UNIVERSIDAD DE LONDRES

Geometría Descriptiva

Bloque Básico

Compilador:
Arq. M. Gerardo Fernández Guerrero

Licenciatura en Diseño Gráfico

CONOCERSE ACEPTARSE AMARSE CUIDARSE SUPERARSE TRANSMITIR TRANSFORMAR

Índice

Introducción

La representación gráfica del espacio, en tanto que necesaria para la definición del diseño, posee un origen tan antiguo como diverso en su desarrollo y aplicación. Dado el carácter meramente introductorio de este apartado, no vamos a abundar en referencias históricas ni en citas explicativas de esta cuestión.

Si admitimos que el diseño gráfico tiene como principal campo de actividad el proyecto y la ejecución de realidades espaciales, tomando al medio gráfico como su cauce de comunicación, es fácil comprender la importancia de una sólida formación en la correcta expresión de los pensamientos abarcados dentro de la geometría.

Como parte integrante del área de conocimiento, se puede definir a la Geometría Descriptiva como a la disciplina que, mediante la expresión gráfica, es capaz de precisar una realidad espacial de manera exhaustiva, no ambigua y no contradictoria. Así entendida, la Geometría Descriptiva tiene como fin el aportar el rigor y la exactitud necesarios al dibujo para que este sea de aplicación en la ciencia y en la técnica. Para la consecución de ese fin, es necesario alcanzar una capacidad de percepción racional del espacio, imprescindible para operar gráficamente con rigor. A esta circunstancia se la ha llamado tradicionalmente "ver el espacio", y constituye una cualidad del conocimiento humano que no se posee, generalmente, sin un aprendizaje previo. La Geometría Descriptiva no solo proporciona exactitud al lenguaje gráfico que transmite el pensamiento del diseñador, sino que aporta el rigor espacial a ese mismo pensamiento

¿Por qué estudiar geometría? El alumno que empieza a estudiar geometría, puede preguntar con toda razón: ¿Que es la geometría? ¿Que gano con estudiarla?. Uno de los beneficios de la geometría es que el estudiante adquiere un criterio al escuchar leer y pensar. Cuando estudia geometría, deja de aceptar a ciegas proposiciones e ideas y se le enseña a pensar en forma clara y critica, antes de hacer conclusiones.

Otro es el adiestramiento en el uso exacto del lenguaje gráfico y en la habilidad para analizar un problema nuevo, para diferenciar sus partes cruciales y aplicar la perseverancia, originalidad y razonamiento lógico para resolver el problema.

Lo que en realidad tiene importancia es alcanzar esa capacidad de pensar, de percibir y racionalizar el espacio de la que se ha hablado, con un modesto lápiz y una hoja de papel. Esa capacidad será, en lo sucesivo, imprescindible para el alumno en otros campos distintos de la Geometría Descriptiva.

Objetivo general

Al término del curso el estudiante dibujará sobre papel el espacio tridimensional, resolverá en dos y tres dimensiones los problemas espaciales a través de la adecuada lectura, facilitando la expresividad por medio de proyecciones intencionadas o teorías adecuadas.

Tema 1. Conceptos básicos de la geometría plana

Subtemas

1.1 Polígonos
1.2 Medianas, bisectrices y mediatrices
1.3 Círculos inscritos y circunscritos
1.4 Elipses, parábolas e hipérbolas
1.5 Enlaces entre curvas y rectas (tangencias)
1.6 Trazo de curvas espirales
1.7 Trazo de curvas cicloides

Objetivo de Aprendizaje

Al término del tema el estudiante comprenderá los axiomas, postulados y teoremas que rigen a la geometría plana, desarrollando capacidades de deducción, mediante un conjunto de razonamientos.

Lectura 1. Geometría plana: algunos conceptos básicos
Por: Rogero.

Sinopsis

La geometría es la parte de las matemáticas que estudia las propiedades y las medidas de las figuras en el plano o en el espacio.

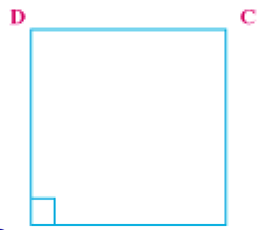
La geometría plana nos relaciona con el estudio de todas las formas que se presentan en el plano: puntos, rectas, semirrectas, rayos, trazos, ángulos y otros. Dentro de esta larga lista se encuentran los polígonos y la circunferencia.

1.1 Polígonos

Los polígonos son las superficies planas limitadas por rectas que se cortan dos a dos.

Se clasifican en regulares, si sus lados y ángulos son iguales, e irregulares.

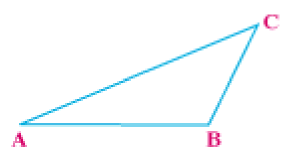
Según la medida de sus lados, los polígonos pueden ser regulares e irregulares. Son polígonos regulares los que tienen todos sus lados y ángulos congruentes, es decir, tienen la misma medida. Así:



AB = BC = CD = DA

Todos sus ángulos miden 90°.

Los polígonos irregulares tienen, a lo menos, un lado con distinta medida o sus ángulos son diferentes. Ej:



Los polígonos cóncavos son aquellos que tienen alguno de sus ángulos interiores mayor de 180º.

Las diagonales son las rectas que unen dos vértices no consecutivos.

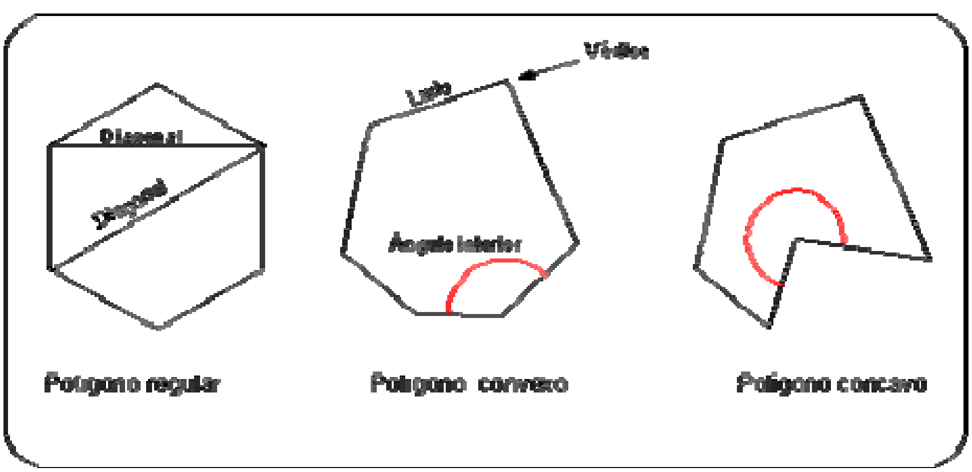


Figura 12

Los Triángulos son polígonos de tres lados. La suma de sus ángulos es igual a 180º.

Se clasifican, según sus ángulos en:

- **Equiláteros.** Si tienen tres lados iguales
- **Isósceles.** Si tienen dos lados iguales.
- **Escálenos.** Si tienen tres lados desiguales.

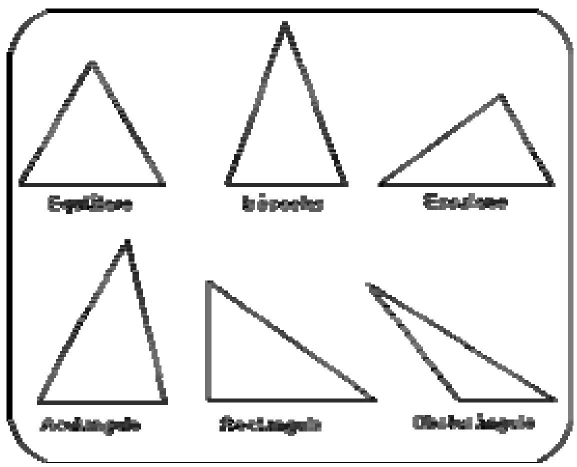


Figura 13

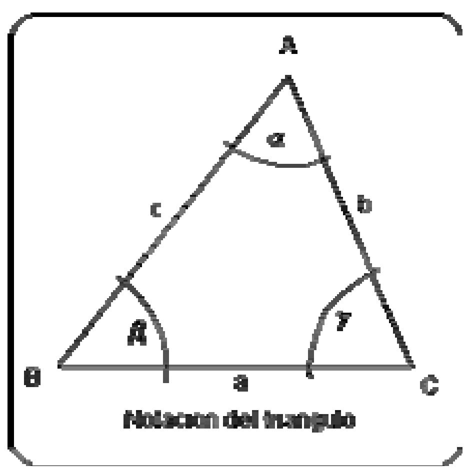


Figura 14

Según la magnitud relativa de sus lados en:

- **Acutángulos.** Si tienen todos sus ángulos agudos.
- **Rectángulos.** Si tienen un ángulo recto.
- **Obtusángulos.** Si tienen un ángulo obtuso.

La notación del triángulo se realiza con letras mayúsculas para los vértices y minúsculas para los lados, coincidiendo la letra de un vértice con la del lado opuesto. Los ángulos se nombran con las letras griegas correspondientes. *(Fig. 14)*

1.2 Medianas, bisectrices y mediatrices

Medianas

Las medianas son las rectas que unen los vértices del triángulo con los puntos medios de los lados opuestos. Se cortan en el baricentro, que es el centro geométrico del triángulo. El Baricentro se encuentra a 2/3 del vértice y 1/3 del punto medio del lado opuesto. *(Fig. 17)*

Mediatrices

Las mediatrices del triángulo son las mediatrices de sus lados. Se cortan en un punto que equidista de los vértices llamado circuncentro, que es el centro de la circunferencia circunscrita. *(Fig. 15)*

Bisectrices

Las bisectrices del triángulo se cortan en un punto notable del triángulo llamado incentro, que por equidistar de los lados es el centro de la circunferencia inscrita. *(Fig. 16)*

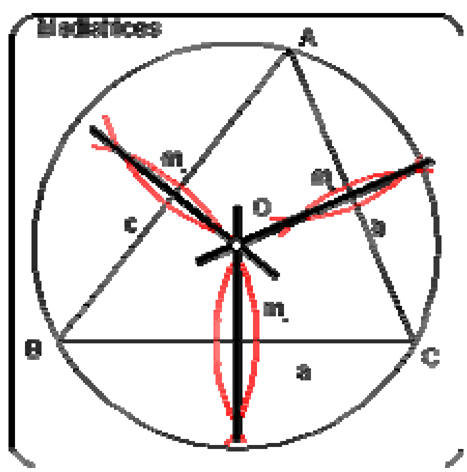


Figura 15

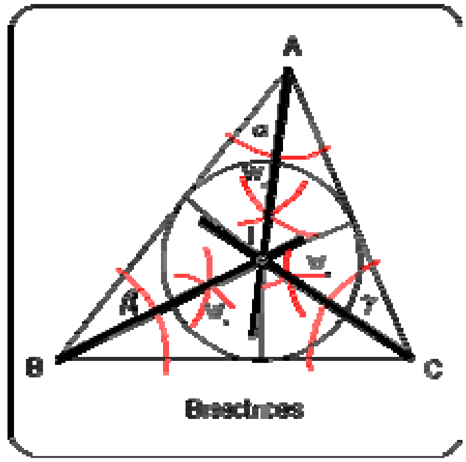


Figura 16

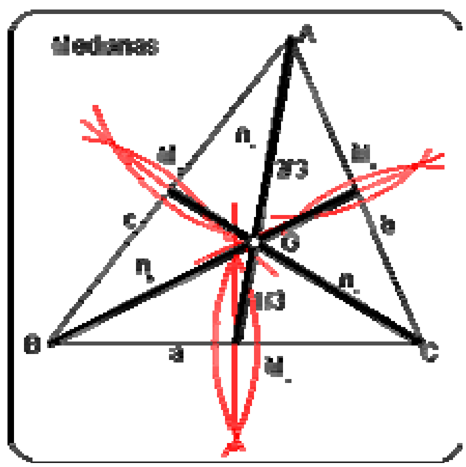
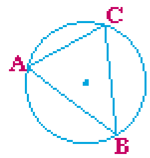


Figura 17

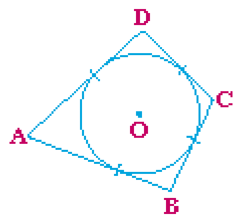
1.3 Círculos inscritos y circunscritos

Los polígonos y la circunferencia se relacionan de acuerdo a la posición que ocupan los primeros con respecto a la circunferencia. Es así como tenemos las siguientes situaciones.

Polígono inscrito a la circunferencia. En este caso los vértices del polígono son puntos de la circunferencia y ésta queda circunscrita al polígono. Los lados del polígono son cuerdas de la circunferencia.



Polígono circunscrito a la circunferencia. Todos los lados del polígono son tangentes de la circunferencia. La circunferencia queda inscrita al polígono.



1.4 Elipses, parábolas e hipérbolas

Las curvas cónicas son las secciones producidas por un plano secante sobre una superficie cónica de revolución. (Fig. 31)

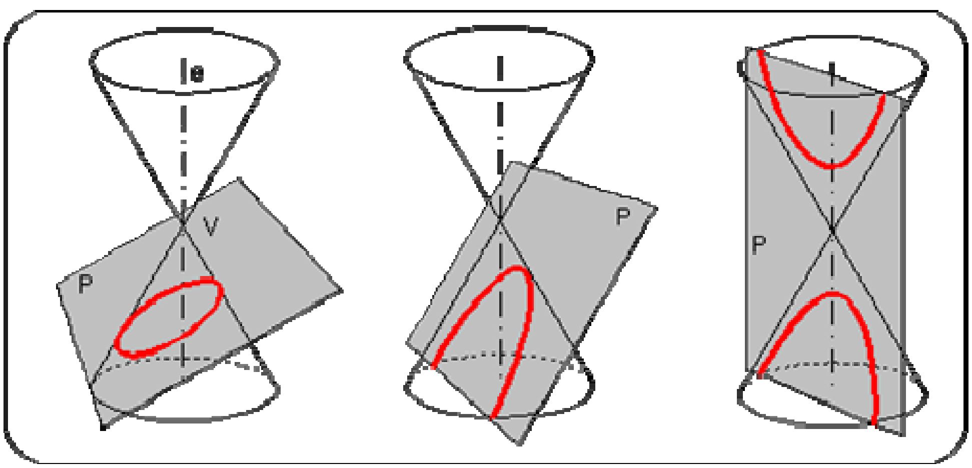


Figura 31

Una superficie cónica de revolución es la generada por una recta que gira alrededor de un eje, *e*, fijo con el que se corta en un punto *V*.

Dependiendo del ángulo que forme el plano secante con el eje de la superficie cónica, se producen las distintas curvas cónicas. *(Fig. 32)*

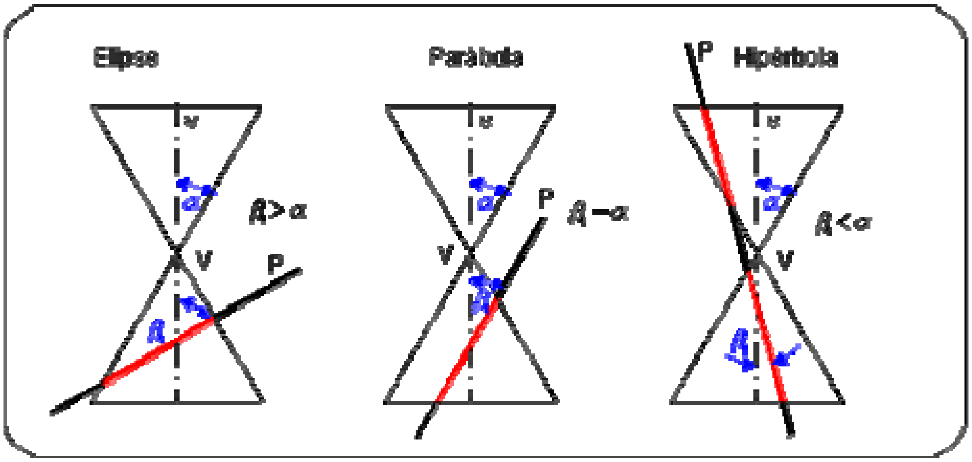


Figura 32

Si el ángulo es mayor, igual o menor que el semiángulo del vértice de la superficie cónica, se producen, respectivamente, una elipse, una parábola o una hipérbola.

Elipse

Las elipses poseen los siguientes elementos: *(Fig. 33)*

Ejes de simetría. Son perpendiculares en sus puntos medios. El valor del eje mayor *AA'* es *2a* y el del eje menor *BB' 2b.* El punto de intersección de los ejes es el centro de simetría.

Focos. Son dos puntos fijos *F y F'*, situados sobre el eje mayor y simétricos respecto al eje menor. *FF'* es igual a *2c.*

Radios vectores. Son los segmentos comprendidos entre los puntos de la elipse y los focos. La suma de los radios vectores correspondientes a un mismo punto es igual a *2a.*

Circunferencia principal. Es la que tiene su centro en el centro de la elipse y radio igual al semieje mayor.

Circunferencias Focales. Son las circunferencias con centro en los focos y radio igual a *2a.*

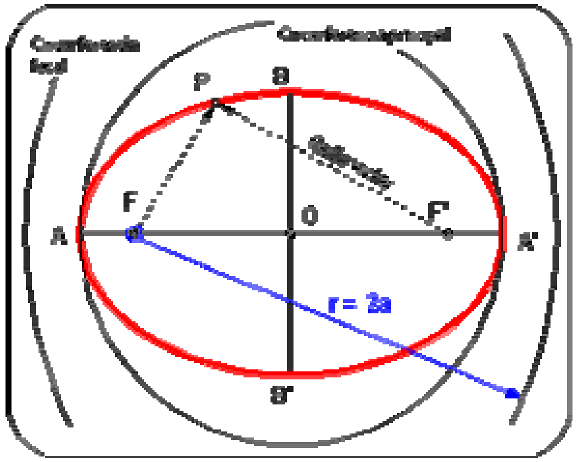


Figura 33

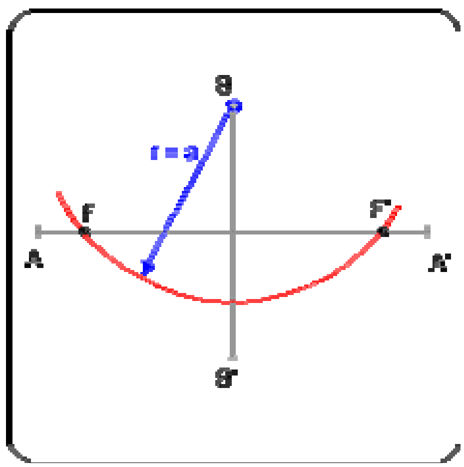


Figura 34

La elipse es una curva cerrada y plana. Se define como el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante e igual al eje mayor *2a*.

Sea *Pn* un punto cualquiera de la elipse, se cumple que:
PnF + PnF' = 2a

Para determinar los focos *F y F'* de una elipse conocidos los ejes, se hace centro en un extremo del eje menor, *B* por ejemplo, y se traza un arco de radio igual al semieje mayor *a*. La intersección del arco con el eje mayor son los focos de la elipse. *(Fig. 32)*

Sabiendo que *B* es un punto de la elipse, se cumple que:

BF + BF' = 2a, como BF=BF', por estar B en un eje de simetría, resulta que BF=BF'=a.

Trazado de la elipse. Método de los puntos.

Este método se basa en la definición de la elipse.

A partir de uno de los focos y hasta el centro de la elipse, dividimos el eje mayor *AA'*, en segmentos complementarios cuya suma es *2a*.

A1 + 1A' = A2 + 2A' = A3 + 3A' = 2a

Estos segmentos son las medidas de los radios vectores de un mismo punto. Hallamos los puntos que distan *A1* de un foco y *1A'* del otro, y así, con los demás segmentos. *(Fig. 35)*

El trazado de la elipse se realiza a mano alzada.

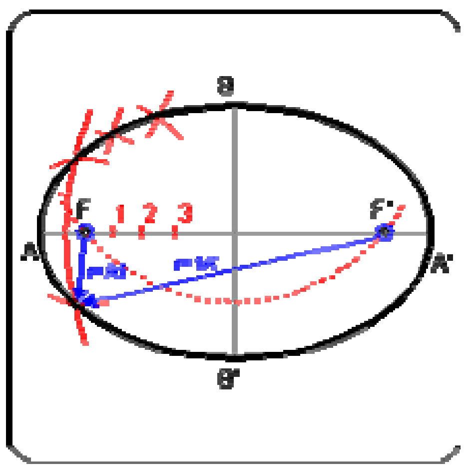


Figura 35

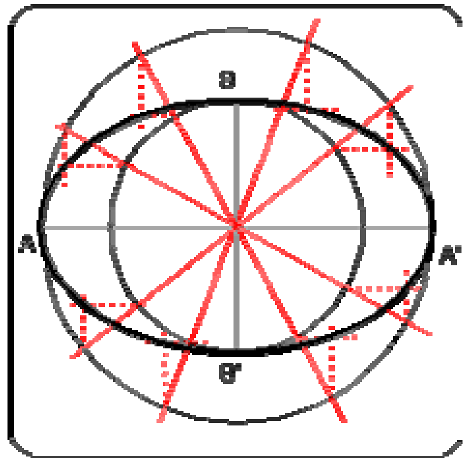


Figura 36

Método de afinidad

Dibujados los ejes, se trazan las circunferencias de centro en *O* y radios los semiejes de la elipse. *(Fig. 36)*

Por los extremos de los diámetros de la circunferencia mayor trazamos paralelas al eje menor y por los extremos de los diámetros de la menor, paralelas el eje mayor.

Los puntos de intersección pertenecen a la elipse.

Parábola

La parábola es una curva abierta y plana. *Se* define como el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado foco, y de una recta fija llamada directriz. Siendo *Pn* un punto cualquiera de la parábola, se cumple que:

PnF = Pnd

La parábola puede considerarse una elipse que tiene su centro en el infinito, y por tanto, sólo tiene un foco y un vértice real. La circunferencia principal tiene su centro en el infinito y pasa por el vértice, es pues, la recta perpendicular al eje mayor que pasa por el vértice. La circunferencia focal es una recta que coincide con la directriz, ya que tiene su centro en el foco del infinito. El vértice equidista del foco y de la directriz. *(Fig. 37)*

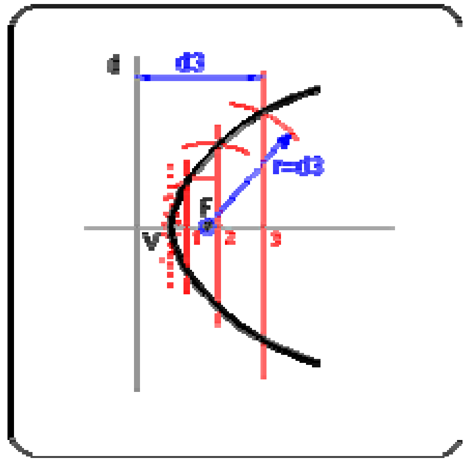


Figura 37

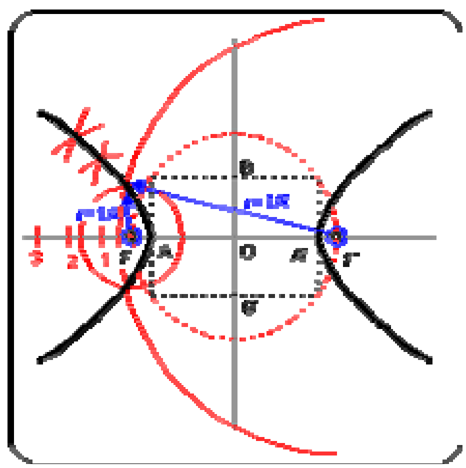


Figura 38

Hipérbola

La hipérbola es una curva abierta y plana de dos ramas. *Se* define como el lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante e igual a 2a. Siendo *Pn* un punto cualquiera de la hipérbola, se cumple que:

PnF - PnF' = AA' = 2a

La hipérbola tiene dos ejes de simetría, el eje real *AA' = 2a* y el eje imaginario *BB' = 2b*. Se cortan en el centro de simetría *O*. La circunferencia principal tiene su centro en *O* y *r = a*. Las circunferencias focales tienen los centros en *F y F' y r = 2a.*

Los focos se determinan sobre el eje real con una circunferencia de centro *O y r = AB. (Fig. 38)*

La hipérbola y la parábola, al igual que la elipse, se construyen por el método de los puntos aplicando las propiedades de sus definiciones.

1.5 Enlaces entre curvas y rectas (tangencias)

Una recta y una circunferencia, o dos circunferencias, son tangentes cuando tienen un único punto común.

En una relación de tangencia entre una recta y una circunferencia, se cumple que:

- El radio de la circunferencia es perpendicular a la recta tangente en el punto de tangencia.
- La distancia del centro de la circunferencia a la recta tangente es igual al radio.

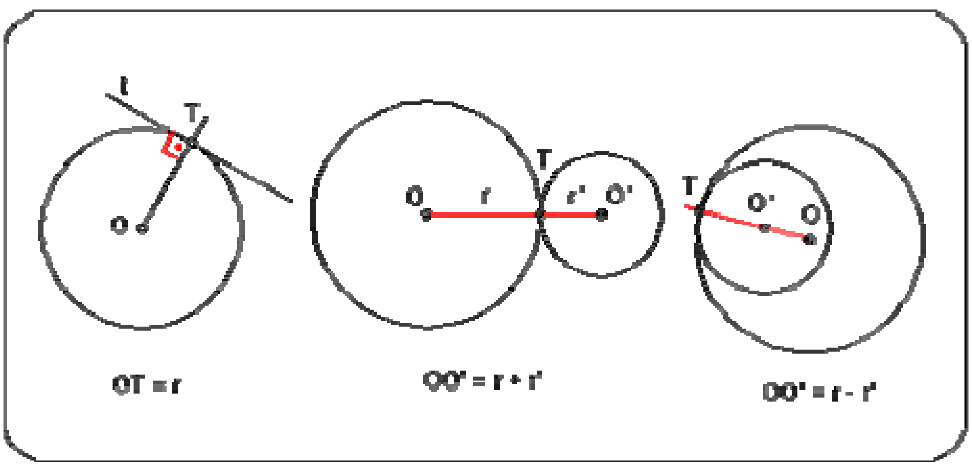


Figura 39

Cuando dos circunferencia son tangentes, se cumple que:

- Sus centros están alineados con el punto de tangencia.
- La suma (si son exteriores) o diferencia (si son interiores) de los radios es igual a la distancia entre sus centros.

De las propiedades anteriores se desprende, que el lugar geométrico de los centros de las circunferencias tangentes a una recta en un punto, es la perpendicular a la recta en ese punto.

Y que el lugar geométrico de los centros de las circunferencias tangentes a una circunferencia en un punto de ella, es la recta definida por centro y el punto de tangencia.

Potencia de un punto respecto a una circunferencia

Si trazamos un haz de rectas secantes desde un punto *P* a una circunferencia, el producto de los segmentos comprendido entre el punto *P* y los puntos de intersección de las rectas con la circunferencia.

La potencia es igual al cuadrado de la distancia del punto *P*, al punto de tangencia de una recta tangente a la circunferencia, trazada desde *P*. *(Fig. 40)*

$$PA \times PA' = PB \times PB' = ... = PN \times PN' = PT^2$$

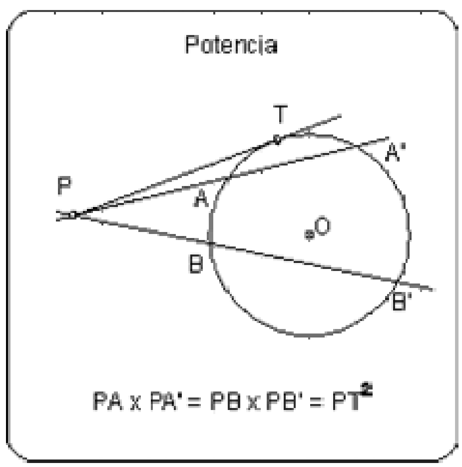


Figura 40

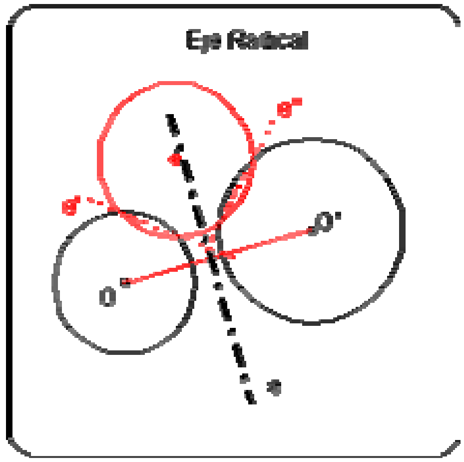


Figura 41

Eje Radical es el lugar geométrico de los puntos que tienen igual potencia respecto a dos circunferencias*.*

El eje radical de dos circunferencias secantes, es la recta que une los puntos de intersección de ambas circunferencias.

El de dos circunferencias tangentes, es la recta tangente común a ambas circunferencias en el punto de tangencia.

Para hallar el eje radical de dos circunferencias exteriores se traza una circunferencia auxiliar secante a las dadas. Por el centro radical de las tres circunferencias trazamos una perpendicular a la recta que una los centros de las circunferencias exteriores. *(Fig. 41)*

Centro Radical es el punto que tiene igual potencia respecto a tres circunferencias. Se encuentra en la intersección de los ejes radicales de las circunferencias tomadas dos a dos.

La mayoría de los problemas de tangencia se resuelven aplicando los conceptos de lugares geométricos, por suma y diferencia de radios, y por potencia.

Se pueden pedir rectas tangentes a circunferencias, o circunferencias tangentes a rectas y, o circunferencias. Cuando se piden circunferencias, se pueden fijar tres condiciones, pasar por un punto, ser tangente a una recta y ser tangente a otra circunferencia. La combinación de estas tres condiciones nos dan 10 casos, que se representan por combinación de las iniciales P, R, y C. Cuando no se fijan las tres condiciones es necesario dar algún dato, como el radio o los puntos de tangencia.

Rectas tangentes a una circunferencia desde un punto exterior

Con centro en el punto medio del segmento *OP*, se traza una circunferencia que pase por los extremos *O y P*. Las intersecciones de la circunferencia auxiliar con la circunferencia dada son los puntos T_1 *y* T_2*,* de tangencia. *(Fig. 42)*

Esto se explica, por que al ser recto el ángulo que forman el radio y la tangente en el punto de tangencia, éste debe encontrarse en el arco capaz del ángulo recto respecto al segmento *OP*.

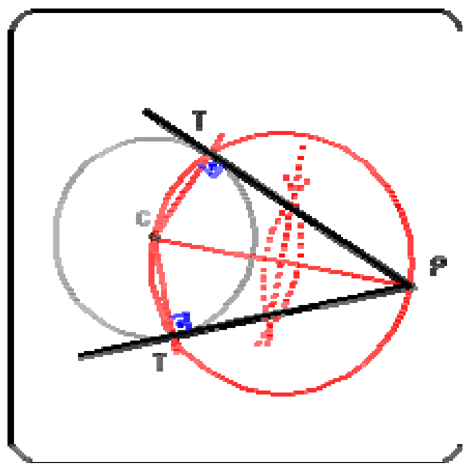


Figura 42

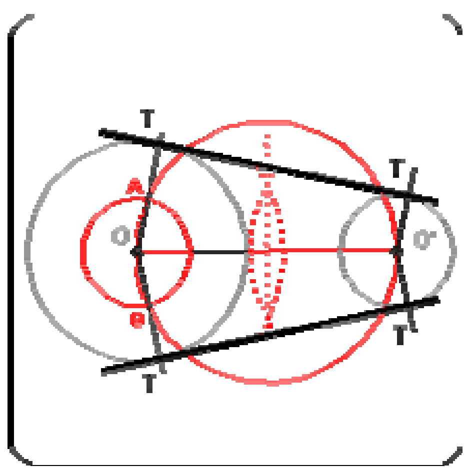


Figura 43

Rectas tangentes comunes a dos circunferencias

Trazamos una circunferencia auxiliar, concéntrica con la mayor, de radio igual a la diferencia de los de las dadas. Otra circunferencia que pase por los extremos de *OO'* y centro en su punto medio, la corta en los puntos *A* y *B*. Los radios *OA* y *OB*, determinan los puntos de tangencia sobre la circunferencia mayor. Los radios que pasan por los puntos de tangencia de ambas circunferencias con la misma recta, son paralelos. *(Fig. 43)*

Si la primera circunferencia auxiliar es igual a la suma de los radios se obtienen las tangentes interiores. *(Fig. 44)*

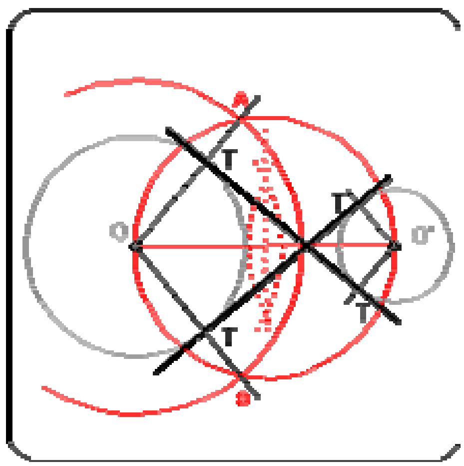


Figura 44

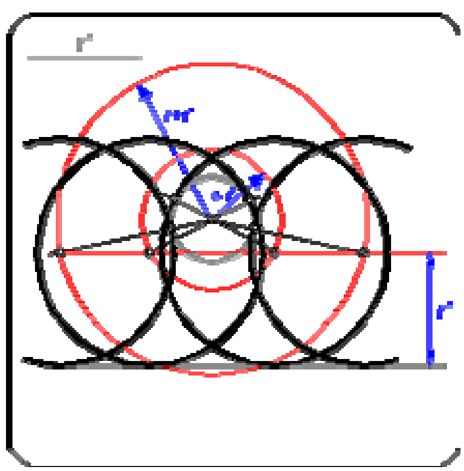


Figura 45

Circunferencias tangentes comunes a una circunferencia y una recta.

Si el dato es el radio *r'* de las circunferencias, los centros distarán *r'* de la recta, y *r* + *r'* ó *r* - *r'* del centro de la circunferencia dada. Las intersecciones de los lugares geométricos determinan los centros de las soluciones. *(Fig. 45)*

Si el dato es el punto de tangencia en la circunferencia, la tangente a la circunferencia en ese punto es el eje radical de las soluciones. La intersección del eje radical con la recta dada es centro radical de las tres circunferencias, es decir, la distancia de ese punto a los puntos de tangencia es la misma. *(Fig. 46)*

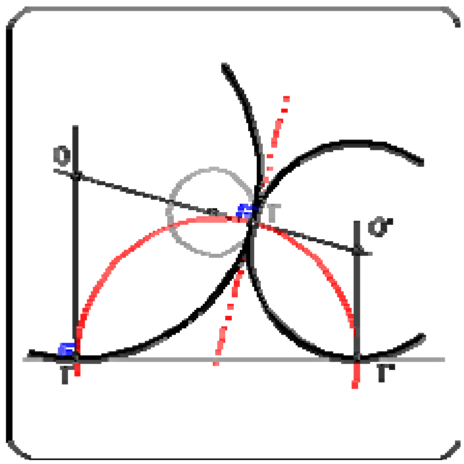


Figura 46

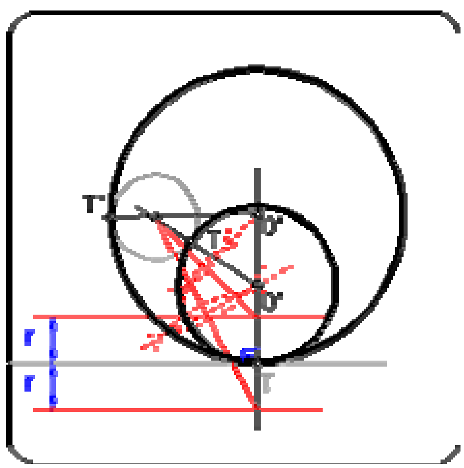


Figura 47

Si el dato es el punto de tangencia en la recta, los centros se encuentran en la perpendicular a la recta por dicho punto. Si trazamos la circunferencia tangente a una recta auxiliar, paralela a la recta dada a una distancia igual al radio de la circunferencia dato, pasando por el centro *C*, y posteriormente restamos el radio, obtenemos una de las soluciones. *(Fig. 47)*

Caso PPP

El centro de la circunferencia equidista de los tres puntos, por tanto, se encuentra en la intersección de las mediatrices de los segmentos formados por los puntos. *(Fig. 48)*

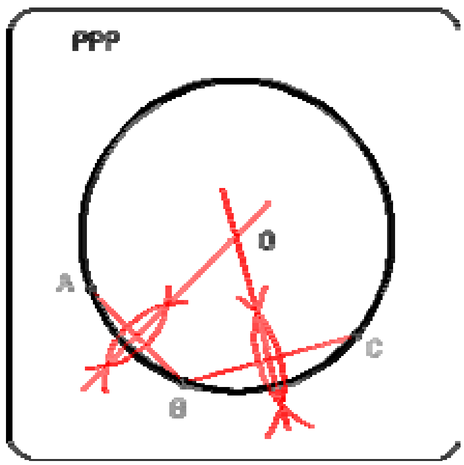


Figura 48

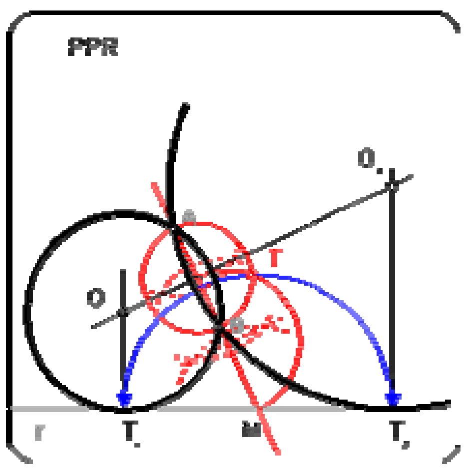


Figura 49

Caso PPR

La recta que pasa por los puntos dados es el eje radical de las soluciones y de la circunferencia auxiliar trazada por *A* y *B*, El punto *M* es el centro radical de las tres circunferencias, por tanto, tiene igual potencia respecto a las tres. Trazando una recta tangente a la circunferencia auxiliar obtenemos la potencia. Si llevamos el segmento *MT*, sobre la recta, determinamos los puntos T_1 y T_2. De esta manera tenemos tres puntos de cada solución. *(Fig. 49)*

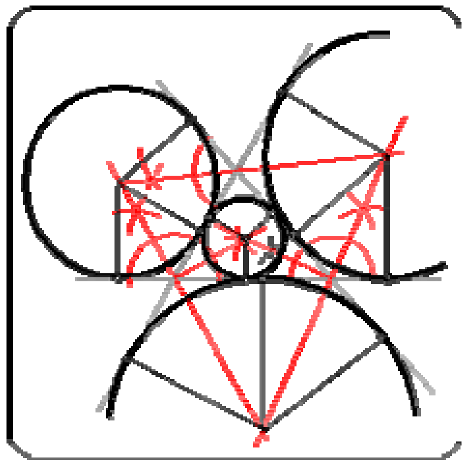


Figura 50

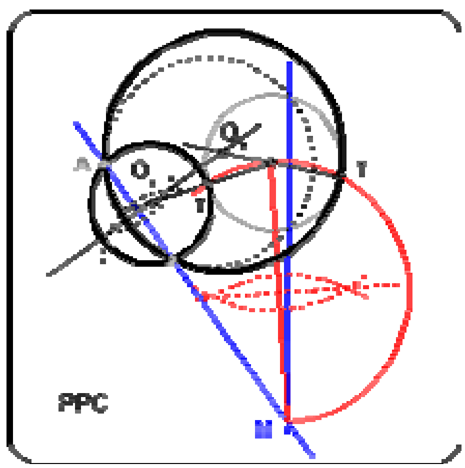


Figura 51

Caso PRR

Si se dibuja el simétrico del punto dado respecto a la bisectriz, el caso se resuelve como el *PPR*, siendo *R* cualquiera de las rectas.

Caso RRR

Los centros de la soluciones son los cuatro puntos de intersección de las bisectrices de los ángulos que forman las tres rectas. *(Fig. 50)*

Caso PPC

Se traza una circunferencia auxiliar que pasando por los puntos *A* y *B* dados, corte a la circunferencia también dada. La recta que une los puntos de intersección de la circunferencia auxiliar con la circunferencia dada, es el eje radical de ambas circunferencias; y la recta *AB*, es el eje radical de las soluciones y de la auxiliar. El punto *M*, es por tanto, el centro radical de todas las circunferencias.

Las tangentes trazadas a la circunferencia dada, desde el punto *M*, determinan los puntos de tangencia sobre la circunferencia.

Como los puntos de tangencia están alineados con los centros de las circunferencias, los centros de las soluciones se hallaran en los radios de la circunferencia dada, que pasan por los puntos de tangencia T_1 y T_2 . Evidentemente, los centros de las soluciones también se encuentran en la mediatriz de *AB*. *(Fig. 51)*

Enlaces

Enlaces son las uniones armónicas por medio de tangencias entre distintas figuras.

Para resolver problemas de tangencia hay que tener presente las dos propiedades fundamentales de las tangencias:

- El radio que pasa por el punto de tangencia es perpendicular a la recta tangente.
- Los centros de dos circunferencias tangentes están alineados con el punto de tangencia.

Enlace de dos rectas

Para definir el problema se necesita conocer el radio o un punto de tangencia. Si conocemos el radio, trazamos paralelas a las rectas dadas, a una distancia igual al radio, obteniendo el centro del arco en su intersección. Los puntos de enlace se hallan trazando perpendiculares por el centro del arco a las rectas tangentes.

Si el dato es el punto de tangencia, la perpendicular trazada por el punto de tangencia a la recta, y la bisectriz del ángulo que forman, se cortan en el centro del arco. *(Fig. 52)*

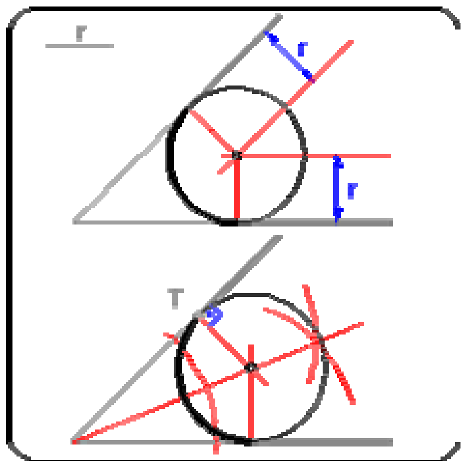


Figura 52

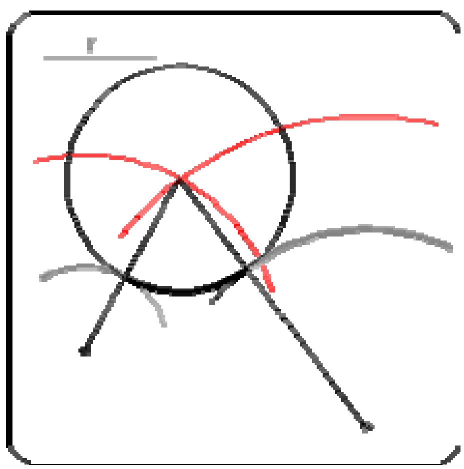


Figura 53

Enlace de dos arcos

Dándonos el radio, las circunferencias concéntricas de radios iguales a la suma y diferencia, determinan los centros del arco de enlace. Sabemos que los puntos de enlace están alineados con los centros. *(Fig. 53)*

Enlace de arco y recta

Las paralelas a la recta a una distancia igual al radio dado y las circunferencias concéntricas de radios la suma y diferencia, determinan los centros. *(Fig. 54)*

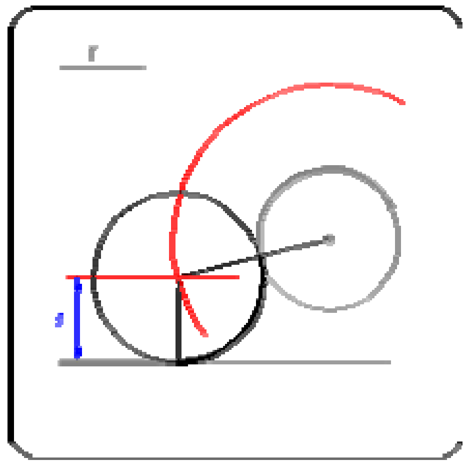


Figura 54

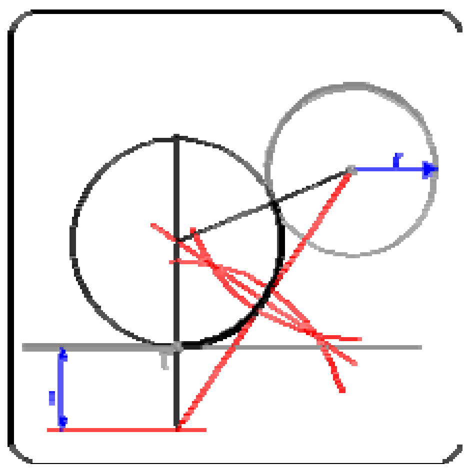


Figura 55

1.6 Trazo de curvas espirales

Espiral de dos centros

Con centro en uno de los puntos y radio la distancia entre ellos, se traza un primer arco que determina, sobre la recta que los une, el primer punto de tangencia.

La distancia del segundo centro al punto de tangencia hallado, es el radio del segundo arco. *(Fig. 58)*

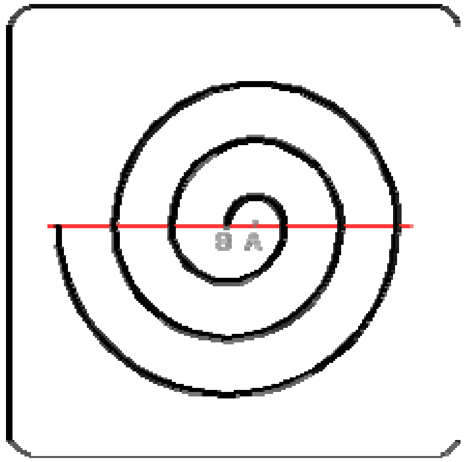


Figura 58

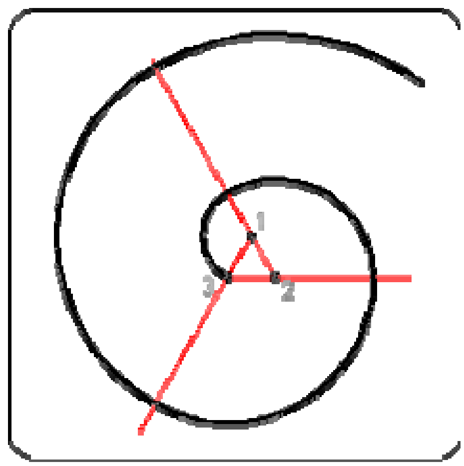


Figura 59

Espiral de tres centros

Prolongamos los lados de un triángulo equilátero cuyos vértices son los centros de la espiral. Hacemos centro en el primer vértice con radio igual al lado y trazamos el primer arco hasta cortar la prolongación del primer lado. *(Fig. 59)*

1.7 Trazo de curvas cicloides

Construcción del óvalo conociendo los ejes.

El óvalo es una curva cerrada compuesta por cuatro arcos de circunferencia tangentes entre sí.

Se transporta la magnitud del semieje mayor sobre el semieje menor y obtenemos el punto *E*. Con centro en *C* y radio *CE* determinamos sobre la recta *AC*, el punto *F*. La intersección de la mediatriz del segmento *AF* con los ejes del óvalo, son centros de dos de arcos de la curva. Los otros dos se obtienen por simetría, y los puntos de tangencia por intersección de las rectas que unen los centros con los arcos. *(Fig. 56)*

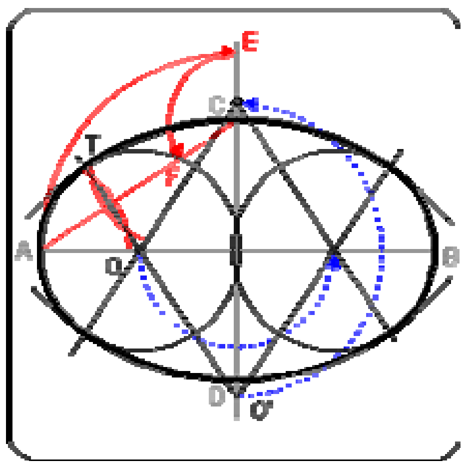


Figura 56

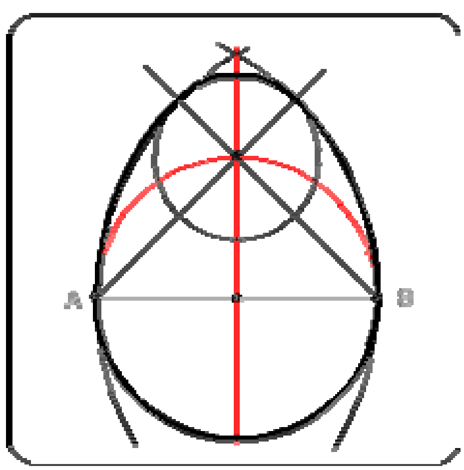


Figura 57

Construcción del ovoide del que se conoce el eje menor

La mediatriz del eje *AB*, al cortar con la circunferencia de diámetro la magnitud de dicho eje y centro su punto medio, determina el centro de uno de los arcos del ovoide. Los otros centros son los extremos y el punto medio de *AB*. *(Fig. 57)*

Resumen

Conocer los principios básicos de la geometría ayudará a los alumnos a encontrar soluciones gráficas a los problemas geométricos, estableciendo los procedimientos que dicta la lógica. Y así mismo enseñar como es posible moverse en el espacio para definir aspectos propios de los objetos que analizamos y construimos.

Bibliografía

- Rodríguez, A. Elementos de geometría descriptiva. España: Murcia Ed.,1992
- Wellman, Leighton. Geometría descriptiva. España: Editorial Reverte, 1990.
- Rogero. Trazados geométricos básicos
- http://www.terra.es/personal/rogero/trazado/indice.htm

Tema 2. Conceptos generales de la geometría tridimensional

Subtemas

2.1 Definición de geometría descriptiva
2.2 Concepto de proyección
2.3 Tipos de proyección
2.3.1 Monteas
2.3.2 Isométricas
2.4 Espacio tridimensional y subdivisión en cuadrantes
2.5 Axonometría
2.6 Aplicaciones de la geometría tridimensional en el diseño gráfico

Objetivo de Aprendizaje

Al término del tema el estudiante comprenderá la definición de geometría descriptiva aplicando tipos y conceptos de proyección, además de percibir el espacio tridimensional y subdivisión de cuadrantes.

Lectura 2. Geometría descriptiva
Por: Miguel de la Torre Carbó.

Sinopsis

Como parte integrante del área de conocimiento, se puede decir que la Geometría Descriptiva es la disciplina que, mediante la expresión gráfica, es capaz de definir una realidad espacial de manera exhaustiva, no ambigua y no contradictoria. Esta consideración tanto vale para la obtención de dicha realidad a partir de su representación gráfica como, a la inversa, para la expresión gráfica completa de realidades preexistentes. Así entendida, la Geometría Descriptiva tiene como fin el aportar el rigor y la exactitud necesarios al dibujo para que este sea de aplicación en la ciencia y en la técnica. Para la consecución de ese fin de la asignatura, es preciso alcanzar una capacidad de percepción racional del espacio, imprescindible para operar gráficamente con rigor. A esta circunstancia se la ha llamado tradicionalmente "ver el espacio", y constituye una cualidad del conocimiento humano que no se posee, generalmente, sin un aprendizaje previo. En ocasiones este aprendizaje no está exento de un esfuerzo, siendo los métodos de enseñanza los procedimientos adecuados para ayudar a la superación de tales dificultades.

2.1 Definición de geometría descriptiva

Parte de las matemáticas que tiene por objeto representar en proyecciones planas las figuras del espacio a manera de poder resolver con la ayuda de la geometría plana, los problemas en que intervienen tres dimensiones es decir representar en él las figuras de los sólidos.

2.2 Concepto de proyección

Proyección. Proyectar es hacer pasar por un punto una recta imaginaria (proyectante) cuya intersección con el plano da como resultado un punto llamado proyección.

2.3 Tipos de proyección

- Proyección cilíndrica oblicua
- Proyección cilíndrica recta ortogonal
- Proyección cónica

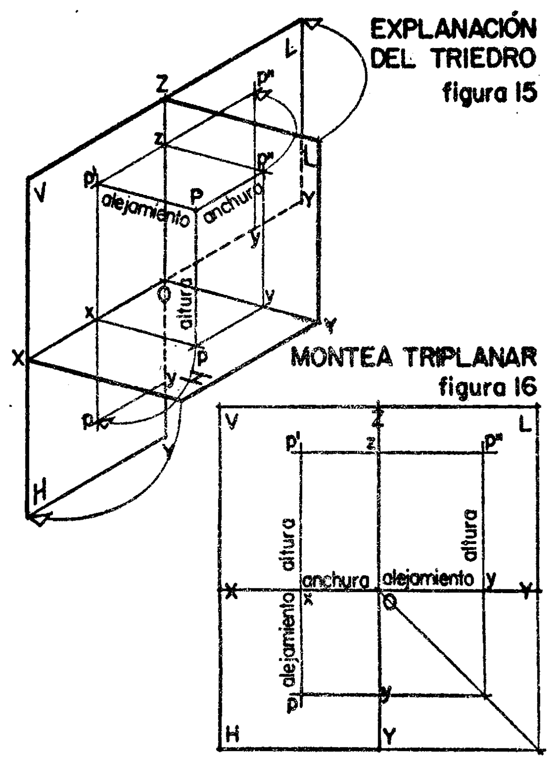
2.3.1 Montea

El sistema usual de proyección es el cilíndrico recto llamado también ortogonal. Para servirnos de él suponemos el espacio geométrico definido en tres sentidos: alto, ancho y alejamiento mediante tres ejes rectos OX, OY, Oz. Perpendiculares entre sí que pasan por un punto común “O” llamado origen, Estos tres ejes determinan tres planos que forman entre sí ángulos rectos. Estos tres planos se reconocen con los siguientes nombres: Plano Vertical (PV) XOZ, Plano Horizontal (PH) XOY, Plano Lateral (PL) ZOY. La línea OX en que se unen el vertical y el horizontal se denomina LÍNEA DE TIERRA (LT).

La montea se representa en tres proyecciones o planos y prescinde del objeto en espacio y haciendo abstracción de él, extendemos los tres planos para verlos en dos dimensiones.

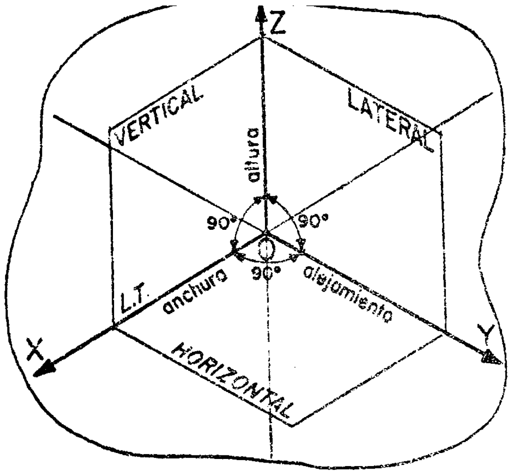
Conservamos el plano vertical en su lugar, en seguida separando el horizontal del lateral por la línea OY, hacemos girar el primero sobre OX y el segundo sobre OZ hasta hacerlos coplanares con el vertical, pudiendo entonces representarse los tres planos en uno solo. Se obtiene de esta manera la montea, que representa el espacio.

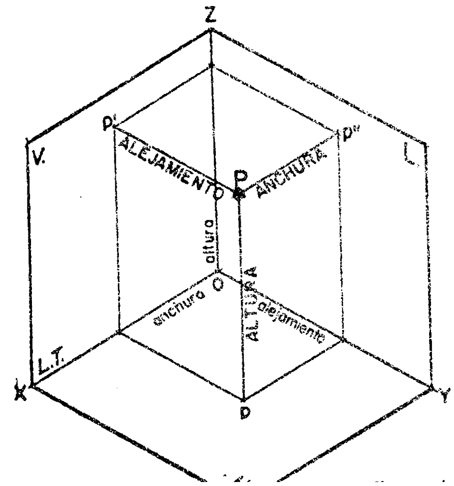
Así loa montea representa al objeto de estudio por sus proyecciones: vertical ubicada en plano vertical mediante alto y ancho,; horizontal en el plano horizontal por ancho y alejamiento y lateral en el lateral por alejamiento y alto. La intersección de los dos planos se llama línea de tierra (LT)



2.3.2 Isométricas

Isométrica significa “de medidas iguales”, se necesita situar el objeto de manera que sus aristas principales o ejes formen ángulos iguales con el plano de proyección. Se denomina isométrica a las proyecciones cilíndricas rectas u ortogonales y permiten obtener el aspecto tridimensional del objeto en el espacio. Se representará con un eje vertical que indica las alturas y dos ejes laterales a partir del punto de origen





El trazo del isométrico se hará utilizando la escuadra de 30° de tal suerte que se obtengan ángulos iguales a 120°

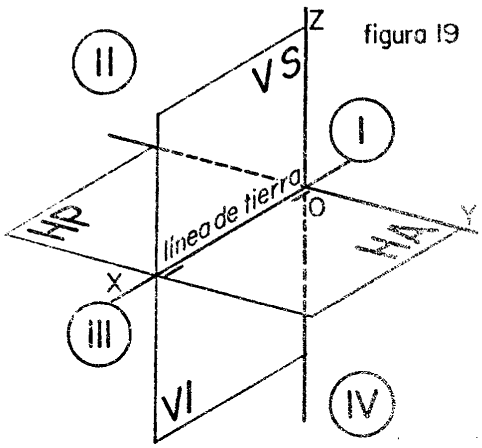
2.4 Espacio tridimensional y subdivisión en cuadrantes

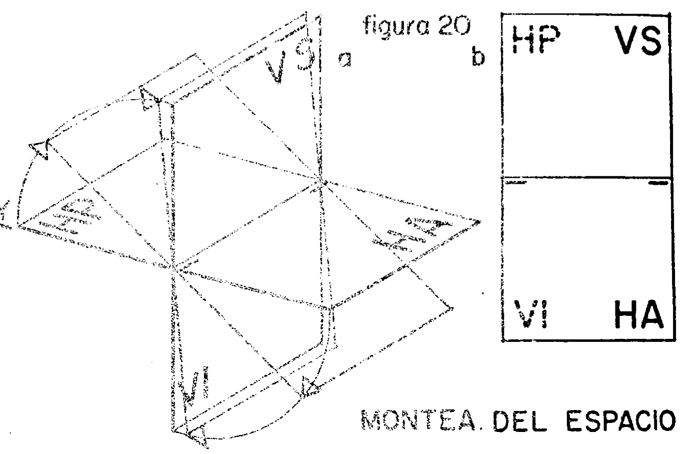
Supuesto el espacio geométrico, definido por tres ejes ilimitados (fig. 19) los planos que estos determinan también lo serán. Hemos eliminado el plano lateral de proyección, conservando solo el vertical y el horizontal, que se cortan en la línea de tierra y que extendiéndose en sus respectivos sentidos dividen el espacio en cuatro zonas o cuadrantes.

La línea de tierra será en lo sucesivo origen y referencia para los planos, los cuadrantes y los datos en ellos contenidos, es para nosotros el centro del espacio.
A partir de la línea de tierra (fig. 19) el plano horizontal tendrá parte delante de ella HORIZONTAL ANTERIOR y parte detrás HORIZONTAL POSTERIOR; en tanto el vertical tendrá parte arriba VERTICAL SUPERIOR y parte abajo VERTICAL INFERIOR.

Los cuadrantes que numeramos en sentido contrario a las manecillas del reloj se definen como sigue:

I. Cuadrante, entre horizontal anterior y vertical superior.
II. Cuadrante, entre vertical superior y horizontal posterior.
III. Cuadrante, entre horizontal posterior y vertical inferior.
IV. Cuadrante, entre vertical inferior y horizontal anterior.



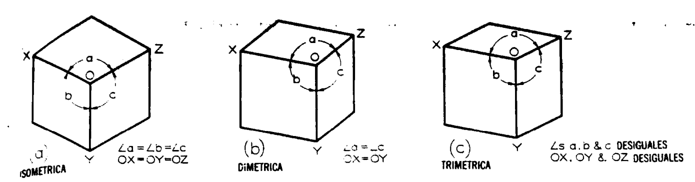


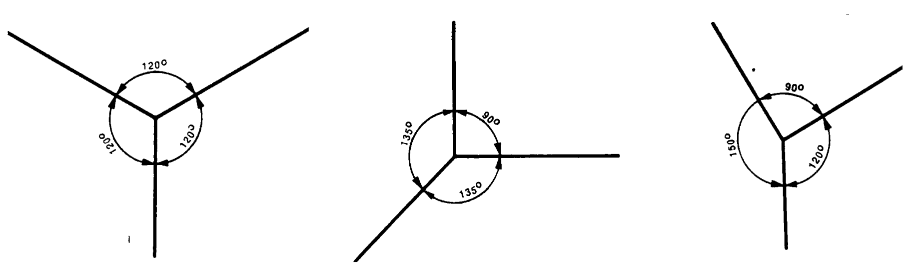
2.5 Axonometría

Para representar las tres dimensiones que definen un cuerpo en el espacio, partimos de la siguiente base: cada dimensión estará representada por un eje; esto origina el nombre de axonométrica, que significa representar un cuerpo en el espacio tomando como base tres ejes.

Los tipos de proyección axonométrica son:

- Proyección isométrica: ángulos y proyecciones iguales
- Proyección dimétrica: dos ángulos y dos proyecciones iguales
- Proyección trimétrica: ángulos y proyecciones desiguales





2.6 Aplicaciones de la geometría tridimensional en el diseño gráfico

Para los fines propuestos, la estructura de pensamiento mas difundida y apropiada, que el alumno debe conocer de sus estudios es la geometría. Cumple esta un doble objeto, a saber sistematizar la expresión gráfica hasta conseguir que sea un lenguaje racional y, simultáneamente, adecuar el pensamiento espacial a formas y espacios solo definibles con auxilio de esa geometría. De igual manera, la geometría descriptiva no solo proporciona exactitud al lenguaje gráfico que transmite el pensamiento, sino que aporta el rigor espacial a ese mismo pensamiento. En una escuela superior con la finalidad de la nuestra, la geometría descriptiva tendrá un específico carácter destinado al hecho de aplicaciones dentro de la carrera de diseño gráfico.

Resumen

Lo que en realidad tiene importancia es alcanzar esa capacidad de pensar, de percibir y racionalizar el espacio de la que se ha hablado, con un modesto lápiz y una hoja de papel. Esa capacidad será, en lo sucesivo, imprescindible para el estudiante de diseño gráfico en otros campos distintos de la geometría descriptiva

Bibliografía

- Rodríguez, A. Elementos de geometría descriptiva. España: Murcia Ed.,1992
- De la Torre, Miguel. Geometría descriptiva. México: UNAM, 1980.

Tema 3. El punto en el espacio tridimensional

Subtemas

3.1 Generación de una figura geométrica a partir de un punto
3.2 Posición de un punto en los cuatro cuadrantes

Objetivo de Aprendizaje

Al término del tema el estudiante descubrirá a partir del elemento primario de la forma las bases de la geometría tridimensional que se aplicarán a todo diseño.

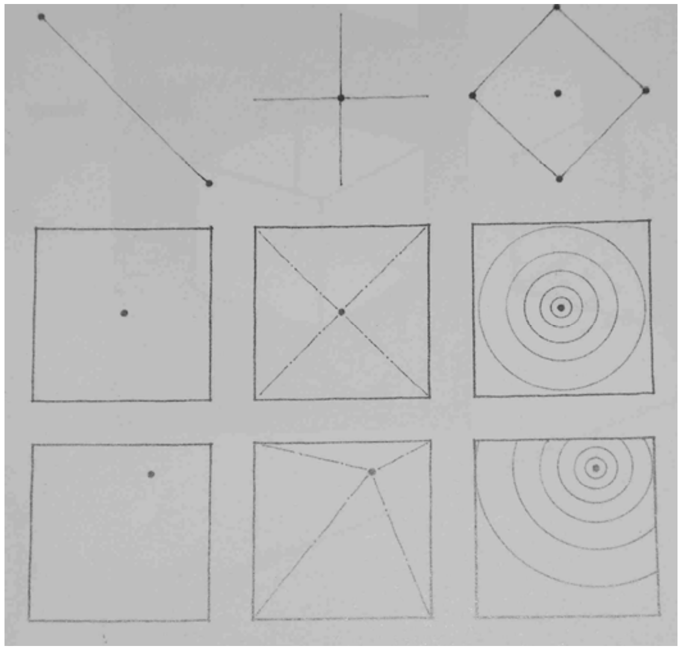
Lectura 3. Geometría descriptiva
Por: Miguel de la Torre Carbó.

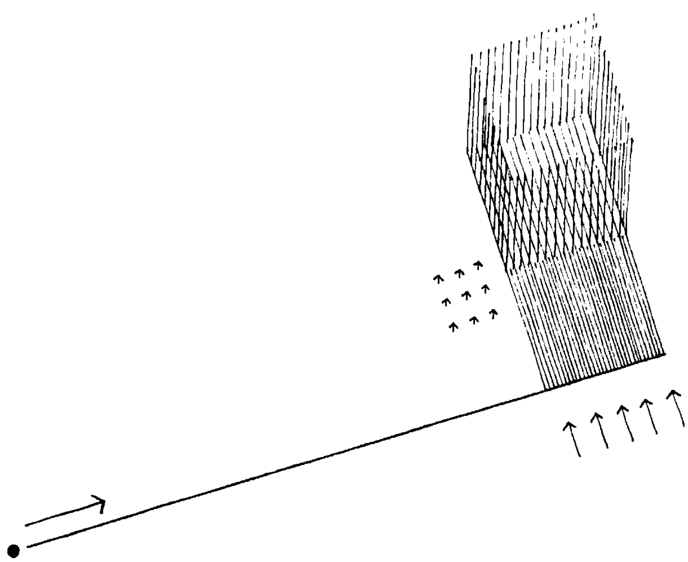
Sinopsis

Toda forma pictórica se inicia con un punto que se pone en movimiento para dar paso al proceso creativo de todo diseño. El punto es considerado el elemento primario de toda forma gráfica.

3.1 Generación de una figura geométrica a partir de un punto

El punto como elemento conceptual de la forma no es visible salvo para el ojo de la mente. Aunque en realidad no existe, sentimos su presencia. Podemos percibir el punto en la intersección de dos segmentos. Es el punto en su prolongación el generador de la recta la que a su vez extendida nos generará un plano cuya repetición en el espacio dará como resultado un volumen.





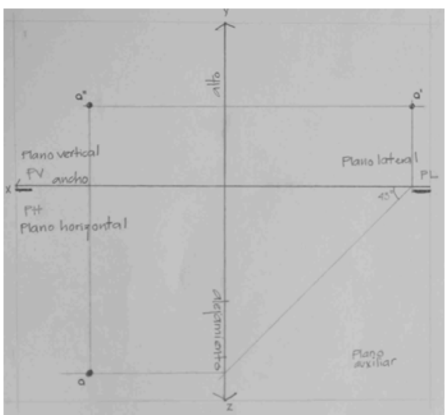
3.2 Posición de un punto en los cuatro cuadrantes

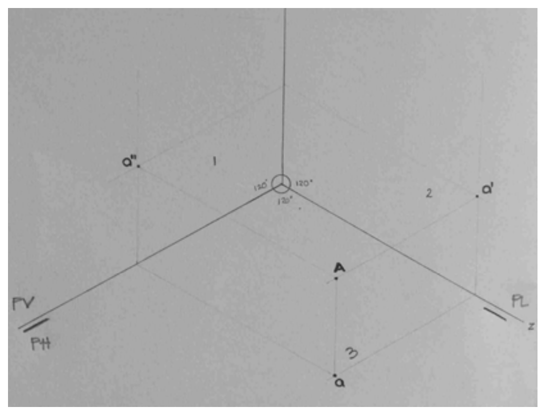
Un punto señala una posición en el espacio. Tiene posición en el plano. Se nombra con una letra mayúscula.

El punto tiene posición en el espacio. Su representación más cercana es el orificio que deja un alfiler en una hoja de papel o en un granito de arena, pero debemos tener en cuenta que no tiene grosor.

En el espacio hay infinitos puntos. Los identificaremos con una letra mayúscula (A) y para reconocer su posición en los diferentes planos de proyección usaremos la siguiente nomenclatura:

- a para la proyección horizontal
- a’ para la proyección vertical
- a” para proyección lateral





Resumen

Una vez asimilado el concepto de punto como elemento primario de la forma, se iniciará el proceso creativo que demanda todo proyecto de diseño.

Bibliografía

- Rodríguez, A. Elementos de geometría descriptiva. España: Murcia Ed.,1992
- De la Torre, Miguel. Geometría descriptiva. México: UNAM, 1980.

Tema 4. La recta en el espacio tridimensional

Subtemas

4.1 Definición de una recta
4.2 Tipos de rectas por su posición
4.3 Proyecciones ortogonales de la recta

Objetivo de Aprendizaje

Al término del tema el estudiante distinguirá en cualquier dibujo los diferentes tipos de rectas, su significado y su aplicación a un problema de diseño.

Lectura 4. Geometría descriptiva
Por: Miguel de la Torre Carbó.

Sinopsis

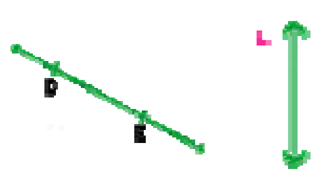
Existen muchas aplicaciones en el diseño gráfico que recurren al uso de las rectas las cuales toman diversas características de acuerdo con lo que se desea representar. Al realizar un proyecto de diseño se tiene que conocer con toda precisión los diferentes tipos de rectas así como su significado dentro de la geometría espacial.

4.1 Definición de una recta

La prolongación de un punto se convierte en una línea. Desde un punto de vista conceptual la línea o recta tiene longitud, dirección y una posición en el espacio la cual queda determinada al conocer dos puntos cualesquiera de ella.

Las rectas se nombran con dos letras mayúsculas y sobre ellas se anota su símbolo. Por ejemplo: DE, se lee recta DE.

También se usa una L ó una R, especialmente en los casos en que deban distinguirse varias rectas.

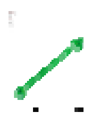


4.2 Tipos de rectas por su posición

Una recta se reconoce por su posición en el espacio y puede ser:

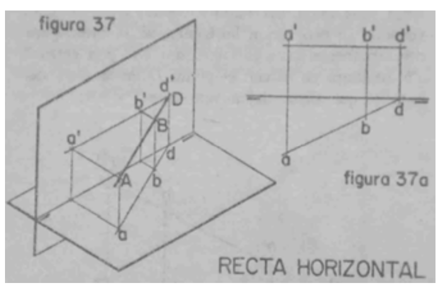
Horizontal:  como la línea del horizonte.

Vertical: como el hilo a plomo.

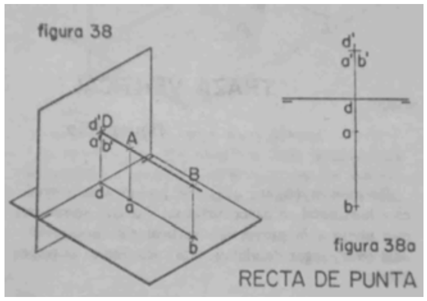
Oblicua:  cuando es distinta a las dos anteriores.

4.3 Proyecciones ortogonales de la recta

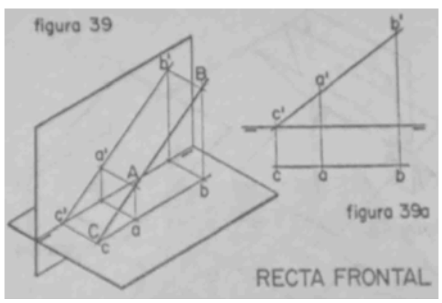
- **Recta horizontal.** En montea se proyecta como una recta paralela a la línea de tierra en la proyección vertical y como una recta oblicua en la proyección horizontal (fig. 37).



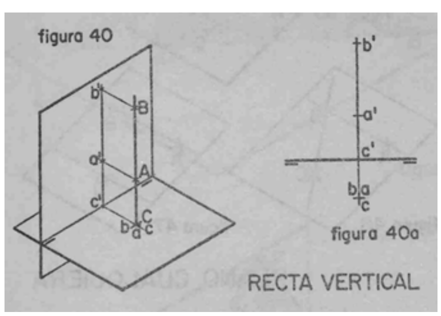
- **Recta de punta.** En montea se proyecta como un punto en la proyección vertical y como una recta perpendicular a la línea de tierra en la proyección horizontal (fig. 38).



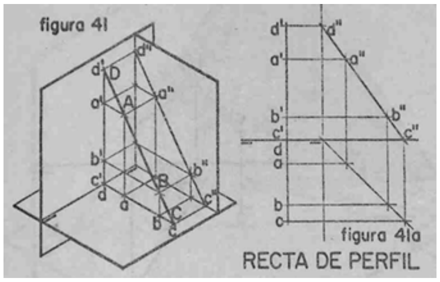
- **Recta frontal.** En montea se proyecta como una recta oblicua en la proyección vertical y como una recta paralela a la línea de tierra en la proyección horizontal (fig.39).



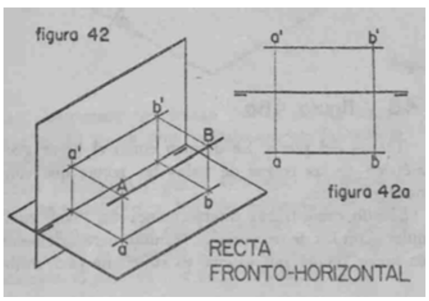
- **Recta vertical.** En montea se proyecta como una recta perpendicular a la línea de tierra en proyección vertical y como un punto en proyección horizontal (fig. 40).



- **Recta de perfil.** En montea se proyecta como una recta perpendicular a la línea de tierra en ambas proyecciones; vertical y horizontal (fig.41).



- **Recta fronto – horizontal.** En montea se proyecta como una recta paralela a la línea de tierra en ambas proyecciones; vertical y horizontal (fig. 42).



Resumen

La asimilación del concepto de recta, servirá como herramienta para su aplicación dentro del diseño en el que el estudiante dará según su propia propuesta un carácter apropiado.

Bibliografía

- Rodríguez, A. Elementos de geometría descriptiva. España: Murcia Ed.,1992
- Ching, Francis. Arquitectura, forma espacio y orden. México: Gustavo Gili, 2000.
- De la Torre, Miguel. Geometría descriptiva. México: UNAM, 1980.

Tema 5. El plano en el espacio tridimensional

Subtemas

5.1 Definición geométrica de un plano
5.2 Tipos de planos por su posición
5.3 Proyecciones de plano
5.4 Ubicación de un punto sobre una superficie plana

Objetivo de Aprendizaje

Al término del tema el estudiante identificará en cualquier dibujo los diferentes tipos de planos y su significado, además de dibujar correctamente los diferentes tipos de planos y su aplicación a un problema de diseño.

Lectura 5. Geometría descriptiva
Por: Miguel de la Torre Carbó.

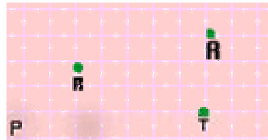
Sinopsis

La forma es una característica primaria que identifica un plano. Está determinada por el contorno de la línea que forman las aristas del plano, de esta manera, el conocer los diferentes tipos de plano nos enriquecerá para poder solidificar las bases de toda composición gráfica.

5.1 Definición geométrica de un plano

Un plano define los límites o fronteras de un volumen. Conceptualmente considerado, tiene longitud y anchura pero no tiene profundidad. Lo más parecido a este elemento del espacio es una hoja de papel, pero lo diferencia con ésta, el hecho que es ilimitado y no tiene grosor.

El plano es una superficie infinita, formada por infinitos puntos que siguen una misma dirección, es decir, hay rectas que quedan totalmente incluidas en ella.
El símbolo de plano es P y para nombrarlo debe estar acompañado de, por lo menos, tres puntos.



Este dibujo será una representación del plano ART y lo simbolizaremos P ART.

Las paredes de nuestra casa, el pavimento de las calles, la superficie de una laguna, son representaciones de planos.

5.2 Tipos de planos por su posición

Un plano se reconoce por su posición en el espacio y puede ser:

- Horizontal
- Vertical
- Oblicuo

5.3 Proyecciones de plano

- **Plano horizontal.** En montea se representa como una recta paralela a la línea de tierra en la proyección vertical y como figuras diversas en la proyección horizontal. (fig.57).

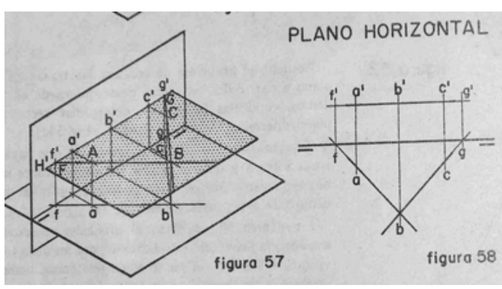
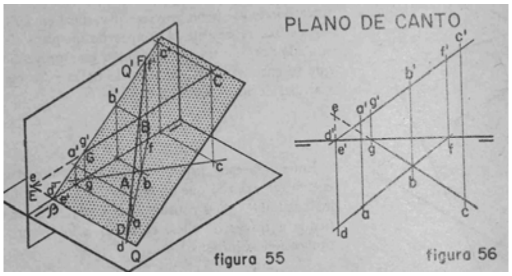
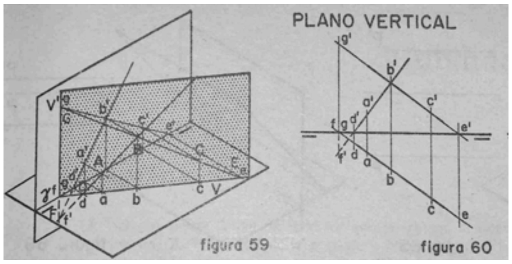


figura 57 figura 58

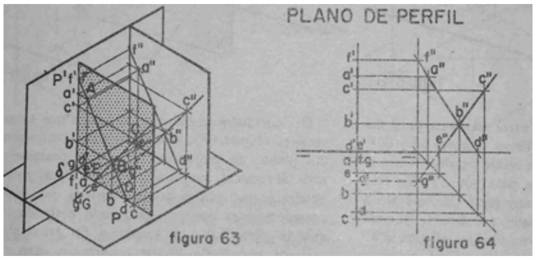
- **Plano de canto.** En montea se representa como una recta oblicua en la proyección vertical y como figuras diversas en la proyección horizontal (fig.55).



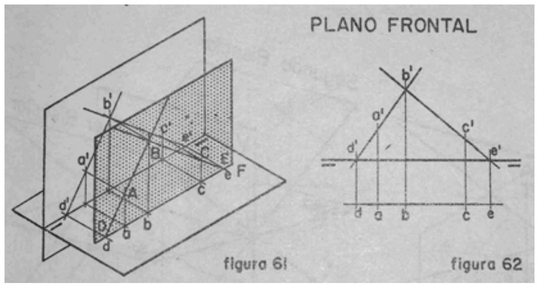
- **Plano vertical.** En montea se representa como una recta oblicua en la proyección horizontal y como figuras diversas en la proyección vertical (fig.59).



- **Plano de perfil.** En montea se representa como una recta perpendicular en ambas proyecciones; horizontal y vertical(fig.63).

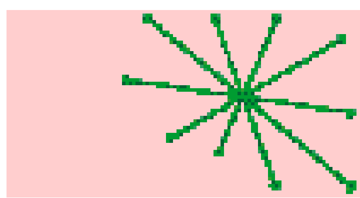


- **Plano frontal.** En montea se representa como una recta paralela a la línea de tierra en la proyección horizontal y como figuras diversas en la proyección vertical (fig.61).



5.4 Ubicación de un punto sobre una superficie plana.

Determinemos un punto del plano y dibujemos rectas que pasen por él. Recordemos que la línea que hacemos es una representación, porque la recta no tiene grosor. Hemos obtenido este dibujo.



La conclusión es la misma: "Por un punto del plano pasan infinitas rectas".

Resumen

Cuando se hacen visibles al ojo sobre la superficie de papel o en el espacio tridimensional, los planos se convierten en formas dotadas de características de esencia, contorno, tamaño, color y textura. Al tener experiencia de estas formas en nuestro entorno hemos de ser capaces de percibir en su estructura la existencia de los planos como elementos primarios de la forma.

Bibliografía

- Rodríguez, A. Elementos de geometría descriptiva. España: Murcia Ed.,1992
- Ching, Francis. Arquitectura, forma espacio y orden. México: Gustavo Gili, 2000.
- De la Torre, Miguel. Geometría descriptiva. México: UNAM, 1980.

Tema 6. Cambio de planos de proyección

Subtemas

6.1 Concepto de cambio de planos de proyección
6.2 Cambio de planos aplicado a las rectas
6.2.1 Longitudes reales
6.2.2 Proyección de rectas en un punto
6.2.3 Enlaces entre curvas y rectas (tangencias)
6.2.4 Magnitudes reales
6.2.5 Ángulos de magnitud real

Objetivo de Aprendizaje

Al término del tema le estudiante identificará los sistemas y posiciones más adecuadas en cada caso para un tratamiento claro y sencillo, que potencie la operatividad del sistema, valorando los grados de concreción geométrica y sus representaciones; así mismo, seleccionará de posiciones analíticas o expresivas según los fines.

Lectura 6. Geometría descriptiva
Por: Miguel de la Torre Carbó.

Sinopsis

Entre los métodos auxiliares para conocer el objeto en el espacio, se halla el cambio de planos de proyección, sistema que facilita la solución a problemas que aparecen cuando los objetos por su posición particular, respecto a los planos de proyección dificulta su representación. De esta manera la figura geométrica adquiere una nueva posición en la nueva proyección que permite observarla de manera más clara y con todas sus propiedades geométricas.

6.1 Concepto de cambio de planos de proyección

En este procedimiento se suponen fijos en el espacio, los objetos que representa la montea y son los planos de proyección los que se mueven uno a uno hasta lograr las posiciones relativas deseadas.

6.2 Cambio de planos aplicado a las rectas

6.2.1 Longitudes reales

El procedimiento de cambio de planos tiene como objetivo principal conocer las características reales del objeto que se observa. La característica principal en el cambio de planos es conocer la longitud real de la recta en cuestión.

Sea una recta cualquiera AB, hacerla horizontal para conocer su verdadera longitud.

1º Se hace cambio de horizontal (ch) con la línea de tierra paralela a la proyección vertical a’b’ de la recta dada (fig. 151)

2º Se determina nueva proyección horizontal a1 b1, llevando de la vertical por los puntos a’b’ que la determinan, proyectantes perpendiculares a la segunda línea de tierra y asignando a cada uno de ellos, el mismo alejamiento que tenían en la proyección horizontal inicial. Esta segunda línea de tierra se señala con dos guiones. La nueva recta horizontal aparece ahora en verdadera longitud.

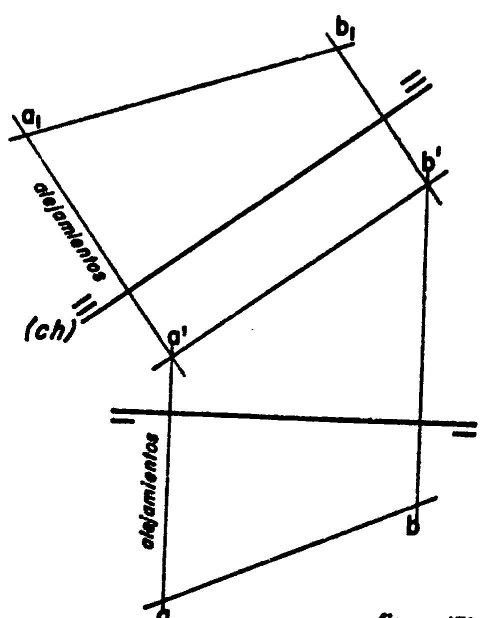


figura 151

Sea una recta cualquiera AB, hacerla frontal para conocer su verdadera longitud.

1º se hace cambio de vertical (c v) con la línea de tierra paralela a la proyección horizontal ab de la recta dada (fig. 153)

2º Se determina nueva proyección vertical a’1 b’1, llevando de la horizontal por los puntos ab que la determinan, proyectantes perpendiculares a la segunda línea de tierra y asignando a cada uno de ellos, la misma altura que tenían en la proyección vertical inicial. Esta segunda línea de tierra se señala con dos guiones.

La nueva recta frontal aparece ahora en verdadera longitud.

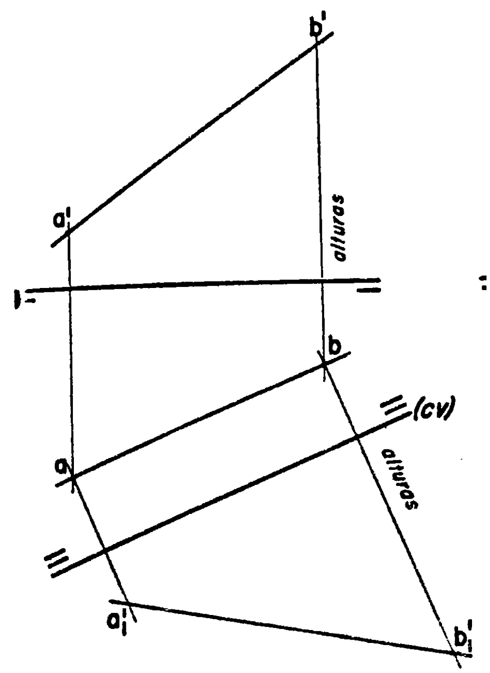


figura 153

6.2.2 Proyección de rectas en un punto

Dada una recta cualquiera hacerla de punta.

1º Se hace horizontal (fig. 151)

2º En la montea de la recta horizontal se hace cambio de vertical (c v) con la línea de tierra perpendicular a la proyección horizontal a1 b1. Esta tercera línea de tierra se señala con tres guiones.

3º Se determina nueva proyección vertical, en la cual habiendo una sola proyectante para toda la recta y una misma altura para los puntos que la determinan, se obtiene un punto a’2 b’2 proyección íntegra de la recta. Véase que la montea resultante referida a la línea de tierra de tres guiones, es la de una recta de punta. (fig. 152)

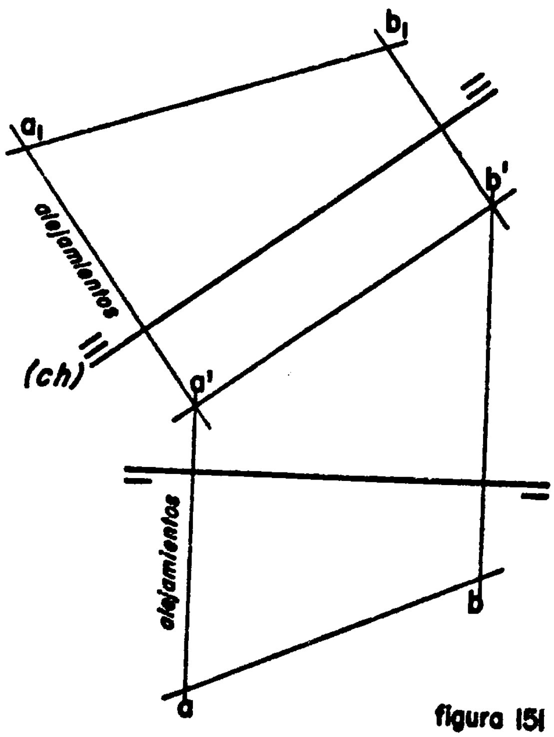


figura 151

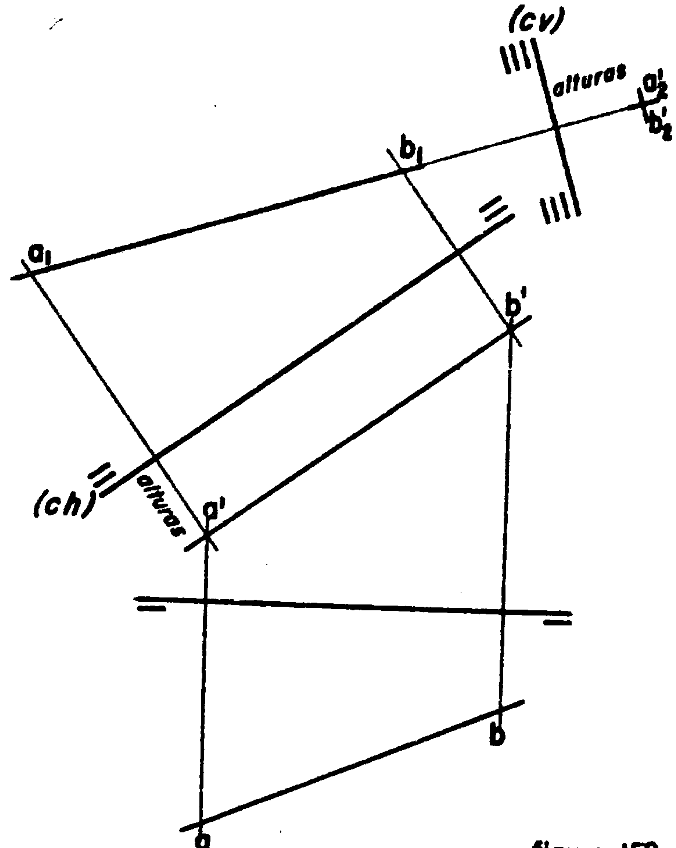


figura 152

Dada una recta cualquiera hacerla vertical.

1º Se hace frontal (fig. 153)

2º En la montea de la recta frontal se hace cambio de horizontal (c h) con la línea de tierra perpendicular a la proyección vertical a’1 b’1. Esta tercera línea de tierra se señala con tres guiones.

3º Se determina nueva proyección horizontal, en la cual habiendo una sola proyectante para toda la recta y un mismo alejamiento para los puntos que la determinan, se obtiene un punto a2 b2 proyección íntegra de la recta. Véase que la montea resultante referida a la línea de tierra de tres guiones, es la de una recta de vertical. (fig. 154)

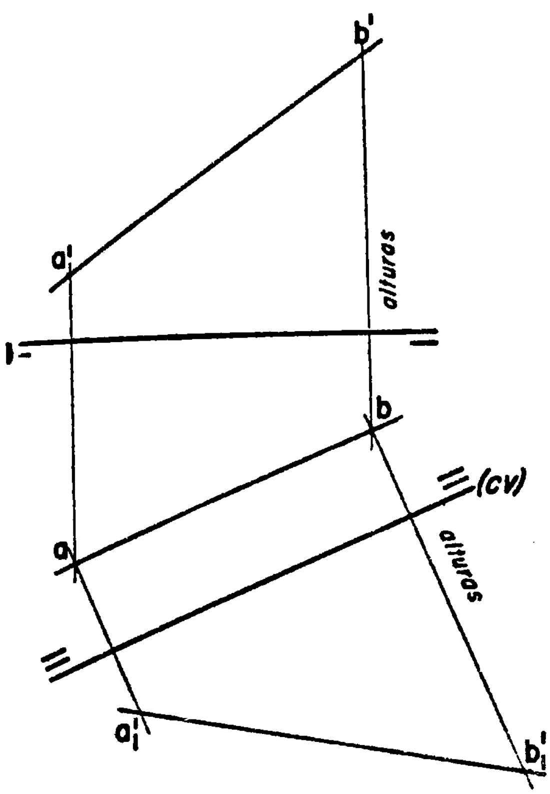


figura 153

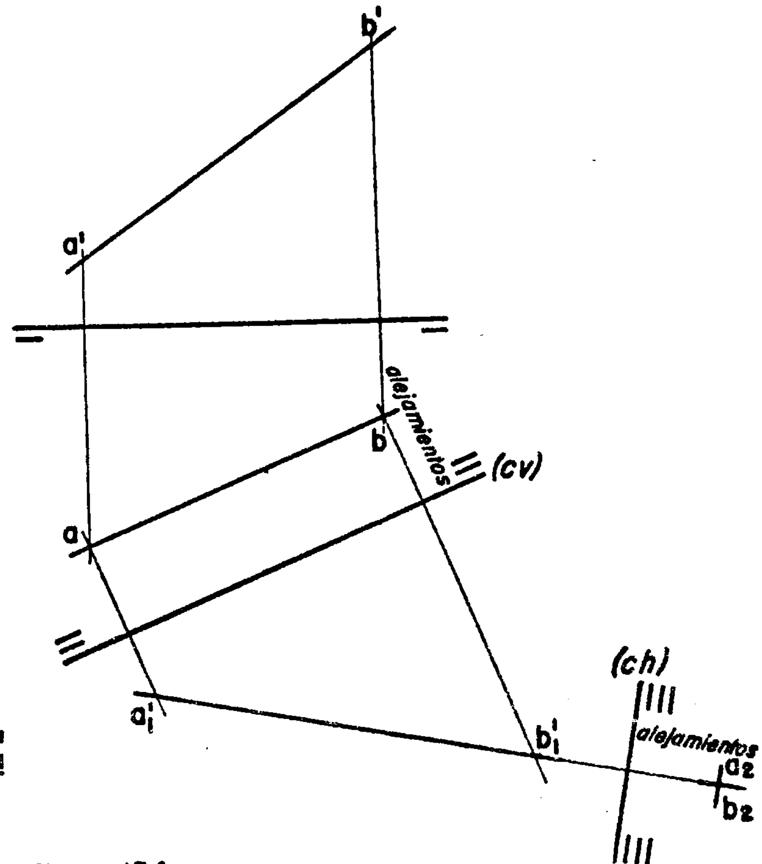


figura 154

6.2.3 Magnitudes reales

La verdadera forma y magnitud de una figura en el espacio se adquiere conservándola fija en el espacio y cambiando los planos de proyección lo que permitirá conocer sus características geométricas originales.

Dado un plano cualquiera ABC hacerlo de canto (fig.155)

1º Se determina una horizontal dentro del plano ed-e'd'.

2º Mediante cambio de vertical (c v) se hace de punta esa horizontal considerando para el movimiento todos los puntos de la figura.

3º Se determina nueva proyección vertical a'1b'1c'1 trasladando a ella los puntos con las alturas dadas en la primera, de lo cual resultan todos ellos alineados a una recta, proyección íntegra del plano de canto.

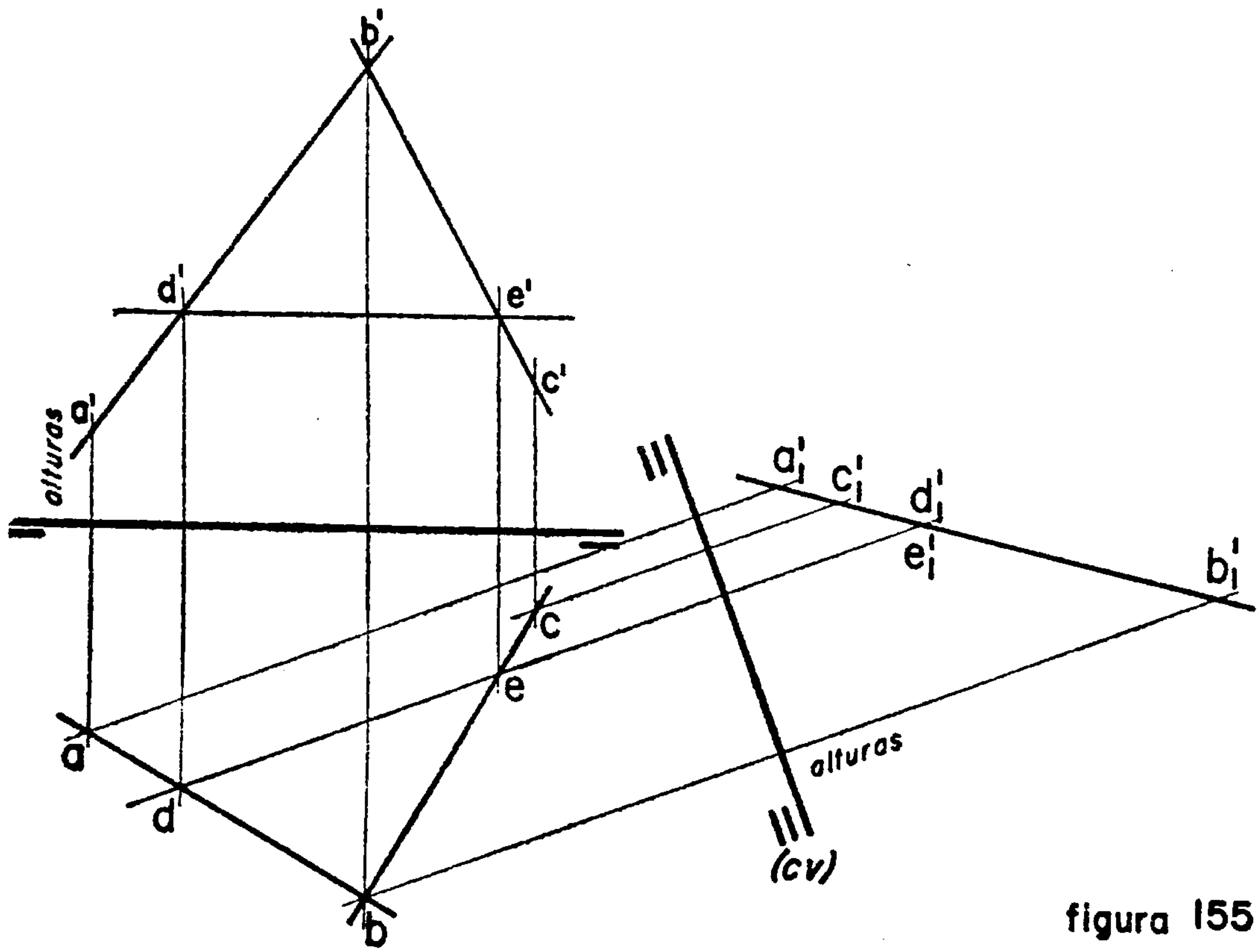


figura 155

6.2.4 Proyecciones de planos en una recta

Dado un plano cualquiera ABC hacerlo horizontal

1º Se hace de canto (fig. 155)

2º En la montea obtenida para el plano de canto se hace cambio de horizontal (c h) con la línea de tierra paralela a la proyección vertical a'1b'1c'1

3º Se determina nueva proyección horizontal a2b2c2 con los alejamientos obtenidos con la montea del plano de canto con línea de tierra de dos guiones la cual resulta en verdadera forma y magnitud. La montea final con línea de tierra con tres guiones corresponde en consecuencia a un plano horizontal. a'1b'1c'1 .(fig 156)

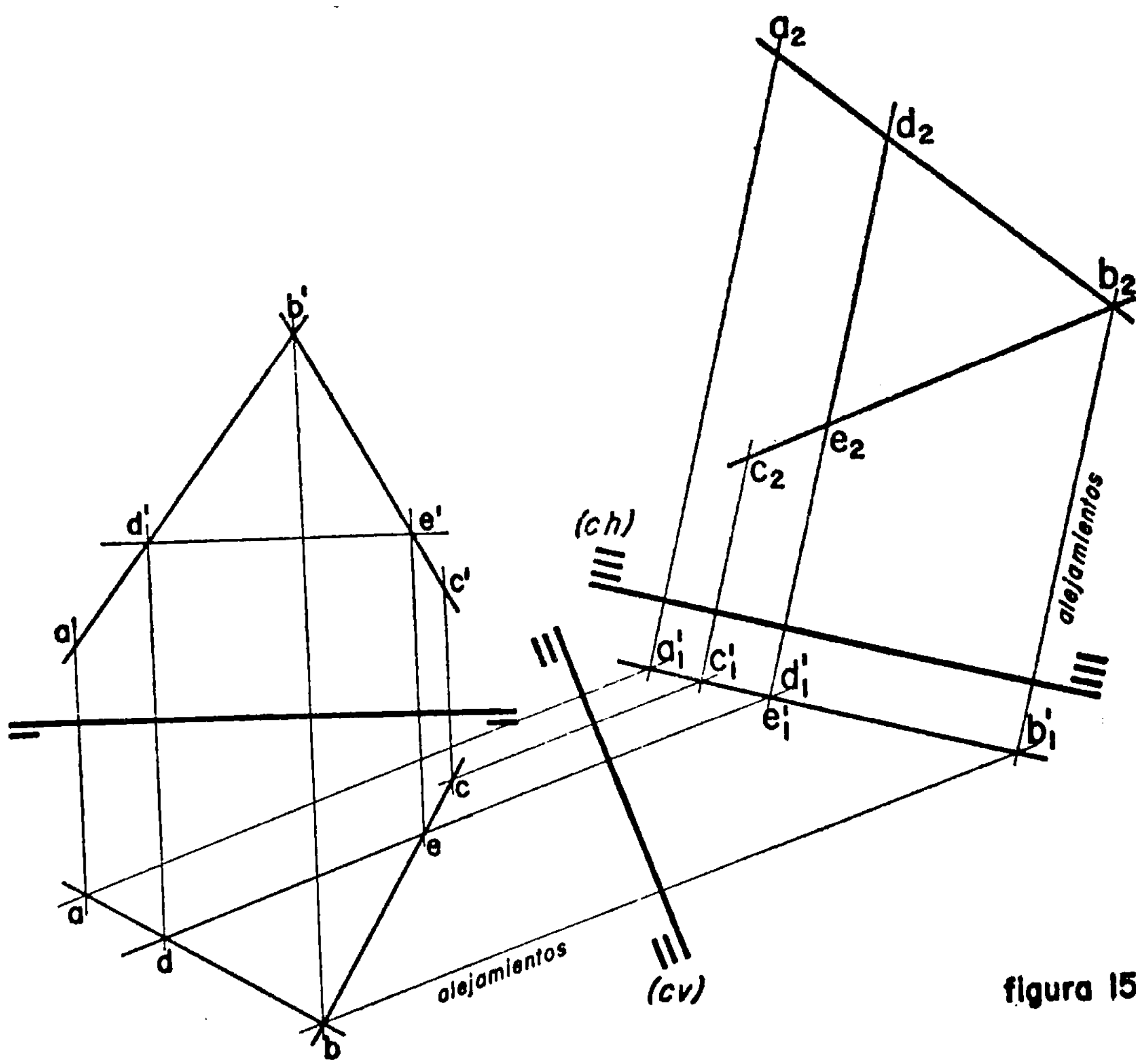


figura 156

6.2.5 Ángulos de magnitud real

Conociendo de una figura plana un ángulo en las dos proyecciones, pero solo en una la figura completa, determinar la otra proyección y la verdadera forma y magnitud. Este caso se resuelve directamente por abatimientos.

La proyección vertical a'b'c'd'e'f', la horizontal abc. (fig. 196)

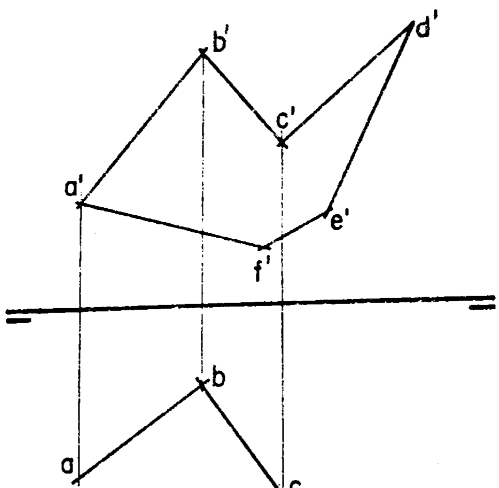
1º Con el ángulo conocido a'b'c' abc determínese un eje de abatimiento, para el caso la horizontal c'l' cl (fig 197) y las distancias de este a los puntos a y b que se conocen en ambas proyecciones.

2º Con esas distancias se construye en un sistema rectangular auxiliar (fig. 197ª) la recta que contiene los radios de abatimiento.

3º Llévese ahora al sistema auxiliar (fig. 197b) las distancias del eje a todos los otros puntos, de los que solo se conoce una proyección, midiéndolas en el eje correspondiente en este caso el vertical y trácense las líneas de proyección hasta encontrar a la recta diagonal. En ella de inmediato se localizan los radios de abatimiento de esos puntos con los cuales se puede abatir toda la figura, pero proyectándolos al eje horizontal se obtendrán las distancias od, oc, of del eje de abatimiento a los puntos en la proyección horizontal que se desconoce.

4º Las distancias obtenidas en el eje horizontal (fig 197b) se trasladan o, d, e, f en proyección horizontal (fig 198), sobre una perpendicular al eje a uno u otro lado de él según corresponda a esos puntos y se llevan para cada uno de ellos paralelas al eje hasta que corten a las proyectantes bajadas de sus respectivas proyecciones verticales, encontrándose así las horizontales que completan la montea.

5º Conocida toda la figura, trácese en proyección horizontal perpendiculares al eje por cada uno de los puntos midiéndose en ellos los rayos de abatimiento que les corresponden para determinar los puntos abatidos con los cuales se construye la verdadera forma y magnitud de la figura dada.



fiaura 196

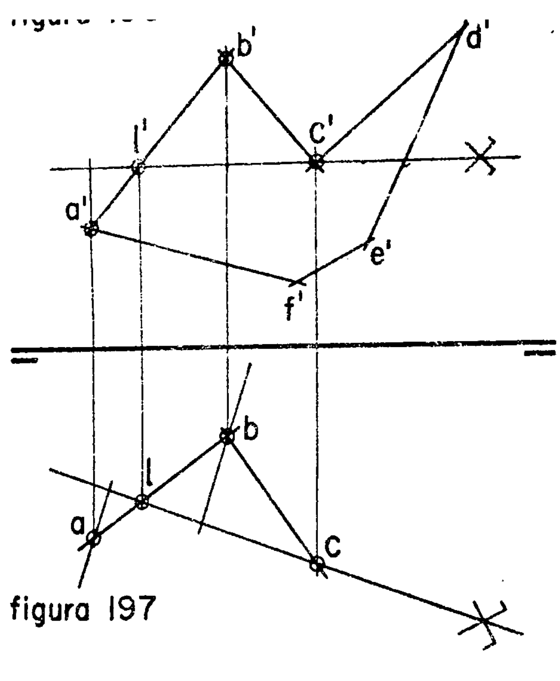
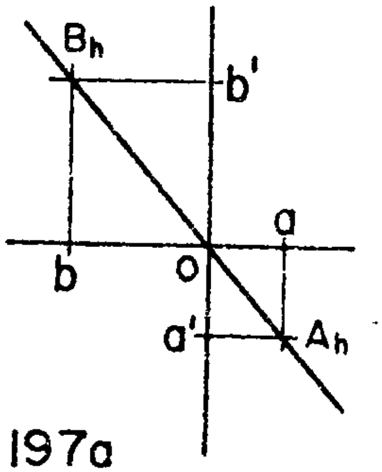
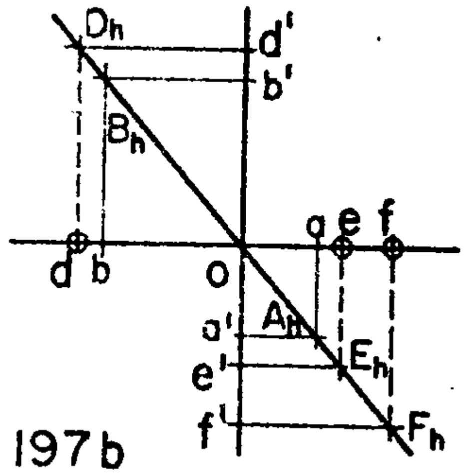


figura 197



197a



197b

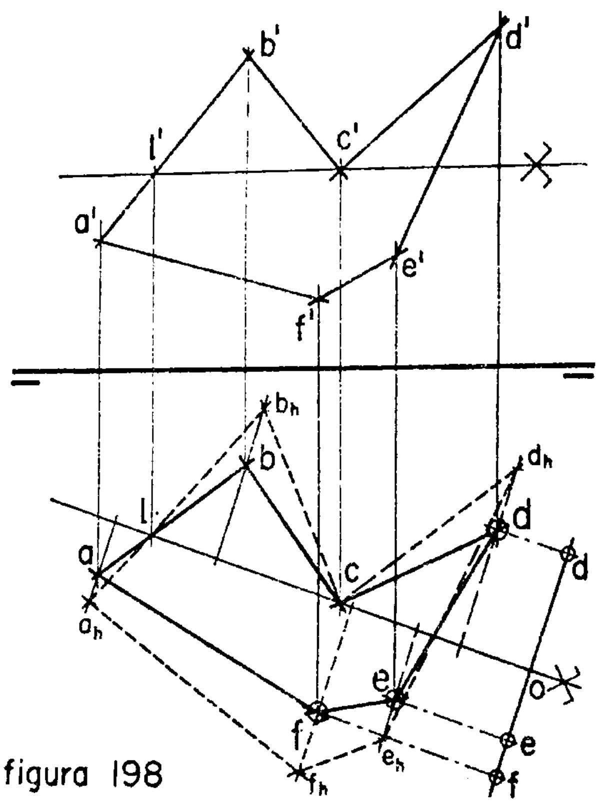


figura 198

Resumen

Conocer los principios básicos de la geometría ayudará a los alumnos a encontrar soluciones gráficas a los problemas geométricos, estableciendo los procedimientos que dicta la lógica. Y así mismo enseñar como es posible moverse en el espacio para definir aspectos propios de los objetos que analizamos y construimos.

Referencias bibliográficas

- Rodríguez, A. Elementos de geometría descriptiva. España: Murcia Ed.,1992
- Ching, Francis. Arquitectura, forma espacio y orden. México: Gustavo Gili, 2000.

Bibliografía

- De la Torre, Miguel. Geometría descriptiva. México: UNAM, 1980.

Tema 7. Giros o rotaciones

Subtemas

Objetivo de Aprendizaje

Al término del tema el estudiante identificará los sistemas y posiciones más adecuados en cada caso, para un tratamiento claro y sencillo, que potencie la operatividad del sistema, valorando los grados de concreción geométrica y sus representaciones. Selección de posiciones analíticas o expresivas según los fines.

Lectura 7. Geometría descriptiva
Por: Miguel de la Torre Carbó.

Sinopsis

Otro de los métodos auxiliares para conocer el objeto en el espacio, se llama rotaciones o giros que al igual que en el cambio de planos de proyección facilita la solución a problemas que aparecen cuando los objetos por su posición particular, respecto a los planos de proyección dificultan su representación. De esta manera la figura geométrica adquiere una nueva posición en la nueva proyección que permite observarla de manera más clara y con todas sus propiedades geométricas.

7.1 Concepto de rotación

En este procedimiento es el objeto en el espacio el que gira o rota en la montea hasta adquirir la posición deseada y son los planos de proyección los que permanecen fijos en el espacio.

7.2 Diferencias básicas entre giro y cambio de planos de proyección

La diferencia básica entre estos dos sistemas auxiliares para conocer la verdadera forma y magnitud de los objetos en el espacio radica en que mientras en giros son los objetos los que se mueven y las proyecciones las que permanecen estáticas en la montea, en cambio de planos son precisamente los planos de proyección los que se mueven uno a uno hasta encontrar la figura deseada y el objeto permanece estático durante el procedimiento.

Ambos sistemas auxiliares nos llevarán al mismo resultado.

7.3 Rotaciones aplicadas a las rectas

7.3.1 Longitudes reales o verdaderas

Dada una recta cualquiera AB hacerla horizontal (fig 135)

1º Alrededor de un eje de punta se hace girar la proyección vertical de la recta hasta hacerla paralela a la línea de tierra. El eje se sitúa en el punto a’ y es suficiente girar b’ hasta el punto b’1 en la posición mencionada.

2º Se completa la montea moviendo el punto b de la proyección horizontal paralelamente a la línea de tierra hasta encontrar en b1 la proyectante bajada de b’1 el punto a no se mueve por estar en el eje y así quedan determinadas las nuevas proyecciones a’b’1, ab1 esta ultima de verdadera magnitud. La recta cualquiera ha quedado en posición horizontal.

Es de hacerse notar que al terminar el movimiento tenemos dos monteas sobrepuestas la de una recta cualquiera AB y la de la recta horizontal A1B1 aunque en todos estos movimientos supongamos que la primera desaparece para quedar sustituida por la segunda.

El eje puede situarse a conveniencia en cualesquiera de los puntos de la recta, en este caso se ha tomado para ejemplificar el punto A pero podría haberse tomado de igual modo el B.

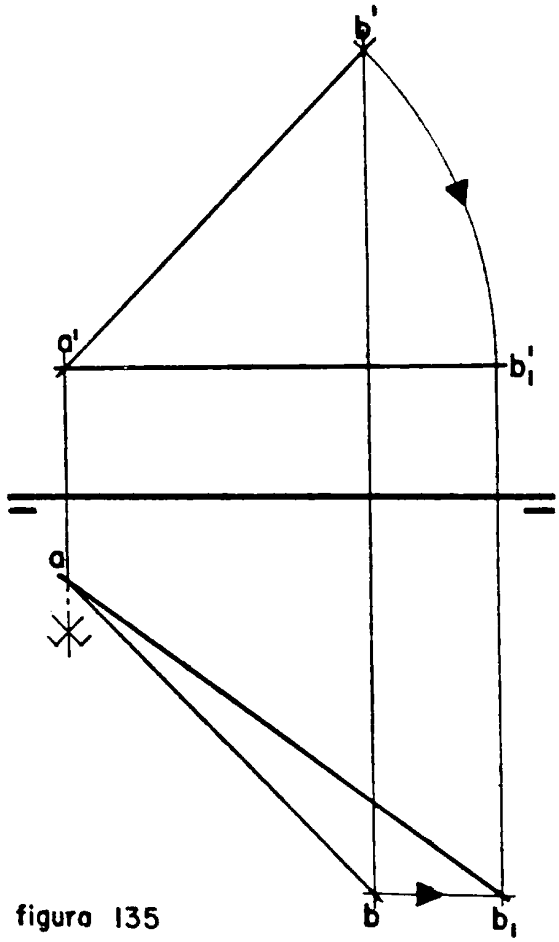


figura 135

Dada una recta cualquiera hacerla frontal. (fig 137)

1º Alrededor de un eje vertical se hace girar la proyección horizontal de la recta hasta hacerla paralela a la línea de tierra, el eje se sitúa en el punto a y es suficiente girar b hasta el punto b1 en la posición mencionada.

2º Se completa la montea moviendo el punto b de la proyección vertical paralelamente a la línea de tierra hasta encontrar en b'1 la proyectante que sube de b1 el punto a no se mueve por estar en el eje y así quedan determinadas las nuevas proyecciones a'b'1, ab1 la primera de verdadera magnitud. La recta cualquiera ha quedado en posición frontal.

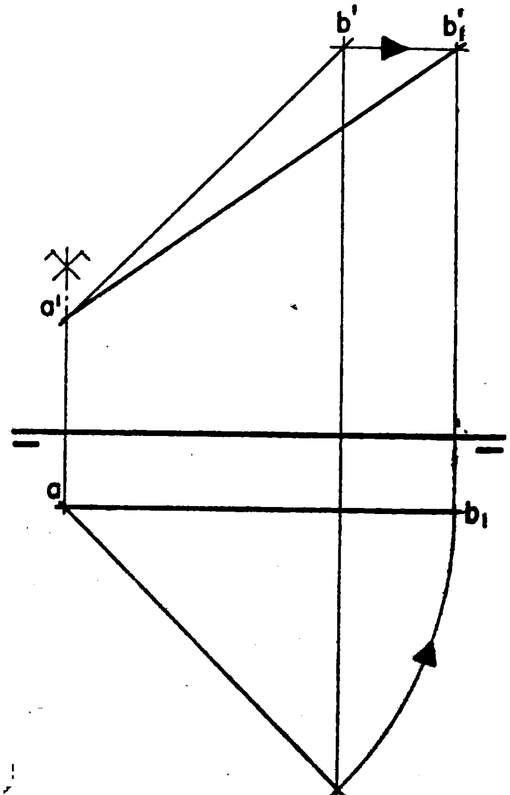


figura 137

7.3.2 Proyección de rectas en un punto

Dada una recta cualquiera hacerla de punta (fig 136)

1º Se hace horizontal (fig 135)

2º En la montea de la recta horizontal mediante eje vertical (fig 136) se hace girar la proyección horizontal hasta hacerla perpendicular a la línea de tierra. El eje se apoya en a haciendo girar b1 hasta b2.

3º Se determina nueva proyección vertical desplazando b'1 hasta b'2 en la referencia de b2 con lo cual se sobrepone al punto a'. El resultado final es la montea de una recta de punta a'b'2 proyección vertical íntegra en un punto y horizontal ab2 perpendicular a la línea de tierra.

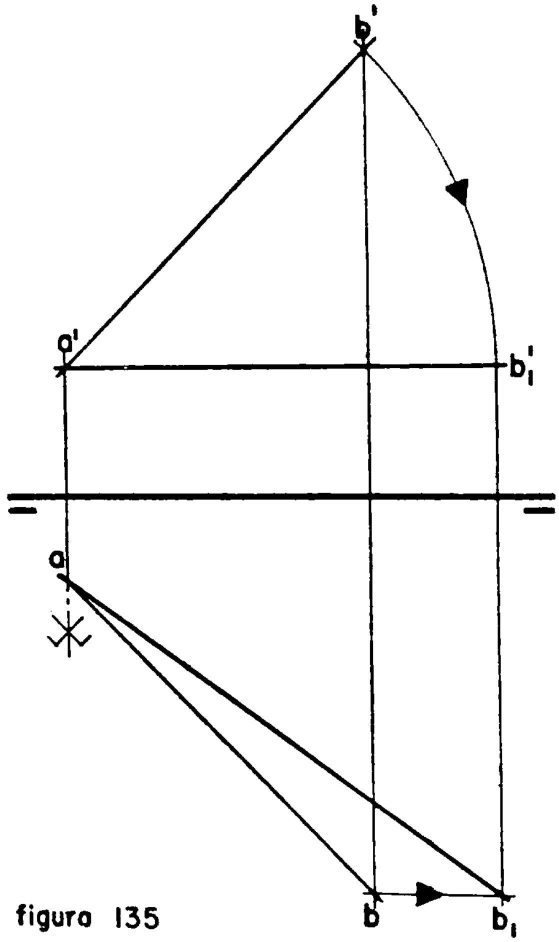


figura 135

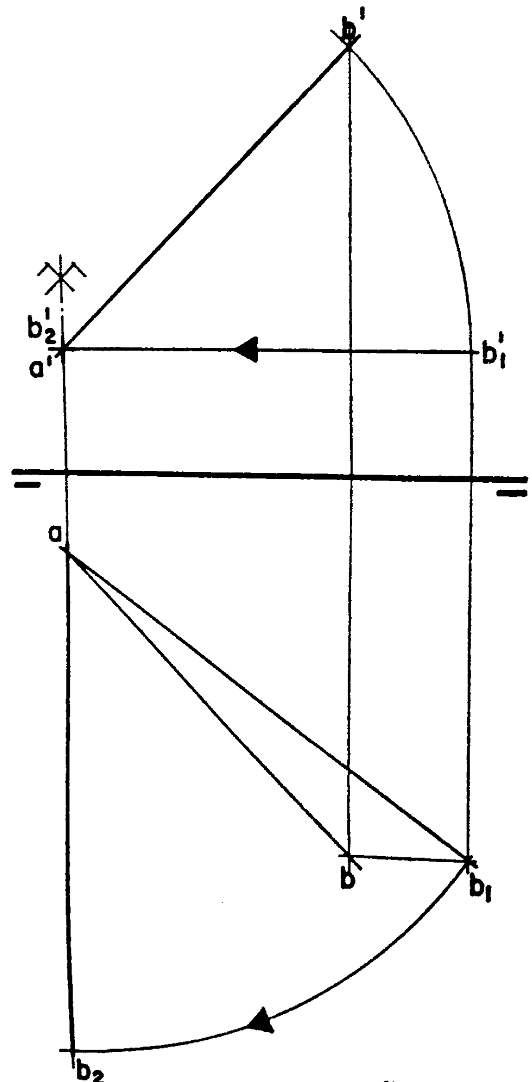


figura 136

Dada una recta cualquiera hacerla vertical (fig 138)

1º Se hace frontal (fig 137)

2º En la montea de la recta frontal mediante eje de punta (fig 138) se hace girar la proyección vertical hasta hacerla perpendicular a la línea de tierra. El eje se apoya en a' haciendo girar b'1 hasta b'2.

3º Se determina nueva proyección horizontal desplazando b1 hasta b2 en la referencia de b2 con lo cual se sobrepone al punto a. El resultado final es la montea de una recta vertical ab2 proyección horizontal íntegra en un punto ab2 y a'b'2 proyección vertical de una recta perpendicular a la línea de tierra.

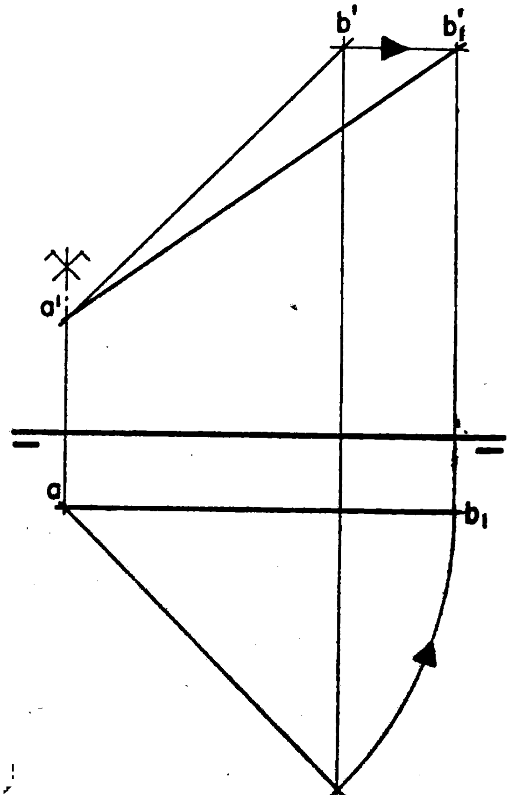


figura 137

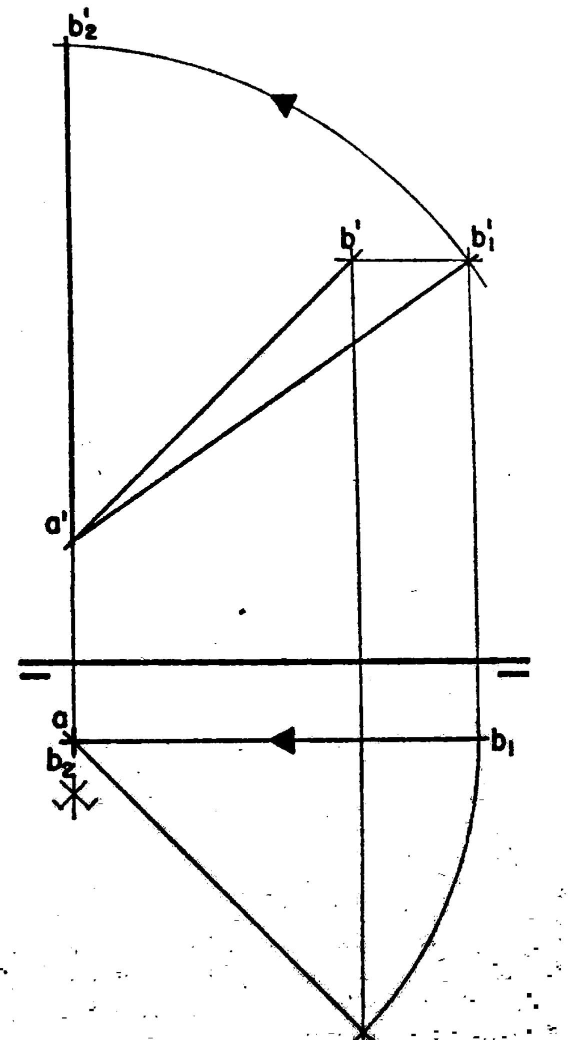


figura 138

7.4 Rotaciones aplicadas a los planos

7.4.1 Proyecciones de planos en rectas

Dado un plano cualquiera ABC hacerlo de canto (fig.142)

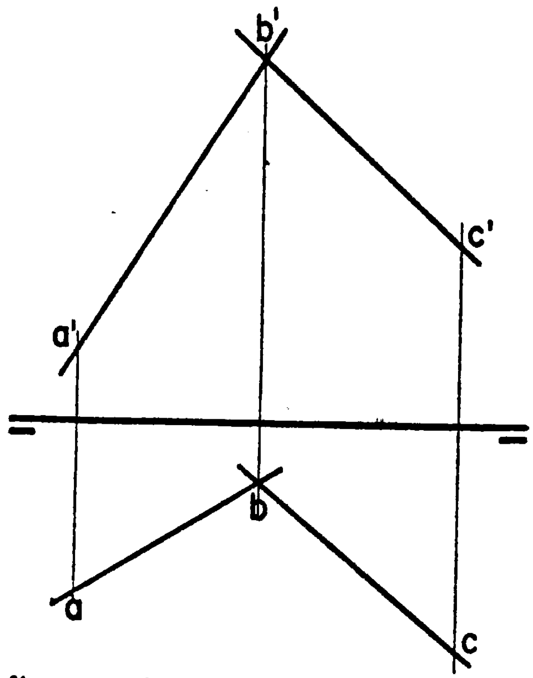


figura 142

1º Se determina una horizontal dentro del plano cd-c'd'(fig 143)

2º Mediante giro se hace de punta esa horizontal considerando para el movimiento todos los puntos de la figura. La recta gira alrededor de un eje vertical en c y la figura se traslada con ella como sistema rígido, conservando su forma pero cambiando de posición.

Para el traslado de la figura puede utilizarse un sistema bipolar, según el cual un punto se determina por sus distancias a otros dos llamados polos, en el presente caso dichos polos serán los extremos de la recta c d, que ha girado hasta cd1 pues ella es la que en realidad rige el movimiento de la figura.

El punto a girando alrededor del mismo eje c, describe un círculo de radio ca, una de las dos distancias, bastará entonces medir la da y con ella como radio haciendo centro en d1, trazar un arco de circulo que corte al primero, el lugar de intersección de esos círculos determina la nueva posición a1 hasta la cual ha girado el punto a.

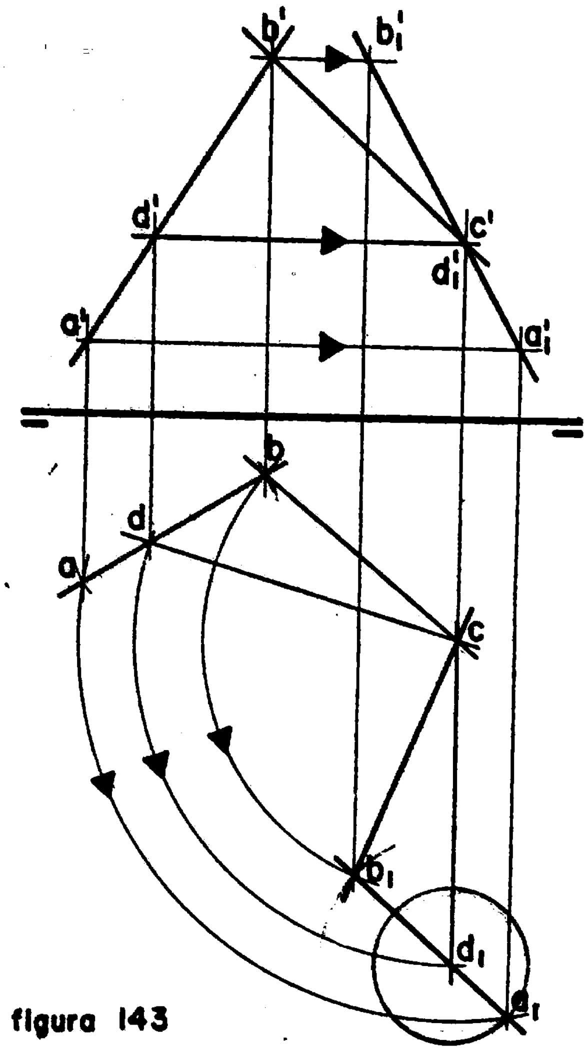


figura 143

Es de advertir que dos círculos se cortan siempre en dos puntos, de entre ellos elegiremos en cada caso aquel que guarde con respecto a la recta cd1 las mismas relaciones existentes entre a y cd. Cualquier otro punto se trasladará por el mismo procedimiento empleando sus distancias a los polos propuestos; así para el b se tomarán las distancias cb y db que apoyadas respectivamente en c y d1 se cortarán en b1.

3º Se determina nueva proyección vertical en la cual los puntos iniciales a'b'c' se desplazan sobre paralelas a la LT, hasta encontrar en a'1b'1c'1 las proyectantes correspondientes a a1b1c. Estos nuevos puntos de la proyección vertical determinan una recta proyección íntegra del plano. Obsérvese que la montea final a’1b’1c’ a1b1c es consecuentemente la de un plano de canto (fig 143)

En todos los casos las flechas indican el sentido del movimiento.

Dado un plano cualquiera hacerlo vertical (fig 146)

1º Se determina una frontal del plano en la montea ad a’d’.

2º Se hace frontal esa vertical mediante giro llevando en el movimiento los demás puntos de la figura y haciendo eje de punta en a’ y la recta gira hasta a’d’1; para trasladar la figura a su nueva posición se usa un sistema bipolar aprovechando como polos los extremos a y d de la frontal que rige el movimiento.

3º Se determina nueva proyección horizontal por el procedimiento usual en rotaciones; ésta resulta íntegra en una recta oblicua respecto de LT como corresponde a la montea de plano vertical a’b’1c’1 ab1c1.

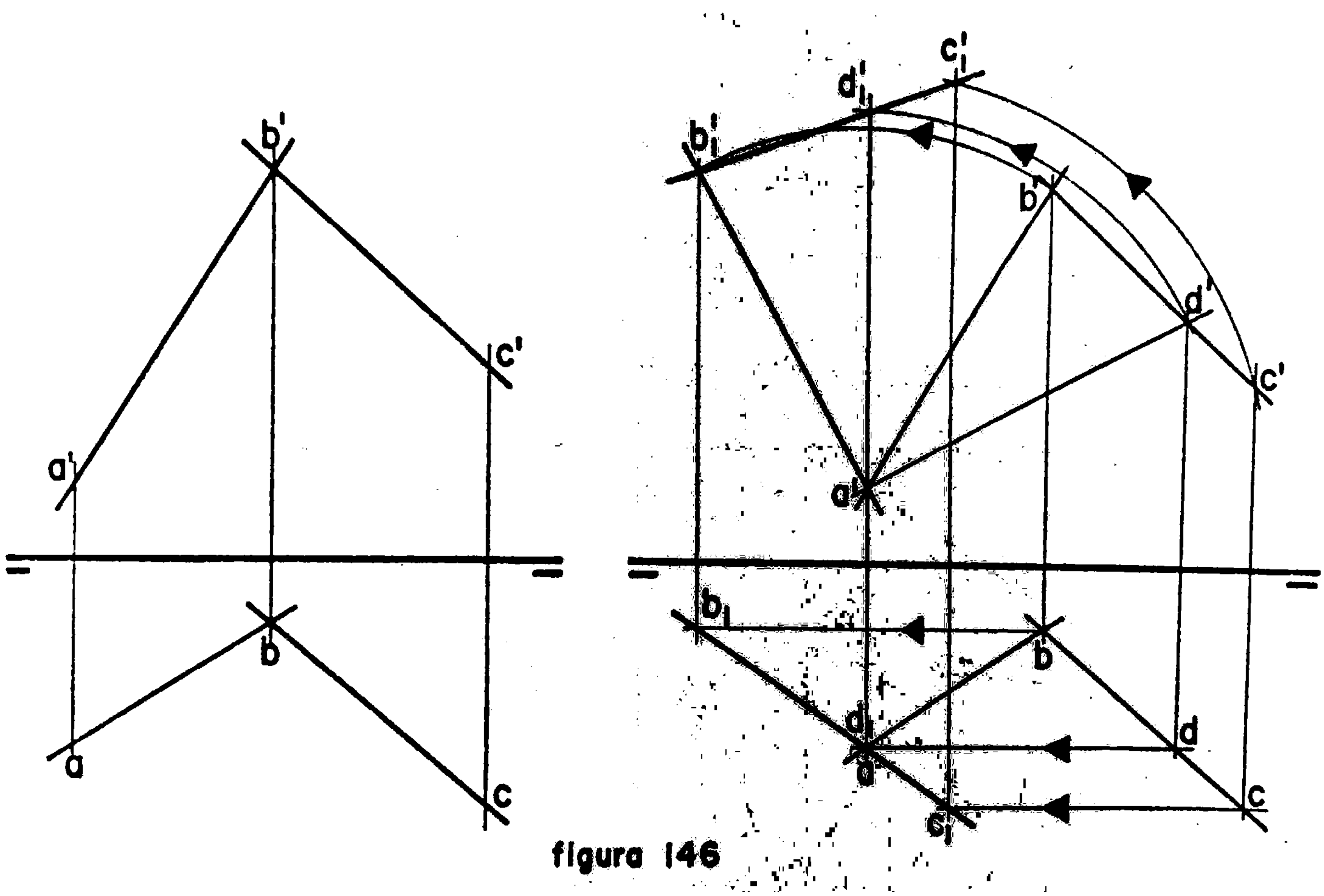


figura 146

7.4.2 Magnitudes reales o verdaderas

Dado un plano cualquiera ABC hacerlo horizontal (fig.144)

1º Se hace de canto (fig. 143)

2º En la montea obtenida para el plano de canto mediante eje de punta se hace girar la proyección vertical íntegra en una recta hasta hacerla paralela a LT. El eje se ha situado en a'1 y todos los demás puntos giran alrededor de éste hasta llegar en b'2 c'2d'2 a la paralela a LT que pasa por él.

3º Se determina nueva proyección horizontal desplazando los puntos b1cd1 sobre paralelas a LT hasta encontrar en b2c2d2 las proyectantes correspondientes a ese giro de la vertical resultando una proyección de verdadera forma y magnitud pues la montea representa ahora un plano horizontal a'1b'2c'2 a1b2c2.

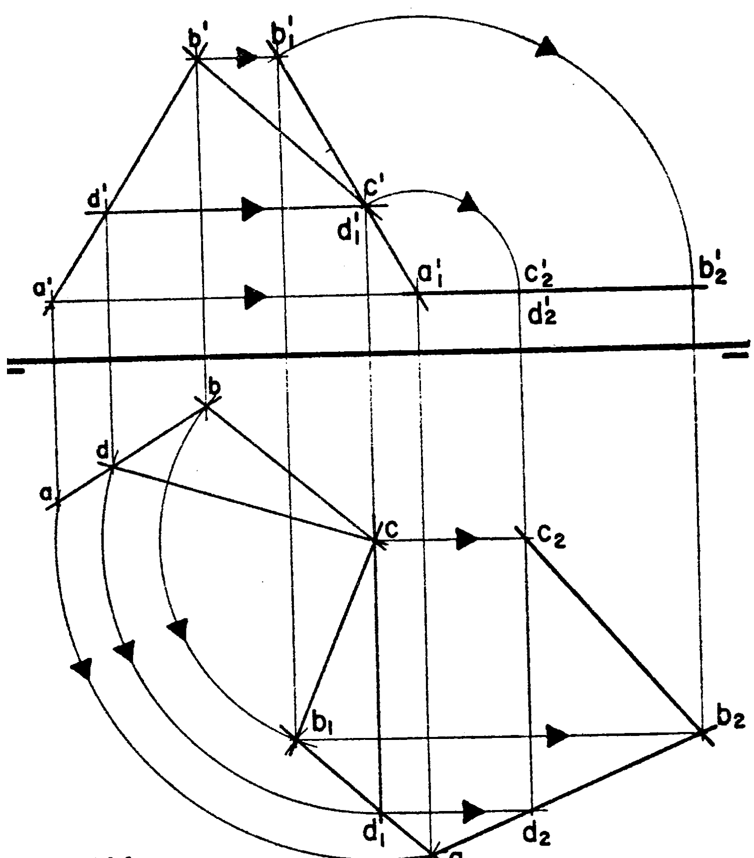


figura 144

Dado un plano cualquiera ABC hacerlo frontal (fig.147)

1º Se hace vertical (fig. 146)

2º En la montea obtenida para el plano vertical mediante eje vertical se hace girar la proyección horizontal íntegra en una recta hasta hacerla paralela a LT. El eje se ha situado en b1 y todos los demás puntos giran alrededor de éste hasta llegar en a2b2c2 a la paralela a LT que pasa por b1.

3º Se determina nueva proyección vertical resultando una proyección de verdadera forma y magnitud pues la montea representa ahora un plano frontal a'2b'1c'2 a2b1c2.

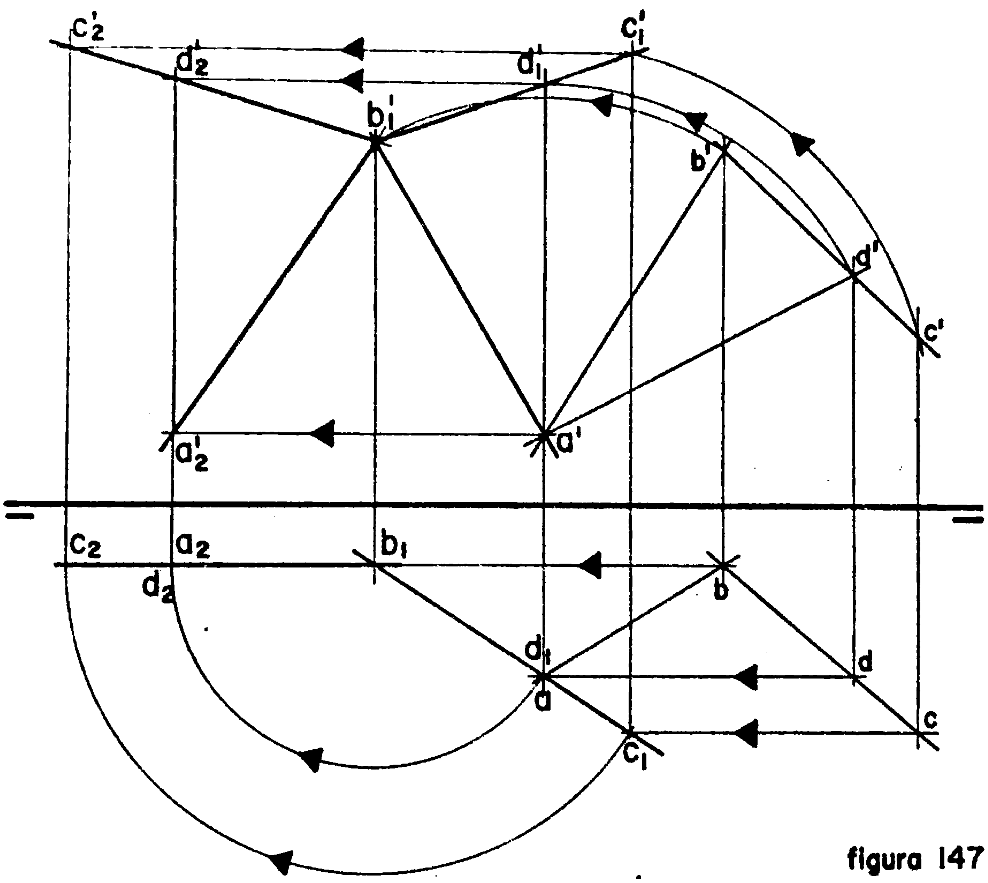


figura 147

7.4.3 Aplicación al diseño

Conociendo los principios fundamentales de giros se aplicarán para diseñar un empaque para un producto determinado.

Dada la forma de un empaque, encontrar por medio del sistema auxiliar de giros, la verdadera forma y magnitud del mismo.

El producto final deberá contar con un diseño integral de geometría, diseño gráfico aplicando textura, color y el uso de materiales novedosos.

El ejemplo de la figura 189 se resolverá según instrucciones dadas en el preciso momento de comenzar a elaborar el ejercicio práctico.

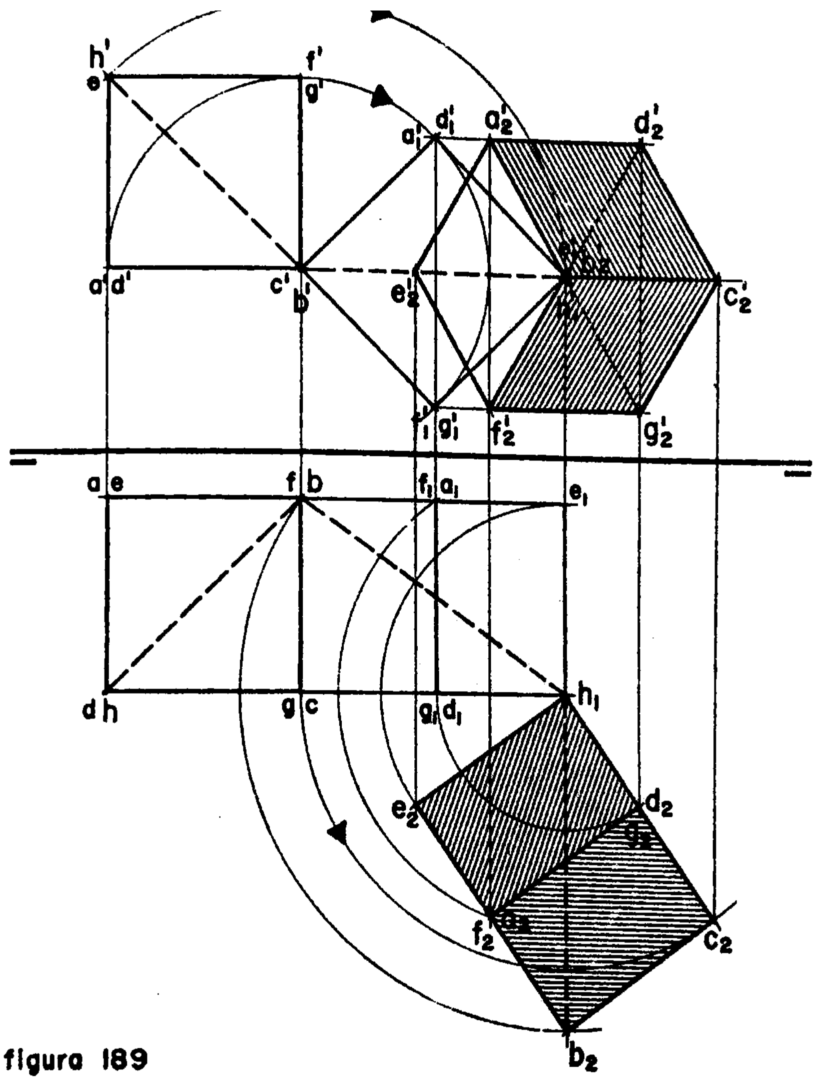


figura 189

Resumen

El sistema auxiliar de giros o rotaciones al igual que en el de cambio de planos de proyección permite en el moverse en el espacio para definir aspectos propios de los objetos que analizamos y construimos.

Referencias bibliográficas

- Rodríguez, A. Elementos de geometría descriptiva. España: Murcia Ed.,1992
- Ching, Francis. Arquitectura, forma espacio y orden. México: Gustavo Gili, 2000.

Bibliografía

- De la Torre, Miguel. Geometría descriptiva. México: UNAM, 1980.

Tema 8. El círculo

Subtemas

8.1 Ubicación de un círculo en el espacio tridimensional
8.2 Proyecciones planas de un círculo en diferentes posiciones

Objetivo de Aprendizaje

Al término del tema el estudiante aplicará correctamente el sistema de proyecciones en la figura del círculo.

Lectura 8. Geometría descriptiva
Por: Miguel de la Torre Carbó.

Sinopsis

El círculo es una de las figuras básicas en todo diseño por lo que conocer sus diferentes representaciones en el espacio tridimensional nos permitirá tener una herramienta de gran utilidad para la propuesta gráfica.

8.1 Ubicación de un círculo en el espacio tridimensional

Un círculo en el espacio está determinado cuando se conocen: el plano que lo contiene, un punto en él como centro y la dimensión de su radio en verdadera magnitud.

La proyección ortogonal de un círculo contenido en un plano oblicuo respecto al de proyección y en general su proyección cilíndrica sobre cualquier plano no paralelo, es una elipse, razón por la cual el estudio de las proyecciones del círculo se relacionan íntimamente con las propiedades de la elipse (figs 236, 237)

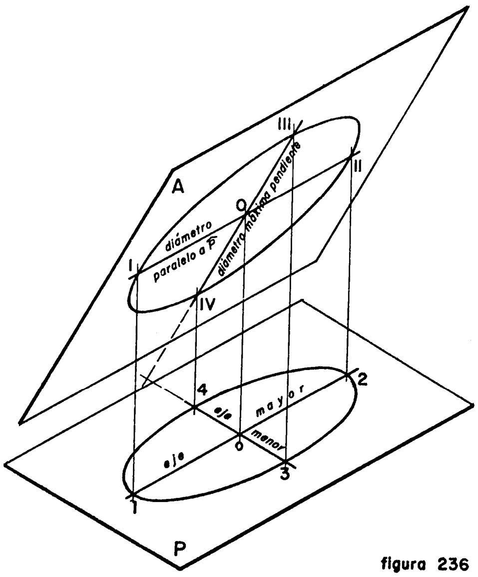
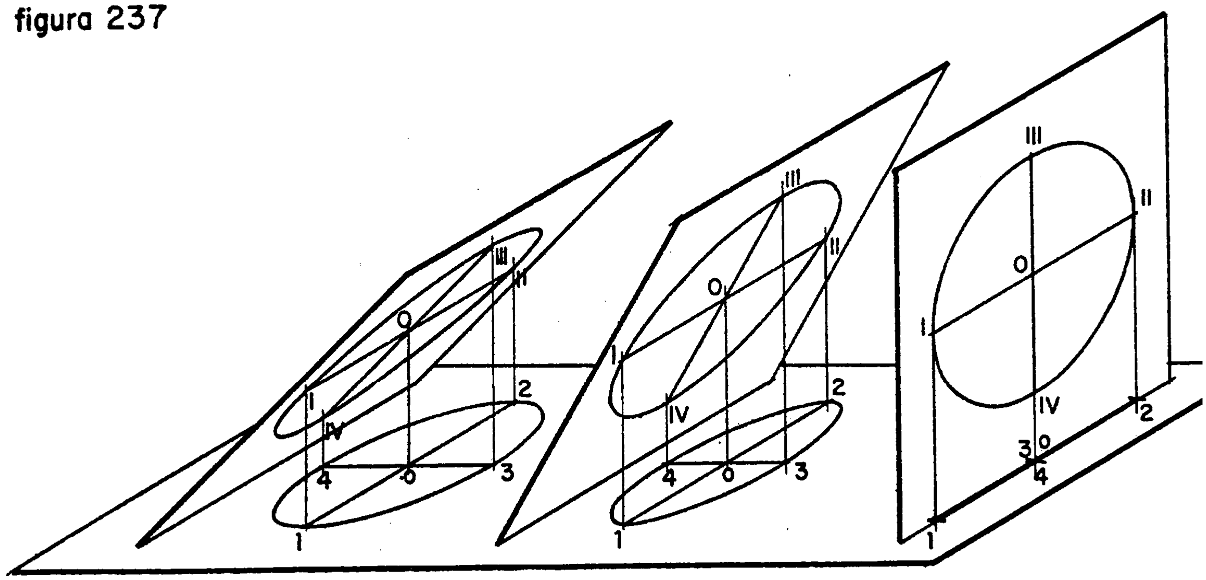


figura 236

figura 237



8.2 Proyecciones planas de un círculo en diferentes posiciones

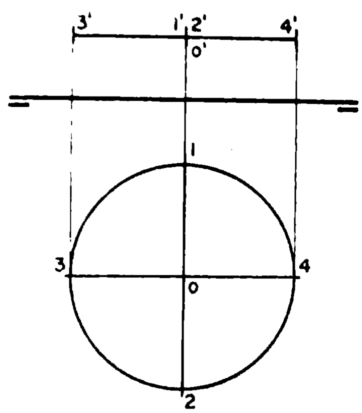
a) Círculo contenido en plano horizontal (fig.234)

En todos los casos son datos: el plano, el centro y el radio. Siendo esta posición en verdadera forma y magnitud, la proyección horizontal resultará en un círculo igual y paralelo al del espacio; mientras la vertical es íntegra en una recta paralela a LT cuya longitud corresponde al diámetro del círculo.

b) Círculo contenido en plano frontal (fig.235)

En todos los casos son datos: el plano, el centro y el radio. Siendo esta posición en verdadera forma y magnitud, la proyección frontal resultará en un círculo igual y paralelo al del espacio; mientras la horizontal es íntegra en una recta paralela a LT cuya longitud corresponde al diámetro del círculo.

figura 234



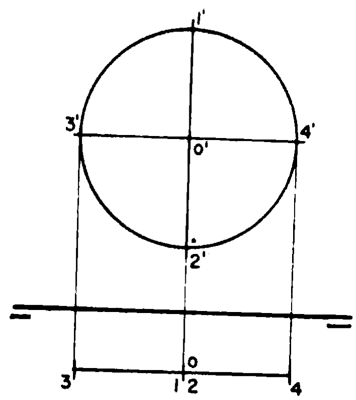


figura 235

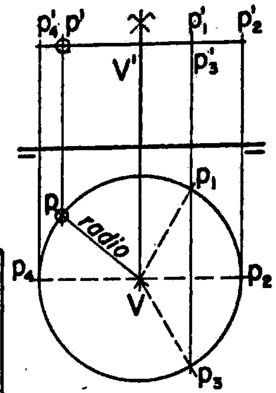


figura 128a

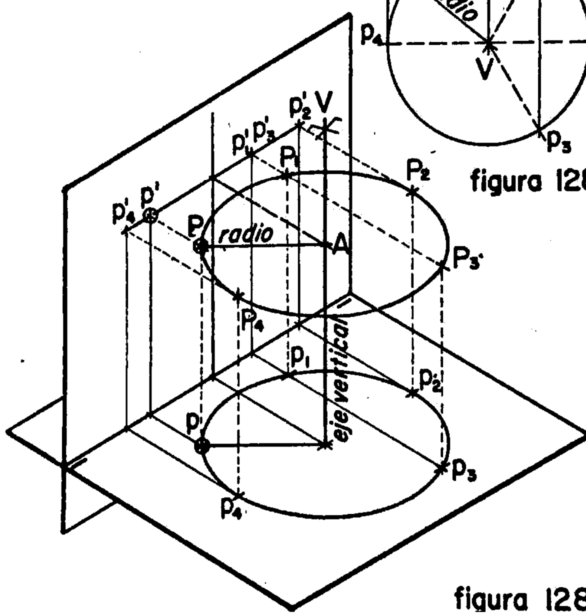


figura 128

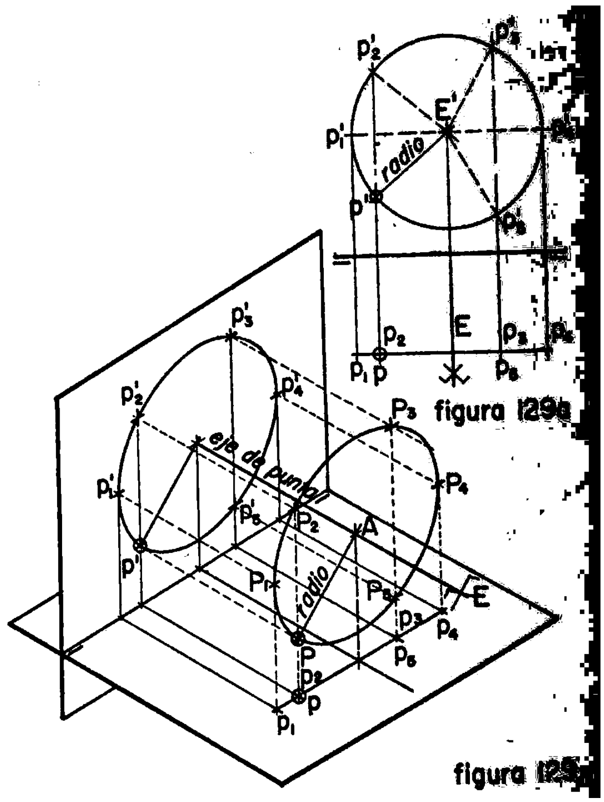


figura 129a
figura 129

Resumen

El círculo se emplea muy a menudo para denotar una estructura formal, la manera de disponer y coordinar esta figura, permiten dentro del diseño la composición y producción de proyectos muy propositivos.

Referencias bibliográficas

- Rodríguez, A. Elementos de geometría descriptiva. España: Murcia Ed.,1992
- Ching, Francis. Arquitectura, forma espacio y orden. México: Gustavo Gili, 2000.

Bibliografía

- De la Torre, Miguel. Geometría descriptiva. México: UNAM, 1980.

Tema 9. Paralelismo

Subtemas

9.1 Concepto geométrico
9.2 Paralelismo de rectas
9.3 Paralelismo de planos
9.4 Paralelismo entre rectas y planos
9.5 Distancias mínimas entre rectas y planos

Objetivo de Aprendizaje

Al término del tema el estudiante identificará los sistemas y posiciones más adecuadas en cada caso para un tratamiento claro y sencillo, que potencie la operatividad del sistema, valorando los grados de concreción geométrica y sus representaciones. Selección de posiciones analíticas o expresivas según los fines.

Lectura 9. Geometría descriptiva
Por: Miguel de la Torre Carbó.

Sinopsis

En este capítulo se tratará el concepto de paralelismo en montea que se presentan en el espacio de rectas, planos o entre rectas y planos.

9.1 Concepto geométrico

Dos o mas objetos en el espacio son paralelos cuando todos los puntos que losa conforman están a la misma distancia es decir están equidistantes.

9.2 Paralelismo de rectas

Dada una recta cualquiera por sus proyecciones a’b’ ab, construir paralelas a ella. (fig.199). Cuando varias rectas del espacio son paralelas entre sí, sus proyecciones del mismo nombre también lo son (fig 200).

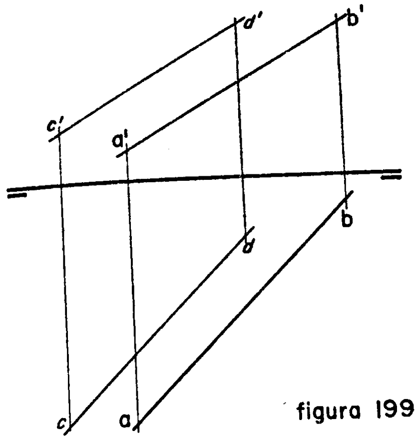


figura 199

9.3 Paralelismo de planos

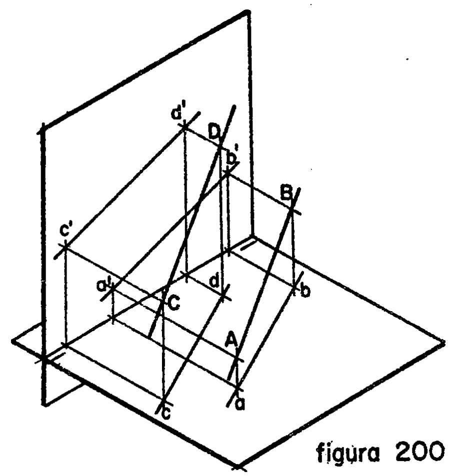


figura 200

9.3 Paralelismo en planos

Dado un plano cualquiera a’b’c’ abc construir otro paralelo a él (fig 205).

1º Por un punto cualquiera del espacio p’p, constrúyanse dos rectas paralelas a cualquiera de las del plano; por ejemplo p’d’ pd y p’e’ pe paralelas respectivamente a a’b’ ab y c’d’ cd; puesto que las dos rectas así construidas se cortan, determinan un plano d’p’e’ dpe que resulta necesariamente paralelo al propuesto.

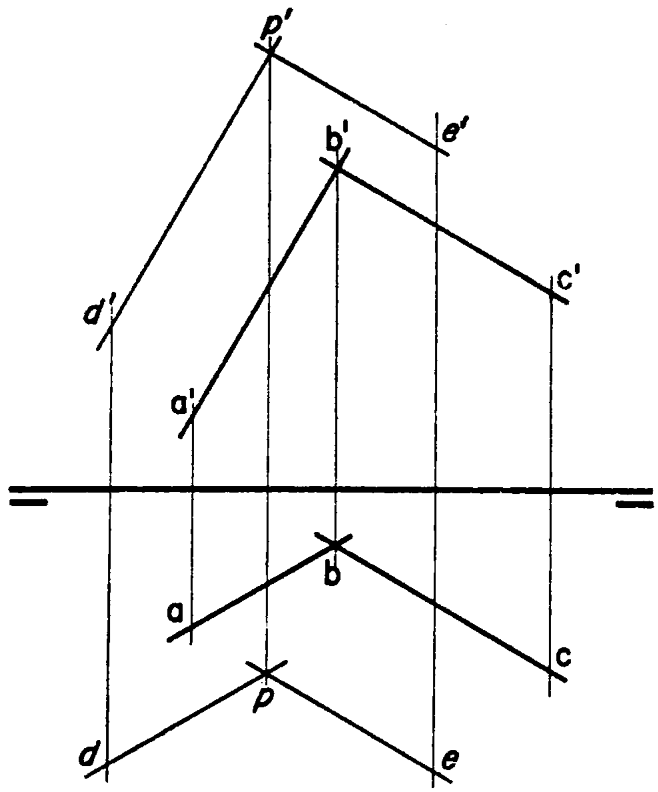


figura 205

9.4 Paralelismo entre rectas y planos

Construir un plano paralelo a una recta dada a'b' ab (fig 203).

1º Constrúyase una recta tal como c'd' cd paralela a la dada.

2º Por un punto cualquiera d'd de la recta c'd' cd hágase pasa otra cualquiera d'e' de. Estas dos rectas se cortan determinando un plano c'd'e' cde que es paralelo a la recta..

El problema tiene infinidad de soluciones, tantas como rectas sean paralelas a la primera y para cada una de ellas tantas como otras que las cortan. Un plano es paralelo a una recta (fig 204) cuando contiene por lo menos una recta paralela a ella.

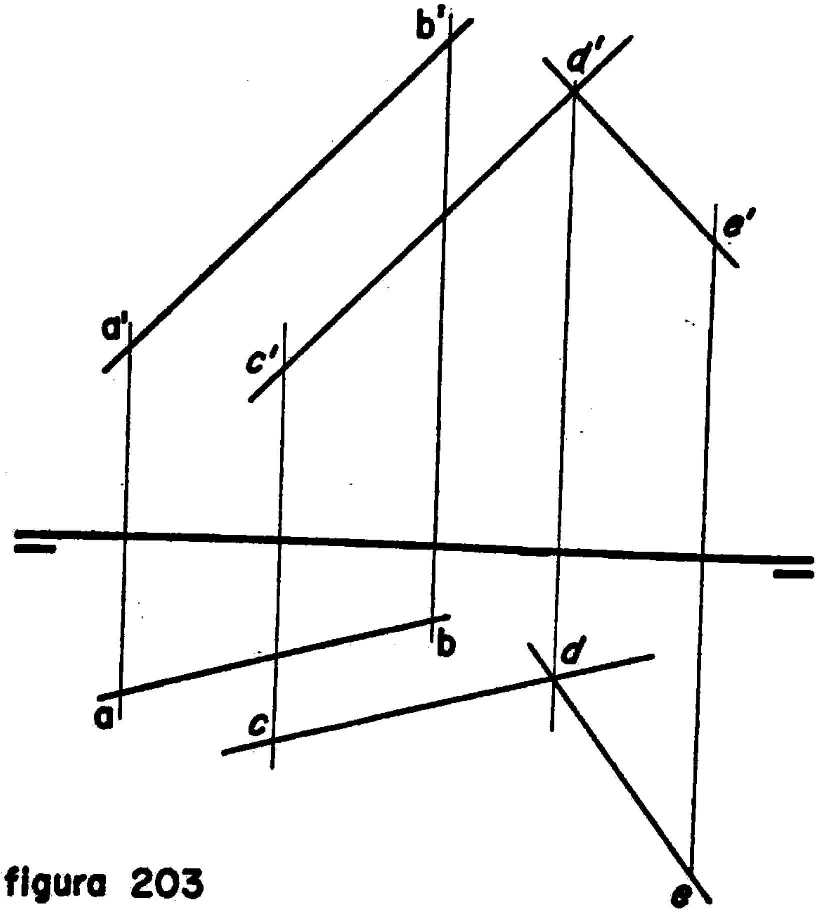


figura 203

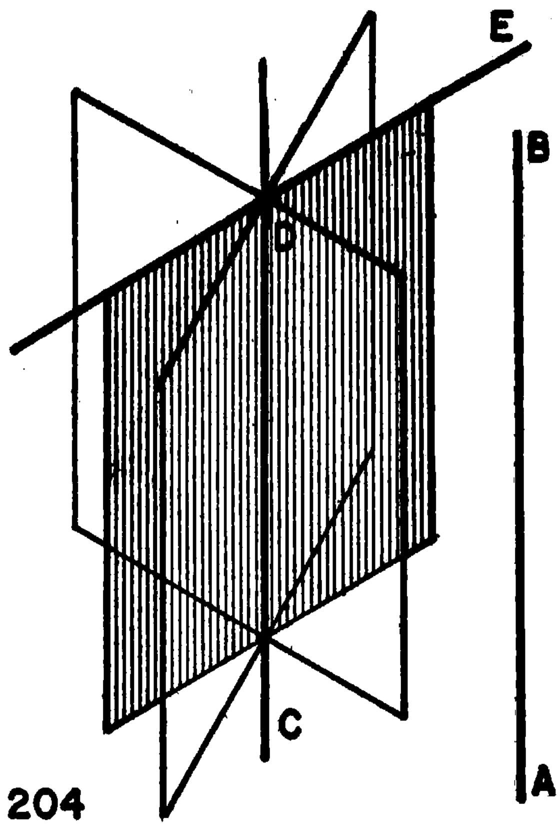


figura 204

9.5 Distancias mínimas entre rectas y planos

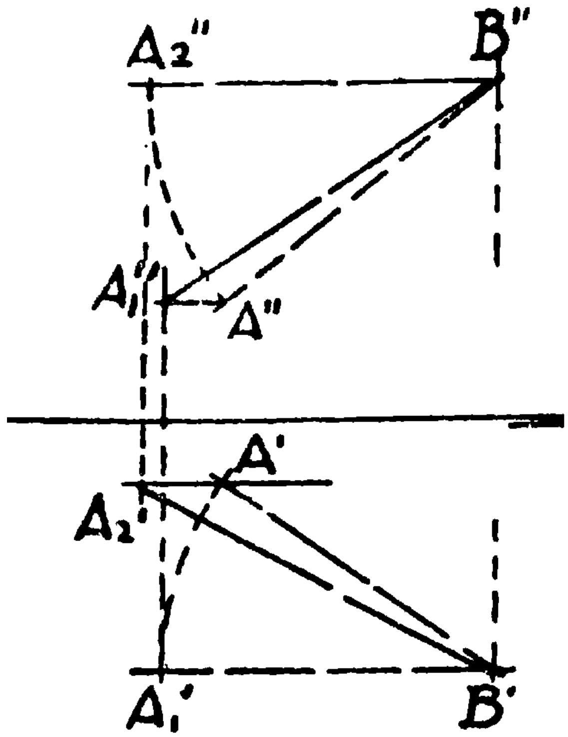
La distancia mínima es siempre perpendicular a la(s) recta(s) y solo se encontrará en donde al menos una de las rectas aparezca como un punto. Para llevar a cabo esto, su visual debe ser paralela a la recta que aparece en verdadera forma y magnitud.

Sea la figura 257.

1º Introduzcamos un eje vertical que pase por el punto B' y alrededor de él hagamos girar la AB hasta que se sitúe en el plano frontal que pasa por el eje. Con este giro obtendremos con las proyecciones A'1B' y A"B", hecha frontal, cuya longitud real entre los dos puntos se manifiesta en la segunda proyección.

2º Si efectuamos ahora, el giro alrededor de un eje de punta que pase por el punto B, haciendo girar la recta hasta que se sitúe en un plano horizontal que pase por el eje, la proyección vertical del punto A, describirá en el plano frontal un arco de círculo y la mencionada proyección se situará en A’2, como la recta resulta horizontal en esta posición B’A’ se manifiesta en verdadera magnitud.

Fig. 257



Resumen

El sistema de paralelismo de los objetos en el espacio tridimensional permite en un diseño analizar y definir la repetición consecutiva de dichos objetos en su dimensión real.

Referencias bibliográficas

- Rodríguez, A. Elementos de geometría descriptiva. España: Murcia Ed.,1992
- Giombini, Adrián. Geometría descriptiva. México: Ed. Porrua. 1981.

Bibliografía

- De la Torre, Miguel. Geometría descriptiva. México: UNAM, 1980.

Tema 10. Perpendicularidad

Subtemas

10.1 Concepto geométrico y teoremas
10.2 Perpendicularidad de rectas
10.3 Perpendicularidad de planos
10.4 Perpendicularidad entre rectas y planos
10.5 Longitudes reales de distancias perpendiculares

Objetivo de Aprendizaje

Al término del tema el estudiante identificará los sistemas y posiciones más adecuadas en cada caso para un tratamiento claro y sencillo, que potencie la operatividad del sistema, valorando los grados de concreción geométrica y sus representaciones. Selección de posiciones analíticas o expresivas según los fines.

Lectura 10. Geometría descriptiva
Por: Miguel de la Torre Carbó.

Sinopsis

En este capítulo se tratará el concepto de perpendicularidad en montea que se presentan en el espacio de rectas, planos o entre rectas y planos.

10.1 Concepto geométrico y teoremas

Cuando dos rectas del espacio perpendiculares entre sí (fig 207a, 207b) se proyectan en un plano paralelo a una de ellas, las proyecciones de ambas rectas forman también entre sí un ángulo recto, es decir, se proyectan como perpendiculares.

Si dos rectas son perpendiculares en el espacio, cuando en una proyección una aparezca en verdadera forma y magnitud, la otra aparecerá perpendicular a la primera.

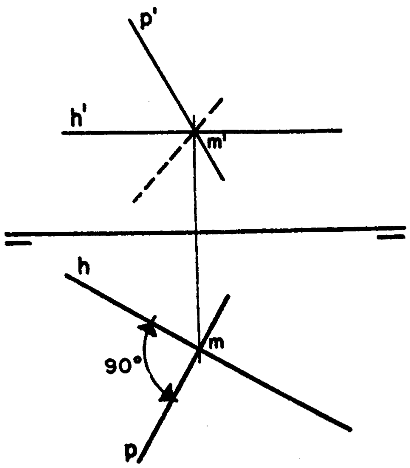
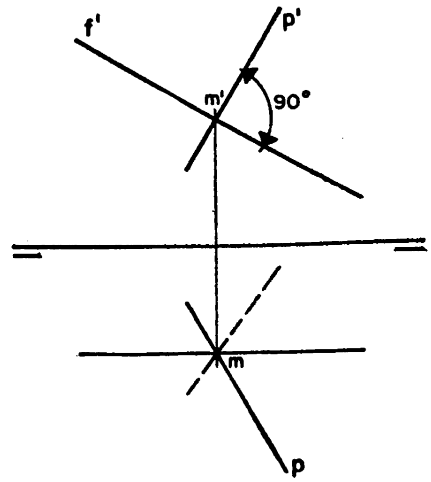


figura 207a



fiaura 207b

10.2 Perpendicularidad de rectas

Construir una recta perpendicular a otra dada.

De esta posición inicial, resultan infinidad de soluciones; pues basta trazar un plano perpendicular a la recta dada para que todas las rectas contenidas en él sean perpendiculares a la primera (fig 219) el plano Q de la figura es perpendicular a la recta R y todas las rectas de aquél: A, B, C, D ... resultan perpendiculares a ella.

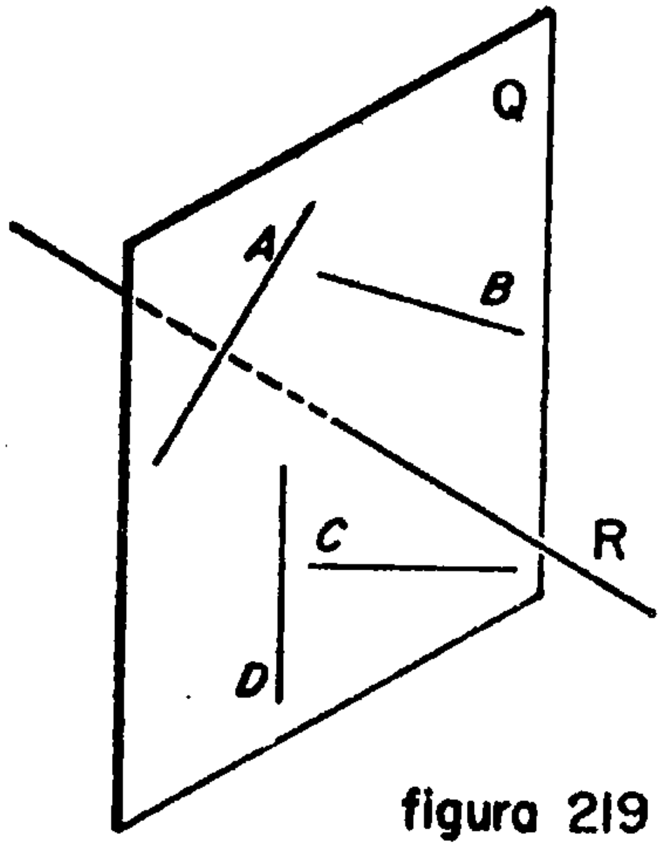


figura 219

10.3 Perpendicularidad de planos

Un plano es perpendicular a otro cuando contiene por lo menos una recta perpendicular a él.

Dado un plano cualquiera a’b’c’ abc construir otro perpendicular a él

1º Constrúyase una recta frontal f’l fl y una horizontal h’l hl del plano dado (fig 208)

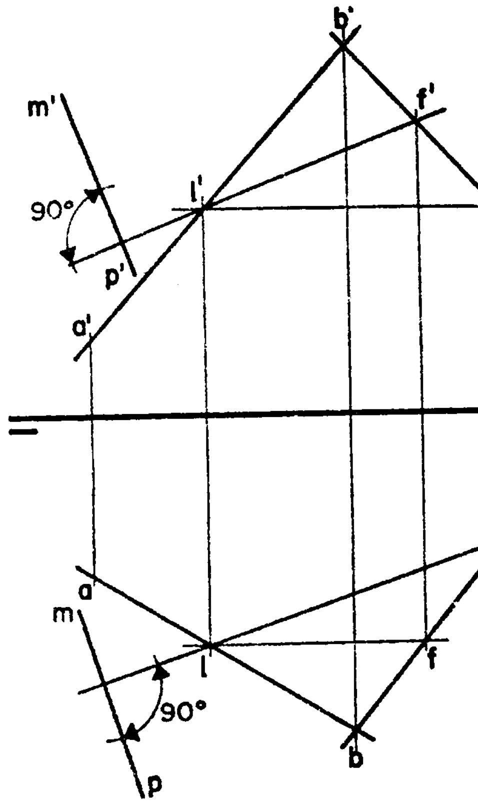


figura 208

2º Trácense proyecciones m'p' mp de una recta, de tal manera que la vertical m'p' sea perpendicular a la de la frontal f'l' y la horizontal mp lo sea a la de la horizontal del plano hl.

La recta que estas proyecciones determinan, es perpendicular a las frontales y a las horizontales del plano, por tanto lo es al plano mismo.

3º Por un punto cualquiera p'p de la recta p'm' constrúyase otra recta cualquiera p'g' pg, estas rectas se cortan y determinan un plano que resuelve el problema (fig 217).
Como se ve hay infinidad de soluciones posibles (fig 218) pues la primera recta puede cortarse por infinidad de otras, formando con cada una de ellas un plano que es perpendicular al propuesto.

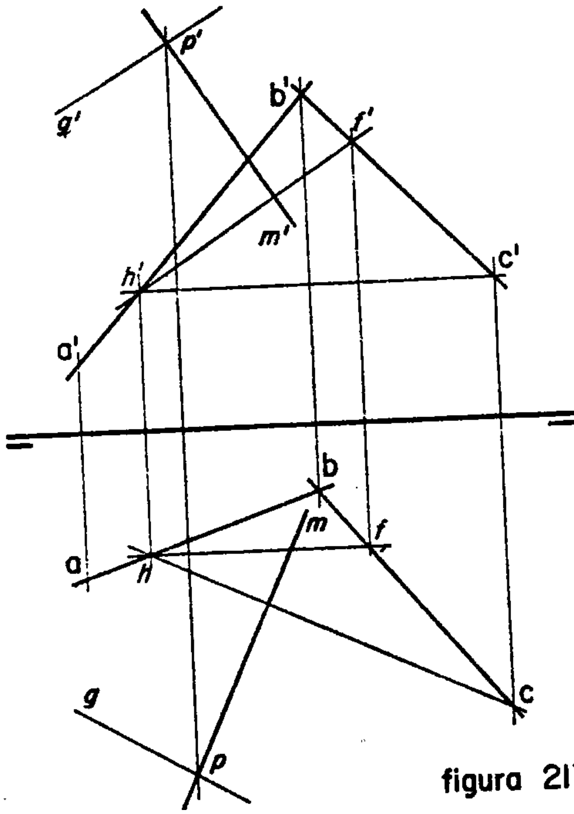


figura 217

10.4 Perpendicularidad entre rectas y planos

Construir un plano perpendicular a una recta dada (fig 213).

1º Constrúyase una recta horizontal en p'h' ph y una frontal fp f'p' que se corten en p'p y que guarden con respecto a la recta a'b' ab las condiciones de perpendicularidad.

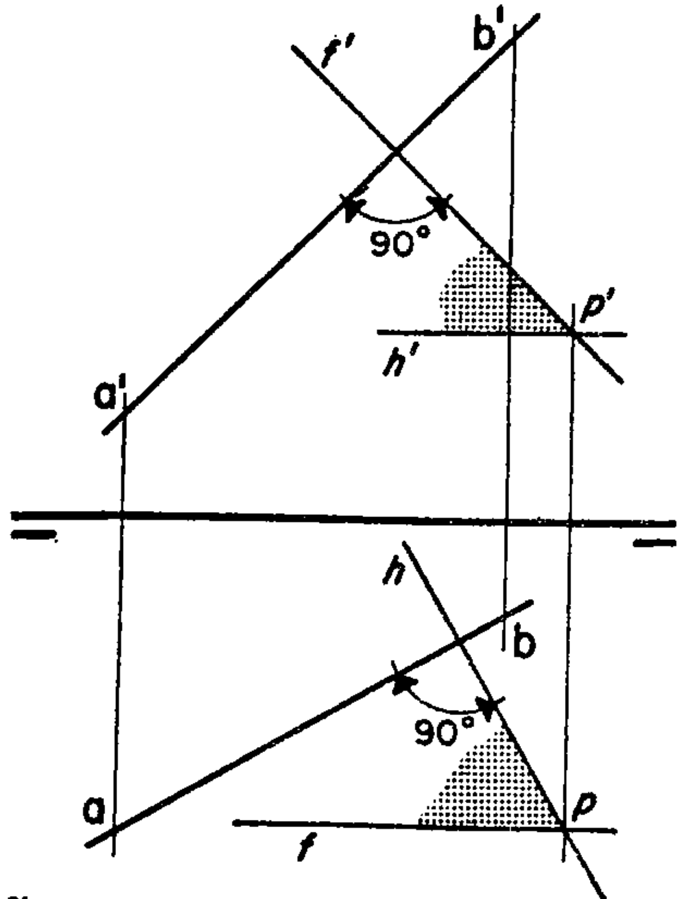


figura 213

10.5 Longitudes reales de distancias perpendiculares

Construir la longitud real de distancia perpendicular entre una recta y un plano dados.

1º Constrúyase una horizontal c'h' ch y una frontal hf h'f' del plano (fig 210).

2º Por el punto p'p del espacio, llévense las únicas proyecciones posibles que satisfagan respecto del plano, las condiciones de perpendicularidad, éstas representan una recta y sólo una, que resuelve el problema (fig 211)

Determínese el punto de intersección i i' de esta recta con el plano (fig 212) la distancia p'i' pi entre la intersección obtenida y el punto dado, es la de éste al plano y su verdadera magnitud podrá conocerse, llevando a posición frontal u horizontal, el segmento de recta limitado entre ambos puntos.

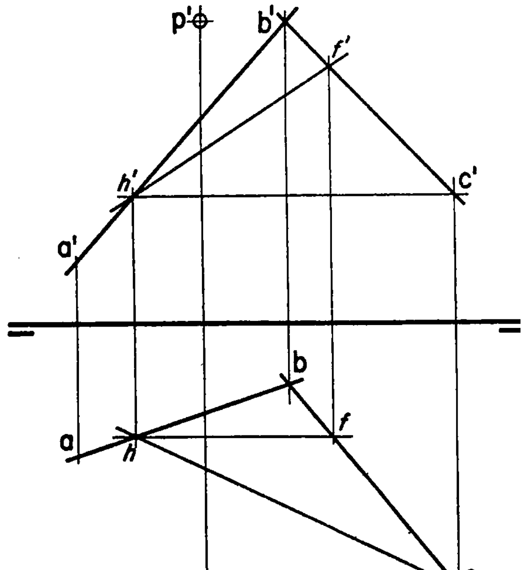


figura 210

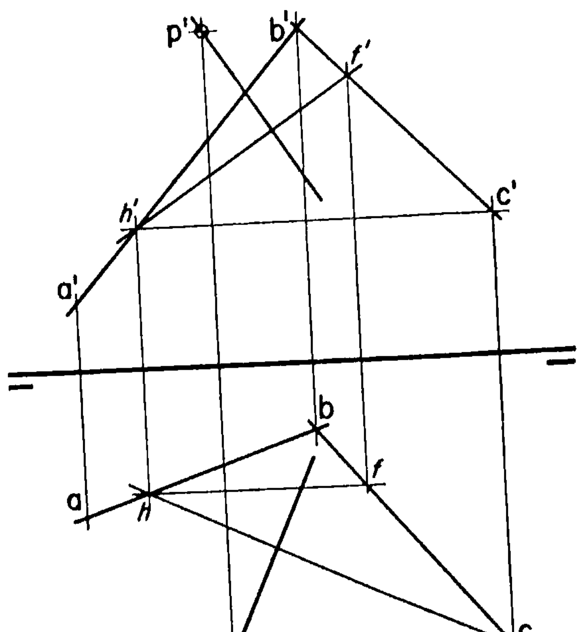


figura 211

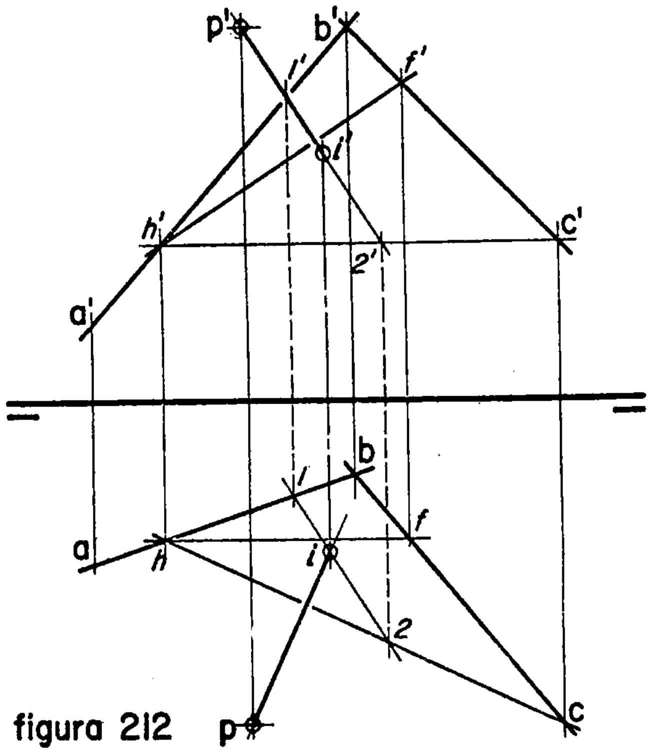


figura 212

Resumen

El sistema de perpendicularidad al igual que el de paralelismo de los objetos en el espacio tridimensional permite en un diseño analizar y definir la repetición consecutiva de dichos objetos en su dimensión real.

Referencias bibliográficas

- Rodríguez, A. Elementos de geometría descriptiva. España: Murcia Ed.,1992
- Giombini, Adrián. Geometría descriptiva. México: Ed. Porrua. 1981.

Bibliografía

- De la Torre, Miguel. Geometría descriptiva. México: UNAM, 1980