

---

**NORMA CUBANA**

**NC**

ISO 7902-1: 2015  
(Publicada por la ISO en 2013)

---

**COJINETES DE DESLIZAMIENTO HIDRODINÁMICO EN  
CONDICIONES ESTABLES — COJINETES CILÍNDRICOS  
CIRCULARES — PARTE 1: PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO.  
(ISO 7902-1: 2013, IDT)**

Hydrodynamic plain journal bearings under steady-state conditions -- Circular  
cylindrical bearings -- Part 1: Calculation procedure

---

ICS: 21.100.10

1. Edición      Marzo 2015  
REPRODUCCIÓN PROHIBIDA

Oficina Nacional de Normalización (NC) Calle E No. 261, El Vedado, La Habana. Cuba.  
Teléfono: 830-0835 Fax: (537) 836-8048; Correo electrónico: nc@ncnorma.cu; Sitio  
Web: www.nc.cubaindustria.cu



Cuban National Bureau of Standards

## Prefacio

La Oficina Nacional de Normalización (NC), es el Órgano Nacional de Normalización de la República de Cuba y representa al país ante las organizaciones internacionales y regionales de normalización.

La elaboración de las Normas Cubanas y otros documentos normativos relacionados se realiza generalmente a través de los Comités Técnicos de Normalización. Su aprobación es competencia de la Oficina Nacional de Normalización y se basa en las evidencias del consenso.

### Esta Norma Cubana:

- Ha sido elaborada por el Comité Técnico de Normalización NC/CTN108 de Elementos de Máquina integrado por representantes de las siguientes entidades:
  - Facultad de Ingeniería Mecánica. CUJAE. Ministerio de Educación Superior.
  - CEMPES. Universidad de la Habana. Ministerio de Educación Superior. (La)
  - Instituto de Investigación de Maquinaria Agrícola. Ministerio de la Agricultura.
  - Empresa de Centrales de Mantenimiento a Centrales Eléctricas. Ministerio de la Industria Básica.
  - QUIMEFA-EMIF. Ministerio de la Industria Básica.
  - Centro de Ingeniería Genética y Biotecnología. Consejo de Estado.
  - Instituto Cibernética Matemática y Física. Ministerio de Ciencia, Tecnología y Medio Ambiente.
  - Ministerio de las Comunicaciones.
  
- Es una adopción idéntica de la Norma Internacional ISO 7902-1: 2013. *Hydrodynamic plain journal bearings under steady-state conditions -Circular cylindrical bearings - Part 1: Calculation procedure.*

## © NC, 2015

Todos los derechos reservados. A menos que se especifique, ninguna parte de esta publicación podrá ser reproducida o utilizada en alguna forma o por medios electrónicos o mecánicos, incluyendo las fotocopias, fotografías y microfilmes, sin el permiso escrito previo de:

Oficina Nacional de Normalización (NC)

Calle E No. 261, El Vedado, La Habana, Habana 4, Cuba.

Impreso en Cuba.

## Índice

<b>1 OBJETO .....</b>	<b>4</b>
<b>2 REFERENCIAS NORMATIVAS .....</b>	<b>4</b>
<b>3 BASE DE CÁLCULO, DATOS ASUMIDOS Y CONDICIONES PREVIAS .....</b>	<b>4</b>
<b>4 PROCEDIMIENTO DEL CÁLCULO .....</b>	<b>6</b>
<b>5 SÍMBOLOS Y UNIDADES .....</b>	<b>8</b>
<b>6 DEFINICIÓN DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>9</b>
<b>6.1 Capacidad de carga.....</b>	<b>9</b>
<b>6.2 Pérdidas por fricción.....</b>	<b>13</b>
<b>6.3 Flujo de lubricante.....</b>	<b>13</b>
<b>6.4 Balance térmico.....</b>	<b>15</b>
<b>6.5 Espesor mínimo de la película lubricante y carga específica del cojinete.....</b>	<b>17</b>
<b>6.6 Condiciones operacionales .....</b>	<b>17</b>
<b>6.7 Otros factores de influencia .....</b>	<b>18</b>
<b>ANEXO A(NORMATIVO) EJEMPLOS DE CÁLCULO.....</b>	<b>21</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>35</b>

## COJINETES DE DESLIZAMIENTO HIDRODINÁMICO EN CONDICIONES ESTABLES — COJINETES CILÍNDRICOS CIRCULARES — PARTE 1: PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

### 1 Objeto

Esta parte de ISO 7902 especifica un procedimiento del cálculo para los cojinetes hidrodinámicos lubricados, con la separación completa del árbol y las superficies de deslizamiento por una película de lubricante, usados para cojinetes planos, fiable en el funcionamiento.

Se trata de cojinetes cilíndricos circulares que tienen segmentos angulares de 360°, 180°, 150° y 90°, siendo el segmento de arco cargado centralmente. Su holgura geométrica es constante salvo deformaciones despreciables que son el resultado de la presión de la película lubricante y la temperatura.

El procedimiento del cálculo sirve para dimensionar y optimizar cojinetes planos, en las turbinas, generadores, motores eléctricos, engranajes, laminadoras, bombas y otras máquinas. Se limita a operaciones estables, es decir bajo las condiciones de operación continua, con la magnitud y dirección de la carga así como las velocidades angulares de todas las partes de rotación constante. También puede ser aplicado si un cojinete completo es sometido a una fuerza constante que gira a cualquier velocidad. Las cargas dinámicas, es decir aquellas cuya magnitud y dirección varían con el tiempo, como puede ser el resultado de la vibración e inestabilidades de rotores de giro rápido, no se tienen en cuenta.

### 2 Referencias normativas

La siguiente norma contiene disposiciones las cuales, a través de este texto, constituyen requisitos esta parte de la ISO 7902. A su publicación, las ediciones indicadas eran válidas. Todas las normas están sujeto a revisión, y las partes que acuerden basarse en esta parte de la ISO 7902 son estimuladas a investigar la posibilidad de aplicar la edición más reciente de las normas indicadas debajo. Los miembros de IEC e ISO mantienen registros de Normas Internacionales actualmente válidas.

ISO 3448:1992, Industrial liquid lubricants - ISO viscosity classification.

ISO 7902-2:1998, Hydrodynamic plain journal bearings under steady-state conditions – Circular cylindrical bearings – Part 2: Functions used in the calculation procedure.

ISO 7902-3:1998, Hydrodynamic plain journal bearings under steady-state conditions – Circular cylindrical bearings – Part 3: Permissible operational parameters.

ISO 7904-2:1995, Plain bearings – Symbols – Part 2: Applications.

### 3 Base de cálculo, datos asumidos y condiciones previas

**3.1** La base de cálculo es la solución numérica a la ecuación diferencial de Reynolds para un cojinete de longitud finita, teniendo en cuenta las condiciones físicas de frontera para la generación de presión:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\eta(u_J + u_B) \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1)$$

Los símbolos están dados en el epígrafe 5.

Vea las referencias [1] a [3], y [11] a [14] en el anexo B, para la derivación de la ecuación diferencial de Reynolds y [4] a [6], [12] y [13] para su solución numérica.

**3.2** Las suposiciones y condiciones previas asumidas que se muestran han sido suficientemente comprobadas tanto experimentalmente como en la práctica.

- a) El lubricante corresponde a un fluido Newtoniano.
- b) Todos los flujos lubricantes son laminares.
- c) El lubricante se adhiere completamente a las superficies de deslizamiento.
- d) El lubricante es incompresible.
- e) La holgura en el área cargada está completamente llena de lubricante. El llenado del área no sometida a carga depende de la forma en que el lubricante es suministrado al cojinete.
- f) Los efectos de las fuerzas de inercia, gravitatorias y magnéticas en lubricante son despreciables.
- g) Los componentes que forman la holgura de lubricación son rígidos o su deformación es insignificante; sus superficies son los cilindros circulares ideales.
- h) El radio de curvatura de las superficies del movimiento relativo es grande comparado con el espesor de la capa de lubricante.
- i) El espesor de la película de lubricante en la dirección axial (coordenada z) es constante.
- j) Las fluctuaciones de la presión dentro de la capa lubricante en dirección normal a la superficie del cojinete (coordenada y) es despreciable.
- k) No existe ningún movimiento normal a las superficies del cojinete (coordenada y).
- l) El lubricante es isoviscoso en toda la holgura de lubricación.
- m) El lubricante es suministrado en el comienzo de la línea del cojinete o donde la holgura es más amplia, la magnitud de la presión de alimentación del lubricante es despreciable en comparación con la presión de la película.

**3.3** Las condiciones de frontera para la generación de la presión de la película lubricante cumple con las condiciones de continuidad siguientes:

-En el borde inicial del perfil de presión:  $p(\varphi_1, z) = 0$

-En el borde externo del cojinete:  $p(\varphi, z = \pm B/2) = 0$

-En el final del lóbulo del perfil de presión:  $p[\varphi_2(z); z] = 0$

- y  $\partial p / \partial \varphi [\varphi_2(z), z] = 0$

Para algunos tipos y tamaños de cojinete, estas condiciones pueden especificarse.

En cojinetes parciales, si la expresión siguiente se satisface:

$$\varphi_2 - (\pi - \beta) < \frac{\pi}{2} \quad (2)$$

Entonces el borde del lóbulo del perfil de presión está al final del cojinete:

$$p(\varphi = \varphi_2, z) = 0 \quad (3)$$

**3.4** La integración numérica de la ecuación diferencial de Reynolds se lleva a cabo - posiblemente aplicando transformación de presión como esta sugerido en [3], [11] y [12] - por una transformación a una ecuación del diferencial que se aplica a un sistema de red de puntos de apoyo, y qué resulta en un sistema de ecuaciones lineales. El número de puntos de apoyo es significativo para la exactitud de la integración numérica; el uso de una red no equidistante como se muestra en [6] y [13] es ventajoso. Después de sustituir las condiciones de frontera en el borde del lóbulo del perfil de presión, la integración dará la distribución de presión en las direcciones circunferenciales y axiales.

La aplicación de principios de igualdad para cojinetes de deslizamiento hidrodinámicos resulta en magnitudes adimensionales iguales para parámetros de interés como capacidad de carga, comportamiento de la fricción, velocidad del flujo de lubricante, longitud relativa del cojinete, etc. La aplicación de magnitudes similares reduce el número de soluciones numéricas requeridas para la ecuación de Reynolds. Otras soluciones pueden ser aplicadas si cumple con las condiciones existentes en ISO 7902-2 y son de una exactitud numérica similar.

**3.5** ISO 7902-3 incluye parámetros operacionales permisibles hacia los cuales el resultado del cálculo se orientará para asegurar el funcionamiento correcto de los cojinetes de deslizamiento.

En casos especiales, la desviación de parámetros operacionales de ISO 7902-3 pueden ser aceptados para aplicaciones específicas.

#### 4 Procedimiento del cálculo

**4.1** Se entiende por el cálculo la determinación del funcionamiento correcto por cómputo usando los parámetros de operación reales (vea figura 1), que pueden compararse con los parámetros operacionales permisibles. Los parámetros operacionales determinados bajo la variación de las condiciones de operación deben quedar por consiguiente dentro del rango de permisibilidad comparado con los parámetros operacionales recomendados. Con este fin, las condiciones de operación durante el funcionamiento continuo deben ser investigadas.

**4.2** No ocurre desgaste del cojinete, si la separación completa de las partes es garantizada por el lubricante. El funcionamiento continuo en el rango de fricción mixta conlleva un fallo. El funcionamiento del corto-tiempo en el rango de fricción mixta, por ejemplo en el arranque y parada de las máquinas con cojinetes planos, es inevitable y generalmente no produce daño del cojinete. Cuando un cojinete se somete a carga pesada, se necesita un sistema auxiliar hidrostático, para arranque y parada a bajas velocidades. Un pequeño desgaste durante el rodaje inicial compensa las desviaciones geométricas de la superficie siempre y cuando esté limitado en área, tiempo y ocurra sin efectos de sobrecarga. En ciertos casos, un procedimiento de rodadura específico inicial puede ser beneficioso, dependiendo de la selección de los materiales.

**4.3** Los límites de carga mecánica están en función de la resistencia del material del cojinete. Ligeras deformaciones permanentes son permisibles siempre que ellas no dañen el funcionamiento correcto del cojinete plano.

**4.4** El límite de la carga térmica resultan de la estabilidad térmica del material del cojinete pero también de la relación de viscosidad-temperatura y por la degradación del lubricante.

4.5 Un cálculo correcto para cojinetes de deslizamiento presupone que las condiciones de operación son conocidas para todos los casos de funcionamiento continuo. En la práctica, sin embargo, las influencias adicionales ocurren frecuentemente, las cuales son desconocidas en la fase del diseño y no siempre puede predecirse. Se recomienda la aplicación de un margen de seguridad apropiado entre los parámetros de operación reales y los parámetros operacionales permisibles. Influencias incluidas, por ejemplo:

- Fuerzas parásitas (desbalances, vibraciones, etc.);

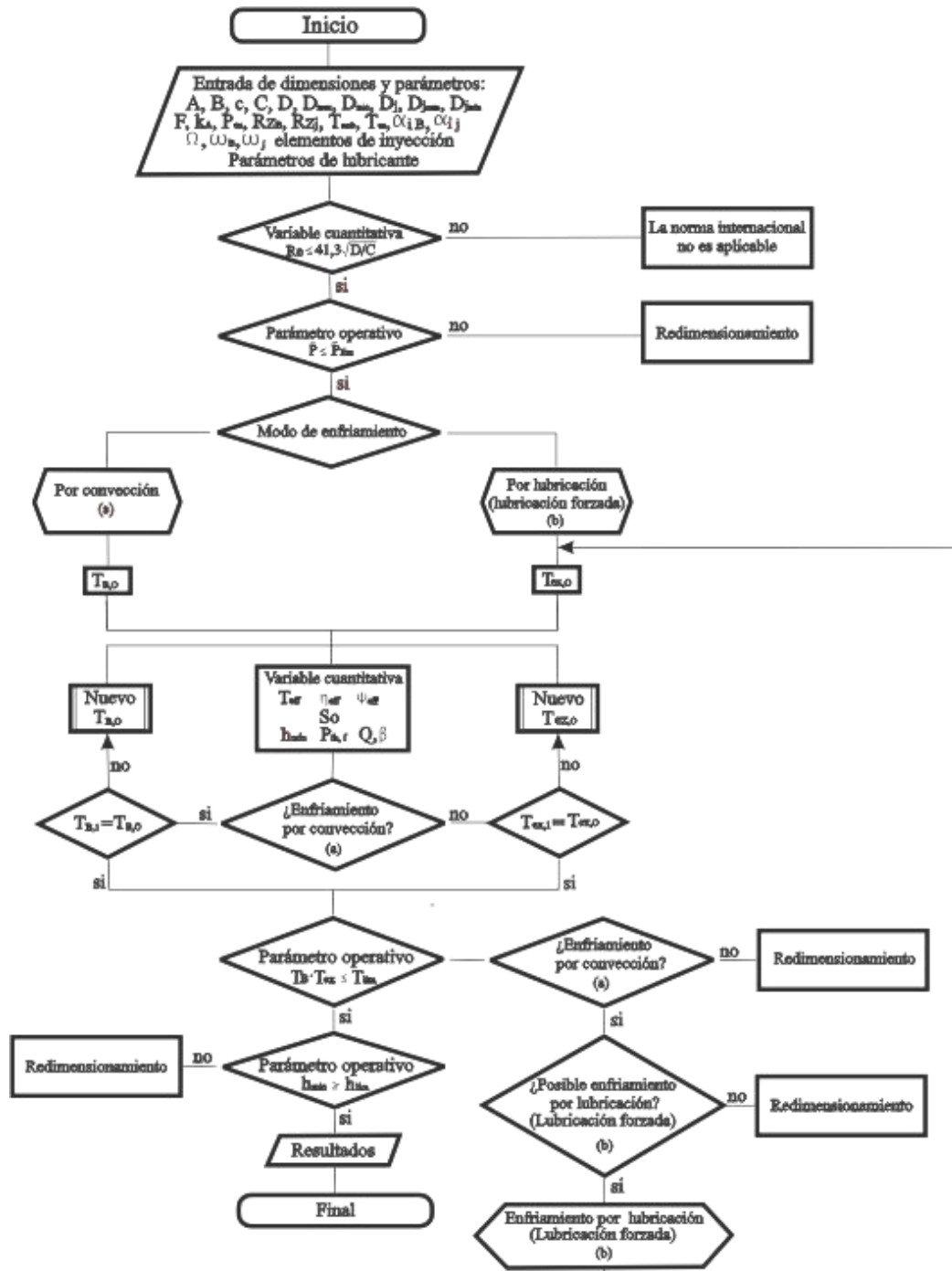


Figura 1 – Diagrama de Cálculo

- Desviaciones de la geométrica ideal (tolerancias mecánicas, desviaciones producto del ensamblaje, etc.)
- Contaminación del lubricante por suciedad, agua, aire, etc.
- Corrosión, erosión eléctrica.

Otros datos que influyen se localizan en 6.7.

**4.6** El número de Reynolds se usará para verificar ISO 7902-2, para la cual el flujo laminar en la lubricación de la holgura es una condición necesaria. Ésta puede ser calculada:

$$Re = \frac{\rho U_j \frac{C_{R,eff}}{2}}{\eta} = \frac{\mu D N_j \frac{C_{R,eff}}{2}}{\nu} \leq 41,3 \sqrt{\frac{D}{C_{R,eff}}} \quad (4)$$

En el caso de los cojinetes de deslizamiento con  $Re > 41,3 \sqrt{D/C_{R,eff}}$  (por ejemplo, como resultado de una velocidad periférica alta) deben esperarse grandes coeficientes de pérdida y temperaturas de los cojinetes. Los cálculos para cojinetes con flujo turbulento no pueden llevarse a cabo de acuerdo con esta parte de ISO 7902.

**4.7** El cálculo de cojinetes de deslizamiento tiene en cuenta los factores siguientes (empezando con las dimensiones del cojinete conocidas y los datos operacionales):

- La relación entre la capacidad de carga y el espesor de película del lubricante;
- La potencia perdida por fricción;
- El flujo de lubricante;
- El balance térmico.

Todos estos factores están estrechamente relacionados.

La solución se obtiene usando un método iterativo; la secuencia se muestra en el diagrama de la figura 1.

Para la optimización de parámetros individuales, puede aplicarse la variación de los parámetros: la modificación de la secuencia de cálculo es posible.

## 5 Símbolos y unidades

Vea figura 2 y tabla 1.

Espesor mínimo de la película del lubricante

$$h_{min} = \frac{D-D_j}{2} - e = 0,5 D \psi (1 - \varepsilon) \quad (5)$$

Donde la excentricidad relativa,  $\varepsilon$ , está dada por:

$$\varepsilon = \frac{e}{\frac{D-D_j}{2}} \quad (6)$$

Si:

$$\varphi_2 - (\pi - \beta) < \frac{\pi}{2} \quad (7)$$



entonces

$$h_{min} = 0,5 D \psi (1 + \varepsilon \cos \varphi_2) \quad (8)$$

## 6 Definición de símbolos

### 6.1 Capacidad de carga

Un parámetro característico para la capacidad de carga es el número adimensional de Sommerfield.

$$So = \frac{F \psi_{eff}^2}{D B \eta_{eff} \omega_h} = So \left( \varepsilon, \frac{B}{D}, \Omega \right) \quad (9)$$

Los valores de  $So$  son una función de la excentricidad relativa  $\varepsilon$ , la longitud relativa del cojinete  $B/D$  y el ángulo del segmento del cojinete, se encuentran en ISO 7902-2. Las variables  $\omega_h$ ,  $\eta_{eff}$  y  $\psi_{eff}$  tienen en cuenta los efectos térmicos, las velocidades angulares del eje, cojinete y fuerza del cojinete (vea 6.4 y 6.7)

La excentricidad relativa  $\varepsilon$ , describe, junto con el ángulo de posición (vea ISO 7902-2), la magnitud y posición del espesor mínimo de película del lubricante. Para un cojinete completo ( $\Omega=360^\circ$ ), el lubricante debe introducirse por la parte de mayor holgura o, con respecto a la dirección de rotación, un poco desplazado antes del ángulo ( $\beta$ ). Por esta razón es útil conocer el valor del ángulo de posición ( $\beta$ ).

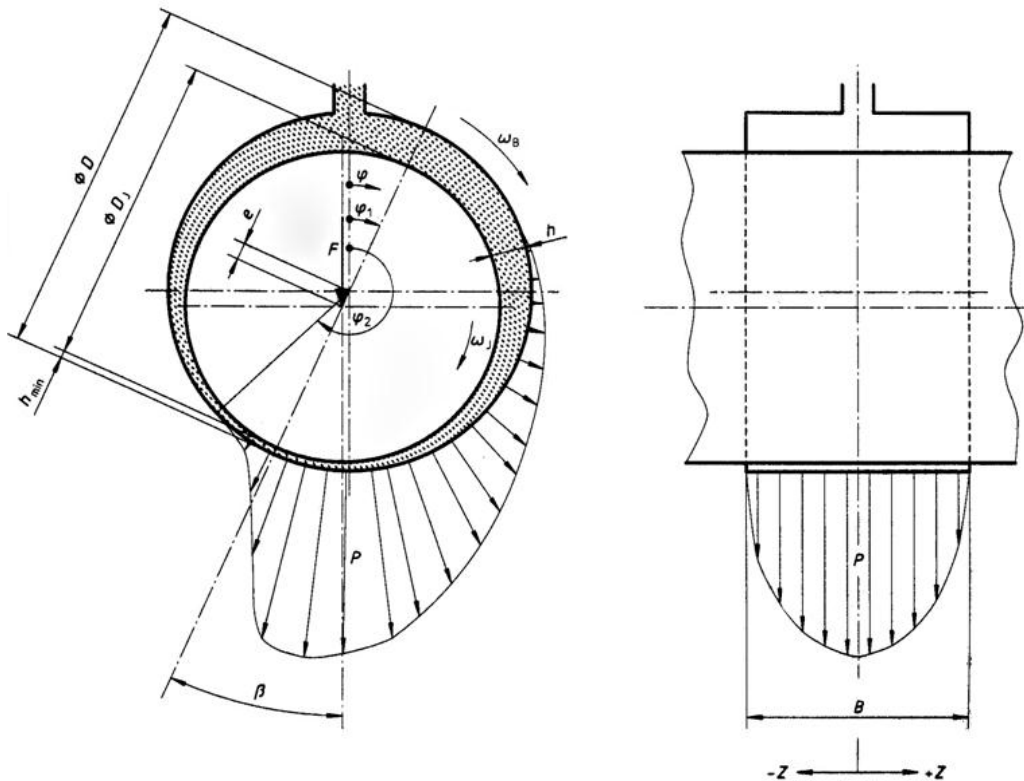


Figura 2 – Ilustración de símbolos

Tabla 1 – Símbolos y sus designaciones

Símbolo	Designaciones	Unidades
$A$	Área de transferencia de calor	$m^2$
$b_G$	Ancho de la ranura del cojinete	m
$B$	Ancho nominal del cojinete	m
$c$	Capacidad específica de calor del cojinete	J/(kg K)
$C$	Holgura nominal del cojinete	m
$C_{R,eff}$	Holgura radial efectiva del cojinete	m
$d_L$	Diámetro del agujero de entrada de aceite	m
$D$	Diámetro nominal del cojinete	m
$D_J$	Diámetro nominal del eje	m
$D_{J,max}$	Valor máximo del diámetro del eje	m
$D_{J,min}$	Valor mínimo del diámetro del eje	m
$D_{máx}$	Valor máximo del diámetro del cojinete	m
$D_{mín}$	Valor mínimo del diámetro del cojinete	m
$e$	Excentricidad entre el eje y el cojinete	m
$E$	Coefficiente de elasticidad	1
$f$	Coefficiente de fricción	1
$F$	Fuerza nominal	N
$F_f$	Fuerza de fricción en la zona cargada de la película del lubricante	N
$F_f'$	Fuerza de fricción en la zona no cargada de la película del lubricante	N
$G$	Módulo de esfuerzo cortante	1
$h$	Espesor de la película del lubricante local	m
$h_{lim}$	Espesor mínimo permisible de la película del lubricante	m
$h_{min}$	Espesor mínimo de la película del lubricante	m
$h_{wav}$	Amplitud de la ondulación de la superficie de deslizamiento	m
$h_{wav,eff}$	Amplitud de la ondulación efectiva de la superficie de deslizamiento	m
$h_{wav,eff,lim}$	Amplitud de la ondulación efectiva límite de la superficie de deslizamiento	m
$k_A$	Coefficiente de transferencia de calor exterior	W/(m <sup>2</sup> K)
$l_G$	Longitud de la ranura del aceite	m
$l_P$	Longitud de la concavidad del cojinete	m
$N_B$	Frecuencia de rotación del cojinete	m/s
$N_F$	Frecuencia de rotación de la fuerza del cojinete	m/s
$N_J$	Frecuencia de rotación del eje	m/s

Tabla 1 – Símbolos y sus designaciones (Continuación)

Símbolo	Designaciones	Unidades
$p$	Presión de la película del lubricante	Pa
$\bar{p}$	Presión específica del cojinete	Pa
$p_{en}$	Presión de alimentación del lubricante	Pa
$p_{lim}$	Presión máxima permisible de la película del lubricante	Pa
$\bar{p}_{lim}$	Presión máxima permisible específica del cojinete	Pa
$P_f$	Pérdidas de potencia por fricción	W
$P_{th}$	Potencia perdida que puede ser disipada	W
$P_{th,amb}$	Potencia perdida que puede ser disipada por convección	W
$P_{th,f}$	Potencia perdida por fricción	W
$P_{th,L}$	Potencia perdida que puede ser disipada por el lubricante	W
$Q$	Flujo de lubricante total	m <sup>3</sup> /s
$Q_1$	Flujo de lubricante a la entrada de la holgura	m <sup>3</sup> /s
$Q_2$	Flujo de lubricante a la salida de la holgura	m <sup>3</sup> /s
$Q_3$	Flujo de lubricante producto de la presión hidrodinámica	m <sup>3</sup> /s
$Q_3^*$	Coficiente de flujo de lubricante producto de la presión hidrodinámica	1
$Q_p$	Flujo de lubricante debido a la presión de alimentación del lubricante	m <sup>3</sup> /s
$Q_p^*$	Coficiente de flujo de lubricante debido a la presión de alimentación del lubricante	1
$Rz_B$	Rugosidad superficial de la zona de deslizamiento del cojinete	m
$Rz_J$	Rugosidad superficial de la zona de deslizamiento del eje	m
$Re$	Número de Reynolds	1
$So$	Número de Sommerfeld	1
$T_{amb}$	Temperatura ambiente	°C
$T_B$	Temperatura del cojinete	°C
$T_{B,0}$	Temperatura inicial asumida del cojinete	°C
$T_{B,1}$	Temperatura calculada producto de la iteración	°C
$T_{en}$	Temperatura del lubricante a la entrada del cojinete	°C
$T_{ex}$	Temperatura del lubricante a la salida del cojinete	°C
$T_{ex,0}$	Temperatura inicial del lubricante asumida a la salida del cojinete	°C
$T_{ex,1}$	Temperatura calculada del lubricante a la salida del cojinete	°C
$T_J$	Temperatura del eje	°C
$T_{lim}$	Temperatura máxima permisible en el cojinete	°C
$\bar{T}_L$	Temperatura media del lubricante	°C
$U_B$	Velocidad lineal (velocidad periférica) del cojinete	m/s

Tabla 1 – Símbolos y sus designaciones (Continuación)

Símbolo	Designaciones	Unidades
$U_J$	Velocidad lineal (velocidad periférica) del eje	m/s
$V_a$	Velocidad del aire de ventilación	m/s
$x$	Coordenada paralela a la superficie de deslizamiento en dirección circunferencial	m
$y$	Coordenada perpendicular a la superficie de deslizamiento	m
$z$	Coordenada paralela a la superficie de deslizamiento en dirección axial	m
$\alpha_{t,B}$	Coefficiente de expansión lineal del cojinete	$K^{-1}$
$\alpha_{t,J}$	Coefficiente de expansión lineal del eje	$K^{-1}$
$\beta$	Ángulo de altitud (posición angular excéntrica del eje relativa a la dirección de la carga)	°
$\delta_J$	Ángulo de desalineamiento del eje	rad
$\varepsilon$	Excentricidad relativa	1
$\eta$	Viscosidad dinámica del lubricante	Pa s
$\eta_{\text{eff}}$	Viscosidad dinámica efectiva del lubricante	Pa s
$\nu$	Viscosidad cinemática del lubricante	Pa s
$\xi$	Coefficiente de resistencia a la rotación en el área cargada de la película del lubricante	1
$\xi'$	Coefficiente de resistencia a la rotación considerando el área no cargada de la película del lubricante	1
$\xi_G$	Coefficiente de resistencia a la rotación en el área circunferencial de la ranura	1
$\xi_P$	Coefficiente de resistencia a la rotación en el área de la depresión del lubricante	1
$\rho$	Densidad del lubricante	$kg/m^3$
$\varphi$	Coordenada angular en dirección circunferencial	rad
$\varphi_1$	Coordenada angular del borde de ataque de la presión del lubricante	rad
$\varphi_2$	Coordenada angular en el borde de salida de la presión del lubricante	rad
$\psi$	Holgura relativa del cojinete	1
$\bar{\psi}$	Holgura media relativa del cojinete	1
$\psi_{\text{eff}}$	Holgura efectiva relativa del cojinete	1
$\psi_{\text{máx}}$	Holgura máxima relativa del cojinete	1
$\psi_{\text{mín}}$	Holgura mínima relativa del cojinete	1
$\omega_B$	Velocidad angular del cojinete	$s^{-1}$
$\omega_h$	Velocidad angular hidrodinámica	$s^{-1}$
$\omega_J$	Velocidad angular del eje	$s^{-1}$
$\Omega$	Ángulo del segmento del cojinete	°
$\Omega_G$	Ángulo del segmento de la ranura	°
$\Omega_P$	Ángulo del segmento de la cavidad de lubricación	°

## 6.2 Pérdidas por fricción

La fricción en un cojinete de deslizamiento hidrodinámico debido a los esfuerzos cortantes de la viscosidad está dada por el coeficiente de fricción  $f = F_f / F$  y las características adimensionales derivadas de la pérdida de potencia por fricción,  $\xi$  y  $f/\psi_{eff}$

$$\xi = \frac{F_f \psi_{eff}}{D B \eta_{eff} \omega_h} \quad (10)$$

$$\frac{f}{\psi_{eff}} = \frac{\xi}{S_o} \quad (11)$$

Esto puede ser aplicado si, las pérdidas por fricción sólo se encuentran en el área cargada de la película del lubricante.

Es necesario calcular la pérdida por fricción en ambas áreas, cargada y no cargada:

$$f, F_t \xi, f/\psi_{eff}$$

Se sustituyen por:

$$f', F_t', \xi', f'/\psi'_{eff}$$

en las ecuaciones (10) y (11). Esto significa que toda la holgura está llena de lubricante.

Los valores de  $f/\psi_{eff}$  y  $f'/\psi'_{eff}$  para los diferentes valores de  $\varepsilon$ ,  $B/D$  y  $\Omega$  también son dados en ISO 7902-2. Ella da también las ecuaciones de la aproximación, basado en (15), las cuales se usan para determinar los valores de pérdida por fricción en el cojinete tomando en cuenta la influencia de la lubricación de ranuras y cavidades.

La fricción en el cojinete o la cantidad de calor generado se da por:

$$P_f = P_{th,f} = f F \frac{D}{2} \omega_2 \quad (12)$$

$$P'_f = f' F \frac{D}{2} \omega_2 \quad (13)$$

## 6.3 Flujo de lubricante

El lubricante dentro del cojinete forma una película que separa las superficies de deslizamiento. El aumento de presión en esta película fuerza al lubricante a trasladarse por los extremos del cojinete. Ésta es la proporción de la pérdida de flujo lubricante  $Q$  como resultado del aumento de la presión hidrodinámica.

$$Q_3 = D^3 \psi_{eff} \omega_h Q_3^* \quad (14)$$

Donde

$Q_3^* = Q_3^*(\varepsilon, B/D, \Omega_1)$  se encuentra en ISO 7902-2.

Hay también un flujo de lubricante en la dirección periférica a través de la parte más estrecha de la holgura dentro del espacio divergente, holgura libre de presión. Para incrementos de carga con una holgura pequeña, sin embargo, esta proporción del flujo de lubricante es despreciable.

La presión de inyección de lubricante  $p_{en}$  fuerza a un lubricante adicional salirse por los extremos del cojinete de deslizamiento. Ésta es la cantidad  $Q_p$  de flujo lubricante como resultado de la presión de inyección.

$$Q_p = \frac{D^3 \psi_{eff}^3 p_{en}}{\eta_{eff}} Q_p^* \quad (15)$$

Donde

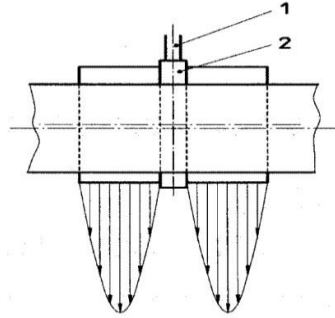
$Q_p^* = Q_p^*(\epsilon, B/D, \Omega_1)$  se observan en ISO 7902-2.

**6.3.1** Los elementos de suministro de lubricante son: orificios de lubricación, ranuras de lubricación y cavidades de lubricación. La presión de inyección del lubricante  $p_{en}$ , debe ser notablemente menor que la carga específica del cojinete  $p$ , para evitar cargas hidrostáticas adicionales. Normalmente  $p_{en}$  se encuentran entre 0.05 Mpa y 0.2 Mpa. La profundidad de las ranuras de lubricación y las cavidades de lubricación son considerablemente mayores que la holgura del cojinete.

**6.3.2** Las ranuras de lubricación son elementos diseñados para distribuir el lubricante en la dirección circunferencial. Las que están maquinadas dentro de la superficie de deslizamiento corren circunferencialmente y su ancho es más pequeño en la dirección axial. Si se localizan las ranuras de lubricación cerca de una elevación de presión, la distribución de presión es dividida en dos lóbulos de presión independientes y la capacidad de carga es notablemente reducida (vea figura 3). En este caso, el cálculo se llevará a cabo para la mitad de la carga aplicada a cada mitad del cojinete. Sin embargo, debido al aumento de presión hidrodinámica  $Q_3$ , sólo la mitad del flujo lubricante se tendrá en cuenta en el balance de las pérdidas de calor (vea 6.4), dado que el retorno en la ranura de lubricación no juega ningún papel en la disipación del calor. Es más ventajoso, para un cojinete completo colocar la ranura de lubricación en la parte no cargada. La cantidad de flujo lubricante total  $Q_p$  entra en el balance térmico.

**6.3.3** Las cavidades de lubricación son los elementos para distribuir el lubricante a lo largo del cojinete. La hendidura maquinada en la superficie de deslizamiento se orienta en dirección axial y debe ser tan corta como sea posible en dirección circunferencial. Las longitudes relativas de las cavidades deben ser tales que  $b_p/B < 0,7$ . Aunque valores mayores aumentan de flujo de aceite, el lubricante que emerge por los intersticios de los retenes no toma ninguna parte en la disipación del calor. Esto es más palpable si los retenes son penetrados axialmente. Para cojinetes completos ( $\Omega = 360^\circ$ ), es maquinada una cavidad opuesta a la dirección de la carga, así como dos cavidades normales de lubricación en la dirección de la carga. Dado que el flujo lubricante, incluso en la parte no cargada del cojinete, mantiene disipación del calor producto de la fricción por cizallamiento, las cavidades de lubricación se tendrán en cuenta en el balance térmico. Para segmentos ( $\Omega < 360^\circ$ ) el flujo lubricante debido a la presión de inyección a través de las cavidades de lubricación a la entrada o salida del segmento no hace prácticamente ninguna contribución a la disipación del calor, dado que las cavidades de lubricación están escasamente restringidas a los extremos del segmento y la proporción mayor de este flujo lubricante emerge directamente.

Si el lubricante llena el área cargada del cojinete y no hay lubricante en la parte no cargada entonces la disipación de calor se toma en cuenta como el flujo de lubricante solamente en la parte cargada.



- 1- Agujero de lubricación.  
2- Ranura de lubricación

La influencia del tipo y disposición de los elementos de inyección de lubricantes en el flujo de lubricante es tratado en ISO 7902-2.

El flujo lubricante total se da por

$$Q = Q_3 \quad (16)$$

Para el lubricante que llena sólo el área cargada del cojinete.

$$Q = Q_3 + Q_p \quad (17)$$

Para el lubricante que llena totalmente la holgura de lubricación incluyendo el área no cargada, es decir,  $2\pi$ .

## 6.4 Balance térmico

La condición térmica del cojinete de deslizamiento puede ser obtenido del balance térmico. El flujo de calor  $P_{th,f}$ , producido por la fricción en el cojinete  $P_f$ , es disipado a través de la chumacera al medio ambiente y por el lubricante que emerge del cojinete. En la práctica, uno u otro de los dos tipos de dispersión de calor domina. En la etapa de diseño se desprecia uno, obteniéndose un margen de seguridad adicional. Puede ser asumido lo siguiente:

- Cojinetes lubricados sin presión (por ejemplo la lubricación de anillo) disipa el calor principalmente por convección al medio ambiente:  $P_{th,f} = P_{th,amb}$
- Cojinetes lubricados por presión el calor se disipa principalmente a través del lubricante:  $P_{th,f} = P_{th,L}$

### 6.4.1 Disipación de calor por convección

La disipación de calor por convección tiene lugar en la chumacera por conducción térmica por radiación y convección desde la superficie de la chumacera al medio ambiente. Los procesos complejos durante la transferencia de calor pueden ser resumidos como:

$$P_{th,amb} = k_A A (T_B - T_{amb}) \quad (18)$$

Donde

$$k_A = 15 \text{ a } 20 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$$

o, ventilando la chumacera con aire a la velocidad de  $v_a > 1.2 \text{ m/s}$

$$k_A = 7 + 12\sqrt{V_a} \quad (19)$$

(Vea [3] y [4])

Cuando el área de la superficie de emisión de calor,  $A$ , de la chumacera no se conozca exactamente, la siguiente ecuación puede usarse como una aproximación:

- para chumacera cilíndrica:

$$A = 2\frac{\pi}{4}(D_H^2 - D^2) + \pi D_H B_H \quad (20)$$

- para pedestal del cojinete:

$$A = \pi H \left( B_H + \frac{H}{2} \right) \quad (21)$$

- por cojinetes en la estructura de la máquina :

$$A = (15 \text{ a } 20) D B \quad (22)$$

$B_H$  - Ancho de la chumacera del cojinete.

$D_H$  - Diámetro externo de la chumacera.

$H$  - Altura total del pedestal del cojinete.

#### 6.4.2 Disipación de calor a través del lubricante

En el caso de lubricación forzada, la disipación de calor es a través del lubricante:

$$P_{th,L} = \rho c Q (T_{ex} - T_{en}) \quad (23)$$

Para los lubricantes minerales, el volumen-específico del calor se da por:

$$\rho c = 1,8 * 10^6 \text{ J}/(\text{m}^3 * \text{K}) \quad (24)$$

Del balance térmico:

$P_{th,f} = P_{th,amb}$  Para cojinetes lubricados sin presión

$P_{th,f} = P_{th,L}$  Para cojinetes lubricados con presión

Esto da la temperatura del cojinete  $T_B$  (vea [15]) y temperatura de salida del lubricante  $T_{ex}$ . (vea [15]). La temperatura efectiva de la película de lubricante con relación a la viscosidad del lubricante es:

a) en el caso de convección pura:  $T_{eff} = T_B$



b) en el caso de disipación de calor a través del lubricante:  $T_{\text{eff}} = 0.5 (T_{\text{en}} + T_{\text{ex}})$

A velocidad periférica alta, es posible seleccionar, en lugar de estos valores, una temperatura que esté más cerca de la temperatura de salida del lubricante.

Los valores calculados para  $T_B$  y  $T_{\text{ex}}$  se verificarán mediante la comparación con los parámetros operacionales permisibles  $T_{\text{lim}}$  que se encuentran en ISO 7902-3.

En la secuencia de cálculo, al principio sólo los datos operacionales  $T_{\text{amb}}$  o  $T_{\text{en}}$  son conocidos, pero no la temperatura efectiva  $T_{\text{eff}}$  que se requiere al comienzo del cálculo. La solución se obtiene comenzando el cálculo con una temperatura estimada, es decir:

$$\text{a) } T_{B,0} - T_{\text{amb}} = 20 \text{ K}$$

$$\text{b) } T_{\text{ex},0} - T_{\text{en}} = 20 \text{ K}$$

y las temperaturas correspondientes  $T_{\text{eff}}$ . Del equilibrio de calor, se obtienen las temperaturas corregidas  $T_{B,1}$  o  $T_{\text{ex},1}$ , que, promediando con las temperaturas previamente asumidas ( $T_{B,0}$  o  $T_{\text{ex},0}$ ), son iterativamente mejoradas hasta la diferencia entre los valores con el índice 0 y 1 es despreciablemente pequeño, por ejemplo 2 K. La condición entonces obtenida corresponde a la condición estable. Durante los pasos iterativos, se tendrán en cuenta los factores influyentes dados en 6.7. Como regla, la iteración converge rápidamente. También puede reemplazarse por interpolación gráfica en que, para el cálculo  $P_{\text{th},f}$  y  $P_{\text{th},\text{amb}}$  o  $P_{\text{th},L}$ , varias diferencias de temperatura son asumidas. Si los flujos de calor  $P_{\text{th},\text{amb}} = f(T_B)$  o  $P_{\text{th},L} = f(T_{\text{ex}})$  se plotean, entonces la condición estable se da por la intersección de las dos curvas (vea la figura A.1).

### 6.5 Espesor mínimo de la película lubricante y carga específica del cojinete

La holgura,  $h$ , en un cojinete cilíndrico circular con desplazamiento del árbol es dado por:

$$h_{\text{min}} = 0,5 D \psi_{\text{eff}} (1 + \varepsilon \cos \varphi) \quad (25)$$

Comenzando por  $\varphi = \varphi_1$ , en la parte más ancha de la holgura (ver figura 1)

El espesor mínimo de la película de lubricante

$$h_{\text{min}} = 0,5 D \psi_{\text{eff}} (1 - \varepsilon) \quad (26)$$

se compara con el parámetro operacional permisible  $h_{\text{lim}}$  especificado en ISO 7902-3.

La carga específica del cojinete

$$\bar{p} = \frac{F}{D B} \quad (27)$$

se compara con el parámetro operacional permisible  $p_{\text{lim}}$  especificado en ISO 7902-3.

### 6.6 Condiciones operacionales

El cojinete de deslizamiento debe ser operado bajo diferentes variantes de condiciones de operación por períodos largos, entonces, se verificarán para el más desfavorable  $p$ ,  $h_{\text{min}}$  y  $T_B$ . Primero, se llegará a una decisión de si el cojinete puede lubricarse sin presión y si es

suficiente la disipación de calor por la convección. El caso térmico más desfavorable se investigará, que, como regla, corresponde a una condición que opera a una alta frecuencia de rotación junto con una elevada carga. Si, por convección pura, ocurre un calentamiento excesivo del cojinete, que incluso aumentando las dimensiones del cojinete o del área de la superficie de la chumacera a su dimensión máxima posible no puede bajarse a los valores permisibles, entonces la lubricación forzada y el enfriamiento por aceite son necesarios.

Si una condición de operación bajo carga térmica alta (baja viscosidad dinámica del lubricante) se sigue directamente por una con alta carga específica del cojinete y frecuencia de rotación baja, esta nueva condición de operación debe investigarse mientras se mantiene en la condición térmica del punto de operación precedente.

La transición a la fricción mixta es debida al contacto de las crestas de las rugosidades del eje y las del cojinete bajo el criterio  $h_{lim}$  especificado en ISO 7902-3, por tanto la deformación también será tenida en cuenta. Una excentricidad de transición:

$$\varepsilon_u = 1 - \frac{h_{lim}}{\frac{D}{2} \psi_{eff}} \quad (28)$$

y un número de Sommerfeld de transición:

$$S_{O_u} = \frac{F \psi_{eff}^2}{D B \eta_{eff} \omega_h} = f\left(\varepsilon_u, \frac{B}{D}, \Omega\right) \quad (29)$$

(Ver ISO 7902-2)

Puede asignarse a este valor. Así, las condiciones individuales de transición (carga, viscosidad, velocidad de rotación) pueden determinarse. La condición de transición puede describirse por sólo tres parámetros coexistentes. Para poder determinar uno de ellos, los otros dos tienen que ser sustituidos de la manera apropiada a esta condición. Para una rápida parada de la máquina, el estado térmico corresponde principalmente a la condición previa de operación continua de carga térmica alta. Si el enfriamiento es interrumpido inmediatamente después de apagada la máquina, puede producir una acumulación de calor en el cojinete, y así un valor menos favorable será seleccionado para  $\eta_{eff}$ . Si la máquina se detiene lentamente, se espera una disminución de la temperatura del lubricante o el cojinete.

## 6.7 Otros factores de influencia

El procedimiento del cálculo se aplica a una operación estable, en particular para cargas constantes en magnitud y dirección y en la que el árbol y el cojinete giran a una velocidad uniforme. La velocidad angular efectiva se da por:

$$\omega_h = \omega_J + \omega_B \quad (30)$$

El procedimiento del cálculo, sin embargo, también se aplica para el caso de una carga constante que gira a una velocidad angular. En este caso, la velocidad angular se da por:

$$\omega_h = \omega_J + \omega_B - 2 \omega_J \quad (31)$$

Para una fuerza de rotación desbalanceada del árbol ( $\omega_F = \omega_J$ ), entonces:

$$\omega_h = -\omega_J + \omega_B \quad (32)$$

El valor absoluto de  $\omega_h$  se usará para calcular el número de Sommerfeld. Esto se tendrá presente en el caso donde  $\omega_h < 0$ , la excentricidad del eje está en el ángulo  $-\beta$  (vea figura 4).

NOTA: Todos los movimientos rotatorios y las direcciones angulares son positivas con respecto a la dirección de rotación del eje.

La viscosidad dinámica es estrechamente dependiente en la temperatura. Es necesario conocer la dependencia de la temperatura del lubricante y su especificación (vea ISO 3448). La viscosidad dinámica efectiva  $\eta_{eff}$ , es determinada por medio de la temperatura efectiva de la película lubricante,  $T_{eff}$ ; esto es que resulta de promediar las temperaturas  $T_{en}$  y  $T_{ex}$  y no de promediar las viscosidades dinámicas  $\eta(T_{eff})$  y  $\eta(T_{eff})$ .

La viscosidad dinámica también dependiente de la presión, pero a un grado menor. Para cojinetes bajo condiciones estables y bajo carga normales de presión específica  $p$ , la dependencia de la presión puede, sin embargo, despreciarse. El despreciar la dependencia de la presión representa un factor adicional de seguridad en el diseño.

Para lubricantes no Newtonianos (aceites intrínsecamente viscosos, aceites multigrados) las fluctuaciones reversibles e irreversibles en la viscosidad ocurren como una función de carga cortante dentro de la holgura de lubricación y de la vida útil. Estos efectos sólo se investigan para unos pocos lubricantes y no se tienen en cuenta en ISO 7902.

La holgura de operación del cojinete resulta del ajuste y la dilatación del eje y del cojinete. En la condición de instalación (20 °C), la holgura relativa del cojinete es dada por:

$$\psi_{max} = \frac{D_{max} - D_{J,min}}{D} \quad (33)$$

$$\psi_{min} = \frac{D_{min} - D_{J,max}}{D} \quad (34)$$

$$\bar{\psi} = 0,5 (\psi_{max} + \psi_{min}) \quad (35)$$

El factor decisivo en el cálculo de la holgura relativa efectiva del cojinete,  $\Psi_{eff}$ , a la temperatura de la película  $T_{eff}$ , la cual puede considerarse - sujeto a los valores asumidos en 3.5 - como la temperatura del cojinete y el eje. En la medida en que el coeficiente de expansión lineal  $\alpha_{i,J}$  del árbol y  $\alpha_{i,B}$  del cojinete no difieran, la holgura en frío (20 °C) es igual a la holgura en caliente ( $T_{eff}$ ). El eje y el cojinete (el cojinete y la chumacera) muestran temperaturas diferentes ( $T_J$ ,  $T_B$ ) debido a las influencias externas, esto se tendrá en cuenta [vea la ecuación (31)]. La expansión lineal de la capa delgada del cojinete puede despreciarse.

Para el coeficiente de expansión lineal que difiere para el eje y el cojinete, el cambio térmico de la holgura relativa del cojinete se da por:

$$\Delta\psi = (\alpha_{i,B} - \alpha_{i,J})(T_{eff} - 20^\circ C) \quad (36)$$

$$\Delta\psi = \alpha_{i,B} (T_B - 20^\circ C) - \alpha_{i,J} (T_s - 20^\circ C) \quad (37)$$

$$\psi_{eff} = \bar{\psi} + \Delta\psi \quad (38)$$

Valores operacionales permisibles para la holgura del cojinete se dan en ISO 7902-3.

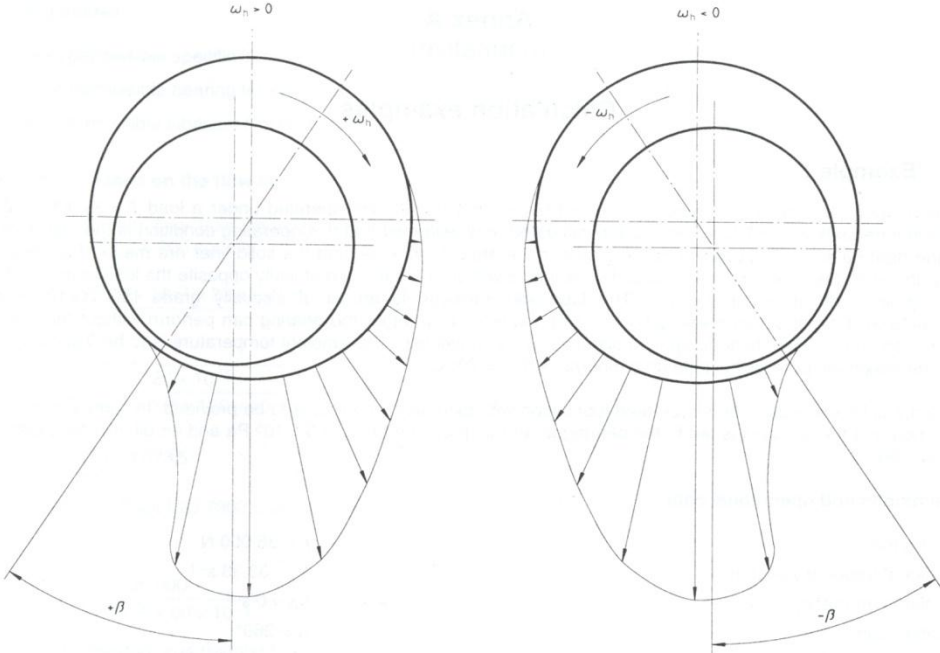


Figura 4

**Anexo A**  
**(normativo)**  
**Ejemplos de cálculo**

**A.1 Ejemplo 1**

Un cojinete completo ( $\Omega = 360^\circ$ ) con dimensiones  $D = 120$  y mm de  $B = 60$  mm, que opera bajo una carga  $F = 36\,000$  N a una frecuencia de rotación  $N_J = 33,33$  s<sup>-1</sup> será investigado. Es asumido que esta es la condición de operación crítica es la crítica para el balance térmico. La chumacera, de área de superficie  $A = 0,3$  m<sup>2</sup>, y la concha sólida es de aleación de aluminio, el árbol es de acero. Se suministra el aceite a través de un agujero con  $d_L = 5$ , diametralmente opuesto al área cargada en la concha del cojinete, como muestra la figura 1. El lubricante empleado es un aceite de viscosidad ISO VG 100 (vea ISO 3448-3). En primer lugar, una investigación será hecha acerca de si el cojinete puede trabajar sin lubricación forzada. En este caso, la disipación de calor ocurre sólo por convección. La temperatura ambiente es ser  $T_{amb} = 40^\circ\text{C}$  y la temperatura máxima permisible es  $T_{lim} = 70^\circ\text{C}$ .

Si  $T_{lim}$  se excede, entonces la lubricación forzada con enfriamiento exterior del lubricante será aplicado. En ese caso, es supuesto que el lubricante se inyecta al cojinete a un sobrepresión de  $p_{en} = 5 \times 10^5$  Pa y una temperatura de entrada de aceite de  $T_{en} = 58^\circ\text{C}$ .

**Dimensiones y datos operacionales**

Fuerza aplicada	$F = 36\,000$ N
Frecuencia de rotación del árbol	$N_J = 33,33$ s <sup>-1</sup>
Frecuencia rotatoria del cojinete	$N_B = 0$ s <sup>-1</sup>
Angulo del segmento del cojinete	$\Omega = 360^\circ$
Diámetro máximo del cojinete	$D_{m\acute{a}x} = 120,070 \times 10^{-3}$ m
Diámetro mínimo del cojinete	$D_{m\acute{i}n} = 120,050 \times 10^{-3}$ m
Diámetro del agujero de lubricación	$d_L = 5 \times 10^{-3}$ m
Diámetro máximo de árbol	$D_{J,m\acute{a}x} = 119,950 \times 10^{-3}$ m
Diámetro mínimo de árbol	$D_{J,m\acute{i}n} = 119,930 \times 10^{-3}$ m
Longitud relativa del cojinete	$B/D = 0,5$
Rugosidad superficial del cojinete	$Rz_B = 2 \times 10^{-6}$ m
Rugosidad superficial del eje	$Rz_J = 1 \times 10^{-6}$ m
Coefficiente de expansión de calor del cojinete	$\alpha_{l,B} = 23 \times 10^{-6}$ K <sup>-1</sup>
Coefficiente de expansión de calor del árbol	$\alpha_{l,J} = 11 \times 10^{-6}$ K <sup>-1</sup>
Lubricante	ISO VG 100

$T_{eff}$ °C	$\eta_{eff}(T_{eff})$ Pa.s
40	0.098
50	0.057
60	0.037
70	0.025

Área de transferencia de calor de la superficie de la chumacera	$A = 0,3 \text{ m}^2$
Coefficiente de transferencia de calor	$k_A = 20 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$
Temperatura ambiente	$T_{\text{amb}} = 40^\circ\text{C}$
Temperatura de entrada del lubricante para lubricación forzada	$T_{\text{en}} = 58^\circ\text{C}$
Sobrepresión de inyección del lubricante para lubricación forzada	$p_{\text{en}} = 5 \times 10^5 \text{ Pa}$
Calor específico por volumen de lubricante	$\rho c = 1.8 \times 10^6 \text{ J}/(\text{m}^3.\text{K})$

**Valores límites**

Carga máxima específica permisible del cojinete	$\bar{p}_{\text{lim}} = 10 \times 10^6 \text{ Pa s}$
Temperatura máxima permisible del cojinete	$T_{\text{lim}} = 70^\circ\text{C}$
Mínimo espesor permisible de la película de lubricante	$h_{\text{lim}} = 9 \times 10^{-6} \text{ m}$

**Cálculo basado en el diagrama de la figura 1.**

Verifique el flujo laminar [vea la ecuación (4)] a una temperatura del cojinete asumida  $T_{B,0} = 60^\circ\text{C}$  y una densidad del lubricante asumida  $\rho = 900 \text{ kg}/\text{m}^3$ :

$$Re = \frac{\pi \times 120 \times 10^{-3} \times 33,33 \times 1,48 \times 10^{-3} \times 120 \times 10^{-3} \times 900}{2 \times 0,037} = 27,14$$

$$< 41,3 \sqrt{\frac{120 \times 10^{-3}}{1,48 \times 10^{-3} \times 120 \times 10^{-3}}} = 1073,5 \tag{A.1}$$

$$Re = 27,14 < 1073,5$$

El flujo es laminar ISO 7902 es aplicable en este caso.

De la ecuación (27):

$$\bar{p} = \frac{36000}{120 \times 10^{-3} \times 60 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^6 \text{ Pa} \tag{A.2}$$

La presión específica del cojinete  $\bar{p}$  es permisible, si  $\bar{p} < \bar{p}_{\text{lim}}$ .

**Disipación de calor por convección.**

Se asume la temperatura inicial del cojinete

$$T_{B,0} = T_{\text{eff}} = 60^\circ\text{C}$$

La viscosidad dinámica efectiva del cojinete a  $T_{\text{eff}} = 60^\circ\text{C}$  de los parámetros de entrada.

$$\eta_{\text{eff}} = 0.037 \text{ Pa s}$$

Holgura relativa del cojinete [vea la ecuación (33), (34) y (35)]

$$\psi_{\text{máx}} = \frac{(120,070 - 119,930) \times 10^{-3}}{120 \times 10^{-3}} = 1,1667 \times 10^{-3}$$

$$\psi_{\min} = \frac{(120,050 - 119,950) \times 10^{-3}}{120 \times 10^{-3}} = 0,833 \times 10^{-3} \quad (\text{A.3})$$

$$\bar{\psi} = 0,5 (1,1667 + 0,833) \times 10^{-3} = 10^{-3}$$

Cambios térmicos de la holgura relativa del cojinete [vea la ecuación (36)]

$$\Delta\psi = (23 - 11) \times 10^{-6} \times (60 - 20) = 0,48 \times 10^{-3} \quad (\text{A.4})$$

Holgura relativa efectiva del cojinete [vea la ecuación (38)]

$$\psi_{\text{eff}} = (1 + 0,48) \times 10^{-3} = 1,48 \times 10^{-3} \quad (\text{A.5})$$

Velocidad angular efectiva [vea la ecuación (30)]

- Velocidad angular del árbol:

$$\omega_J = 2 \times \pi \times N_J = 209,42 \text{ s}^{-1} \quad (\text{A.6})$$

- Velocidad angular del cojinete:

$$\omega_B = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$\omega_h = 209,42 + 0 = 209,42 \text{ s}^{-1} \quad (\text{A.8})$$

Número de Sommerfeld [vea la ecuación (9)]

$$S_o = \frac{36000 \times 1,48^2 \times 10^{-6}}{120 \times 10^{-3} \times 60 \times 10^{-3} \times 0,037 \times 209,42} = 1,408 \quad (\text{A.9})$$

Excentricidad relativa (vea ISO 7902-2)

$$\varepsilon = f\left(S_o, \frac{B}{D}, \Omega\right) = 0,773 \quad (\text{A.10})$$

Espesor mínimo de película de lubricante [vea la ecuación (26) y figura 1]

$$h_{\min} = 0,5 \times 120 \times 10^{-3} \times 1,48 \times 10^{-3} \times (1 - 0,773) = 20,2 \times 10^{-6} \text{ m} \quad (\text{A.11})$$

Coefficiente de fricción específico [vea la ecuación (11) e ISO 7902-2]

$$\frac{f'}{\psi_{\text{eff}}} = f\left(S_o, \frac{B}{D}, \Omega\right) = 3,68 \quad (\text{A.12})$$

Coefficiente de fricción:

$$f' = \frac{f'}{\psi_{\text{eff}}} \times \psi_{\text{eff}} = 3,68 \times 1,48 \times 10^{-3} = 5,45 \times 10^{-3} \quad (\text{A.13})$$

Flujo de calor producto de la fricción en el cojinete [vea la ecuación (12)]

$$P_{th,f} = 5,45 \times 10^{-3} \times 36000 \times \frac{120 \times 10^{-3}}{2} \times 209,42 = 2465,3 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 2465,3 \text{ W} \quad (\text{A.14})$$

Flujo de calor a través de la chumacera y el árbol al medio ambiente [vea la ecuación (18)]

$$P_{th,amb} = 20 \times 0,3 \times (T_{B,1} - 40)$$

De  $P_{th,f} = P_{th,amb}$  se tiene que

$$T_{B,1} = \frac{2465,3}{20 \times 0,3} + 40 = 450,9 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{A.15})$$

Dado que  $T_{B,1} > T_{B,0}$  la temperatura del cojinete asumida  $T_{B,0} = 60 \text{ } ^\circ\text{C}$  tiene que ser corregida.

Es mejorada la temperatura del cojinete asumida:

$$T_{B,0}^i + 1 = T_{B,0}^i + 0,2(T_{B,1}^i - T_{B,0}^i) = 60 + 0,2 \times (450,9 - 60) = 138,18 \text{ } ^\circ\text{C}$$

NOTA Se pueden asumir valores de diferentes formas.

Los siguientes pasos de la iteración están dados en la Tabla A.1. En el quinto paso del cálculo, la diferencia entre la temperatura asumida del cojinete  $T_{B,0}$  y la temperatura calculada del cojinete  $T_{B,1}$  es menor de  $1 \text{ } ^\circ\text{C}$ . La temperatura del cojinete  $T_B$  se ha calculado con un grado suficiente de exactitud.

Dado que  $T_B > T_{lim}$  la disipación de calor por convección no es suficiente. Este cojinete tiene que ser, por consiguiente, enfriado por lubricante (lubricación forzada).

Tabla A.1

Variable	Unidades	Pasos de cálculo				
		1	2	3	4	5
$T_{B,0} =$	$^\circ\text{C}$	60	138,2	135,5	134,4	133,8
$\eta_{eff}$	Pa.s	0,037	0,0036	0,0039	0,00395	0,004
$\Psi_{eff}$	1	$1,48 \times 10^{-3}$	$2,392 \times 10^{-3}$	$2,386 \times 10^{-3}$	$2,373 \times 10^{-3}$	$2,36 \times 10^{-3}$
So	1	1,408	37,95	34,85	34,04	33,24
$\varepsilon$	1	0,773	0,997	0,974	0,9738	0,973
$h_{min}$	m	$20,2 \times 10^{-6}$	$3,3 \times 10^{-6}$	$3,72 \times 10^{-6}$	$3,73 \times 10^{-6}$	$3,82 \times 10^{-6}$
$f' / \Psi_{eff}$	1	3,68	0,47	0,501	0,508	0,52
$P_f$	W	2 465,3	508,55	540,7	545,3	558,18
$T_B$	$^\circ\text{C}$	450,9	124,8	130,1	131,2	133
$T_{B,0}$	$^\circ\text{C}$	138,2	135,5	134,4	133,8	

**Disipación de calor a través del lubricante (lubricación forzada)**

Se asume la temperatura inicial de salida del lubricante:

$$T_{ex,0} = T_{en} + 20 \text{ } ^\circ\text{C} = 78 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{A.16})$$

Temperatura efectiva de la película de lubricante (vea 6.4):



$$T_{eff} = 0,5 \times (58 + 78) = 68 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{A.17})$$

La viscosidad dinámica efectiva del lubricante a  $T_{eff} = 68 \text{ } ^\circ\text{C}$  de los parámetros dados:

$$\eta_{eff} = 0,027 \text{ Pa} \cdot \text{s} \quad (\text{A.18})$$

Cambios térmicos de la holgura relativa del cojinete [vea la ecuación (36)]

$$\Delta\psi = (23 - 11) \times 10^{-6} \times (68 - 20) = 0,576 \times 10^{-3} \quad (\text{A.19})$$

Holgura relativa efectiva del cojinete [vea la ecuación (38)]

$$\psi_{eff} = (1 + 0,576) \times 10^{-3} = 1,576 \times 10^{-3} \quad (\text{A.20})$$

Número de Sommerfeld [vea la ecuación (9)]

$$S_o = \frac{36000 \times 1,576^2 \times 10^{-6}}{120 \times 10^{-3} \times 60 \times 10^{-3} \times 0,027 \times 209,42} = 2,196 \quad (\text{A.21})$$

Excentricidad relativa (vea ISO 7902-2) (A.22)

$$\varepsilon = f\left(S_o, \frac{B}{D}, \Omega\right) = 0,825$$

Espesor mínimo de la película de lubricante [vea la ecuación (26) y figura 1]

$$h_{min} = 0,5 \times 120 \times 10^{-3} \times 1,576 \times 10^{-3} \times (1 - 0,825) = 16,35 \times 10^{-6} \text{ m} \quad (\text{A.23})$$

Coefficiente de fricción específico [vea la ecuación (11) e ISO 7902-2] (A.24)

$$\frac{f'}{\psi_{eff}} = f\left(S_o, \frac{B}{D}, \Omega\right) = 2,78$$

Coefficiente de fricción

$$f' = \frac{f'}{\psi_{eff}} \times \psi_{eff} = 2,78 \times 1,576 \times 10^{-3} = 4,881 \times 10^{-3} \quad (\text{A.25})$$

Flujo de calor debido a la fricción en el cojinete [vea la ecuación (12)]

$$P_{th,f} = 4,881 \times 10^{-3} \times 36000 \times \frac{120 \times 10^{-3}}{2} \times 209,42 = 1981,7 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1981,7 \text{ W} \quad (\text{A.26})$$

Gasto del flujo de lubricante debido a la generación de presión interna [vea la ecuación (14) e ISO 7902-2]

$$Q_3 = 120^3 \times 10^{-9} \times 1,576 \times 10^{-3} \times 209,42 \times 0,0968 = 55,21 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} \quad (\text{A.27})$$

Gasto del flujo de lubricante debido a la presión de inyección [vea la ecuación (10) de ISO 7902-2]

$$q_L = 1,204 + 0,368 \times \frac{5}{60} - 1,046 \times \left(\frac{5}{60}\right)^2 + 1,942 \times \left(\frac{5}{60}\right)^3 = 1,228 \quad (\text{A.28})$$

$$Q_p^* = \frac{\pi}{48} \times \frac{(1+0,825)^3}{\ln\left(\frac{60}{5}\right) \times 1,228} = 0,1304 \quad (\text{A.29})$$

$$Q_p = \frac{120^3 \times 10^{-9} \times 1,576^3 \times 10^{-9} \times 5 \times 10^5}{0,027} \times 0,1304 = 16,33 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} \quad (\text{A.30})$$

Gasto del flujo lubricante [vea la ecuación (17)]

$$Q = (55,21 + 16,33) \times 10^{-6} = 71,54 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} \quad (\text{A.31})$$

Flujo de calor a través del lubricante [vea la ecuación (23)]

$$P_{th,L} = 1,8 \times 10^6 \times 71,54 \times 10^{-6} \times (T_{ex} - 58) \quad (\text{A.32})$$

Por lo tanto  $P_{th,f} = P_{th,L}$

$$T_{ex,1} = \frac{1981,7}{1,8 \times 10^6 \times 71,54 \times 10^{-6}} + 58 = 73,4 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{A.33})$$

Dado que  $T_{ex} < T_{ex,0}$  la temperatura de salida del lubricante asumida de  $T_{ex,0} = 78 \text{ } ^\circ\text{C}$  tiene que ser corregida.

Es mejorada la temperatura de salida del lubricante asumida :

$$T_{ex,0} = 0,5 \times (78 + 73,4) = 75,7 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{A.34})$$

Los siguientes pasos de la iteración se dan en la Tabla A.2.

**Tabla A.2**

Variable	Unidades	Pasos de cálculo		
		1	2	3
$T_{en}$	$^\circ\text{C}$	58	58	58
$T_{ex,0}$	$^\circ\text{C}$	78	75,7	74,9
$T_{eff}$	$^\circ\text{C}$	68	66,85	66,45
$\eta_{eff}$	Pa s	0,0271	0,0283	0,0287
$\Psi_{eff}$	1	$1,576 \times 10^{-3}$	$1,562 \times 10^{-3}$	$1,557 \times 10^{-3}$
$S_o$	1	1,196	2,057	2,023
$\varepsilon$	1	0,8254	0,8246	0,818
$h_{min}$	m	$16,55 \times 10^{-6}$	$16,87 \times 10^{-6}$	$17 \times 10^{-6}$
$f'/\Psi_{eff}$	1	2,78	2,84	2,9
$P_f$	W	1 981,7	2 006 × 65	2 038,96
$Q_3$	$\text{m}^3/\text{s}$	$55,21 \times 10^{-6}$	$54,49 \times 10^{-6}$	$54,09 \times 10^{-6}$
$Q_p$	$\text{m}^3/\text{s}$	$16,33 \times 10^{-6}$	$15,04 \times 10^{-6}$	$14,64 \times 10^{-6}$
$Q$	$\text{m}^3/\text{s}$	$71,54 \times 10^{-6}$	$69,53 \times 10^{-6}$	$68,73 \times 10^{-6}$
$T_{ex,1}$	$^\circ\text{C}$	73,4	74	74,5
$T_{ex,0}$	$^\circ\text{C}$	75,7	74,9	

En el tercer paso del cálculo, la diferencia entre la temperatura inicial de salida del lubricante asumida  $T_{ex,0}$  y la temperatura de salida calculada  $T_{ex,1}$  ,es más pequeña que  $1 \text{ } ^\circ\text{C}$ . La

temperatura de salida del lubricante  $T_{ex}$  se ha calculado por consiguiente con un grado suficiente de exactitud.

Dado que  $T_{ex} > T_{lim}$ , la temperatura de salida del lubricante es permisible.

Dado que  $h_{min} > h_{lim}$ , el espesor mínimo de la película lubricante es permisible.

En lugar del cálculo por iteración, es posible usar la interpolación gráfica. Esto se hace realizando el cálculo para una serie de temperaturas asumidas  $T_B$  o  $T_{ex}$  esperadas (que cubran el rango de solución esperada).

En la Tabla A.3, todos los resultados intermedios para el caso de disipación de calor a través del lubricante (lubricación forzada) son dados. El cuarto paso del cálculo da los mismos valores que la solución gráfica mostrada en la figura A.1.

**Tabla A.3**

Variable	Unidades	Pasos de cálculo			
		1	2	3	4
$T_{en}$	°C	58	58	58	58
$T_{ex}$	°C	62	82	102	74,87
$T_{eff}$	°C	60	70	80	66,44
$\eta_{eff}$	Pa s	0,37	0,025	0,018	0,0287
$\Psi_{eff}$	1	$1,48 \times 10^{-3}$	$1,6 \times 10^{-3}$	$1,72 \times 10^{-3}$	$1,557 \times 10^{-3}$
So	1	1,408	2,429	3,934	2,023
$\varepsilon$	1	0,771	0,8383	0,8801	0,818
$h_{min}$	m	$20,34 \times 10^{-6}$	$15,52 \times 10^{-6}$	$12,37 \times 10^{-6}$	$17 \times 10^{-6}$
$f'/\Psi_{eff}$	1	3,65	2,572	1,89	2,895
$P_f$	W	2 443,58	1 861,5	1 470,49	2 038,96
Q	m <sup>3</sup> /s	$57,54 \times 10^{-6}$	$75,46 \times 10^{-6}$	$99,05 \times 10^{-6}$	$68,73 \times 10^{-6}$
$P_Q$	W	414,2	3 259,87	7 844,76	2 087,06

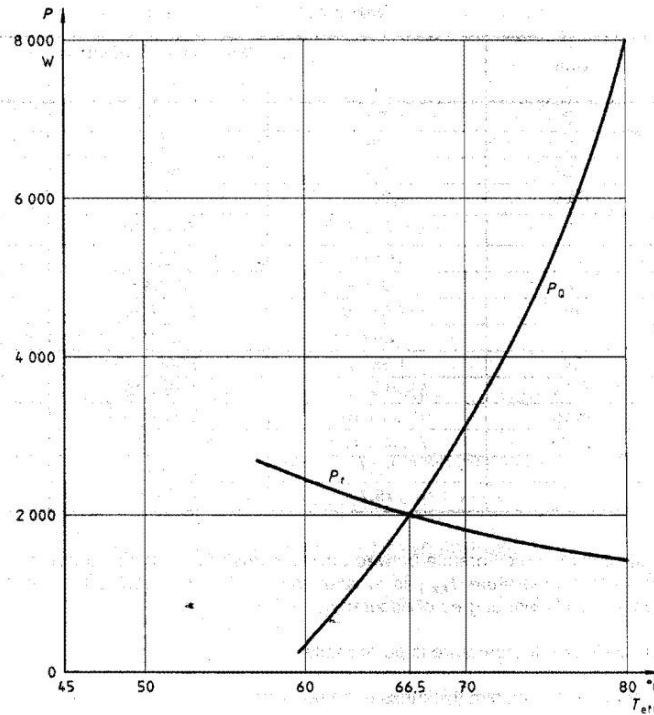


Figura A.1

### A.2 Ejemplo 2

Un cojinete parcial con dimensiones  $D = 1\ 010\ \text{mm}$  y  $B = 758\ \text{mm}$  ( $\Omega = 150^\circ$ ) lubricado a través de un agujero de lubricación, como se muestra en la figura A.2, con una ligera sobrepresión. Según 6.3, el flujo de lubricante  $Q_p$  no interviene en el balance térmico. La disipación de calor es a través del flujo de lubricante,  $Q_3$ , solo, como resultado de la generación de presión interna. La temperatura de entrada de lubricante es  $T_{en} = 24\ ^\circ\text{C}$ . No hay ninguna diferencia en la expansión térmica entre el árbol, el cojinete y la chumacera.

#### Dimensiones y datos operacionales

Fuerza	$F = 10^6\ \text{N}$
Frecuencia de rotación del árbol	$N_J = 1,4283\ \text{s}^{-1}$
Velocidad angular del árbol	$\omega_J = \omega_h = 8,974\ \text{s}^{-1}$
Ángulo del segmento	$\Omega = 150^\circ$
Diámetro del cojinete	$D = 1\ 010 \times 10^{-3}\ \text{m}$
Holgura media relativa del cojinete	$\bar{\psi} = 10^{-3}$
Cambio térmico de la holgura relativa del cojinete	$\Delta\psi = 0$
Longitud relativa del cojinete	$B/D = 0.75$
Lubricante	ISO VG 46

$T_{\text{eff}}$ °C	$\eta_{\text{eff}}(T_{\text{eff}})$ Pa s
20	0.1324
30	0.0721
40	0.043

Temperatura de entrada del lubricante por lubricación forzada

$$T_{\text{en}} = 24 \text{ °C}$$

Calor específico por volumen de lubricante

$$\rho c = 1.8 \times 10^6 \text{ J/(m}^3 \cdot \text{K)}$$

### Valores límites

Carga específica máxima permisible del cojinete

$$\bar{p}_{\text{lim}} = 10 \times 10^6 \text{ Pa}$$

Temperatura máxima permisible del cojinete

$$T_{\text{lim}} = 70 \text{ °C}$$

Espesor mínimo de la película de lubricante

$$h_{\text{lim}} = 9 \times 10^{-6}$$

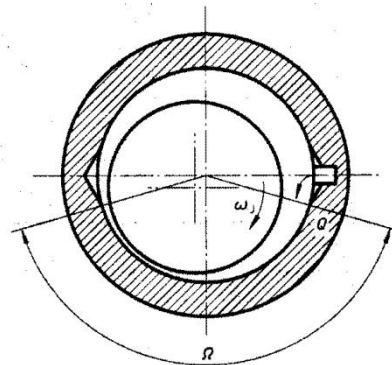


Figura A.2

### Cálculo basado en el diagrama de la figura 1

Verifique el flujo laminar [vea la ecuación (4)] con una temperatura efectiva de la película lubricante asumida  $T_{\text{eff}} = 40 \text{ °C}$  y una densidad del lubricante asumida  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ :

$$Re = \frac{\pi \times 1010 \times 10^{-3} \times 1,4283 \times 10^{-3} \times 1010 \times 10^{-3} \times 900}{2 \times 0,043} = 47,9$$

$$< 41,3 \sqrt{\frac{10^{-3}}{1}} = 1306 \quad (\text{A.35})$$

$$Re = 47,9 < 1306$$

El flujo es laminar. Así que ISO 7902 es aplicable en este caso. De la ecuación (27):

$$\bar{p} = \frac{10^6}{785 \times 10^{-3} \times 1010 \times 10^{-3}} = 1,306 \times 10^6 \text{ Pa} \quad (\text{A.36})$$

La presión específica del cojinete  $\bar{p}$  es permisible, dado que  $\bar{p} < \bar{p}_{\text{lim}}$ .

La disipación del calor es a través del lubricante.

La **Tabla A.4** da los resultados intermedios en los pasos individuales del cálculo. En el cuarto paso del cálculo, la diferencia entre la temperatura inicial de salida del lubricante asumida  $T_{ex,0}$  y la temperatura de salida calculada  $T_{ex,1}$  es menor de 1 °C. La temperatura de salida del lubricante  $T_{ex}$  se ha calculado por consiguiente con un grado suficiente de exactitud.

Dado que  $T_{ex} < T_{lim}$  la temperatura de salida del lubricante es permisible. Dado que  $h_{min} > h_{lim}$  el espesor mínimo de la película lubricante es permisible.

**Tabla A.4**

Variable	Unidades	Pasos de cálculo			
		1	2	3	4
$T_{en}$	°C	24	24	24	24
$T_{ex,0}$	°C	44	38,5	36,2	35,1
$T_{eff}$	°C	34	31,3	30,1	29,55
$\eta_{eff}$	Pa s	0,058	0,07	0,074	0,077
So	1	2,507	2,79	1,967	1,89
$\varepsilon$	1	0,798	0,767	0,758	0,75
$h_{min}$	m	$102,01 \times 10^{-6}$	$117,67 \times 10^{-6}$	$122,21 \times 10^{-6}$	$126,25 \times 10^{-6}$
$f'/\psi_{eff}$	1	1,65	1,822	1,87	1,92
$P_f$	W	7 477,6	8 248	8 388,6	8 701,2
$Q_3$	m <sup>3</sup> /s	$46,04 \times 10^{-6}$	$46,60 \times 10^{-6}$	$46,69 \times 10^{-6}$	$46,88 \times 10^{-6}$
$T_{ex,1}$	°C	33	33,83	34,08	34,31
$T_{ex,0}$	°C	38,5	36,2	35,1	

### A.3 Ejemplo 3

Un cojinete parcial con segmento angular  $\Omega = 150^\circ$  será investigado; el lubricante es inyectado al área cargada del cojinete con sobrepresión hacia la parte superior, como muestra en Figura A.3.

La mitad superior tiene una ranura circunferencial. Se localizan dos ranuras lubricantes a la cara de la junta a  $\pm 90^\circ$  de la aplicación de la carga; uno de las ranuras es para inyección.

El calor es disipado a través del lubricante y, según 6.4, el flujo total de lubricante será calculado en las ecuaciones (10) y (11). No hay ninguna diferencia de expansión entre el árbol, el cojinete y la chumacera.

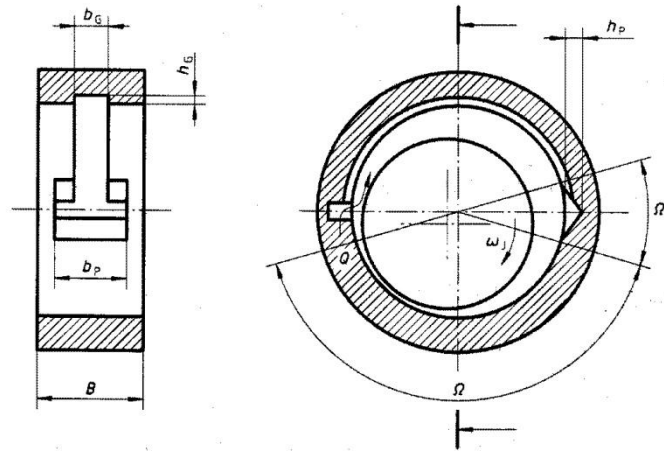


Figura A.3

**Dimensiones y datos operacionales**

Fuerza	$F = 18\,000\text{ N}$
Frecuencia de rotación del árbol	$N_J = 25\text{ s}^{-1}$
Velocidad angular del árbol	$\omega_J = \omega_h = 157\text{ s}^{-1}$
Ángulo del segmento	$\Omega = 150^\circ$
Diámetro del cojinete	$D = 200 \times 10^{-3}\text{ m}$
Holgura media relativa del cojinete	$\bar{\psi} = 2 \times 10^{-3}$
Cambio térmico de la holgura relativa del cojinete	$\Delta\psi = 0$
Longitud relativa del cojinete	$B/D = 0,5$
Ancho de la ranura de lubricación de $180^\circ$	$b_G = 30 \times 10^{-3}\text{ m}$
Altura de la ranura de lubricación	$h_G = 2,5 \times 10^{-3}\text{ m}$
Ancho de la cavidad de lubricación	$b_p = 60 \times 10^{-3}\text{ m}$
Altura de la cavidad de lubricación	$h_p = 2,5 \times 10^{-3}\text{ m}$
Lubricante	ISO VG 32

$T_{\text{eff}}$ °C	$\eta_{\text{eff}}(T_{\text{eff}})$ Pa s
40	0.031
50	0.022
60	0.014
70	0.0094

Temperatura de entrada del lubricante para lubricación forzada

$$T_{\text{en}} = 40\text{ °C}$$

Sobrepresión de inyección de lubricante para lubricación forzada

$$p_{\text{en}} = 0,5 \times 10^5\text{ Pa}$$

El calor específico por volumen del lubricante

$$\rho c = 1.8 \times 10^6\text{ J/(kg.K)}$$

**Valores límites**

Carga específica máxima permisible del cojinete  
 Temperatura máxima permisible del cojinete  
 Espesor mínimo de la película de lubricante

$$\begin{aligned} \bar{p}_{lim} &= 10 \times 10^6 \text{ Pa} \\ T_{lim} &= 80 \text{ }^\circ\text{C} \\ h_{lim} &= 20 \times 10^{-6} \text{ m} \end{aligned}$$

El cálculo se basó en el diagrama de la figura 1.

Verifique el flujo laminar [vea la ecuación (4)] a la temperatura del cojinete asumida  $T_{B,0} = 60 \text{ }^\circ\text{C}$  y la densidad del lubricante asumida  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ :

$$Re = \frac{\pi \times 200 \times 10^{-3} \times 25 \times 2 \times 10^{-3} \times 200 \times 10^{-3} \times 900}{2 \times 0,014} = 201,96$$

$$< 41,3 \sqrt{\frac{200 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3} \times 200 \times 10^{-3}}} = 923,5 \tag{A.37}$$

$$Re = 201,96 < 923,5$$

El flujo es laminar. Así que ISO 7902 es aplicable en este caso.

De la ecuación (27):

$$\bar{p} = \frac{18000}{0,5 \times 200 \times 10^{-3} \times 200 \times 10^{-3}} = 0,9 \times 10^6 \text{ Pa} \tag{A.38}$$

La presión específica del cojinete  $\bar{p}$  es permisible, dado que  $\bar{p} < \bar{p}_{lim}$ .

La dispersión de calor está a través del lubricante. La Tabla A.5 da los resultados intermedios en los diferentes pasos del cálculo.

**Tabla A.5**

Variable	Unidades	Pasos de cálculo			
		1	2	3	4
$T_{en}$	$^\circ\text{C}$	40	40	40	40
$T_{ex,0}$	$^\circ\text{C}$	60	52,1	48,6	47,3
$T_{eff}$	$^\circ\text{C}$	50	46,1	44,3	43,7
$\eta_{eff}$	Pa s	0,022	0,024	0,0275	0,028
So	1	1,042	0,9554	0,8338	0,8189
$\varepsilon$	1	0,734	0,725	0,7	0,698
$h_{min}$	m	$53,2 \times 10^{-6}$	$55 \times 10^{-6}$	$60 \times 10^{-6}$	$60,4 \times 10^{-6}$
$f'/\psi_{eff}$	1	4,6	4,8	5,4	5,45
$P_f$	W	1 966,3	2 229	2 519 9	2 535,6
$Q_3$	$\text{m}^3/\text{s}$	$109,27 \times 10^{-6}$	$109,02 \times 10^{-6}$	$108,52 \times 10^{-6}$	$108,5 \times 10^{-6}$
$Q_p$	$\text{m}^3/\text{s}$	$153,72 \times 10^{-6}$	$139,84 \times 10^{-6}$	$119,49 \times 10^{-6}$	$117,15 \times 10^{-6}$
Q	$\text{m}^3/\text{s}$	$262,99 \times 10^{-6}$	$248,86 \times 10^{-6}$	$228,01 \times 10^{-6}$	$225,65 \times 10^{-6}$
$T_{ex,1}$	$^\circ\text{C}$	44,2	45	46,1	46,3
$T_{ex,0}$	$^\circ\text{C}$	52,1	48,6	47,6	

El rasgo específico de este cálculo es la determinación de las pérdidas por fricción y las pérdidas de flujo de lubricante basada en el flujo de las ranuras y las cavidades de lubricación.

El primer paso del cálculo se da como un ejemplo.



Pérdidas por fricción en las ranuras y las cavidades de lubricación (vea ISO 7902-2):

$$\xi_p = 2 \times 0,5 \times \frac{\pi}{6} \left[ 4 + 0,0012 \left( \frac{900 \times 157 \times 2,5 \times 10^{-8} \times 200 \times 10^{-8}}{2 \times 0,022} \right) 0,94 \right] = 2,74 \quad (\text{A.39})$$

$$\xi_G = 0,5 \times \pi \left[ 4 + 0,0012 \left( \frac{900 \times 157 \times 2,5 \times 10^{-8} \times 200 \times 10^{-8}}{2 \times 0,022} \right) 0,94 \right] = 8,22 \quad (\text{A.40})$$

Fuerza de fricción en la película lubricante entera:

$$F' = \frac{0,022 \times 157 \times 100 \times 10^{-8} \times 200 \times 10^{-8}}{2 \times 10^{-8}}$$

$$\left[ 1,042 \times 4,6 - \frac{60 \times 10^{-8}}{100 \times 10^{-8}} \left( \frac{\pi}{3 \times 2 \sqrt{1-0,734^2}} - \frac{2 \times 10^{-8} \times 200 \times 10^{-8}}{2 \times 2,5 \times 10^{-8}} 2,74 \right) - \right. \\ \left. \frac{30 \times 10^{-8}}{100 \times 10^{-8}} \left( \frac{\pi}{2 \sqrt{1-0,734^2}} - \frac{2 \times 10^{-8} \times 200 \times 10^{-8}}{2 \times 2,5 \times 10^{-8}} 8,22 \right) \right] \quad (\text{A.41})$$

Flujo de calor producto de la fricción en el cojinete:

$$P_{th,f} = 125,24 \times \frac{200 \times 10^{-8}}{2} \times 157 = 1966,3 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1966,3 \text{ W} \quad (\text{A.42})$$

Flujo de lubricante producto de la generación de presión interna [vea la ecuación (14)]

$$Q_3 = 200^3 \times 10^{-9} \times 2 \times 10^{-3} \times 157 \times 0,0435 = 109,27 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} \quad (\text{A.43})$$

Flujo lubricante producto de la presión de inyección [vea las ecuaciones (15) y (16) de la ISO 7902-2:1998] es la suma de flujo de las ranuras y cavidades de lubricación:

$$Q_p = 1,188 + 1,582 \left( \frac{60 \times 10^{-8}}{100 \times 10^{-8}} \right) - 2,585 \left( \frac{60 \times 10^{-8}}{100 \times 10^{-8}} \right)^2 + 5,563 \left( \frac{60 \times 10^{-8}}{100 \times 10^{-8}} \right)^3 = 2,4082 \quad (\text{A.44})$$

$$Q_p^* = \frac{\pi}{6} \times \frac{1}{\ln \left( \frac{100 \times 10^{-8}}{60 \times 10^{-8}} \right) \times 2,4082} + \frac{1}{48} \frac{\pi(1 + 1 \times 5 \times 0,734^2) + 6 \times 0,734 + 1 \times 33 \times 0,734^3}{\frac{100 \times 10^{-8} - 30 \times 10^{-8}}{200 \times 10^{-8}}} = 1,0568 \quad (\text{A.45})$$

$$Q_p = \frac{200^3 \times 10^{-9} \times 2^3 \times 10^{-9} \times 0,5 \times 10^5}{0,022} \times 1,0568 = 153,72 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} \quad (\text{A.46})$$

Flujo lubricante [vea las ecuaciones (16) y (17)]

$$Q = (109,27 + 153,72) \times 10^{-6} = 262,99 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} \quad (\text{A.47})$$

Disipación de calor a través del lubricante [vea la ecuación (23)]

$$P_{th,L} = 1,8 \times 10^6 \times 262,99 \times 10^{-6} \times (T_{ex,1} - 40) \quad (\text{A.48})$$

producto de que  $P_{th,f} = P_{th,L}$ ;

$$T_{ex,1} = \frac{2222,1}{1,8 \times 10^6 \times 262,99 \times 10^{-6}} + 40 = 44,7^\circ \text{C} \quad (\text{A.49})$$

La Tabla A.6 da los resultados del cálculo, tomando en cuenta el flujo de lubricante a través de la cavidad de lubricación. Como antes, se asume que el lubricante llena las áreas cargadas y no cargadas de la holgura del cojinete.

En este caso, en el primer paso del cálculo, el flujo de lubricante de la cavidad es:

$$Q_p = 2,4082$$

$$Q_p^* = \frac{\pi}{6} \times \frac{1}{\ln\left(\frac{100 \times 10^{-9}}{60 \times 10^{-9}}\right) \times 2,4082} = 0,4254 \tag{A.50}$$

$$Q_p = \frac{200^3 \times 10^{-9} \times 2^3 \times 10^{-9} \times 0,5 \times 10^5}{0,022} \times 0,4254 = 61,88 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

Tabla A.6

Variable	Unidades	Pasos de cálculo			
		1	2	3	4
$T_{en}$	°C	40	40	40	40
$T_{ex,0}$	°C	60	53,9	51,1	50
$T_{eff}$	°C	50	47	45,5	45
$\eta_{eff}$	Pa s	0,022	0,0235	0,0252	0,0263
$So$	1	1,042	0,9757	0,9099	0,8819
$\epsilon$	1	0,734	0,727	0,717	0,71
$h_{min}$	m	$53,2 \times 10^{-6}$	$54,6 \times 10^{-6}$	$56,6 \times 10^{-6}$	$59 \times 10^{-6}$
$f'/\psi_{eff}$	1	4,6	4,75	5	5,18
$P_f$	W	2 419,7	2 494,6	2 625,8	2 722,9
$Q_3$	m <sup>3</sup> /s	$109,27 \times 10^{-6}$	$109,15 \times 10^{-6}$	$109,02 \times 10^{-6}$	$108,77 \times 10^{-6}$
$Q_p$	m <sup>3</sup> /s	$61,88 \times 10^{-6}$	$57,93 \times 10^{-6}$	$54,02 \times 10^{-6}$	$49,86 \times 10^{-6}$
$Q$	m <sup>3</sup> /s	$171,15 \times 10^{-6}$	$167,08 \times 10^{-6}$	$163,04 \times 10^{-6}$	$158,63 \times 10^{-6}$
$T_{ex,1}$	°C	47,9	48,3	48,9	49,5
$T_{ex,0}$	°C	53,9	51,1	50	

**Bibliografía**

- [1] Reynolds, O. On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil. Phil. Trans. (1866), 177, pp. 157-234.
- [2] Sommerfeld, A. Zur hydrodynamischen Theorie der Schmiermittelreibung. Zeitschrift für Mathematik und Physik 1904, 40, pp. 97-155.
- [3] Vogelpohl, G. Beiträge zur Gleitlagerberechnung. VDI-Forschungsheft, Nr. 386, Dusseldorf, 1954.
- [4] Sassenfeld, H. and Walther, A. Gleitlagerberechnung. VDI- Forschungsheft, Nr. 441, Dusseldorf, 1954.
- [5] Raimondi, A.A. and Boyd, J.A solution for the finite journal bearing and its application to analysis and design. Trans. A.S.L.E (1958), 1, part 1, pp. 159-174; part 2, pp. 175-194; part 3, pp. 194-209.
- [6] Butenschon, H.-J. Das hydrodynamische zylindrische Gleitlager endlicher Breite unter instationärer Belastung. Dissertation, TU Karlsruhe, 1976.
- [7] Wissussek, D. Der Einfluß reversibler und irreversibler Viskositätsänderungen auf das Verhalten hydrodynamischer stationär belasteter Gleitlager. Dissertation, TU Hannover, 1975.
- [8] Lang, O.R. and Steinhilper W. Gleitlager, Konstruktionsbucher, 31, Springer Verlag Berlin; Heidelberg; New York, 1978.
- [9] Dillenkofer, H. Einfluß der Lage der Ölzuführungsstelle auf das Betriebsverhalten stationär belasteter zylindrischer Gleitlager endlicher Breite. Dissertation, Universität Stuttgart, 1975.
- [10] Hoppe, J. Einfluß der Oberflächenwelligkeit von Lagerzapfen auf das Verhalten hydrodynamisch geschmierter Radialgleitlager. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1981.
- [11] Pinkus, C. and Sternlicht, B. Theory of hydrodynamic lubrication, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, Toronto, London, 1961.
- [12] Kvitnitsky, B. I., Kirkatch, N.F. and Poltavsky, Y. D. The solution of Reynolds equation under natural boundary conditions for hydrodynamic journal bearings, Wear, 37, 2, pp. 217-231, Elsevier Sequoia, Lausanne, 1978.
- [13] Kvitnitsky, B. I., Kirkatch, N.F. Calculation of plain journal bearings (reference book), Mashinostroenic, Moscow, 1979.
- [14] Korovchinsky, M. V. Theoretical basis for plain bearings operation, Mashgiz, Moscow, 1959.
- [15] Constantinescu, V. Basic Relationships in Turbulent Lubrication and Their Extension to Include Thermal Effects. Transactions of the ASME, Series, F, No. 2, 95, 1973, pp. 35-43.
- [16] ISO 4378-5, Cojinetes planos - Términos, definiciones, clasificación y símbolos - Parte 5: Aplicación de símbolos.