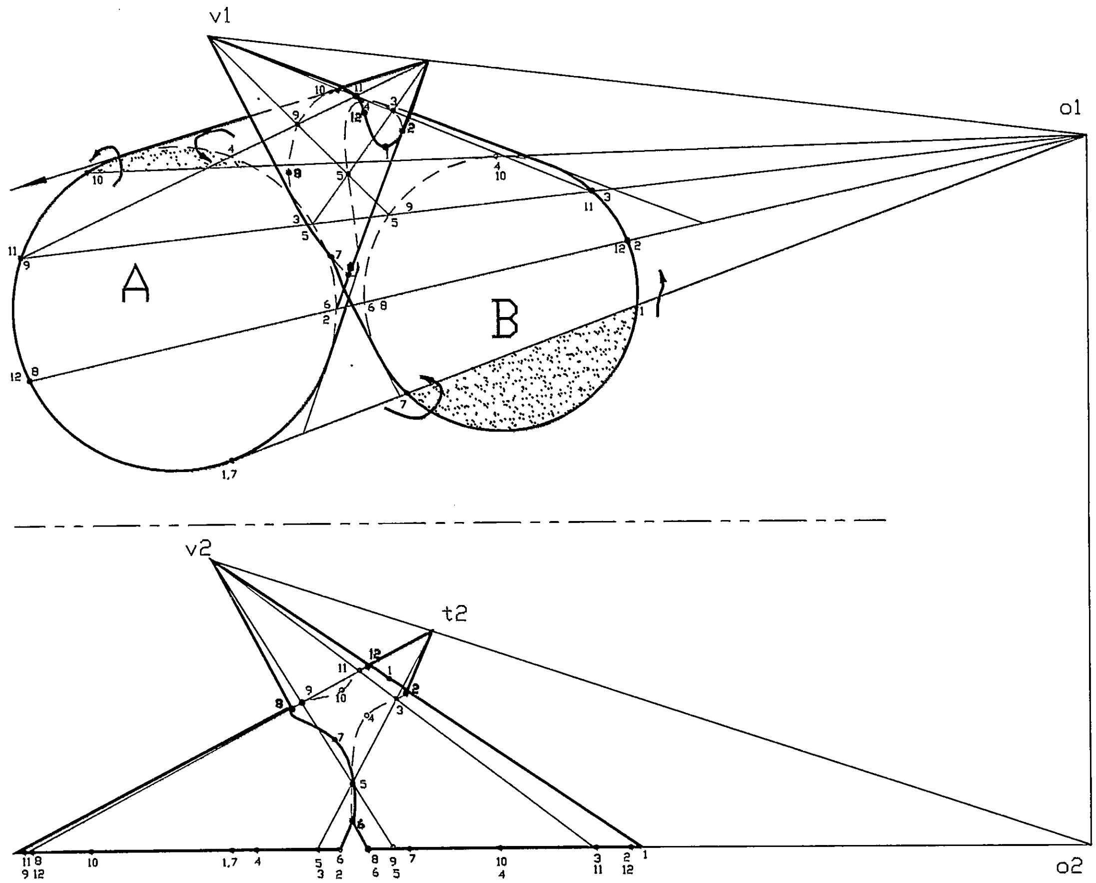
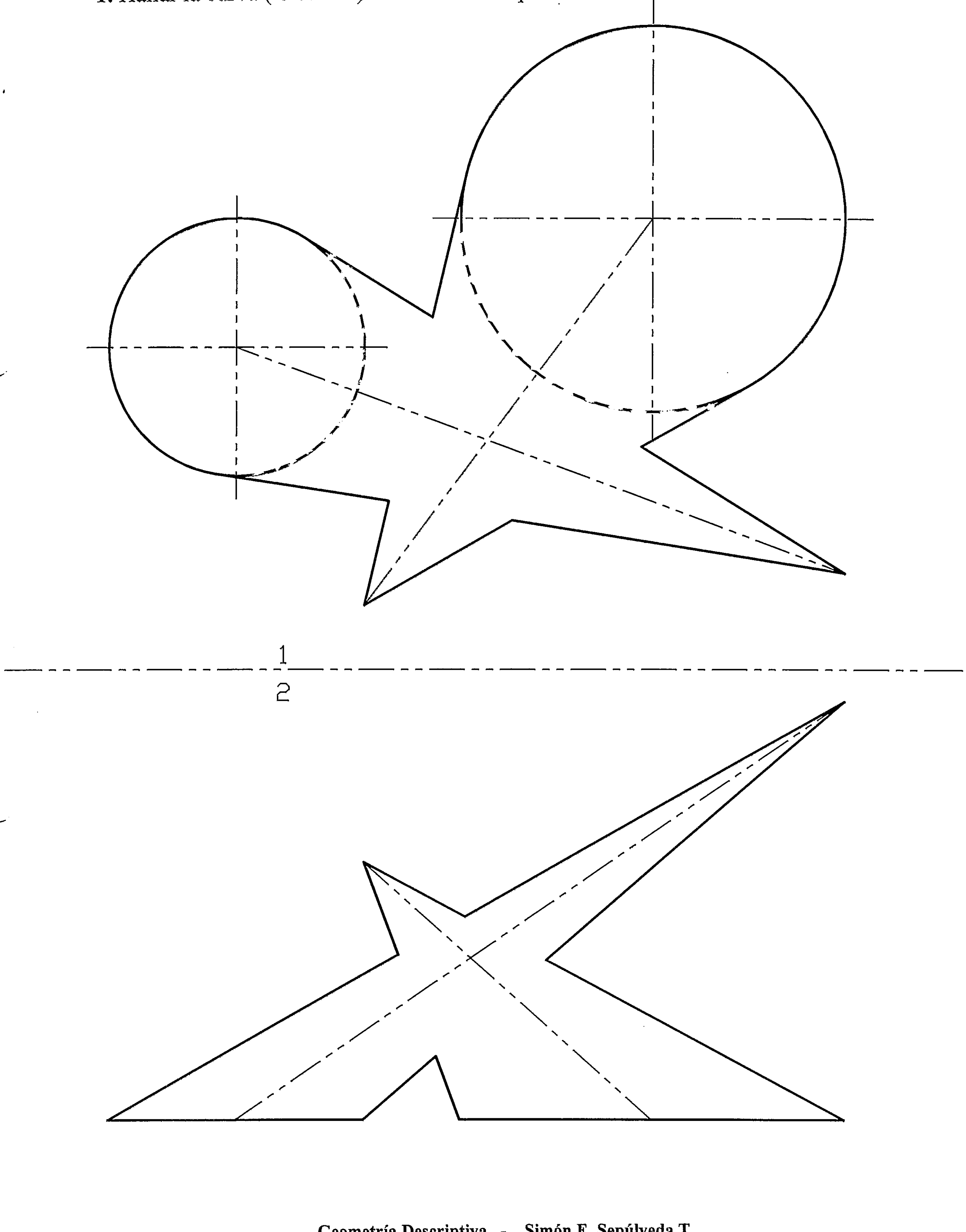


Fig. 70

En la vista 2 de la Fig. 70, trazar línea que pase por los vértices de los conos y prolongarla hasta la línea de tierra en O, y se ubica en la vista 1. O_1 será el punto de convergencia de todos los planos secantes. Trazar líneas tangentes a la base del cono A que cortan a la base del cono B y viceversa (ver parte inferior de la hoja **135 complemento**); siendo los límites de los planos secantes que cortan los conos . Dichos puntos de las bases de los conos se fugan a su respectivo vértice y donde se intersecan con sus respectivos puntos del plano secante nos irán dando los puntos que determinarán la línea de intersección, ver en la misma hoja cómo se enumera de acuerdo a las 4 formas que se presentan. Para la visibilidad en vista # 1 utilizar en la vista 1, las tangencias desde cada vértice donde determinan qué elementos son visibles y hacer tabla como vemos, los puntos que se repitan serán visibles en 1. Para la visibilidad en 2, ubíquese en la vista 2 y mire hacia 1, los puntos que se encuentran delante de las líneas de eje de las respectivas bases en 1, serán visibles en 2, al hacer la tabla los puntos que se repitan serán puntos de la línea de intersección visibles.

1. Hallar la curva (ó curvas) de intersección para los conos dados.



5.0 DESARROLLO DE SUPERFICIES

REGLA: Cada línea de un desarrollo muestra la longitud real de la línea correspondiente a la superficie del cuerpo.

Solamente los poliedros y las superficies de simple curvatura pueden ser desarrollados; los poliedros porque están limitados por superficies planas que pueden ser colocadas en un desarrollo de tamaño verdadero y en serie relacionada.

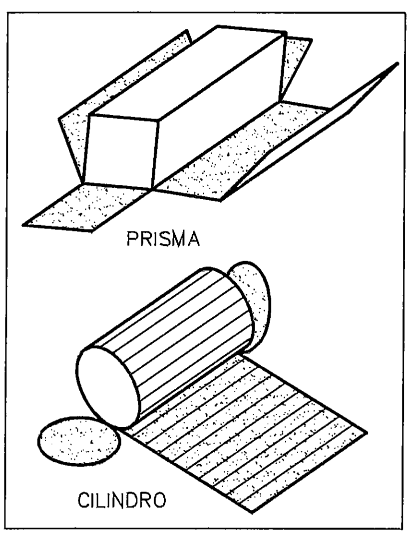
Las de simple curvatura porque cada par de elementos rectilíneos consecutivos están colocados en el mismo plano.

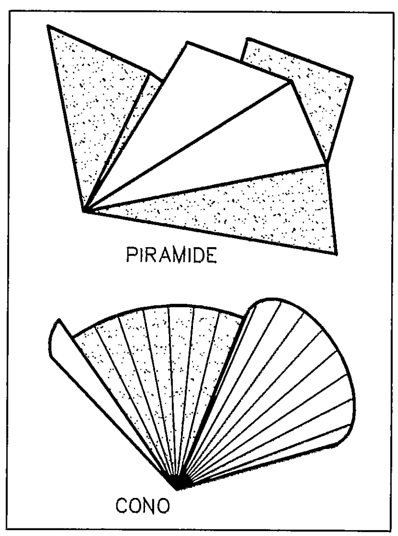
Las superficies alabeadas no pueden ser desarrolladas por no tener dos elementos consecutivos que puedan formar un plano, las de doble curvatura tampoco por no contener superficies ni líneas rectas o planas.

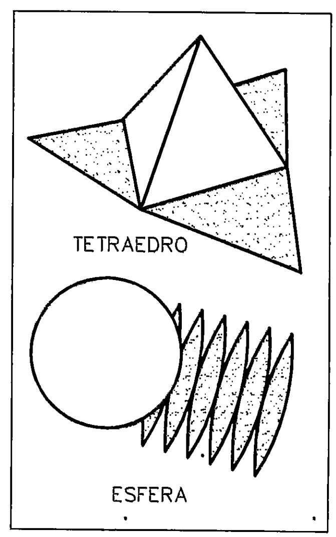
Se acostumbra dejar unos cinco centímetros de material extra en los bordes que se van a unir, llamados solapas, para facilitar el hacer la junta, a no ser que sea soldad

5.1 CLASIFICACION DE LOS DESARROLLOS

1. Desarrollo por líneas paralelas: prismas y cilindros.
2. Desarrollo de líneas radiales : conos y pirámides.
3. Desarrollo de triangulaciones: tetraedro
4. Desarrollos aproximados: en doble curvatura y alabeadas: esfera







5.1.1 DESARROLLO DE UN CILINDRO RECTO.

La distancia alrededor de un cilindro, o su circunferencia, será su longitud cuando está desarrollado, esta distancia tiene que medirse, siempre, en el plano de la sección recta (transversal), y se verá en su verdadera longitud en la vista de canto del cilindro. Por esta razón, un cilindro siempre tiene que verse en su verdadera longitud antes de que pueda ser desarrollado. Se supone que se hace el desarrollo perpendicularmente a su verdadera longitud. Las generatrices permanecerán siempre perpendiculares entre sí, y la distancia entre ellas se toma de la vista en la cual aparecen como puntos. Con todas las generatrices situadas, el extremo de cada generatriz puede proyectarse desde la vista de verdadera longitud para dar la curva pedida.

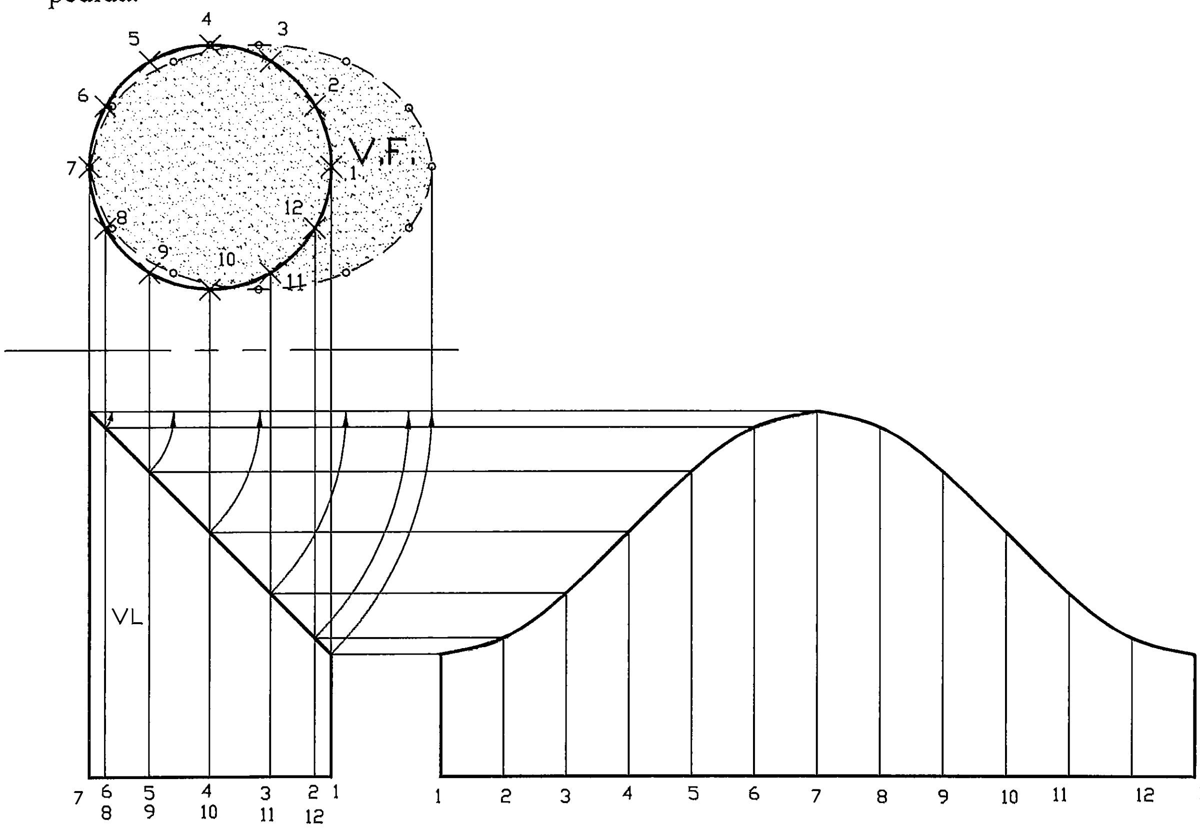
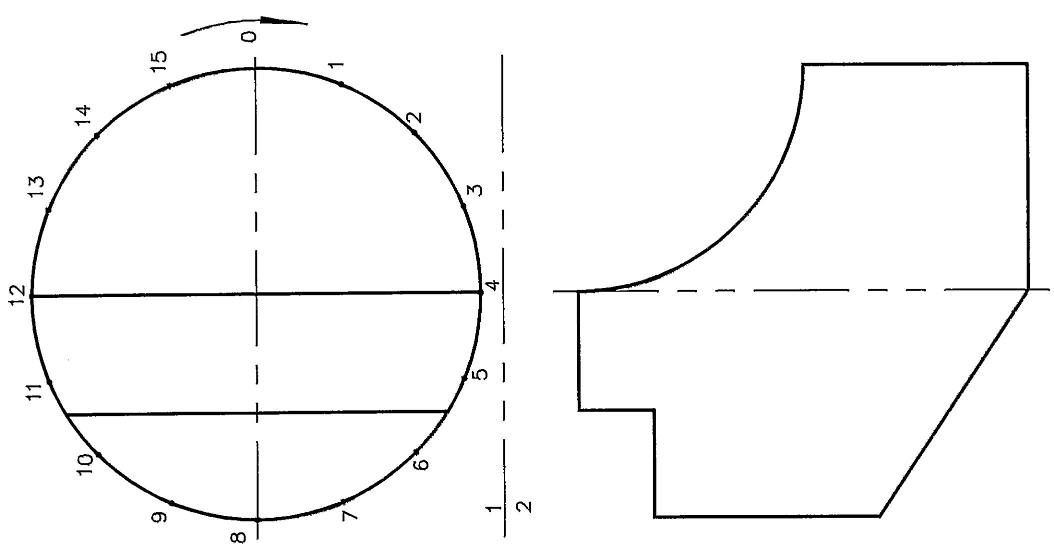


Fig. 71

Dado 1 y 2 del cilindro recto truncado. Dividir la circunferencia en un numero conveniente mostrando los elementos en las vistas, así la verdadera longitud de estos se ven en 2. Trazar la línea de desarrollo (B x Diámetro,), directamente al lado de la base del cilindro y ubicar perpendicularmente a dicha línea los elementos, unir los extremos superiores de los elementos en el desarrollo con curvígrafo. La VF de la base se muestra en la vista en planta, y de la tapa se muestra en 3 ó por rotación.

1. Dibujar el desarrollo.



5.1.2 DESARROLLO DE UN CILINDRO OBLICUO

Como se ve en la Fig. 72, se debe construir una vista que muestre las verdaderas longitudes de los elementos del cilindro, luego se proyecta otra vista que muestre la sección transversal del cilindro y distancia verdadera entre los elementos.

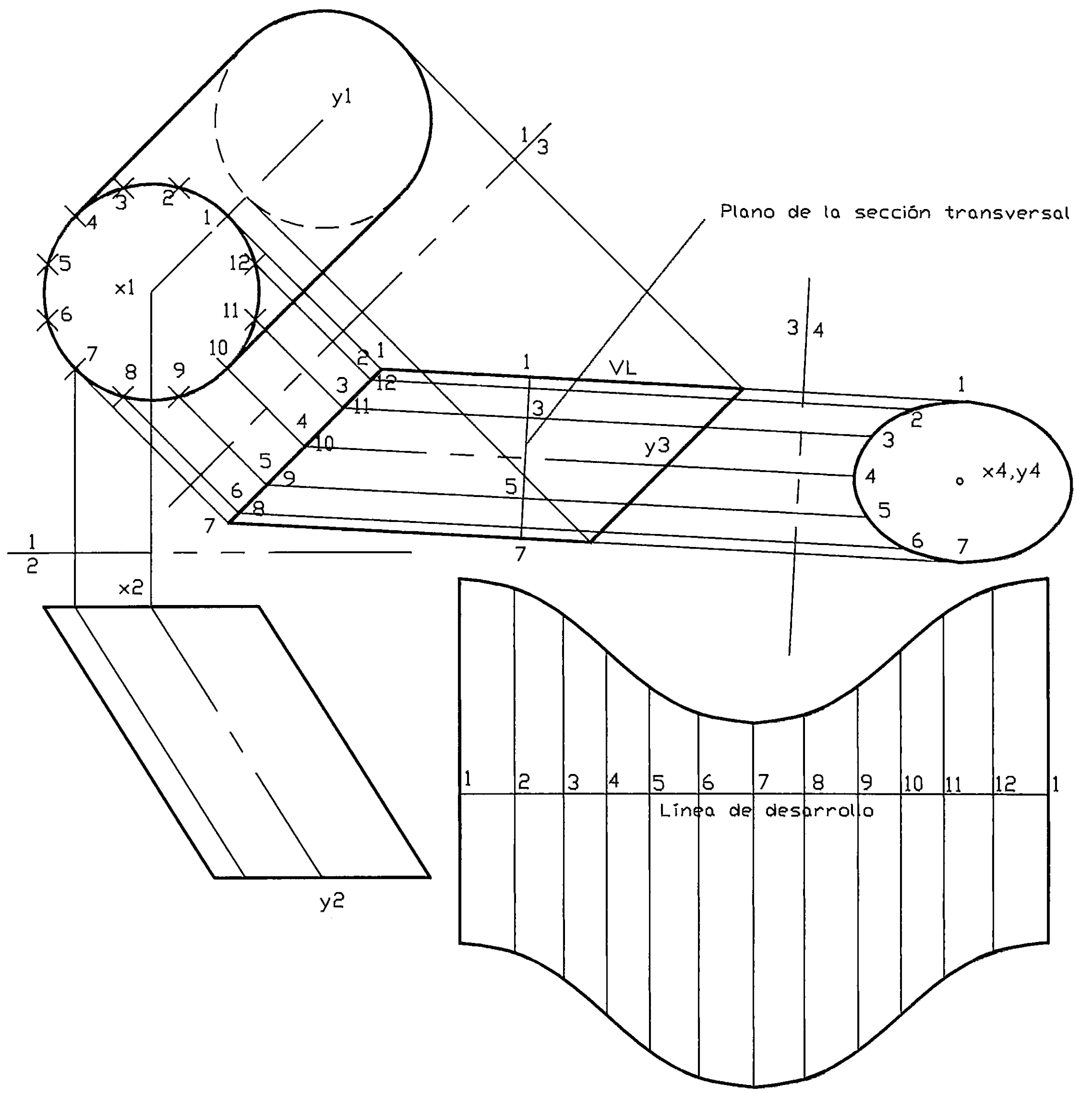
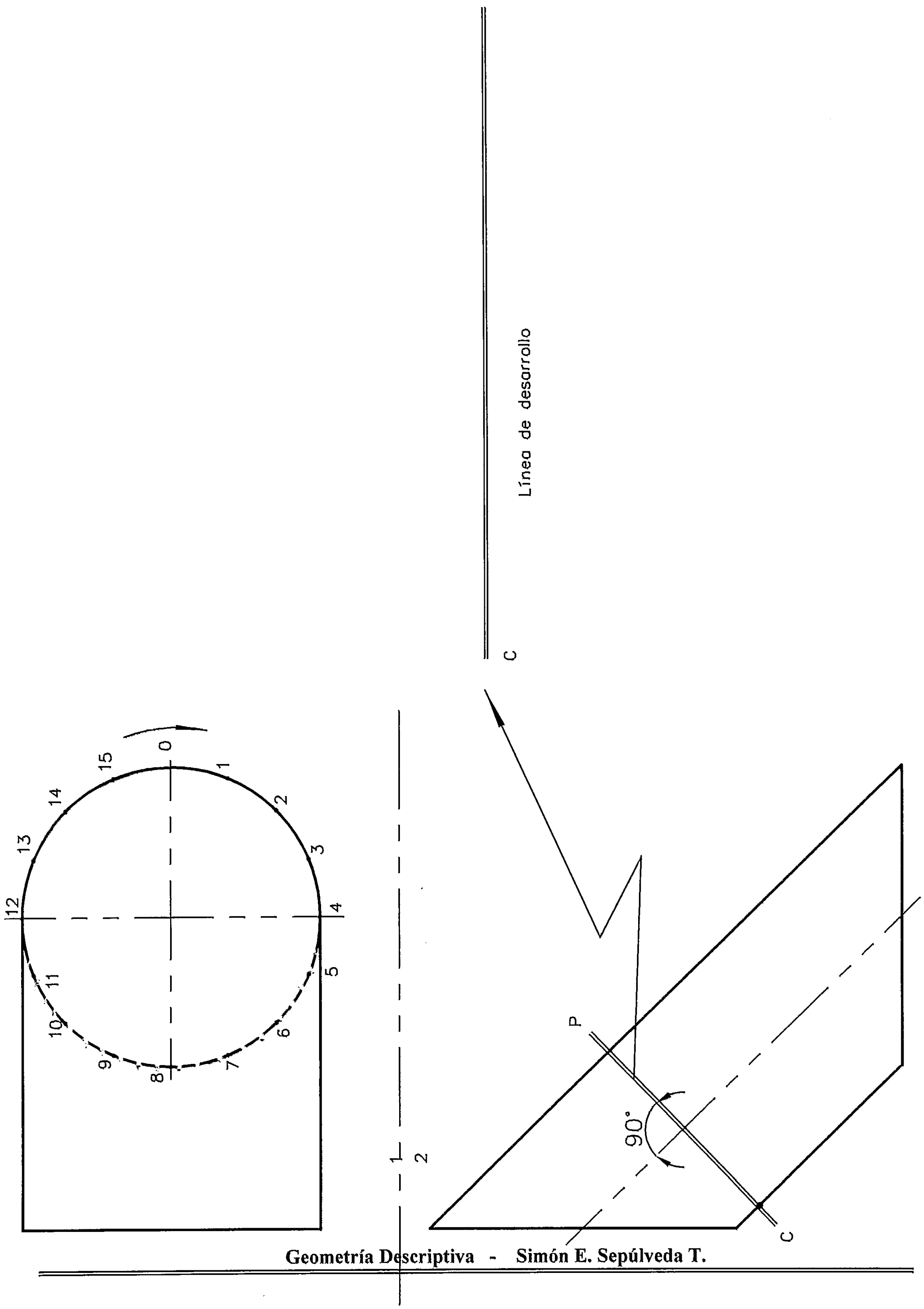


Fig. 72

Construir una vista auxiliar de elevación 3 que muestre el eje del cilindro XY en su verdadera longitud. Muestre la sección transversal del cilindro girada y tome en la mitad de la elipse seis divisiones, desígnelos del 1 al 7 y proyéctelos a 3, donde aparecerán en su verdadera longitud y serán paralelos al eje XY. Trazar una línea de desarrollo perpendicular a la longitud verdadera del eje y proceda como en el caso anterior

1. Dibujar el desarrollo.



5.1.3 DESARROLLO DE UN CONO CIRCULAR RECTO

En la Fig. 73, todos los elementos tienen igual longitud, suele desarrollarse empleando el vértice y una base que sea una sección recta. Puesto que todos los puntos de la base , que es sección recta, equidistan del vértice, el lugar de todos estos puntos, en el desarrollo, será un arco de circulo cuyo centro es el vértice y cuyo radio es igual a la generatriz del cono. La longitud de este circulo será la misma que la longitud del circulo de la base. Pueden trazarse una serie de elementos igualmente espaciados, en el cono y también en el desarrollo. Si las generatrices son cortadas antes de que lleguen al vértice, debe hallarse la verdadera longitud de cada generatriz desde el vértice (o desde la base) hasta el punto de corte y llevar esta longitud al desarrollo, para determinar los puntos de la curva pedida.

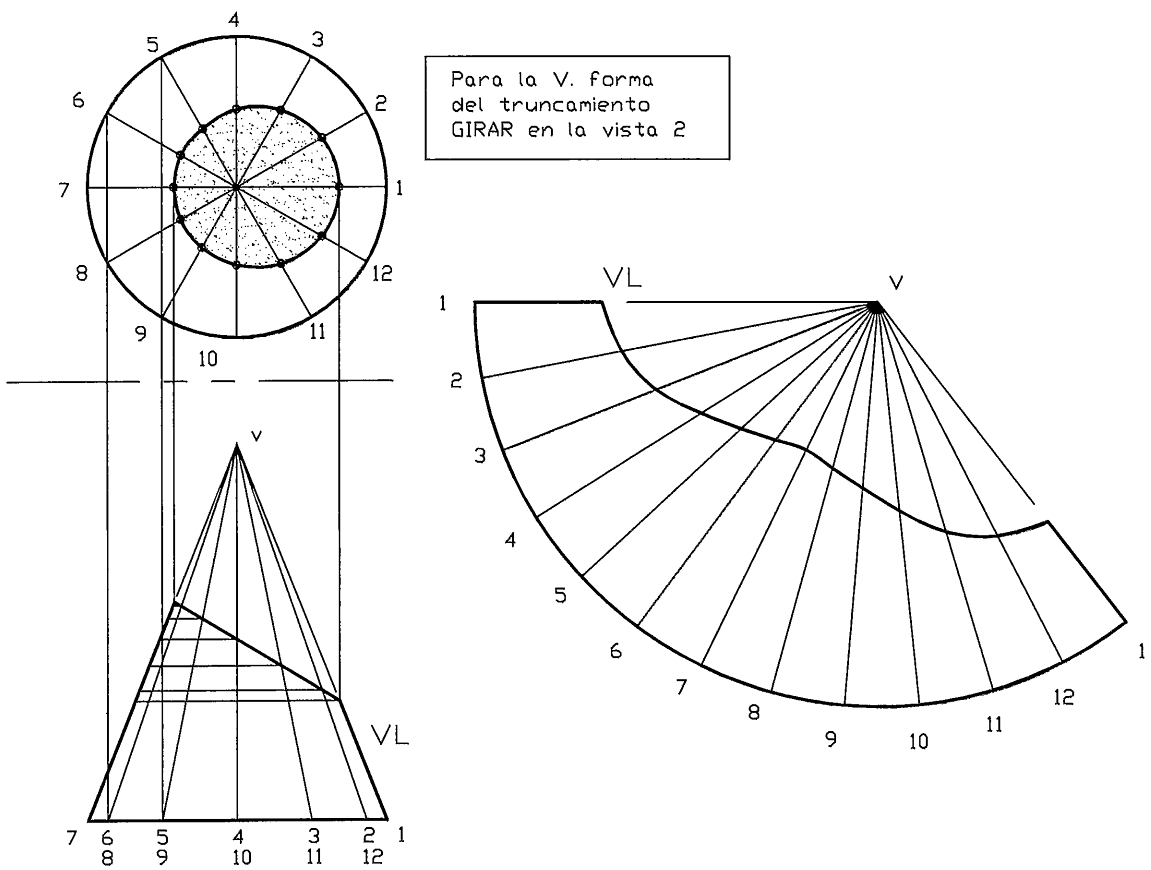
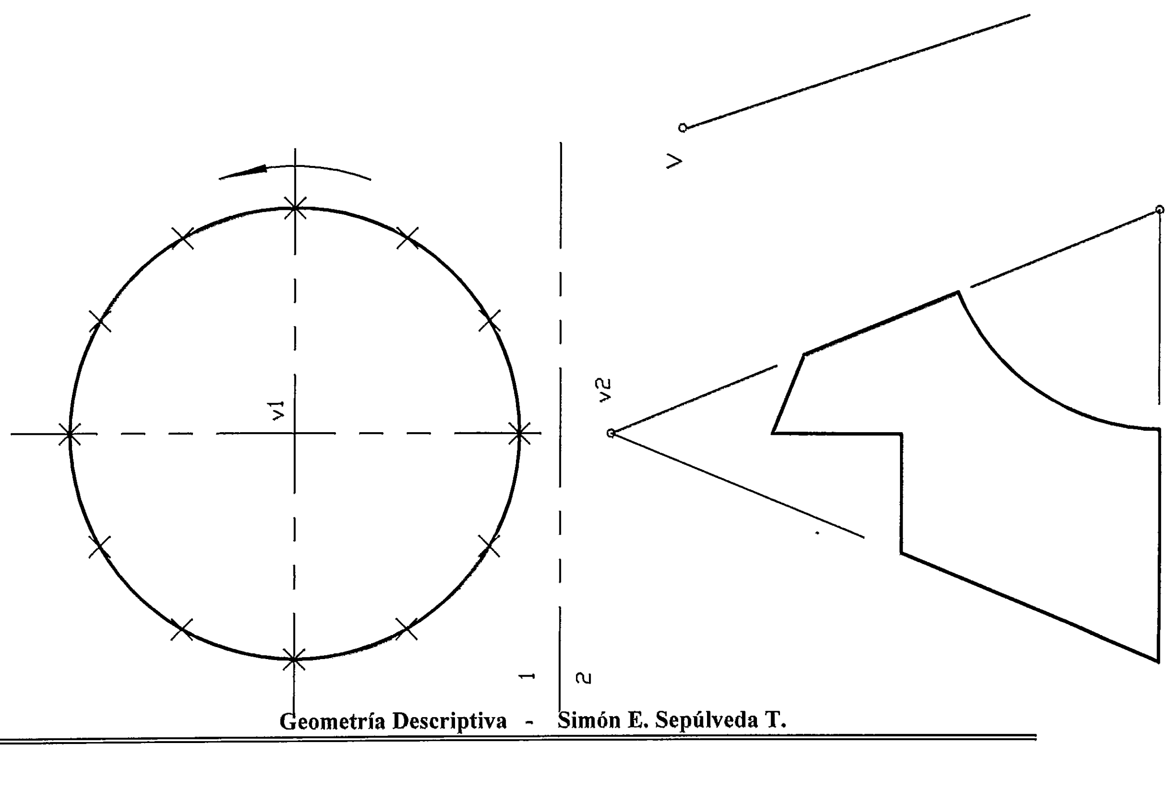


Fig. 73

Dividir el circulo en un número conveniente de partes, dibújelos y desígnelos en la vista 1 y 2. Los elementos 1 y 7 son los únicos que aparecen en verdadera longitud (el resto se hallan por rotación). Trazar un arco con radio $O_2 1$ y sobre él se miden las cuerdas 1-2 , 2-3 etc y se unen con el vértice, trasladando las verdaderas longitudes.

1. Dibujar el desarrollo.



5.1.4 DESARROLLO DE UN CONO OBLICUO

En la Fig. 74 los elementos tienen diferente longitud y por lo tanto la verdadera longitud de cada longitud de elemento se debe determinar separadamente. La base del cono determinará la longitud del desarrollo, pero esta base no se desarrollará en la forma de arco circular. Observe que todas las longitudes verdaderas de los elementos , fueron halladas por rotación. Las longitudes verdaderas se obtienen por el método de giro, y se obtiene así el diagrama de verdaderas longitudes.
Si el cono oblicuo ha sido truncado, el procedimiento será el mismo, con la diferencia de que el punto más alto de cada elemento se proyecta desde la vista frontal hasta el diagrama de longitudes verdaderas.

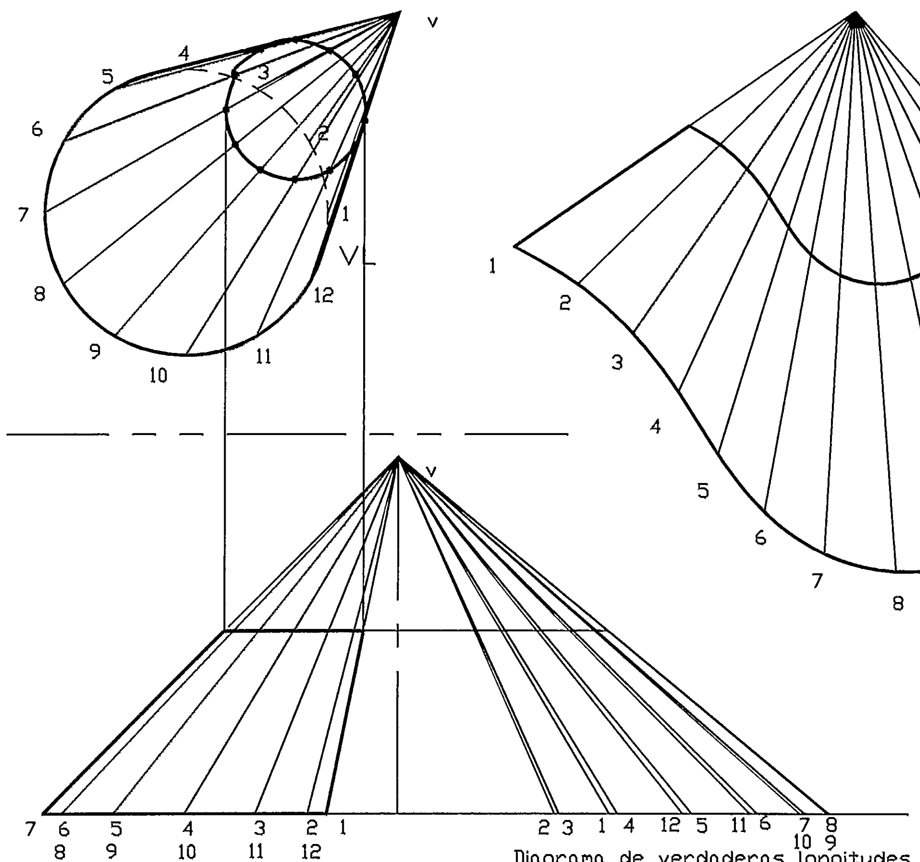
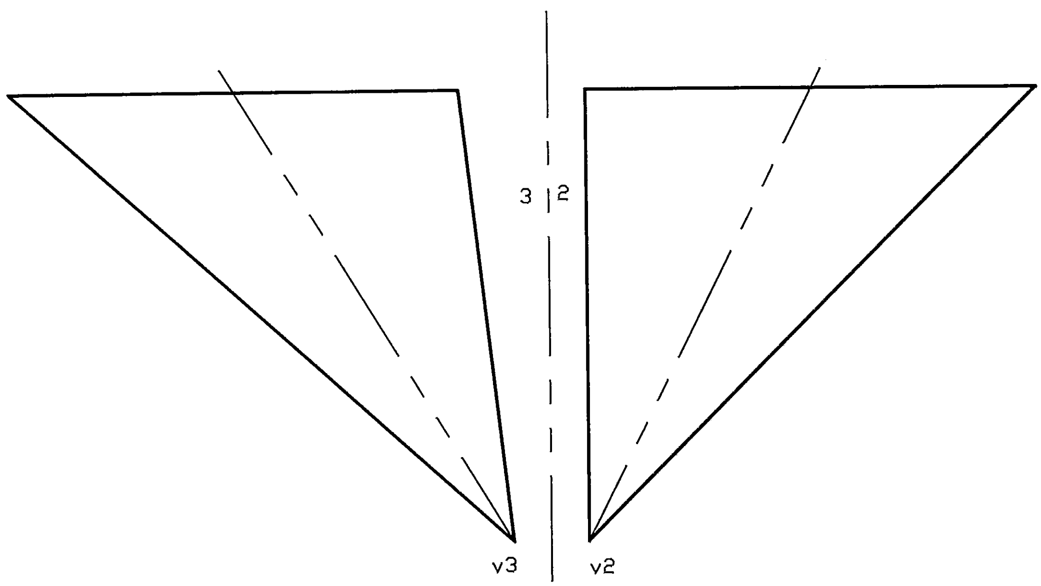


Fig. 74

Dividir el circulo en 12 partes, y muestre los elementos en ambas vistas. Gire en la vista en planta dichos elementos para mostrar longitudes verdaderas como se ve en el diagrama de longitudes verdaderas. Trazar una línea O-1, para empezar el desarrollo, con centro en 1 trazo un arco de radio A (distancia entre elementos consecutivos) y con centro en O trazar un arco con radio O-2 (V.L.), obteniendo el punto 2. Igual procedimiento para los demás puntos.

1. Dibujar el desarrollo.



5.1.5 DESARROLLO DE UN PRISMA

En la Fig. 75 debemos determinar las longitudes verdaderas de las aristas junto con sus posiciones relativas respecto a la sección transversal del prisma. Una vista que muestre la sección transversal del prisma, determinará la longitud del desarrollo (perímetro).

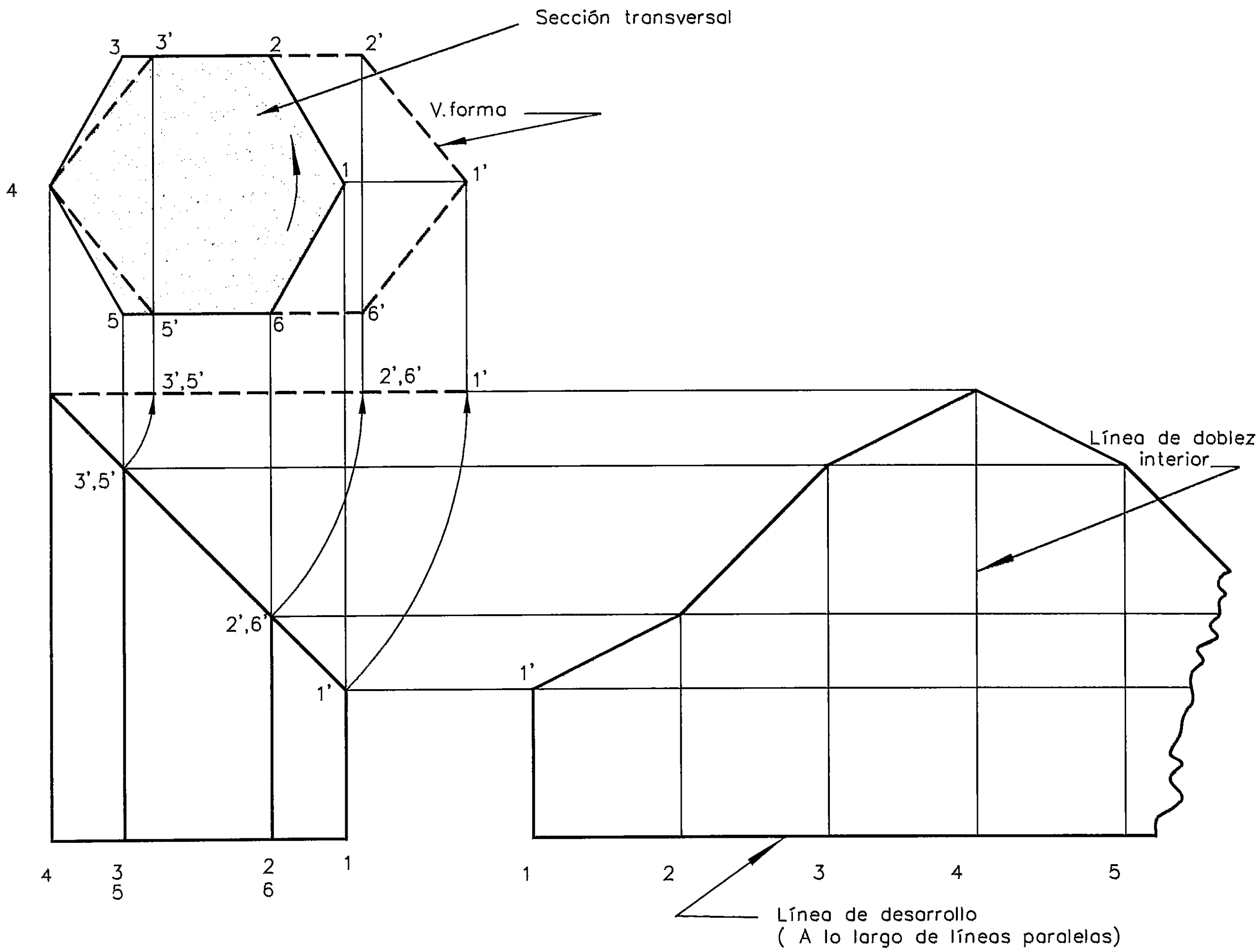
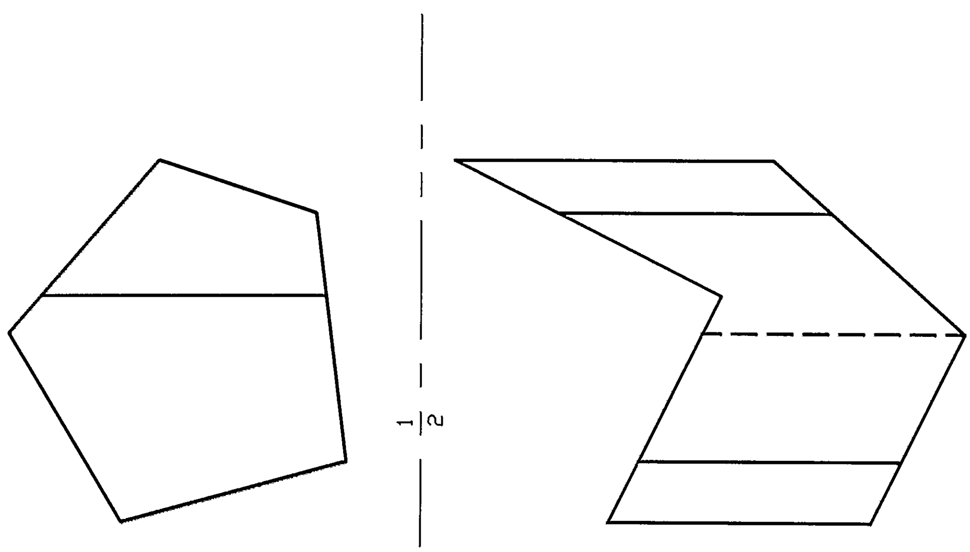


Fig. 75

Se dan las vistas 1 y 2 del prisma, designe las aristas verticales. Trace una línea de desarrollo a continuación de la base del prisma y mida sobre ella las distancias AB, BC ...(tomadas de la vista en planta) que son verdaderas longitudes. Trazar las aristas perpendiculares a la línea de desarrollo con sus verdaderas longitudes tomadas de la vista frontal y unir los puntos. Las líneas de doblez son aquellas por las que se ha de doblar para obtener la forma correcta.

Para la verdadera forma de la base y la tapa (si es truncado), por rotación o por vista auxiliar.

1. Dibujar desarrollo.



5.1.6 DESARROLLO DE UN PRISMA OBLICUO

En la figura 76 se muestra una conexión en diagonal para unir dos conductos regulares de ventilación situados en diferentes planos. La construcción del método de desarrollo por líneas paralelas, requiere las verdaderas longitudes de las aristas laterales, de la sección recta por la que pasan; asimismo el espaciado de estas aristas laterales, a lo largo de la línea de desarrollo. Es decir, para obtener el desarrollo de un prisma oblicuo se requiere:

a) Vista que muestre la verdadera longitud de las aristas laterales.

b) Sección recta que muestre dichas aristas como puntos.

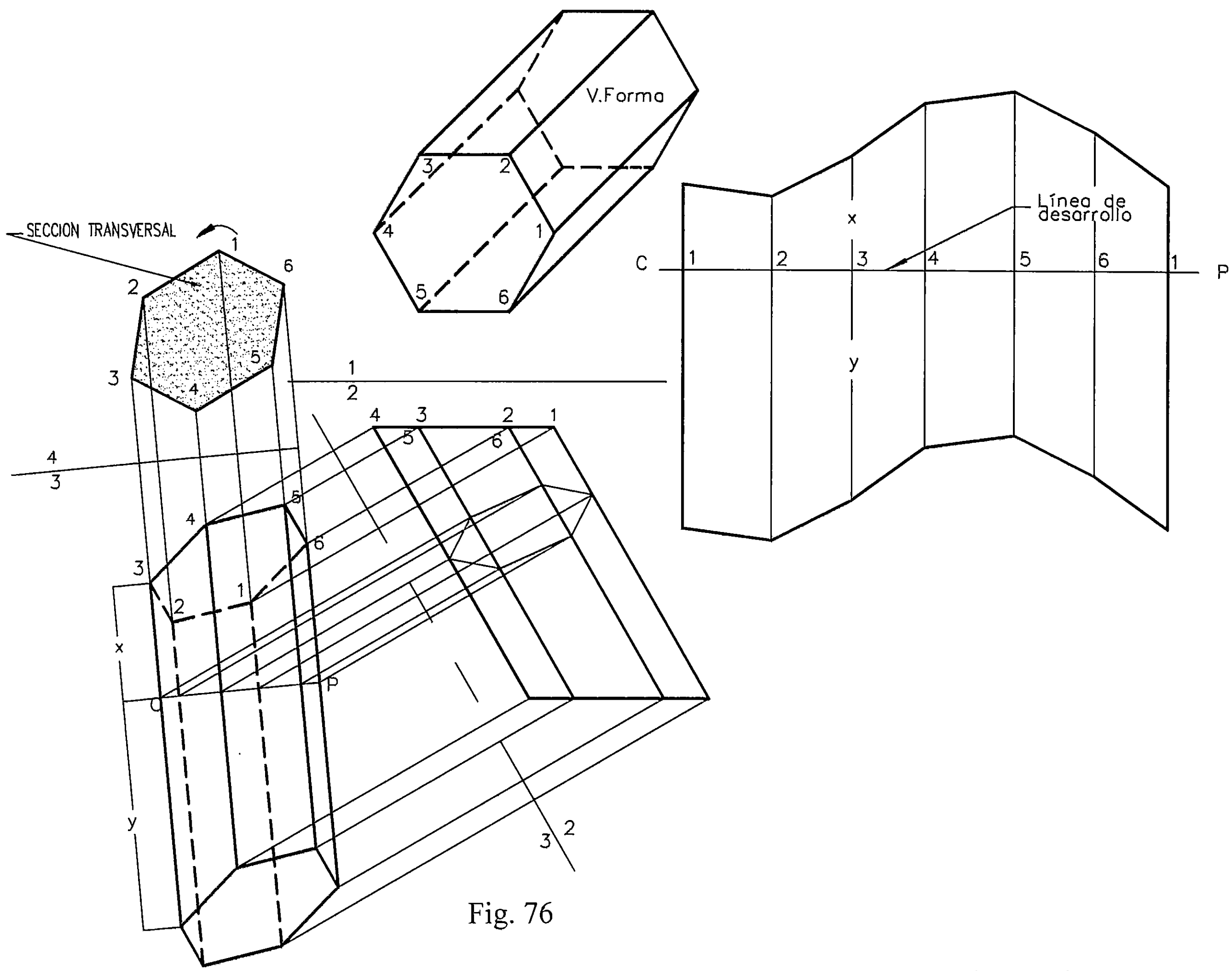
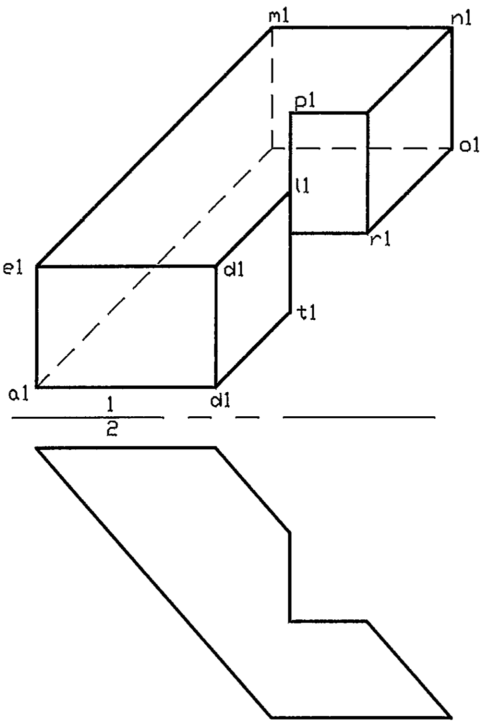


Fig. 76

Trazar vistas 3 y 4 para mostrar las verdaderas longitudes de las aristas y luego se lleva a punto. El desarrollo se hace en base a estas dos vistas. Como la base no es perpendicular se traza el plano C-P (**sección recta arbitraria**) perpendicular a arista en V.L. La línea C-P servirá como la línea de desarrollo en un lugar deseado y sobre ella se pasan las distancias al desarrollo tales como X,y Y en verdadera longitud .....etc.

1. Dibujar el desarrollo.



5.1.7 DESARROLLO DE UNA PIRAMIDE RECTA

En la Fig. 77 se hace el desarrollo por el método de líneas radiales. Las aristas laterales figuran en el desarrollo como líneas rectas que radiaran desde el vértice. Cuando la pirámide es truncada la solución es más segura si se desarrolla primero la totalidad de la pirámide y deduciendo de ella la parte correspondiente al truncamiento.
Este es un procedimiento general que deberá ser seguido siempre que el vértice este dentro de los limites del papel, pues cuando cae fuera, o sea inaccesible, se debe emplear el método de la triangulación.

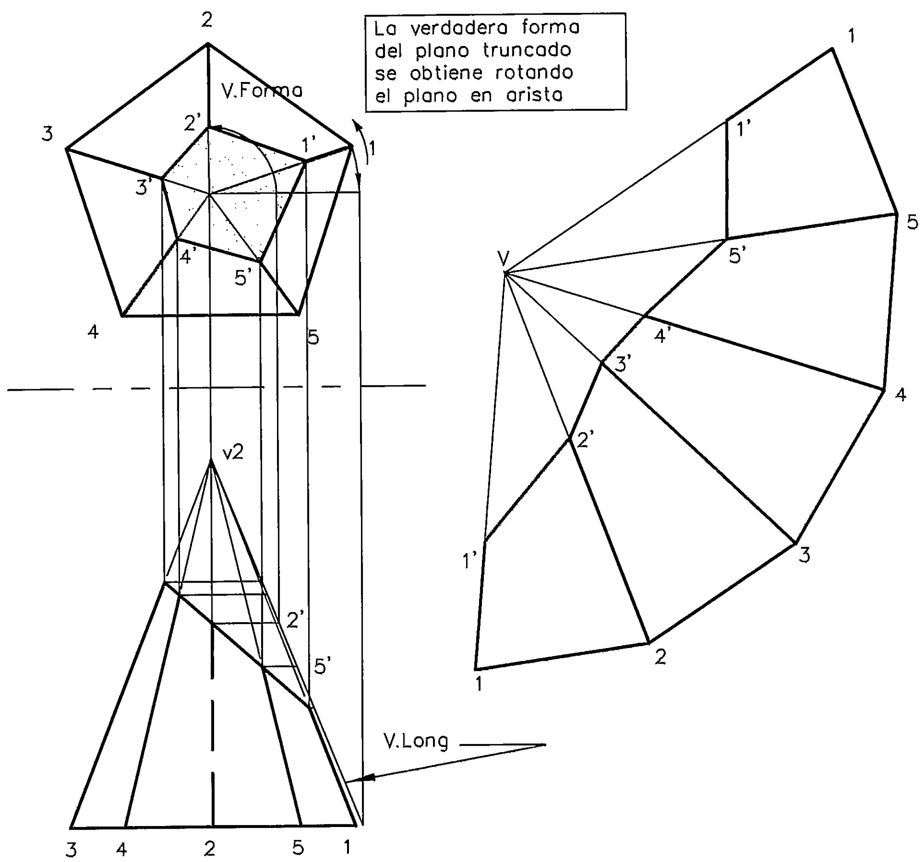
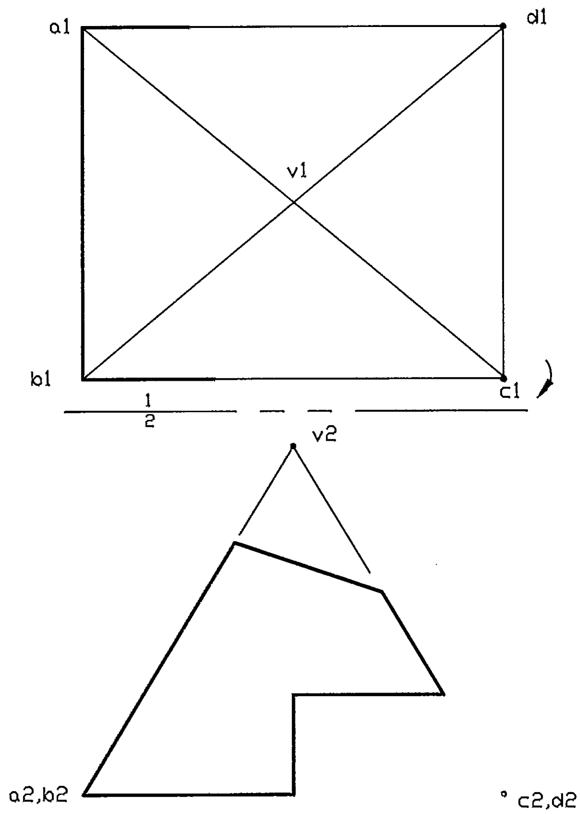


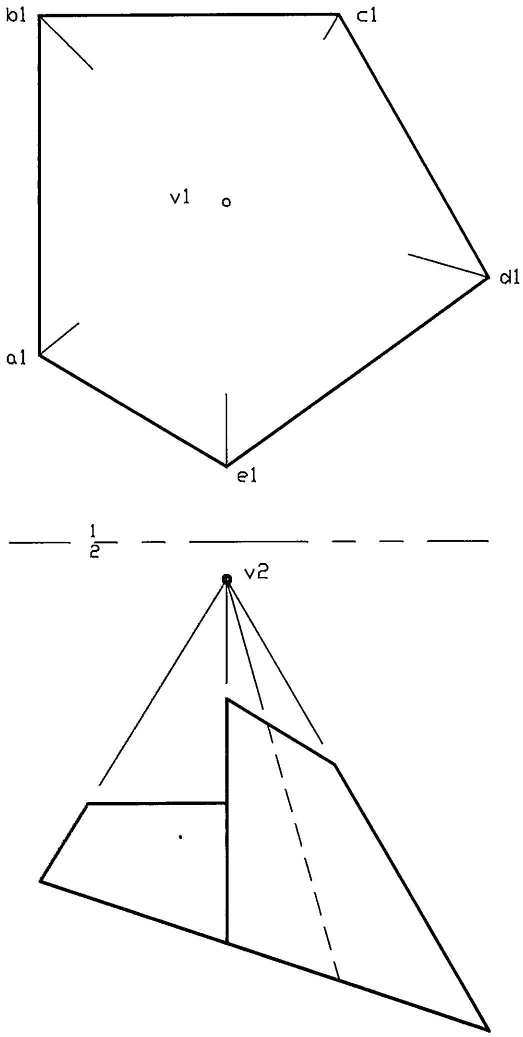
Fig. 77

Como la pirámide es recta las aristas tienen igual longitud, pero ninguna aparece en verdadera longitud. Si se utiliza el eje de la pirámide como eje de giro se puede obtener las verdaderas longitudes de las aristas. Trazando un arco con esa distancia y sobre ese arco se miden las distancias correspondientes a los lados de la base, uniéndolos con líneas radiales desde el vértice. Note bien lo que se hizo con el truncamiento.

1. Dibuje el desarrollo.



2. Dibuje el desarrollo.



5.1.8 DESARROLLO DE UNA PIRAMIDE OBLICUA

En la Fig. 78, mostramos el desarrollo de una pirámide oblicua sea truncada o no, ya que fundamentalmente es el mismo que el de una pirámide recta, excepto que las aristas laterales de la oblicua tiene longitudes diferentes, por lo que cada longitud verdadera de la pirámide debe ser determinada independientemente, por el método de giro es más simplificado, por reducirse al método de diagrama de longitudes verdaderas.

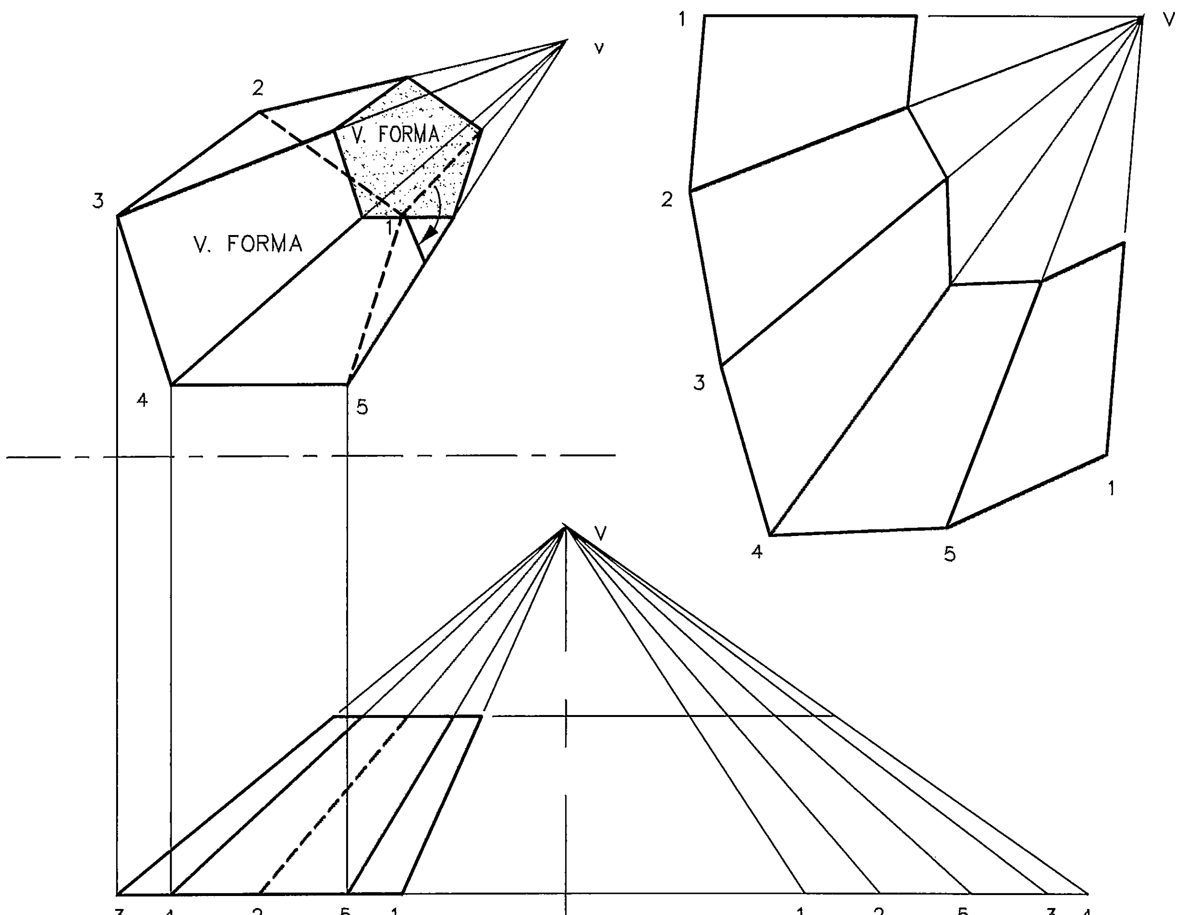
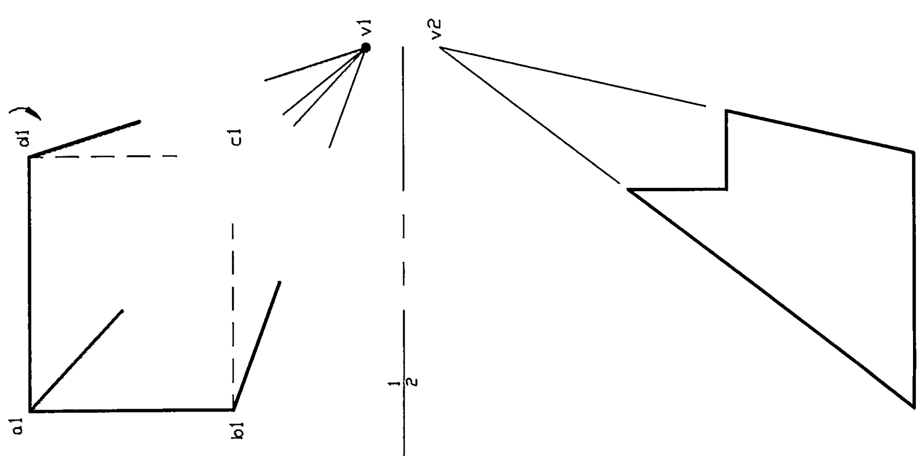


Fig. 78

Las verdaderas longitudes de las aristas se obtienen como se vio antes se obtienen por rotación, girando y llevando las aristas hasta que queden paralelas a la línea de giro 1-2 en el plano horizontal y en el plano frontal se obtiene el diagrama de verdaderas longitudes. El desarrollo se empieza con la arista V1, así que la V.L. de V1 se dibuja trazando un pequeño arco con centro en V; haciendo centro en 1 y radio 1-2 trazar otro arco que corta al anterior obteniendo el punto 2. Para los demás puntos se procede de igual forma.

1. Dibuje el desarrollo



5.1.9 METODO DE LA TRIANGULACION

En la Fig. 79, vemos que la superficie de unión no es prismática ni piramidal , los métodos anteriores no pueden ser empleados en este caso. En tales casos las superficies planas diversas se pueden dividir en áreas triangulares, pudiendo ser desarrollado cada triángulo tan pronto como las longitudes de sus lados figuren en longitudes reales.

Se muestran vistas 1 y 2 de una tolva, por triangulación hallar su desarrollo

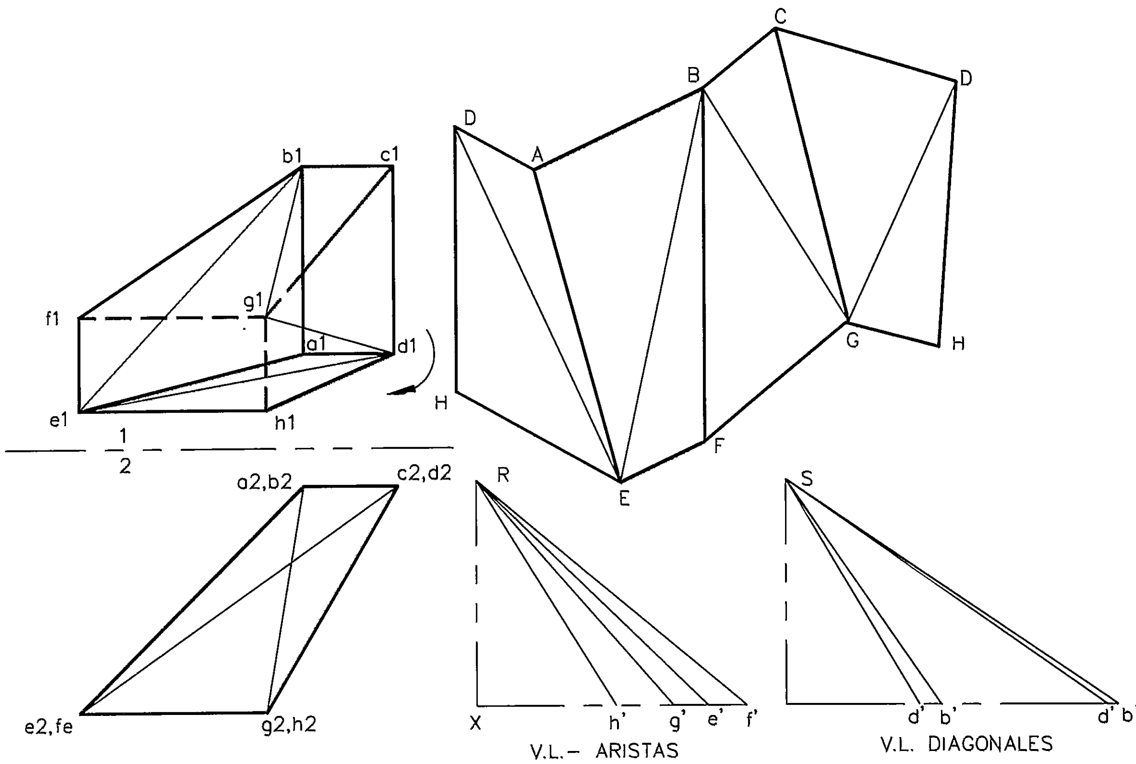


Fig. 79

En la vista 1: b_1e_1 divide el cuadrilátero $a_1b_1f_1e_1$ en dos triángulos, de modo semejante d_1g_1 , b_1g_1 y d_1e_1. Las cuatro diagonales se llevan a la vista 2, quedando así triangulada la superficie de la tolva. Esta superficie consta ahora de ocho triángulos a los que hay que determinar la longitud real de cada lado. Supongo eje RX y allí ubico el diagrama de verdaderas longitudes de las aristas, con SY el diagrama de verdaderas longitudes de las diagonales y en la vista 1 aparecen las bases en V. forma. En el desarrollo AE=RE^R, B se localiza trazando desde A como centro un arco de radio a_1b_1 y desde E como centro y con radio S-B^R E ^{R} otro arco que cortará al anterior en el punto B. El punto F se localiza por la intersección de los arcos trazados desde B y E. Se le sugiere al estudiante continuar el ejercicio. Los prismas oblicuos también se pueden desarrollar por este método.

5.1.10 DESARROLLO DE ADAPTADORES.

Adaptador: pieza de unión de superficie metálica que enlaza dos tuberías de diferente diámetro y forma. En Fig. 80, un adaptador que une dos conductos, circular y rectangular

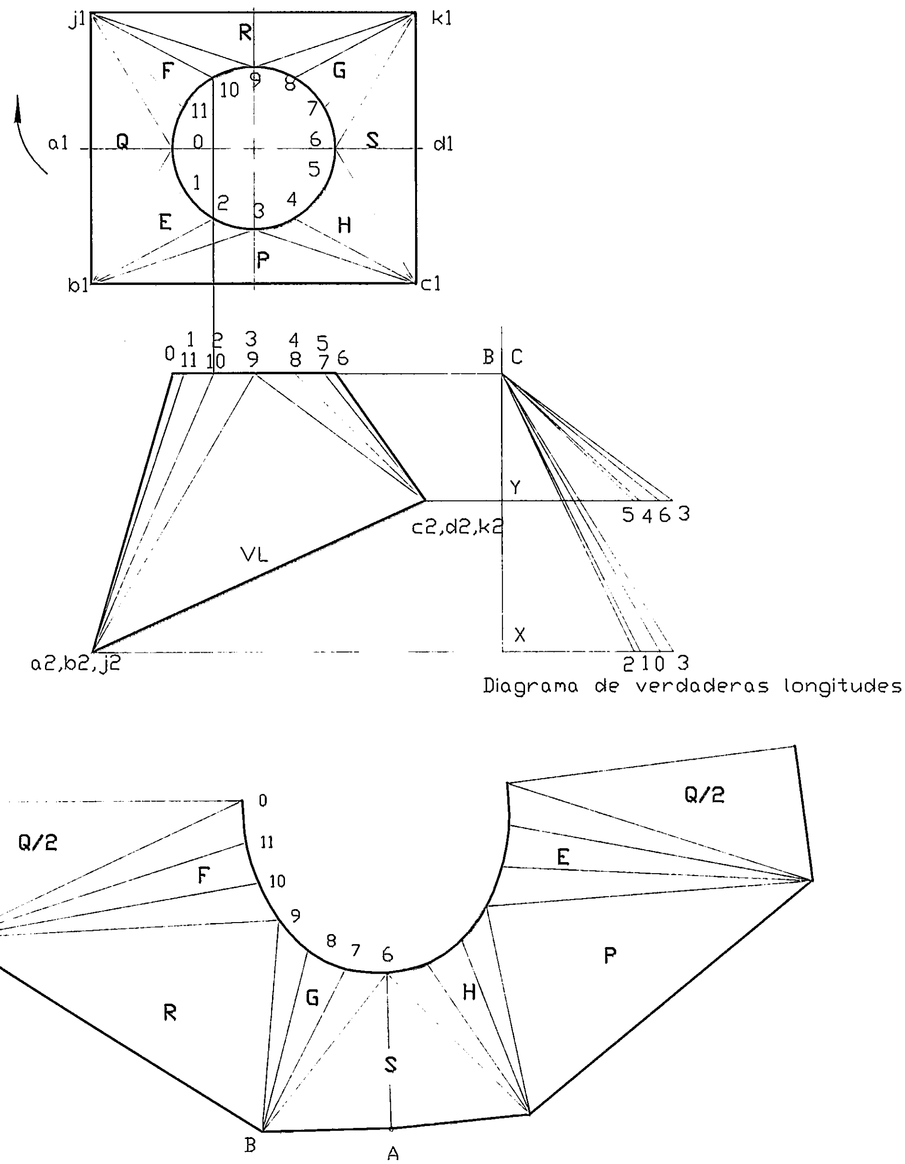
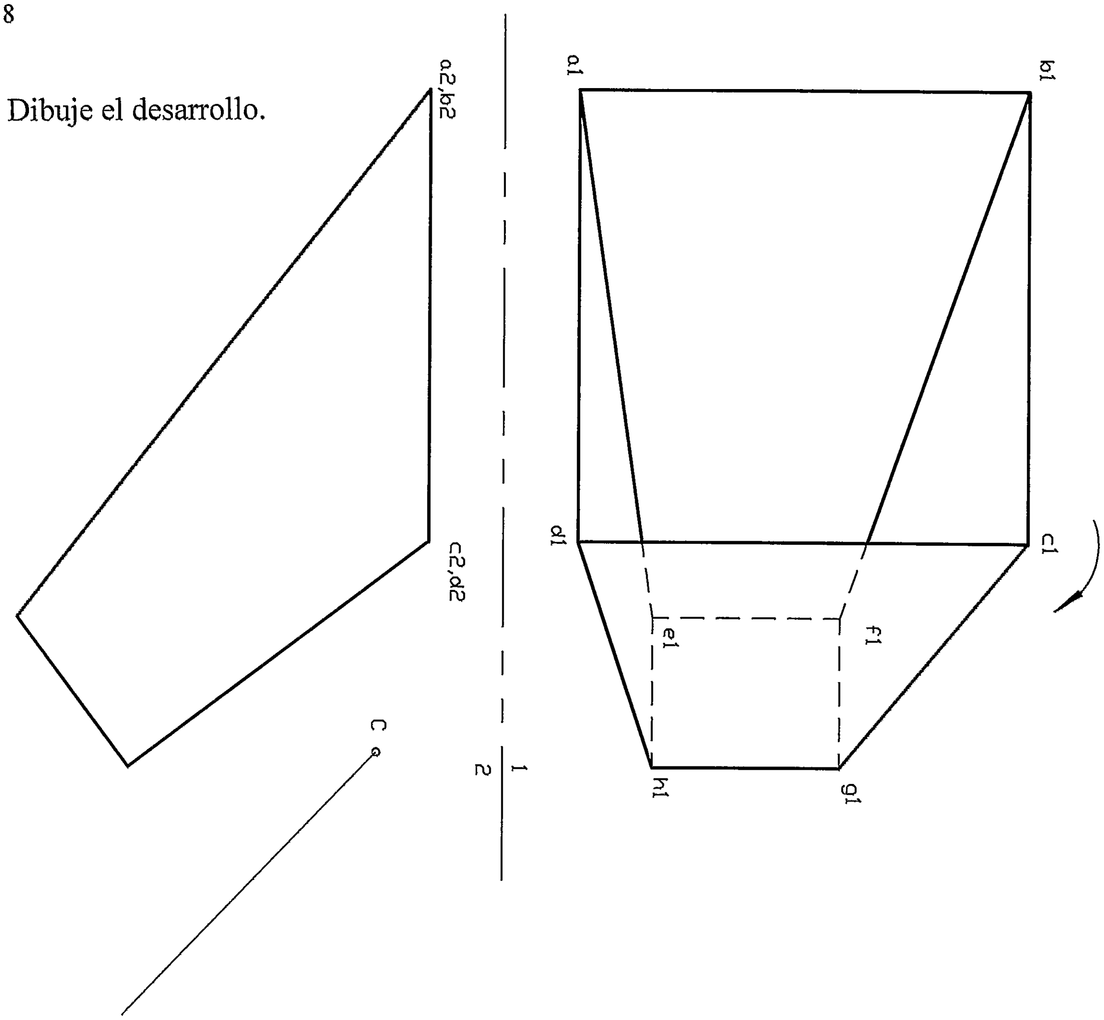


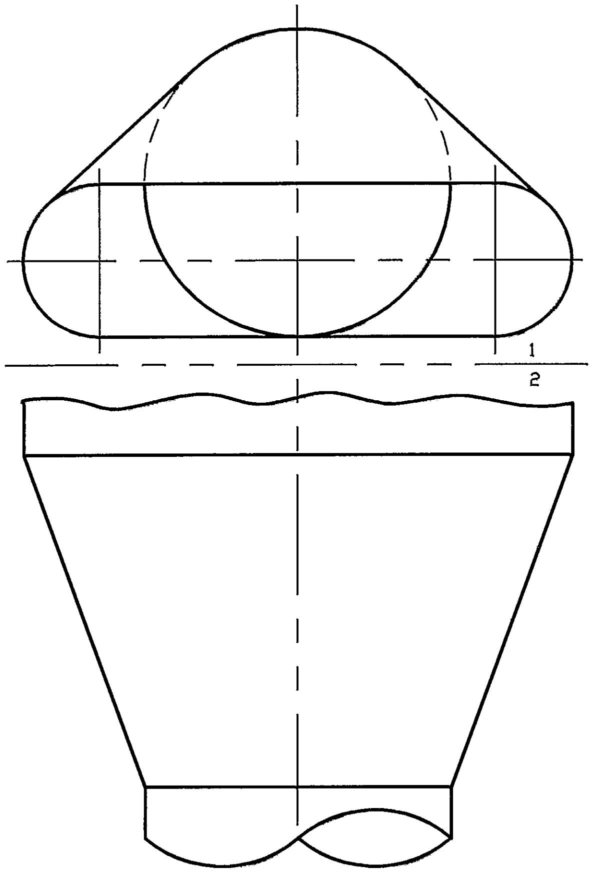
Fig. 80

La superficie de unión está compuesta por 4 planos triangulares P, Q, R, S y cuatro conos oblicuos de superficie parcial E, F, G y H. Cada triangulo tiene su base en el lado de la abertura rectangular y su vértice en el círculo de la otra unión, cada cono tiene su base en la cuarta parte de la abertura circular y su vértice en un ángulo de la base rectangular. Para su desarrollo dividir el círculo en 16 partes y se trazan los elementos del cono desde cada uno de los cuatro vértices hasta las divisiones de la base circular. Como la superficie es simétrica alrededor del centro de la línea AD en el plano 1, solamente se ha desarrollado la mitad frontal de la pieza. Para el diagrama de long. verdaderas se ha tomado como referencia a BX para las longitudes de 0, 1, 2, 3 y 4 del cono E; y CY para las longitudes de 4, 5, 6, 7 y 8 del cono H. Para la mitad del triangulo ABO se tomó la longitud verdadera de AO a partir de a_2o_2 en la vista 2 y la longitud verdadera de AB tomada de a_1b_1 obteniendo la longitud exacta de BO de la distancia BO^R del diagrama. El cono oblicuo E con vértice en B se desarrolla también con una serie de triángulos así: El triangulo BC4, tiene el punto C localizado trazando arcos con centros en B y en 4 con la longitud verdadera de BC que figura en la vista 2. Del mismo modo se procede con los demás triángulos.

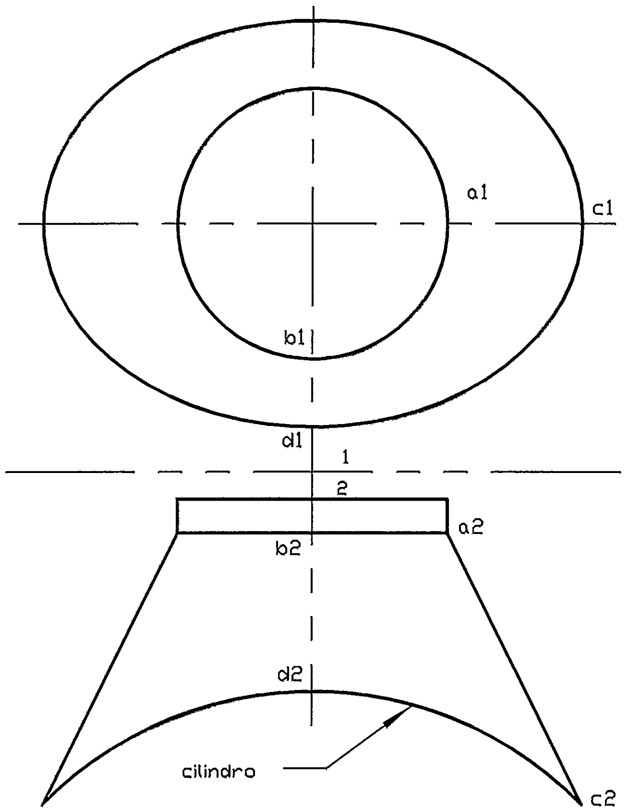
1. Dibuje el desarrollo.



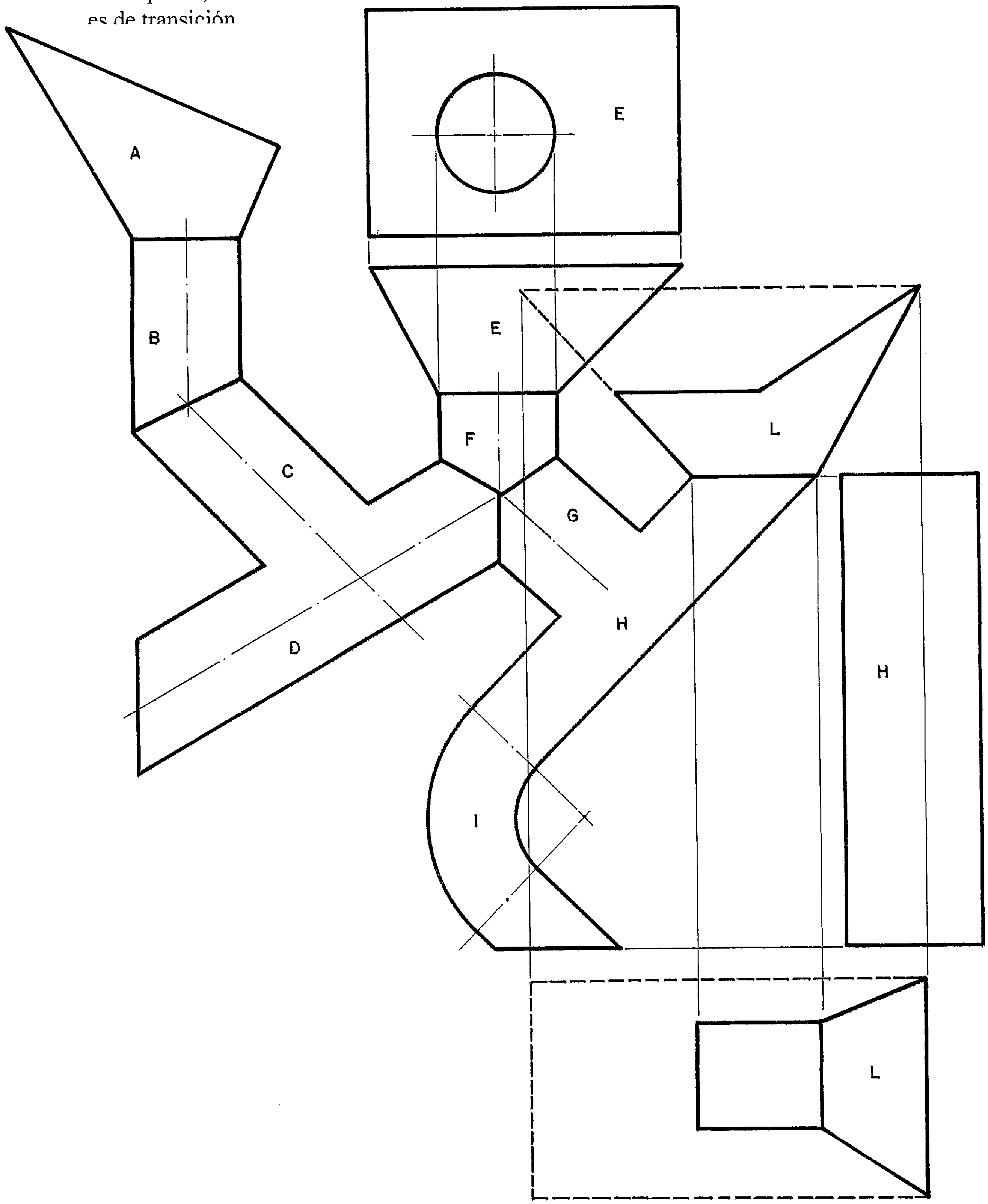
2. Dibuje el desarrollo.



3. Dibuje el desarrollo



4.. Dibujar el desarrollo de A, D, E, L, H, I, tener presente que C, D, E, L están incompletas, A, B, C, D, F, G son piezas curvas, L, H e I son superficies planas y E es de transición



BIBLIOGRAFÍA

Paré, Loving, and Hill. Descriptive Geometry, Macmillan Co.

Wellman Leighton, Geometría Descriptiva, McGraw-Hill

Bubb, Frank, Descriptive Geometry

Warner, Frank., and McNeary, Descriptive Geometry, McGraw-Hill

Grant, Hiram, Descriptive Geometry, McGraw-Hill

Schaum, Geometría Descriptiva, McGraw-Hill

INDICE