

Problemas y Más Problemas... de Mecánica

M.Sc. Antonio José Berazaín Iturralde (antoniob@isdi.co.cu).

Introducción

En un trabajo anteriorⁱ el autor ha expuesto las ideas básicas relacionadas con el curso de Mecánica Teórica para la carrera de Diseño Industrial, resultado del trabajo científico metodológico realizado en la última década.

El punto culminante de esta labor ha sido la elaboración de un texto electrónico para la asignatura, debidamente diseñado, y que recoge los contenidos teóricos, así como una colección de 100 problemas propuestos, cada uno con su gráfico y respuesta respectiva. Incluye además 30 problemas resueltos distribuidos equitativamente en los diez capítulos que conforman el material.

Este énfasis en propiciar la resolución de problemas responde a los objetivos del programa y se refleja en la cantidad de horas dedicadas a clases prácticas que duplica la de conferencias.

El nivel de profundidad del curso está dado por los conocimientos básicos de trigonometría, sistemas de hasta tres ecuaciones, suma de vectores y multiplicación por un escalar. Esto es debido a que en la carrera el estudiante sólo recibe un semestre de Matemáticas en el primer año. Así, en lo esencial el curso va dirigido al caso bidimensional, o sea, fuerzas coplanares en la Estática y movimiento en un plano en Cinemática y Dinámica, lo cual no significa que los cuerpos de estudio sean bidimensionales y por ende, multitud de problemas prácticos pueden ser resueltos dentro de esta perspectiva.

En el texto elaborado se han incluido problemas correspondientes a otros libros de Mecánica, que se adecuan a los intereses de la asignatura. No obstante, ha sido necesario elaborar un número significativo de problemas, algunos incluidos en la colección y otros no, pero que constituyen el banco a utilizar en evaluaciones, consultas, etc.

En este trabajo se exponen 30 problemas de los elaborados por el autor, luego de revisar varios textos con la finalidad de que puedan ser utilizados en otros cursos con programas de Mecánica afines.

Los problemas se presentan agrupados en los temas en los que se divide el curso: Estática, Cinemática y Dinámica. Se añade un comentario, breve, sobre la solución o algún aspecto significativo.

Problemas de Estática

1. Una caja de sección rectangular será izada por una grúa mediante una eslinga. Para una mayor seguridad de la operación ¿por cuál lado será más conveniente izar la caja?

La cuestión radica en calcular la tensión en el cable, sabiendo que en la situación en que ésta sea menor será el lado más seguro, en este caso b). Para ello se considera el punto de enganche de la grúa con la eslinga como un punto en

equilibrio, para el cual se hace un diagrama de fuerzas y se construyen las ecuaciones correspondientes.

2. La figura muestra el gatillo de una escopeta de caza submarina, capaz de rotar alrededor del pasador P. Se han señalado las fuerzas que actúan. Una es causada por el resorte (10N) y la otra debido a la acción de la muesca del arpón (20N) ¿Cuál será la fuerza mínima F que habrá que aplicar al gatillo para efectuar el disparo?

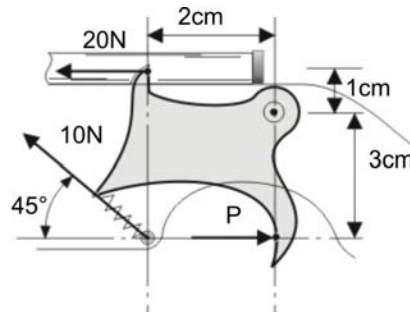


Imagen 1

Este problema está destinado a ejercitar el concepto de momento de una fuerza. La idea es que el momento de F debe ser al menos igual a la suma de los momentos de las restantes fuerzas. Se aplica el teorema de Varignon al calcular los momentos de las componentes de la fuerza de 10N. De la ecuación resultante se halla la fuerza F necesaria.

3. El aspa de la hélice tripala de un turbogenerador forma un ángulo de 70° con la dirección del viento que coincide con la del eje. Asuma que la acción del viento puede representarse por una fuerza de 10kN ejercida sobre un punto del aspa situado a 1,50m del eje. Calcule el momento total que el viento ejerce sobre la hélice.

La fuerza del viento se descompone en una fuerza perpendicular y otra rasante a la superficie de la paleta, cuyo efecto se desprecia. Luego, la componente efectiva se descompone a su vez en una colineal al eje y otra perpendicular, que es la responsable de crear el momento que tiende a girar la hélice.

4. Para aflojar un tornillo es necesario vencer un momento de par de 4Nm. La paleta del destornillador mide 0,8cm y coincide con el diámetro de la cabeza del tornillo. Calcule al valor mínimo del diámetro del cabo del destornillador, si la fuerza tangencial efectiva que puede aportar la mano es de 150N. Compare esta fuerza con la que mantiene ajustado al tornillo.



Imagen 2

Este problema del destornillador así como el anterior de la hélice persiguen vincular la asignatura con problemas muy prácticos. En este caso, la solución se obtiene al igualar el momento del par de fuerzas que forma la mano con el momento necesario para vencer el tornillo.

5. Calcule dónde colocar el punto de apoyo de una palanca de longitud L para mover una carga de $2P$ con una fuerza P .

De nada sirve hacer cualquier problema de momento de fuerzas si no se resuelve el problema de la palanca, por su valor histórico y metodológico. Sin embargo, no aparece en las colecciones de problemas, de ahí su inclusión en este trabajo.

6. Halle la longitud de una varilla que se apoya en un cilindro pulido de $7,1\text{cm}$ de radio, formando un ángulo de 45° .

Problema de cuerpo rígido en equilibrio, para su solución es necesario hacer el diagrama de cuerpo libre, colocando todas las fuerzas sobre la varilla. Se construyen las ecuaciones de equilibrio y se resuelve el sistema. Resulta interesante discutir la posibilidad real del resultado, que resulta ser de $0,8\text{m}$.

7. El soporte de la figura, de unos 10kg , puede girar sobre el pasador y se apoya contra una pared muy pulida. Se coloca un tanque de 200kg y $1,2\text{m}$ de diámetro de modo que su centro de gravedad está en el plano del soporte. Si el pasador solo resiste una reacción total de 5000N , halle la máxima distancia a la que se puede separar el tanque de la pared. La distancia entre el pasador y el apoyo del soporte es de 60cm .

Problema que propicia que el estudiante pueda hacer determinadas consideraciones para su solución, como es no considerar la masa del soporte frente a la del tanque, o la distancia entre la pared y el pasador.

8. Halle el centro de gravedad del “monito equilibrista”. Las masas de las esferas son $0,3\text{kg}$ respectivamente, mientras que el resto de la estructura tiene una masa de $0,03\text{kg}$. La separación entre las esferas es de 30cm .

Este problema está asociado a una serie de productos que cumplen la misma función de crear una sensación de “falso equilibrio”, como es el dominguín y otras variantes del monito, con pajaritos, etc. Contribuye a fijar ideas acerca de la importancia de la posición del centro de gravedad en la práctica.

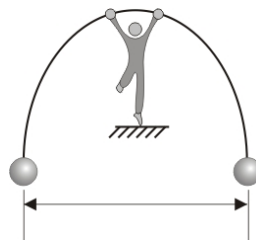


Imagen 3

9. Encuentre el valor de L para que la pieza que cuelga libremente en A permanezca en la posición mostrada.

El quid del problema es entender que para que la pieza esté en esa posición el centro de gravedad tiene que estar situado sobre la línea vertical que pasa por A . Sobre esa base se construyen las ecuaciones de equilibrio y se procede a su solución por el método de descomposición de áreas.

10. Encuentre el centro de gravedad del sistema si las esferas tienen una masa de $0,2\text{kg}$ mientras que el prisma triangular mide 3cm de alto y su masa es de $0,3\text{kg}$. La distancia entre el punto de apoyo del prisma y la línea que une las esferas es de 30cm .

Al igual que el 8, éste problema se resuelve variando el método de descomposición de áreas por valores de masas, que no siempre recibe la misma atención y que tiene importancia práctica.

11. Un hombre recuesta una escalera contra una pared muy pulida. ¿A qué distancia de la misma debe apoyarla para subir?

Un problema clásico, “el problema de la escalera” se presenta en forma de problema abierto¹⁴, en el que los alumnos han de acotar las condiciones de solución, como son el largo de la escalera, el coeficiente de fricción de acuerdo a los materiales de la escalera y el piso y en principio la masa del hombre, aunque después la solución arroje que no depende de este dato.

12. Una puerta metálica de 2m de alto se apoya contra una pared pulida formando 70° con la horizontal. Un rato después, un hombre apenas la toca, y la puerta cae. Investigue el material de que estaba hecho el piso.

El detalle de este problema, típico de cuerpo rígido en equilibrio, es que el alumno debe transformar descripciones del problema en condiciones muy concretas como que la puerta está en movimiento inminente, a partir de que cae de apenas tocarla, lo cual permite utilizar la expresión matemática de la fricción estática.

13. Un guajiro de 70kg se sienta en un taburete de 5kg de masa y $1,1\text{m}$ de altura y se recuesta contra una pared lisa formando 60° con la horizontal. Las coordenadas (en metros) de los centros de gravedad del guajiro y del taburete son respectivamente $(0,3; 0,6)$ y $(0,4, 0,4)$ respecto al punto de intersección del piso y la pared. Si el coeficiente de fricción taburete-piso es de $0,2$; ¿se caerá el guajiro? Aunque es un problema típico, tiene aspectos interesantes como que el alumno debe, mediante argumentación, no tener en cuenta el peso del taburete, de lo contrario la solución se complica, amén de que la respuesta crea una expectativa de carácter práctico.

14. Se tiene una balanza cuya estructura de aluminio muy ligera gira gracias a un pasador. La balanza roza la pared por la parte del contrapeso. Se coloca en el plato un cuerpo de $0,8\text{kg}$ y se equilibra la balanza colocando el pilón de $0,5\text{kg}$ en

la marca de 0,6kg. Halle el valor de la fuerza de fricción entre el extremo de la balanza y la pared. Tenga en cuenta que la balanza funciona.

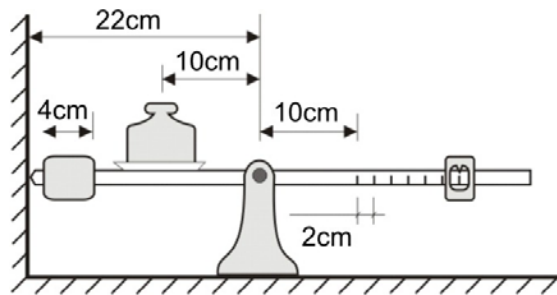


Imagen 4

Lo atractivo de este problema es que para resolverlo hay que tener en cuenta que se trata de una balanza que funciona, de modo que al utilizar esta condición, se separa de la pared y se coloca una masa conocida en el plato y se “pesa”, colocando el pilón en la posición correcta. Esto permite hallar la masa del contrapeso y entonces encontrar la fuerza de fricción.

15. Un corcho cilíndrico de 3cm de diámetro está colocado dentro del cuello de una botella sometido a una fuerza radial de 500N. Para extraerlo se utiliza un sacacorchos de espátula cuyo cabo mide 7,5cm. Halle la fuerza mínima necesaria que hay que aplicar en los extremos del cabo. $\mu_{\text{metal-vidrio}} = 0,2$; $\mu_{\text{metal-corcho}} = 0,6$
Este problema trae a colación un tipo de sacacorchos que tiene la ventaja de no destruir el corcho, como pasa frecuentemente con el tirabuzón. Las dos láminas metálicas se insertan entre el vidrio y el corcho y la esencia de su funcionamiento es que la fricción entre el corcho y el metal es mayor que entre el vidrio y el metal.

16. Un guajiro recuesta una escalera de 2m muy ligera contra una pared pulida formando un ángulo de 70 grados con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento es 0,3 y los peldaños están cada 20cm, diga cuántos peldaños podrá subir el guajiro

Variante del problema de la escalera, con una pregunta en forma de expectativa de carácter práctico.

17. Un cilindro hueco, con los bordes pulidos, tiene 5cm de radio. Se quiere colocar diametralmente una varilla metálica de 28cm de largo y una masa de 0.5kg apoyada en el borde y en un punto en el interior del cilindro a 3cm por debajo. Encuentre de cuáles materiales podría estar hecho el interior del cilindro.

Variante del problema 6, en este caso con rozamiento en el interior del cilindro, y el alumno, mediante una tabla de valores de coeficientes de fricción debe descubrir el posible material.

18. Se tiene un escaparate sobre una superficie rugosa. ¿Cuál es la altura máxima a la que se puede aplicar una fuerza horizontal sin que empiece a volcar?

El asunto del vuelco tiene importancia práctica, además que en este caso, el problema plantea una situación casi cotidiana ¿quién no ha lanzado agua al piso para mover el escaparate con comodidad, es decir, sin tener que bajar demasiado el punto de aplicación de la fuerza?

Su solución implica discutir qué se entiende por deslizar y volcar, y comprender que este hecho está relacionado con la ecuación (de fuerzas o de momentos de fuerza) que dejará de cumplirse cuando se rompa el equilibrio y el escaparate comience a moverse.

Problemas de Cinemática

19. A una rueda de amolar de 10cm de radio y que gira a 500RPM se le desprende un pequeño fragmento del borde que asciende verticalmente. Calcule la altura que alcanza el fragmento.

Problema que vincula el movimiento de rotación con el movimiento lineal, es un contexto de interés práctica.

20. Un audiocassette de 60 minutos requiere para su funcionamiento que la cinta pase frente al cabezal a una velocidad constante de 5cm/s. Encuentre la longitud de la cinta y la aceleración angular que deben experimentar los carretes para lograrlo.

No siempre se repara en el funcionamiento de objetos que por su diaria convivencia con el hombre, apenas llaman la atención. Aparte de encontrar la longitud real de la cinta, con un valor sorprendente, ayuda a descubrir aspectos muy interesantes que pasan inadvertidos, como es el movimiento de los carretes del audiocassette.

21. Se diseña un sistema para medir la velocidad de una bala (v_b) consistente en dos discos paralelos unidos por un eje de 80cm y que giran con velocidad angular constante. Un disparo colineal al eje marcará un orificio en cada disco definiendo en un plano superpuesto un sector cuyo ángulo permite hallar v_b . Proponga una velocidad angular de trabajo para el equipo sabiendo que la velocidad máxima de las balas que se van a analizar es de 800m/s y que el menor ángulo medible es de 0,10rad. Calcule la velocidad de una bala que marcó un ángulo de 0,25 rad.

Un sistema práctico para calcular velocidades (incluso velocidades moleculares) donde se combina el movimiento de rotación de los discos y el de traslación de la bala.

22. Un niño hala un hilo de 50cm enrollado a un eje de 2cm de diámetro y que tiene acoplado un platillo que requiere 200RPM para despegar. Si el niño hala el hilo con una aceleración constante de 10cm/s^2 , ¿podrá volar el platillo?

La cuestión es hallar la velocidad que puede alcanzar el platillo para determinar si vuela o no. Contribuye a fijar la idea de que la velocidad angular es la misma para cualquier punto de un cuerpo rígido, en el contexto de un conocido juguete.

23. Se lanza un cuchillo de 25cm de longitud, tomado por la punta, de modo que en el momento de abandonar la mano está en posición horizontal y con una velocidad lineal de 30m/s. Encuentre la velocidad angular necesaria para que dé vuelta y media y se clave perpendicularmente en una pared a 5m de distancia de la mano. El centro de gravedad del cuchillo puede asumirse en su centro geométrico. No considere los efectos del aire o la gravedad.

El paradigma del movimiento general en el plano es el movimiento de la rueda. Este problema plantea otro ejemplo, donde no se cumple la relación entre la velocidad de rotación y de traslación propia de la rodadura pura, que en ocasiones se toma como aplicable a cualquier caso.

Problemas de Dinámica

24. El regulador centrífugo es utilizado en procesos industriales para controlar el paso de un fluido (generalmente vapor) a través de un conducto. Encuentre la velocidad angular necesaria para que el ángulo que forma la varilla de 40cm con la vertical sea de 60° .

Problema de aplicación del método dinámico, asociado al funcionamiento de un dispositivo aún en uso en algunas industrias y relacionado con el importante concepto de fuerza centrípeta.

25. El disco de la figura de 20cm de diámetro está acoplado a un motor eléctrico de doble enrollado: arranque y marcha, y debe conmutar de uno a otro cuando alcanza 600RPM. Para ello, la bolita de 0,1kg debe desplazarse 5mm. Halle el coeficiente de elasticidad del resorte si la bolita está inicialmente a mitad del radio del disco.

Se trata de una variante simplificada del interruptor inercial que en la práctica tienen acoplado algunos motores eléctricos, pero que ilustra su principio de funcionamiento. Otro ejemplo de problema de fuerza centrípeta.

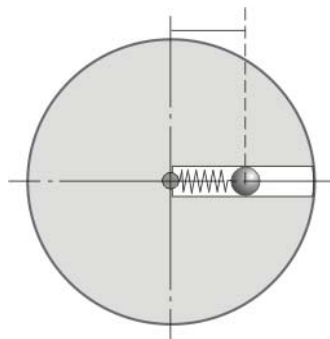


Imagen 5

26. Un puente está diseñado para resistir cargas de hasta 20kN. Mide 100m y tiene forma de arco de circunferencia y en el punto más alto se eleva 2m por

encima de sus extremos. Sin embargo en ese punto sólo resiste 14kN. Un camión de 2 toneladas (2000kg) pasa a 180km/h. ¿Resistirá el puente?

Interesante problema que pone a jugar aspectos muy prácticos con los conceptos de fuerza centrípeta y peso.

27. Un hombre de 70kg decide practicar el bungee cord lanzándose de un puente a 100m de altura, amarrado a sus pies por una cuerda elástica de $k = 130\text{N/m}$. Calcule la longitud máxima de cuerda necesaria para simplemente rozar el pavimento.

Problema que se resuelve asumiendo condiciones para la conservación de la energía mecánica, pero que llama la atención sobre este nuevo y polémico deporte extremo.

28. Una tapa de un tanque, que está acostado sobre el piso, de 40cm de radio y 1cm de grosor cae desde la vertical. Halle la velocidad lineal que alcanza el extremo libre.

Situación problemática que permite asumir la tapa del tanque como un cilindro o un disco, de acuerdo a las consideraciones del estudiante. Ejercita además el teorema de los ejes paralelos.

29. En las puertas de los caserones antiguos (también en algunos cofres para proteger la cerradura) se tiene el sistema que muestra la figura. Halle la velocidad lineal del centro de gravedad del disco al pasar por la vertical si se deja caer desde la posición indicada. El disco tiene un radio de 2cm.

Otra aplicación del teorema de los ejes paralelos en el contexto de la dinámica de la rotación de cuerpos rígidos.

30. Calcule el radio del volante de un carrito de juguete tal que al someterlo a 800RPM pueda ascender por una rampa de 10cm de altura. Considere despreciable la masa del resto del juguete frente a la del volante

Al igual que los dos problemas anteriores, se soluciona considerando la conservación de la energía mecánica. El interés aquí es la presencia del volante del juguete, sistema de gran importancia práctica.

Conclusiones

Se presentan 30 problemas elaborados para el curso de Mecánica Teórica de la carrera de Diseño Industrial. La mayoría se ha utilizado en evaluaciones, puesto que estas son a libro abierto y requieren de problemas en lo posible originales.

Se ha procurado que se ajusten al nivel matemático de la asignatura por lo que resultan muy conceptuales, sin ninguna complejidad de ese orden. Además, muchos están relacionados con aplicaciones prácticas o situaciones cotidianas que ayudan a la identificación del estudiante con su solución.

Lo anterior hace que estos problemas puedan ser atractivos a otros cursos con programas afines, tanto de enseñanza superior como media superior. Esta utilidad sería la mayor satisfacción para el autor.

Referencias

1. A. Berazaín, Elaboración de un texto de la asignatura Mecánica Teórica para la carrera de Diseño Industrial, Memorias de la 12 Convención Científica de Ingeniería y Arquitectura de la CUJAE, 2004 CD ROM
2. F. Beer y E. Rusell, Mecánica Vectorial para ingenieros, Edición Revolucionaria, La Habana, 1988
3. J. Meriam, Mecánica, Edición Revolucionaria, La Habana, 1967
4. R. Portuondo L. y M. Pérez, Mecánica, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1986.
5. I. Mesherski, Problemas de Mecánica Teórica, Editorial Mir, Moscú, 1974
6. D. Halliday et al, Fundamentals of Physics, CD ROM, 1994
7. F.W. Sears, Fundamentos de Física, Aguilar, Madrid, 1959
8. F. Selby y N. Ensign, Mecánica analítica para ingenieros, UTEHA, México, 1960
9. L. Brand, Mecánica Vectorial, John Wiley and sons, 1964
10. D. Giancoli, Physics, principles with applications, Prentice Hill, N. Jersey, 1991
11. T. Fishbane, Physics for scientist and engineers, Prentice Hill, N. Jersey, 1993.
12. J. Cutnell y K. Johnson, Physics, John Wiley and sons, New York, 1995
13. D. Gil et al: La resolución de problemas en Física: de los ejercicios de aplicación el tratamiento de las situaciones problemáticas. En: Temas Escogidos de la Didáctica de la Física, La Habana, 1996.

ⁱ A. Berazaín, La mecánica del diseño de la Mecánica para Diseño”, Memorias del V Taller Internacional sobre la Enseñanza de la Física en Ingeniería, ISPJAE, 2002