FUNDAMENTOS DE LA REPRESENTACION

UNIDAD Nº 2
CUERPOS GEOMÉTRICOS

(MATERIAL DE ESTUDIO E ILUSTRACIONES)

ARQ. PEDRO P. GISPERT FERNÁNDEZ

CAPITULO 5

SUPERFICIES PLANAS. OBJETIVOS

CAPITULO 5

SUPERFICIES PLANAS

Objetivos:

1. Actualizar y ordenar el contenido conceptual referente a cuerpos geométricos de caras planas, adquirido por el alumno en la enseñanza preuniversitaria, enriqueciéndolo a partir de la observación y el análisis de la realidad visible y tomando como base el sistema de conceptos, principios y procesos establecidos y aplicados durante el desarrollo de la Unidad No.1.

2. Describir los poliedros regulares y sus relaciones, motivando la profundización de su estudio mediato como base de las redes espaciales.

3. Ejercitar una metodología de análisis para determinar el número de caras, vértices y aristas de los poliedros regulares sin necesidad de memorizar.

4. Iniciar y desarrollar la capacidad de representar poliedros en el sistema diédrico y triédrico a partir de operaciones de abstracción, análisis y generalización, con modelos tridimensionales.

5. Desarrollar la capacidad de interpretar poliedros representados en proyecciones ortogonales, mediante análisis objetivos y el uso del dibujo isométrico y la perspectiva caballera como medios de retroalimentación.

6. Aplicar los conceptos, principios y métodos del Capítulo Transformaciones para el manejo de las proyecciones ortogonales de poliedros, así como para determinar sus intersecciones y desarrollos.

   a) Aplicar el concepto triángulo de abatimiento para determinar la forma real de caras de poliedros percibidos en escorzo.
   b) Aplicar el concepto de giro para situar frontalmente caras o aristas de poliedros al determinar sus desarrollos.

c) Aplicar los principios de cambio de plano y abatimiento a la determinación de secciones y vistas auxiliares.

7. Desarrollar la capacidad de resolver problemas de intersecciones y desarrollos de poliedros.

5.1 GENERALIDADES

En el Capítulo 2 estudiamos diversos aspectos referentes a las caras planas de los cuerpos a partir de experiencias visuales, llegando al concepto de PLANO, mediante un proceso de abstracción.

El presente Capítulo lo dedicaremos a profundizar en la representación e interpretación de cuerpos geométricos limitados por caras planas. Para alcanzar nuestros objetivos es necesario: APLICAR TODOS LOS CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS Y SISTEMATIZADOS DURANTE EL DESARROLLO DE LOS CAPITULOS ANTERIORES.

5.1.1. Superficies planas

Del análisis de las caras de diversos cuerpos geométricos, llegamos a la conclusión que ciertas caras (las denominadas planas) mantienen un contacto total con el borde de una regla, independientemente de la dirección en que dicho borde se aplique. En el orden geométrico, se denominan SUPERFICIES PLANAS, las capaces de contener rectas de infinitas direcciones en cualesquiera de sus puntos.

5.1.2 Generación de superficies planas

Toda superficie geométrica puede considerarse como el resultado del movimiento de una línea en el espacio según una ley determinada. Para manejar gráficamente una superficie es necesario conocer su ley de generación y sus elementos: generatriz y directriz.

GENERATRIZ es la línea móvil (recta o curva) que genera la superficie.
DIRECTRIZ es la línea (recta o curva) que dirige el movimiento de la generatriz.

Al engendrar la superficie, la generatriz se desplaza contándose -

siempre con la directriz.

Las superficies planas se pueden considerar engendradas por el movimiento de una GENERATRIZ RECTA que se desplaza cortándose constantemente con una DIRECTRIZ también recta. La generatriz en su movimiento se mantiene paralela a su posición inicial.

5.2 POLIEDROS

5.2.1 Generalidades

Los cuerpos geométricos limitados por superficies planas reciben el nombre de POLIEDROS. La palabra poliedros proviene del griego (polyedros: polys = mucho y edria = cara).

Para su estudio clasificaremos los poliedros en simples y compuestos.

SIMPLES: Pirámide, prisma, antiprisma.
COMPUESTOS: Los formados por la unión o intersección de varios simples.

Como resultado del análisis visual y lógico de modelos tridimensionales poliédricos, arribamos a los conceptos que se definen a continuación:

a) CARA. Cada una de las superficies planas que limitan un poliedro.

b) ARISTAS. Límites de las caras. Intersección de dos caras consecutivas.

c) CARAS CONSECUTIVAS. Las que tienen una arista común y evidentemente no son coplanares.

d) VERTICE. La intersección de tres o más aristas. Los vértices constituyen los límites de las aristas.

e) POLIEDROS CONVEXOS. Son los que tienen solo dos puntos comunes con una recta que los corte. Dichos puntos pueden denominarse de entrada y salida o viceversa.

F) FORMULA DE EULER. $C + V = A + 2$ Fórmula que relaciona el número de: CARAS (C); VERTICE (V) y ARISTAS (A) de un poliedro convexo.

g) ANGULO DIEDRO. La abertura formada por dos caras consecutivas. La arista común recibe el nombre de ARISTA DEL DIEDRO.

h) DIEDRO RECTO. EL que tiene una abertura de 90°.

i) ANGULO POLIEDRO. La abertura formada por tres o más caras que se encuentran en un vértice.

Un ángulo poliedro tiene varios elementos:

Un VERTICE

Tres o más ARISTAS

Tres o más DIEDROS

Tres o más CARAS. (Angulos formados por dos aristas). Adviértase que el término CARA tiene dos acepciones cuando se aplica a poliedros (5.2.1 a).

j) POLIEDRO REGULAR. El poliedro cuyas caras son polígonos regulares todos iguales.

k) POLIEDRO SEMIRREGULAR. El poliedro cuyas caras son polígonos regulares iguales pero de dos o tres tipos, manteniendo todas sus aristas iguales. Los poliedros semirregulares se obtienen a partir de los regulares: Primero, uniendo los puntos medios de las aristas; segundo, tomando dos puntos en cada arista.

También el análisis visual de las relaciones entre vértices, aristas y caras de poliedros, nos conduce a principios de visibilidad de vital importancia en su REPRESENTACION e INTERPRETACION. Estos PRINCIPIOS DE VISIBILIDAD son los siguientes:

1. Las aristas que pertenecen al contorno aparente de una vista, son visibles en dicha vista.
2. El contorno aparente en vista de frente divide a la superficie poliédrica en dos regiones: anterior (visible) y posterior (oculta).
3. El contorno aparente en vista superior divide a la superficie poliédrica en dos regiones: superior (visible) e inferior (oculta).
4. Las aristas que concurren a un mismo vértice interno al contorno aparente son todas visibles: si dicho vértice es visible; o todas ocultas: si dicho vértice es oculto.
5. No se puede recorrer linealmente la superficie poliédrica desde un punto visible a un punto oculto sin pasar por su contorno aparente.
6. Si en una vista cualquiera, dos aristas se cruzan dentro del contorno aparente, una es visible y otra oculta.

5.2.2 Pirámide

Se denomina PIRAMIDE, al poliedro cuyas caras excepto una, son triángulos con un vértice común. La cara que no contiene el vértice común se denomina BASE de la pirámide. En general las pirámides se denominan atendiendo al polígono de la base. Si la base es un triángulo, un pentágono o un exágono, la pirámide se denominará triangular, pentagonal o exagonal, respectivamente.

Como resultado de la observación y el análisis de pirámides llegamos a actualizar los conceptos siguientes:

a) CARAS LATERALES. Las caras triangulares que tienen un vértice común.
b) VERTICE DE LA PIRAMIDE. El vértice común a las caras laterales.
c) SUPERFICIE PIRAMIDAL. La superficie quebrada formada por las caras laterales.
d) ARISTAS LATERALES. Las aristas que no pertenecen a la base.
e) ALTURA. La distancia desde el vértice al plano de la base.

f) PIRAMIDE RECTA. Se suele denominar así, la pirámide que tiene por base un polígono regular y cuyas caras laterales son iguales.

Dado su generalizado uso, hemos adoptado este término, considerando que el simplista calificativo de recta, responde al ángulo recto que forma el eje de la pirámide con la base. Algunos autores además la denominan impropiamente pirámide REGULAR, concepto que debe reservarse, metodológicamente, para uno de los cinco poliedros regulares (El TETRAEDRO).

g) APOTEMA DE UNA PIRAMIDE RECTA. La altura común de los triángulos que forman la superficie lateral, tomando como base de dichos triángulos, los lados correspondientes a la base de la pirámide.

h) PIRAMIDE OBLICUA. Se ha generalizado el uso de este concepto para denominar la pirámide cuyas caras laterales son distintas.

i) PIRAMIDE TRUNCADA O TRONCO DE PIRAMIDE. La porción de pirámide comprendida entre la base y una sección determinada por un plano paralelo a la base.

5.2.3 Prisma

Es un poliedro que tiene dos caras poligonales paralelas e iguales denominadas BASES y cuyas caras restantes son paralelogramos.

Los prismas se denominan por la forma de sus bases. La abstracción matemática nos permite considerar que un prisma es una pirámide con vértices en el infinito.

La Observación y el análisis de prismas nos conduce a la consolidación de los conceptos complementarios siguientes:

a) CARAS LATERALES. Las caras del prisma con excepción de las bases.
b) SUPERFICIE PRISMATICA. La superficie quebrada formada por las caras laterales.
c) ARISTAS LATERALES. Las que no pertenecen a las bases.
d) ALTURA. La distancia entre los planos de las bases.
e) PRISMA RECTO. Aquel cuyas aristas laterales son perpendiculares a las bases.

f) PRISMA OBLICUO. Aquel cuyas aristas laterales son oblícuas a las bases.

g) SECCION RECTA DE UN PRISMA. La sección determinada por un plano que corta perpendicularmente a todas las aristas laterales.

h) PRISMA TRUNCADO. Es la porción de un prisma comprendida entre una de las bases y la sección por un plano oblícuo a las mismas.

i) PARALELEPIPEDO. Es el prisma cuyas bases son paralelogramos.

j) PARALELEPIPEDO RECTANGULAR U ORTOEDRO. Es el prisma rectangular de caras ortogonales.

5.2.4 Antiprisma

El poliedro que tiene dos caras poligonales paralelas y cuyas caras restantes son triangulares, se denomina ANTIPRISMA O PRISMATOIDE. Las caras paralelas se denominan BASES.

A partir de la observación y el análisis de antiprismas arribamos a los siguientes conceptos:

a) ANTIPRISMA REGULAR. El que tiene por bases dos polígonos regulares iguales, rotados un ángulo igual a $\frac{360^{\circ}}{2n}$ y unidas por 2 n triángulos equiláteros, siendo n el número de lados de los polígonos de las bases.

   Por razones metodológicas estudiaremos el antiprisma regular a continuación de los poliedros simples. Sin embargo, adviértase que el antiprisma regular es un poliedro semirregular (5.2.1 k).

b) POLIGONOS DIRECTORES DE UN ANTIPRISMA REGULAR. Los polígonos regulares que constituyen las bases.

c) CENTROS DE ROTACION DE LAS BASES. Centros de simetría de los polígonos directores.

   El número de caras, vértices y aristas de los antiprismas regulares, queda determinado a partir del número de lados de sus polígonos directores (n), mediante las expresiones siguientes:

d) NUMERO DE CARAS (C) = 2 (n + 1)

e) NUMERO DE VERTICES (V) = 2n

f) NUMERO DE ARISTAS (A) = 4 n

g) Ejemplo: el antiprisma regular triangular (n = 3) , tiene: 2 (n + 1) caras = 8; 2 n vértices = 6; y 4 n aristas = 12.

Adviértase como se relacionan las cifras anteriores según la fórmula de EULER: C + V = A + 2

	C	V	A
ANTIPRISMA REGULAR TRIANGULAR:	8	6	12

5.3 POLIEDROS REGULARES

5.3.1 Generalidades

Se denominan POLIEDROS REGULARES, aquellos cuyas caras son polígonos regulares iguales. Los poliedros regulares son cinco, y sus nombres se derivan del número de caras que poseen (ilustración 5.3).

El estudio de los poliedros regulares constituye parte de la formación geométrica indispensable para el diseño y construcción de estereocelosías y estructuras geodésicas.

A continuación se enumeran algunas características de los poliedros regulares:

a) Tienen caras, aristas y diedros iguales.
b) Angulos poliedros congruentes o superponibles.
c) Pueden ser inscritos en una esfera.
d) Pueden circunscribir a una esfera.
e) Todos tienen íntimas relaciones estructurales y geométricas entre sí y fundamentalmente con el cubo.
f) Atendiendo a la organización uniforme de sus vértices pueden representarse simbólicamente por expresiones numéricas del tipo $(n)^m$, donde (n) representa el número de lados de una cara y m el número de caras que coinciden en un vértice.

5.3.2 Tetraedro $(3)^3$

TETRA-EDRO

(cuatro-caras). Es un poliedro regular de cuatro caras (triángulos equiláteros). El tetraedro regular es una pirámide regular.

C	V	A
4	4	6

5.3.3 Exaedro o cubo $(4)^3$

EXA-EDRO

(seis-caras). Es un poliedro regular de seis caras (cuadradas). El exaedro se conoce comúnmente como cubo.

C	V	A
6	8	12

5.3.4 Octaedro $(3)^4$

OCTA-EDRO

(ocho-caras). Es un poliedro regular de ocho caras (triángulos equiláteros). Para facilitar el análisis de sus elementos, el octaedro regular se puede considerar estructuralmente formado por dos pirámides cuadradas, unidas por sus bases.

C	V	A
8	6	12

5.3.5 Dodecaedro $(5)^3$

DODECA-EDRO

(doce-caras). Es un poliedro regular de doce caras (pentágonos regulares).

C	V	A
12	20	30

5.3.6 Icosaedro $(3)^5$

ICOSA-EDRO

(veinte-caras). Es un poliedro regular de veinte caras (triángulos equiláteros). El icosaedro se puede considerar estructuralmente formado por un antiprisma regular pentagonal, unido a dos pirámides pentagonales por sus bases.

C	V	A
20	12	30

5.3.7 Transformaciones recíprocas (ilustración 5.3.7)

Dos poliedros regulares o semirregulares se denominan RECIPROCOS o DUALES cuando el número de caras de uno es igual al número de vértices del otro, manteniendo ambos el mismo número de aristas. Entre los poliedros regulares se destacan dos parejas de recíprocos: a) cubo y octaedro y b) dodecaedro e icosaedro.

Un cubo se puede transformar en un octaedro y recíprocamente, un octaedro se puede transformar en cubo mediante dos procedimientos:

1. Uniendo los centros de las seis caras de un cubo, se obtienen las doce aristas correspondientes a un octaedro regular, y recíprocamente, uniendo los centros de las ocho caras de un octaedro regular, se obtienen las doce aristas de su cubo dual.

2. Haciendo pasar por los seis vértices de un cubo, planos tangentes a su esfera circunscrita, también se obtiene un oct dro regular. Recíprocamente, haciendo pasar por los ocho vértices de un octaedro regular, planos tangentes a su esfera - circunscrita, se obtiene un cubo. Con los mismos procedimientos podemos transformar un dodecaedro en icosaedro y viceversa. El tetraedo es AUTOPOLAR, es decir, se convierte en si mismo por transformación recíproca.

5.4 POLIEDROS COMPUESTOS

5.4.1 Generalidades

Denominaremos poliedros compuestos a los formados por la unión o intersección de dos o más poliedros simples.

Entre los poliedros compuestos nos interesan particularmente aquellos cuyas caras forman diedros rectos, es decir, los de caras ortogonales.

5.4.2 Representación

La representación mediante vistas ortogonales de poliedros compuestos, es un proceso complejo de abstracciones sucesivas, que requiere un entrenamiento sistemático del estudiante. Este entrenamiento que tradicionalmente ha constituído una tarea angustiosa para el principiante, se viabiliza notablemente, cuando se inicia con análisis objetivos de caras y aristas de modelos tridimensionales a representar.

La metodología para realizar estos análisis consta de los aspectos esenciales siguientes:

1. Ubicación de los ejes correspondientes a los sistemas principales de aristas, a fin de establecer las direcciones y sentidos de visión (ilustración 5.4.2).
2. Aplicación de las tres tríadas de conceptos referentes a caras y aristas, que se desprenden de:
   a) sus posiciones básicas;
   b) sus posiciones relativas; teniendo en cuenta además su ubicación relativa con respecto al observador;
   c) los modos que se perciben dichas caras y aristas; lo cual tiene como premisa fundamental considerar, por abstracción, al observador situado en el infinito, percibiendo al objeto según las direcciones y sentidos de visión previamente establecidos.
3. Identificar las caras visibles contenidas en los proyectantes básicos, destacando las contenidas en los planos verticales principales (ZX y ZY).

5.4.3 Interpretación

Como se sabe, el proceso inverso de la representación es la interpretación. Para interpretar la representación diédrica o triédrica de un poliedro compuesto; es necesario desarrollar la capacidad de reconstruirlo mental o materialmente a partir de sus vistas. De ordinario, este complejo proceso de deducciones resulta agobiante para el principiante. Sin embargo, si admitimos que la interpretación es un proceso de descodificación, debemos llegar a la conclusión que el desarrollo de la capacidad de interpretación se simplifica extraordinariamente cuando se sabe manejar el código correspondiente a la información gráfica dada.

En el orden didáctico denominaremos INTERPRETAR UN POLIEDRO COMPUESTO al proceso de REPRESENTARLO en ISOMETRICO o PERSPECTIVA CABALLERA dadas sus vistas ortogonales.

La metodología de trabajo para realizar tal proceso a partir de la representación triédrica del poliedro es la siguiente:

1. Ubicar los ejes principales (X, Y, Z) en las tres vistas (ilustración 5.4.3).

   Para ello, es conveniente considerar los planos verticales principales (ZX y ZY) conteniendo a las caras situadas más cercanas al observador, en vista de frente y lateral, y al plano horizontal (XY) conteniendo a la cara horizontal inferior.

2. Identificar cada cara en todas las vistas, teniendo en cuenta su situación con respecto al observador.

   El uso de los lápices de colores es de gran utilidad para iniciar este entrenamiento.

3. Dibujar en isométrico o caballera, el triedro formado por los tres planos principales y a partir de dicho tiedro.

4. Construir el isométrico o la caballera del poliedro, teniendo en cuenta la ubicación (en las vistas) de cada cara con respecto a los planos principales.

5.5 INTERSECCIONES Y DESARROLLOS

5.5.1 Generalidades

El objetivo fundamental de esta sección es desarrollar las capacidades, habilidades y hábitos, necesarios y suficientes para resolver problemas de intersecciones y desarrollos de dos o más poliedros.

Cuando se alcanza este objetivo:

1. El estudio de las sombras de poliedros se facilita, pues UN PROBLEMA DE SOMBRAS, no es más que UN PROBLEMA DE INTERSECCIONES.

2. La ejecución de maquetas se convierte en una labor fácil y atractiva ya que la realización de maquetas arquitectónicas y urbanísticas exige como mínimo un dominio de la INTERPRETACION Y DESARROLLO de poliedros.

Las INTERSECCIONES de poliedros, tradicionalmente han presentado grandes DIFICULTADES a los estudiantes. El proceso de retroalimentación durante la práctica docente, nos ha avidenciado que las causas -

esenciales siguientes:

1. Ubicación de los ejes correspondientes a los sistemas principales de aristas, a fin de establecer las direcciones y sentidos de visión (ilustración 5.4.2).
2. Aplicación de las tres tríadas de conceptos referentes a caras y aristas, que se desprenden de:

   a) sus posiciones básicas;
   b) sus posiciones relativas; teniendo en cuenta además su ubicación relativa con respecto al observador;
   c) los modos que se perciben dichas caras y aristas; lo cual tiene como premisa fundamental considerar, por abstracción, al observador situado en el infinito, percibiendo al objeto según las direcciones y sentidos de visión previamente establecidos.
3. Identificar las caras visibles contenidas en los proyectantes básicos, destacando las contenidas en los planos verticales principales (ZX y ZY).

5.4.3 Interpretación

Como se sabe, el proceso inverso de la representación es la interpretación. Para interpretar la representación diédrica o triédrica de un poliedro compuesto; es necesario desarrollar la capacidad de reconstruirlo mental o materialmente a partir de sus vistas. De ordinario, este complejo proceso de deducciones resulta agobiante para el principiante. Sin embargo, si admitimos que la interpretación es un proceso de descodificación, debemos llegar a la conclusión que el desarrollo de la capacidad de interpretación se simplifica extraordinariamente cuando se sabe manejar el código correspondiente a la información gráfica dada.

En el orden didáctico denominaremos INTERPRETAR UN POLIEDRO COMPUESTO al proceso de REPRESENTARLO en ISOMETRICO o PERSPECTIVA CABALLERA dadas sus vistas ortogonales.

La metodología de trabajo para realizar tal proceso a partir de la representación triédrica del poliedro es la siguiente:

do simplemente los conceptos, principios y procesos fundamentales hasta aquí estudiados. Si en este momento, el estudiante es capaz de procesar dicha información teórica, entonces estará en condiciones óptimas para construir intersecciones de poliedros.

PROBLEMA 1. INTERSECCION DE UNA RECTA CON UN POLIEDRO

Si las CARAS DEL POLIEDRO ESTAN CONTENIDAS EN PLANOS PROYECTANTES, las proyecciones del punto de entrada y del punto de salida, se determinan fácilmente a partir de la vista en que dichas caras se perciben de canto. Recordar que la intersección de una recta con un proyectante queda determinada en la vista en que el proyectante se percibe de canto.

PROBLEMA 2. INTERSECCION DE UNA RECTA CON UN POLIEDRO

Si las CARAS DEL POLIEDRO NO ESTAN CONTENIDAS EN PLANOS PROYECTANTES el problema puede resolverse de diversos modos. El más práctico consiste en determinar la sección producida en el poliedro por un plano proyectante de la recta. En dicho caso, la sección queda determinada por la intersección de las aristas del poliedro con un plano proyectante. Los dos puntos de intersección de la recta con dicha sección (ambas coplanares) son la solución buscada. Posteriormente se debe analizar la visibilidad.

Para resolver los dos problemas anteriores, es necesario saber INTERPRETAR OBJETIVAMENTE el sistema geométrico formado por el poliedro y la recta. Además es necesario conocer que toda recta intersecta en dos puntos a un poliedro convexo.

PROBLEMA 3. INTERSECCION DE UNA FIGURA PLANA CON UN POLIEDRO

- Cuando LA FIGURA INTERSECTA SOLAMENTE UNA CARA DEL POLIEDRO, la intersección queda determinada por la arista común a la figura y al poliedro.

- Cuando LA FIGURA INTERSECTA A VARIAS CARAS DEL POLIEDRO, la intersección queda determinada por la poligonal común a la figura y a las caras respectivas del poliedro.

PROBLEMA 4. INTERSECCION DE DOS POLIEDROS

La intersección de dos poliedros está dada por el conjunto de aristas comunes a las caras de ambos poliedros.

La observación y el análisis de poliedros intersectados nos conduce a las conclusiones siguientes:

a) La intersección puede estar determinada por DOS POLIGONALES. Este caso recibe el nombre de PENETRACION.

b) La intersección puede estar determinada por UNA POLIGONAL. Este caso recibe el nombre de MORDEDURA.

c) En las penetraciones y mordeduras las poligonales pueden ser abiertas o cerradas.

d) Los vértices de las poligonales quedan determinados donde las aristas de un poliedro intersectan a las caras del otro y viceversa.

e) Las intersecciones de dos poliedros se pueden considerar como síntesis de diversas intersecciones elementales: de aristas, de caras, de aristas y caras.

Las ilustraciones 5.5.2.d muestra un análisis de tres intersecciones elementales extraídas de un problema inicial. El principiante debe sistematizar este tipo de análisis hasta adquirir la habilidad necesaria y suficiente para hacer, con el mínimo de construcciones, los trabajos de síntesis que constituyen las intersecciones de poliedros.

La visibilidad es un aspecto de extraordinaria importancia en las construcciones gráficas de intersecciones. Cuando se intersectan dos poliedros la visibilidad es determinante. Por ello insistimos nuevamente en la necesidad de no trazar una línea hasta tanto no se hallan INTERPRETADO OBJETIVAMENTE los poliedros a intersectar. Esta interpretación implica el predeterminar los resultados.

Para simplificar las construcciones gráficas consideramos los polie dros como sólidos homogéneos, es decir, no consideraremos las aristas de un poliedro dentro del otro.

Además, para viabilizar el proceso de retroalimentación durante las clases prácticas, se numerarán ordenadamente los vértices de las poligonales de intersección.

5.5.3 Desarrollos

Las intersecciones de poliedros simples dan lugar a poliedros compuestos. Desarrollar la superficie de un poliedro compuesto, equivale a determinar la forma real de cada una de sus caras, y formar con el conjunto de las mismas un sistema geométrico plano, que una vez plegado adecuadamente sea capaz de reproducir tridimensionalmente al poliedro mencionado.

Los desarrollos más complejos de poliedros, construidos a partir de sus vistas, se realizan sin necesidad de conocimientos adicionales, - cuando el estudiante cumplimenta los prerrequisitos planteados en forma de problemas resueltos (ilustración 5.5.3.a).

En la ilustración "5.5.3.a" se grafica el procedimiento para determinar el desarrollo de la superficie lateral de un prisma oblícuo.

Etapa 1. Determinar la sección recta del prisma cortándolo por un plano perpendicular a las aristas laterales.

Etapa 2. Desarrollar la línea de contorno de la sección recta.

Etapa 3. Trasladar al desarrollo anterior las longitudes de los segmentos en que queda dividida cada arista por el plano escogido para determinar la sección recta.

Etapa 4. Terminar el desarrollo agregando las aristas comunes a las bases y a la superficie lateral deseada.

El procedimiento para determinar el desarrollo de la superficie latetal de una pirámide (ilustración 5.3.3 b y c) consiste en:

1. Determinar las longitudes de las aristas laterales, para lo cual es necesario representarlas frontalmente en una de las vistas, si

no lo están.

2. Construir la forma real de los triángulos de las caras laterales, a partir de las longitudes determinadas anteriormente.

CAPITULO 6

SUPERFICIES CURVAS

6.5 ESFERA

6.5.1 Hemisferios y generatrices de contorno

6.5.2 Puntos en la superficie esférica

6.5.3 Secciones

6.5.4 Intersecciones

CAPITULO 6

SUPERFICIES CURVAS

6.1 GENERALIDADES

Las superficies curvas, para su manipulación, se consideran resultantes de un proceso de abstracción, consistente en el movimiento de una línea según una ley determinada. La ley de generación se expresa habitualmente en función de los conceptos siguientes:

a) GENERATRIZ: Recta o curva móvil que engendra la superficie.

b) DIRECTRIZ: Recta o curva fija que dirige el movimiento de la generatriz. La generatriz se desplaza cortándose siempre con la directriz.

c) PLANO DIRECTOR: Plano paralelo al cual se mueve la generatriz al engendrar ciertas superficies.

d) EJE DE REVOLUCION: Recta alrededor de la cual gira una generatriz (recta o curva) al engendrar las superficies denominadas: de revolución.

Dado que las generatrices y las directrices pueden ser rectas o curvas, se hace necesario estudiar, en lo esencial, las líneas curvas. Las líneas curvas se pueden considerar engendradas por las posiciones sucesivas de un punto móvil. Este punto se denomina PUNTO GENERADOR de la curva. Las curvas pueden ser planas o alabeadas según la ley de movimiento del punto generador.

6.1.1 Curvas planas

Cuando el punto generador se mueve en un plano, la curva recibe el nombre genérico de PLANA. Al manejar una curva plana, es muy importante tener en cuenta el plano que la contiene. Entre las curvas planas podemos citar: la circunferencia, la elipse, la parábola, la hipérbola, la espiral, etc.

6.1.2 Curvas alabeadas

Si el punto generador se mueve en el espacio tridimensional, la curva se denomina ALABEADA. Un ejemplo de curva alabeada es la hélice cilíndrica.

6.1.3 Clasificación de las superficies curvas

Las superficies curvas se pueden considerar engendradas por distintos procesos de abstracción. Esto ha dado lugar a diversas clasificaciones.

De acuerdo con nuestros objetivos clasificaremos las superficies en dos grandes grupos:

a) regladas y
b) no regladas

a) SUPERFICIES REGLADAS son las capaces de ser engendradas por generatrices rectas. Estas superficies son de gran aplicación en construcciones arquitectónicas de hormigón armado, dada su facilidad de moldeo en cofres de madera. Las superficies regladas pueden ser de SIMPLE CURVATURA y de DOBLE CURVATURA. Las de simple curvatura se pueden denominar también REGLADAS DESARROLLABLES y las de doble curvatura: REGLADAS ALABEADAS o NO DESARROLLABLES.

b) SUPERFICIES NO REGLADAS son las engendradas únicamente por generatrices curvas. Estas superficies son todas de doble curvatura y no desarrollables. Entre las superficies no regladas podemos citar las esféricas, las cuales también se pueden considerar engendradas por REVOLUCION.

6.1.4 Superficies de simple curvatura

Se denominan superficies de simple curvatura, las superficies REGLADAS DESARROLLABLES por cuyos puntos es posible trazar una y solo una recta. Las superficies de simple curvatura son las CILINDRICAS y las CONICAS. Estas superficies son susceptibles de yuxtaponerse en un plano sin que se produzcan roturas ni deformaciones en las mismas.

6.1.5 Superficies de doble curvatura

Son superficies que no son susceptibles de yuxtaponerse en un plano sin que se produzcan roturas y deformaciones en las mismas. Las superficies de doble curvatura pueden ser regladas o no. Las regladas de doble curvatura se pueden engendrar también mediante generatrices curvas; por ejemplo el paraboloide hiperbólico es una superficie reglada que se puede engendrar mediante el movimiento de una parábola (generatriz) que se corta constantemente en su desplazamiento con otra parábola (directriz). Entre las superficies de doble curvatura no regladas, estudiaremos solamente las esféricas.

6.2 CILINDRO

6.2.1 Generalidades

La observación y el análisis de cuerpos geométricos que contienen superficies cilíndricas nos conduce a la actualización de los conceptos que se definen a continuación:

a) SUPERFICIE CILINDRICA: es la engendrada por una generatriz recta que se mueve paralelamente a sí misma, cortándose constantemente con una directriz curva (de cualquier forma) cuyo plano no contiene a la generatriz. Una superficie cilíndrica es ABIERTA o CERRADA si su directriz es abierta o cerrada respectivamente.

b) CILINDRO: es un cuerpo geométrico limitado por una superficie cilíndrica cerrada y dos superficies planas paralelas denominadas BASES del cilindro.

c) SECCION DE UN CILINDRO: es la configuración resultante de la intersección de dicho cilindro con un plano denominado seccionador o cortante.

d) SECCION RECTA: es la sección producida por un plano que corta perpendicularmente a todas las generatrices rectas del mismo.
La sección recta denomina al cilindro, es decir, un cilindro es circular o elíptico, si su sección recta es un círculo o tiene por contorno una elipse. Muchos autores denominan incorrectamente al cilindro por la forma de su base independientemente que esta fuere o no su sección recta. Adviértase que según esta denominación, un cilindro circular truncado como el que se aprecia en la

ilustración 6.2.B, si se coloca con la cara de contorno elíptico, como base, se debe denominar cilindro elíptico.

6.2.2 Circunferencia, círculo y elipse

CIRCUNFERENCIA es la curva cerrada y plana cuyos puntos equidistan de uno interior denominado centro. La circunferencia divide a su plano en dos regiones (interior y exterior). La región interior se denomina círculo. De ahí que definimos el CIRCULO como la configuración plana limitada por la circunferencia.

El análisis de círculos en la realidad visible nos conduce a las conclusiones siguientes:

a) El círculo tiene tres posiciones básicas: horizontal, vertical e inclinado.

b) El círculo percibido frontalmente, independientemente de su posición básica se aprecia con su forma real, es decir, con una circunferencia de contorno.

c) El círculo percibido en escorzo, independientemente de su posición básica, se aprecia con una forma aparente, es decir, con un contorno ELIPTICO.

d) Para manejar el círculo en proyecciones ortogonales es conveniente considerarle dos diámetros conjugados, de las posiciones siguientes:

1ro. uno vertical y otro horizontal, si el círculo es vertical,
2do. los dos horizontales, si el círculo es horizontal,
3ro. uno horizontal y otro inclinado, si el círculo es inclinado.

DIAMETROS CONJUGADOS de un círculo o de una circunferencia, son dos diámetros perpendiculares entre sí.

e) Además, para manejar el círculo en proyecciones ortogonales, también es conveniente referirlo al cuadrado que lo circunscribe. Los lados del cuadrado deben ser paralelos a los diámetros conjugados, considerados según (d).

f) Para manejar una elipse en proyecciones ortogonales es conveniente referirla al paralelogramo que la circunscribe. Los lados del paralelogramo deben ser paralelos a los ejes conjugados de la elipse, considerados estos con las posiciones establecidas en (d) para el manejo del círculo.

Cuando el contorno de un círculo (por motivo del escorzo) se transforma aparentemente en elipse, los diámetros conjugados del círculo se transforman en ejes conjugados de la elipse.

6.2.3 Cilindro circular recto

CILINDRO CIRCULAR es aquel cuya sección recta es un círculo. Tradicionalmente se conoce por CILINDRO CIRCULAR RECTO al que tiene por base una sección recta, o lo que es lo mismo, al que tiene su eje perpendicular a la base. El cilindro circular recto puede ocupar en el espacio tres posiciones básicas: horizontal, vertical e inclinado. Estas posiciones quedan determinadas por la posición del eje. En las ilustraciones 6.2.3.a, b y c, se pueden apreciar: un cilindro vertical y dos cilindros horizontales, respectivamente.

6.2.4 Regiones y generatrices de contorno (ilustración 6.2.3.a)

La observación y el análisis de un cilindro circular recto; colocado en posición vertical, nos conduce a los conceptos y principios siguientes:

a) PROYECTANTES BASICOS DEL EJE. Son los planos proyectantes ZX y ZY que contienen al eje del cilindro.

b) REGIONES DE LA SUPERFICIE CILINDRICA. De acuerdo con las direcciones y sentidos de visión establecidos:

el proyectante ZX divide a la superficie cilíndrica en dos regiones: ANTERIOR Y POSTERIOR,

el proyectante ZY divide a la superficie cilíndrica en dos regiones: IZQUIERDA Y DERECHA.

e) GENERATRICES DE CONTORNO EN VISTA DE FRENTE. Estas dos generatrices pueden considerarse como resultado de la intersección -

del mencionado proyectante ZX con la superficie cilíndrica.

Las generatrices de contorno en vista de frente constituyen el LIMITE entre las regiones ANTERIOR y POSTERIOR. Es importante observar además, que en vista lateral estas dos generatrices se perciben en el medio de las generatrices que denominaremos de contorno en vista lateral.

d) GENERATRICES DE CONTORNO EN VISTA LATERAL. Estas dos generatrices pueden considerarse como resultado de la intersección del proyectante XY del eje con la superficie cilíndrica.

Las generatrices de contorno en vista lateral constituyen el LIMITE entre las regiones IZQUIERDA Y DERECHA. Adviértase que en vista de frente estas generatrices se perciben en el medio de las de contorno en dicha vista.

El estudiante debe complementar este estudio con la observación y el análisis individual de cilindros horizontales, de acuerdo con las ilustraciones 6.2.3. b y 6.2.3 c, a fin de manejar:

1ro. Los planos proyectantes básicos del eje.

2do. Las regiones y generatrices de contorno de la superficie cilíndrica.

6.2.5 Puntos en la superficie cilíndrica

Dada una de las proyecciones de un punto situado en la superficie cilíndrica, (ilustración 6.2.3 a, b y c), las restantes proyecciones se determinan con facilidad considerando a dicho punto situado en una generatriz. Recuérdese que las vistas superior y de frente del punto deben estar contenidas en una misma línea de referencia, y además, que las cotas del punto en vista de frente y lateral deben ser las mismas. La visibilidad se determina también fácilmente una vez identificadas todas las regiones en cada vista.

6.2.6 Secciones

Cuando se dominan las secciones de un prisma recto, las secciones de un cilindro circular recto son fáciles de construir. Solo es necesario tener en cuenta la dirección del plano seccionador con respecto al eje del cilindro, es decir:

a) si es paralelo al eje o lo contiene, en cuyo caso la sección es rectangular o cuadrada en dependencia de la relación: diámetro - altura,

b) si es perpendicular al eje, en cuyo caso la sección es circular,

c) si es oblícuo al eje, en que la sección tiene por contorno una elipse.

6.2.7 Desarrollos

En la ilustración 6.2 A, puede apreciarse el desarrollo de un cilindro circular recto. La superficie lateral del cilindro es un rectángulo, que tiene por altura la del cilindro y por largo la longitud de la circunferencia de la base.

En las ilustraciones 6.2 B y C, aparece el desarrollo de un cilindro circular recto (truncado), dibujado con dos grados distintos de precisión.

6.2.8 Cilindro oblícuo

Tradicionalmente se denomina cilindro oblícuo, al cilindro cuyas generatrices son oblícuas a las bases. Esta denominación de ordinario se complementa por la generalidad de los autores con la forma de la base. Por ejemplo se dice, cilindro oblícuo de base elíptica, lo cual es correcto, sin embargo, no precisa si la sección recta es, como puede ser, circular o elíptica.

Por otra parte, esta manera tradicional de identificar los cilindros da lugar a que incorrectamente se denomine al cilindro por la forma de su base. Insistimos en que la denominación de un cilindro debe responder, en primera instancia, a su sección recta.

6.3 CONO

6.3.1 Generalidades

La observación y el análisis de cuerpos geométricos que contienen superficies cónicas nos conduce a la actualización de los conceptos que se definen a continuación:

a) SUPERFICIE CONICA. Es la engendrada por una generatriz recta que se mueve, cortándose constantemente con una directriz curva y pasando por un punto fijo exterior al plano de la directriz. El punto fijo recibe el nombre de VERTICE. De acuerdo con su ley de generación, la superficie cónica consta de dos partes que se denominan HOJAS. Una superficie cónica es ABIERTA o CERRADA, si su directriz es abierta o cerrada, respectivamente.

   En el orden geométrico, las superficies cilíndricas son superficies cónicas con sus vértices en el infinito.

b) CONO es un cuerpo geométrico limitado por una superficie cónica y una superficie plana que se denomina BASE del cono.

6.3.2 <u>Parábola e hipérbola</u>

a) PARABOLA es una curva plana y abierta cuyos puntos equidistan de un punto y una recta fijos situados en su plano. La recta fija recibe el nombre de EJE DE LA PARABOLA y el punto fijo se denomina FOCO.

b) HIPERBOLA es una curva plana y abierta, lugar geométrico de los puntos cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos de su plano es constante. Los puntos fijos reciben el nombre de FOCOS.

6.3.3 <u>Cono circular recto</u>

CONO CIRCULAR es aquel cuya sección recta es un círculo. Tradicionalmente se conoce por CONO CIRCULAR RECTO el que tiene por base una sección recta, es decir, el que tiene su eje perpendicular a la base. El cono circular recto puede ocupar en el espacio tres posiciones básicas: horizontal, vertical e inclinada. Estas posiciones quedan determinadas por la posición del eje del cono. En la ilustración 6.3.3 se puede apreciar un cono circular recto en posición vertical.

6.3.4 <u>Regiones y generatrices de contorno (ilustración 6.3.3)</u>

La observación y el análisis de un cono circular recto, colocado en posición vertical, nos conduce a los conceptos y principios siguientes:

a) PROYECTANTES BASICOS DEL EJE. Son los planos proyectantes ZX y ZY que contienen al eje del cono.

b) REGIONES DE LA SUPERFICIE CONICA. De acuerdo con las direcciones y sentidos de visión establecidos:

1ro. El proyectante ZX divide a la superficie cónica en dos regiones : ANTERIOR Y POSTERIOR.

2do. El proyectante ZY divide a la superficie cónica en dos regiones: IZQUIERDA Y DERECHA.

c) GENERATRICES DE CONTORNO EN VISTA DE FRENTE. Estas dos generatrices pueden considerarse como resultado de la intersección del plano ZX con la superficie cónica.

Las generatrices de contorno en vista de frente, constituyen el LIMITE entre las regiones ANTERIOR y POSTERIOR.

Es importante sistematizar la ubicación de estas dos generatrices en todas las vistas. Observe que en vista lateral, se perciben en el medio de las generatrices que denominarenos de contorno en vista lateral.

d) GENERATRICES DE CONTORNO EN VISTA LATERAL. Estas dos generatrices pueden considerarse, resultantes de la intersección del plano ZY con la superficie cónica.

Las generatrices de contorno en vista lateral, constituyen el LIMITE entre las regiones IZQUIERDA y DERECHA.

Adviértase que en vista de frente, estas generatrices se perciben en el medio de las de contorno en dicha vista.

El estudiante debe complementar este estudio con la observación, análisis y representación de conos cuyos ejes tengan la dirección de los sistemas principales horizontales (Y y X), manejando en cada caso:

- Los planos proyectantes básicos del eje.
- Las regiones y generatrices de contorno de la superficie cónica.

6.3.5 Puntos de la superficie cónica

Para situar un punto en la superficie cónica, dada una de las proyecciones de dicho punto, basta considerarlo situado en una generatriz - (ilustración 6.3.3 D). Recuérdese que las vistas superior y de frente de un punto, deben estar contenidas en una misma línea de referencia, y además, que sus cotas deben ser las mismas, en vista de frente y lateral. La visibilidad se determina sin dificultad cuando se identifica previamente en que región está situado el punto. Claro está, para ello es necesario haber sistematizado el concepto de REGION, es decir, haber desarrollado la habilidad de identificar todas las regiones en las tres vistas.

6.3.6 Secciones

Las curvas que producen los planos que intersectan la superficie de un cono circular, reciben el nombre de SECCIONES CONICAS. Estas quedan determinadas por la posición del plano seccionador con respecto al eje del cono.

SECCIONES CONICAS

Nombre	Posición del plano seccionador (con respecto al eje)
Circunferencia	Plano perpendicular al eje
Elipse	Plano oblicuo al eje
Parábola	Plano paralelo al eje
Hipérbola	Plano oblícuo al eje (pero paralelo a una generatriz)

6.3.7 Desarrollos

En la ilustración 6.3.B, puede apreciarse el desarrollo de un cono circular recto. La superficie lateral del cono es un sector de circunferencia, cuyo radio es igual a la longitud de la generatriz (g) del - cono y cuya abertura (a) se expresa por la fórmula:

$$a = \frac{360^{o}\ r}{g}$$ siendo r el radio de la base del cono

6.3.8 Cono oblícuo

Tradicionalmente se denomina como oblícuo, al cono cuyo eje es oblícuo a la base. La generalidad de los autores complementan esta denominación con la forma de la base. Por ejemplo, se dice, CONO OBLICUO DE BASE CIRCULAR, lo cual es correcto, sin embargo, algunos autores que utilizan esta denominación, por abreviar, incurren a veces en serios errores conceptuales al denominar como CONO CIRCULAR a un cono cuya sección recta es elíptica, aunque su base fuese circular.

Insistimos que por razones metodológicas la denominación de un cono, debe responder, en primera instancia, a su sección recta.

6.5 ESFERA

La esfera es quizás el cuerpo geométrico de más dificultades cuando se maneja en proyecciones ortogonales. La ubicación de puntos y curvas en su superficie tradicionalmente ha requerido un gran poder de abstracción, y además, complejas construcciones que de ordinario el estudiante realiza mecánicamente, Sin embargo, la metodología de enseñanza-aprendizaje hasta aquí empleada, dado su enfoque lógico dialéctico, nos va a permitir manejar con facilidad, rapidez y precisión los problemas geométricos referentes a superficies esféricas.

Por otra parte, consideramos que el estudio de la esfera, así enfocado tiene una gran importancia metodológica, pues desarrolla notablemente la capacidad de ver en el espacio.

Comencemos, como siempre, con nuestros análisis concreto-sensibles y lógicos de modelos tridimensionales, a fin de ordenar, actualizar y establecer, ciertos conceptos esenciales relacionados con la esfera.

a) ESFERA es un sólido geométrico limitado por una superficie cuyos puntos equidistan de un punto interior. Este punto se denomina CENTRO DE LA ESFERA y la superficie recibe el nombre de SUPERFICIE ESFERICA.

b) GENERACION DE LA ESFERA. La esfera puede suponerse engendrada por la revolución de un círculo que gira, considerando uno de sus diámetros como charnela fija en el espacio.

Consecuentemente, la superficie esférica quedará engendrada por una circunferencia (generatriz) que gira alrededor de uno de sus diámetros (directriz) el cual se mantiene en una posición fija en el espacio.

c) EL CONTORNO de una esfera es siempre una CIRCUNFERENCIA de diámetro igual al de dicha esfera.

d) La SECCION de una esfera por un plano cualquiera es un CIRCULO. Por tanto, un plano corta a la superficie esférica según una - CIRCUNFERENCIA.

e) PLANO DIAMETRAL es un plano que pasa por el centro de la esfera.

f) CIRCULO MAXIMO es la sección que determina en la esfera su plano diametral.

g) CIRCULO MENOR es toda sección plana que no contiene el centro.

h) POLOS DE UN CIRCULO de una esfera, son los extremos del diámetro de esta que es perpendicular al plano del círculo.

i) RECTAS Y PLANOS TANGENTES a una esfera, son las rectas y planos que tienen solo UN PUNTO COMUN con dicha esfera. Este punto se - denomina PUNTO DE CONTACTO.

El radio de la esfera correspondiente al punto de contacto es - perpendicular a la recta y al plano tangente a la esfera en dicho punto.

j) Las DISTANCIAS ENTRE DOS PUNTOS situados en una superficie esférica están dadas por las longitudes de los dos arcos en que queda dividida la sección diametral que contiene a dichos puntos. - Cuando los dos puntos son diametralmente opuestos estas dos distancias son iguales.

k) ARCO GEODESICO de una superficie esférica, es el arco que determina la menor distancia entre dos puntos situados en la misma.

l) ZONA ESFERICA es una porción de la superficie esférica comprendida entre las circunferencias de dos secciones paralelas. Las dos circunferencias que limitan una zona se denominan BASES, y la distancia entre los planos de las bases se denomina ALTURA de la zona.

m) CASQUETE ESFERICO es la porción de la superficie de una esfera limitada por una circunferencia. El casquete esférico es una zona esférica de una base, es decir, cuando el plano de una de las bases es tangente a la esfera.

n) HUSO ESFERICO es la porción de la superficie de una esfera limitada por las semicircunferencias de dos círculos máximos. El huso esférico suele denominarse también LUMULA ESFERICA.

o) ANGULO ESFERICO es la menor abertura entre dos arcos de dos círculos máximos de una esfera.

p) POLIGONO ESFERICO es la porción de superficie esférica limitada por arcos de círculos máximos.

6.5.1 Hemisferios y generatrices de contorno

La habilidad y destreza necesaria y suficiente para manejar la esfera se desarrolla con facilidad a partir de los conceptos siguientes: hemisferios básicos y generatrices de contorno.

a) HEMISFERIOS BASICOS, son tres pares de medias esferas que se producen duando esta se intersecta con los PROYECTANTES BASICOS que pasan por su CENTRO, es decir los seis hemisferios básicos se obtienen del modo siguiente:

1. El proyectante XY divide a la esfera en: HEMISFERIO SUPERIOR y HEMISFERIO INFERIOR.

2. El proyectante ZX divide a la esfera en: HEMISFERIO ANTERIOR y HEMISFERIO POSTERIOR.

3. El proyectante ZY divide a la esfera en: HEMISFERIO IZQUIERDO y HEMISFERIO DERECHO

b) GENERATRICES DE CONTORNO, son las tres circunferencias que representan su contorno en el sistema triédrico. También se denominan circunferencias básicas.

1. ECUADOR es la generatriz de contorno en VISTA SUPERIOR. El ecuador es el límite entre los hemisferios SUPERIOR e INFERIOR.

2. MERIDIANO FRONTAL EN VISTA DE FRENTE, es la generatriz de contorno en VISTA DE FRENTE. Es el límite de los hemisferios ANTERIOR y POSTERIOR.

3. MERIDIANO FRONTAL EN VISTA LATERAL, es la generatriz de contorno en VISTA LATERAL y representa el límite de los hemisferios IZQUIERDO y DERECHO.

Las generatrices de contorno y los hemisferios básicos son conceptos de extraordinaria importancia en la representación e interpretación de la esfera. Se sugiere como método inicial el uso de un color para cada una de las generatrices, sin embargo, como objetivo final, el estudiante debe conocer la posición de las tres generatrices en cada una de las vistas, sin el uso del color. También se sugiere el uso de una pelota, o de ambas manos formando una esfera, como medios auxiliares para alcanzar el objetivo final planteado.

Para pasar al estudio del próximo párrafo (6.5.2) el estudiante debe haber desarrollado la habilidad de identificar en cada una de las vistas los seis hemisferios y la visibilidad de los mismos, es decir, si se perciben, ocultos o visibles, total o parcialmente.

6.5.2 Puntos en la superficie esférica

Para representar un punto en la superficie esférica, a partir de una de las proyecciones de dicho punto:

1. Se pasa un proyectante básico por el punto.
2. Se determina la sección producida en la esfera por el mencionado proyectante.

3. Se sitúan las restantes proyecciones del punto en la circunferencia-sección.

6.5.3 Secciones

La observación y el análisis de modelos tridimensionales nos conduce a los principios siguientes:

a) La sección de una esfera (sólida) es un círculo, independientemente de la posición del plano seccionador.

b) La sección de una superficie esférica es una circunferencia.

c) La sección de una esfera será menor a medida que el plano de la sección se aleje del centro de dicha esfera.

d) Si dos planos cortan a una esfera a distancias iguales del centro de la misma, las secciones correspondientes serán iguales, independientemente de la posición básica de dichos planos.

FUNDAMENTOS DE LA REPRESENTACION

UNIDAD Nº 2
CUERPOS GEOMÉTRICOS

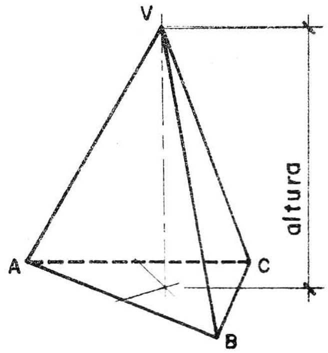
(MATERIAL DE ESTUDIO E ILUSTRACIONES)

ARQ. PEDRO P. GISPERT FERNÁNDEZ

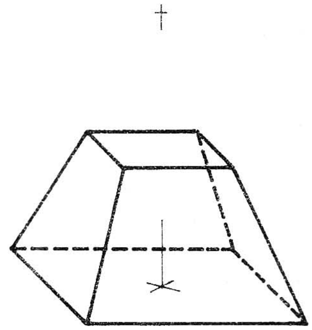
5.2 POLIEDROS SIMPLES

PIRÁMIDE

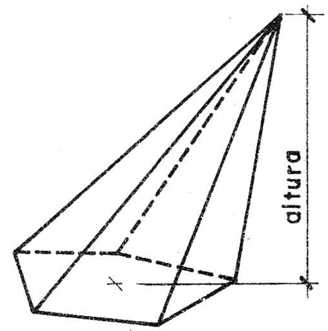
Δ ABÇ = base
V = vertice



RECTA



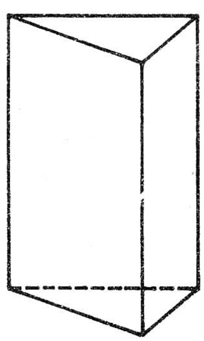
TRUNCADA



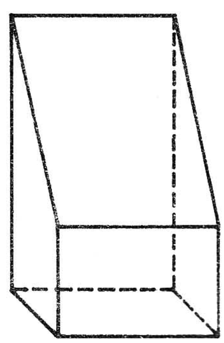
OBLICUA

PRISMA

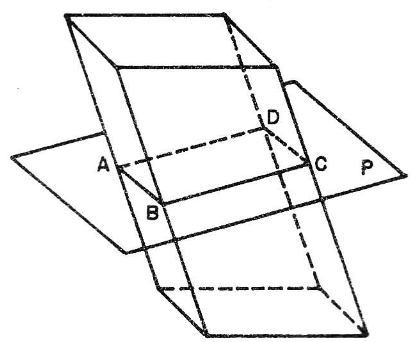
PLANO P ⊥ A LAS ARISTAS LATERALES
ABCD = SECCIÓN RECTA



RECTO



TRUNCADO

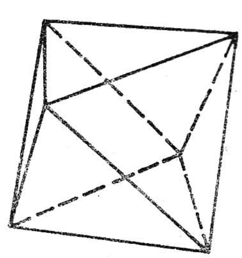


OBLICUO

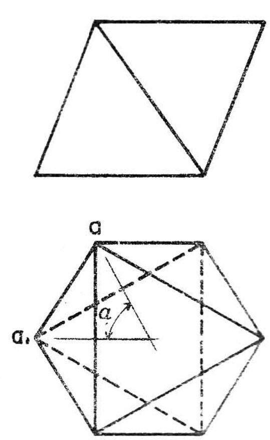
ANTIPRISMA REGULAR

$= \frac{360^\circ}{2n} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

$n = 3$



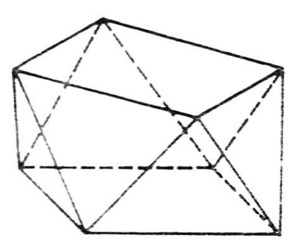
TRIANGULAR



DESPLAZAMIENTO DE LAS BASES

$\alpha = \frac{360^\circ}{2n} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$

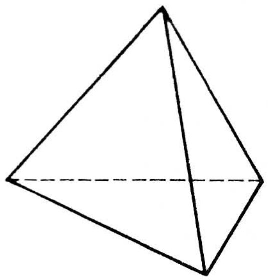
n=número de lados (base)



CUADRADO

5.3 POLIEDROS REGULARES - DESARROLLOS

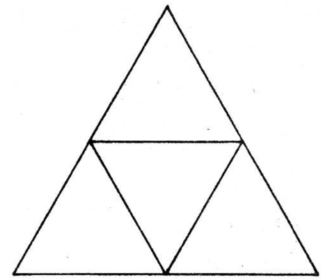
TETRAEDRO



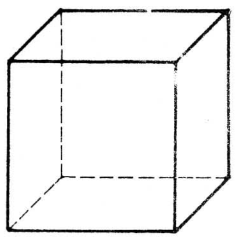
FÓRMULA DE EULER

$$C + V = A + 2$$

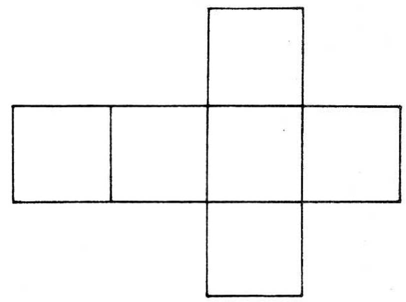
C	V	A
4	4	6



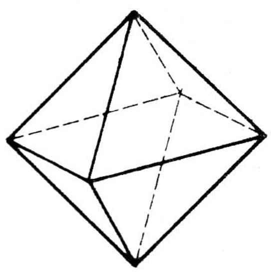
EXAEDRO



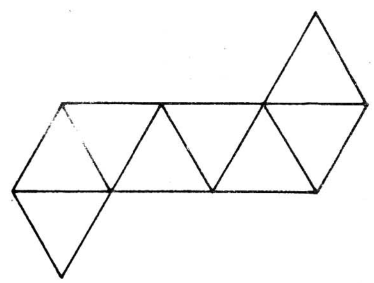
C	V	A
6	8	12



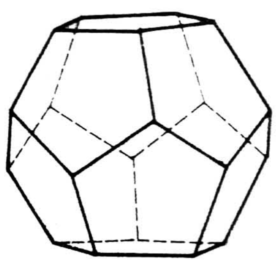
OCTAEDRO



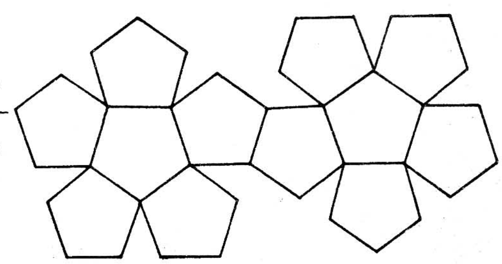
C	V	A
8	6	12



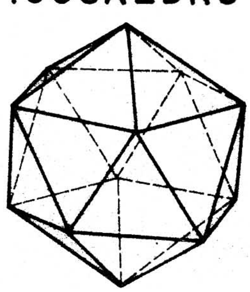
DODECAEDRO



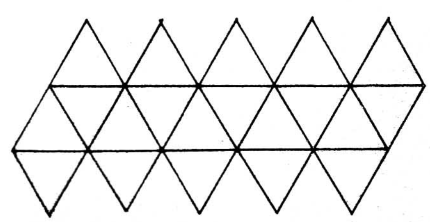
C	V	A
12	20	30



ICOSAEDRO

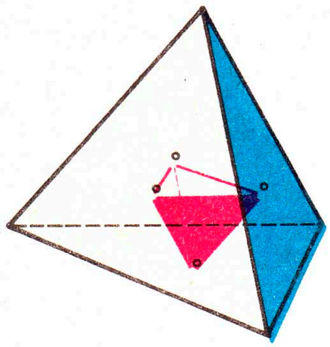


C	V	A
20	12	30

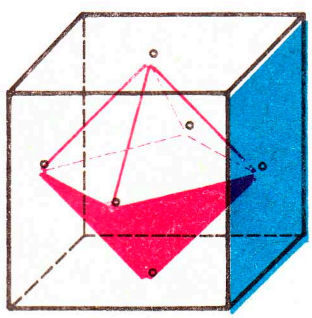


5.3.7 TRANSFORMACIONES RECÍPROCAS

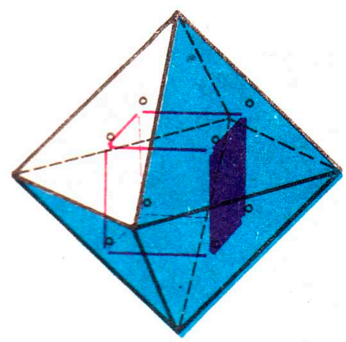
NOMBRE	No. CARAS	No. VÉRTICES	No. ARISTAS
TETRAEDRO	4	4	6
EXAEDRO	6	8	12
OCTAEDRO	8	6	12
DODECAEDRO	12	20	30
ICOSAEDRO	20	12	30



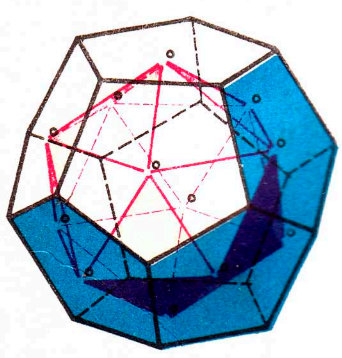
UNIENDO LOS CENTROS DE LAS 4 CARAS DEL TETRAEDRO SE OBTIENE OTRO TETRAEDRO POR ESO SE DICE QUE ES AUTOPOLAR.



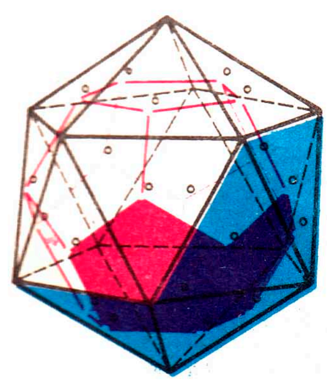
EL EXAEDRO SE TRANSFORMA EN OCTAEDRO UNIENDO LOS CENTROS DE SUS 6 CARAS. DICHOS CENTROS DAN LUGAR A LOS 6 VÉRTICES DEL OCTAEDRO.



UNIENDO LOS CENTROS DE LAS 8 CARAS DEL OCTAEDRO ESTE SE TRANSFORMA EN EXAEDRO. DICHOS CENTROS DAN LUGAR A LOS 8 VÉRTICES DEL CUBO.



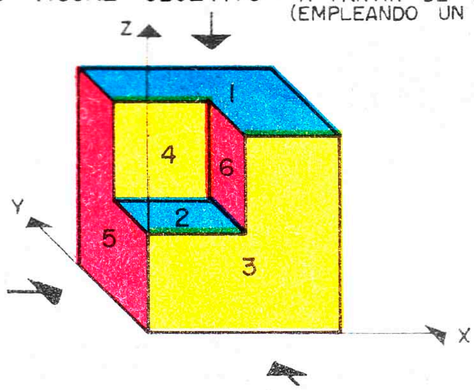
EL DODECAEDRO SE TRANSFORMA EN ICOSAEDRO UNIENDO LOS CENTROS DE SUS 12 CARAS DICHOS CENTROS DAN LUGAR A LOS 12 VÉRTICES DEL ICOSAEDRO.



UNIENDO LOS CENTROS DE LAS 20 CARAS DEL ICOSAEDRO ESTE SE TRANSFORMA EN DODECAEDRO DICHOS CENTROS DAN LUGAR A LOS 20 VÉRTICES DEL DODECAEDRO.

5.4.2 POLIEDROS COMPUESTOS DE CARAS ORTOGONALES - REPRESENTACIÓN

ANÁLISIS VISUAL OBJETIVO: A PARTIR DE LOS CONCEPTOS ESTABLECIDOS (EMPLEANDO UN MODELO TRIDIMENSIONAL)



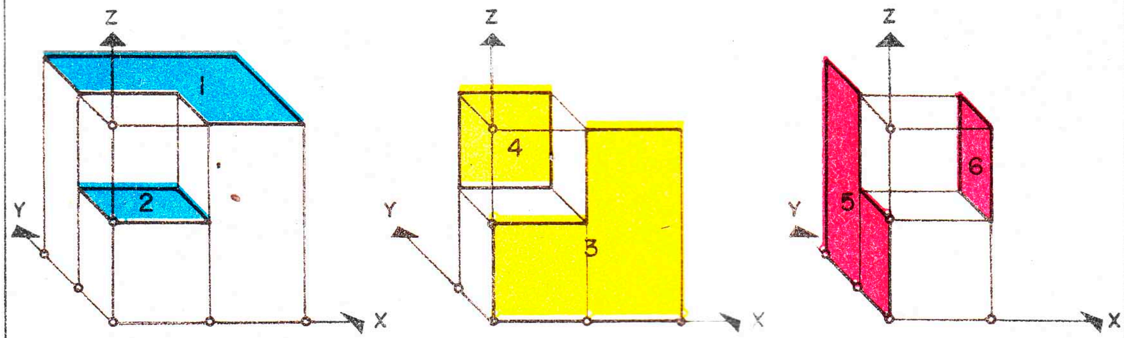
CARAS VISIBLES
(CONTENIDAS EN LOS PROYECTANTES BÁSICOS)

1, 2	PARALELAS	AL PLANO XY
3	CONTENIDA	EN PLANO ZX
4	PARALELA	AL PLANO ZX
5	CONTENIDA	EN PLANO ZY
6	PARALELA	AL PLANO ZY

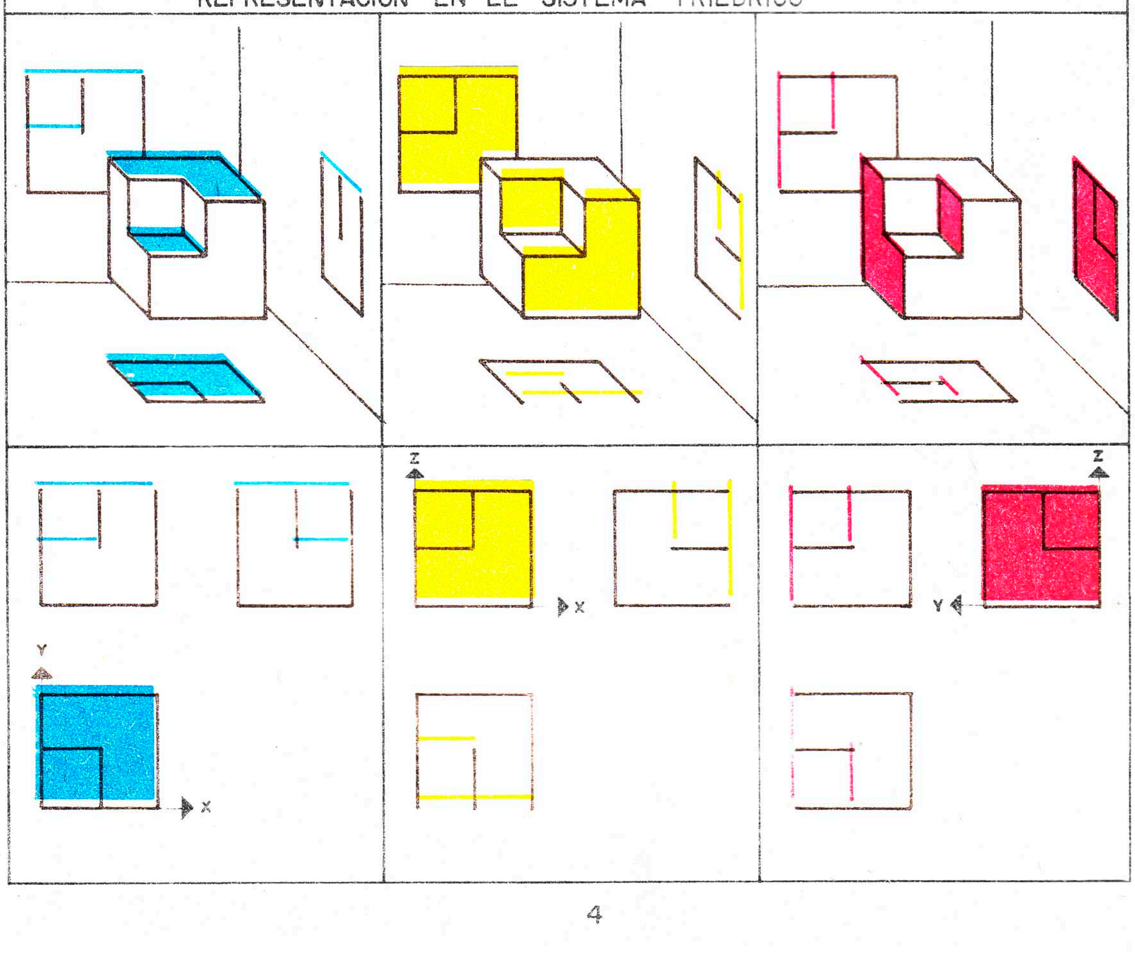
1 ARRIBA (MAS COTA)
2 ABAJO (MENOS COTA)

3 DELANTE (MAS ALEJAMIENTO)
4 DETRÁS (MENOS ALEJAMIENTO)

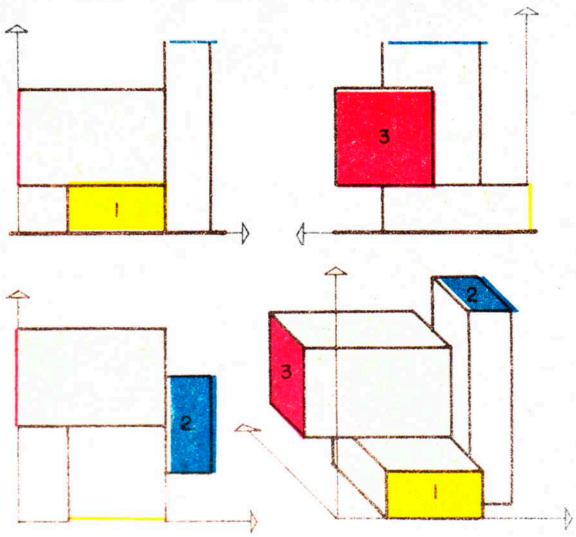
5 IZQUIERDA
6 DERECHA



REPRESENTACIÓN EN EL SISTEMA TRIÉDRICO

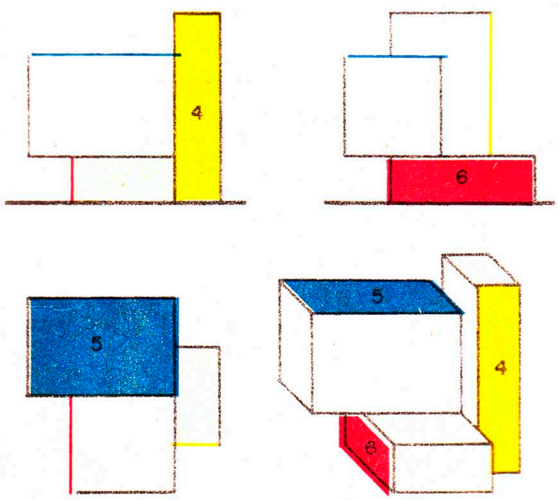


5.4.3 POLIEDROS COMPUESTOS DE CARAS ORTOGONALES - INTERPRETACIÓN



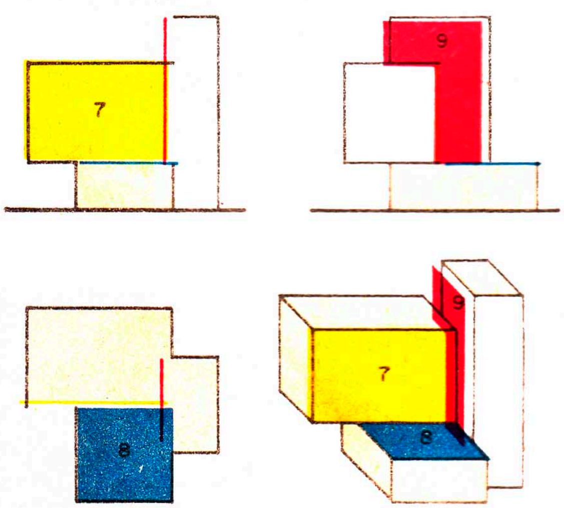
CARAS MAS CERCANAS AL OBSERVADOR.
(EN CADA VISTA)

1 SITUADA EN EL PLANO ZX
2 LA DE MAYOR COTA
3 SITUADA EN EL PLANO ZY



CARAS SITUADAS EN UN SEGUNDO PLANO CON RESPECTO AL OBSERVADOR

4 PARALELA AL PLANO ZX
5 PARALELA AL PLANO XY
6 PARALELA AL PLANO ZY



CARAS SITUADAS EN UN TERCER PLANO CON RESPECTO AL OBSERVADOR

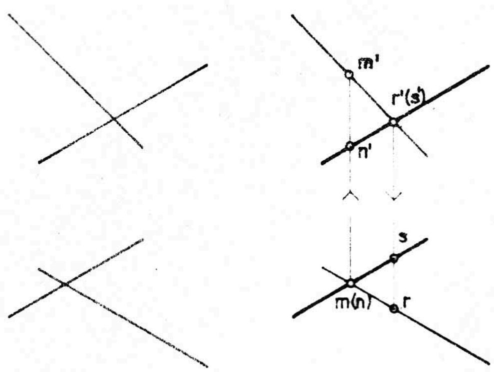
7 PARALELA AL PLANO ZX
8 PARALELA AL PLANO XY
9 PARALELA AL PLANO ZY

5.5.2 INTERSECCIÓN DE POLIEDROS — PRE-REQUISITOS

A INTERPRETACIÓN DE LOS POLIEDROS A INTERSECTAR.

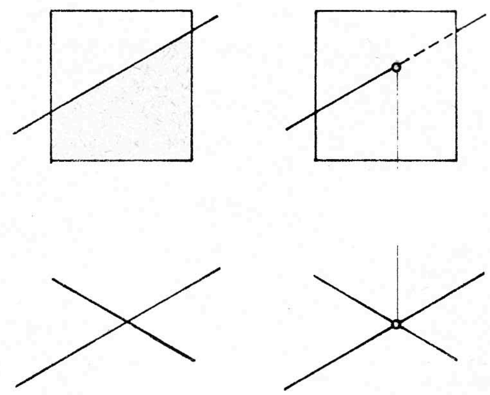
B RECTAS QUE SE CRUZAN - VISIBILIDAD

DATO — SOLUCIÓN



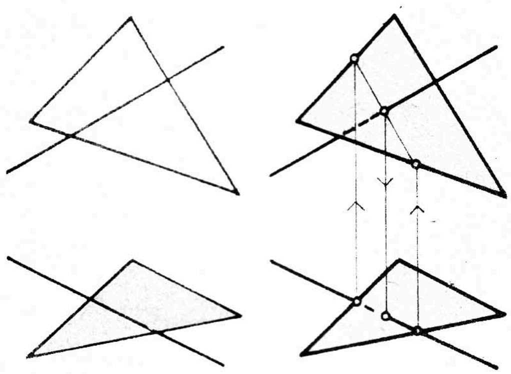
C RECTA CON FIGURA CONTENIDA EN UN PLANO PROYECTANTE.

DATO — SOLUCIÓN



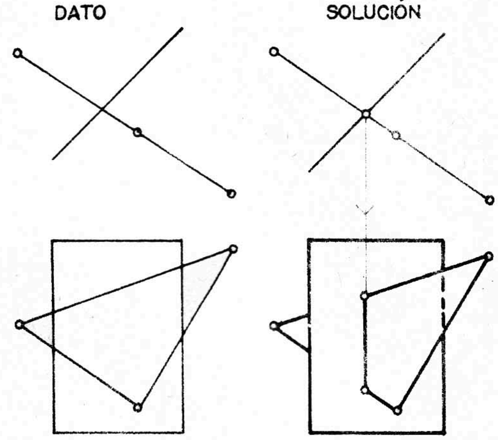
D RECTA CON FIGURA CONTENIDA EN UN PLANO INCLINADO (NO PROYECTANTES)

DATO — SOLUCIÓN (por proyectante al plano H)



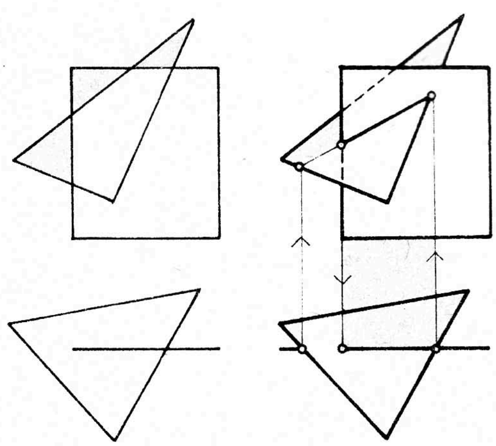
E DOS FIGURAS CONTENIDAS EN PLANOS PROYECTANTES AL MISMO PLANO.

DATO — SOLUCIÓN



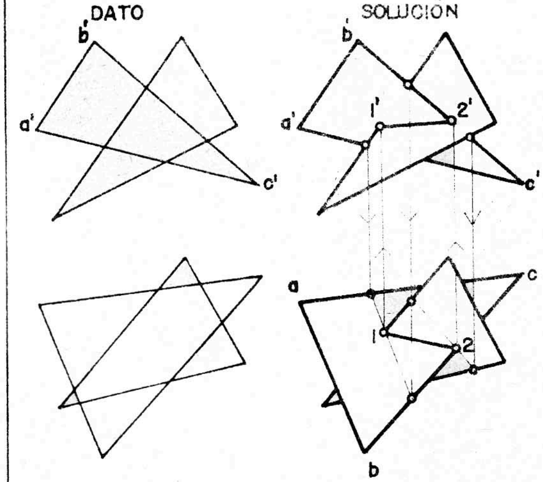
F DOS FIGURAS, UNA CONTENIDA EN UN PLANO PROYECTANTE.

DATO — SOLUCIÓN



G DOS FIGURAS NO CONTENIDAS EN PLANOS PROYECTANTES.

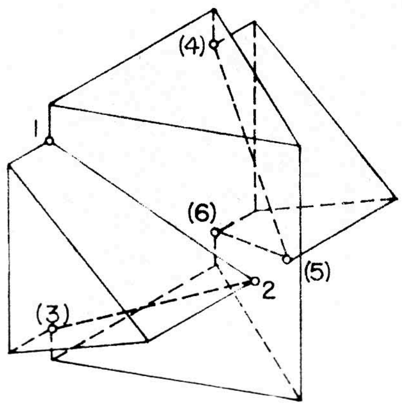
DATO — SOLUCIÓN



5.5.2.c INTERSECCIONES DE POLIEDROS

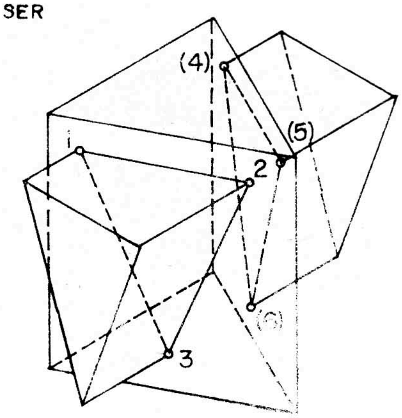
PENETRACIONES

LAS INTERSECCIONES QUEDAN DETERMINADAS POR DOS POLIGONALES QUE PUEDEN SER ABIERTAS O CERRADAS.



DOS POLIGONALES ABIERTAS

1, 2, 3 —— 4, 5, 6

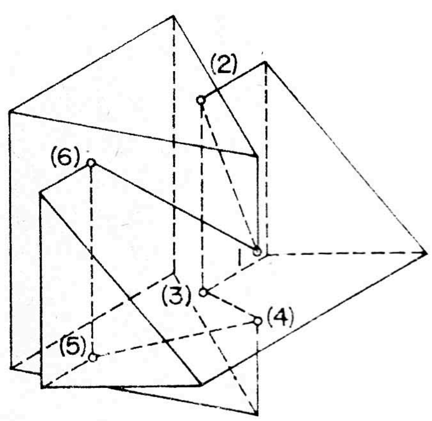


DOS POLIGONALES CERRADAS

1, 2, 3, 1 —— 4, 5, 6, 4

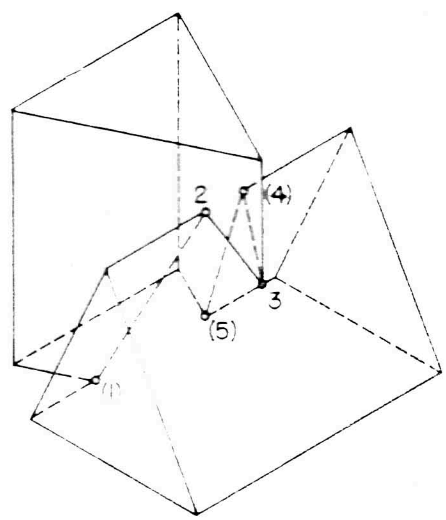
MORDEDURAS

LAS INTERSECCIONES QUEDAN DETERMINADAS POR UNA POLIGONAL QUE PUEDE SER ABIERTA O CERRADA.



UNA POLIGONAL CERRADA

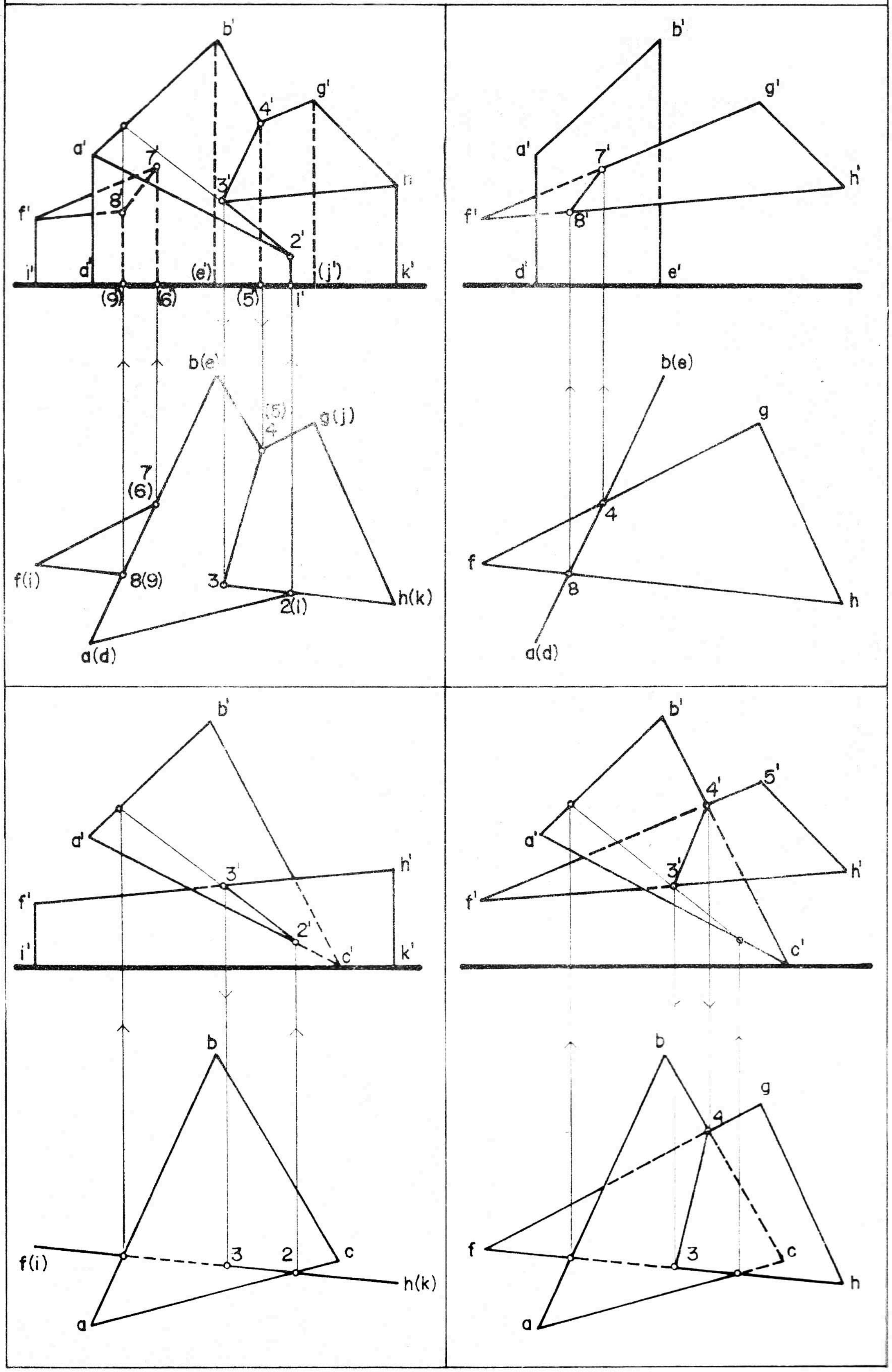
1, 2, 3, 4, 5, 6, 1



UNA POLIGONAL ABIERTA

1, 2, 3, 4, 5

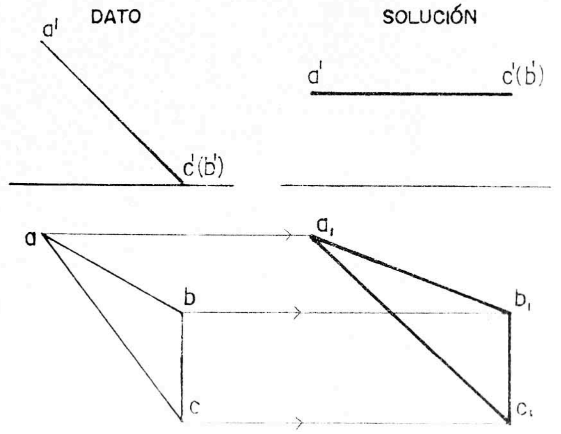
5.5.2d INTERSECCIÓN DE POLIEDROS. ANÁLISIS



DETERMINACIÓN DE LA FORMA REAL DE UNA FIGURA PLANA (CONTENIDA EN UN PROYECTANTE NO BÁSICO)

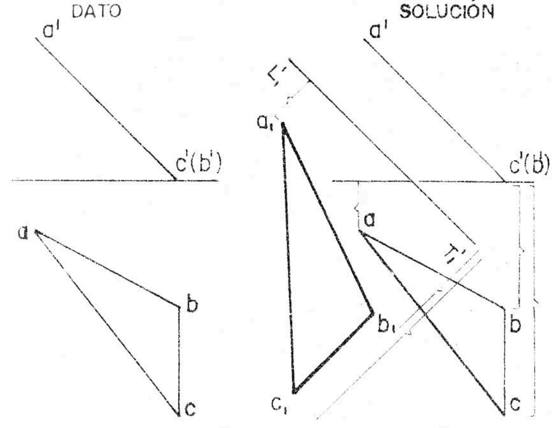
A POR GIRO (sin indicacion de charnela)

DATO SOLUCIÓN



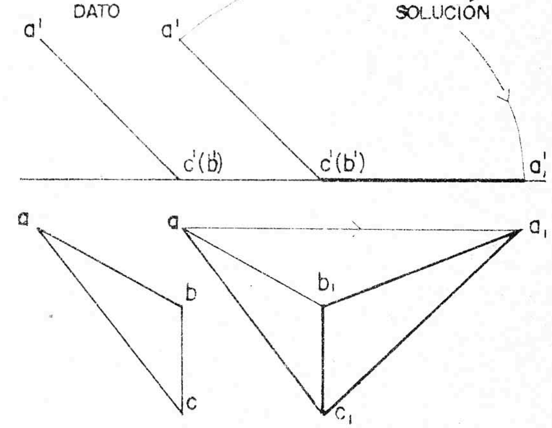
B POR CAMBIO DE PLANO

DATO SOLUCIÓN



C POR ABATIMIENTO

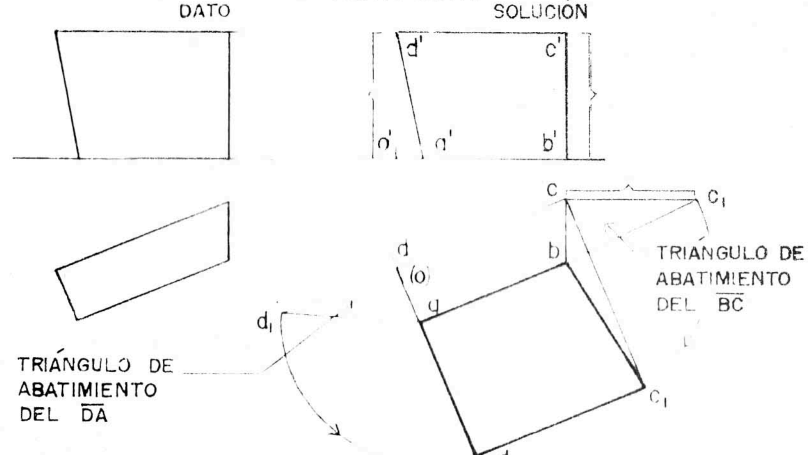
DATO SOLUCIÓN



DETERMINACIÓN DE LA FORMA REAL DE UNA FIGURA PLANA (NO CONTENIDA EN UN PROYECTANTE)

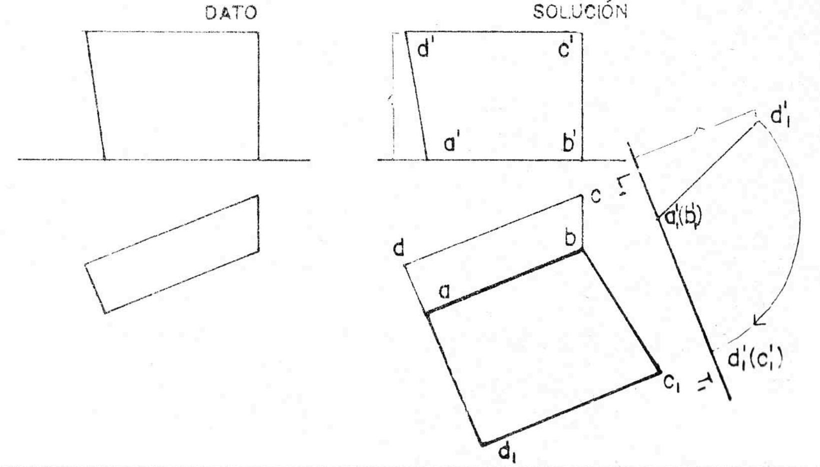
D POR TRIÁNGULO DE ABATIMIENTO

DATO SOLUCIÓN



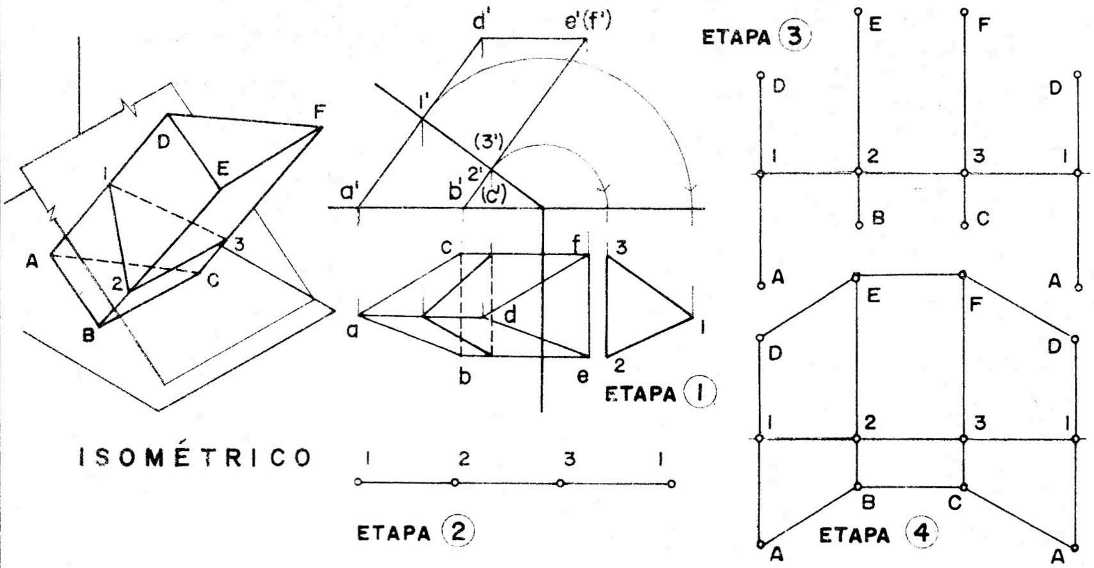
E POR CAMBIO DE PLANO Y ABATIMIENTO

DATO SOLUCIÓN

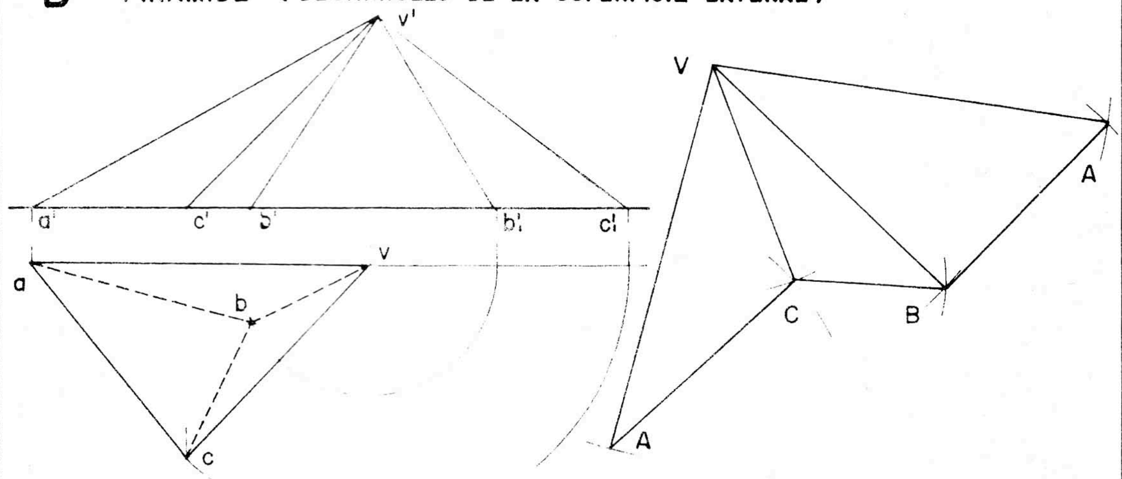


5.5.3 DESARROLLO DE POLIEDROS SIMPLES

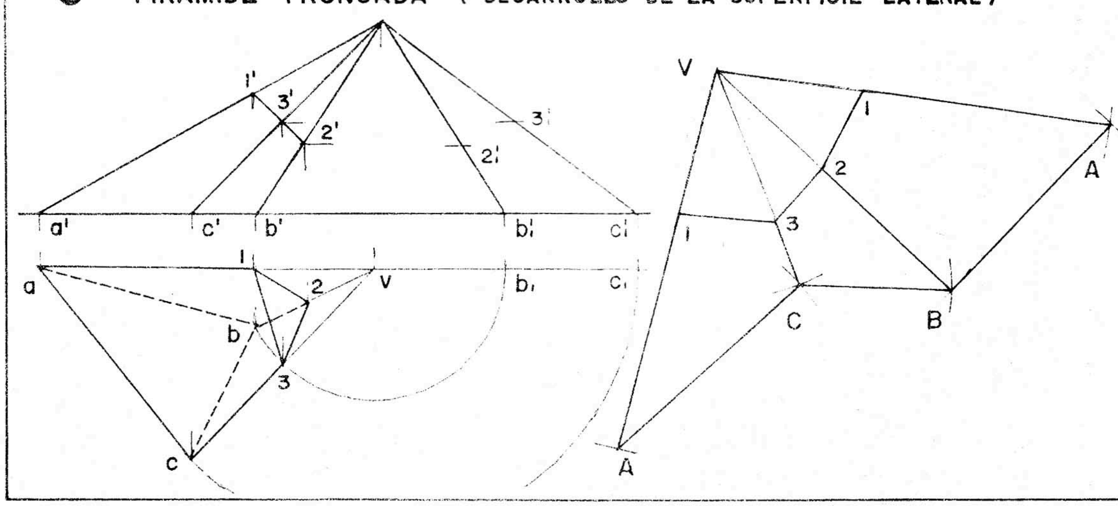
A PRISMA TRUNCADO (DESARROLLO DE LA SUPERFICIE LATERAL)



B PIRÁMIDE (DESARROLLO DE LA SUPERFICIE LATERAL)

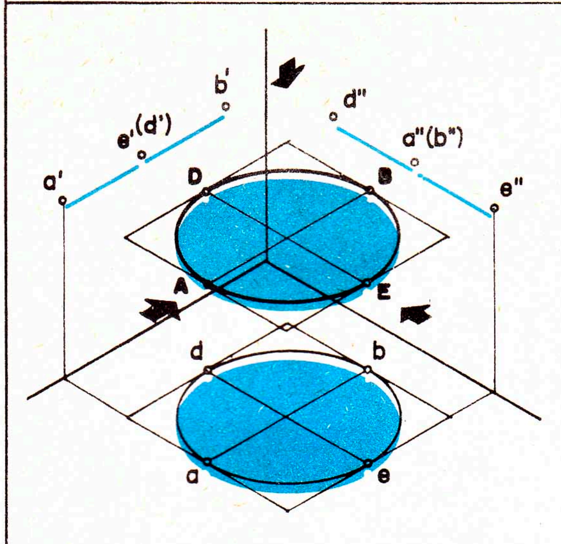


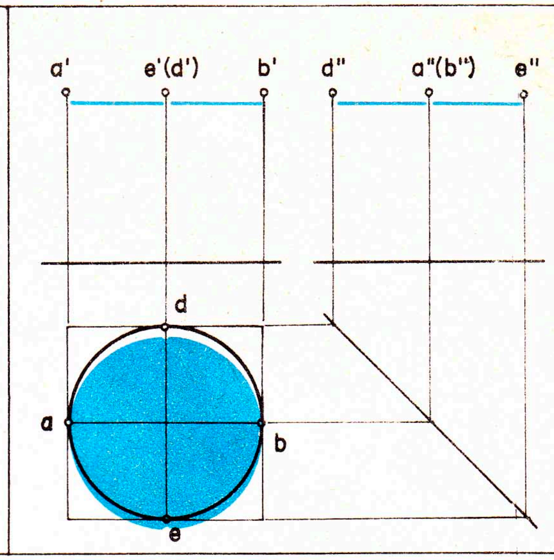
C PIRÁMIDE TRUNCADA (DESARROLLO DE LA SUPERFICIE LATERAL)



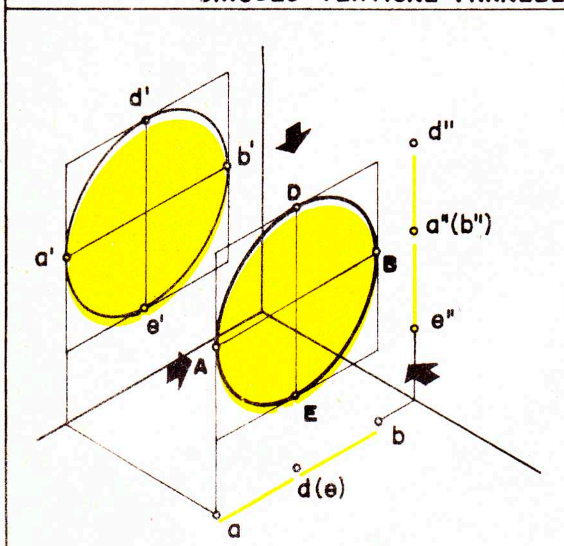
6.2.2 CÍRCULOS CONTENIDOS EN LOS PROYECTANTES BÁSICOS

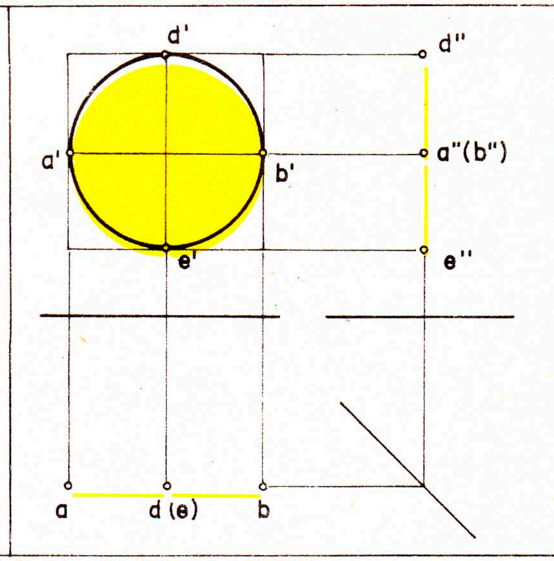
CÍRCULO HORIZONTAL



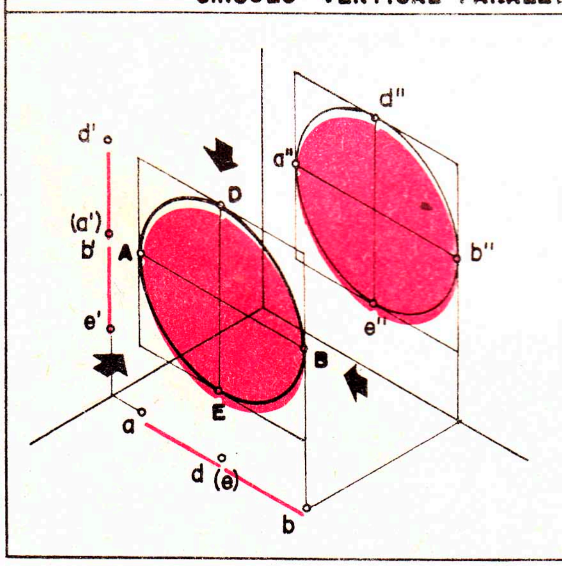


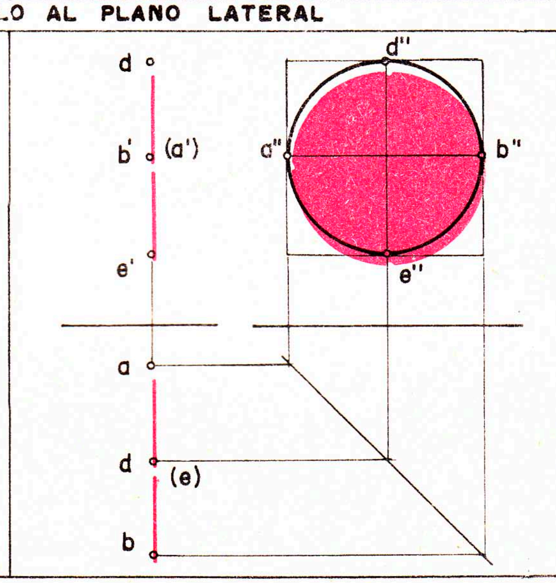
CÍRCULO VERTICAL PARALELO AL PLANO VERTICAL



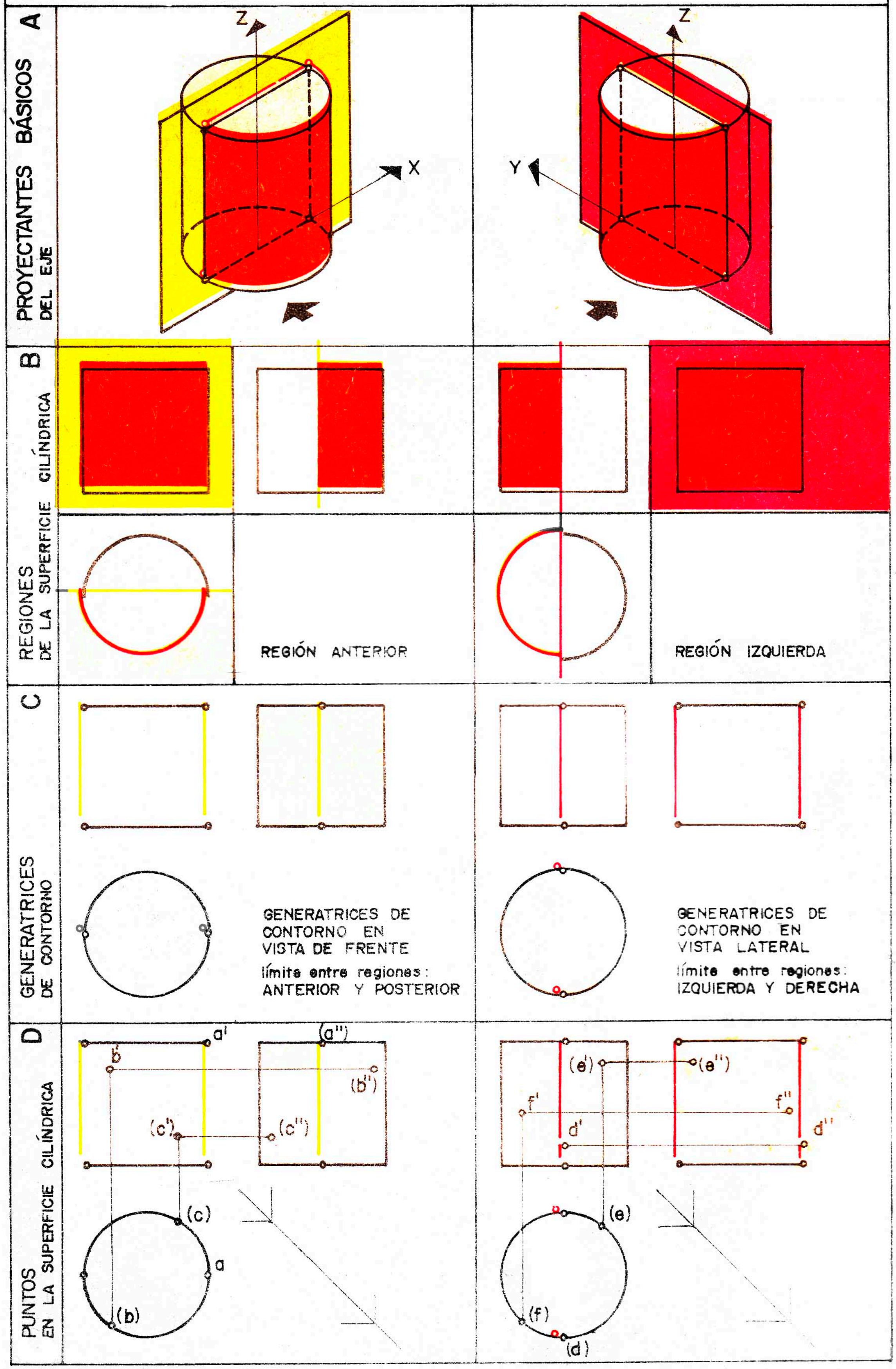


CÍRCULO VERTICAL PARALELO AL PLANO LATERAL

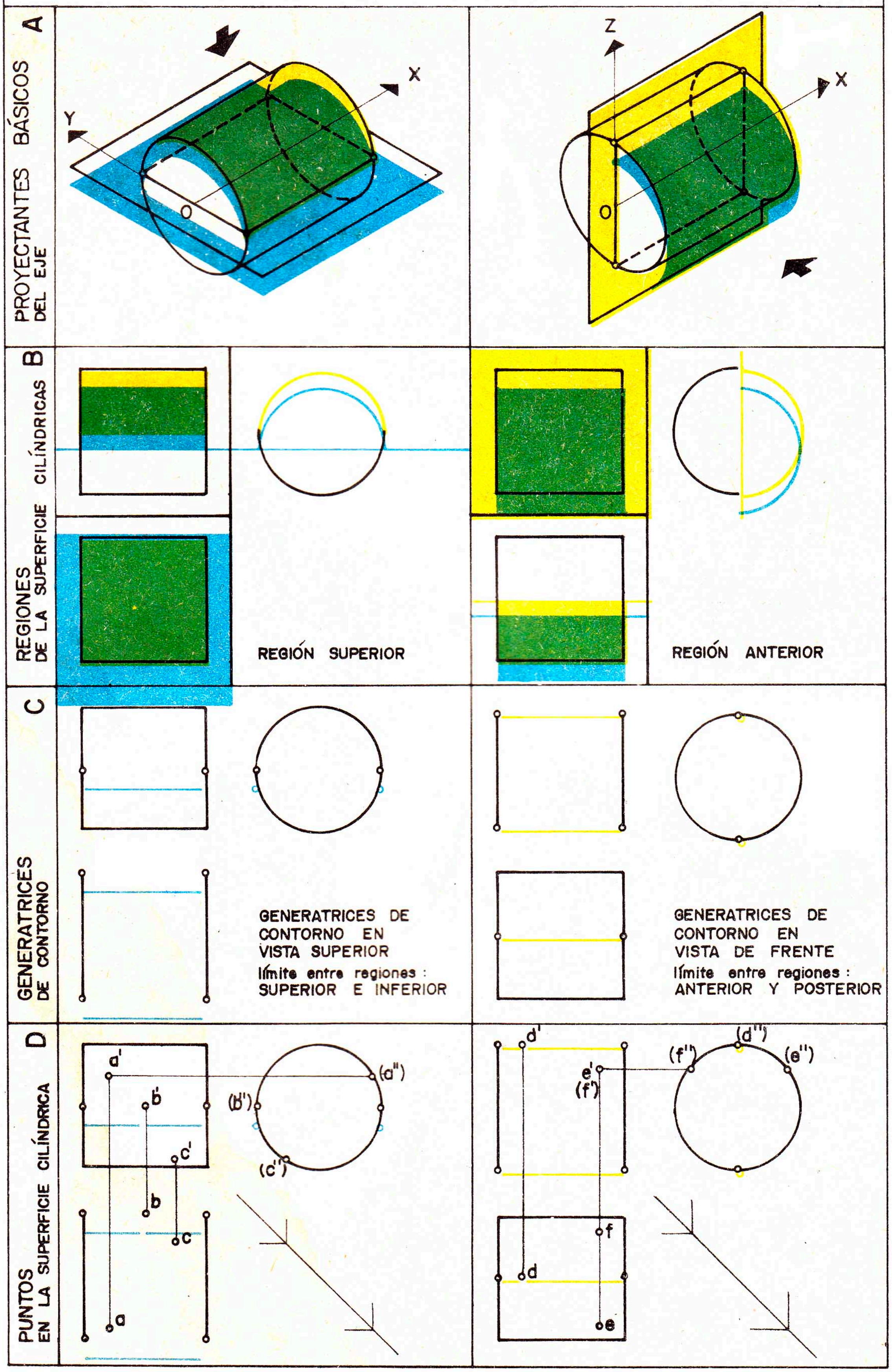




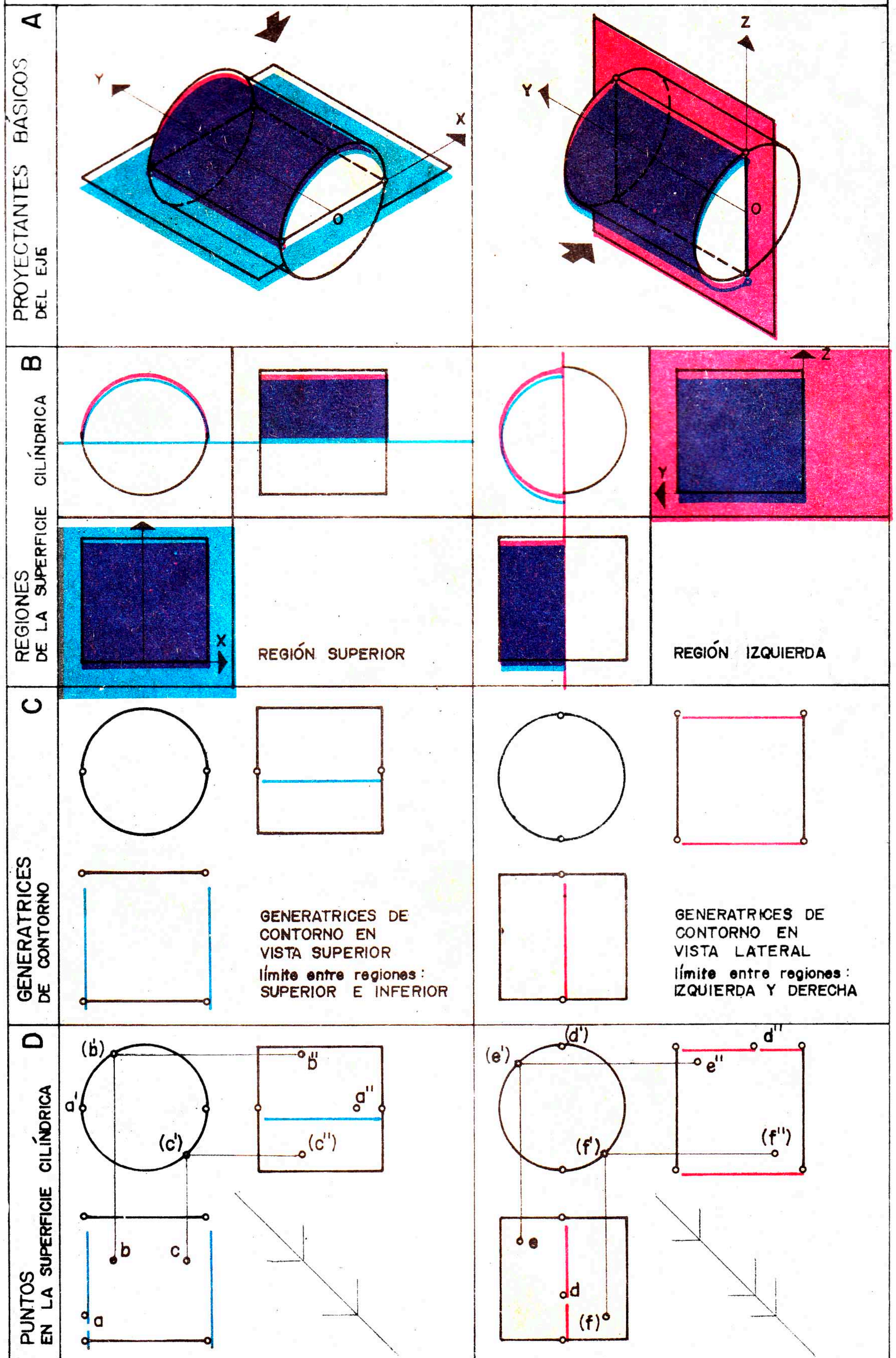
6.2.3 a CILINDRO CIRCULAR RECTO (6.2.4 – 6.2.5)



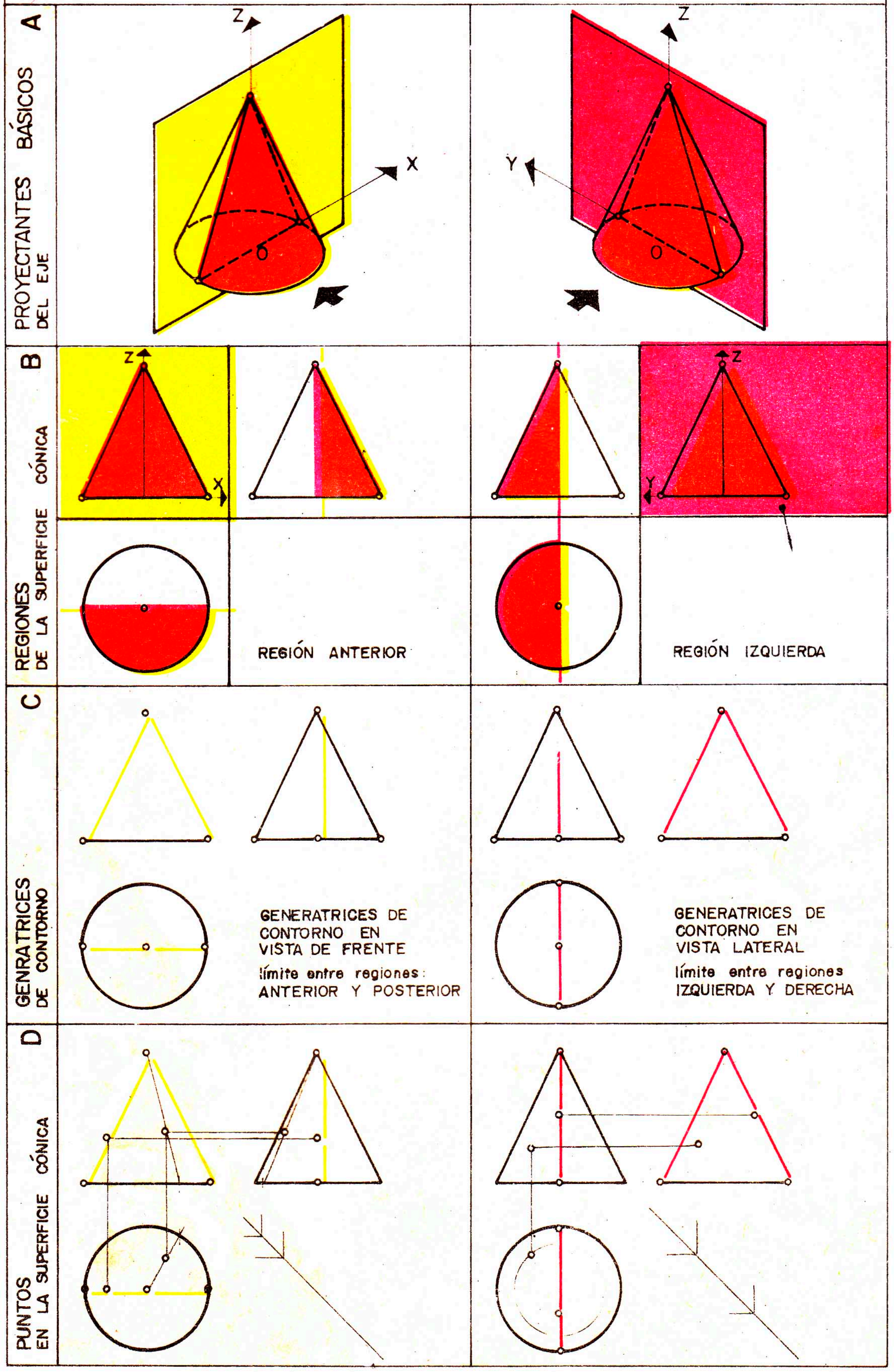
6.2.3.b CILINDRO CIRCULAR RECTO (6.2.4 – 6.2.5)



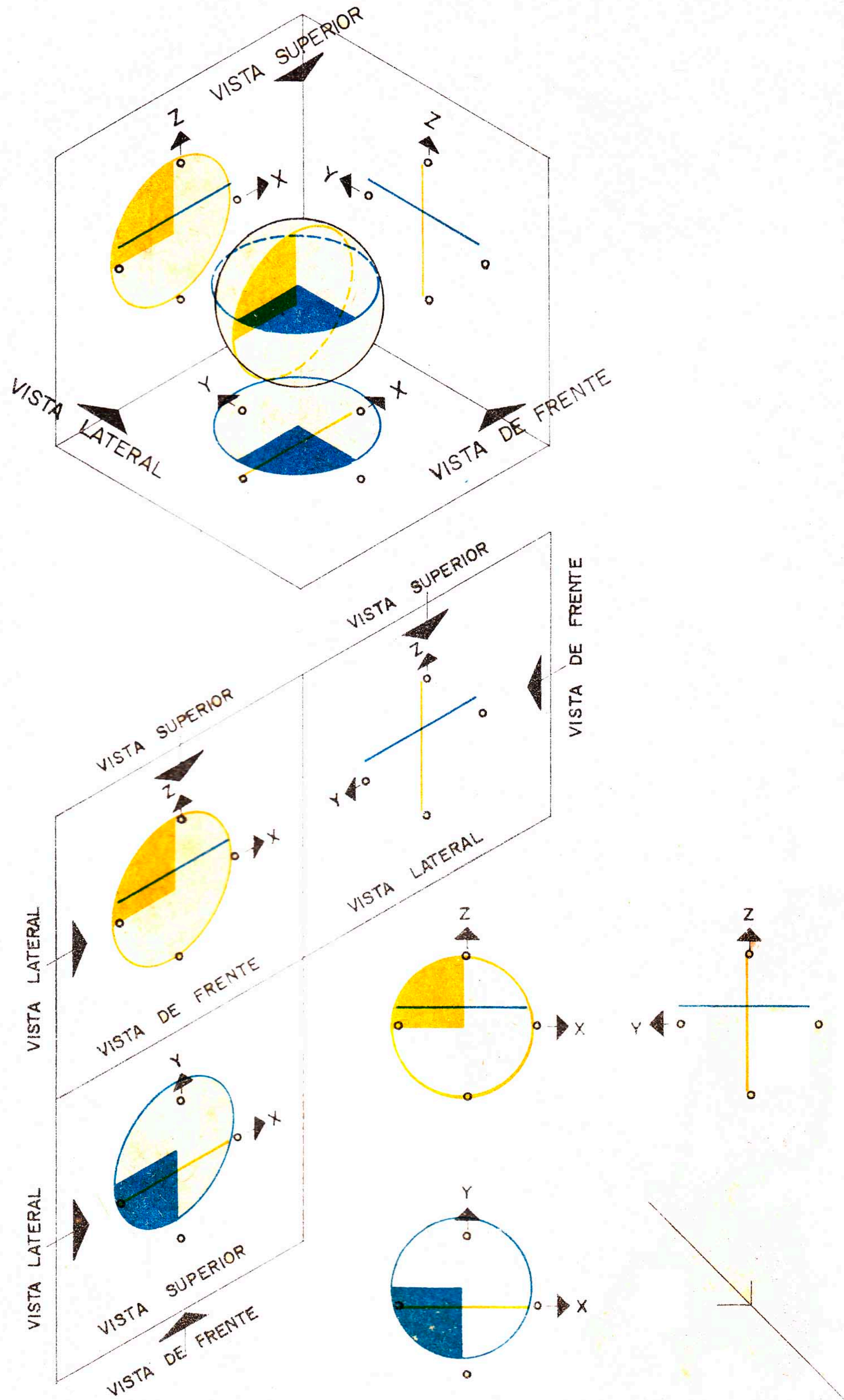
6.2.3 C CILINDRO CIRCULAR RECTO (6.2.4 - 6.2.5)



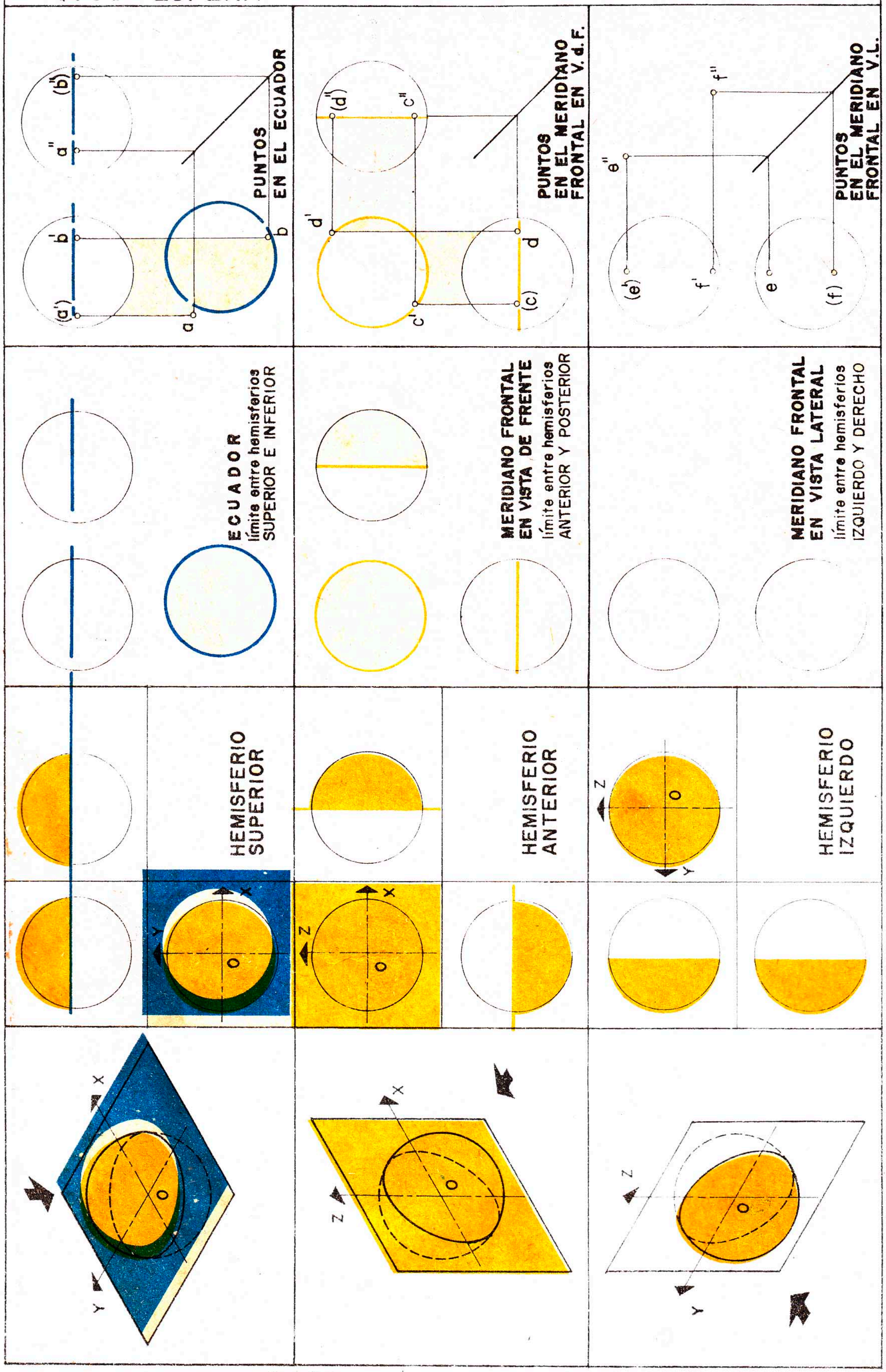
6.3.3 CONO CIRCULAR RECTO (6.3.4 – 6.3.5)



6.5 a ESFERA — ISOMÉTRICO Y VISTAS ORTOGONALES



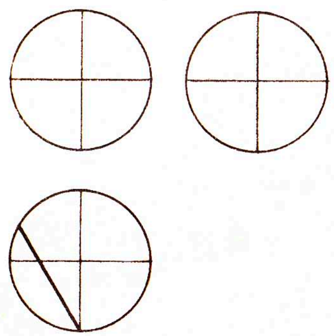
6.5b ESFERA - HEMISFERIOS - GENERATRICES DE CONTORNO - PUNTOS



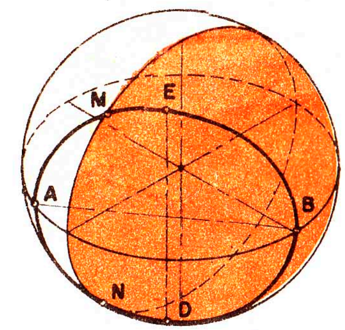
6.5.3 CIRCUNFERENCIAS EN LA SUPERFICIE ESFÉRICA

REPRESENTAR EN VISTA DE FRENTE Y VISTA LATERAL, LA CIRCUNFERENCIA DE LA SUPERFICIE ESFÉRICA, DADA EN VISTA SUPERIOR

DATOS

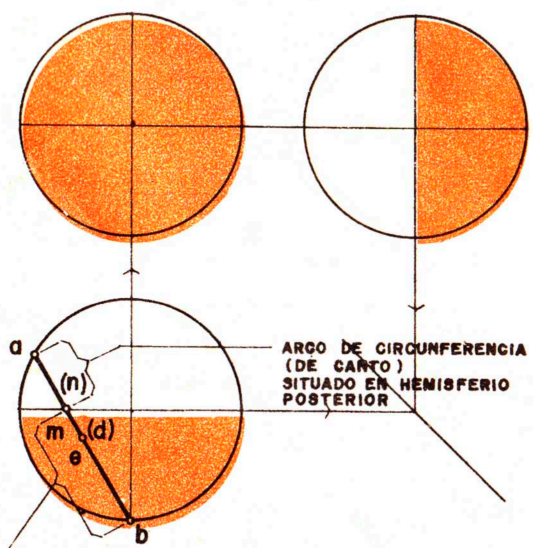


CIRCUNFERENCIA (DE CANTO)

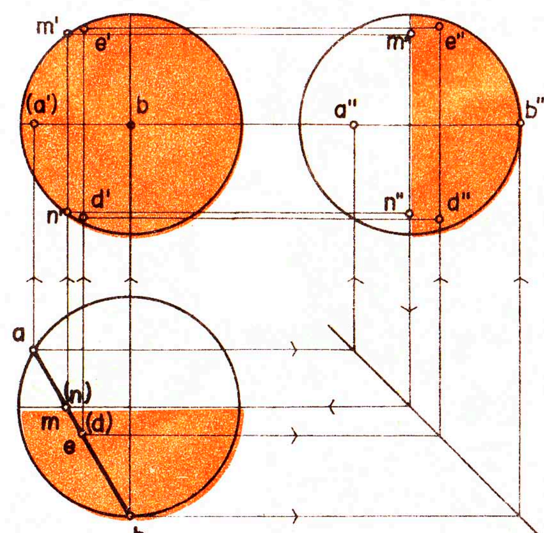


PROCEDIMIENTO:

1º DETERMINAR LOS ELEMENTOS DE LA CIRCUNFERENCIA DADA



2º UBICAR EN LAS VISTAS RESTANTES LOS ELEMENTOS DADOS



3º DIBUJAR LAS VISTAS RESTANTES DE LA CIRCUNFERENCIA